

# Gramáticas Regulares

## Implementación de Métodos Computacionales (TC2037)

M.C. Xavier Sánchez Díaz  
mail@tec.mx



# Tabla de contenidos

- 1 Gramáticas como representaciones de lenguajes
- 2 Reglas y derivación
- 3 Definición y diseño de gramáticas formales

# Definición

## Gramáticas como representaciones de lenguajes

### Definición

Según la Real Academia Española, la **gramática** es una parte de la lingüística que estudia los elementos de una lengua, así como **la forma** en que estos se organizan y se combinan.

Es decir, la **gramática** estudia la **forma** en que las palabras se organizan y combinan.

Tenemos gramáticas *naturales* como las que usamos en español, en inglés, en francés, ... Pero también existen gramáticas *artificiales* como las que usamos en Python, C#, Java, ...

¿Qué las hace naturales o artificiales?

# Definición

## Gramáticas como representaciones de lenguajes

### Definición

Según la Real Academia Española, la **gramática** es una parte de la lingüística que estudia los elementos de una lengua, así como **la forma** en que estos se organizan y se combinan.

Es decir, la **gramática** estudia la **forma** en que las palabras se organizan y combinan.

Tenemos gramáticas *naturales* como las que usamos en español, en inglés, en francés, ... Pero también existen gramáticas *artificiales* como las que usamos en Python, C#, Java, ...

¿Qué las hace naturales o artificiales?

# Definición

## Gramáticas como representaciones de lenguajes

### Definición

Según la Real Academia Española, la **gramática** es una parte de la lingüística que estudia los elementos de una lengua, así como **la forma** en que estos se organizan y se combinan.

Es decir, la **gramática** estudia la **forma** en que las palabras se organizan y combinan.

Tenemos gramáticas *naturales* como las que usamos en español, en inglés, en francés, ... Pero también existen gramáticas *artificiales* como las que usamos en Python, C#, Java, ...

¿Qué las hace naturales o artificiales?

# Definición

## Gramáticas como representaciones de lenguajes

### Definición

Según la Real Academia Española, la **gramática** es una parte de la lingüística que estudia los elementos de una lengua, así como **la forma** en que estos se organizan y se combinan.

Es decir, la **gramática** estudia la **forma** en que las palabras se organizan y combinan.

Tenemos gramáticas *naturales* como las que usamos en español, en inglés, en francés, ... Pero también existen gramáticas *artificiales* como las que usamos en Python, C#, Java, ...

¿Qué las hace naturales o artificiales?

# Definición

## Gramáticas como representaciones de lenguajes

### Definición

Según la Real Academia Española, la **gramática** es una parte de la lingüística que estudia los elementos de una lengua, así como **la forma** en que estos se organizan y se combinan.

Es decir, la **gramática** estudia la **forma** en que las palabras se organizan y combinan.

Tenemos gramáticas *naturales* como las que usamos en español, en inglés, en francés, ... Pero también existen gramáticas *artificiales* como las que usamos en Python, C#, Java, ...

¿Qué las hace naturales o artificiales?

# Ejemplo: gramática es-MX

Gramáticas como representaciones de lenguajes

Una **oración** suele tener **sujeto** y **predicado**.

<frase> → <sujeto><predicado>

El **sujeto** suele ser un **sustantivo**.

<sujeto> → <sustantivo>

**Juan, María y Gustavo** (el perro) son todos **sustantivos**.

<sustantivo> → Gustavo

<sustantivo> → Juan

<sustantivo> → María

El **predicado** suele llevar un **verbo** y a veces un **objeto**. Y un **objeto** es algún **conectivo** y un **sustantivo**, y ...

<predicado> → <verbo intransitivo>

<predicado> → <verbo transitivo><objeto>

<objeto> → a <sustantivo>



# Ejemplo: gramática es-MX

Gramáticas como representaciones de lenguajes

Una **oración** suele tener **sujeto** y **predicado**.

<frase> → <sujeto><predicado>

El **sujeto** suele ser un **sustantivo**.

<sujeto> → <sustantivo>

**Juan, María y Gustavo** (el perro) son todos **sustantivos**.

<sustantivo> → Gustavo

<sustantivo> → Juan

<sustantivo> → María

El **predicado** suele llevar un **verbo** y a veces un **objeto**. Y un **objeto** es algún **conectivo** y un **sustantivo**, y ...

