

## Práctica 2: Algoritmos Divide y Vencerás

Daniel Bolaños Martínez, José María Borrás Serrano,  
Santiago De Diego De Diego, Fernando De la Hoz Moreno

ETSIIT

# Serie Unimodal de Números

## Presentación del problema

Sea un vector  $\mathbf{v}$  de números de tamaño  $\mathbf{n}$ , todos distintos, de forma que existe un índice  $\mathbf{p}$  (que no es ni el primero ni el último) tal que a la izquierda de  $\mathbf{p}$  los números están ordenados de forma creciente y a la derecha de  $\mathbf{p}$  están ordenados de forma decreciente.

Para resolver el problema, hemos diseñado un algoritmo basado en "**divide y vencerás**" el cual tiene como objetivo encontrar el valor máximo de una serie unimodal. El orden de eficiencia de este algoritmo es  $O(\log(n))$  y lo hemos comparado con el algoritmo trivial para este problema que es de orden  $O(n)$ .

# Método Divide y Vencerás

## Pasos del método general

- Dividir el problema  $P$  en varios subproblemas  $P_i$
- Resolver los subproblemas
- Combinar las soluciones  $S_i$  de los subproblemas para obtener la solución  $S$  del problema inicial

# Desarrollo de la Práctica

Para la comparación hemos obtenido unas tablas en las que se muestran el tiempo de ejecución según distintos número de elementos en los vectores, hemos representado los datos en una gráfica y hemos ajustado estos datos a la función obtenida por la eficiencia teórica usando el ajuste de **mínimos cuadrados**.

# Código Divide y Vencerás

## Listing 1: Función unimodal DyV

```
int unimodal(vector<int> v)
{
    bool fin=false;
    int maximo=v.size()-1;
    int indice=maximo/2;
    int minimo=0;

    while(!fin)
    {
        if(v.at(indice-1)<v.at(indice))
            if(v.at(indice+1)<v.at(indice))
                fin=true;
            else
            {
                minimo=indice;
                indice=indice+((maximo-indice)/2);
            }
        else
        {
            maximo=indice;
            indice=minimo+((indice-minimo)/2);
        }
    }
    return indice;
}
```

## Listing 2: Función main DyV

```
int main(int argc, char* argv[])
{
    vector<int> array;
    int valor = -1;
    double suma=0;

    int v_size = atoi(argv[1]);
    array.resize(v_size);

    for(int i=0; i<100; ++i)
    {
        int p = 1 + rand() % (v_size - 2);
        array.at(p) = v_size - 1;
        for (int i=0; i<p; i++)
            array.at(i)=i;
        for (int i=p+1; i<v_size; i++)
            array.at(i)=v_size-1-i+p;

        clock_t tantes;
        clock_t tdespues;
        tantes=clock();
        valor = unimodal(array);
        tdespues=clock();
        suma += (double)(tdespues - tantes) / CLOCKS_PER_SEC;
    }
    cout << v_size << " " << suma/100 << endl;
}
```

## Listing 3: Función unimodal Secuencial

```
int unimodal_secuencial(vector<int> v)
{
    bool fin=false;
    int indice=1;

    while(!fin)
    {
        if(v.at(indice+1)<v.at(indice))
            fin=true;
        else
            indice++;
    }

    return indice;
}
```



## Listing 4: Función main Secuencial

```
int main(int argc, char* argv[])
{
    vector<int> array;
    int valor = -1;
    double suma=0;

    int v_size = atoi(argv[1]);
    array.resize(v_size);

    for(int i=0; i<100; ++i)
    {
        int p = 1 + rand() % (v_size - 2);
        array.at(p) = v_size - 1;
        for (int i=0; i<p; i++)
            array.at(i)=i;
        for (int i=p+1; i<v_size; i++)
            array.at(i)=v_size-1-i+p;

        clock_t tantes;
        clock_t tdespues;
        tantes=clock();
        valor = unimodal_secuencial(array);
        tdespues=clock();
        suma += (double)(tdespues - tantes) / CLOCKS_PER_SEC;
    }
    cout << v_size << " " << suma/100 << endl;
}
```

