Máquinas de Turing

Implementación de Métodos Computacionales (TC2037)

M.C. Xavier Sánchez Díaz
mail@tec.mx

Tecnológico de Monterrey

Lenguajes

Lo que hemos visto hasta ahora

Un **lenguaje** es un conjunto de **palabras**.

¿Cómo **demostramos** que un lenguaje es regular?

¿Cómo **demostramos** que un lenguaje es libre de contexto?

Lenguajes

Lo que hemos visto hasta ahora

Un **lenguaje** es un conjunto de **palabras**.

¿Cómo **demostramos** que un lenguaje es regular?

¿Cómo **demostramos** que un lenguaje es libre de contexto?

Lenguajes

Lo que hemos visto hasta ahora

Un **lenguaje** es un conjunto de **palabras**.

¿Cómo **demostramos** que un lenguaje es regular?

¿Cómo **demostramos** que un lenguaje es libre de contexto?

Las máquinas y sus lenguajes

Lo que hemos visto hasta ahora

Los **Autómatas Finitos**, las **expresiones regulares** y las **gramáticas regulares** sirven para representar lenguajes regulares.

Los **Autómatas de Pila** y las **gramáticas libres de contexto** sirven para representar lenguajes libres de contexto.

Sin embargo, hay otros lenguajes que no podemos representar con ninguna de estas herramientas.

Las máquinas y sus lenguajes

Lo que hemos visto hasta ahora

Los **Autómatas Finitos**, las **expresiones regulares** y las **gramáticas regulares** sirven para representar lenguajes regulares.

Los **Autómatas de Pila** y las **gramáticas libres de contexto** sirven para representar lenguajes libres de contexto.

Sin embargo, hay otros lenguajes que no podemos representar con ninguna de estas herramientas.

Las máquinas y sus lenguajes

Lo que hemos visto hasta ahora

Los **Autómatas Finitos**, las **expresiones regulares** y las **gramáticas regulares** sirven para representar lenguajes regulares.

Los **Autómatas de Pila** y las **gramáticas libres de contexto** sirven para representar lenguajes libres de contexto.

Sin embargo, hay otros lenguajes que no podemos representar con ninguna de estas herramientas.

Por ejemplo, intentemos representar $\{a^n b^n c^n | n \geq 0\}$ con un AP:

- Por cada a ponemos un contador en la pila
- Por cada b quitamos un contador de la pila
- No podemos contar las cs.

O si cambiamos el orden o usamos más contadores, simplemente no es posible hacerlo con un autómata de pila.

Por ejemplo, intentemos representar $\{a^n b^n c^n | n \geq 0\}$ con un AP:

- Por cada a ponemos un contador en la pila
- Por cada b quitamos un contador de la pila
- No podemos contar las cs.

O si cambiamos el orden o usamos más contadores, simplemente no es posible hacerlo con un autómata de pila.

Por ejemplo, intentemos representar $\{a^n b^n c^n | n \geq 0\}$ con un AP:

- Por cada a ponemos un contador en la pila
- Por cada b quitamos un contador de la pila
- No podemos contar las cs.

O si cambiamos el orden o usamos más contadores, simplemente no es posible hacerlo con un autómata de pila.

Por ejemplo, intentemos representar $\{a^n b^n c^n | n \geq 0\}$ con un AP:

- Por cada a ponemos un contador en la pila
- Por cada b quitamos un contador de la pila
- No podemos contar las cs.

O si cambiamos el orden o usamos más contadores, simplemente no es posible hacerlo con un autómata de pila.

Por ejemplo, intentemos representar $\{a^n b^n c^n | n \geq 0\}$ con un AP:

- Por cada a ponemos un contador en la pila
- Por cada b quitamos un contador de la pila
- No podemos contar las cs.

O si cambiamos el orden o usamos más contadores, simplemente no es posible hacerlo con un autómata de pila.

Claramente el problema que tenemos es de memoria: no tenemos cómo recordar las cs.

En un AP sólo leemos el tope de la pila. ¿Qué pasaría si leyéramos cualquier parte de la misma?

