

# ANADEC

*Análisis de Decisiones de Inversión*

*- Prof. Nicolás Villarreal D.*

# El concepto de interés

- Recordemos que el interés está estrechamente ligado con el concepto de costo de oportunidad.
- EL VDT es válido para cualquier agente económico (Consumidor, Ahorrador, Inversionista).
- El común denominador de los conceptos rentabilidad, costo de capital y VDT es el concepto de interés.

# El concepto de interés

## ■ ¿Qué es?

- El cambio porcentual de valor de una suma de dinero en el tiempo.
- Más concretamente, se puede ver como el pago que se hace a cambio de la utilización de recursos que provienen de las distintas fuentes de financiación (Deuda – Equity).
- De igual manera, se puede definir como el costo de oportunidad (C.O.) en que incurre un agente económico por ceder sus recursos de capital o por no disponer de ellos.

# Categorías de interés

Interés Simple	VS	Interés Compuesto
Interés Nominal	VS	Interés Efectivo
Interés Vencido	VS	Interés Anticipado
Interés Corriente	VS	Interés Constante
Interés Discreto	VS	Interés Continuo

# **Interés Simple Vs Interés Compuesto**

# Interés Simple / Compuesto

## ■ Interés Simple

- Aquél interés que se aplica únicamente al capital inicial.
- Dicho de otra manera, no existen intereses sobre intereses.
- Se calcula como una proporción lineal del monto inicial (P), la tasa de interés (i) y el número de periodos (n).

$$interes = P * i * n$$

# Interés Simple / Compuesto

## ■ Ejemplo:

Un inversionista invierte 1'000.000 COP en una cuenta de ahorros. A cambio de dichos recursos, el banco otorga un 3% mensual de interés **simple**. Al transcurrir 6 meses se recupera lo ahorrado en un solo pago.

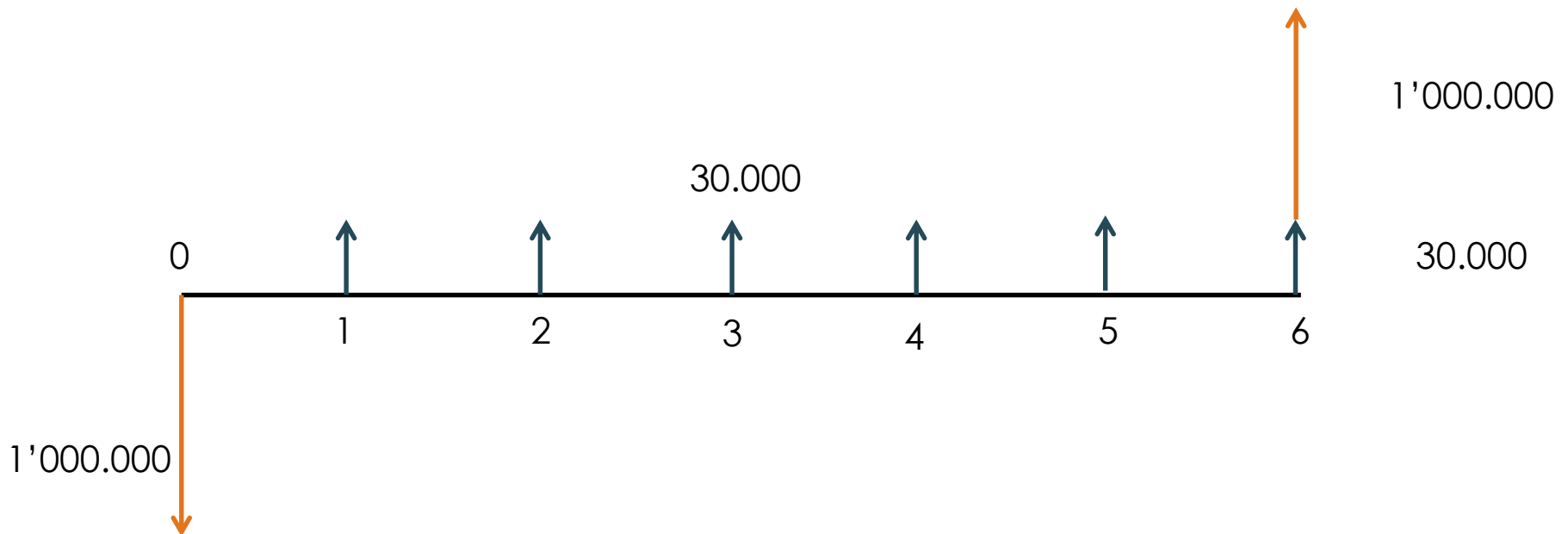
¿Cuánto recibe el inversionista por concepto de interés?

¿Cuánto recibe el inversionista en total por el proyecto?