# Tabla Datos DyV

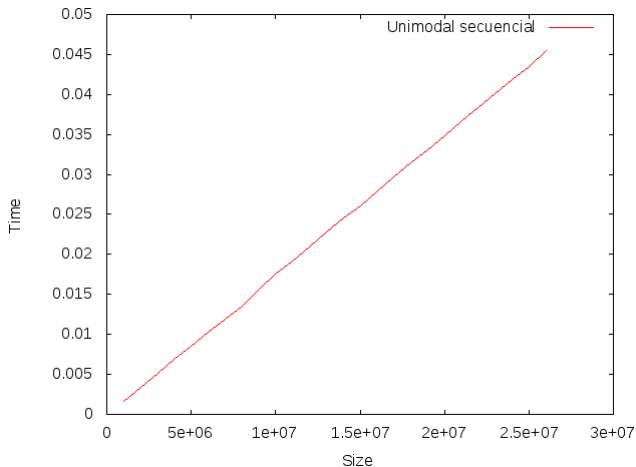
Tamaño Vectores	Tiempo Divide y Vencerás
1048576	7.796e-05
2097152	0.00016308
4194304	0.00038871
8388608	0.00117717
16777216	0.00227126
33554432	0.00456919
67108864	0.00894183
134217728	0.0170173
268435456	0.0335588
536870912	0.0668834

# Tabla Datos Secuencial

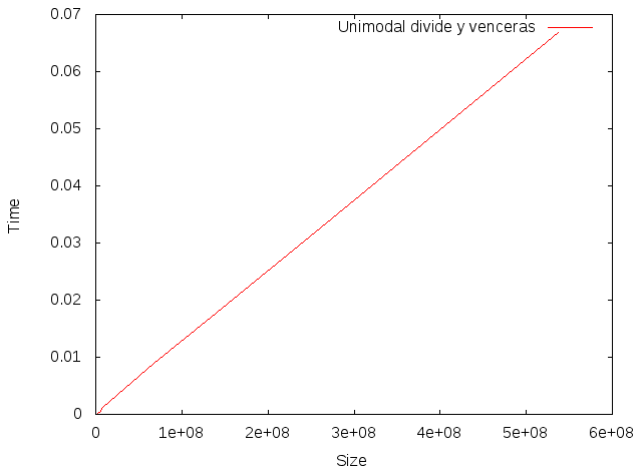
Tamaño Vectores	Tiempo Secuencial
1000000	0.00169148
2000000	0.00341387
3000000	0.00515229
4000000	0.00688878
5000000	0.00583811
6000000	0.0102687
7000000	0.0119547
8000000	0.013579
9000000	0.0157071
10000000	0.017487
11000000	0.0192033
12000000	0.0209426

Tamaño Vectores	Tiempo Secuencial
13000000	0.022794
14000000	0.0245116
15000000	0.0260875
16000000	0.0278383
17000000	0.0296462
18000000	0.0314487
19000000	0.033057
20000000	0.0348266
21000000	0.0367226
22000000	0.0383142
23000000	0.0401301
24000000	0.0418608
25000000	0.0434716
26000000	0.0455227