¿Cuál es el límite de la pila? ¿Cuántos símbolos puede guardar?

Un mejor uso de la memoria

Turing y su máquina

Claramente el problema que tenemos es de memoria: no tenemos cómo recordar las cs.

En un AP sólo leemos el tope de la pila. ¿Qué pasaría si leyéramos cualquier parte de la misma?

¿Cuál es el límite de la pila? ¿Cuántos símbolos puede guardar?

Claramente el problema que tenemos es de memoria: no tenemos cómo recordar las cs.

En un AP sólo leemos el tope de la pila. ¿Qué pasaría si leyéramos cualquier parte de la misma?

¿Cuál es el límite de la pila? ¿Cuántos símbolos puede guardar?

Una máquina de Turing (MT) soluciona estos problemas, *uniendo* el *input* y la memoria. Ahora nuestro `Autómata Reloaded` tiene los siguientes elementos:

- Un conjunto de estados de control que es **finito**
- Una cinta **infinita** que utiliza como su **memoria**
- Un cabezal en la cinta que puede **leer** y **escribir** en una celda a la vez.

En cada *paso* del cómputo, la máquina

- Escribe un símbolo en la celda donde está el cabezal,
- cambia de estado, y
- mueve el cabezal.

Una nueva máquina

Turing y su máquina

Una máquina de Turing (MT) soluciona estos problemas, *uniendo* el *input* y la memoria. Ahora nuestro `Autómata Reloaded` tiene los siguientes elementos:

- Un conjunto de estados de control que es **finito**
- Una cinta **infinita** que utiliza como su **memoria**
- Un cabezal en la cinta que puede **leer** y **escribir** en una celda a la vez.

En cada *paso* del cómputo, la máquina

- Escribe un símbolo en la celda donde está el cabezal,
- cambia de estado, y
- mueve el cabezal.

Una nueva máquina

Turing y su máquina

Una máquina de Turing (MT) soluciona estos problemas, *uniendo* el *input* y la memoria. Ahora nuestro `Autómata Reloaded` tiene los siguientes elementos:

- Un conjunto de estados de control que es **finito**
- Una cinta **infinita** que utiliza como su **memoria**
- Un cabezal en la cinta que puede **leer** y **escribir** en una celda a la vez.

En cada *paso* del cómputo, la máquina

- Escribe un símbolo en la celda donde está el cabezal,
- cambia de estado, y
- mueve el cabezal.

Una máquina de Turing (MT) soluciona estos problemas, *uniendo* el *input* y la memoria. Ahora nuestro `Autómata Reloaded` tiene los siguientes elementos:

- Un conjunto de estados de control que es **finito**
- Una cinta **infinita** que utiliza como su **memoria**
- Un cabezal en la cinta que puede **leer** y **escribir** en una celda a la vez.

En cada *paso* del cómputo, la máquina

- Escribe un símbolo en la celda donde está el cabezal,
- cambia de estado, y
- mueve el cabezal.

Una máquina de Turing (MT) soluciona estos problemas, *uniendo* el *input* y la memoria. Ahora nuestro `Autómata Reloaded` tiene los siguientes elementos:

- Un conjunto de estados de control que es **finito**
- Una cinta **infinita** que utiliza como su **memoria**
- Un cabezal en la cinta que puede **leer** y **escribir** en una celda a la vez.

En cada *paso* del cómputo, la máquina

- Escribe un símbolo en la celda donde está el cabezal,
- cambia de estado, y
- mueve el cabezal.

Una máquina de Turing (MT) soluciona estos problemas, *uniendo* el *input* y la memoria. Ahora nuestro `Autómata Reloaded` tiene los siguientes elementos:

- Un conjunto de estados de control que es **finito**
- Una cinta **infinita** que utiliza como su **memoria**
- Un cabezal en la cinta que puede **leer** y **escribir** en una celda a la vez.

En cada *paso* del cómputo, la máquina

- Escribe un símbolo en la celda donde está el cabezal,
- cambia de estado, y
- mueve el cabezal.

