

# INGENIERÍA ECONÓMICA

## DE DEGARMO

DUODÉCIMA EDICIÓN



PEARSON  
Prentice Hall®

WILLIAM G. SULLIVAN  
ELIN M. WICKS  
JAMES T. LUXHOJ



# *Ingeniería económica de DeGarmo*

**Duodécima edición**

**William G. Sullivan**  
*Virginia Polytechnic Institute and State University*

**Elin M. Wicks**  
*Crowe Associates, L. L. P.*

**James T. Luxhoj**  
*Rutgers University*

**TRADUCCIÓN:**

**M. en I. Javier Enríquez Brito**  
*Traductor profesional*

**REVISIÓN TÉCNICA:**

**Jorge Alfonso González González**  
*Profesor del Departamento de Contaduría y Finanzas  
Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores  
de Monterrey, campus Guadalajara*

**Esmeralda Hernández Plaza**  
*Ingeniera Industrial, Instituto Politécnico  
de la Universidad de Panamá  
Maestría en Administración de Organizaciones,  
Universidad Nacional Autónoma de México  
Profesor Regular Titular en la Cátedra  
de Administración Financiera de la Producción,  
Universidad Tecnológica de Panamá*

**Juan José Morán Salazar**  
*Ingeniero Mecánico Industrial,  
Universidad Tecnológica de Panamá  
Master of Science in Industrial and Business  
Management, North Dakota State University  
Profesor Regular Titular en la Cátedra de Técnicas  
de Planificación, Universidad Tecnológica de Panamá*

**Marco Antonio Montufar Benítez**  
*Maestría en Investigación de operaciones,  
Universidad Nacional Autónoma de México  
Maestría en Ingeniería Industrial, Instituto  
Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey  
Profesor Investigador CIAII-UAEH*



Datos de catalogación bibliográfica

SULLIVAN, WILLIAM G.; WICKS, ELIN M. y  
LUXHOJ, JAMES T.

Ingeniería económica de DeGarmo  
Duodécima edición

PEARSON EDUCACIÓN, México, 2004

ISBN: 970-26-0529-6

Área: Universitarios

Formato: 19 × 23.5

Páginas: 736

Authorized translation from the English language edition, entitled *Engineering economy* 12<sup>nd</sup> ed., by William G. Sullivan, Elin M. Wicks, and James T. Luxhoj, published by Pearson Education, Inc., publishing as PRENTICE HALL, INC., Copyright ©, 2003. All rights reserved.

ISBN 0-13-067338-2

Traducción autorizada de la edición en idioma inglés, titulada *Engineering economy* 12/e de William G. Sullivan, Elin M. Wicks y James T. Luxhoj, publicada por Pearson Education, Inc., publicada como PRENTICE HALL INC., Copyright ©, 2003. Todos los derechos reservados.

Esta edición en español es la única autorizada.

**Edición en español**

Editor: Enrique Quintanar Duarte

e-mail: [enrique.quintanar@pearsoned.com](mailto:enrique.quintanar@pearsoned.com)

Editor de desarrollo: Felipe Hernández Carrasco

Supervisor de producción: José D. Hernández Garduño

**Edición en inglés**

Vice President and Editorial Director, ECS: Marcia Horton

Acquisitions Editor: Dorothy Marrero

Editorial Assistant: Jessica Romeo

Vice President and Director of Production and  
Manufacturing, ESM: David W. Riccardi

Executive Managing Editor: Vince O'Brien

Managing Editor: David A. George

Production Editor: Scott Disanno

Director of Creative Services: Paul Belfanti

Creative Director: Carole Anson

Art Director: John Christiana

Cover Designer: Bruce Kenselaar

Art Editor: Xiaohong Zhu

Manufacturing Manager: Trudy Pisciotti

Manufacturing Buyer: Lisa McDowell

Marketing Manager: Holly Stark

**DUODÉCIMA EDICIÓN, 2004**

D.R. © 2004 por Pearson Educación de México, S.A. de C.V.

Atlacomulco No. 500 5° piso

Col. Industrial Atoto

53519 Naucalpan de Juárez, Edo. de México

E-mail: [editorial.universidades@pearsoned.com](mailto:editorial.universidades@pearsoned.com)

Cámara Nacional de la Industria Editorial Mexicana. Reg. Núm. 1031

Prentice Hall es una marca registrada de Pearson Educación de México, S.A. de C.V.

Reservados todos los derechos. Ni la totalidad ni parte de esta publicación pueden reproducirse, registrarse o transmitirse, por un sistema de recuperación de información, en ninguna forma ni por ningún medio, sea electrónico, mecánico, fotoquímico, magnético o electroóptico, por fotocopia, grabación o cualquier otro, sin permiso previo por escrito del editor.

El préstamo, alquiler o cualquier otra forma de cesión de uso de este ejemplar requerirá también la autorización del editor o de sus representantes.