<predicado> → <verbo intransitivo>

<predicado> → <verbo transitivo><objeto>

<objeto> → a <sustantivo>

# Ejemplo: gramática es-MX

## Gramáticas como representaciones de lenguajes

Una **oración** suele tener **sujeto** y **predicado**.

<frase> → <sujeto><predicado>

El **sujeto** suele ser un **sustantivo**.

<sujeto> → <sustantivo>

Juan, María y Gustavo (el perro) son todos **sustantivos**.

<sustantivo> → Gustavo

<sustantivo> → Juan

<sustantivo> → María

El **predicado** suele llevar un **verbo** y a veces un **objeto**. Y un **objeto** es algún **conectivo** y un **sustantivo**, y ...

<predicado> → <verbo intransitivo>

<predicado> → <verbo transitivo><objeto>

<objeto> → a <sustantivo>

# Ejemplo: gramática es-MX

## Gramáticas como representaciones de lenguajes

Una **oración** suele tener **sujeto** y **predicado**.

<frase> → <sujeto><predicado>

El **sujeto** suele ser un **sustantivo**.

<sujeto> → <sustantivo>

Juan, María y Gustavo (el perro) son todos **sustantivos**.

<sustantivo> → Gustavo

<sustantivo> → Juan

<sustantivo> → María

El **predicado** suele llevar un **verbo** y a veces un **objeto**. Y un **objeto** es algún **conectivo** y un **sustantivo**, y ...

<predicado> → <verbo intransitivo>

<predicado> → <verbo transitivo><objeto>

<objeto> → a <sustantivo>

# Ejemplo: gramática es-MX

## Gramáticas como representaciones de lenguajes

Una **oración** suele tener **sujeto** y **predicado**.

<frase> → <sujeto><predicado>

El **sujeto** suele ser un **sustantivo**.

<sujeto> → <sustantivo>

**Juan, María y Gustavo** (el perro) son todos **sustantivos**.

<sustantivo> → Gustavo

<sustantivo> → Juan

<sustantivo> → María

El **predicado** suele llevar un **verbo** y a veces un **objeto**. Y un **objeto** es algún **conectivo** y un **sustantivo**, y ...

<predicado> → <verbo intransitivo>

<predicado> → <verbo transitivo><objeto>

<objeto> → a <sustantivo>

# Ejemplo: gramática es-MX

## Gramáticas como representaciones de lenguajes

Una **oración** suele tener **sujeto** y **predicado**.

<frase> → <sujeto><predicado>

El **sujeto** suele ser un **sustantivo**.

<sujeto> → <sustantivo>

**Juan, María y Gustavo** (el perro) son todos **sustantivos**.

<sustantivo> → Gustavo

<sustantivo> → Juan

<sustantivo> → María

El **predicado** suele llevar un **verbo** y a veces un **objeto**. Y un **objeto** es algún **conectivo** y un **sustantivo**, y ...

<predicado> → <verbo intransitivo>

<predicado> → <verbo transitivo><objeto>

<objeto> → a <sustantivo>

# Ejemplo: gramática es-MX

## Gramáticas como representaciones de lenguajes

Una **oración** suele tener **sujeto** y **predicado**.

<frase> → <sujeto><predicado>

El **sujeto** suele ser un **sustantivo**.

<sujeto> → <sustantivo>

**Juan, María y Gustavo** (el perro) son todos **sustantivos**.

<sustantivo> → Gustavo

<sustantivo> → Juan

<sustantivo> → María

El **predicado** suele llevar un **verbo** y a veces un **objeto**. Y un **objeto** es algún **conectivo** y un **sustantivo**, y ...

<predicado> → <verbo intransitivo>

<predicado> → <verbo transitivo><objeto>

<objeto> → a <sustantivo>

# Ejemplo: gramática es-MX

## Gramáticas como representaciones de lenguajes

Una **oración** suele tener **sujeto** y **predicado**.

<frase> → <sujeto><predicado>

El **sujeto** suele ser un **sustantivo**.

<sujeto> → <sustantivo>

**Juan, María y Gustavo** (el perro) son todos **sustantivos**.

<sustantivo> → Gustavo

<sustantivo> → Juan

<sustantivo> → María

El **predicado** suele llevar un **verbo** y a veces un **objeto**. Y un **objeto** es algún **conectivo** y un **sustantivo**, y ...