# Interés Simple / Compuesto

$$interes = P * i * n$$

$$interes = 1'000.000 * 0,03$$

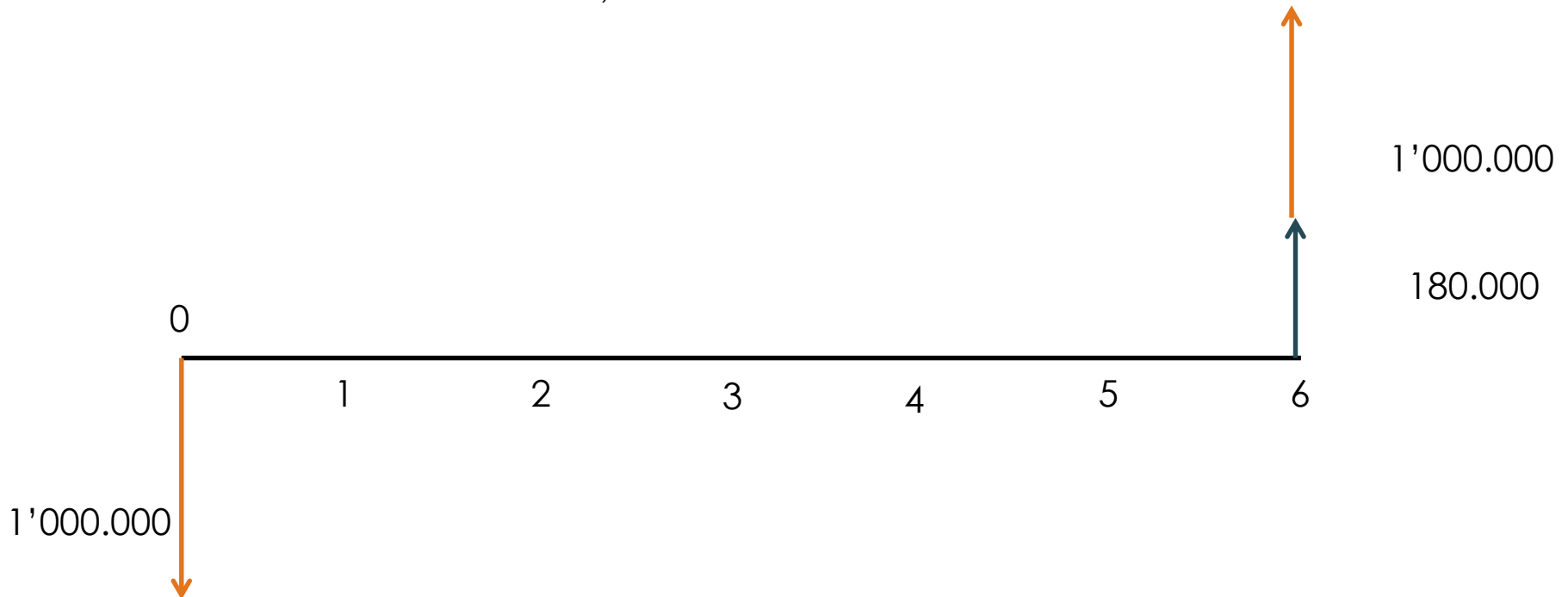




# Interés Simple / Compuesto

$$interes = P * i * n$$

$$interes = 1'000.000 * 0,03 * 6$$



# Interés Simple / Compuesto

## ■ Interés Compuesto

- A diferencia del interés simple, los intereses aplican tanto sobre el capital inicial como sobre los intereses reinvertidos.
- Intuitivamente, el interés compuesto refleja el hecho que el interés genera interés.
- El interés compuesto se calcula sobre la base resultante del periodo anterior, por lo que el interés acumulado crece exponencialmente.

# Interés Simple / Compuesto

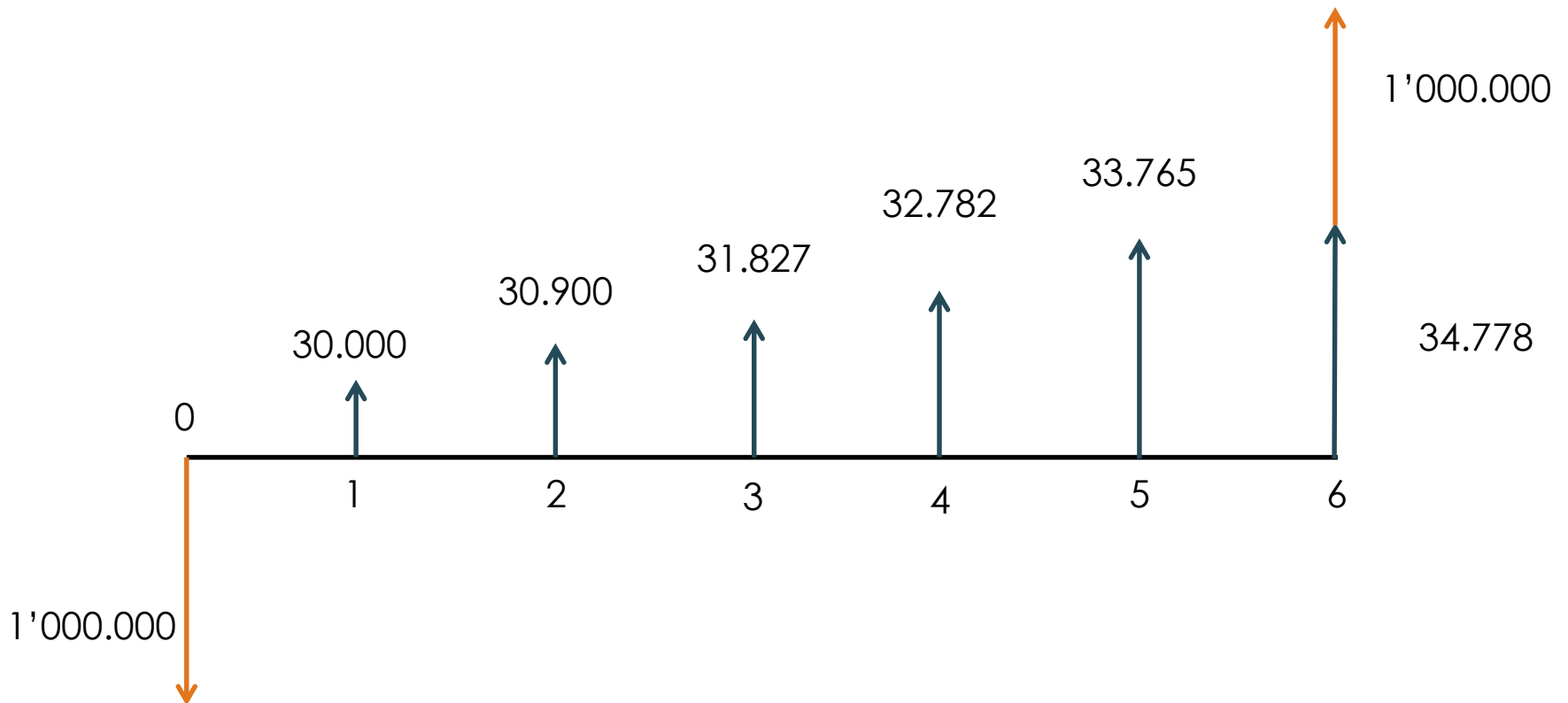
## ■ Ejemplo:

Un inversionista invierte 1'000.000 COP en una cuenta de ahorros. A cambio de dichos recursos, el banco otorga un 3% mensual de interés **compuesto**. Al transcurrir 6 meses se recupera lo ahorrado en un solo pago.

