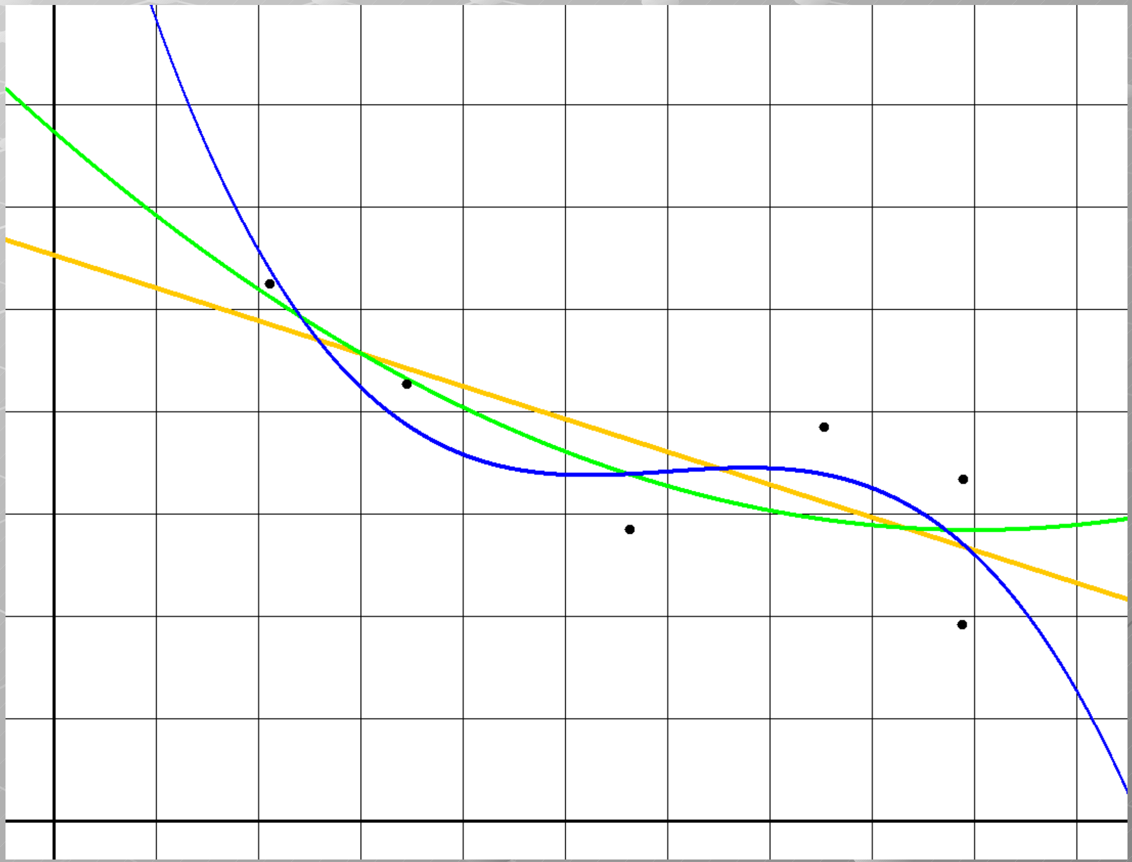
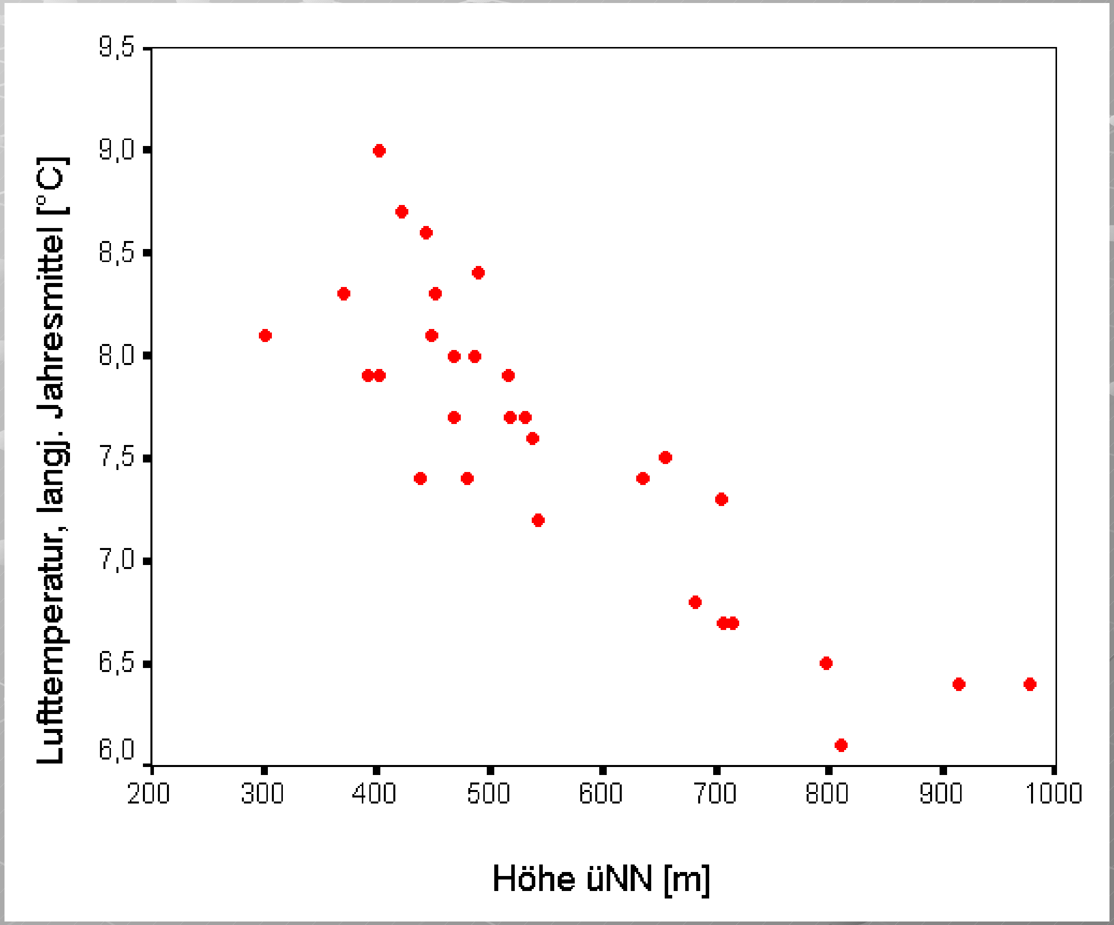
