Autómatas Finitos Deterministas

Implementación de Métodos Computacionales (TC2037)

M.C. Xavier Sánchez Díaz
sax@tec.mx

Tecnológico de Monterrey

Tabla de contenidos

Definición

DFA

Definición 1

Un autómata finito determinista (DFA por sus siglas en inglés) es una **quíntupla** de la forma

$$M = (Q, \Sigma, \delta, q, F)$$

- Q es un **conjunto de estados** que es finito,
- Σ es el **alfabeto** aceptado,
- $\delta : Q \times \Sigma \to Q$ es la **función de transición**,
- $q \in Q$ es el **estado inicial**,
- $F \subseteq Q$ es un **conjunto de estados finales**.

Definición

DFA

Definición 1

Un autómata finito determinista (DFA por sus siglas en inglés) es una **quíntupla** de la forma

$$M = (Q, \Sigma, \delta, q, F)$$

- Q es un **conjunto de estados** que es finito,
- Σ es el **alfabeto** aceptado,
- $\delta : Q \times \Sigma \to Q$ es la **función de transición**,
- $q \in Q$ es el **estado inicial**,
- $F \subseteq Q$ es un **conjunto de estados finales**.

Definición

DFA

Definición 1

Un autómata finito determinista (DFA por sus siglas en inglés) es una **quíntupla** de la forma

$$M = (Q, \Sigma, \delta, q, F)$$

- Q es un **conjunto de estados** que es finito,
- Σ es el **alfabeto** aceptado,
- $\delta : Q \times \Sigma \to Q$ es la **función de transición**,
- $q \in Q$ es el **estado inicial**,
- $F \subseteq Q$ es un **conjunto de estados finales**.

Definición

DFA

Definición 1

Un autómata finito determinista (DFA por sus siglas en inglés) es una **quíntupla** de la forma

$$M = (Q, \Sigma, \delta, q, F)$$

- Q es un **conjunto de estados** que es finito,
- Σ es el **alfabeto** aceptado,
- $\delta : Q \times \Sigma \to Q$ es la **función de transición**,
- $q \in Q$ es el **estado inicial**,
- $F \subseteq Q$ es un **conjunto de estados finales**.

Definición
DFA

Definición 1

Un autómata finito determinista (DFA por sus siglas en inglés) es una **quíntupla** de la forma

$$M = (Q, \Sigma, \delta, q, F)$$

- Q es un **conjunto de estados** que es finito,
- Σ es el **alfabeto** aceptado,
- $\delta : Q \times \Sigma \to Q$ es la **función de transición**,
- $q \in Q$ es el **estado inicial**,
- $F \subseteq Q$ es un **conjunto de estados finales**.

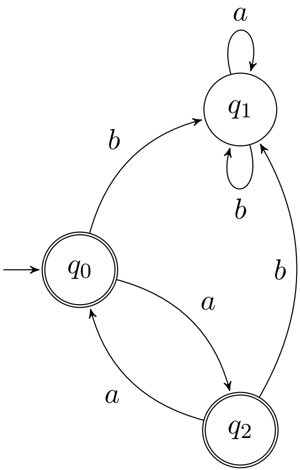
Definición 1

Un autómata finito determinista (DFA por sus siglas en inglés) es una **quíntupla** de la forma

$$M = (Q, \Sigma, \delta, q, F)$$

- Q es un **conjunto de estados** que es finito,
- Σ es el **alfabeto** aceptado,
- $\delta : Q \times \Sigma \to Q$ es la **función de transición**,
- $q \in Q$ es el **estado inicial**,
- $F \subseteq Q$ es un **conjunto de estados finales**.

Ejemplo
DFA



Ejemplo de `ramon.brena`

Lenguaje aceptado
DFA

Un DFA acepta una palabra si al consumir todos sus caracteres llega a uno de sus estados finales (representados con un doble círculo en el diagrama).

El **lenguaje aceptado** por una máquina M es el conjunto de palabras aceptadas por dicha máquina.

Lenguaje aceptado
DFA

Un DFA acepta una palabra si al consumir todos sus caracteres llega a uno de sus estados finales (representados con un doble círculo en el diagrama).

El **lenguaje aceptado** por una máquina M es el conjunto de palabras aceptadas por dicha máquina.

Corrección y Completez

Diseñando un DFA

En ocasiones, el problema radica en construir un DFA a partir del lenguaje que debe aceptar.

El autómata diseñado debe ser correcto y completo.

Corrección y Completez

Diseñando un DFA

En ocasiones, el problema radica en construir un DFA a partir del lenguaje que debe aceptar.