¿Cuánto recibe el inversionista por concepto de interés?

¿Cuánto recibe el inversionista en total por el proyecto?

# Interés Simple / Compuesto



# Interés Simple / Compuesto

	Interés Simple	Interés Compuesto
Saldo Inicial	1'000.000	1'000.000
Interés Total	180.000	194.052
Saldo Final	1'180.000	1'194.052

# Interés Simple / Compuesto

## ■ Ejemplo 2:

Usted invierte 30'000.000 COP en una cuenta de ahorro. A cambio de dicho ahorro, el banco reconoce un interés del 5% anual compuesto, por un plazo de tres años.

¿Cuánto obtuvo de interés en los tres años?

# **Interés Nominal**

## **Vs**

# **Interés Efectivo**

# Interés Nominal / Efectivo

## ▣ Interés Nominal

- Aquel interés que se expresa haciendo mención a tres elementos:
  1. **Periodo de referencia:** Nominal Anual, Nominal Semestral, etc.
  2. **Periodo de capitalización:** Pagadero Semestral, Pagadero Mensual, etc.
  3. **Forma de pago:** Pago vencido o anticipado.



# Interés Nominal / Efectivo

## ■ Interés Nominal

- Por ejemplo, si tenemos una tasa nominal así: 12% NA/SV

1. **Periodo de referencia:** Año (Nominal Anual).
2. **Periodo de capitalización:** Semestral; es decir 2 veces al año.
3. **Forma de pago:** Vencida

# Interés Nominal / Efectivo

## ■ Interés Nominal

- Por ejemplo, si tenemos una tasa nominal así: 12% NA/TA

1. **Periodo de referencia:** Año (Nominal Anual).
2. **Periodo de capitalización:** Trimestral; es decir 4 veces al año.
3. **Forma de pago:** Anticipada

# Interés Nominal / Efectivo

## ■ Interés Nominal

- ¿Qué problemas posee el interés nominal?

1. No captura directamente el VDT.
2. Es una función directamente multiplicativa; se comporta como una función lineal.
3. No permite la comparación directa de operaciones financieras.

# Interés Nominal / Efectivo

## ■ Interés Efectivo

- Aquel interés que si refleja la rentabilidad real de una inversión (o el costo efectivo de una fuente de financiación).
- El interés efectivo incorpora el hecho que el interés genera más interés. Es decir, incorporan el supuesto de **REINVERSIÓN**.
- En otras palabras, es la tasa **EFFECTIVA** que refleja realmente lo que un inversionista está obteniendo y/o pagando por el uso de los recursos financieros.

# Interés Nominal / Efectivo

## ■ Interés Efectivo

- ¿Qué características posee el interés efectivo?
  1. Captura directamente el VDT.
  2. Supone reinversión de intereses.
  3. Permite la comparación directa de operaciones financieras.
  4. Son una función polinómica

# Interés Nominal / Efectivo

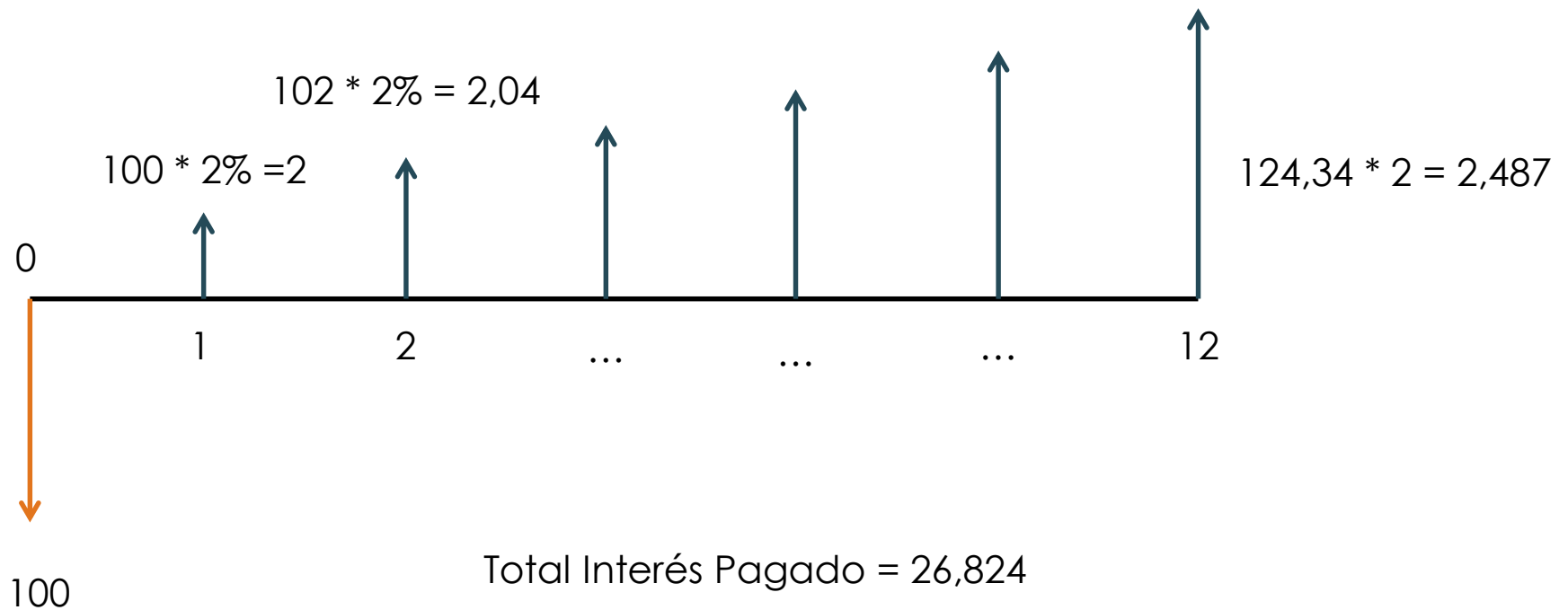
## ■ Ejemplo:

Se van a invertir 100 COP para que estos generen 24% NA/MV durante un año.

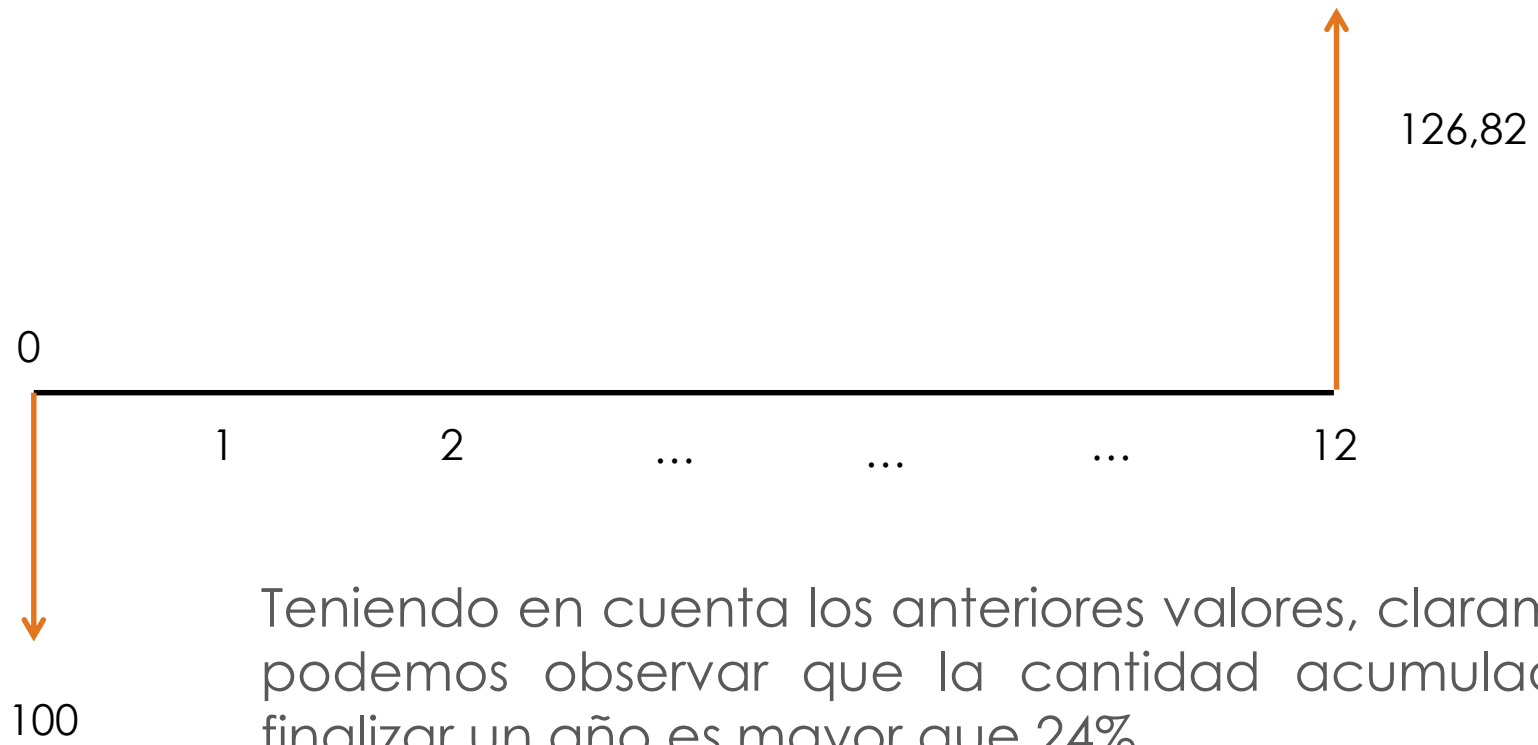
Esto significa que cada mes se obtendrá un interés del 2% mensual.

¿Qué pasa si es interés simple? ¿Si es interés compuesto?

# Interés Nominal / Efectivo



# Interés Nominal / Efectivo





# Interés Nominal / Efectivo

- Basta con ver el anterior ejemplo para reconocer que la rentabilidad “**Efectiva**” de la inversión es 26,82% por año.
- Como se evidenció en el ejemplo, una inversión que renta al 24% NA/MV es equivalente a decir que renta a una tasa efectiva anual del 26,82%.
- Veamos esto gráficamente para encontrar la expresión matemática que generalice la equivalencia entre interés nominal y efectivo.

# Interés Nominal / Efectivo

- Formalmente, se puede demostrar que:

$$i_e = [1 + r/n]^n - 1$$

# Interés Nominal / Efectivo

- Es importante observar que para cada elemento en el conjunto de tasas de interés nominales, existe uno y sólo uno en el conjunto de las tasas efectivas.
- Por el contrario, un elemento en el conjunto de las tasas efectivas puede tener múltiples elementos en el conjunto de las tasas nominales.

