Bevezetés

08 February 2021 12:10

EA: Vizsga

AdatlapIP18
DM1E

kell Gy. jegy hozzá

Matematikai Logika

tagadás	negáció	$\neg A$
és	konjugáció	$A \wedge B$
vagy	diszjunkció	$A \vee B$
ha, akkor	implikáció	$A \Rightarrow B$
iff	ekvivalencia	$A \Leftrightarrow B$

V asszoc, komm, disztr. De-Morgan azonosság, kontrapozíció

$\neg(A \vee B) \Leftrightarrow \neg A \wedge \neg B$ $\quad$ $A \Rightarrow B \Leftrightarrow \neg B \Rightarrow \neg A$

szillogizmus (transitional)

$(A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow C) \Rightarrow (A \Rightarrow B)$ $\quad$ $(A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A) \Leftrightarrow (A \Leftrightarrow B)$

Egyéb logikai típusok

$A \vee B$: megengedő vagy

$A \oplus B$: kizáró vagy

$A || B$: összeférhetetlen vagy

A	B	$A \vee B$	$A \oplus B$	$A \| B$
I	I	I	H	H
I	H	I	I	I
H	I	I	I	I
H	H	H	H	I

ZH 1 Gy 1. MatLogika

19 March 2021 13:30

$\neg$ $\wedge$ $\vee$ $\Rightarrow$ $\Leftrightarrow$

$\vee$ megengedő, $\oplus$ kizáró, $\parallel$ összeférhetetlen

$\exists$ $\forall$

Különbség : $A\setminus B =: \{x\in A : x\notin B\}$ $\quad A\setminus B =: A\cap \overline{B}$

Részhalmaz : $\forall x\,(x\in A \Rightarrow x\in B)$

$\bigcup\{A,B\} =: A\cup B$

Ha $A\wedge B \neq \emptyset$ akkor diszjunktak

$\overline{A\cup B} = \overline{A}\wedge\overline{B}$

$\overline{A\wedge B} = \overline{A}\vee\overline{B}$

De-Morgan szabályok

$\triangle$ Szimmetrikus Diff $\quad (A\setminus B)\cup(B\setminus A)$

$(A\cup B)\setminus(B\wedge A)$

Relációk

$R\subseteq X\times Y$ akkor R egy reláció

(xRy)

$R\subseteq X\times X$ homogén binér reláció

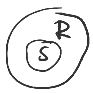
ÉT / dmn $\{x\in X \mid \exists y\in Y\ (x,y)\in R\}$

ÉK / rng $\{y\in Y \mid \exists x\in X\ (x,y)\in R\}$

$R|_A$ leszűkítés, ha $S\subseteq R$

$\boxed{S = R|_{\mathbb{R}_0^+}}$ pl. $\quad R=(x\ \ x^2)\mid\mathbb{R}$

$S=(\sqrt{x}\ \ x)\mid\mathbb{R}$

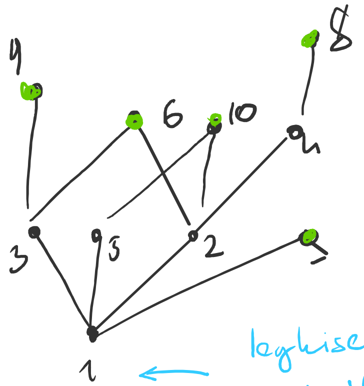


$=\ \leq\ \subseteq$	Reflexív	$\forall a \in A \Rightarrow (a,a) \in R$
$<$	Irreflexív	$\forall a \in A \Rightarrow (a,a) \notin R$
$=$	Szimmetrikus	$\forall (a,b) \in R \Rightarrow (b,a) \in R$
$=\ (<)\ \leq\ \subseteq$	Antiszimmetrikus	$\forall (a,b) \in R$ és $(b,a) \in R \Rightarrow a = b$
$=\ <\ \leq\ \subseteq$	Tranzitív	$(a,b) \in R$ és $(b,c) \in R \Rightarrow (a,c) \in R$
$<$	Trichotóm	$\forall (a,b) \in R \Rightarrow a = b \ ⓥ\ (a,b) \in R \ ⓥ\ (b,a) \in R$
$\leq$	Dichotóm	$\forall (a,b) \in R \Rightarrow (a,b) \cup (b,a) \in R$

csak az egyik lehet igaz

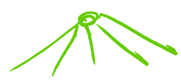
$\tilde{x} = [x] = \{y \mid y \sim x\}$ $\left\{\begin{array}{l}\text{szimmetrikus}\\ \text{reflexív}\\ \text{tranzitív}\end{array}\right\}$ Ekvivalenciaosztály