El autómata diseñado debe ser correcto y completo.

Corrección y Completez

Diseñando un DFA

Corrección: se refiere a la cualidad de un sistema de ser correcto. En el caso de un autómata, se refiere a que acepta **sólo** las palabras que pertenecen al lenguaje.

Completez: se refiere a la cualidad de un sistema de ser completo. En el caso de un autómata, se refiere a que acepta **todas** las palabras que pertenecen al lenguaje.

Corrección y Completez

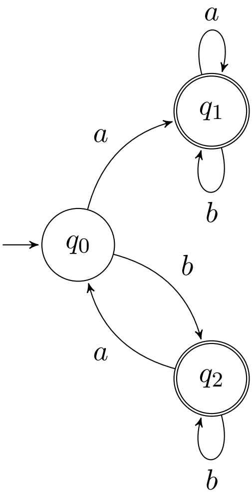
Diseñando un DFA

Corrección: se refiere a la cualidad de un sistema de ser correcto. En el caso de un autómata, se refiere a que acepta **sólo** las palabras que pertenecen al lenguaje.

Completez: se refiere a la cualidad de un sistema de ser completo. En el caso de un autómata, se refiere a que acepta **todas** las palabras que pertenecen al lenguaje.

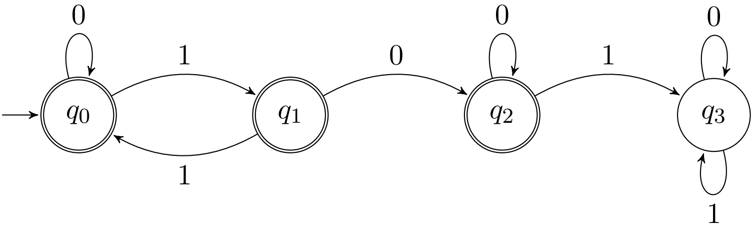
Diseñando un DFA

DFA para lenguaje en $\{a, b\}$ de palabras que no tienen varias as seguidas.



Diseñando un DFA

DFA para lenguaje en $\{0,1\}$ de palabras que no contienen 101.



Principios de diseño

Diseñando un DFA

¿Qué alternativas tenemos?

- **Prueba y error**. Inconveniente dado a que hay demasiados casos a considerar.
- **Sistemático**. Por condiciones de estados.
- **Conjuntos de estados**. Agrupando estados similares.

Principios de diseño

Diseñando un DFA

¿Qué alternativas tenemos?

- **Prueba y error**. Inconveniente dado a que hay demasiados casos a considerar.
- **Sistemático**. Por condiciones de estados.
- **Conjuntos de estados**. Agrupando estados similares.

Principios de diseño

Diseñando un DFA

¿Qué alternativas tenemos?

- **Prueba y error**. Inconveniente dado a que hay demasiados casos a considerar.
- **Sistemático**. Por condiciones de estados.
- **Conjuntos de estados**. Agrupando estados similares.

Principios de diseño

Diseñando un DFA

¿Qué alternativas tenemos?

- **Prueba y error**. Inconveniente dado a que hay demasiados casos a considerar.
- **Sistemático**. Por condiciones de estados.
- **Conjuntos de estados**. Agrupando estados similares.

Diseño sistemático

Diseñando un DFA

1. Determinar de manera explícita qué condición necesita cada uno de los estados.
   - Los estados deben ser mutuamente excluyentes
   - Los estados deben ser exhaustivos (*comprehensive*)
2. Proponer las transiciones que permiten pasar de un estado a otro.

Diseño sistemático

Diseñando un DFA

1. Determinar de manera explícita qué condición necesita cada uno de los estados.
    - Los estados deben ser mutuamente excluyentes
    - Los estados deben ser exhaustivos (*comprehensive*)
2. Proponer las transiciones que permiten pasar de un estado a otro.

Diseño sistemático

Diseñando un DFA

1. Determinar de manera explícita qué condición necesita cada uno de los estados.
    - Los estados deben ser mutuamente excluyentes
    - Los estados deben ser exhaustivos (*comprehensive*)
2. Proponer las transiciones que permiten pasar de un estado a otro.

Diseño sistemático

Diseñando un DFA

1. Determinar de manera explícita qué condición necesita cada uno de los estados.
    - Los estados deben ser mutuamente excluyentes
    - Los estados deben ser exhaustivos (*comprehensive*)
2. Proponer las transiciones que permiten pasar de un estado a otro.

Ejemplo de diseño sistemático

Diseñando un DFA

Un DFA que acepte exactamente el lenguaje en el alfabeto $\{0, 1\}$ de palabras que **no comienzan con 00**.