# Interés Nominal / Efectivo

- Como conclusión preliminar, es de esperarse que entre mayor número de capitalizaciones haya en la tasa nominal, mayor será el equivalente en tasa efectiva.

20% NA/SV

20% NA/DV

21% EA

22,13% EA

# **Interés Vencido**

## **Vs**

# **Interés Anticipado**

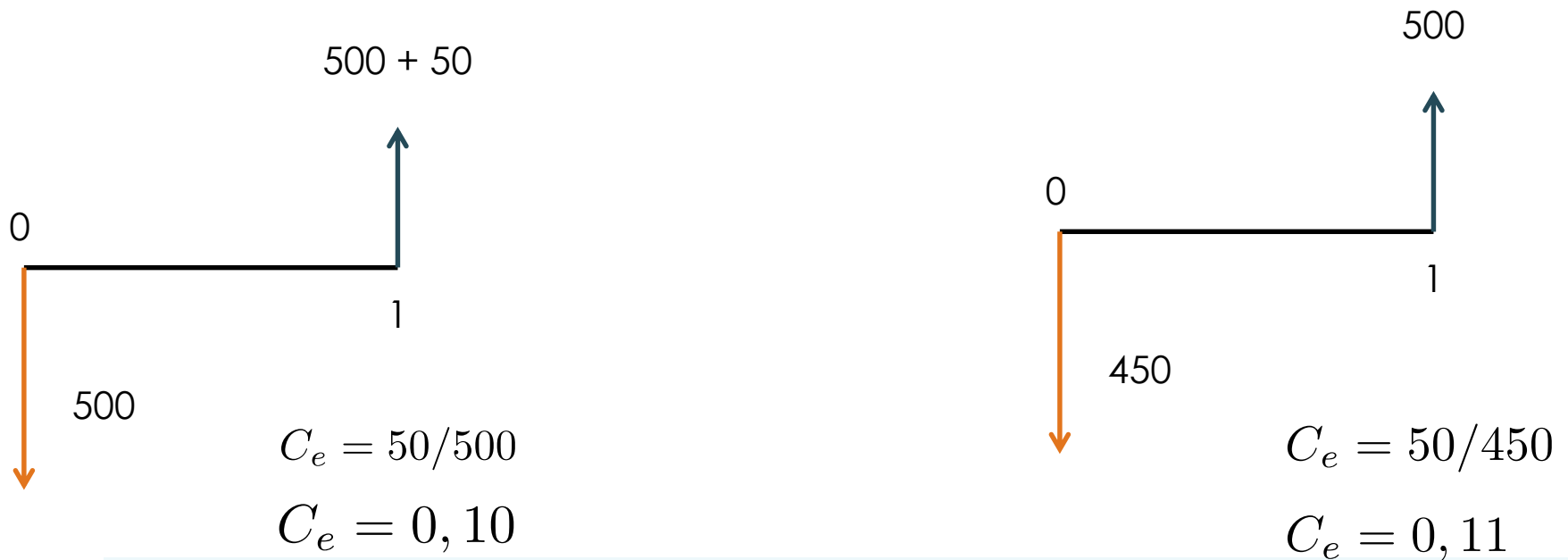
# Interés Vencido / Anticipado

## ■ Interés Anticipado

- Se dice que hay una tasa de interés anticipada cuando los intereses se causan en el momento de iniciar una actividad.
- Por ejemplo, si una persona solicita un préstamo de 500 COP para pagar en un año y el banco ofrece un interés del 10% anticipado, el banco realmente entregará 450 COP al momento del desembolso.
- No obstante, al final del año se pagan 500 COP.

# Interés Vencido / Anticipado

- Ahora, es lo mismo pagar el interés de manera anticipada que de manera vencida?



# Interés Vencido / Anticipado

- ¿Cuál era la tasa anticipada?

**10%**

- ¿Cuál era la tasa efectiva?

**11,11%**

Esto se debe a que es mejor recibir un peso hoy que un peso mañana, o por el contrario, es mejor pagar un peso mañana que pagarlo hoy.



# Interés Vencido / Anticipado

▣ Algebráicamente:

$$i_v = i_a / [1 - i_a]$$

# Interés Vencido / Anticipado

■ Es importante recordar que:

1. Ninguna tasa anticipada es efectiva
2. Toda tasa vencida es una tasa efectiva
3. Una tasa anticipada es más costosa (rentable) que una tasa vencida.

**Interés Nominal (Corriente)**

**Vs**

**Interés Real (Constante)**

# Interés Constante / Corriente

- En la literatura, el interés constante es también llamado real y el interés corriente también se conoce como interés nominal.

**Nota:** el término “nominal” (corriente) del enfoque económico, nada tiene que ver con el término Nominal (tasa nominal “ $r$ ”) del enfoque financiero.

# Interés Constante / Corriente

- Las tasas de interés que corrientemente vemos en el mercado (tasas hipotecarias, créditos de libre inversión, rentabilidad de un fondo de inversión, etc.) son tasas que como ya lo vimos, son tasas superiores a la inflación.

¿Por qué estas tasas son mayores a la inflación?

- Las tasas de interés que se ven corrientemente en el mercado tienen “INCORPORADA” la inflación. Por ende, se conocen como tasas corrientes o nominales.

# Interés Constante / Corriente

- Por el contrario, cuando se habla de una tasa de interés en términos **constantes o reales**, en contraposición a las tasas corrientes, éstas son tasas que no incorporan el efecto de la inflación.
- Estas tasas no se pueden “ver” directamente en el mercado.