<predicado> → <verbo intransitivo>

<predicado> → <verbo transitivo><objeto>

<objeto> → a <sustantivo>

# Ejemplo: gramática es-MX

Gramáticas como representaciones de lenguajes

$\langle \text{frase} \rangle \rightarrow \langle \text{sujeto} \rangle \langle \text{predicado} \rangle$   
 $\langle \text{sujeto} \rangle \rightarrow \langle \text{sustantivo} \rangle$   
 $\langle \text{sustantivo} \rangle \rightarrow \text{Gustavo}$   
 $\langle \text{sustantivo} \rangle \rightarrow \text{Juan}$   
 $\langle \text{sustantivo} \rangle \rightarrow \text{María}$   
 $\langle \text{predicado} \rangle \rightarrow \langle \text{verbo intransitivo} \rangle$   
 $\langle \text{predicado} \rangle \rightarrow \langle \text{verbo transitivo} \rangle \langle \text{objeto} \rangle$   
 $\langle \text{verbo intransitivo} \rangle \rightarrow \text{patina}$   
 $\langle \text{verbo transitivo} \rangle \rightarrow \text{abrazo}$   
 $\langle \text{objeto} \rangle \rightarrow \text{a } \langle \text{sustantivo} \rangle$

Conjunto de reglas con  $\langle \text{variables} \rangle$  y  $\text{símbolos terminales}$ .



# Ejemplo: gramática es-MX

Gramáticas como representaciones de lenguajes

$\langle \text{frase} \rangle \rightarrow \langle \text{sujeto} \rangle \langle \text{predicado} \rangle$   
 $\langle \text{sujeto} \rangle \rightarrow \langle \text{sustantivo} \rangle$   
 $\langle \text{sustantivo} \rangle \rightarrow \text{Gustavo}$   
 $\langle \text{sustantivo} \rangle \rightarrow \text{Juan}$   
 $\langle \text{sustantivo} \rangle \rightarrow \text{María}$   
 $\langle \text{predicado} \rangle \rightarrow \langle \text{verbo intransitivo} \rangle$   
 $\langle \text{predicado} \rangle \rightarrow \langle \text{verbo transitivo} \rangle \langle \text{objeto} \rangle$   
 $\langle \text{verbo intransitivo} \rangle \rightarrow \text{patina}$   
 $\langle \text{verbo transitivo} \rangle \rightarrow \text{abraza}$   
 $\langle \text{objeto} \rangle \rightarrow \text{a } \langle \text{sustantivo} \rangle$

Conjunto de reglas con  $\langle \text{variables} \rangle$  y  $\text{símbolos terminales}$ .

# Ejemplo: gramática es-MX

Gramáticas como representaciones de lenguajes

$\langle \text{frase} \rangle \rightarrow \langle \text{sujeto} \rangle \langle \text{predicado} \rangle$   
 $\langle \text{sujeto} \rangle \rightarrow \langle \text{sustantivo} \rangle$   
 $\langle \text{sustantivo} \rangle \rightarrow \text{Gustavo}$   
 $\langle \text{sustantivo} \rangle \rightarrow \text{Juan}$   
 $\langle \text{sustantivo} \rangle \rightarrow \text{María}$   
 $\langle \text{predicado} \rangle \rightarrow \langle \text{verbo intransitivo} \rangle$   
 $\langle \text{predicado} \rangle \rightarrow \langle \text{verbo transitivo} \rangle \langle \text{objeto} \rangle$   
 $\langle \text{verbo intransitivo} \rangle \rightarrow \text{patina}$   
 $\langle \text{verbo transitivo} \rangle \rightarrow \text{abraza}$   
 $\langle \text{objeto} \rangle \rightarrow a \langle \text{sustantivo} \rangle$

Conjunto de reglas con  $\langle \text{variables} \rangle$  y  $\text{símbolos terminales}$ .

# La gramática como un conjunto de reglas

## Reglas y derivación

Cada línea del ejemplo anterior es una **regla**:

`<objeto> → <sustantivo>`

¿Qué **forma** tienen las reglas?

$$\alpha \rightarrow \beta$$

Tanto  $\alpha$  como  $\beta$  son símbolos—algunos son terminales, otros no.

# La gramática como un conjunto de reglas

## Reglas y derivación

Cada línea del ejemplo anterior es una **regla**:

`<objeto> → <sustantivo>`

¿Qué **forma** tienen las reglas?

$$\alpha \rightarrow \beta$$

Tanto  $\alpha$  como  $\beta$  son símbolos—algunos son terminales, otros no.