$x \preceq y$ $\left\{\begin{array}{l}\text{antiszimmetrikus}\\ \text{refl.}\\ \text{tranzitív}\end{array}\right.$ Részben rendezett



legnagyobb: nincs

maximális



legkisebb

minimális

ZH 1 GY 2. Komplex Számok

19 March 2021 17:08

$$(a+bi)+(c+di) = a+c+(b+d)i$$

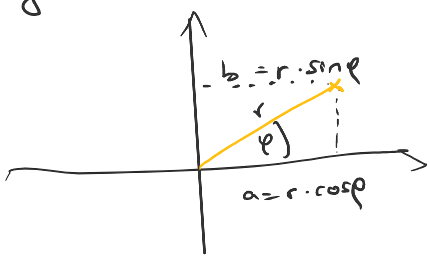
$$(a+bi)(c+di) = ac-bd+(ad+bc)i$$

$$z = a+bi \in \mathbb{C}$$

$$|z| = \sqrt{a^2+b^2}$$

$$\bar{z} = a-bi$$

Trigonometrikus alak



$$r = |z| = \sqrt{a^2+b^2}$$

$$\downarrow$$

$$r(\cos\varphi + \sin\varphi)$$

$$\arg \mid \text{argumentum}(z) \in [0, 2\pi)$$

Movire azonosságok

z, φ

w, ψ

$$zw = |z||w|\left(\cos(\varphi+\psi) + i\sin(\varphi+\psi)\right)$$

$$\frac{z}{w} = \frac{|z|}{|w|}\left(\cos(\varphi-\psi) + i\sin(\varphi-\psi)\right)$$

$$z^n = |z|^n\left(\cos n\varphi + i\sin n\varphi\right)$$

$$\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{|z|}\left(\cos\left(\frac{\varphi}{n} + \frac{2k\pi}{n}\right) + i\sin\left(\frac{\varphi}{n} + \frac{2k\pi}{n}\right)\right)$$

V1 Logika

01 June 2021 13:54

$A \vee B$ $A \oplus B$ $A \| B$

megengedő kizáró összeférhetetlen

idempotens $A \vee A = A$

asszociatív $A \vee (B \vee C) = (A \vee B) \vee C$

kommutatív $A \vee B = B \vee A$

disztributív $A \wedge (B \vee C) = (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$

De-Morgan $\neg(A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$

Russel Paradoxon

jó | $\boxed{\text{és}}$ | rossz halmazok $\Rightarrow$ Axiomatikus halmazelmélet

Meghatározottság:

egy halmazt az elemei egyértelműen meghatározzák

$A \triangle B$ (szimm. diff) $(A \setminus B) \cup (B \setminus A)$

Hatványhalmaz

$2^{\{A,B\}} = \{\emptyset, \{A\}, \{B\}, \{A,B\}\}$ $|2^A| = 2^{|A|}$ ← elemszám

Relációk

(x,y) ← rendezett pár

$X \times Y = \{(x,y) : x \in X, y \in Y\}$ ← descartes szorzat

$R \subseteq X \times Y$

↳ homogén binér reláció

Π ...

↳ homogén bináris reláció

I_X egyenlőségi

$\mathcal{F}$ $\{(X,Y) \in \mathcal{F} \times \mathcal{F} : X \subseteq Y\}$ részhalmaz