# Interés Constante / Corriente

<i><b>Año</b></i>	<i><b>Salario mínimo</b></i>
1997	172.005
1998	203.825
1999	236.438
2000	260.100
2001	286.000
2002	309.000
2003	332.000
2004	358.000
2005	381.500
2006	408.000
2007	433.700
2008	461.500
2009	496.900
2010	515.000
2011	535.600
2012	566.700

# Interés Constante / Corriente

<i><b>Año</b></i>	<i><b>Salario mínimo</b></i>	<i><b>Variación Salario</b></i>
1997	172.005	
1998	203.825	18,50%
1999	236.438	16,00%
2000	260.100	10,01%
2001	286.000	9,96%
2002	309.000	8,04%
2003	332.000	7,44%
2004	358.000	7,83%
2005	381.500	6,56%
2006	408.000	6,95%
2007	433.700	6,30%
2008	461.500	6,41%
2009	496.900	7,67%
2010	515.000	3,64%
2011	535.600	4,00%
2012	566.700	5,81%



# Interés Constante / Corriente

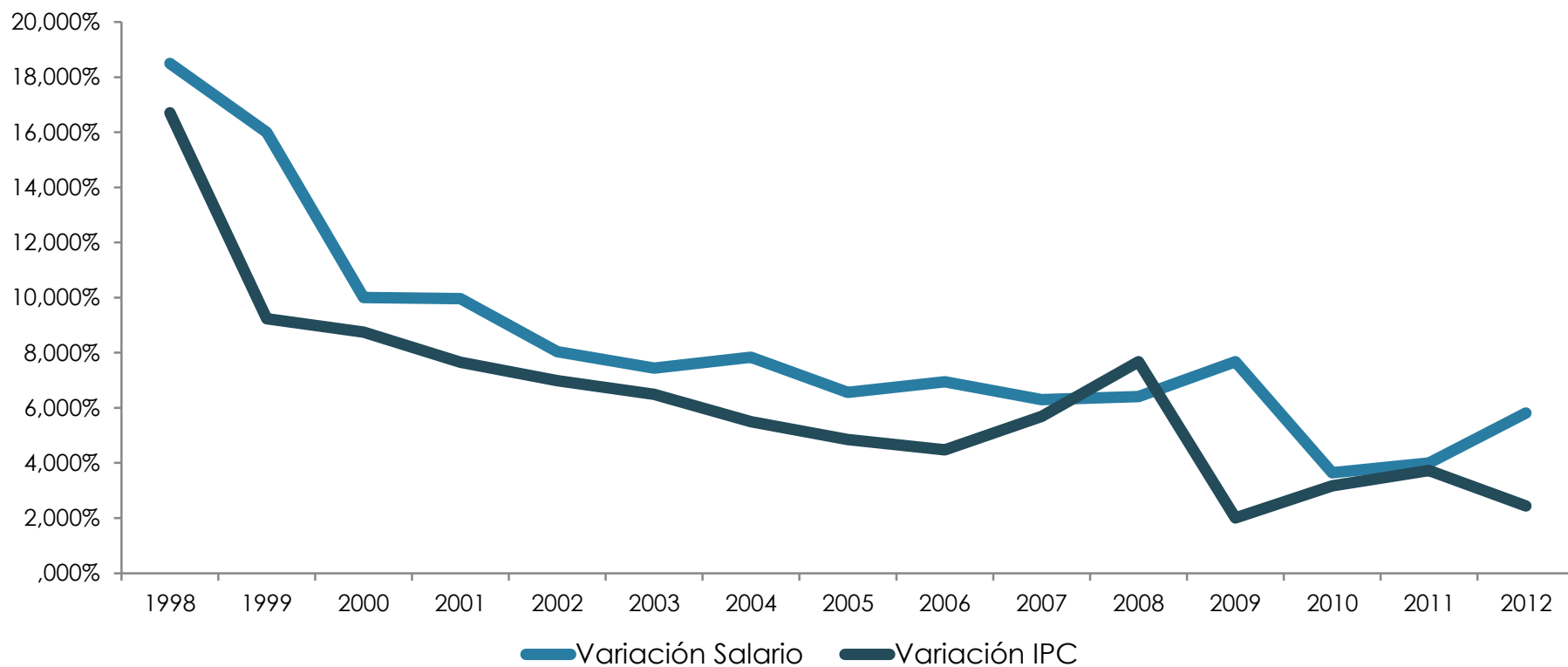
<i><b>Año</b></i>	<i><b>Salario mínimo</b></i>	<i><b>Variación Salario</b></i>	<i><b>Variación IPC</b></i>
1997	172.005		
1998	203.825	18,50%	16,70%
1999	236.438	16,00%	9,23%
2000	260.100	10,01%	8,75%
2001	286.000	9,96%	7,65%
2002	309.000	8,04%	6,99%
2003	332.000	7,44%	6,49%
2004	358.000	7,83%	5,50%
2005	381.500	6,56%	4,85%
2006	408.000	6,95%	4,48%
2007	433.700	6,30%	5,69%
2008	461.500	6,41%	7,67%
2009	496.900	7,67%	2,00%
2010	515.000	3,64%	3,17%
2011	535.600	4,00%	3,73%
2012	566.700	5,81%	2,44%

# Interés Constante / Corriente

<i><b>Año</b></i>	<i><b>Salario mínimo</b></i>	<i><b>Variación Salario</b></i>	<i><b>Variación IPC</b></i>	<i><b>Variación Real</b></i>
1997	172.005			
1998	203.825	18,50%	16,70%	1,54%
1999	236.438	16,00%	9,23%	6,20%
2000	260.100	10,01%	8,75%	1,16%
2001	286.000	9,96%	7,65%	2,14%
2002	309.000	8,04%	6,99%	0,98%
2003	332.000	7,44%	6,49%	0,90%
2004	358.000	7,83%	5,50%	2,21%
2005	381.500	6,56%	4,85%	1,63%
2006	408.000	6,95%	4,48%	2,36%
2007	433.700	6,30%	5,69%	0,58%
2008	461.500	6,41%	7,67%	-1,17%
2009	496.900	7,67%	2,00%	5,56%
2010	515.000	3,64%	3,17%	0,46%
2011	535.600	4,00%	3,73%	0,26%
2012	566.700	5,81%	2,44%	3,29%

# Interés Constante / Corriente

## Variación SMMLV vs IPC



# Interés Constante / Corriente

- La gráfica anterior revela como, efectivamente, una parte significativa del incremento del salario mínimo legal en Colombia se ve afectado por la inflación.
- Por eso es válido preguntarse: ¿Cuánto es el aumento real en el poder adquisitivo de los agentes?

