ANÁLISIS DE DECISIÓN DE INVERSIÓN -Relaciones de Equivalencia y Matemáticas Financieras-

Paula Arango Correa
p-arango@uniandes.edu.co

Universidad de los Andes

CONTENIDO

Universidad de los Andes

INTERÉS

INTERÉS

- La existencia del interés/tasa de interés no es más que el reflejo de:
  - Valor del dinero en el tiempo (VDT)
  - Costo de Oportunidad
  - Costo de Capital

Universidad de los Andes

INTERÉS

INTERÉS

Dado que el **VALOR DEL DINERO** se ve afectado por algún **INTERÉS/RENDIMIENTO**

SUMAS DE DINERO en momentos diferentes de tiempo **NO REPRESENTAN EL MISMO VALOR**

VDT

- Dada la existencia del valor del dinero en el tiempo, sumas de dinero en distintos momentos de tiempo

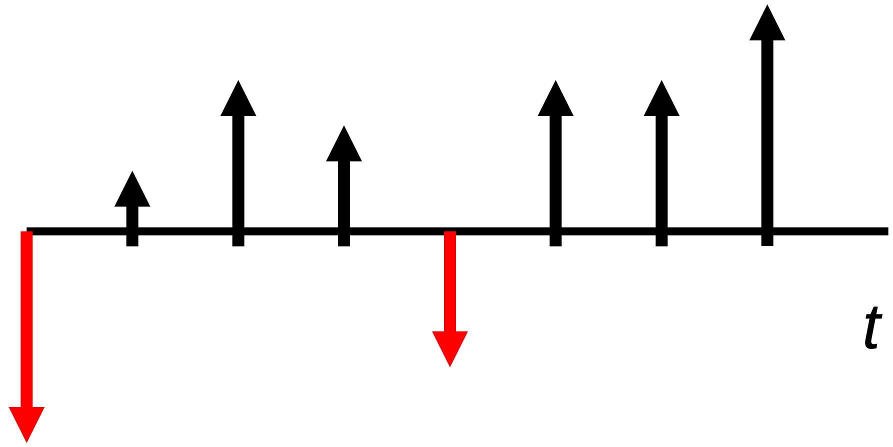
↓

NO SON DIRECTAMENTE COMPARABLES

Universidad de los Andes

VDT

NO SON DIRECTAMENTE COMPARABLES



Por lo tanto al tener sumas de dinero en distintos puntos de tiempo es necesario hacerlas comparables considerando de manera explícita el VDT.

Universidad de los Andes

LAS MATEMÁTICAS FINANCIERAS

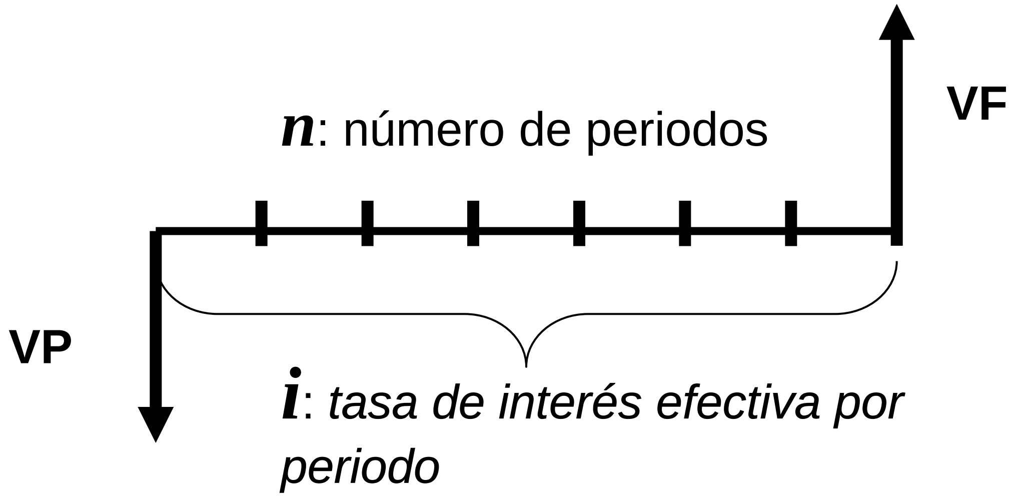
- El uso de las matemáticas financieras, o de ciertas relaciones de equivalencia no es más que expresar en términos relativos cifras de dinero desplegadas en el tiempo **PARA HACERLAS COMPARABLES**.