# Eficiencia en el caso secuencial



# Eficiencia en el caso Divide y Vencerás



# Ajuste híbrido en el caso secuencial

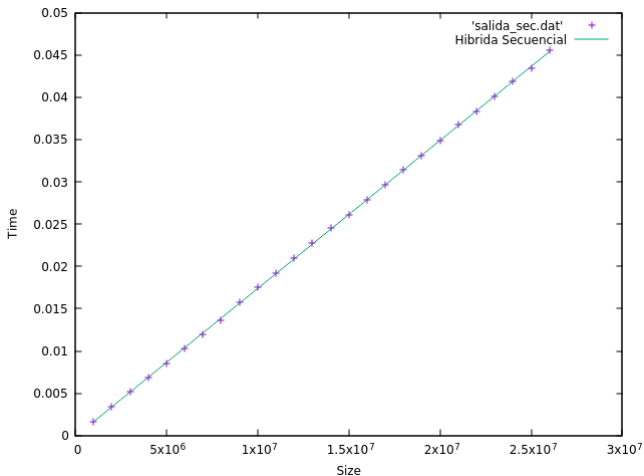


Figura: Ajustada a la función  $f(x) = a_0 \cdot x + a_1$

$$f(x) = a_0 \cdot x + a_1$$

$$a_0 = 1,75072e - 09$$

$$a_1 = -0,000131396$$



# Ajuste híbrido en el caso Divide y Vencerás

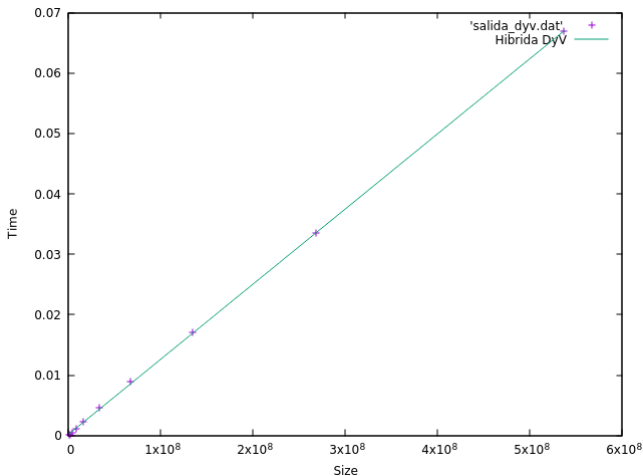


Figura: Ajustada a la función  $f(x) = a_0 \cdot \log(x) + a_1 \cdot x + a_2$

$$f(x) = a_0 \cdot \log(x) + a_1 \cdot x + a_2$$

$$a_0 = 1,75072e - 09$$

$$a_1 = 1,24488e - 10$$

$$a_2 = 0,000151147$$

- Unimodal secuencial:

Coeficiente de correlación en el caso lineal:

0,999967757

Coeficiente de correlación en el caso logarítmico:

0,999967634

- Unimodal Divide y Vencerás:

Coeficiente de correlación en el caso lineal:

0,993561274

Coeficiente de correlación en el caso logarítmico:

0,99566217

En el caso secuencial el ajuste **lineal** es mejor, mientras que en Divide y Vencerás el mejor ajuste es el **logarítmico**.

# Umbral de la eficiencia

En algunos casos el algoritmo **secuencial** podría resultar más eficiente que el logarítmico, si tomásemos por ejemplo, tamaños pequeños para los vectores.

Por tanto sería interesante calcular el tamaño de los vectores a partir del cual es mejor usar una versión que otra y en el caso de que exista tal punto, añadir en el código que hasta ese valor, ejecutase el algoritmo que en cada caso fuese más eficiente.

Para ello representaremos en una gráfica ambas versiones para mismos valores e intentaremos encontrar este **punto umbral**.

# Gráfica Umbral

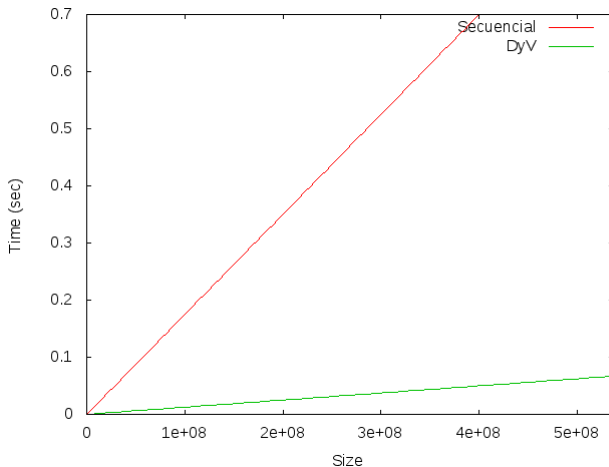


Figura: Gráfica umbral de ambas versiones del programa

La gráfica umbral obtenida representa los dos algoritmos muestra que para todos los valores, el algoritmo programado con la metodología de divide y vencerás siempre es más **eficiente** que el secuencial, por tanto obviaremos lo dicho anteriormente, puesto que siempre será mejor usar este programa para cualquier valor de vectores.

# Conclusión

Como podemos observar, el mismo problema se puede resolver de forma más rápida y eficiente si empleamos un algoritmo de tipo Divide y Vencerás que uno secuencial.

En este caso con **Divide y Vencerás** podemos conseguir que la eficiencia del algoritmo pase de ser  $O(n)$  a  $O(\log n)$ , por lo que somos capaces de procesar muchos más datos en un tiempo menor.

De esta forma se puede concluir que siempre será **más** eficiente resolver el problema utilizando nuestro algoritmo DV que por el método secuencial.