Autómatas de Pila (PDAs)

Implementación de Métodos Computacionales (TC2037)

M.C. Xavier Sánchez Díaz

sax@tec.mx

Tecnológico de Monterrey

¿Autómatas de Pila?

Descripción informal de un PDA

Un Autómata de Pila (AP o PDA por sus siglas en inglés) es un Autómata pero con una pila (*stack*).

El autómata tiene una pila, la cual sirve como **memoria** extra para poder hacer operaciones más complicadas.

Los Autómatas de Pila son **equivalentes** a las Gramáticas Libres de Contexto—sirven para representar lenguajes libres de contexto.

¿Autómatas de Pila?

Descripción informal de un PDA

Un Autómata de Pila (AP o PDA por sus siglas en inglés) es un Autómata pero con una pila (*stack*).

El autómata tiene una pila, la cual sirve como **memoria** extra para poder hacer operaciones más complicadas.

Los Autómatas de Pila son **equivalentes** a las Gramáticas Libres de Contexto—sirven para representar lenguajes libres de contexto.

¿Autómatas de Pila?

Descripción informal de un PDA

Un Autómata de Pila (AP o PDA por sus siglas en inglés) es un Autómata pero con una pila (*stack*).

El autómata tiene una pila, la cual sirve como **memoria** extra para poder hacer operaciones más complicadas.

Los Autómatas de Pila son **equivalentes** a las Gramáticas Libres de Contexto—sirven para representar lenguajes libres de contexto.

¿Qué es un Autómata de Pila?

Descripción informal de un PDA

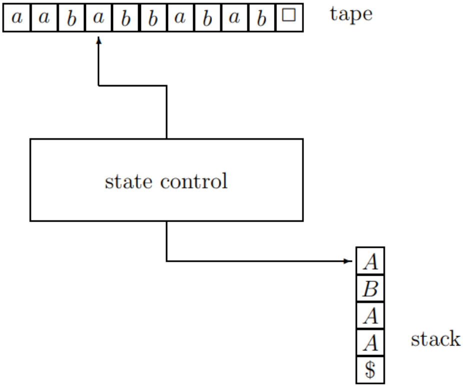


Figure 3.1: *A pushdown automaton.*

Imagen de Maheshwari and Smid's *Theory of Computation*, 2017

¿Qué es un Autómata de Pila?

Descripción informal de un PDA

Un PDA tiene varios elementos:

1) Una cinta dividida en **celdas**

- Cada celda contiene un **símbolo** de la palabra de entrada el cual pertenece a un **alfabeto** Σ.
- Al final de la cinta, tenemos un **símbolo nuevo** para representar el final de la palabra: $\square$. Este nuevo símbolo no pertenece al alfabeto de la palabra.

2) Un cabezal en la cinta que puede leer el valor de la celda en la que está, y que puede efectuar dos acciones $\sigma = \{N, R\}$: N si no se mueve y R si se mueve a la derecha.

¿Qué es un Autómata de Pila?

Descripción informal de un PDA

Un PDA tiene varios elementos:

1) Una cinta dividida en **celdas**

- Cada celda contiene un **símbolo** de la palabra de entrada el cual pertenece a un **alfabeto** Σ.
- Al final de la cinta, tenemos un **símbolo nuevo** para representar el final de la palabra: $\square$. Este nuevo símbolo no pertenece al alfabeto de la palabra.

2) Un cabezal en la cinta que puede leer el valor de la celda en la que está, y que puede efectuar dos acciones $\sigma = \{N, R\}$: N si no se mueve y R si se mueve a la derecha.

¿Qué es un Autómata de Pila?

Descripción informal de un PDA

Un PDA tiene varios elementos:

1) Una cinta dividida en **celdas**

- Cada celda contiene un **símbolo** de la palabra de entrada el cual pertenece a un **alfabeto** Σ.
- Al final de la cinta, tenemos un **símbolo nuevo** para representar el final de la palabra: $\square$. Este nuevo símbolo no pertenece al alfabeto de la palabra.

2) Un cabezal en la cinta que puede leer el valor de la celda en la que está, y que puede efectuar dos acciones $\sigma = \{N, R\}$: N si no se mueve y R si se mueve a la derecha.

¿Qué es un Autómata de Pila?

Descripción informal de un PDA

Un PDA tiene varios elementos:

1) Una cinta dividida en **celdas**

- Cada celda contiene un **símbolo** de la palabra de entrada el cual pertenece a un **alfabeto** Σ.
- Al final de la cinta, tenemos un **símbolo nuevo** para representar el final de la palabra: $\square$. Este nuevo símbolo no pertenece al alfabeto de la palabra.

2) Un cabezal en la cinta que puede leer el valor de la celda en la que está, y que puede efectuar dos acciones $\sigma = \{N, R\}$: N si no se mueve y R si se mueve a la derecha.

¿Qué es un Autómata de Pila?

Descripción informal de un PDA

Un PDA tiene varios elementos:

1) Una cinta dividida en **celdas**

- Cada celda contiene un **símbolo** de la palabra de entrada el cual pertenece a un **alfabeto** Σ.
- Al final de la cinta, tenemos un **símbolo nuevo** para representar el final de la palabra: $\square$. Este nuevo símbolo no pertenece al alfabeto de la palabra.