Universidad de los Andes

La relación básica …

¿Cuál será?

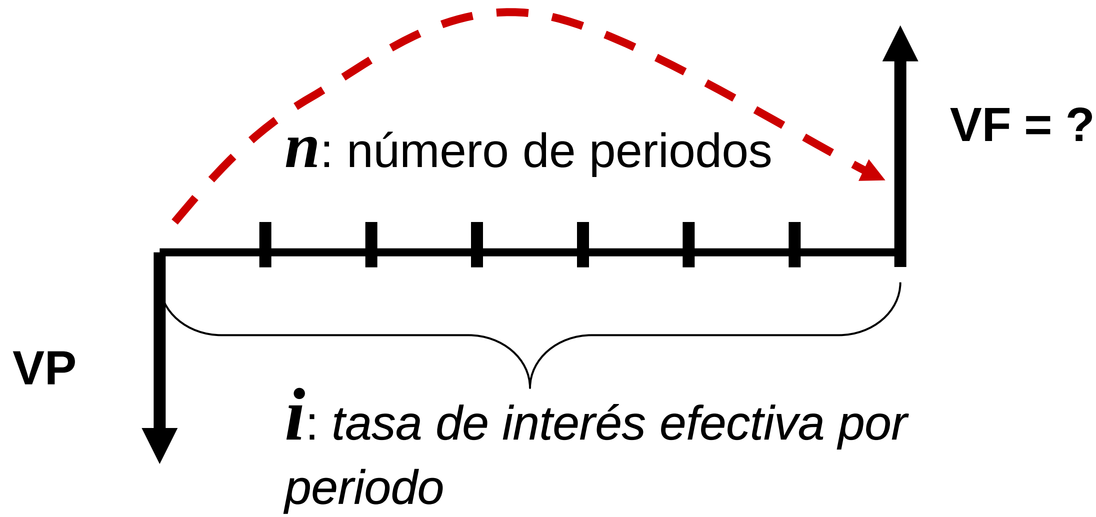
LA RELACIÓN BÁSICA



- La relación básica y de la cual parten todas las demás relaciones de equivalencia financieras es la relación Valor Futuro y Valor Futuro.