# La gramática como un conjunto de reglas

## Reglas y derivación

Cada línea del ejemplo anterior es una **regla**:

$\langle \text{objeto} \rangle \rightarrow \langle \text{sustantivo} \rangle$

¿Qué **forma** tienen las reglas?

$$\alpha \rightarrow \beta$$

Tanto  $\alpha$  como  $\beta$  son símbolos—algunos son terminales, otros no.

# La gramática como un conjunto de reglas

## Reglas y derivación

Cada línea del ejemplo anterior es una **regla**:

$\langle \text{objeto} \rangle \rightarrow \langle \text{sustantivo} \rangle$

¿Qué **forma** tienen las reglas?

$$\alpha \rightarrow \beta$$

Tanto  $\alpha$  como  $\beta$  son símbolos—algunos son terminales, otros no.

# Aplicación de reglas

## Reglas y derivación

Las reglas se aplican recursivamente:

$\langle \text{frase} \rangle \rightarrow \langle \text{sujeto} \rangle \langle \text{predicado} \rangle$

$\langle \text{sujeto} \rangle \rightarrow \langle \text{sustantivo} \rangle$

$\langle \text{sustantivo} \rangle \rightarrow \text{María}$

$\langle \text{predicado} \rangle \rightarrow \langle \text{verbo transitivo} \rangle \langle \text{objeto} \rangle$

$\langle \text{verbo transitivo} \rangle \rightarrow \text{abrazar}$

$\langle \text{objeto} \rangle \rightarrow \text{a } \langle \text{sustantivo} \rangle$

$\langle \text{sustantivo} \rangle \rightarrow \text{Gustavo}$

# Aplicación de reglas

## Reglas y derivación

$\langle \text{frase} \rangle \rightarrow \langle \text{sujeto} \rangle \langle \text{predicado} \rangle$

$\langle \text{sujeto} \rangle \rightarrow \langle \text{sustantivo} \rangle$

$\langle \text{sustantivo} \rangle \rightarrow \text{María}$

$\langle \text{predicado} \rangle \rightarrow \langle \text{verbo transitivo} \rangle \langle \text{objeto} \rangle$

$\langle \text{verbo transitivo} \rangle \rightarrow \text{abrazar}$

$\langle \text{objeto} \rangle \rightarrow \text{a } \langle \text{sustantivo} \rangle$

$\langle \text{sustantivo} \rangle \rightarrow \text{Gustavo}$



# Aplicación de reglas

## Reglas y derivación

$\langle \text{frase} \rangle \rightarrow \langle \text{sujeto} \rangle \langle \text{predicado} \rangle$

$\langle \text{sujeto} \rangle \rightarrow \langle \text{sustantivo} \rangle$

$\langle \text{sustantivo} \rangle \rightarrow \text{María}$

$\langle \text{predicado} \rangle \rightarrow \langle \text{verbo transitivo} \rangle \langle \text{objeto} \rangle$

$\langle \text{verbo transitivo} \rangle \rightarrow \text{abraza}$

$\langle \text{objeto} \rangle \rightarrow \text{a } \langle \text{sustantivo} \rangle$

$\langle \text{sustantivo} \rangle \rightarrow \text{Gustavo}$

# Aplicación de reglas

## Reglas y derivación

$\langle \text{frase} \rangle \rightarrow \langle \text{sujeto} \rangle \langle \text{predicado} \rangle$

$\langle \text{sujeto} \rangle \rightarrow \langle \text{sustantivo} \rangle$

$\langle \text{sustantivo} \rangle \rightarrow \text{María}$

$\langle \text{predicado} \rangle \rightarrow \langle \text{verbo transitivo} \rangle \langle \text{objeto} \rangle$

$\langle \text{verbo transitivo} \rangle \rightarrow \text{abrazar}$

$\langle \text{objeto} \rangle \rightarrow \text{a } \langle \text{sustantivo} \rangle$

$\langle \text{sustantivo} \rangle \rightarrow \text{Gustavo}$

# Aplicación de reglas

## Reglas y derivación

$\langle \text{frase} \rangle \rightarrow \langle \text{sujeto} \rangle \langle \text{predicado} \rangle$

$\langle \text{sujeto} \rangle \rightarrow \langle \text{sustantivo} \rangle$

$\langle \text{sustantivo} \rangle \rightarrow \text{María}$

$\langle \text{predicado} \rangle \rightarrow \langle \text{verbo transitivo} \rangle \langle \text{objeto} \rangle$

$\langle \text{verbo transitivo} \rangle \rightarrow \text{abraza}$

$\langle \text{objeto} \rangle \rightarrow \text{a } \langle \text{sustantivo} \rangle$