$$\mathrm{dom}(R) \longrightarrow \mathrm{rng}(R)$$

$R|_A$ R reláció A-ra leszűkítése

R^{-1} R inverze, ősképe

$R \circ S$ kompozíció

$=$ $\leq$ $\subseteq$	Reflexív	$\forall a \in A \Rightarrow (a,a) \in R$	csak az egyik lehet igaz
$<$	Irreflexív	$\forall a \in A \Rightarrow (a,a) \notin R$	
$=$	Szimmetrikus	$\forall (a,b) \in R \Rightarrow (b,a) \in R$	
$=$ $(<)$ $\leq$ $\subseteq$	Antiszimmetrikus	$\forall (a,b) \in R$ és $(b,a) \in R \Rightarrow a=b$	
$=$ $<$ $\leq$ $\subseteq$	Tranzitív	$(a,b) \in R$ és $(b,c) \in R \Rightarrow (a,c) \in R$	
$<$	Trichotóm	$\forall (a,b) \in R \Rightarrow a=b \vee (a,b) \in R \vee (b,a) \in R$	
$\leq$	Dichotóm	$\forall (a,b) \in R \Rightarrow (a,b) \cup (b,a) \in R$	

ekvivalenciaosztály

$x \sim y$, ha $5 \mid (x-y)$

$[x] = \{y \mid x \sim y\}$ $\quad \tilde{x}$

részben rendezés

$x \preccurlyeq y$

pl: $\mathbb{R}$-en $\leq$ rendezés

$\mid$ (osztója) részben rendezés

↳ Hasse diagram

minimális — maximális

legkisebb — legnagyobb

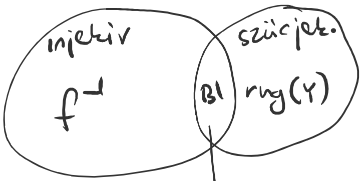
Szigorú rendezés

$\prec$, $<$

$\mathbb{R}$-en $<$

Függvény $\quad f \subseteq X \times Y$

$f \in X \to Y$



$f: X \to Y$ permutáció

Fv-kompoz:

unér / binér művelet

$-(A)$ $\quad *(A,B)$ $\quad \mathbb{R}$ $\quad \mathbb{R}$-en $\div$ nem művelet,

$-\left(\frac{1}{A}\right)$ $\quad \div\left(\frac{A}{B}\right)$ $\quad \mathbb{R}^*$ $\quad$ mert $dmn(\div) \neq \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

de $\mathbb{R}^* (\setminus\{0\}$ on az

V2 Trigonometria

01 June 2021 19:17

számfogalom

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$$

kombex szám $z = a + bi$

$Re(z) = a$

$Im(z) = b$

algebra alaptétele: n-edfokú polinomnak létezik n gyöke $\mathbb{C}$-n

absz. érték

$$|a+bi| = \sqrt{a^2+b^2}$$

konjugált

$$z = a+bi \Rightarrow \bar{z} = \overline{a+bi} = a - bi$$

$$z \cdot \bar{z} = |z|^2$$

$$\frac{z}{w} = \frac{z\bar{w}}{w \cdot \bar{z}}$$

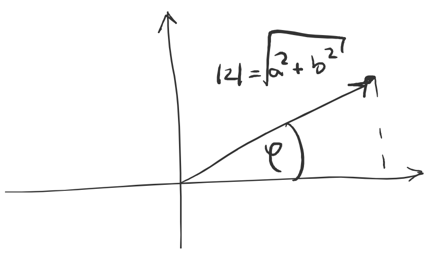
$$|z \cdot w| = |z| \cdot |w|$$

$$|z + w| = |z| + |w|$$

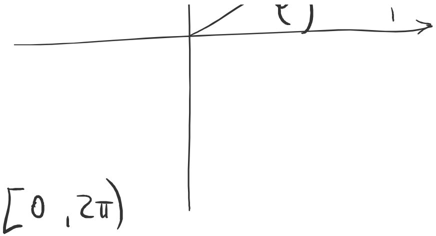
T

$$r = \sqrt{a^2+b^2} = |z|$$

$$\boxed{z = r(\cos\varphi + i \cdot \sin\varphi)}$$



$$\boxed{z = r(\cos\varphi + i\cdot\sin\varphi)}$$



argumentum: $\arg(z) \in [0, 2\pi)$

Moivre-azonosságok

$$zw = |z||w|\left(\cos(\varphi+\theta) + i\cdot\sin(\varphi+\theta)\right)$$
$$\frac{z}{w} = \frac{|z|}{|w|}\left(\cos(\varphi-\theta) + i\cdot\sin(\varphi-\theta)\right)$$
$$z^n = |z|^n\left(\cos(n\varphi) + i\cdot\sin(n\varphi)\right)$$

$$\cos(\varphi+\theta) = \cos\varphi\cos\theta - \sin\varphi\sin\theta$$
$$\sin(\varphi+\theta) = \cos\varphi\sin\theta + \cos\varphi\sin\theta$$

$$w_k = \sqrt[n]{|z|}\left(\cos\left(\frac{\varphi}{n} + \frac{2k\pi}{n}\right) + i\sin\left(\frac{\varphi}{n} + \frac{2k\pi}{n}\right)\right)$$

n darab különböző gyöke van

N-edik egységgyök:

$\epsilon^n = 1$

$$\epsilon_k = \epsilon_k^{(n)} = \underbrace{\cos\frac{2k\pi}{n} + \sin\frac{2k\pi}{n}}\quad ; \quad k = 0, 1 \dots n$$

két komplex szám egyenlő, ha

$|z| = |w|$

$\varphi = \theta + 2k\pi$ → emiatt tud periodikus lenni

Hatvány rend

$o(z)$ hatvány rendje

$1 \longrightarrow 1$, 1, 1, 1

$2 \longrightarrow \infty$, 2, 4, 8, 16

$i \longrightarrow 4$ 1, i, -1, $-i$

$i \longrightarrow 4 \qquad 1,\ i,\ -1,\ -i$

$-1 \longrightarrow 2 \qquad 1,\ -1,\ 1$

$\vdots$

mindegyik hatvány különbözik

$\|$

$z \in \mathbb{C}$, ha z nem egységgyök $\longrightarrow o(z) = \infty$

vagy

z primitív n-edik egységgyök, ha $o(z) = n$

periodikusan ismétlődik

és $d \in \mathbb{N}^+$ $z^d = 1$

$o(z) = d$ és z hatványai $o(z)$ szerint ismétlődnek

$$\varepsilon_k = \sin\frac{2k\pi}{n} + \cos\frac{2k\pi}{n} \quad n\text{-edik } o(z) \longrightarrow$$

Iff n és k relatív prím!

kvaterniók, exponenciális alak

V3 Kombinatorika

01 June 2021 19:45

permutáció ~ sorbarendezés

$\cancel{\circlearrowleft}$ n darab különböző

$n!$

$\circlearrowleft$ csoportok

$$\frac{(a_1+a_2+a_3)!}{a_1! \cdot a_2! \cdots}$$

variáció ~ kiválasztás

$\cancel{\circlearrowleft}$

$$\frac{n!}{(n-k)!}$$

$\circlearrowleft$

n^k

n-ből k-t

$\boxed{\text{kombi}}$náció ~ csoportosítás

$\cancel{\circlearrowleft}$

$$\binom{n}{k}$$

n-ből k-t

$\circlearrowleft$

$$\binom{n+k-1}{k}$$

n-ből k-szor

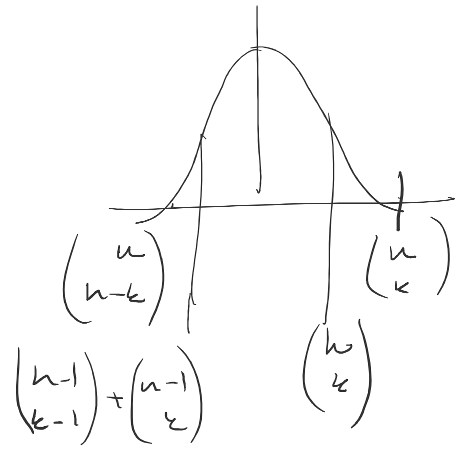
	PERMUTÁCIÓ	VARIÁCIÓ	KOMBINÁCIÓ
sorrend számít	✓	✓	×
minden elemet?	✓	(~)	—
	"$\circlearrowleft$" $\quad\varnothing$	$\circlearrowleft \quad \varnothing$	$\circlearrowleft \quad \varnothing$

lekepezés	"$\circlearrowright$" $1 \to 1$	$\emptyset$	$\circlearrowright$ $n \to k$	$\emptyset$ $1 \xrightarrow{k} 0,1$	$\circlearrowright$ $n \to k$	$\emptyset$ $1 \xrightarrow{k} 0,1$
	azonos elemek $\frac{(k_1+k_2+\dots)!}{k_1! \cdot k_2! \cdot k_3!}$	$n!$	n^k	$\frac{n!}{(n-k)!}$	$\binom{n+k-1}{k}$	$\binom{n}{k}$