Universidad de los Andes

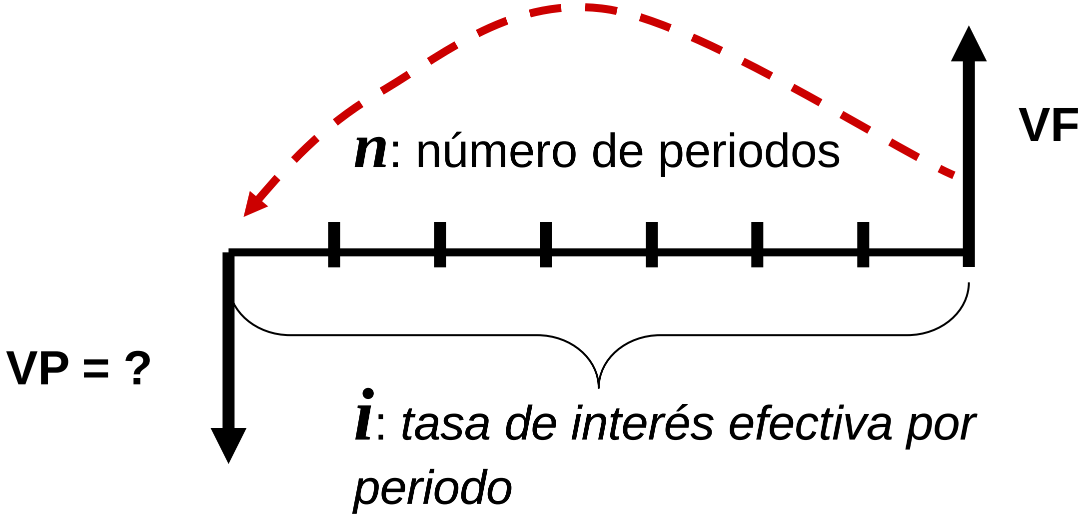
LA RELACIÓN BÁSICA



- $VF = f\,(VP, i_{\%}, n)$

$$VF = VP(1+i)^{n}$$

LA RELACIÓN BÁSICA



- *La relación inversa* $VP = f\,(VF,\, i_{\%},\, n)$

$$VP = \frac{VF}{(1+i)^n}$$

EL VALOR PRESENTE Y EL VALOR FUTURO

RECORDEMOS:

"Si la tasa de interés (oportunidad) es igual a i, disponer de una suma X hoy será equivalente a disponer de una cantidad X+iX →X(1+i) dentro de un periodo; o de forma equivalente recibir una cantidad X(1+i) dentro de un periodo es equivalente a tener una suma X hoy."

$$Fórmula\ Básica: F = P\,(1+i)^n$$

$$P = \frac{F}{(1+i)^n}$$

$F \rightarrow Monto\ Futuro, P \rightarrow Monto\ Presente, \quad n \rightarrow número\ de\ pagos\ ó\ periodos$

LA RELACIÓN BÁSICA

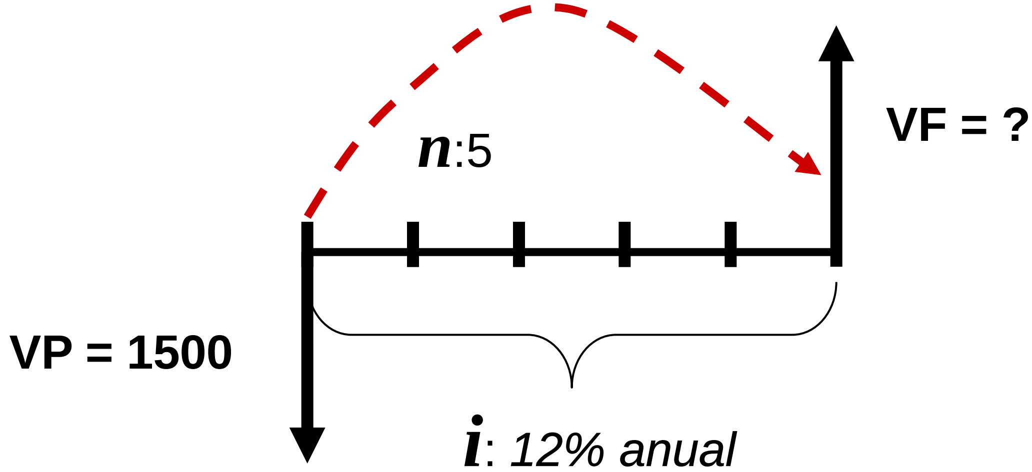
- EJEMPLO:

  Usted decide invertir $1.500 millones en una cartera colectiva cuya rentabilidad es de 12% anual.

  ¿Dentro de 5 años cuánto habrá acumulado?