2) Un cabezal en la cinta que puede leer el valor de la celda en la que está, y que puede efectuar dos acciones $\sigma = \{N, R\}$: N si no se mueve y R si se mueve a la derecha.

0	0	1	1	■

¿Qué es un Autómata de Pila?

Descripción informal de un PDA

3) Una pila que puede guardar símbolos.

- Los símbolos que pueden almacenarse en la pila pertenecen a **otro alfabeto**: Γ.
- Uno de estos símbolos es $\$$, el cual sí está **dentro del alfabeto de la pila**.

4) Un cabezal en la pila el cual lee **el último símbolo** de la misma.

- El cabezal puede *apilar* (`push`) más símbolos, o bien *retirar* el símbolo de hasta arriba (`pop`).

5) Un conjunto de estados, unidos por transiciones que dependen de los símbolos leídos por **ambos cabezales**.

¿Qué es un Autómata de Pila?

Descripción informal de un PDA

3) Una pila que puede guardar símbolos.

- Los símbolos que pueden almacenarse en la pila pertenecen a **otro alfabeto**: Γ.
- Uno de estos símbolos es $\$$, el cual sí está **dentro del alfabeto de la pila**.

4) Un cabezal en la pila el cual lee **el último símbolo** de la misma.

- El cabezal puede *apilar* (`push`) más símbolos, o bien *retirar* el símbolo de hasta arriba (`pop`).

5) Un conjunto de estados, unidos por transiciones que dependen de los símbolos leídos por **ambos cabezales**.

¿Qué es un Autómata de Pila?

Descripción informal de un PDA

3) Una pila que puede guardar símbolos.

- Los símbolos que pueden almacenarse en la pila pertenecen a **otro alfabeto**: Γ.
- Uno de estos símbolos es $\$$, el cual sí está **dentro del alfabeto de la pila**.

4) Un cabezal en la pila el cual lee **el último símbolo** de la misma.

- El cabezal puede *apilar* (`push`) más símbolos, o bien *retirar* el símbolo de hasta arriba (`pop`).

5) Un conjunto de estados, unidos por transiciones que dependen de los símbolos leídos por **ambos cabezales**.

3) Una pila que puede guardar símbolos.

- Los símbolos que pueden almacenarse en la pila pertenecen a **otro alfabeto**: Γ.
- Uno de estos símbolos es $\$$, el cual sí está **dentro del alfabeto de la pila**.

4) Un cabezal en la pila el cual lee **el último símbolo** de la misma.

- El cabezal puede *apilar* (`push`) más símbolos, o bien *retirar* el símbolo de hasta arriba (`pop`).

5) Un conjunto de estados, unidos por transiciones que dependen de los símbolos leídos por **ambos cabezales**.

¿Qué es un Autómata de Pila?

Descripción informal de un PDA

3) Una pila que puede guardar símbolos.

- Los símbolos que pueden almacenarse en la pila pertenecen a **otro alfabeto**: Γ.
- Uno de estos símbolos es $\$$, el cual sí está **dentro del alfabeto de la pila**.

4) Un cabezal en la pila el cual lee **el último símbolo** de la misma.

- El cabezal puede *apilar* (`push`) más símbolos, o bien *retirar* el símbolo de hasta arriba (`pop`).

5) Un conjunto de estados, unidos por transiciones que dependen de los símbolos leídos por **ambos cabezales**.

¿Qué es un Autómata de Pila?

Descripción informal de un PDA

3) Una pila que puede guardar símbolos.

- Los símbolos que pueden almacenarse en la pila pertenecen a **otro alfabeto**: Γ.
- Uno de estos símbolos es $\$$, el cual sí está **dentro del alfabeto de la pila**.

4) Un cabezal en la pila el cual lee **el último símbolo** de la misma.

- El cabezal puede *apilar* (`push`) más símbolos, o bien *retirar* el símbolo de hasta arriba (`pop`).

5) Un conjunto de estados, unidos por transiciones que dependen de los símbolos leídos por **ambos cabezales**.

Una pila como estructura de datos

Descripción informal de un PDA

Una pila (en inglés *stack*) funciona por medio del principio LIFO, que significa *Last In, First Out*—el último elemento en entrar es el primero en salir.

Ejemplo

Sean A una pila con los valores $A = \langle 1, 2, 3 \rangle$ y $F = \{\text{pop}, \text{push}\}$ un conjunto de funciones *in-place* aplicables a pilas.

Si aplicamos la función pop sobre A, entonces obtendremos el valor 3, y la pila pasará a ser $A = \langle 1, 2 \rangle$.

Si después metemos un valor más—digamos 4—a la pila (proceso para el cual usamos la función push), entonces la pila es ahora $A = \langle 1, 2, 4 \rangle$.

¿Qué pasa si aplicamos pop nuevamente?

Una pila como estructura de datos

Descripción informal de un PDA

Una pila (en inglés *stack*) funciona por medio del principio LIFO, que significa *Last In, First Out*—el último elemento en entrar es el primero en salir.

Ejemplo

Sean A una pila con los valores $A = \langle 1, 2, 3 \rangle$ y $F = \{\texttt{pop}, \texttt{push}\}$ un conjunto de funciones *in-place* aplicables a pilas.

