

TAREA 2

Normas para la presentación de la Tarea

- La tarea puede realizarse **en parejas** de cualquier sección.
- La presente tarea puede realizarla a computador o a mano. Debe tener en cuenta que la presentación del informe puede influir en la calificación final.
- El informe debe ser presentado en hojas blancas, numeradas, impresión por ambos lados y en la parte superior de cada hoja se debe especificar el nombre y código de cada estudiante.
- **La primera hoja de su tarea debe contener el formato que se presenta en la siguiente página.** Las tareas que no tengan este formato tendrán una penalización de cero punto cinco (0.5) sobre la nota final de la tarea.
- Será responsabilidad de los integrantes del grupo verificar el contenido de la tarea antes de la entrega. Luego de entregado el documento, no se recibirán adiciones por motivos de problemas de impresión en fórmulas o ecuaciones.
- Debe respetar el horario y el lugar de entrega de las tareas. **Las tareas entregadas después de este plazo no serán recibidas y su calificación será de cero (0).**
- **Por ningún motivo la tarea será recibida por correo electrónico.**
- El incumplimiento de alguna de las anteriores instrucciones tendrá un impacto negativo en la nota de la tarea.
- Cualquier sospecha de fraude será tratada de acuerdo con el reglamento de la Universidad.
- Si usted encuentra algún GAZAPO¹ en la solución correspondiente a esta tarea por favor comuníquelo a **ma.galvis138**. Si su observación es válida, se verá recompensado con un incremento del 5% en la nota de la tarea.

Forma de entrega

- El informe de la tarea debe ser entregado en los casilleros de Ingeniería Industrial, en el séptimo piso del ML, antes de la fecha límite de entrega. El casillero será habilitado el día anterior a la entrega de la tarea.
- Adicionalmente, el informe de la tarea junto a sus archivos de soporte deberán ser colgados en el link habilitado en Sicua Plus, antes de la fecha límite de entrega. Por lo tanto, si usted realizó su tarea a mano, debe escanear el documento y subirlo al link correspondiente.

Fecha de entrega

La fecha límite de entrega es el **miércoles 2 de septiembre de 2015, antes de las 5:00 p.m.**

¹ Yerro que por inadvertencia deja escapar quien escribe o habla. (Definición según La Real Academia de la Lengua Española)

Integrante 1: _____ Código: _____ Sección: _____
 Integrante 2: _____ Código: _____ Sección: _____

Numeral		Puntaje
1	a)	/5
	b)	/5
	c)	/5
	d)	/8
	e)	/5
	f)	/5
	g)	/5
	h)	/2
2	a)	/5
	b)	/2
	c)	/4
	d)	/4
	e)	/8
	f)	/10
	g)	/5
	h)	/4
	i)	/2
	j)	/4
3	a)	/4
	b)	/4
	c)	/4
	d)	/4
	e)	/6
4	a)	/3
	b)	/3
	c)	/4

TOTAL	/120
NOTA	/5

Punto 1. VA Discretas y Continuas de Mayor Aplicación – (40 puntos)

La empresa Tygol, dedicada a la fabricación de implementos deportivos, es uno de los patrocinadores oficiales del Fútbol Profesional Colombiano (FPC). La Dimenor tiene establecido que, dentro de las responsabilidades de Tygol como patrocinador, la empresa debe diseñar el balón oficial con el cual se disputarán todos los partidos de los diferentes torneos del FPC de cada año. Para esta temporada, la empresa presentó su nuevo balón oficial Tygol Inficty, caracterizado por un vistoso diseño y por su rapidez en el campo de juego. Durante la pasada temporada, la empresa tuvo varias quejas por parte de los clubes, dado que algunos de los balones de entrenamiento se desinflaban debido a fallas en las válvulas. El gerente de Tygol teme que ocurra algo similar a esto con el balón que diseñaron para esta temporada, y que se generen sobrecostos al tener que reemplazar dichos balones.

El proceso de control de calidad de una válvula se realiza 24 horas después de haber inflado un balón de prueba, bajo condiciones controladas de temperatura y de humedad relativa. Luego de varios experimentos realizados por el proveedor de las válvulas, este determinó que la presión, en psi, que mantienen sus válvulas en un balón 24 horas luego de ser inflado se comporta como una variable aleatoria triangular (8.05, 9.17 y 17.06).

- a. **(5 puntos)** Según estándares FIFA, un balón oficial debe de tener una presión de aire entre 8.5 y 15.6 psi. Si la empresa Tygol establece que una válvula es defectuosa si no logra mantener dicho estándar de presión, calcule la probabilidad de que una válvula fabricada por el proveedor sea defectuosa.

