

Algorytmy Numeryczne Projekt 4

1. Pomiary czasu.

Wykonaliśmy pomiary czasu działania poszczególnych metod, stopniowo zwiększając rozmiary planszy. Aby uzyskać dokładniejsze pomiary czasu, zmierzaliśmy jej czas działania 100-krotnie i obliczyliśmy średnią z tych pomiarów. Testy zostały przeprowadzone z dodatkową opcją kompilacji -O3 oraz po wyłączeniu wszystkich możliwych programów działających w tle, które mogłyby mieć negatywny wpływ na przebieg testów. Pomiary czasu zostały zawarte na wykresach w punkcie 3. sprawozdania i są zaznaczone czerwonymi kropkami.

2. Wielomiany aproksymacyjne.

Wyliczone wielomiany za pomocą aproksymacji średniokwadratowej dyskretnej dla każdej z serii pomiarów:

- Wielomian 3-go stopnia dla metody Gaussa:

$$F(x) = 0.0004397829741900x^3 + 0.3618323467799849x^2 - 508.6412120675539086x + 09265.4867814341996564$$

- Wielomian 2-go stopnia dla metody Gaussa z optymalizacją dla macierzy rzadkich:

$$F(x) = 0.0702943381781850x^2 - 49.2075989747277802x + 13136.5317419966613670$$

- Wielomian 1-go stopnia dla metody LU z biblioteki Eigen:

$$F(x) = 2.8761826451448536x - 1201.1499067938214012$$

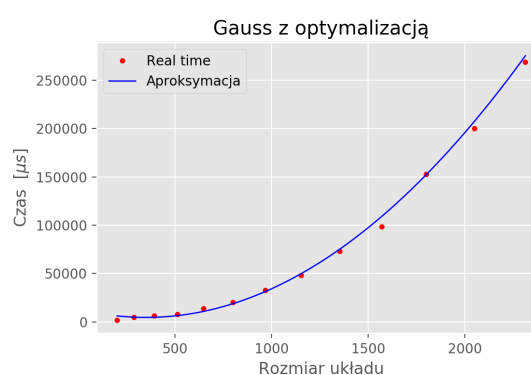
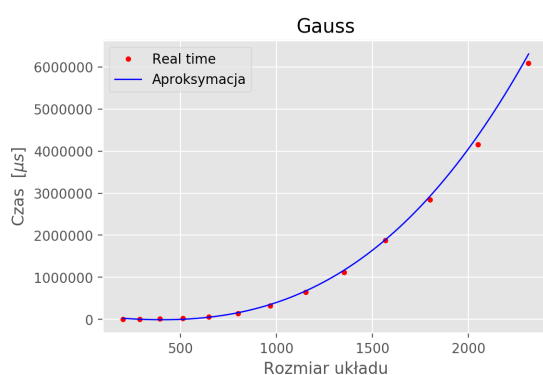
- Wielomian 2-go stopnia dla Metody Gaussa-Seidela:

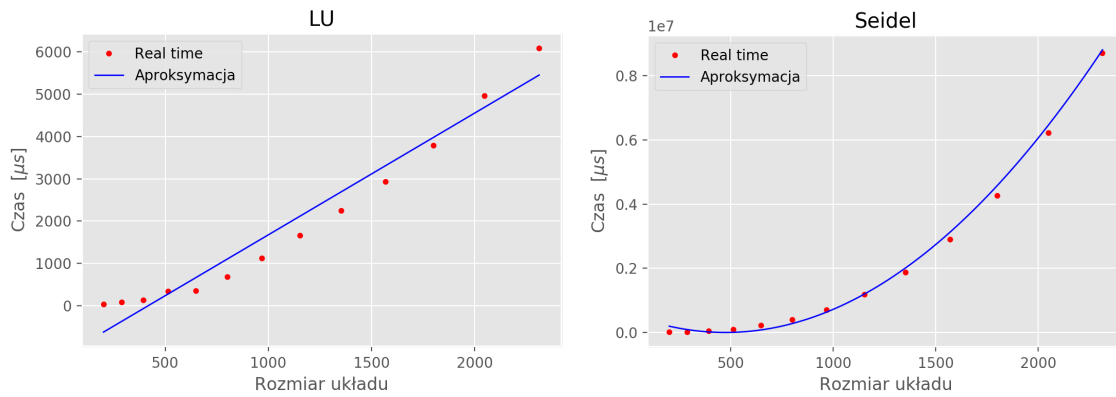
$$F(x) = 2.6022820949222289x^2 - 2464.6657568539003478x + 582937.4192507924744859$$

3. Błędy.

Na poniższych wykresach zależności czasu od rozmiaru układów równań zawarliśmy zestawienie węzłów interpolacji z wykresami wielomianów aproksymacyjnych. Szacowanie błędów aproksymacji przeprowadziliśmy na podstawie:

$$\|f(x) - F(x)\|_2 = \left(\sum_{i=0}^n w(x_i)(f(x_i) - F(x_i))^2 \right)^{1/2}$$





Błąd aproksymacyjny:

- metody Gaussa: 84318.26
- metody Gaussa z optymalizacją: 10870.25
- metody LU z biblioteki Eigen: 1505.29
- metody Gaussa-Seidela: 423261.40

4. Ekstrapolacja.

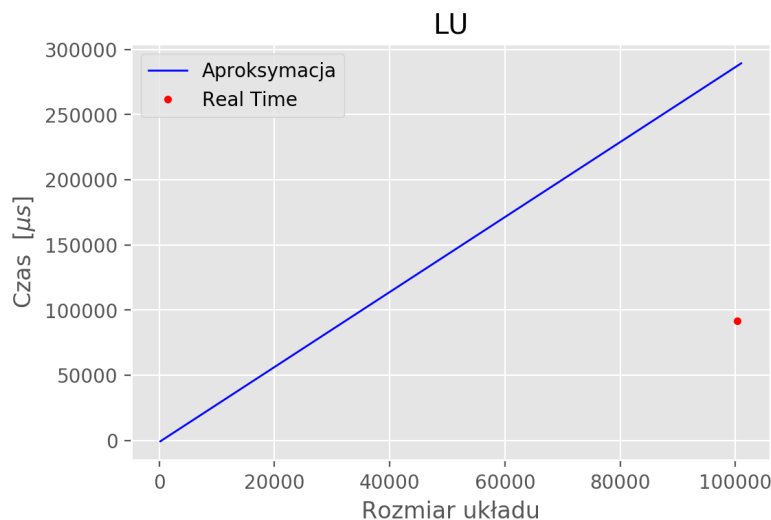
Przewidywane czasy uzyskane z ekstrapolacji dla układu o rozmiarze 100 000 równań.

- metody Gaussa: 443350542802.08 $\mu s \approx 123 h$
- metody Gaussa z optymalizacją: 698035758.42 $\mu s \approx 11 min$
- **metody LU z biblioteki Eigen: 286417.11 $\mu s \approx 0.286 s$**
- metody Gaussa-Seidela: 25776937310.96 $\mu s \approx 7 h$

Jak można było się spodziewać metoda LU z biblioteki Eigen, okazała się najszybsza.

5. Próba obliczenia problemu najszybszą metodą.

Dzięki temu, że korzystamy ze specjalnych struktur danych z biblioteki Eigen jesteśmy w stanie obliczyć układ o rozmiarze 100352 dla $N = 112$.



Jak widać na wykresie, rozwiązanie układu przebiegło około 3x szybciej niż przewidywaliśmy z wyników ekstrapolacji.