Si aplicamos la función pop sobre A, entonces obtendremos el valor 3, y la pila pasará a ser $A = \langle 1, 2 \rangle$.

Si después metemos un valor más—digamos 4—a la pila (proceso para el cual usamos la función $\texttt{push}$), entonces la pila es ahora $A = \langle 1, 2, 4 \rangle$.

¿Qué pasa si aplicamos pop nuevamente?

Una pila como estructura de datos

Descripción informal de un PDA

Una pila (en inglés *stack*) funciona por medio del principio LIFO, que significa *Last In, First Out*—el último elemento en entrar es el primero en salir.

Ejemplo

Sean A una pila con los valores $A = \langle 1, 2, 3 \rangle$ y $F = \{\texttt{pop}, \texttt{push}\}$ un conjunto de funciones *in-place* aplicables a pilas.

Si aplicamos la función pop sobre A, entonces obtendremos el valor 3, y la pila pasará a ser $A = \langle 1, 2 \rangle$.

Si después metemos un valor más—digamos 4—a la pila (proceso para el cual usamos la función $\texttt{push}$), entonces la pila es ahora $A = \langle 1, 2, 4 \rangle$.

¿Qué pasa si aplicamos pop nuevamente?

Una pila como estructura de datos

Descripción informal de un PDA

Una pila (en inglés *stack*) funciona por medio del principio LIFO, que significa *Last In, First Out*—el último elemento en entrar es el primero en salir.

Ejemplo

Sean A una pila con los valores $A = \langle 1, 2, 3 \rangle$ y $F = \{\texttt{pop}, \texttt{push}\}$ un conjunto de funciones *in-place* aplicables a pilas.

Si aplicamos la función pop sobre A, entonces obtendremos el valor 3, y la pila pasará a ser $A = \langle 1, 2 \rangle$.

Si después metemos un valor más—digamos 4—a la pila (proceso para el cual usamos la función $\texttt{push}$), entonces la pila es ahora $A = \langle 1, 2, 4 \rangle$.

¿Qué pasa si aplicamos pop nuevamente?

Una pila como estructura de datos

Descripción informal de un PDA

Una pila (en inglés *stack*) funciona por medio del principio LIFO, que significa *Last In, First Out*—el último elemento en entrar es el primero en salir.

Ejemplo

Sean A una pila con los valores $A = \langle 1, 2, 3 \rangle$ y $F = \{\texttt{pop}, \texttt{push}\}$ un conjunto de funciones *in-place* aplicables a pilas.

Si aplicamos la función pop sobre A, entonces obtendremos el valor 3, y la pila pasará a ser $A = \langle 1, 2 \rangle$.

Si después metemos un valor más—digamos 4—a la pila (proceso para el cual usamos la función push), entonces la pila es ahora $A = \langle 1, 2, 4 \rangle$.

¿Qué pasa si aplicamos pop nuevamente?

Definiciones formales

Formalización y diseño de PDAs

Hay **muchas** maneras de expresar los PDAs y sus elementos:

- Brena (2003) utiliza transiciones expresadas en términos del input y pop y `push` de la pila, pertenecientes a una *relación de transición*, con estados finales y nuevos símbolos.
- Maheshwari y Smid (2017) utilizan una función de transición **completa** en términos del estado, el input, movimiento en la cinta ($\sigma = \{N, R\}$) y la función `replace` de la pila, sin estados finales.
- Tinelli (2016) utiliza transiciones expresadas en términos del input y la función `replace` de la pila, con estados finales.

Nosotros usaremos **una combinación de los tres**: diseñamos usando la notación de Maheshwari y Smid, refinamos usando la notación de Brena y con los símbolos de Tinelli because we're cool like that.

Definiciones formales

Formalización y diseño de PDAs

Hay **muchas** maneras de expresar los PDAs y sus elementos:

- Brena (2003) utiliza transiciones expresadas en términos del input y pop y `push` de la pila, pertenecientes a una *relación de transición*, con estados finales y nuevos símbolos.
- Maheshwari y Smid (2017) utilizan una función de transición **completa** en términos del estado, el input, movimiento en la cinta ($\sigma = \{N, R\}$) y la función `replace` de la pila, sin estados finales.
- Tinelli (2016) utiliza transiciones expresadas en términos del input y la función `replace` de la pila, con estados finales.

Nosotros usaremos **una combinación de los tres**: diseñamos usando la notación de Maheshwari y Smid, refinamos usando la notación de Brena y con los símbolos de Tinelli because we're cool like that.

Definiciones formales

Formalización y diseño de PDAs

Hay **muchas** maneras de expresar los PDAs y sus elementos:

- Brena (2003) utiliza transiciones expresadas en términos del input y pop y `push` de la pila, pertenecientes a una *relación de transición*, con estados finales y nuevos símbolos.
- Maheshwari y Smid (2017) utilizan una función de transición **completa** en términos del estado, el input, movimiento en la cinta ($\sigma = \{N, R\}$) y la función `replace` de la pila, sin estados finales.
- Tinelli (2016) utiliza transiciones expresadas en términos del input y la función `replace` de la pila, con estados finales.