Una máquina de Turing (MT) soluciona estos problemas, *uniendo* el *input* y la memoria. Ahora nuestro `Autómata Reloaded` tiene los siguientes elementos:

- Un conjunto de estados de control que es **finito**
- Una cinta **infinita** que utiliza como su **memoria**
- Un cabezal en la cinta que puede **leer** y **escribir** en una celda a la vez.

En cada *paso* del cómputo, la máquina

- Escribe un símbolo en la celda donde está el cabezal,
- cambia de estado, y
- mueve el cabezal.

Una nueva máquina

Turing y su máquina

Una máquina de Turing (MT) soluciona estos problemas, *uniendo* el *input* y la memoria. Ahora nuestro `Autómata Reloaded` tiene los siguientes elementos:

- Un conjunto de estados de control que es **finito**
- Una cinta **infinita** que utiliza como su **memoria**
- Un cabezal en la cinta que puede **leer** y **escribir** en una celda a la vez.

En cada *paso* del cómputo, la máquina

- Escribe un símbolo en la celda donde está el cabezal,
- cambia de estado, y
- mueve el cabezal.

Terminología y lenguaje

Turing y su máquina

Sea M una máquina de Turing:

- M acepta una palabra w si entra al estado de aceptación cuando se lee w. En este caso, M **termina**.
- M rechaza una palabra w si entra al estado de rechazo cuando se lee w. En este caso, M **termina**.
- M entra en loop con una palabra w si al leer w no entra ni al estado de aceptación ni al de rechazo. En este caso, M **no termina**.

¿Qué puede pasar si *no se acepta*? ¿Qué puede pasar si *no se rechaza*?

Sea M una máquina de Turing:

- M acepta una palabra w si entra al estado de aceptación cuando se lee w. En este caso, M **termina**.
- M rechaza una palabra w si entra al estado de rechazo cuando se lee w. En este caso, M **termina**.
- M entra en loop con una palabra w si al leer w no entra ni al estado de aceptación ni al de rechazo. En este caso, M **no termina**.

¿Qué puede pasar si *no se acepta*? ¿Qué puede pasar si *no se rechaza*?

Sea M una máquina de Turing:

- M acepta una palabra w si entra al estado de aceptación cuando se lee w. En este caso, M **termina**.
- M rechaza una palabra w si entra al estado de rechazo cuando se lee w. En este caso, M **termina**.
- M entra en loop con una palabra w si al leer w no entra ni al estado de aceptación ni al de rechazo. En este caso, M **no termina**.

¿Qué puede pasar si *no se acepta*? ¿Qué puede pasar si *no se rechaza*?

Sea M una máquina de Turing:

- M acepta una palabra w si entra al estado de aceptación cuando se lee w. En este caso, M **termina**.
- M rechaza una palabra w si entra al estado de rechazo cuando se lee w. En este caso, M **termina**.
- M entra en loop con una palabra w si al leer w no entra ni al estado de aceptación ni al de rechazo. En este caso, M **no termina**.

¿Qué puede pasar si *no se acepta*? ¿Qué puede pasar si *no se rechaza*?

Sea M una máquina de Turing:

- M acepta una palabra w si entra al estado de aceptación cuando se lee w. En este caso, M **termina**.
- M rechaza una palabra w si entra al estado de rechazo cuando se lee w. En este caso, M **termina**.
- M entra en loop con una palabra w si al leer w no entra ni al estado de aceptación ni al de rechazo. En este caso, M **no termina**.

¿Qué puede pasar si *no se acepta*? ¿Qué puede pasar si *no se rechaza*?

Terminología y lenguaje

Turing y su máquina

El lenguaje de una máquina de Turing M, denotado con $L(M)$ o $\mathfrak{L}(M)$ es el conjunto de todas las palabras que M acepta:

$$\mathfrak{L}(M) = \{w \in \Sigma^* | M \text{ acepta } w\}$$

Un lenguaje es reconocible si y solo si es el lenguaje de alguna máquina de Turing.

¿Existen más lenguajes?