$\langle \text{sustantivo} \rangle \rightarrow \text{Gustavo}$

# Aplicación de reglas

## Reglas y derivación

$\langle \text{frase} \rangle \rightarrow \langle \text{sujeto} \rangle \langle \text{predicado} \rangle$

$\langle \text{sujeto} \rangle \rightarrow \langle \text{sustantivo} \rangle$

$\langle \text{sustantivo} \rangle \rightarrow \text{María}$

$\langle \text{predicado} \rangle \rightarrow \langle \text{verbo transitivo} \rangle \langle \text{objeto} \rangle$

$\langle \text{verbo transitivo} \rangle \rightarrow \text{abrazar}$

$\langle \text{objeto} \rangle \rightarrow \text{a } \langle \text{sustantivo} \rangle$

$\langle \text{sustantivo} \rangle \rightarrow \text{Gustavo}$

# Aplicación de reglas

## Reglas y derivación

$\langle \text{frase} \rangle \rightarrow \langle \text{sujeto} \rangle \langle \text{predicado} \rangle$

$\langle \text{sujeto} \rangle \rightarrow \langle \text{sustantivo} \rangle$

$\langle \text{sustantivo} \rangle \rightarrow \text{María}$

$\langle \text{predicado} \rangle \rightarrow \langle \text{verbo transitivo} \rangle \langle \text{objeto} \rangle$

$\langle \text{verbo transitivo} \rangle \rightarrow \text{abrazar}$

$\langle \text{objeto} \rangle \rightarrow \text{a } \langle \text{sustantivo} \rangle$

$\langle \text{sustantivo} \rangle \rightarrow \text{Gustavo}$

# Aplicación de reglas

## Reglas y derivación

$\langle \text{frase} \rangle \rightarrow \langle \text{sujeto} \rangle \langle \text{predicado} \rangle$

$\langle \text{sujeto} \rangle \rightarrow \langle \text{sustantivo} \rangle$

$\langle \text{sustantivo} \rangle \rightarrow \text{María}$

$\langle \text{predicado} \rangle \rightarrow \langle \text{verbo transitivo} \rangle \langle \text{objeto} \rangle$

$\langle \text{verbo transitivo} \rangle \rightarrow \text{abrazar}$

$\langle \text{objeto} \rangle \rightarrow \text{a } \langle \text{sustantivo} \rangle$

$\langle \text{sustantivo} \rangle \rightarrow \text{Gustavo}$

# Aplicación de reglas

## Reglas y derivación

$\langle \text{frase} \rangle \rightarrow \langle \text{sujeto} \rangle \langle \text{predicado} \rangle$

$\langle \text{sujeto} \rangle \rightarrow \langle \text{sustantivo} \rangle$

$\langle \text{sustantivo} \rangle \rightarrow \text{María}$

$\langle \text{predicado} \rangle \rightarrow \langle \text{verbo transitivo} \rangle \langle \text{objeto} \rangle$

$\langle \text{verbo transitivo} \rangle \rightarrow \text{abraza}$

$\langle \text{objeto} \rangle \rightarrow \text{a} \langle \text{sustantivo} \rangle$

$\langle \text{sustantivo} \rangle \rightarrow \text{Gustavo}$

María abraza a Gustavo

# Derivación de reglas

## Reglas y derivación

Al aplicar una regla de forma  $\alpha \rightarrow \beta$  a la expresión  $u\alpha v$  da como resultado la expresión  $u\beta v$ .

A este proceso le llamamos **derivación**, donde pasamos de una expresión a otra:

$$u\alpha v \Longrightarrow u\beta v$$

Por ejemplo: María abraza  $\langle \text{objeto} \rangle \Longrightarrow$  María abraza a  $\langle \text{sustantivo} \rangle$ .

Usualmente representamos una derivación *completa* en una gramática como si fuera una **Kleene Star**:

$$S \Longrightarrow^* w$$



# Derivación de reglas

## Reglas y derivación

Al aplicar una regla de forma  $\alpha \rightarrow \beta$  a la expresión  $u\alpha v$  da como resultado la expresión  $u\beta v$ .

A este proceso le llamamos **derivación**, donde pasamos de una expresión a otra:

$$u\alpha v \Longrightarrow u\beta v$$

Por ejemplo: María abraza  $\langle \text{objeto} \rangle \Longrightarrow$  María abraza a  $\langle \text{sustantivo} \rangle$ .