Nosotros usaremos **una combinación de los tres**: diseñamos usando la notación de Maheshwari y Smid, refinamos usando la notación de Brena y con los símbolos de Tinelli because we're cool like that.

Hay **muchas** maneras de expresar los PDAs y sus elementos:

- Brena (2003) utiliza transiciones expresadas en términos del input y `pop` y `push` de la pila, pertenecientes a una *relación de transición*, con estados finales y nuevos símbolos.
- Maheshwari y Smid (2017) utilizan una función de transición **completa** en términos del estado, el input, movimiento en la cinta ($\sigma = \{N, R\}$) y la función `replace` de la pila, sin estados finales.
- Tinelli (2016) utiliza transiciones expresadas en términos del input y la función `replace` de la pila, con estados finales.

Nosotros usaremos **una combinación de los tres**: diseñamos usando la notación de Maheshwari y Smid, refinamos usando la notación de Brena y con los símbolos de Tinelli because we're cool like that.

Hay **muchas** maneras de expresar los PDAs y sus elementos:

- Brena (2003) utiliza transiciones expresadas en términos del input y `pop` y `push` de la pila, pertenecientes a una *relación de transición*, con estados finales y nuevos símbolos.
- Maheshwari y Smid (2017) utilizan una función de transición **completa** en términos del estado, el input, movimiento en la cinta ($\sigma = \{N, R\}$) y la función `replace` de la pila, sin estados finales.
- Tinelli (2016) utiliza transiciones expresadas en términos del input y la función `replace` de la pila, con estados finales.

Nosotros usaremos **una combinación de los tres**: diseñamos usando la notación de Maheshwari y Smid, refinamos usando la notación de Brena y con los símbolos de Tinelli because we're cool like that.

Hay **muchas** maneras de expresar los PDAs y sus elementos:

- Brena (2003) utiliza transiciones expresadas en términos del input y `pop` y `push` de la pila, pertenecientes a una *relación de transición*, con estados finales y nuevos símbolos.
- Maheshwari y Smid (2017) utilizan una función de transición **completa** en términos del estado, el input, movimiento en la cinta ($\sigma = \{N, R\}$) y la función `replace` de la pila, sin estados finales.
- Tinelli (2016) utiliza transiciones expresadas en términos del input y la función `replace` de la pila, con estados finales.

Nosotros usaremos **una combinación de los tres**: diseñamos usando la notación de Maheshwari y Smid, refinamos usando la notación de Brena y con los símbolos de Tinelli because we're cool like that.

Definición Formal

Formalización y diseño de PDAs

Definición de un Autómata de Pila

Un autómata de pila M es una tupla de la forma $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q, F)$ donde:

- Q es un conjunto finito de **estados**,
- Σ es el **alfabeto de la cinta** (sin incluir $\Box$),
- Γ es el **alfabeto de la pila** (incluyendo $\$$),
- $q \in Q$ es el **estado inicial**,
- $F \subseteq Q$ es un conjunto finito de **estados finales** y
- δ es la función de transición.

Definición Formal

Formalización y diseño de PDAs

Definición de un Autómata de Pila

Un autómata de pila M es una tupla de la forma $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q, F)$ donde:

- Q es un conjunto finito de **estados**,
- Σ es el **alfabeto de la cinta** (sin incluir $\Box$),
- Γ es el **alfabeto de la pila** (incluyendo $\$$),
- $q \in Q$ es el **estado inicial**,
- $F \subseteq Q$ es un conjunto finito de **estados finales** y
- δ es la función de transición.

Definición Formal

Formalización y diseño de PDAs

Definición de un Autómata de Pila

Un autómata de pila M es una tupla de la forma $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q, F)$ donde:

- Q es un conjunto finito de **estados**,
- Σ es el **alfabeto de la cinta** (sin incluir $\Box$),
- Γ es el **alfabeto de la pila** (incluyendo $\$$),
- $q \in Q$ es el **estado inicial**,
- $F \subseteq Q$ es un conjunto finito de **estados finales** y
- δ es la función de transición.

Definición Formal

Formalización y diseño de PDAs

Definición de un Autómata de Pila

Un autómata de pila M es una tupla de la forma $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q, F)$ donde:

- Q es un conjunto finito de **estados**,
- Σ es el **alfabeto de la cinta** (sin incluir $\Box$),
- Γ es el **alfabeto de la pila** (incluyendo $\$$),
- $q \in Q$ es el **estado inicial**,
- $F \subseteq Q$ es un conjunto finito de **estados finales** y
- δ es la función de transición.

Definición Formal

Formalización y diseño de PDAs

Definición de un Autómata de Pila

Un autómata de pila M es una tupla de la forma $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q, F)$ donde:

- Q es un conjunto finito de **estados**,
- Σ es el **alfabeto de la cinta** (sin incluir $\Box$),
- Γ es el **alfabeto de la pila** (incluyendo $\$$),
- $q \in Q$ es el **estado inicial**,
- $F \subseteq Q$ es un conjunto finito de **estados finales** y
- δ es la función de transición.