El lenguaje de una máquina de Turing M, denotado con $L(M)$ o $\mathfrak{L}(M)$ es el conjunto de todas las palabras que M acepta:

$$\mathfrak{L}(M) = \{w \in \Sigma^* | M \text{ acepta } w\}$$

Un lenguaje es reconocible si y solo si es el lenguaje de alguna máquina de Turing.

¿Existen más lenguajes?

El lenguaje de una máquina de Turing M, denotado con $L(M)$ o $\mathfrak{L}(M)$ es el conjunto de todas las palabras que M acepta:

$$\mathfrak{L}(M) = \{w \in \Sigma^* | M \text{ acepta } w\}$$

Un lenguaje es reconocible si y solo si es el lenguaje de alguna máquina de Turing.

¿Existen más lenguajes?

En 1928, David Hilbert y Wilhelm Ackermann—ambos matemáticos alemanes—propusieron un problema que llevó cerca de 8 años resolver:

El Entscheidungsproblem

¿Existe algún algoritmo que tome como *input* una proposición de lógica de primer orden, y diga si es o no universalmente válido a partir de sus axiomas?

En 1928, David Hilbert y Wilhelm Ackermann—ambos matemáticos alemanes—propusieron un problema que llevó cerca de 8 años resolver:

El Entscheidungsproblem

¿Existe algún algoritmo que tome como *input* una proposición de lógica de primer orden, y diga si es o no universalmente válido a partir de sus axiomas?

En 1936, Alonzo Church—matemático estadounidense—lanza una publicación definiendo el concepto de “calculabilidad efectiva” mediante el cálculo lambda. Esto da nombre a las funciones lambda en lenguajes de programación.

El mismo año, Alan Turing—matemático inglés—publica su trabajo *On Computable Numbers, with an application to the Entscheidungsproblem*[1], donde propone la MT y delimita todo aquello que puede ser “computable”.

[1] Es *altamente* probable que tengan que leer el paper para el examen...

Turing y el Entscheidungsproblem

Turing y su máquina

En 1936, Alonzo Church—matemático estadounidense—lanza una publicación definiendo el concepto de “calculabilidad efectiva” mediante el cálculo lambda. Esto da nombre a las funciones lambda en lenguajes de programación.

El mismo año, Alan Turing—matemático inglés—publica su trabajo *On Computable Numbers, with an application to the Entscheidungsproblem*[1], donde propone la MT y delimita todo aquello que puede ser “computable”.

[1] Es *altamente* probable que tengan que leer el paper para el examen...

Turing y el Entscheidungsproblem

Turing y su máquina

En 1936, Alonzo Church—matemático estadounidense—lanza una publicación definiendo el concepto de "calculabilidad efectiva" mediante el cálculo lambda. Esto da nombre a las funciones lambda en lenguajes de programación.

El mismo año, Alan Turing—matemático inglés—publica su trabajo *On Computable Numbers, with an application to the Entscheidungsproblem*[1], donde propone la MT y delimita todo aquello que puede ser "computable".

[1] Es *altamente* probable que tengan que leer el paper para el examen...

¿Qué puede hacer la máquina de Turing?

Turing y su máquina

Aunque dos personas dieron la misma respuesta al *Entscheidungsproblem*—no existe algoritmo alguno para responder—usualmente nos quedamos con la versión de Turing, pues es más contundente al definir lo que es un algoritmo:

Teorema 1

Si lo puede hacer una máquina de Turing, entonces hay un algoritmo para ello.

Lo que significa que la MT puede hacer operaciones aritméticas, trabajar con listas, aceptar palabras y hacer **funciones**.

¿Qué puede hacer la máquina de Turing?

Turing y su máquina

Aunque dos personas dieron la misma respuesta al *Entscheidungsproblem*—no existe algoritmo alguno para responder—usualmente nos quedamos con la versión de Turing, pues es más contundente al definir lo que es un algoritmo:

Teorema 1

Si lo puede hacer una máquina de Turing, entonces hay un algoritmo para ello.

Lo que significa que la MT puede hacer operaciones aritméticas, trabajar con listas, aceptar palabras y hacer **funciones**.