Usualmente representamos una derivación *completa* en una gramática como si fuera una **Kleene Star**:

$$S \Longrightarrow^* w$$

# Derivación de reglas

## Reglas y derivación

Al aplicar una regla de forma  $\alpha \rightarrow \beta$  a la expresión  $u\alpha v$  da como resultado la expresión  $u\beta v$ .

A este proceso le llamamos **derivación**, donde pasamos de una expresión a otra:

$$u\alpha v \Longrightarrow u\beta v$$

Por ejemplo: María abraza  $\langle \text{objeto} \rangle \Longrightarrow$  María abraza a  $\langle \text{sustantivo} \rangle$ .

Usualmente representamos una derivación *completa* en una gramática como si fuera una **Kleene Star**:

$$S \Longrightarrow^* w$$

# Derivación de reglas

## Reglas y derivación

Al aplicar una regla de forma  $\alpha \rightarrow \beta$  a la expresión  $u\alpha v$  da como resultado la expresión  $u\beta v$ .

A este proceso le llamamos **derivación**, donde pasamos de una expresión a otra:

$$u\alpha v \Longrightarrow u\beta v$$

Por ejemplo: María abraza  $\langle \text{objeto} \rangle \Longrightarrow$  María abraza a  $\langle \text{sustantivo} \rangle$ .

Usualmente representamos una derivación *completa* en una gramática como si fuera una **Kleene Star**:

$$S \Longrightarrow^* w$$

# Definición de una gramática formal

## Definición y diseño de gramáticas formales

### Definición

Formalmente, una **gramática** es un cuádruplo  $G = (V, \Sigma, R, S)$ , donde

- 1  $V$  es un conjunto finito de **variables**,
- 2  $\Sigma$  es un conjunto finito de **terminales**,
- 3  $R$  es un conjunto finito de **reglas** de la forma  $A \rightarrow w$ , tal que  $A \in V$  y  $w \in (V \cup \Sigma)^*$
- 4  $S \in V$  es la **variable inicial**.

Lenguaje  $L$  generado por  $G$

$$L = \{w \in \Sigma^* : S \Longrightarrow^* w\}$$

# Definición de una gramática formal

## Definición y diseño de gramáticas formales

### Definición

Formalmente, una **gramática** es un cuádruplo  $G = (V, \Sigma, R, S)$ , donde

- 1  $V$  es un conjunto finito de **variables**,
- 2  $\Sigma$  es un conjunto finito de **terminales**,
- 3  $R$  es un conjunto finito de **reglas** de la forma  $A \rightarrow w$ , tal que  $A \in V$  y  $w \in (V \cup \Sigma)^*$
- 4  $S \in V$  es la **variable inicial**.

Lenguaje  $L$  generado por  $G$

$$L = \{w \in \Sigma^* : S \Longrightarrow^* w\}$$

# Definición de una gramática formal

## Definición y diseño de gramáticas formales

### Definición

Formalmente, una **gramática** es un cuádruplo  $G = (V, \Sigma, R, S)$ , donde

- 1  $V$  es un conjunto finito de **variables**,
- 2  $\Sigma$  es un conjunto finito de **terminales**,
- 3  $R$  es un conjunto finito de **reglas** de la forma  $A \rightarrow w$ , tal que  $A \in V$  y  $w \in (V \cup \Sigma)^*$
- 4  $S \in V$  es la **variable inicial**.

Lenguaje  $L$  generado por  $G$

$$L = \{w \in \Sigma^* : S \Longrightarrow^* w\}$$

# Definición de una gramática formal

## Definición y diseño de gramáticas formales

### Definición

Formalmente, una **gramática** es un cuádruplo  $G = (V, \Sigma, R, S)$ , donde

- 1  $V$  es un conjunto finito de **variables**,
- 2  $\Sigma$  es un conjunto finito de **terminales**,
- 3  $R$  es un conjunto finito de **reglas** de la forma  $A \rightarrow w$ , tal que  $A \in V$  y  $w \in (V \cup \Sigma)^*$
- 4  $S \in V$  es la **variable inicial**.

Lenguaje  $L$  generado por  $G$

$$L = \{w \in \Sigma^* : S \Longrightarrow^* w\}$$

# Definición de una gramática formal

## Definición y diseño de gramáticas formales

### Definición

Formalmente, una **gramática** es un cuádruplo  $G = (V, \Sigma, R, S)$ , donde

- 1  $V$  es un conjunto finito de **variables**,
- 2  $\Sigma$  es un conjunto finito de **terminales**,
- 3  $R$  es un conjunto finito de **reglas** de la forma  $A \rightarrow w$ , tal que  $A \in V$  y  $w \in (V \cup \Sigma)^*$
- 4  $S \in V$  es la **variable inicial**.