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}$$

binomiális tétel

$$(x+y)^n \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} x^k \cdot y^{n-k}$$



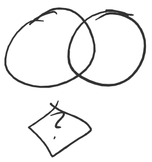
pascal háromszög

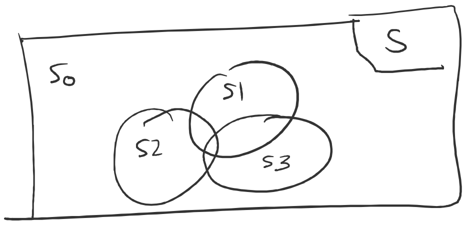
$$\sum \binom{n}{k} = 2^n$$

Skatulya-elv

$\left.\begin{array}{l} \boxed{n+1 \text{ berakodó}} \\ \boxed{n \text{ hely}} \end{array}\right\}$ legalább 1-ben kétszer lesz

Szita Módszer

 $= A + B - A \cap B$



$X \sim Y$ halmaz ekvivalens, ha létezik bijekció

Ha n $\mathbb{N}$ $\{1 \dots n\}$

$\boxed{f: X \to Y \text{ bijekció}}$ $\Rightarrow$ megszámlálás

$|X|$ számossága

V4 Gráfok

02 June 2021 19:58

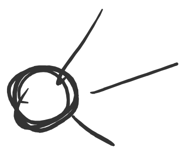
$G = (V, E, \varphi)$

- V → csúcs
- E → élek
- φ → $\varphi \quad E \to \{\{u,v\} \in V\}$

→ ha $u = v$ akkor hurokél

→ ha $\varphi(e) = \varphi(e')$ akkor ph. él

egyszerűgráf ha egyik sincs benne



fokszám: illeszkedő élek száma

$\deg(v)$

izolált csúcs: $\deg(v) = 0$

$\forall \deg(v)$ azonos → reguláris

fokszámösszeg $G = (E, V, \varphi)$ → $\boxed{\sum_{v \in V} d(v) = 2|E|}$

izomorf: $\exists$ bijektív leképezés $E \to E'$, $V \to V'$ között

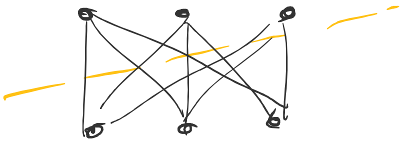
teljes gráf: $\forall$ csúcs szomszédos

n csúcsú gráfnak $\frac{n(n-1)}{2} == \binom{n}{2} == K_n$

K_4 C kör/ciklus 4 P ösvény/út S_4 csillag

páros gráf: "kettő lehet vágni, hogy diszjunkt legyen"
"V-nek létezik V' V'' felbontása, hogy V' élének vége V''-ben legyen.

$K_{n,m}$



részgráf: élek elhagyása
feszített részgráf: E' tartalmazza az összes élet ami V'-ben van

komplementer: $\overline{G}$

feszítő részgráf: G-ből E' élhalmazt töröljük

séta

(zárt lugit)

Ha összes él különbözik, akkor vonal
Ha összes csúcs –"–, akkor út
Ha kezdő és végpont azonos, akkor kör

összefüggő: bármely két pontja összeköthető sétával
$v \sim v'$ pontosan akkor ha van véges út $v \leftrightarrow v'$
↳ ez meghatároz egy komponenst
↳ összefüggő iff egy komponense van

Fák

Fa: összefüggő és körmentes

- → G fa
- → G összefüggő de bármely él elhagyásával már nem
- → u és u' között 1 út van
- → G-nek nincs kör, de bármely új él hozzáadásával a kapott gráf már tartalmaz

λ) G-ben nincsen kör, de van él, akkor legalább 2 elsőfokú csúcsa van

- → G fa
- → G-ben nincsen kör és n-1 éle van
- → G összefüggő és n-1 éle van

Feszítőfája: G és G' csúcshalmaza megegyezik,
G' fa → minden fának létezik

erdő ⇒ feszítőerdő   E, γ

Elvágó élhalmaz

$G=(\varphi, E, V)$ $v, v' \in V$ és $E' \subset E$

E' elvágja a v, v' csúcsokat, ha $\forall$ vv' út tartalmaz E'-beli élet

vágás: ha nincs egy elvágó élhalmaznak részhalmaza ami e.é.h.