Definición Formal

Definición de un Autómata de Pila

Un autómata de pila M es una tupla de la forma $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q, F)$ donde:

- Q es un conjunto finito de **estados**,
- Σ es el **alfabeto de la cinta** (sin incluir $\square$),
- Γ es el **alfabeto de la pila** (incluyendo $\$$),
- $q \in Q$ es el **estado inicial**,
- $F \subseteq Q$ es un conjunto finito de **estados finales** y
- δ es la función de transición.

Definición Formal

Formalización y diseño de PDAs

Definición de un Autómata de Pila

Un autómata de pila M es una tupla de la forma $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q, F)$ donde:

- Q es un conjunto finito de **estados**,
- Σ es el **alfabeto de la cinta** (sin incluir $\Box$),
- Γ es el **alfabeto de la pila** (incluyendo $\$$),
- $q \in Q$ es el **estado inicial**,
- $F \subseteq Q$ es un conjunto finito de **estados finales** y
- δ es la función de transición.

Definición Formal

Formalización y diseño de PDAs

La función de transición d es una función de la forma:

$$\delta : Q \times (\Sigma \cup \{\square\}) \times \Gamma \to Q \times \{N, R\} \times \Gamma^*$$

Ejemplo

Podemos escribir $q_0 1 S \to q_1 R S S$ que significaría que:

- Estando en el estado q_0,
- al recibir un 1,
- y si el tope de la pila tiene S

entonces el PDA

- cambia al estado q_1,
- mueve la cinta hacia la derecha (Right) y
- reemplaza el tope de la pila por SS.

Definición Formal

Formalización y diseño de PDAs

La función de transición d es una función de la forma:

$$\delta : Q \times (\Sigma \cup \{\square\}) \times \Gamma \to Q \times \{N, R\} \times \Gamma^*$$

Ejemplo

Podemos escribir $q_0 1 S \to q_1 RSS$ que significaría que:

- Estando en el estado q_0,
- al recibir un 1,
- y si el tope de la pila tiene S

entonces el PDA

- cambia al estado q_1,
- mueve la cinta hacia la derecha (Right) y
- reemplaza el tope de la pila por SS.

Definición Formal

Formalización y diseño de PDAs

La función de transición d es una función de la forma:

$$\delta : Q \times (\Sigma \cup \{\square\}) \times \Gamma \to Q \times \{N, R\} \times \Gamma^*$$

Ejemplo

Podemos escribir $q_0 1 S \to q_1 R S S$ que significaría que:

- Estando en el estado q_0,
- al recibir un 1,
- y si el tope de la pila tiene S

entonces el PDA

- cambia al estado q_1,
- mueve la cinta hacia la derecha (Right) y
- reemplaza el tope de la pila por SS.

Definición Formal

Formalización y diseño de PDAs

La función de transición d es una función de la forma:

$$\delta : Q \times (\Sigma \cup \{\square\}) \times \Gamma \to Q \times \{N, R\} \times \Gamma^*$$

Ejemplo

Podemos escribir $q_0 1 S \to q_1 RSS$ que significaría que:

- Estando en el estado q_0,
- al recibir un 1,
- y si el tope de la pila tiene S

entonces el PDA

- cambia al estado q_1,
- mueve la cinta hacia la derecha (Right) y
- reemplaza el tope de la pila por SS.

Definición Formal

Formalización y diseño de PDAs

La función de transición d es una función de la forma:

$$\delta : Q \times (\Sigma \cup \{\square\}) \times \Gamma \to Q \times \{N, R\} \times \Gamma^*$$

Ejemplo

Podemos escribir $q_0 1 S \to q_1 RSS$ que significaría que:

- Estando en el estado q_0,
- al recibir un 1,
- y si el tope de la pila tiene S

entonces el PDA

- cambia al estado q_1,
- mueve la cinta hacia la derecha (Right) y
- reemplaza el tope de la pila por SS.

La función de transición d es una función de la forma:

$$\delta : Q \times (\Sigma \cup \{\square\}) \times \Gamma \to Q \times \{N, R\} \times \Gamma^*$$

Ejemplo

Podemos escribir $q_0 1 S \to q_1 RSS$ que significaría que:

- Estando en el estado q_0,
- al recibir un 1,
- y si el tope de la pila tiene S

entonces el PDA

- cambia al estado q_1,
- mueve la cinta hacia la derecha (Right) y
- reemplaza el tope de la pila por SS.

Definición Formal

Formalización y diseño de PDAs

La función de transición d es una función de la forma:

$$\delta : Q \times (\Sigma \cup \{\square\}) \times \Gamma \to Q \times \{N, R\} \times \Gamma^*$$

Ejemplo

Podemos escribir $q_0 1 S \to q_1 R S S$ que significaría que:

- Estando en el estado q_0,
- al recibir un 1,
- y si el tope de la pila tiene S

entonces el PDA

- cambia al estado q_1,
- mueve la cinta hacia la derecha (Right) y
- reemplaza el tope de la pila por SS.

Definición Formal

Formalización y diseño de PDAs

La función de transición d es una función de la forma:

$$\delta : Q \times (\Sigma \cup \{\square\}) \times \Gamma \to Q \times \{N, R\} \times \Gamma^*$$

Ejemplo

Podemos escribir $q_0 1 S \to q_1 R S S$ que significaría que:

- Estando en el estado q_0,
- al recibir un 1,
- y si el tope de la pila tiene S

entonces el PDA

- cambia al estado q_1,
- mueve la cinta hacia la derecha (Right) y
- reemplaza el tope de la pila por SS.