¿Qué puede hacer la máquina de Turing?

Aunque dos personas dieron la misma respuesta al *Entscheidungsproblem*—no existe algoritmo alguno para responder—usualmente nos quedamos con la versión de Turing, pues es más contundente al definir lo que es un algoritmo:

Teorema 1

Si lo puede hacer una máquina de Turing, entonces hay un algoritmo para ello.

Lo que significa que la MT puede hacer operaciones aritméticas, trabajar con listas, aceptar palabras y hacer **funciones**.

¿Qué puede hacer la máquina de Turing?

Aunque dos personas dieron la misma respuesta al *Entscheidungsproblem*—no existe algoritmo alguno para responder—usualmente nos quedamos con la versión de Turing, pues es más contundente al definir lo que es un algoritmo:

Teorema 1

Si lo puede hacer una máquina de Turing, entonces hay un algoritmo para ello.

Lo que significa que la MT puede hacer operaciones aritméticas, trabajar con listas, aceptar palabras y hacer **funciones**.

Definición formal

Formalidades y ejemplos

De nuevo, hay muchas maneras de abordar la definición formal. Por ello, nos enfocaremos en usar lo más parecido a lo que hayamos usado.

Primero, recordemos que una MT *para reconocer palabras de un lenguaje* tiene

- Un conjunto de estados.
- Un input.
- Una cinta que usa como memoria.
- Un estado inicial.
- Un estado de aceptación.
- Un estado de rechazo.
- Una función de transición que define cómo pasar de un estado a otro, dadas ciertas condiciones.

Definición formal

Formalidades y ejemplos

De nuevo, hay muchas maneras de abordar la definición formal. Por ello, nos enfocaremos en usar lo más parecido a lo que hayamos usado.

Primero, recordemos que una MT *para reconocer palabras de un lenguaje* tiene

- Un conjunto de estados.
- Un input.
- Una cinta que usa como memoria.
- Un estado inicial.
- Un estado de aceptación.
- Un estado de rechazo.
- Una función de transición que define cómo pasar de un estado a otro, dadas ciertas condiciones.

Definición formal

Formalidades y ejemplos

De nuevo, hay muchas maneras de abordar la definición formal. Por ello, nos enfocaremos en usar lo más parecido a lo que hayamos usado.

Primero, recordemos que una MT *para reconocer palabras de un lenguaje* tiene

- Un conjunto de estados.
- Un input.
- Una cinta que usa como memoria.
- Un estado inicial.
- Un estado de aceptación.
- Un estado de rechazo.
- Una función de transición que define cómo pasar de un estado a otro, dadas ciertas condiciones.

Definición formal

Formalidades y ejemplos

De nuevo, hay muchas maneras de abordar la definición formal. Por ello, nos enfocaremos en usar lo más parecido a lo que hayamos usado.

Primero, recordemos que una MT *para reconocer palabras de un lenguaje* tiene

- Un conjunto de estados.
- Un input.
- Una cinta que usa como memoria.
- Un estado inicial.
- Un estado de aceptación.
- Un estado de rechazo.
- Una función de transición que define cómo pasar de un estado a otro, dadas ciertas condiciones.

Definición formal

Formalidades y ejemplos

De nuevo, hay muchas maneras de abordar la definición formal. Por ello, nos enfocaremos en usar lo más parecido a lo que hayamos usado.

Primero, recordemos que una MT *para reconocer palabras de un lenguaje* tiene

- Un conjunto de estados.
- Un input.
- Una cinta que usa como memoria.
- Un estado inicial.
- Un estado de aceptación.
- Un estado de rechazo.
- Una función de transición que define cómo pasar de un estado a otro, dadas ciertas condiciones.

Definición formal

Formalidades y ejemplos

De nuevo, hay muchas maneras de abordar la definición formal. Por ello, nos enfocaremos en usar lo más parecido a lo que hayamos usado.