Teniendo en cuenta la probabilidad calculada anteriormente, la empresa ha decidido realizar una producción preliminar de 500 balones para realizar un control de calidad previo al inicio de la producción total de esta temporada. El control de calidad se diseñó en las dos etapas que se describen a continuación:

Etapas 1: se toma una muestra aleatoria de 50 balones. Si se encuentra un máximo de 2 balones que presenten fallas en las válvulas, se decide iniciar la producción sin pasar a la Etapa 2; si se encuentran al menos 6 balones que presenten fallas en las válvulas, se pospone la producción; de lo contrario, se realiza la Etapa 2 de control de calidad.

Etapas 2: se toma una segunda muestra aleatoria de 100 balones. Si el número de balones que presentan fallas de esta segunda muestra más el número de balones defectuosos de la primera muestra aleatoria no superan las 6 unidades, se da inicio a la producción. De lo contrario, se decide posponer la producción hasta llegar a un acuerdo de garantía con el proveedor de las válvulas.

Teniendo en cuenta esta información y asumiendo independencia entre las muestras aleatorias seleccionadas en cada una de las etapas, responda los siguientes literales. No olvide hacer explícita la variable aleatoria, la distribución de probabilidad y los parámetros correspondientes.

- b. **(5 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que se decida iniciar la producción de los nuevos balones en la Etapa 1, sin pasar a la Etapa 2?
- c. **(5 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que se deba posponer la producción en la Etapa 1, sin pasar a la Etapa 2?

- d. **(8 puntos)** Si luego de la primera etapa se sabe que es necesario realizar la Etapa 2 de control de calidad, ¿cuál es la probabilidad de que se acepte la producción bajo los criterios de esta etapa?
- e. **(5 puntos)** El gerente del área de control de calidad ha decidido recolectar una muestra aleatoria de 5 balones que presenten fallas en las válvulas, para inspeccionar los aspectos específicos que ocasionan las fallas. Si el gerente inspecciona uno a uno los balones que salen de la línea de producción, ¿cuál es la probabilidad de que deban inspeccionar 80 balones hasta completar la muestra requerida?
- f. **(5 puntos)** Calcule la probabilidad de que el décimo y el onceavo balón que inspecciona el gerente sean los dos primeros balones que presenten fallas.
- g. **(5 puntos)** Bajo el contexto del literal e ¿cuál es el número esperado de balones que no presentan fallas en las válvulas, que el gerente esperaría encontrar antes de completar su muestra de 5 balones defectuosos?
- h. **(2 puntos)** Se envían 100 balones al proveedor de válvulas para que realice otras pruebas relacionadas al desgaste de las mismas. Se sabe de antemano que entre los balones enviados hay 30 que presentan fallas. Calcule la probabilidad de que, si el proveedor toma una muestra aleatoria de 20 de estos 100 balones, encuentre a lo sumo 6 que presenten fallas.

Punto 2. Proceso de Poisson y Distribución Exponencial – (48 puntos)

Los directivos del Hospital Santa Concepción están interesados en analizar el tiempo que transcurre entre el ingreso de un paciente a la Central de Urgencias y el ingreso del próximo paciente (cada una de estas personas llega al Centro de Urgencias de forma independiente). Luego de una evaluación que contó con un grupo de investigadores de una reconocida universidad, se determinó que la variable aleatoria que representa el tiempo que transcurre entre la llegada de dos pacientes a urgencias se distribuye exponencial con una media de 20 minutos entre las 5:00 a.m. y la 1:00 p.m (hora pico de urgencias); mientras que para el resto del día, la media de dicha variable es de 45 minutos. Tenga en cuenta que la Central de Urgencias del hospital está abierta las 24 horas del día, los 7 días de la semana.

Con base en la información anterior, de solución a los siguientes literales.

- a. **(5 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que en la hora pico de urgencias lleguen a lo sumo 20 pacientes?
 - i. Defina la variable aleatoria en términos del problema.
 - ii. Identifique la distribución y los parámetros correspondientes.
 - iii. Calcule la probabilidad solicitada.
- b. **(2 puntos)** ¿Cuál es el valor esperado y la varianza del número de pacientes que son atendidos durante la hora pico en urgencias?
- c. **(4 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que lleguen exactamente 15 pacientes entre las 7:00 a.m. y las 10:00 a.m.?

d. **(4 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que lleguen por lo menos 6 pacientes entre las 12:00 a.m. y las 5:00 a.m.?

e. **(8 puntos)** Si entre las 4:00 a.m. y las 10:00 a.m. llegaron 25 pacientes, ¿cuál es la probabilidad de que entre las 10:00 a.m. y las 12:00 p.m. lleguen menos de 3 pacientes? Por otro lado ¿cuál es la probabilidad de que lleguen 28 pacientes entre las 4:00 a.m. y las 11:00 a.m.?

f. **(10 puntos)** Si se sabe que llegaron 30 pacientes entre las 10:00 p.m. y las 4:00 a.m., ¿cuál es la probabilidad de que 20 pacientes hayan llegado entre la 1:30 a.m. y las 3:15 a.m.?