Universidad de los Andes

LA RELACIÓN BÁSICA



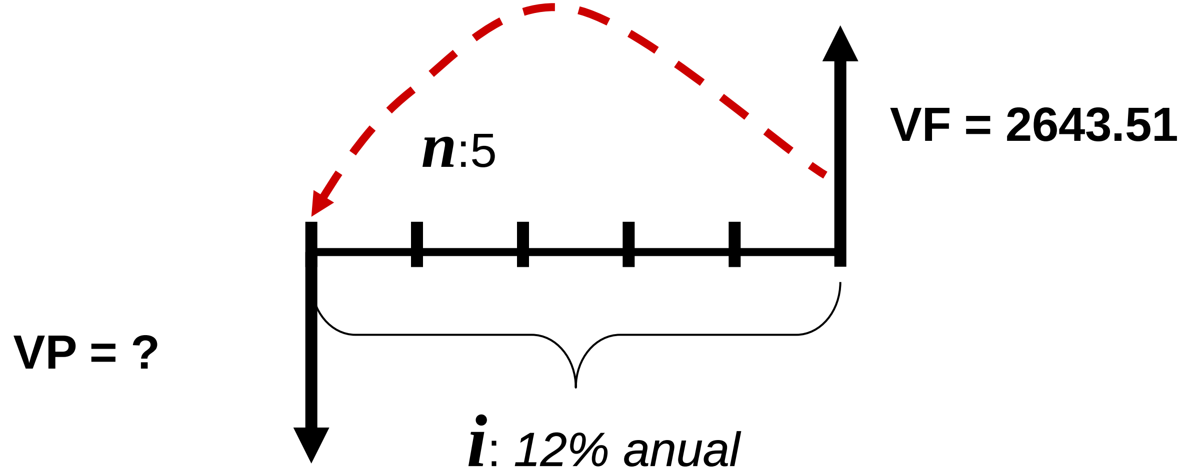
- $VF = 1500(1+0.12)^5$
  $= 2643.51$

- EJEMPLO:

Si usted espera recibir $2643.51 millones dentro de 5 años y su Tasa de Rentabilidad Mínima Anual es de 12%.

¿Cuánto sería la cantidad de dinero que aceptaría recibir hoy a cambio de los $2643.51 en el futuro?

LA RELACIÓN BÁSICA



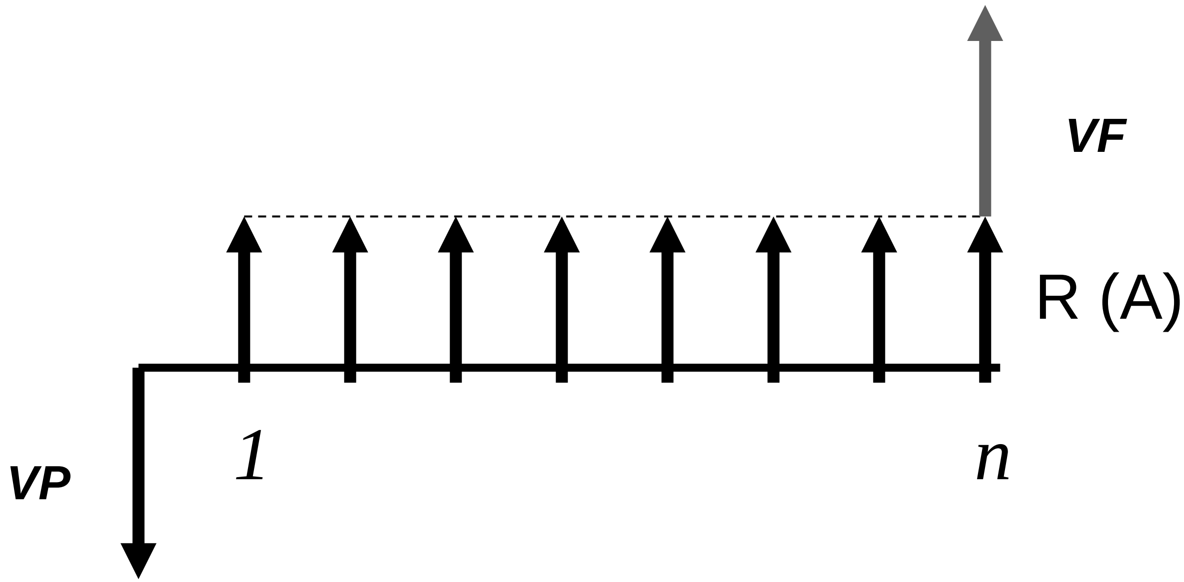
- $VP = 2643.51 / (1+0.12)^5$
  $= 1500$

PAGOS CONSTANTES PERIÓDICOS (SERIES UNIFORMES)

- A nivel financiero es frecuente encontrar operaciones cuyos ingresos o pagos son **CONSTANTES** durante un periodo de tiempo:
  - Bonos
  - Fondos de ahorro
  - Créditos