Primero, recordemos que una MT *para reconocer palabras de un lenguaje* tiene

- Un conjunto de estados.
- Un input.
- Una cinta que usa como memoria.
- Un estado inicial.
- Un estado de aceptación.
- Un estado de rechazo.
- Una función de transición que define cómo pasar de un estado a otro, dadas ciertas condiciones.

Definición formal

Formalidades y ejemplos

De nuevo, hay muchas maneras de abordar la definición formal. Por ello, nos enfocaremos en usar lo más parecido a lo que hayamos usado.

Primero, recordemos que una MT *para reconocer palabras de un lenguaje* tiene

- Un conjunto de estados.
- Un input.
- Una cinta que usa como memoria.
- Un estado inicial.
- Un estado de aceptación.
- Un estado de rechazo.
- Una función de transición que define cómo pasar de un estado a otro, dadas ciertas condiciones.

Definición formal

Formalidades y ejemplos

De nuevo, hay muchas maneras de abordar la definición formal. Por ello, nos enfocaremos en usar lo más parecido a lo que hayamos usado.

Primero, recordemos que una MT *para reconocer palabras de un lenguaje* tiene

- Un conjunto de estados.
- Un input.
- Una cinta que usa como memoria.
- Un estado inicial.
- Un estado de aceptación.
- Un estado de rechazo.
- Una función de transición que define cómo pasar de un estado a otro, dadas ciertas condiciones.

Definición formal

Formalidades y ejemplos

Definición formal de una máquina de Turing

Una máquina de Turing M para reconocer palabras de un lenguaje es una tupla de la forma $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q, a, r)$ donde:

- Q es un conjunto finito de **estados**,
- Σ es el **alfabeto del input**, donde $\square \notin \Sigma$,
- Γ es el **alfabeto de la cinta**, donde $\square \in \Gamma$ y $\Sigma \subseteq \Gamma$,
- $q \in Q$ es el **estado inicial**,
- $a \in Q$ es el **estado de aceptación**,
- $r \in Q$ es el **estado de rechazo**, y
- δ es la función de transición.

Definición formal

Formalidades y ejemplos

Definición formal de una máquina de Turing

Una máquina de Turing M para reconocer palabras de un lenguaje es una tupla de la forma $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q, a, r)$ donde:

- Q es un conjunto finito de **estados**,
- Σ es el **alfabeto del input**, donde $\square \notin \Sigma$,
- Γ es el **alfabeto de la cinta**, donde $\square \in \Gamma$ y $\Sigma \subseteq \Gamma$,
- $q \in Q$ es el **estado inicial**,
- $a \in Q$ es el **estado de aceptación**,
- $r \in Q$ es el **estado de rechazo**, y
- δ es la función de transición.

Definición formal

Formalidades y ejemplos

Definición formal de una máquina de Turing

Una máquina de Turing M para reconocer palabras de un lenguaje es una tupla de la forma $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q, a, r)$ donde:

- Q es un conjunto finito de **estados**,
- Σ es el **alfabeto del input**, donde $\square \notin \Sigma$,
- Γ es el **alfabeto de la cinta**, donde $\square \in \Gamma$ y $\Sigma \subseteq \Gamma$,
- $q \in Q$ es el **estado inicial**,
- $a \in Q$ es el **estado de aceptación**,
- $r \in Q$ es el **estado de rechazo**, y
- δ es la función de transición.

Definición formal

Formalidades y ejemplos

Definición formal de una máquina de Turing

Una máquina de Turing M para reconocer palabras de un lenguaje es una tupla de la forma $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q, a, r)$ donde:

- Q es un conjunto finito de **estados**,
- Σ es el **alfabeto del input**, donde $\square \notin \Sigma$,
- Γ es el **alfabeto de la cinta**, donde $\square \in \Gamma$ y $\Sigma \subseteq \Gamma$,
- $q \in Q$ es el **estado inicial**,
- $a \in Q$ es el **estado de aceptación**,
- $r \in Q$ es el **estado de rechazo**, y
- δ es la función de transición.