# Interés Constante / Corriente

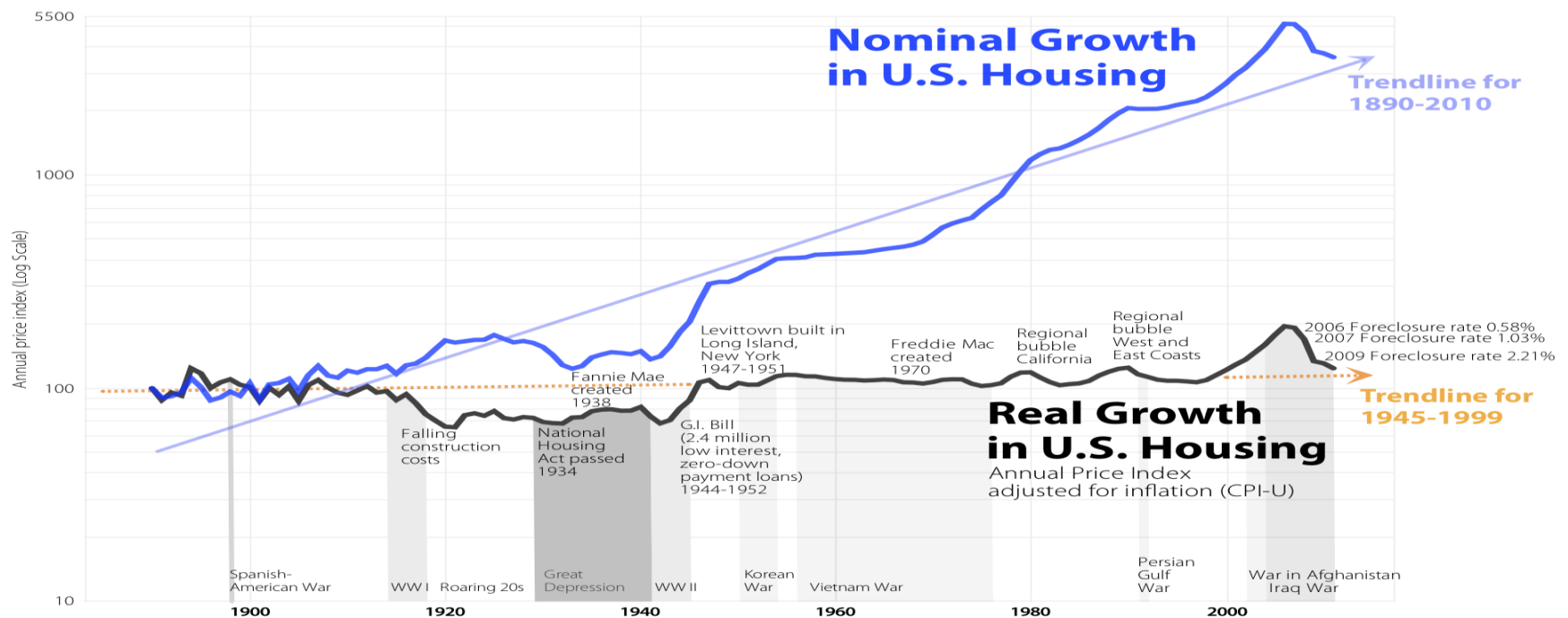
- La relación entre estos dos tipos de tasas de interés se verá más en detalle cuando abordemos el tema de la inflación y su efecto en la evaluación de proyectos.
- La expresión que relaciona ambas tasas de interés es la siguiente:

$$1 + i_{nominal\ (corriente)} = (1 + i_{real\ (constante)})(1 + i_{inflación})$$

- El crecimiento real se entiende como el crecimiento económico en términos físicos o en términos monetarios una vez deducida la inflación. Es el incremento que se obtiene con datos valorados a precios constantes, respecto a un periodo base.

# Interés Constante / Corriente

## U.S. Housing Prices (Log Scale): 1890–2010



Data: Housing Index from Robert J. Shiller, Foreclosure rate from RealtyTrac

VisualizingEconomics.com

# Interés Constante / Corriente

## ■ Ejemplo:

El PIB Colombiano proyectado para el 2014 es de 2,6% efectivo en reales; la inflación proyectada para el 2010 es del 3.8%. ¿Cuál sería el crecimiento proyectado en nominales?

# Interés Constante / Corriente

Suponga que usted tiene dos proyectos de inversión. El primero corresponde a una inversión (a un año) en finca raíz en E.E.U.U. Este proyecto promete una rentabilidad del 15% E.A.

La segunda alternativa es invertir (a un año) en un concesionario en Colombia. Este proyecto tiene estimada una rentabilidad del 15% E.A.