Consideraciones adicionales

Formalización y diseño de PDAs

Configuración inicial

- El PDA empieza en el estado q.
- El cabezal de la cinta empieza en el símbolo inicial de la palabra w.
- La pila empieza con un solo símbolo, $\$$.

Cómputo y terminación

El PDA hace una serie de pasos de cómputo y *termina* en el momento en que la pila se vacía. Si la pila no se vacía, entonces el programa no termina (*loop* infinito).

Aceptación

El PDA acepta la palabra w si se cumplen las condiciones siguientes:

1. el autómata termina, y
2. al momento de terminar, (i.e. la pila se vacía) el cabezal de la cinta está en el símbolo $\square$.

Consideraciones adicionales

Formalización y diseño de PDAs

Configuración inicial

- El PDA empieza en el estado q.
- El cabezal de la cinta empieza en el símbolo inicial de la palabra w.
- La pila empieza con un solo símbolo, $\$$.

Cómputo y terminación

El PDA hace una serie de pasos de cómputo y *termina* en el momento en que la pila se vacía. Si la pila no se vacía, entonces el programa no termina (*loop* infinito).

Aceptación

El PDA acepta la palabra w si se cumplen las condiciones siguientes:

1. el autómata termina, y
2. al momento de terminar, (i.e. la pila se vacía) el cabezal de la cinta está en el símbolo $\square$.

Consideraciones adicionales

Formalización y diseño de PDAs

Configuración inicial

- El PDA empieza en el estado q.
- El cabezal de la cinta empieza en el símbolo inicial de la palabra w.
- La pila empieza con un solo símbolo, $\$$.

Cómputo y terminación

El PDA hace una serie de pasos de cómputo y *termina* en el momento en que la pila se vacía. Si la pila no se vacía, entonces el programa no termina (*loop* infinito).

Aceptación

El PDA acepta la palabra w si se cumplen las condiciones siguientes:

1. el autómata termina, y
2. al momento de terminar, (i.e. la pila se vacía) el cabezal de la cinta está en el símbolo $\square$.

Consideraciones adicionales

Formalización y diseño de PDAs

Configuración inicial

- El PDA empieza en el estado q.
- El cabezal de la cinta empieza en el símbolo inicial de la palabra w.
- La pila empieza con un solo símbolo, $\$$.

Cómputo y terminación

El PDA hace una serie de pasos de cómputo y *termina* en el momento en que la pila se vacía. Si la pila no se vacía, entonces el programa no termina (*loop* infinito).

Aceptación

El PDA acepta la palabra w si se cumplen las condiciones siguientes:

1. el autómata termina, y
2. al momento de terminar, (i.e. la pila se vacía) el cabezal de la cinta está en el símbolo $\square$.

Consideraciones adicionales

Formalización y diseño de PDAs

Configuración inicial

- El PDA empieza en el estado q.
- El cabezal de la cinta empieza en el símbolo inicial de la palabra w.
- La pila empieza con un solo símbolo, $\$$.

Cómputo y terminación

El PDA hace una serie de pasos de cómputo y *termina* en el momento en que la pila se vacía. Si la pila no se vacía, entonces el programa no termina (*loop* infinito).

Aceptación

El PDA acepta la palabra w si se cumplen las condiciones siguientes:

1. el autómata termina, y
2. al momento de terminar, (i.e. la pila se vacía) el cabezal de la cinta está en el símbolo $\Box$.

Consideraciones adicionales

Formalización y diseño de PDAs

Configuración inicial

- El PDA empieza en el estado q.
- El cabezal de la cinta empieza en el símbolo inicial de la palabra w.
- La pila empieza con un solo símbolo, $\$$.

Cómputo y terminación

El PDA hace una serie de pasos de cómputo y *termina* en el momento en que la pila se vacía. Si la pila no se vacía, entonces el programa no termina (*loop* infinito).

Aceptación

El PDA acepta la palabra w si se cumplen las condiciones siguientes:

1. el autómata termina, y
2. al momento de terminar, (i.e. la pila se vacía) el cabezal de la cinta está en el símbolo $\square$.

Ejemplo: *Matching Parentheses*

Formalización y diseño de PDAs

Ejemplos de palabras aceptadas: $(), ((())), ()(), \ldots$

Estructura:

- Antes de terminar de leer toda la palabra, la cantidad de "(" debe ser mayor o igual que ")", y
- Al terminar de leer toda la palabra, el número de "(" debe ser igual al número de ")".

Para no complicarnos, usaremos a para representar "(" y b para representar ")" en la cinta.

Por cada a leída, metemos una S en la pila. Por cada b que se lea, sacamos entonces una S. ¿Cuántos estados necesitamos? ¿Cuáles son finales?

Es un proceso **complicado**, por lo que se sugiere primero definir el PDA formalmente (e.g. la función de transición completa, y parte por parte), y luego pasarlo a un diagrama con una relación de transición más pequeña: $Q \times \Sigma \cup \{\square\} \times \Gamma \to Q \times \Gamma^*$.

