Diseño y análisis de algoritmos. Tarea I

Sebastián Valencia Calderón
201111578

2 de abril de 2015

1. El lenguaje GCL, elegido para expresar los algoritmos del curso, tiene peculiaridades que no son corrientes en los lenguajes de programación comerciales. Dé respuesta a las siguientes preguntas.

   a) Suponga que GCL se enriquice con una instrucción nueva S, pero que ésta se puede implementar con intrucciones GCL ya conocidas. ¿Es factible enriquecer el cálculo de Hoare con una regla que permita concluir la corrección de S con respecto a la especificación dada?

   b) Dado dos programas S_1 y S_2, se dice que S_1 simula S_2 cuando para toda especificación Q, R se tiene que:

   $$\{Q\}\ \ S_2\,\{R\} \Rightarrow \{Q\}\ \ S_1\,\{R\}$$

   Defina la relación

   $$Equivale(S_1, S_2) \iff Simula(S_1, S2)\ \wedge\ Simula(S_2, S_1)$$

   Muestre que *Equivale* es una relación de equivalencia. Explique en términos operacionales cuando dos programas son equivalentes.

   Una relación es de equivalencia, sí y sólo si ésta es refelxiva, simétrica y transitiva. Para saber si la relación *Equivale* es una relación de equivalencia, es necesario mostrar si satisface éstas tres propiedades. Comenzamos por la reflexividad, *Equivale* es refelxiva sí y sólo si:

   $$\forall\, S : Equivale(S,\ S) = Simula(S, S) \wedge Simula(S, S) = Simula(S, S)$$

   $$Simula(S, S) = \{Q\}\ \ S\,\{R\} \Rightarrow \{Q\}\ \ S\,\{R\} = True$$

   luego, la relación es reflexiva. Ahora se desa probar simétria. *Equivale* es simétrica sí y sólo si $\forall\, S, T : Equivale(S,\ T) = Equivale(T,\ S)$

   $$Equivale(S,\ T) = Simula(S, T)\ \wedge\ Simula(T, S)$$

   $$Simula(S, T)\ \wedge\ Simula(T, S) = Simula(T, S)\ \wedge\ Simula(S, T)$$

$$Simula(T,S) \ \wedge \ Simula(S,T) = Equivale(T,\ S)$$

con ésto, se prueba simetría. Falta probar transitividad, es decir, Equivale es transitiva, únicamente si:

$$Equivale(S,\ T) \wedge Equivale(T,\ U) \Rightarrow Equivale(S,\ U)$$

$$Simula(S,T) \ \wedge \ Simula(T,S) \wedge Simula(T,U) \ \wedge \ Simula(U,T)$$

2. Dadas las funciones de variable real positiva, ordénelas en una secuencia tal que $f_i = O(f_{i+1})$ para $i \in [1,8]$.

   a)
   $$\log(\lceil n \rceil)$$

   b)
   $$n!$$

   c)
   $$\sum_{k=1}^{n} \frac{k}{2^k}$$

   d)
   $$3^{\log(n)}$$

   e)
   $$n^{\pi}$$

   f)
   $$\left(\frac{e}{2}\right)^n$$

   g)
   $$\left(\frac{e}{3}\right)^n$$

   h)
   $$\prod_{k=1}^{\log\lfloor n \rfloor} \frac{k}{2^k}$$

3. Dada una matriz de enteros $A[0..m-1, 0..n-1]$, donde cada fila está oprdenada ascendentemente, y un entero $x \in \mathbb{Z}$, se quiere saber si $x \in A$. Para ésto, se usa la función *busa*, a su vez, dentro del cuerpo de *busa* se llama *busbin*.