↳ ≈ legkisebb

Euler-vonal

gráf minden éle (1x) (nyit / zárt / nem létezik)

G-ben $\Rightarrow$ $\exists$ Euler zárt vonal, ha $\Leftrightarrow$

$\rightarrow$ $\forall$ csúcs foka páros

$\rightarrow$ összefüggő (izolált csúcsok (?)

Hamilton út | kör

egy út/kört amiben a gráf $\forall$ csúcsa (1x) szerepel, Hamilton körnek/csúcsnak nevezzük

Dirac tétel

$G = (\varphi, \overline{E}, V)$

$\rightarrow$ egyszerű

$\rightarrow$ 2< de véges sok éle van és

$\rightarrow$ $|E| \geq |V|/2$

akkor lehet Hamilton kör

V5 Gráfok II.

02 June 2021 20:39

Címkézett gráf / színezett gráf

$G = (\varphi, E, V)$ $\quad \underbrace{C_e \quad C_v}_{\text{él és csúcscímkék}}$

$$\underbrace{\begin{matrix} c_e : E \to C_e \\ c_v : V \to C_v \end{matrix}}$$

$G = (\varphi, E, V, c_e, c_v, C_e, C_v)$ címkézett gráf

$C_e = \mathbb{R} \Rightarrow$ élsúlyozott

$C_v = \mathbb{R} \Rightarrow$ csúcssúlyozott

Min-súlyú feszítőerdő keresése

él súlya $w(e)$, gráf súlya $\sum_{e \in E} w(e)$

↳ keressük $\boxed{\text{min}}$ feszítőerdőt.

Mohó algoritmus ⇝ minden lépésben a legjobbat választja

Kruskal

üres gráfból indulva mindig hozzáadjuk a minimális súlyú élt amiből még nem keletkezik kör

Fordított mohó

elhagyjuk a gráf köréből maximális élét

Irányított gráfok

$G = (\psi, E, V)$ irányított gráf, ha

$\psi : E \to V \times V$ ← rendezett pár $\quad (v, v')$

kezdő $\quad$ végpont

[illegible] leképezés

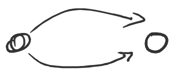
$\psi : E \to V \times V$ ← rendezett pár (v, v')

$\nearrow$ kezdő $\nwarrow$ végpont

↳ illeszkedési leképezés

$G \underset{\text{leképezés}}{\overset{\text{irányítása}}{\rightleftarrows}} G'$

$\psi(e) = (v, v')$ $\varphi(e) = \{v, v'\}$



párhuzamos él $e \neq e'$ esetén $\psi(e) = \psi(e')$

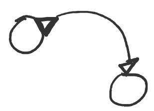
kifok $\deg^+$

befok $\deg^-$

$\deg^+ = 0$ nyelő

$\deg^- = 0$ forrás

$$\sum_{v \in V} d^+(v) = \sum_{v \in V} d^-(v) = |E|$$



- izomorf
- irányított részgráf

$G' \underset{\text{szupergráf}}{\overset{}{\rightleftarrows}} G$

$E' \subset E$
$V' \subset V$
$\psi' \subset \psi$ $(\psi' = \psi|_{E'})$

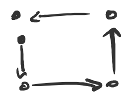
feszített / telített irányított részgráf:

Ha minden élet tartalmaz ahol az él kezdő és végpontja is V'-ben van

- komplementer

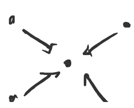
$\boxed{\text{TODO : TÖRLÉS}}$

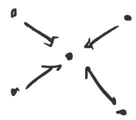
$\overrightarrow{C_n}$ irányított ciklus