Condiciones a recordar:

- q_0: no se han recibido caracteres.
- q_1: empieza con un solo 0.
- q_2: empieza con dos o más 0s.
- q_3: no empieza con dos 0s.

Estados finales: q_0, q_1, q_3.

Ejemplo de diseño sistemático

Diseñando un DFA

Un DFA que acepte exactamente el lenguaje en el alfabeto $\{0, 1\}$ de palabras que **no comienzan con 00**.

Condiciones a recordar:

- q_0: no se han recibido caracteres.
- q_1: empieza con un solo 0.
- q_2: empieza con dos o más 0s.
- q_3: no empieza con dos 0s.

Estados finales: q_0, q_1, q_3.

Ejemplo de diseño sistemático

Diseñando un DFA

Un DFA que acepte exactamente el lenguaje en el alfabeto $\{0, 1\}$ de palabras que **no comienzan con 00**.

Condiciones a recordar:

- q_0: no se han recibido caracteres.
- q_1: empieza con un solo 0.
- q_2: empieza con dos o más 0s.
- q_3: no empieza con dos 0s.

Estados finales: q_0, q_1, q_3.

Ejemplo de diseño sistemático

Diseñando un DFA

Un DFA que acepte exactamente el lenguaje en el alfabeto $\{0, 1\}$ de palabras que **no comienzan con 00**.

Condiciones a recordar:

- q_0: no se han recibido caracteres.
- q_1: empieza con un solo 0.
- q_2: empieza con dos o más 0s.
- q_3: no empieza con dos 0s.

Estados finales: q_0, q_1, q_3.

Ejemplo de diseño sistemático

Diseñando un DFA

Un DFA que acepte exactamente el lenguaje en el alfabeto $\{0, 1\}$ de palabras que **no comienzan con 00**.

Condiciones a recordar:

- q_0: no se han recibido caracteres.
- q_1: empieza con un solo 0.
- q_2: empieza con dos o más 0s.
- q_3: no empieza con dos 0s.

Estados finales: q_0, q_1, q_3.

Ejemplo de diseño sistemático

Diseñando un DFA

Un DFA que acepte exactamente el lenguaje en el alfabeto $\{0, 1\}$ de palabras que **no comienzan con 00**.

Condiciones a recordar:

- q_0: no se han recibido caracteres.
- q_1: empieza con un solo 0.
- q_2: empieza con dos o más 0s.
- q_3: no empieza con dos 0s.

Estados finales: q_0, q_1, q_3.

Ejemplo de diseño sistemático

Diseñando un DFA

Un DFA que acepte exactamente el lenguaje en el alfabeto $\{0, 1\}$ de palabras que **no comienzan con 00**.

Condiciones a recordar:

- q_0: no se han recibido caracteres.
- q_1: empieza con un solo 0.
- q_2: empieza con dos o más 0s.
- q_3: no empieza con dos 0s.

Estados finales: q_0, q_1, q_3.

Ejemplo de diseño sistemático

Diseñando un DFA

Un DFA que acepte exactamente el lenguaje en el alfabeto $\{0, 1\}$ de palabras que **no comienzan con 00**.

Condiciones a recordar:

- q_0: no se han recibido caracteres.
- q_1: empieza con un solo 0.
- q_2: empieza con dos o más 0s.
- q_3: no empieza con dos 0s.

Estados finales: q_0, q_1, q_3.

Ejemplo de diseño sistemático

Diseñando un DFA

Un DFA que acepte exactamente el lenguaje en el alfabeto $\{0, 1\}$ de palabras que **no comienzan con 00**.

Condiciones a recordar:

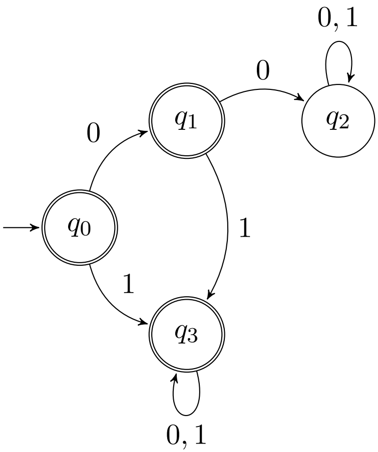
- q_0: no se han recibido caracteres.
- q_1: empieza con un solo 0.
- q_2: empieza con dos o más 0s.
- q_3: no empieza con dos 0s.

Estados finales: q_0, q_1, q_3.