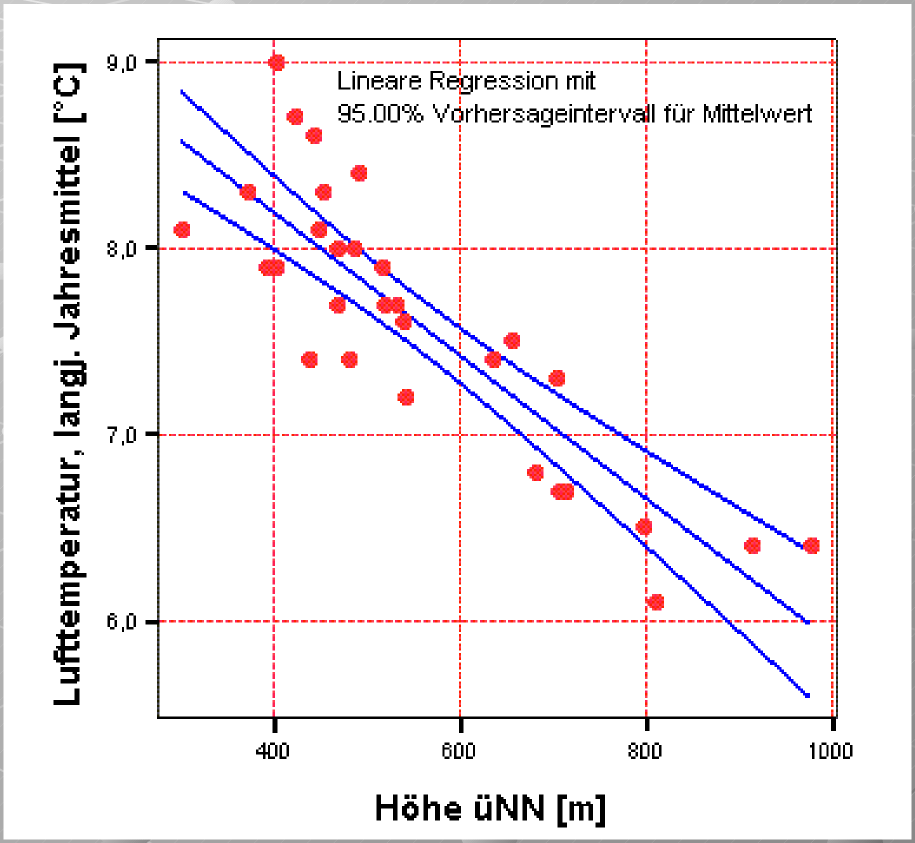
Polynomiale Regression



