

# Diseño de Algoritmos

Parcial 1 - 2004-vac

1. **(20 puntos)** Se pretende enriquecer GCL con una instrucción que permita el recorrido de un rango discreto (tipo **for**). Esto es, se enriquece GCL con instrucciones del tipo

$$\mathbf{rang} \ i, E_1, E_2, \textit{paso} \longrightarrow S \ \mathbf{gnar}$$

donde  $i$  y  $\textit{paso}$  son variables de tipo entero,  $E_1$  y  $E_2$  son expresiones que toman valores en los enteros y  $S$  es un fragmento de código que no incluye modificaciones a las variables  $i$  y  $\textit{paso}$ .

La semántica es la siguiente:

La variable  $i$  inicia en  $E_1$  y avanza, con incremento  $\textit{paso}$ , hasta alcanzar o superar  $E_2$ . La ejecución de  $S$  es previa al avance de  $i$ . La expresión  $E_2$  es evaluada antes de entrar a **rang**.

- a) **(10 puntos)** Simule el recorrido de rango (**rang**) mediante un programa GCL.
- b) **(10 puntos)** Escriba la regla (teorema) que le permitirá la demostración de corrección de un recorrido de rango.

2. **(40 puntos)** El siguiente es un plan para desarrollar un programa que decide si un número dado  $n$  es primo o no. Su problema es encontrar los fragmentos de código faltantes:  $S_1, S_2, S_3, E$  y la totalidad del ciclo. Asuma contextualmente que  $N \in \mathbb{N}$ .

```

{Pre  $Q$ }
if  $n = 1 \longrightarrow S_1$ 
 $\square$   $n > 1 \longrightarrow \{Q_1 : Q \wedge n > 1\}$ 
                        if  $n \bmod 2 = 0 \longrightarrow S_2$ 
                         $\square$   $n \bmod 2 = 1 \longrightarrow S_3$ ;
                                {Inv  $P$ }
                                {cota  $t = \dots\dots$ }
                                do  $\dots\dots \longrightarrow \dots\dots$  od;
                                 $primo := E$ 
                        fi
fi
{Pos  $R$ }
```

Donde  $Q, P$  y  $R$  están definidas de la siguiente manera:

$$Q \equiv (n = N \wedge n > 0)$$

$$P \equiv (n = N \wedge 3 \leq d \leq \sqrt{n} \wedge (\forall j | 2 \leq j < d : (n \bmod j) \neq 0))$$

$$R \equiv (n = N \wedge primo \equiv 'n \text{ es un número primo}')$$

- a) **(30 puntos)** Derive un programa que responda a la especificación y el plan dados.
- b) **(10 puntos)** Estime la complejidad del algoritmo (¿cuál es la operación básica?).

3. **(40 puntos)** Sean  $a$  y  $n$  dos números enteros positivos. Se trata de poder determinar si el conjunto

$$A(a, n) = \{x, y : \mathbb{N}, \mathbb{N} | x \leq n \wedge y \leq n \wedge x^2 + 2y = a : (x, y)\}$$

es vacío o no.

- a) **(20 puntos)** Escriba un plan para resolver el problema de determinar si  $A(a, n)$  es vacío ( $a$  y  $n$  son valores dados). Escribir un plan consiste en escribir la especificación (Pre y Pos) y escribir el invariante. Indique el procedimiento que utilizó para escribir su invariante. (Ayuda: Note que la función  $x^2 + 2y$  es creciente tanto en  $x$  como en  $y$ , así que puede plantear el problema con una búsqueda sobre la matriz adecuada.)
- b) **(15 puntos)** Utilice el plan que escribió para derivar un programa GCL que solucione el problema.
- c) **(10 puntos)** Calcule la complejidad de su solución en términos de las variables del problema ( $a$  y  $n$ ).