Ejemplo de diseño sistemático

Diseñando un DFA

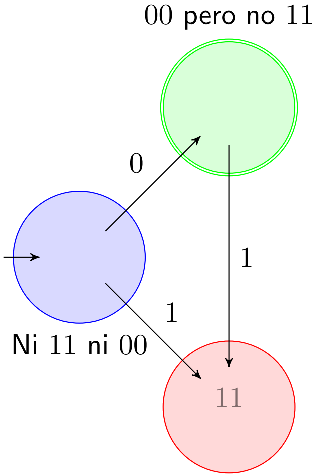
Un DFA que acepte exactamente el lenguaje en el alfabeto $\{0,1\}$ de palabras que **no comienzan con 00**.



Diseño por conjuntos de estados

Diseñando un DFA

Un DFA que acepte exactamente el lenguaje en el alfabeto $\{0, 1\}$ de palabras que **tengan** 00 **pero no** 11.



Subdivisión: diseño por conjuntos de estados

Diseñando un DFA

- Los caracteres alimentados hasta el momento no contienen ni 00 ni 11:
  - A — no se han recibido caracteres (estado inicial).
  - B — se recibió el primer 0 de 00.
  - C — se recibió el primer 1 de 11.
- Contienen 00 pero no 11:
  - D — se recibió otro 0.
  - E — se recibió el primer 1 de 11.
- Contienen 11:
  - No importa nada más (estado *infierno*).

Subdivisión: diseño por conjuntos de estados

Diseñando un DFA

- Los caracteres alimentados hasta el momento no contienen ni 00 ni 11:
  - A — no se han recibido caracteres (estado inicial).
  - B — se recibió el primer 0 de 00.
  - C — se recibió el primer 1 de 11.
- Contienen 00 pero no 11:
  - D — se recibió otro 0.
  - E — se recibió el primer 1 de 11.
- Contienen 11:
  - No importa nada más (estado *infierno*).

Subdivisión: diseño por conjuntos de estados

Diseñando un DFA

- Los caracteres alimentados hasta el momento no contienen ni 00 ni 11:
  - A — no se han recibido caracteres (estado inicial).
  - B — se recibió el primer 0 de 00.
  - C — se recibió el primer 1 de 11.
- Contienen 00 pero no 11:
  - D — se recibió otro 0.
  - E — se recibió el primer 1 de 11.
- Contienen 11:
  - No importa nada más (estado *infierno*).

Subdivisión: diseño por conjuntos de estados

Diseñando un DFA

- Los caracteres alimentados hasta el momento no contienen ni 00 ni 11:
  - A — no se han recibido caracteres (estado inicial).
  - B — se recibió el primer 0 de 00.
  - C — se recibió el primer 1 de 11.
- Contienen 00 pero no 11:
  - D — se recibió otro 0.
  - E — se recibió el primer 1 de 11.
- Contienen 11:
  - No importa nada más (estado *infierno*).

Subdivisión: diseño por conjuntos de estados

Diseñando un DFA

- Los caracteres alimentados hasta el momento no contienen ni 00 ni 11:
  - A — no se han recibido caracteres (estado inicial).
  - B — se recibió el primer 0 de 00.
  - C — se recibió el primer 1 de 11.
- Contienen 00 pero no 11:
  - D — se recibió otro 0.
  - E — se recibió el primer 1 de 11.
- Contienen 11:
  - No importa nada más (estado *infierno*).

Subdivisión: diseño por conjuntos de estados

Diseñando un DFA

- Los caracteres alimentados hasta el momento no contienen ni 00 ni 11:
  - A — no se han recibido caracteres (estado inicial).
  - B — se recibió el primer 0 de 00.
  - C — se recibió el primer 1 de 11.
- Contienen 00 pero no 11:
  - D — se recibió otro 0.
  - E — se recibió el primer 1 de 11.
- Contienen 11:
  - No importa nada más (estado *infierno*).

Subdivisión: diseño por conjuntos de estados

Diseñando un DFA

- Los caracteres alimentados hasta el momento no contienen ni 00 ni 11:
  - A — no se han recibido caracteres (estado inicial).
  - B — se recibió el primer 0 de 00.
  - C — se recibió el primer 1 de 11.
- Contienen 00 pero no 11:
  - D — se recibió otro 0.
  - E — se recibió el primer 1 de 11.
- Contienen 11:
  - No importa nada más (estado *infierno*).

Subdivisión: diseño por conjuntos de estados

Diseñando un DFA

- Los caracteres alimentados hasta el momento no contienen ni 00 ni 11:
    - A — no se han recibido caracteres (estado inicial).
    - B — se recibió el primer 0 de 00.
    - C — se recibió el primer 1 de 11.
- Contienen 00 pero no 11:
    - D — se recibió otro 0.
    - E — se recibió el primer 1 de 11.
- Contienen 11:
    - No importa nada más (estado *infierno*).