$\overrightarrow{P_n}$ ösvény

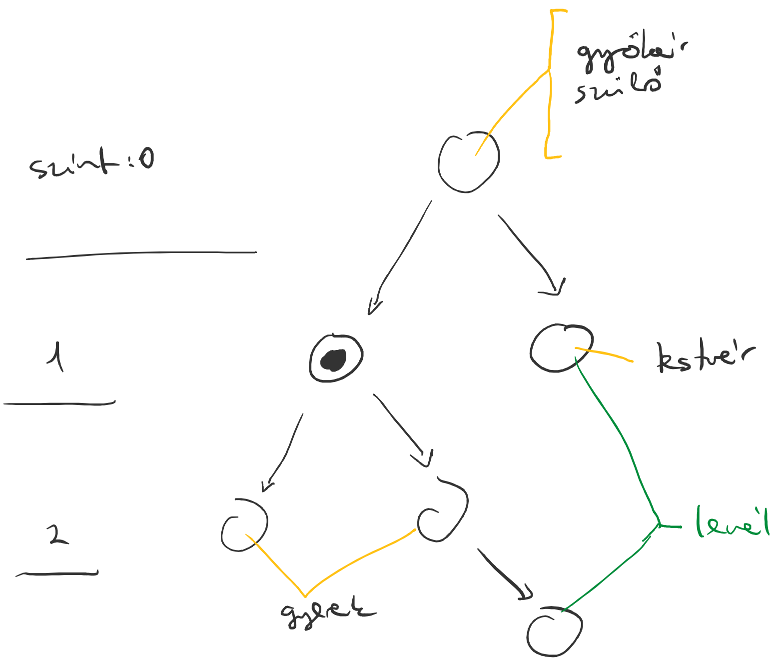
$\overrightarrow{S_n}$ csillag



$\vec{S}_n$ csillag 

erősen összefüggő : bárhely csúcsból bárhova

Irányított fa :



Dijkstra

$G = (\psi, E, V, w)$ élsúlyozott, irányított

$s \in V$, $T \subset V$

1 [$S = \emptyset$ $H = \{s\}$ $f(s) = 0$, $\forall v$-re $f(v) = \infty$

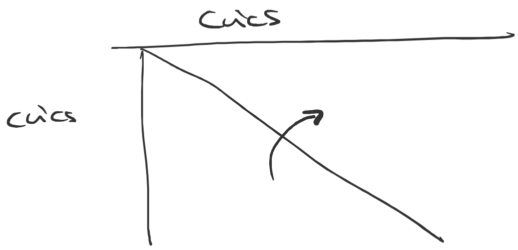
2 [Ha $T \subset S$ $\cup$ $H = \emptyset$ break;

3
- $t \in H$ csúcs, amire $f(t)$ min.
- $H \setminus t$, $S \cup t$.
- $\forall e$ él ahol $\psi(t,v)$, $v \in V \setminus S$ -re:
- Ha $f(t) + \omega(e) < f(v)$
  - ① $f(v) := f(t) + \omega(e)$
  - Ha $v \notin H$
  - ① $V \setminus v$ $H \cup v$

Gráf Mátrixa

Illeszkedési mátrix

csúcsmátrix



Prüfer kód

$F = (\varphi, E, V, \omega)$ csúcscímkézett $\boxed{\text{fa}}$

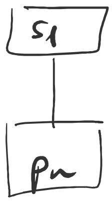
$\omega \in [1, n] \in \mathbb{N}$

1) töröljük legkisebb sorszámút elsőfokú címek közül
   → szomszédjának számát felírjuk

2) utolsó szám n-. elhagyjuk.

$P = p_1 p_2 \cdots p_{n-1} = n$

1) kódban nem szereplő legkisebb szám



első szám a kódban

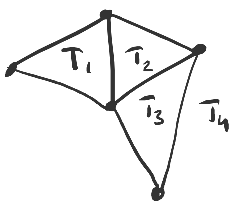
Síkgráfok

$G=(\varphi, E, V)$ síkgráf, ha felrajzolható síkra (élek metszése nélkül)

Fáry: Egyszerű síkgráfnak $\exists$ repr, hogy az élek egyenes szakasz

Síkra = Gömbre rajzolható

tartomány: élek által határolt területek



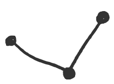
Euler formula
poliéderekkel : $G=(\varphi, E, V)$

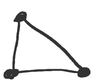
t = tartományok száma

$$\boxed{|E|+2 = |V|+t}$$

Ha G egyszerű akkor

$$\boxed{|E| \leq 3|V|-6}$$

$\rightarrow$ $|V|=3$: P_2 :  2 $9-6$

C_3 :  3 $9-6$

→ $|V| > 3$ legalább 3 él van.