¿Por qué no consideramos si se mueve o no se mueve el cabezal de la cinta?

Ejemplo: *Matching Parentheses*

Formalización y diseño de PDAs

Ejemplos de palabras aceptadas: $(), ((())), ()(), \ldots$
Estructura:

- Antes de terminar de leer toda la palabra, la cantidad de "(" debe ser mayor o igual que ")", y
- Al terminar de leer toda la palabra, el número de "(" debe ser igual al número de ")".

Para no complicarnos, usaremos a para representar "(" y b para representar ")" en la cinta.

Por cada a leída, metemos una S en la pila. Por cada b que se lea, sacamos entonces una S. ¿Cuántos estados necesitamos? ¿Cuáles son finales?
Es un proceso **complicado**, por lo que se sugiere primero definir el PDA formalmente (e.g. la función de transición completa, y parte por parte), y luego pasarlo a un diagrama con una relación de transición más pequeña: $Q \times \Sigma \cup \{\square\} \times \Gamma \to Q \times \Gamma^*$.
¿Por qué no consideramos si se mueve o no se mueve el cabezal de la cinta?

Ejemplo: *Matching Parentheses*

Formalización y diseño de PDAs

Ejemplos de palabras aceptadas: $(), ((())), ()(), \ldots$

Estructura:

- Antes de terminar de leer toda la palabra, la cantidad de "(" debe ser mayor o igual que ")", y
- Al terminar de leer toda la palabra, el número de "(" debe ser igual al número de ")".

Para no complicarnos, usaremos a para representar "(" y b para representar ")" en la cinta.

Por cada a leída, metemos una S en la pila. Por cada b que se lea, sacamos entonces una S. ¿Cuántos estados necesitamos? ¿Cuáles son finales?

Es un proceso **complicado**, por lo que se sugiere primero definir el PDA formalmente (e.g. la función de transición completa, y parte por parte), y luego pasarlo a un diagrama con una relación de transición más pequeña: $Q \times \Sigma \cup \{\square\} \times \Gamma \to Q \times \Gamma^*$.

¿Por qué no consideramos si se mueve o no se mueve el cabezal de la cinta?

Ejemplo: *Matching Parentheses*

Ejemplos de palabras aceptadas: $(), ((())), ()(), \ldots$
Estructura:

- Antes de terminar de leer toda la palabra, la cantidad de "(" debe ser mayor o igual que ")", y
- Al terminar de leer toda la palabra, el número de "(" debe ser igual al número de ")".

Para no complicarnos, usaremos a para representar "(" y b para representar ")" en la cinta.

Por cada a leída, metemos una S en la pila. Por cada b que se lea, sacamos entonces una S. ¿Cuántos estados necesitamos? ¿Cuáles son finales?
Es un proceso **complicado**, por lo que se sugiere primero definir el PDA formalmente (e.g. la función de transición completa, y parte por parte), y luego pasarlo a un diagrama con una relación de transición más pequeña: $Q \times \Sigma \cup \{\Box\} \times \Gamma \to Q \times \Gamma^*$.
¿Por qué no consideramos si se mueve o no se mueve el cabezal de la cinta?

Ejemplo: *Matching Parentheses*

Formalización y diseño de PDAs

Ejemplos de palabras aceptadas: $(), ((())), ()(), \dots$
Estructura:

- Antes de terminar de leer toda la palabra, la cantidad de "(" debe ser mayor o igual que ")", y
- Al terminar de leer toda la palabra, el número de "(" debe ser igual al número de ")".

Para no complicarnos, usaremos a para representar "(" y b para representar ")" en la cinta.

Por cada a leída, metemos una S en la pila. Por cada b que se lea, sacamos entonces una S. ¿Cuántos estados necesitamos? ¿Cuáles son finales?
Es un proceso **complicado**, por lo que se sugiere primero definir el PDA formalmente (e.g. la función de transición completa, y parte por parte), y luego pasarlo a un diagrama con una relación de transición más pequeña: $Q \times \Sigma \cup \{\Box\} \times \Gamma \to Q \times \Gamma^*$.
¿Por qué no consideramos si se mueve o no se mueve el cabezal de la cinta?

Ejemplo: *Matching Parentheses*

Formalización y diseño de PDAs

Ejemplos de palabras aceptadas: $(), ((())), ()(), \ldots$
Estructura:

- Antes de terminar de leer toda la palabra, la cantidad de "(" debe ser mayor o igual que ")", y
- Al terminar de leer toda la palabra, el número de "(" debe ser igual al número de ")".

Para no complicarnos, usaremos a para representar "(" y b para representar ")" en la cinta.

Por cada a leída, metemos una S en la pila. Por cada b que se lea, sacamos entonces una S. ¿Cuántos estados necesitamos? ¿Cuáles son finales? Es un proceso **complicado**, por lo que se sugiere primero definir el PDA formalmente (e.g. la función de transición completa, y parte por parte), y luego pasarlo a un diagrama con una relación de transición más pequeña: $Q \times \Sigma \cup \{\Box\} \times \Gamma \to Q \times \Gamma^*$.

¿Por qué no consideramos si se mueve o no se mueve el cabezal de la cinta?