Problemstellung

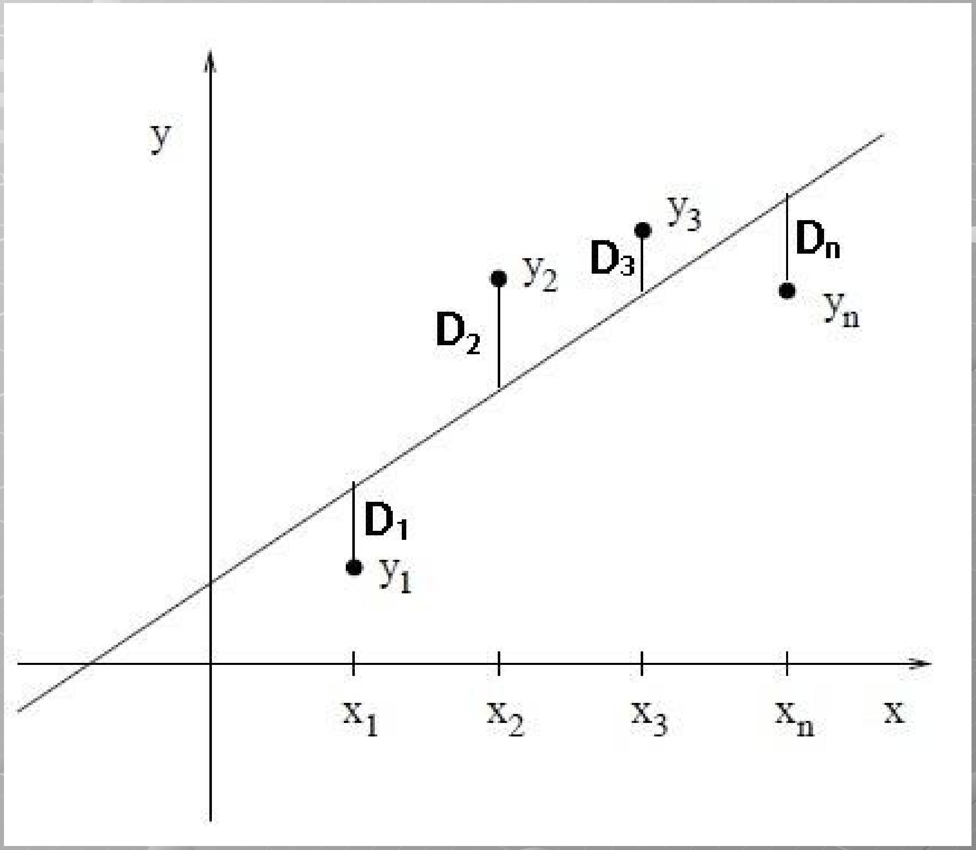


Problemstellung



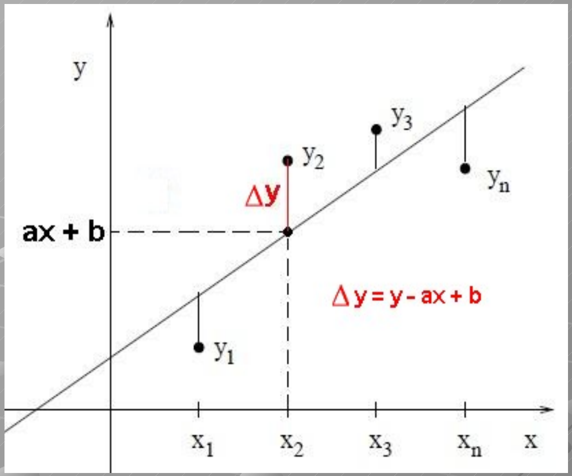
- Finden einer Ausgleichsgeraden
- Regression → „Rückführung auf eine Funktionsgleichung“

Lineare Regression



- Bestimmen einer linearen Funktion, bei der die Abstände der Punkte minimal sind

Lineare Regression



- Funktionsgleichung: $y = a \cdot x + b$
- Gesucht sind Werte für a und b
- Der Abstand eines Punktes kann mit $\Delta y = y - a \cdot x + b$ berechnet werden
- Die Summe der quadratischen Abstände soll minimal werden:

$$Q(a, b) = \sum_{k=1}^{n} \left(a \cdot x_k + b - y_k\right)^2$$

- Durch Differentiation und Umformungen erhält man schließlich die Hesse-Matrix

Hesse-Matrix

$$\begin{pmatrix} \sum_{k=1}^{n} x_k^2 & \sum_{k=1}^{n} x_k \\ \sum_{k=1}^{n} x_k & n \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{k=1}^{n} x_k y_k \\ \sum_{k=1}^{n} y_k \end{pmatrix}$$

Mit Hilfe der Determinante

$$\det(H) = n \cdot \sum_{k=1}^{n} x_k^2 - \left(\sum_{k=1}^{n} x_k \right)^2$$

können die beiden Koeffizienten a und b berechnet werden:

$$a = \frac{1}{D} \begin{pmatrix} \sum_{k=1}^{n} x_k y_k & \sum_{k=1}^{n} x_k \\ \sum_{k=1}^{n} y_k & n \end{pmatrix}$$

$$b = \frac{1}{D} \begin{pmatrix} \sum_{k=1}^{n} x_k^2 & \sum_{k=1}^{n} x_k y_k \\ \sum_{k=1}^{n} x_k & \sum_{k=1}^{n} y_k \end{pmatrix}$$

Quadratische und kubische Regressionskurven

- Das Prinzip der linearen Regression kann auf Polynome *n*ten-Grades erweitert werden

- Für ein Polynom *n*ten-Grades wird eine Hesse-Matrix des Typs n x n benötigt

- So sind auch quadratische und kubische Regressionskurven möglich

Programm

- Lineare, quadratische und kubische Regressionsgeraden berechnen und graphisch veranschaulichen
- Interaktiv: Hinzufügen, Löschen und Verschieben von Punkten durch den Benutzer möglich
- zum flüssigen und ruckelfreien Bildaufbau: *double buffering*