G egyszerű ⇒ minden tartomány 3 él △

⇒ élek száma min $\boxed{3t}$

minden él max 2 tartományt választ el : $3t \leq 2|E|$

$\oplus$

$3(|E| + 2 - |V|) \leq 2|E| \Leftarrow |E| + 2 \leq |V| + t$

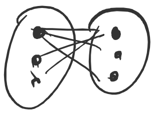
Ha $G = (\varphi, E, V)$ akkor

EGYSZERŰ SÍKGRÁF

$$\boxed{\delta = \min_{v \in V} d(v) \leq 5}$$

$d(v) = 5 \rightarrow$ ikozaéder

Páros síkgráf



$G = (\varphi, E, V)$ $\quad V = A \uplus B$

$|V| = |A| + |B| \geq 4$

$$\boxed{|E| \leq 2|V| - 4}$$

$K_{3,3}$ → $\boxed{\text{Nem síkgráf}}$ ← K_5

$|E| = 3 \cdot 3 = 9$ $\quad$ $|E| = 10$

$|V| = 3 + 3 = 6$ $\quad$ $|V| = 5$

$9 \leq 12 - 4$ ↯ $\quad$ $10 \leq 15 - 6$ ↯

topologikusan izomorf

$\boxed{\text{másodfokú csúcs törlése}}$ ⇄ $\boxed{\text{szomszédjait összekötjük}}$

Kuratowski

egy egyszerű gráf topologikusan izomorf ha
nincs olyan részgráfja ami top. izom. K_5 $K_{3,3}$-al

Gráfok Színezése

→ négyszíntétel

jólszínezés : szomszédos csúcsok színe különböző
kromatikus szám : legkisebb n amire G jól színezhető
- 1 ha nincs éle
  2 ha páros
  4 max

$\chi(G)$

színosztály : azonos színű csúcsok

Klikk

G teljes részgráfja. legnagyobb klikk csúcsszáma: $\omega(G)$
↳ gráf klikkszám

Független Csúcshalmaz

csúcshalmaz amelyek közül egyik sincs összekötve $\alpha(G)$
→ jólszínezés esetén minden színosztály független halmaz,
de nem feltétlenül $\alpha(G)$

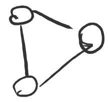
Egyszerű gráf :
$\omega(G) = \alpha(\overline{G})$ és fordítva

$\forall G$-re $\underbrace{\chi(G)}_{\text{kromatikus szám}} \geq \underbrace{\omega(G)}_{\text{klikkek száma}}$

Mycielsky

Minden $k \geq 2$-re konstruálható G_k gráf, hogy

$$\chi(G_k) = k \quad \text{de} \quad \underbrace{\omega(G_k < 3)}_{\text{nincs háromszög}}$$



$\boxed{\text{TODO}}$

$\uparrow \Delta(G)$ fok csúcsszám $\downarrow \delta(G)$

$\forall G$-re : $\chi(G) \leq \Delta(G) + 1$

Brooks tétele : $\begin{cases} \text{nem teljes} \\ \text{nem ptlan-hosszú Ciklus} \end{cases}$

$$\chi(G) \leq \Delta(G)$$

Hatszíntétel

Ha G síkgráf, akkor $\chi(G) \leq 6$

- Ha $|V| \leq 6$ akkor triviális
- $\boxed{\text{TODO}}$

Ötszíntétel

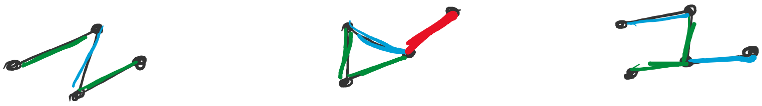
$\boxed{\text{TODO}}$

Élszínezés

élszínezés részszínezés → közös végpont → szín különböző

Élszínezés

hurokmentes gráf élszínezés pólszínezés → közös végpont → szín különböző



✓ × ×

k szín, k színosztály → élkromatikus szám

$\chi'(G)$

$\forall G$-re $\chi' \geq \Delta(G)$

minden egyszerű síkbarajzolható gráfra: $\Delta(G) \leq \chi_e(G) \leq \Delta(G)+1$