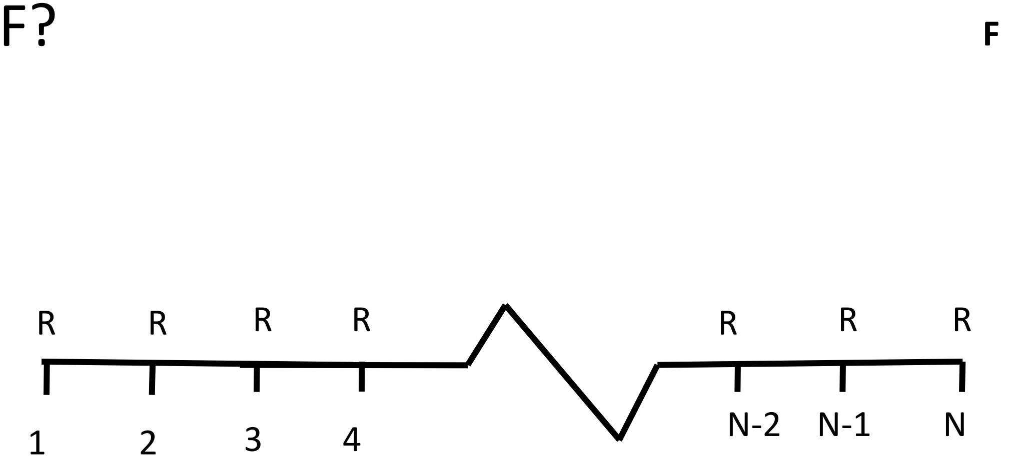
Universidad de los Andes

SERIES UNIFORMES



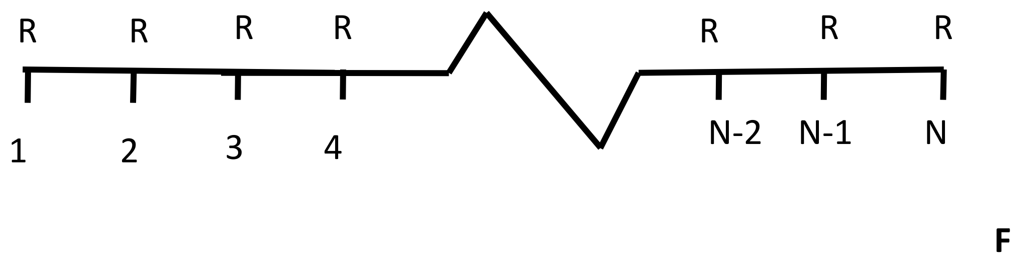
LAS EQUIVALENCIAS ENTRE SERIES UNIFORMES

Supongamos un diagrama de flujo como el que se presenta a continuación: ¿Cómo podemos calcular la relación de equivalencia entre una serie de SUMAS UNIFORMES (R) y una suma **FUTURA** F?



Universidad de los Andes

LAS EQUIVALENCIAS ENTRE SERIES UNIFORMES



Analicemos cada una de las sumas R por separado la suma futura al final del periodo n. Partiendo de nuestra fórmula básica:

$R al final del período n equivale a a $R al final del periodo n
$R al final del período n-1 equivale a a $R(1+i) al final del periodo n
$R al final del período n-2 equivale a $\$R(1+i)^2$ al final del periodo n
$R al final del período 1 equivale a $\$R(1+i)^{n-1}$ al final del periodo n

Universidad de los Andes

LAS EQUIVALENCIAS ENTRE SERIES UNIFORMES

Ahora si construimos la suma final F, la cual equivale a toda la serie partida R, es la suma de los equivalentes calculados:

1 $$F = R + R(1+i)^{1} + R(1+i)^{2} + \cdots + R(1+i)^{n-1}$$

•Álgebra (pre-multiplico por (1+i)) para obtener:

2 $$(1+i)F = (1+i)R + R(1+i)^{2} + R(1+i)^{3} + \cdots + R(1+i)^{n}$$

•Álgebra (restamos la ecuación 2 de la ecuación 1) para obtener:

2-1 $$iF = R(1+i)^{n} - R$$

Universidad de los Andes

LAS EQUIVALENCIAS ENTRE SERIES UNIFORMES

$$iF = R(1+i)^n - R$$

$$F = R\left(\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right)$$

$$R = F\left(\frac{i}{(1+i)^n - 1}\right)$$

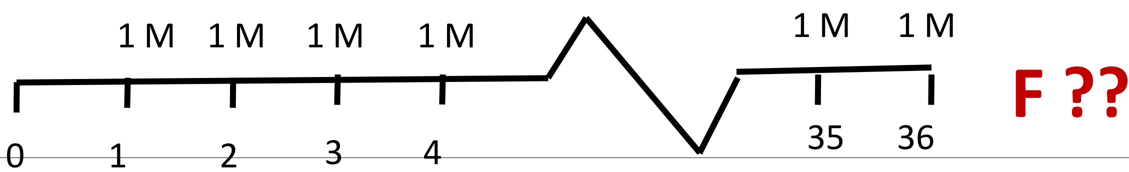
RECUERDE: ESTA FÓRMULA ES VÁLIDA CUANDO LA SERIE ES UNIFORME; ES DECIR TODOS LOS FLUJOS **R SON MONTOS IGUALES**. MÁS ADELANTE RESOLVEREMOS EL CASO PARA EL CUAL LOS MONTOS VARIAN DE UN PERIODO A OTRO.

LAS EQUIVALENCIAS ENTRE SERIES UNIFORMES

EJEMPLO:

Los socios del fondo de inversión PEGASO S.A acordaron hacer depósitos iguales mensuales durante 36 meses. Las inversiones realizadas por el fondo garantizan un interés mensual del 3%, siempre y cuando los socios se comprometan a esperar hasta el final del mes 36 para retirar el acumulado de capital depositado e intereses devengados. ¿Cuánto acumulará un socio de PEGASO S.A si deposita COP$1,000,000 mensuales? ¿Cuánto corresponde al capital depositado en cuotas y cuánto al acumulado por los intereses devengados?

R/:



$$F = 1{,}000{,}000 * (1 + 0.03)^0 + 1{,}000{,}000 * (1 + 0.03)^1 + \cdots + 1{,}000{,}000 * (1 + 0.03)^{35}$$

$$F = COP\$63{,}275{,}944$$

Universidad de los Andes

LAS EQUIVALENCIAS ENTRE SERIES UNIFORMES

R/:

$$F(36\,meses) = 1{,}000{,}000\left(\frac{(1+0.03)^{36}-1}{0.03}\right)$$

$$F(36\,meses) = COP\$\;63{,}275{,}944 \quad \textbf{TOTAL}$$

$$COP\$\;36{,}000{,}000 \quad \textbf{CAPITAL}$$

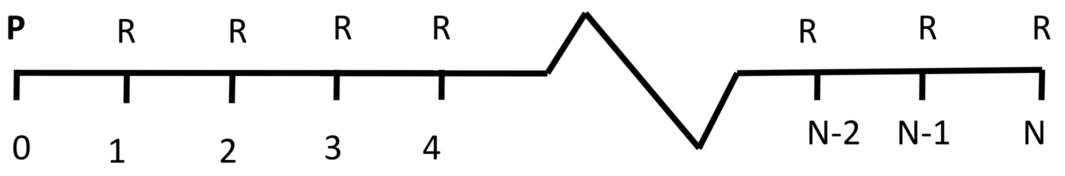
$$COP\$\;27{,}275{,}944 \quad \textbf{INTERESES}$$

El problema puede resolverse calculando la serie total o haciendo uso de la fórmula presentada; de las dos maneras se obtiene el mismo resultado. Es importante tener un mecanismo de comprobación así que para empezar, es importante plantear el problemas de diferentes formas.

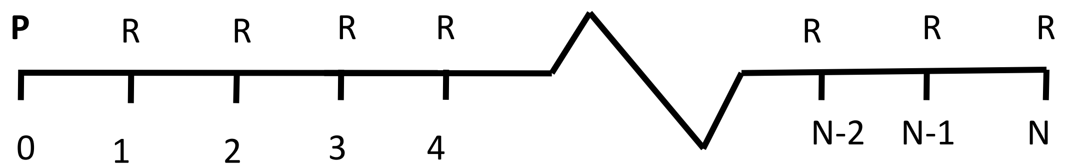
Universidad de los Andes

LAS EQUIVALENCIAS ENTRE SERIES UNIFORMES

Supongamos un diagrama de flujo como el que se presenta a continuación: ¿Cómo podemos calcular la relación de equivalencia entre una serie de SUMAS UNIFORMES (R) y una suma **PRESENTE** P?