Subdivisión: diseño por conjuntos de estados

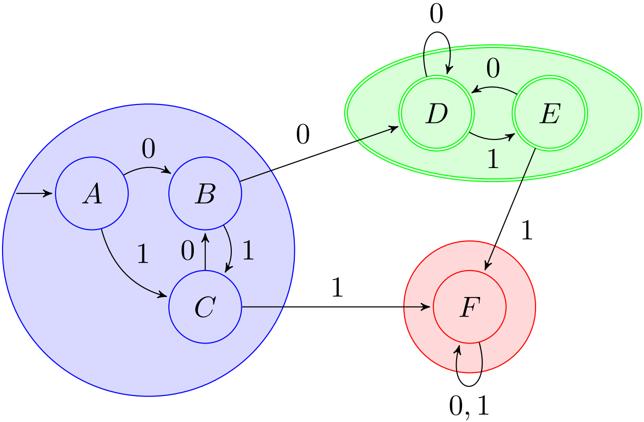
Diseñando un DFA

- Los caracteres alimentados hasta el momento no contienen ni 00 ni 11:
  - A — no se han recibido caracteres (estado inicial).
  - B — se recibió el primer 0 de 00.
  - C — se recibió el primer 1 de 11.
- Contienen 00 pero no 11:
  - D — se recibió otro 0.
  - E — se recibió el primer 1 de 11.
- Contienen 11:
  - No importa nada más (estado *infierno*).

Diseño por conjuntos de estados

Diseñando un DFA

Un DFA que acepte exactamente el lenguaje en el alfabeto $\{0, 1\}$ de palabras que **tengan** 00 **pero no** 11.



Diseño por complemento

Diseñando un DFA

Si M es un autómata determinista que acepta un lenguaje regular L, para construir un autómata $M^{\complement}$ que acepte el lenguaje $L^{\complement}$, basta con **intercambiar** los estados finales por estados no finales, y viceversa.

Cuando una palabra se rechaza en M, entonces se aceptará en $M^{\complement}$, y viceversa.

Diseño por complemento

Diseñando un DFA

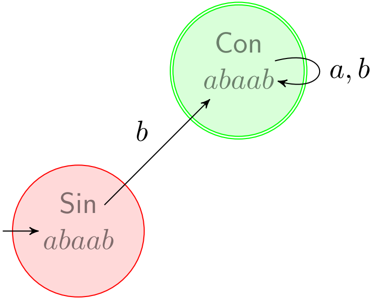
Si M es un autómata determinista que acepta un lenguaje regular L, para construir un autómata $M^{\complement}$ que acepte el lenguaje $L^{\complement}$, basta con **intercambiar** los estados finales por estados no finales, y viceversa.

Cuando una palabra se rechaza en M, entonces se aceptará en $M^{\complement}$, y viceversa.

Diseño por complemento

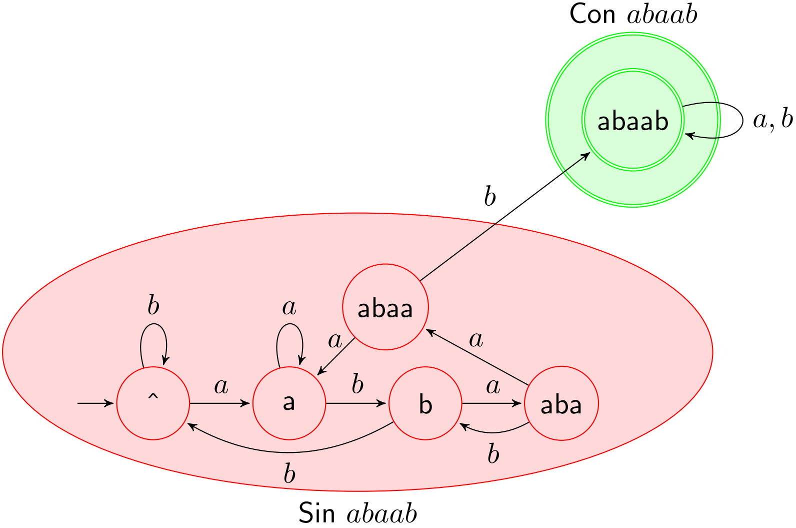
Diseñando un DFA

Obtener un DFA para el lenguaje en $\{a, b\}^*$ de las palabras que **no contienen la sub-cadena** $\mathbf{abaab}$.



Diseño por complemento

Diseñando un DFA



Diseño por complemento

Diseñando un DFA