Nota: una respuesta suficiente corresponde a la expresión con la que la calcularía la probabilidad.

g. **(5 puntos)** Si a las 5:15 a.m. llega el primer paciente de la hora pico a urgencias ¿cuál es la probabilidad de que el próximo paciente en llegar se demore más de media hora?

i. Defina la variable aleatoria en términos del problema.

ii. Identifique su distribución y sus parámetros.

iii. Calcule la probabilidad solicitada.

h. **(4 puntos)** Si a las 12:30 p.m. llega un paciente ¿cuál es la probabilidad de que el tiempo que se demora el siguiente paciente en llegar al centro de urgencias esté entre 15 y 30 minutos?

i. **(2 puntos)** Si a las 12:00 p.m. han llegado 5 pacientes ¿cuál es la probabilidad de que el próximo paciente llegue exactamente en 20 minutos?

j. **(4 puntos)** Si a las 8:00 p.m. se sabe que el último paciente llegó hace media hora, ¿cuál es la probabilidad de que el tiempo de llegada del siguiente paciente a urgencias sea mayor a una hora?

Punto 3. Distribución Normal – (22 puntos)

A finales de julio del año pasado, la alcaldía decretó la implementación de un carril exclusivo para el transporte público en una de las avenidas más importantes de Bogotá, la carrera séptima. Después de casi un año desde la entrada en vigencia de la medida, la Secretaría de Movilidad dio a conocer el reporte final de un estudio que inició a principios de enero de 2015, sobre los tiempos de recorrido en dicha avenida. En el reporte se establece que el tiempo que un bus híbrido o del SITP le toma recorrer el trayecto entre las calles 34 y 100, durante las horas pico (6:00 a.m. – 8:30 a.m. y 5:00 p.m. – 7:30 p.m.), se comporta como una variable aleatoria con distribución normal cuya media y desviación estándar son de 1.25 y 0.2 horas respectivamente.

Con base en la información anterior, de solución a los siguientes literales.

a. **(4 puntos)** Si se aborda un bus híbrido o del SITP al azar durante hora pico ¿cuál es la probabilidad de que en un día seleccionado al azar el tiempo de trayecto sea mayor a 1.5 horas?

- b. **(4 puntos)** Bibiana va tarde a su trabajo y le indicará a su jefe el tiempo máximo que se tardará en llegar a la oficina. Ella quiere indicarle un tiempo que, con una probabilidad de 0.9, no exceda el tiempo de recorrido del SITP que acaba de abordar.
- c. **(4 puntos)** Calcule la probabilidad de que un bus seleccionado al azar tenga un tiempo de trayecto de exactamente una hora.
- d. **(4 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que en un trayecto seleccionado al azar haya tenido un tiempo de recorrido entre 45 minutos y 1 hora?
- e. **(6 puntos)** Calcule el valor de la constante c que garantiza que, con probabilidad de 0.90, el tiempo de recorrido de un bus seleccionado al azar estará intervalo $[1.25 - c ; 1.25 + c]$.

Punto 4. Función Generatriz de Momentos – (10 puntos)

El gerente de una empresa manufacturera ha realizado un estudio en su planta de producción, ya que quiere analizar el comportamiento de la variable aleatoria que representa el número de fallas mensuales que tienen las máquinas. De la variable aleatoria se conoce su Función Generatriz de Momentos, la cual está dada por:

$$\psi_X(t) = e^{6(e^t - 1)}$$

Con base en la información anterior, de solución a los siguientes literales.

- a. **(3 puntos)** ¿Cuál es el número esperado de fallas en las máquinas durante un mes?
- b. **(3 puntos)** ¿Cuál es la varianza del número de fallas en las máquinas durante un mes?

Se sabe adicionalmente que el tiempo en minutos que se demora una falla en una máquina en ser corregida se distribuye según la siguiente función de densidad de probabilidad:

$$f_Y(y) = \begin{cases} 1/20 & 0 < y < 20 \\ 0 & d.l.c \end{cases}$$

- c. **(4 puntos)** Halle su función generatriz de momentos. Muestre todo el procedimiento.