*¿Son comprables las tasas de rentabilidad?*

Usted sabe que la TRM hoy es de 2.000 COP/USD y en un año será de 2.200 COP/USD



# Interés Constante / Corriente

- Una modificación de la expresión anterior es útil para relacionar tasas de interés entre diferentes monedas (dólar y peso por ejemplo)

$$1 + i_{moneda\ debil} = (1 + i_{moneda\ fuerte})(1 + i_{devaluación})$$

$$(1 + i_{COP}) = (1 + 15\%) * (1 + 10\%)$$

$$i_{COP} = 26\%$$

# Interés Constante / Corriente

- Una modificación de la expresión anterior es útil para relacionar tasas de interés entre diferentes monedas (dólar y peso por ejemplo)

$$1 + i_{moneda\ debil} = (1 + i_{moneda\ fuerte})(1 + i_{devaluación})$$

- También es usada para convertir tasas en UVR (unidad de valor real) a pesos

$$1 + i_{pesos} = (1 + i_{UVR})(1 + i_{inflación})$$

# **Interés Discreto**

## **Vs**

# **Interés Continuo**

# Interés Discreto / Continuo

- Una tasa continua es aquella que capitaliza los intereses en un periodo continuo de tiempo, y no de manera discreta como ocurre con las tasas nominales (NA). Veamos algunos casos de tasas nominales con sus respectivos periodos de capitalización.

20% NA/AV	→	1	Capitalización por año	→	n=1
20% NA/SV	→	2	Capitalizaciones por año	→	n=2
20% NA/TV	→	4	Capitalizaciones por año	→	n=4
20% NA/MV	→	12	Capitalizaciones por año	→	n=12
20% NA/DV	→	365	Capitalizaciones por año	→	n=365

# Interés Discreto / Continuo

- Cuando hablamos de capitalización continua de los intereses ocurre lo siguiente:

20% Continuo  $\longrightarrow$   $\infty$  Capitalización por año  $\longrightarrow$   $n=\infty$

- Retomando nuestra expresión de equivalencia de tasas nominales y efectivas:

$$i_{ea} = \left(1 + \frac{r}{n}\right)^n - 1$$
$$i_{ea} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \left(1 + \frac{r}{n}\right)^n - 1 \right]$$

- Manipulando algebraicamente y resolviendo:

$$i_{ea} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \left(1 + \frac{r}{n}\right)^{\frac{n}{r} * r} - 1 \right]$$
$$i_{ea} = e^r - 1$$

# Interés Discreto / Continuo

- Teníamos para un año:

$$F = VP * (1 + i_{ea})$$

- Por lo tanto,

$$F = VP * e^r$$

¿y para más de un año o un valor diferente a este?

$$F = VP * e^{rt} ; t \text{ en años}$$

# Interés Discreto / Continuo

- El cobro de un interés continuo en la práctica no es usual. Es muy utilizado en la teoría, ya que permite simplificar las expresiones matemáticas y los resultados que de ellas se derivan.
- Se utiliza en cursos de valoración de instrumentos financieros (Gerencia Financiera del Riesgo, Mercados Derivados)

## Ejercicio



▣ Ejercicio:

10% NA/SA → NA/AA

12% NA/TV → MV

11% ES → NA/MA

- 10% NA/SA → NA/AA

**1) Pasar de Tasa Nominal a Tasa Periódica**

$$5\% = 10\% / 2$$

**3) Pasar de ES a EA**

$$10.803\% = (1 + 5.263\%)^2 - 1$$

**2) Pasar de Tasa Anticipada a Tasa Vencida**

$$5.263\% = 5\% / (1 - 5\%)$$

**4) Pasar de EA a Tasa Anticipada**

$$9.750\% = 10.803\% / (1 + 10.803\%)$$

**5) Pasar de Tasa Periódica a Tasa Nominal**

$$10\% \text{ NA/SA} \rightarrow 9.750\% \text{ NA/AA}$$

## ▣ Ejercicio:

1. A continuación está el valor de la matrícula de una universidad y la inflación oficial del DANE.

Precio		Inflación	Crecimiento	
Año	Precio	Var IPC	Crecimiento Nominal	Crecimiento Real
2007	8'165.000	5,69%		
2008	8'820.000	7,67%		
2009	9'660.000	2,00%		
2010	10'095.000	3,17%		
2011	10'600.000	3,73%		
2012	11'240.000	2,44%		
Total		27,24%		

## ■ Ejercicio:

1. A continuación está el valor de la matrícula de una universidad y la inflación oficial del DANE.

Precio		Inflación	Crecimiento	
Año	Precio	Var IPC	Crecimiento Nominal	Crecimiento Real
2007	8'165.000	5,69%	-	
2008	8'820.000	7,67%	8,022%	
2009	9'660.000	2,00%	9,524%	
2010	10'095.000	3,17%	4,503%	
2011	10'600.000	3,73%	5,00%	
2012	11'240.000	2,44%	6,04%	
Total		27,24%	37,66%	

## ■ Ejercicio:

1. A continuación está el valor de la matrícula de una universidad y la inflación oficial del DANE.

Precio		Inflación	Crecimiento	
Año	Precio	Var IPC	Crecimiento Nominal	Crecimiento Real
2007	8'165.000	5,69%	-	-
2008	8'820.000	7,67%	8,022%	0,33%
2009	9'660.000	2,00%	9,524%	7,38%
2010	10'095.000	3,17%	4,503%	1,29%
2011	10'600.000	3,73%	5,59%	1,8%
2012	11'240.000	2,44%	5,44%	2,9%
2008 a 2012		20,39%	37,66%	14,33%

# Interés Discreto / Continuo

- **Ejemplo:** Considere que usted es un ahorrador y decide guardar su dinero en un banco por 4 meses para poder consumir más en el paseo de fin de año. Ud cuenta con \$930. Si la tasa que le ofrece el banco es de 6% anual (continua), ¿cuánto tendría usted para pasarla bien?

$$F_0 = 930 * e^{0.06 * (\frac{4}{12})} = \$948.79$$