### Lenguaje $L$ generado por $G$

$$L = \{w \in \Sigma^* : S \Longrightarrow^* w\}$$



# Ejemplo: gramática formal

## Definición y diseño de gramáticas formales

$\langle \text{frase} \rangle \rightarrow \langle \text{sujeto} \rangle \langle \text{predicado} \rangle$

$\langle \text{sujeto} \rangle \rightarrow \langle \text{sustantivo} \rangle$

$\langle \text{sustantivo} \rangle \rightarrow \text{Gustavo}$

$\langle \text{sustantivo} \rangle \rightarrow \text{Juan}$

$\langle \text{sustantivo} \rangle \rightarrow \text{María}$

$\langle \text{predicado} \rangle \rightarrow \langle \text{verbo intransitivo} \rangle$

$\langle \text{predicado} \rangle \rightarrow \langle \text{verbo transitivo} \rangle \langle \text{objeto} \rangle$

$\langle \text{verbo intransitivo} \rangle \rightarrow \text{patina}$

$\langle \text{verbo transitivo} \rangle \rightarrow \text{abrazo}$

$\langle \text{objeto} \rangle \rightarrow a \langle \text{sustantivo} \rangle$

¿Cuál es la definición formal de esta gramática?

# Ejemplo: diseño de gramática formal

## Definición y diseño de gramáticas formales

*Crear una Gramática Regular que genere el lenguaje de palabras sobre  $\{a, b\}$  de longitud par y terminadas en  $a$ .*

Necesitamos **tres** variables:

- 1  $S$  para recordar que no hemos recibido nada. Si agregamos un símbolo, entonces se hace impar.
- 2  $I$  para recordar que llevamos una palabra de longitud impar. Si agregamos un símbolo, entonces se hace par.
- 3  $P$  para recordar que llevamos una palabra de longitud par. Si agregamos un símbolo, entonces se hace impar.

$S$  nos lleva a  $I$  que nos lleva a  $P$  que nos lleva a  $I$ ...

# Ejemplo: diseño de gramática formal

## Definición y diseño de gramáticas formales

*Crear una Gramática Regular que genere el lenguaje de palabras sobre  $\{a, b\}$  de longitud par y terminadas en  $a$ .*

Necesitamos **tres** variables:

- 1  $S$  para recordar que no hemos recibido nada. Si agregamos un símbolo, entonces se hace impar.
- 2  $I$  para recordar que llevamos una palabra de longitud impar. Si agregamos un símbolo, entonces se hace par.
- 3  $P$  para recordar que llevamos una palabra de longitud par. Si agregamos un símbolo, entonces se hace impar.

$S$  nos lleva a  $I$  que nos lleva a  $P$  que nos lleva a  $I$ ...

# Ejemplo: diseño de gramática formal

## Definición y diseño de gramáticas formales

*Crear una Gramática Regular que genere el lenguaje de palabras sobre  $\{a, b\}$  de longitud par y terminadas en  $a$ .*

Necesitamos **tres** variables:

- 1  $S$  para recordar que no hemos recibido nada. Si agregamos un símbolo, entonces se hace impar.
- 2  $I$  para recordar que llevamos una palabra de longitud impar. Si agregamos un símbolo, entonces se hace par.
- 3  $P$  para recordar que llevamos una palabra de longitud par. Si agregamos un símbolo, entonces se hace impar.

$S$  nos lleva a  $I$  que nos lleva a  $P$  que nos lleva a  $I$ ...

# Ejemplo: diseño de gramática formal

## Definición y diseño de gramáticas formales

*Crear una Gramática Regular que genere el lenguaje de palabras sobre  $\{a, b\}$  de longitud par y terminadas en  $a$ .*

Necesitamos **tres** variables:

- 1  $S$  para recordar que no hemos recibido nada. Si agregamos un símbolo, entonces se hace impar.
- 2  $I$  para recordar que llevamos una palabra de longitud impar. Si agregamos un símbolo, entonces se hace par.
- 3  $P$  para recordar que llevamos una palabra de longitud par. Si agregamos un símbolo, entonces se hace impar.

$S$  nos lleva a  $I$  que nos lleva a  $P$  que nos lleva a  $I$ ...