Ejemplo: *Matching Parentheses*

Formalización y diseño de PDAs

Ejemplos de palabras aceptadas: $(), ((())), ()(), \ldots$

Estructura:

- Antes de terminar de leer toda la palabra, la cantidad de "(" debe ser mayor o igual que ")", y
- Al terminar de leer toda la palabra, el número de "(" debe ser igual al número de ")".

Para no complicarnos, usaremos a para representar "(" y b para representar ")" en la cinta.

Por cada a leída, metemos una S en la pila. Por cada b que se lea, sacamos entonces una S. ¿Cuántos estados necesitamos? ¿Cuáles son finales?

Es un proceso **complicado**, por lo que se sugiere primero definir el PDA formalmente (e.g. la función de transición completa, y parte por parte), y luego pasarlo a un diagrama con una relación de transición más pequeña: $Q \times \Sigma \cup \{\Box\} \times \Gamma \to Q \times \Gamma^*$.

¿Por qué no consideramos si se mueve o no se mueve el cabezal de la cinta?

Ejemplo: *Matching Parentheses*

Formalización y diseño de PDAs

Ejemplos de palabras aceptadas: $(), ((())), ()(), \ldots$
Estructura:

- Antes de terminar de leer toda la palabra, la cantidad de "(" debe ser mayor o igual que ")", y
- Al terminar de leer toda la palabra, el número de "(" debe ser igual al número de ")".

Para no complicarnos, usaremos a para representar "(" y b para representar ")" en la cinta.

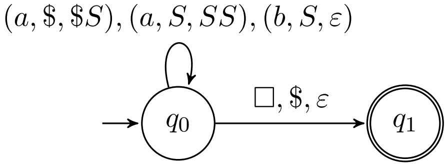
Por cada a leída, metemos una S en la pila. Por cada b que se lea, sacamos entonces una S. ¿Cuántos estados necesitamos? ¿Cuáles son finales?
Es un proceso **complicado**, por lo que se sugiere primero definir el PDA formalmente (e.g. la función de transición completa, y parte por parte), y luego pasarlo a un diagrama con una relación de transición más pequeña: $Q \times \Sigma \cup \{\Box\} \times \Gamma \to Q \times \Gamma^*$.
¿Por qué no consideramos si se mueve o no se mueve el cabezal de la cinta?

Ejemplo: *Matching Parentheses*

Formalización y diseño de PDAs

$M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q, F)$:

- $Q = \{q_0, q_1\}$
- $\Sigma = \{a, b\}$
- $\Gamma = \{\$, S\}$
- $\delta =$
  - $((q_0, a, \$)(q_0, \$S))$
  - $((q_0, a, S)(q_0, SS))$
  - $((q_0, b, S)(q_0, \varepsilon))$
  - $((q_0, \square, \$), (q_1, \varepsilon))$
- $q = q_0$
- $F = \{q_1\}$

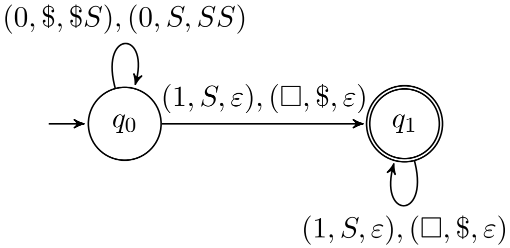


Ejemplo: $\{0^n 1^n\}$

Formalización y diseño de PDAs

$M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q, F)$:

- $Q = \{q_0, q_1\}$
- $\Sigma = \{0, 1\}$
- $\Gamma = \{\$, S\}$
- $\delta =$
  - $((q_0, 0, \$)(q_0, \$S))$
  - $((q_0, 0, S)(q_0, SS))$
  - $((q_0, 1, S)(q_1, \varepsilon))$
  - $((q_0, \square, \$), (q_1, \varepsilon))$
  - $((q_1, 1, S)(q_1, \varepsilon))$
  - $((q_1, \square, \$)(q_1, \varepsilon))$
- $q = q_0$
- $F = \{q_1\}$



Combinación y concatenación

Formalización y diseño de PDAs

Combinación de PDAs

De manera muy similar a unir dos AFNs, la idea es hacer un estado inicial **previo** que una los estados iniciales de los PDAs usando transiciones vacías $(\varepsilon, \varepsilon, \varepsilon)$.

Concatenación de PDAs

La concatenación funciona de manera muy similar que como era en AFNs, sin embargo hay que garantizar que la pila se encuentra en *ciertas condiciones* antes de pasar al siguiente PDA. La solución es utilizar un símbolo especial antes de iniciar con el primer PDA, y sacarlo antes de iniciar la operación con el segundo.

Combinación y concatenación

Formalización y diseño de PDAs

Combinación de PDAs

De manera muy similar a unir dos AFNs, la idea es hacer un estado inicial **previo** que una los estados iniciales de los PDAs usando transiciones vacías $(\varepsilon, \varepsilon, \varepsilon)$.

Concatenación de PDAs

La concatenación funciona de manera muy similar que como era en AFNs, sin embargo hay que garantizar que la pila se encuentra en *ciertas condiciones* antes de pasar al siguiente PDA. La solución es utilizar un símbolo especial antes de iniciar con el primer PDA, y sacarlo antes de iniciar la operación con el segundo.