Definición formal de una máquina de Turing

Una máquina de Turing M para reconocer palabras de un lenguaje es una tupla de la forma $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q, a, r)$ donde:

- Q es un conjunto finito de **estados**,
- Σ es el **alfabeto del input**, donde $\square \notin \Sigma$,
- Γ es el **alfabeto de la cinta**, donde $\square \in \Gamma$ y $\Sigma \subseteq \Gamma$,
- $q \in Q$ es el **estado inicial**,
- $a \in Q$ es el **estado de aceptación**,
- $r \in Q$ es el **estado de rechazo**, y
- δ es la función de transición.

Definición formal de una máquina de Turing

Una máquina de Turing M para reconocer palabras de un lenguaje es una tupla de la forma $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q, a, r)$ donde:

- Q es un conjunto finito de **estados**,
- Σ es el **alfabeto del input**, donde $\square \notin \Sigma$,
- Γ es el **alfabeto de la cinta**, donde $\square \in \Gamma$ y $\Sigma \subseteq \Gamma$,
- $q \in Q$ es el **estado inicial**,
- $a \in Q$ es el **estado de aceptación**,
- $r \in Q$ es el **estado de rechazo**, y
- δ es la función de transición.

Definición formal

Formalidades y ejemplos

Definición formal de una máquina de Turing

Una máquina de Turing M para reconocer palabras de un lenguaje es una tupla de la forma $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q, a, r)$ donde:

- Q es un conjunto finito de **estados**,
- Σ es el **alfabeto del input**, donde $\square \notin \Sigma$,
- Γ es el **alfabeto de la cinta**, donde $\square \in \Gamma$ y $\Sigma \subseteq \Gamma$,
- $q \in Q$ es el **estado inicial**,
- $a \in Q$ es el **estado de aceptación**,
- $r \in Q$ es el **estado de rechazo**, y
- δ es la función de transición.

Definición formal de una máquina de Turing

Una máquina de Turing M para reconocer palabras de un lenguaje es una tupla de la forma $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q, a, r)$ donde:

- Q es un conjunto finito de **estados**,
- Σ es el **alfabeto del input**, donde $\square \notin \Sigma$,
- Γ es el **alfabeto de la cinta**, donde $\square \in \Gamma$ y $\Sigma \subseteq \Gamma$,
- $q \in Q$ es el **estado inicial**,
- $a \in Q$ es el **estado de aceptación**,
- $r \in Q$ es el **estado de rechazo**, y
- δ es la función de transición.

Definición formal

Formalidades y ejemplos

La función de transición δ es una función de la forma:

$$\delta : Q \times \Gamma \to Q \times \Gamma \times \{L, N, R\}$$

Ejemplo

Podemos escribir $q_0 1 \to q_1 1 R$ que significaría que:

- Estando en el estado q_0,
- y al leer un 1 en la cinta

Entonces la MT

- cambia al estado q_1,
- escribe un 1 en la celda actual, y
- mueve el cabezal hacia la derecha (Right)

Definición formal

Formalidades y ejemplos

La función de transición δ es una función de la forma:

$$\delta : Q \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{L, N, R\}$$

Ejemplo

Podemos escribir $q_0 1 \rightarrow q_1 1 R$ que significaría que:

- Estando en el estado q_0,
- y al leer un 1 en la cinta

Entonces la MT

- cambia al estado q_1,
- escribe un 1 en la celda actual, y
- mueve el cabezal hacia la derecha (Right)

Definición formal

Formalidades y ejemplos

La función de transición δ es una función de la forma:

$$\delta : Q \times \Gamma \to Q \times \Gamma \times \{L, N, R\}$$

Ejemplo

Podemos escribir $q_0 1 \to q_1 1 R$ que significaría que:

- Estando en el estado q_0,
- y al leer un 1 en la cinta

Entonces la MT

- cambia al estado q_1,
- escribe un 1 en la celda actual, y
- mueve el cabezal hacia la derecha (Right)

Definición formal

Formalidades y ejemplos

La función de transición δ es una función de la forma:

$$\delta : Q \times \Gamma \to Q \times \Gamma \times \{L, N, R\}$$

Ejemplo

Podemos escribir $q_0 1 \to q_1 1 R$ que significaría que:

- Estando en el estado q_0,
- y al leer un 1 en la cinta

Entonces la MT

- cambia al estado q_1,
- escribe un 1 en la celda actual, y
- mueve el cabezal hacia la derecha (Right)

Definición formal

Formalidades y ejemplos

La función de transición δ es una función de la forma:

$$\delta : Q \times \Gamma \to Q \times \Gamma \times \{L, N, R\}$$

Ejemplo

Podemos escribir $q_0 1 \to q_1 1 R$ que significaría que:

- Estando en el estado q_0,
- y al leer un 1 en la cinta

Entonces la MT

- cambia al estado q_1,
- escribe un 1 en la celda actual, y
- mueve el cabezal hacia la derecha (Right)

Definición formal

Formalidades y ejemplos

La función de transición δ es una función de la forma:

$$\delta : Q \times \Gamma \to Q \times \Gamma \times \{L, N, R\}$$

Ejemplo

Podemos escribir $q_0 1 \to q_1 1 R$ que significaría que:

- Estando en el estado q_0,
- y al leer un 1 en la cinta

Entonces la MT

- cambia al estado q_1,
- escribe un 1 en la celda actual, y
- mueve el cabezal hacia la derecha (Right)

Definición formal

Formalidades y ejemplos

La función de transición δ es una función de la forma:

$$\delta : Q \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{L, N, R\}$$

Ejemplo

Podemos escribir $q_0 1 \rightarrow q_1 1 R$ que significaría que:

- Estando en el estado q_0,
- y al leer un 1 en la cinta

Entonces la MT

- cambia al estado q_1,
- escribe un 1 en la celda actual, y
- mueve el cabezal hacia la derecha (Right)

Definición formal

Formalidades y ejemplos

La verdad es que...

...es más fácil pensarlo como **flechas** que van **de un estado** $q0$ **a otro estado** q_1 de la forma $x \to y, D$— si lees x, escribes y y te mueves hacia D:

Definición formal

Formalidades y ejemplos

La verdad es que...

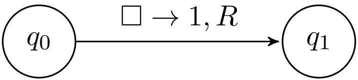
...es más fácil pensarlo como **flechas** que van **de un estado** $q0$ **a otro estado** q_1 de la forma $x \to y, D$— si lees x, escribes y y te mueves hacia D:

Definición formal

Formalidades y ejemplos

La verdad es que...

...es más fácil pensarlo como **flechas** que van **de un estado** $q0$ **a otro estado** q_1 de la forma $x \to y, D$— si lees x, escribes y y te mueves hacia D:



Configuración inicial

Formalidades y ejemplos

Antes de comenzar el cómputo, la máquina de Turing debe estar en una configuración específica. En esta configuración:

1. La cinta está vacía, es decir que tiene sólo símbolos $\square$ en ella.
2. La palabra de entrada **se copia** a algún lugar en la cinta.
3. El cabezal se mueve al **inicio** de la palabra de entrada.

Configuración inicial

Formalidades y ejemplos

Antes de comenzar el cómputo, la máquina de Turing debe estar en una configuración específica. En esta configuración:

1. La cinta está vacía, es decir que tiene sólo símbolos $\square$ en ella.
2. La palabra de entrada **se copia** a algún lugar en la cinta.
3. El cabezal se mueve al **inicio** de la palabra de entrada.

Configuración inicial

Formalidades y ejemplos

Antes de comenzar el cómputo, la máquina de Turing debe estar en una configuración específica. En esta configuración:

1. La cinta está vacía, es decir que tiene sólo símbolos $\Box$ en ella.
2. La palabra de entrada **se copia** a algún lugar en la cinta.
3. El cabezal se mueve al **inicio** de la palabra de entrada.

¿Y los ejemplos?

Se irán agregando con el tiempo.

Mientras, hay que revisar otros enfoques:

1. Slides 26 de Ramón Brena/Santiago Conant.
2. Slides 18, 19, 20 y 21 de Keith Schwarz.
3. Capítulos 4 de Maheshwari y Smid.