# Ejemplo: diseño de gramática formal

## Definición y diseño de gramáticas formales

*Crear una Gramática Regular que genere el lenguaje de palabras sobre  $\{a, b\}$  de longitud par y terminadas en  $a$ .*

Necesitamos **tres** variables:

- 1  $S$  para recordar que no hemos recibido nada. Si agregamos un símbolo, entonces se hace impar.
- 2  $I$  para recordar que llevamos una palabra de longitud impar. Si agregamos un símbolo, entonces se hace par.
- 3  $P$  para recordar que llevamos una palabra de longitud par. Si agregamos un símbolo, entonces se hace impar.

$S$  nos lleva a  $I$  que nos lleva a  $P$  que nos lleva a  $I...$

# Ejemplo: diseño de gramática formal

## Definición y diseño de gramáticas formales

*Crear una Gramática Regular que genere el lenguaje de palabras sobre  $\{a, b\}$  de longitud par y terminadas en  $a$ .*

Necesitamos **tres** variables:

- 1  $S$  para recordar que no hemos recibido nada. Si agregamos un símbolo, entonces se hace impar.
- 2  $I$  para recordar que llevamos una palabra de longitud impar. Si agregamos un símbolo, entonces se hace par.
- 3  $P$  para recordar que llevamos una palabra de longitud par. Si agregamos un símbolo, entonces se hace impar.

$S$  nos lleva a  $I$  que nos lleva a  $P$  que nos lleva a  $I$ ...

# Ejemplo: diseño de gramática formal

## Definición y diseño de gramáticas formales

Cada variable tiene distintas reglas:

- 1  $S \rightarrow aI$  si lo primero que recibimos es  $a$
- 2  $S \rightarrow bI$  si lo primero que recibimos es  $b$
- 3  $I \rightarrow aP$  si lo siguiente que recibimos es  $a$
- 4  $I \rightarrow bP$  si lo siguiente que recibimos es  $b$
- 5  $P \rightarrow aI$  si lo siguiente que recibimos es  $a$
- 6  $P \rightarrow bI$  si lo siguiente que recibimos es  $b$
- 7  $I \rightarrow a$  para terminar con una  $a$  y con una longitud par.



# Ejemplo: diseño de gramática formal

## Definición y diseño de gramáticas formales

Cada variable tiene distintas reglas:

*I* para recordar que llevamos una palabra de longitud impar:

- 1  $S \rightarrow aI$  si lo primero que recibimos es *a*
- 2  $S \rightarrow bI$  si lo primero que recibimos es *b*
- 3  $I \rightarrow aP$  si lo siguiente que recibimos es *a*
- 4  $I \rightarrow bP$  si lo siguiente que recibimos es *b*
- 5  $P \rightarrow aI$  si lo siguiente que recibimos es *a*
- 6  $P \rightarrow bI$  si lo siguiente que recibimos es *b*
- 7  $I \rightarrow a$  para terminar con una *a* y con una longitud par.

# Ejemplo: diseño de gramática formal

## Definición y diseño de gramáticas formales

Cada variable tiene distintas reglas:

$P$  para recordar que llevamos una palabra de longitud par:

- 1  $S \rightarrow aI$  si lo primero que recibimos es  $a$
- 2  $S \rightarrow bI$  si lo primero que recibimos es  $b$
- 3  $I \rightarrow aP$  si lo siguiente que recibimos es  $a$
- 4  $I \rightarrow bP$  si lo siguiente que recibimos es  $b$
- 5  $P \rightarrow aI$  si lo siguiente que recibimos es  $a$
- 6  $P \rightarrow bI$  si lo siguiente que recibimos es  $b$
- 7  $I \rightarrow a$  para terminar con una  $a$  y con una longitud par.

# Ejemplo: diseño de gramática formal

## Definición y diseño de gramáticas formales

Cada variable tiene distintas reglas:

Completamos las reglas que hagan falta:

- ①  $S \rightarrow aI$  si lo primero que recibimos es  $a$
- ②  $S \rightarrow bI$  si lo primero que recibimos es  $b$
- ③  $I \rightarrow aP$  si lo siguiente que recibimos es  $a$
- ④  $I \rightarrow bP$  si lo siguiente que recibimos es  $b$
- ⑤  $P \rightarrow aI$  si lo siguiente que recibimos es  $a$
- ⑥  $P \rightarrow bI$  si lo siguiente que recibimos es  $b$
- ⑦  $I \rightarrow a$  para terminar con una  $a$  y con una longitud par.