LAS EQUIVALENCIAS ENTRE SERIES UNIFORMES



Partimos de la fórmula:

$$F = R\left(\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right)$$

Ahora de la fórmula básica:

$$F = P\ (1+i)^n$$

Reemplazamos el valor de F en la primera ecuación:

$$P\ (1+i)^n = R\left(\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right)$$

Universidad de los Andes

LAS EQUIVALENCIAS ENTRE SERIES UNIFORMES

$$P\,(1+i)^n = R\left(\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right)$$

$$P = R\left(\frac{(1+i)^n - 1}{i\,(1+i)^n}\right)$$

$$R = P\left(\frac{i\,(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}\right)$$

LAS EQUIVALENCIAS ENTRE SERIES UNIFORMES

EJEMPLO:

LOASEGURO SEGUROS, quiere determinar el valor de una póliza de seguros diseñada para padres de familia de futuros Ingenieros de la Universidad de los Andes (estudiantes que inician sus estudios el próximo semestre). La póliza garantiza a los padres el cubrimiento de los costos semestrales, incluyendo matrícula, libros y gastos promedio (almuerzo, fotocopias y transporte público):

Estimando que la carrera tome 5 años, es decir 10 semestres, y que exista la eventualidad que los hijos requieran 1 semestre adicional para terminar sus estudios, la póliza cubrirá hasta 11 semestres continuos. Suponga que la aseguradora puede obtener una tasa de interés del 36% NA/SV sobre el pago que recibe por la póliza.

Universidad de los Andes

LAS EQUIVALENCIAS ENTRE SERIES UNIFORMES

EJEMPLO:

LOASEGURO SEGUROS, quiere determinar el valor de una póliza de seguros diseñada para padres de familia de futuros Ingenieros de la Universidad de los Andes (estudiantes que inician sus estudios el próximo semestre). La póliza garantiza a los padres el cubrimiento de los costos semestrales, incluyendo matrícula, libros y gastos promedio (almuerzo, fotocopias y transporte público): Estimando que la carrera tome 5 años, es decir 10 semestres, y que exista la eventualidad que los hijos requieran 1 semestre adicional para terminar sus estudios, la póliza cubrirá hasta 11 semestres continuos. Suponga que la aseguradora puede obtener una tasa de interés del 9% NA/SV sobre el pago que recibe por la póliza.

R/:

Enero de 2012	
Valor Matrícula	$ 11.240.000
Gastos	$ 3.000.000
Libros	$ 400.000
Valor estimado	$ 14.640.000

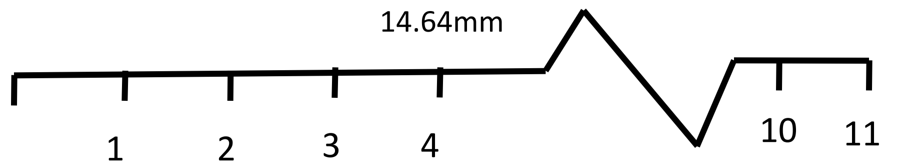
P ??

LAS EQUIVALENCIAS ENTRE SERIES UNIFORMES

R/:

Enero de 2012	
Valor Matrícula	$ 11.240.000
Gastos	$ 3.000.000
Libros	$ 400.000
Valor estimado	$ 14.640.000

P ??



$$i_v = \frac{9\%}{2} = 4.5\% \ sv$$

Tenemos una serie de pagos semestrales por lo tanto necesitamos una tasa semestral.

Ahora encontramos el equivalente en Valor Presente de la serie de pagos semestrales:

$$P = 14.640.000 * \left[\frac{(1+4.5\%)^{11} - 1}{4.5\% * (1+4.5\%)^{11}} \right]$$

$$P = \$124.863.343$$

Universidad de los Andes

Cómo podemos interpretar esta respuesta? ¿Qué pasa si la tasa disminuye? ¿Qué pasa si la tasa aumenta?