ISBN 970-26-0529-6

Impreso en México. *Printed in Mexico.*

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 - 07 06 05 04



# *Contenido*

**Prefacio** xi

## **Parte I**

Fundamentos de ingeniería económica 1

### **Capítulo 1**

*Introducción a la ingeniería económica 2*

- 1.1 Introducción 2
- 1.2 Orígenes de la ingeniería económica 4
- 1.3 ¿Cuáles son los principios de la ingeniería económica? 4
- 1.4 La ingeniería económica y el proceso de diseño 8
- 1.5 La contabilidad y los estudios de ingeniería económica 17
- 1.6 Panorama general del libro 18
- 1.7 Problemas 20

### **Capítulo 2**

*Conceptos de costo y diseño de modelos económicos 23*

- 2.1 Introducción 24
- 2.2 Estimación del costo y terminología de costos 24
- 2.3 El entorno económico general 37
- 2.4 Optimización del diseño enfocada al costo 46
- 2.5 Estudios económicos presentes 52
- 2.6 Resumen 61

2.7	Referencias	61
2.8	Problemas	62

## **Capítulo 3**

	<i>Relaciones dinero-tiempo y sus equivalencias</i>	70
3.1	Introducción	70
3.2	¿Por qué considerar el rendimiento del capital?	71
3.3	Orígenes del interés	72
3.4	Interés simple	72
3.5	Interés compuesto	73
3.6	El concepto de equivalencia	74
3.7	Notación, diagramas y tablas de flujo de efectivo	77
3.8	Fórmulas de interés que relacionan los valores presente y futuro equivalentes de flujos de efectivo únicos	81
3.9	Fórmulas de interés que relacionan una serie uniforme (anualidad) con sus valores presente y futuro equivalentes	86
3.10	Fórmulas de interés para capitalización discreta y flujos de efectivo discretos	93
3.11	Anualidades diferidas (serie uniforme)	93
3.12	Cálculos de equivalencias que implican varias fórmulas de interés	96
3.13	Fórmulas de interés que relacionan un gradiente uniforme de flujos de efectivo con sus equivalencias anual y presente	100
3.14	Fórmulas de interés que relacionan una secuencia geométrica de flujos de efectivo con sus equivalentes anual y presente	106
3.15	Tasas de interés que varían con el tiempo	110
3.16	Tasas de interés nominal y efectiva	111
3.17	Problemas de interés que se capitalizan más de una vez por año	114
3.18	Problemas de interés con menos flujos de efectivo que períodos de capitalización	116
3.19	Fórmulas de interés para flujos de efectivo discretos con capitalización continua	120
3.20	Fórmulas de interés para flujos de efectivo continuos y capitalización continua	123
3.21	Problemas adicionales resueltos	126
3.22	Aplicaciones en hoja de cálculo	131
3.23	Resumen	131
3.24	Referencias	132
3.25	Problemas	133

## Parte II

*Temas fundamentales de la ingeniería económica* 149

---

### Capítulo 4

<i>Aplicación de las relaciones dinero-tiempo</i>	150
4.1 Introducción	150
4.2 Determinación de la tasa de rendimiento mínima aceptable	151
4.3 El método del valor presente	154
4.4 El método del valor futuro	160
4.5 Método del valor anual	160
4.6 El método de la tasa interna de rendimiento	164
4.7 El método de la tasa externa de rendimiento	175
4.8 El método del periodo de recuperación (pago)	177
4.9 Diagramas de balance de inversión	178
4.10 Ejemplo de propuesta de inversión de capital para mejorar el rendimiento del proceso	181
4.11 Aplicaciones en hoja de cálculo	182
4.12 Resumen	184
4.13 Referencias	185
4.14 Problemas	186
Apéndice 4.A	El problema de las tasas de rendimiento múltiples con el método de la TIR
	194

### Capítulo 5

<i>Comparación de alternativas</i>	197
5.1 Introducción	197
5.2 Conceptos básicos de la comparación de alternativas	198
5.3 El periodo de estudio (análisis)	202
5.4 Caso 1: Las vidas útiles son iguales al periodo de estudio	203
5.5 Caso 2: Las vidas útiles de las alternativas son diferentes	219
5.6 Comparación de alternativas por medio del método del valor capitalizado	229
5.7 Definición de alternativas de inversión mutuamente excluyentes en términos de combinaciones de proyectos	231
5.8 Aplicaciones en hoja de cálculo	237
5.9 Resumen	240
5.10 Referencias	241
5.11 Problemas	241

## **Capítulo 6**

<i>La depreciación y los impuestos sobre las utilidades</i>	253
6.1	Introducción 254
6.2	Conceptos y terminología de la depreciación 254
6.3	Métodos clásicos (históricos) de depreciación 257
6.4	El sistema modificado de recuperación acelerada de costos 263
6.5	Ejemplo comprensivo de depreciación 271
6.6	Agotamiento 274
6.7	Introducción a los impuestos sobre las utilidades 277
6.8	La tasa efectiva (marginal) de impuesto a las utilidades corporativas 280
6.9	Utilidad (pérdida) sobre la baja de un activo 284
6.10	Procedimiento general para realizar el análisis económico después de impuestos 284
6.11	Ilustración del cálculo de los FEDI 289
6.12	Valor económico agregado 298
6.13	Efecto después de impuestos de las deducciones en el agotamiento 300
6.14	Aplicaciones en hoja de cálculo 302
6.15	Resumen 304
6.16	Referencias 304
6.17	Problemas 305

## **Capítulo 7**

<i>Técnicas de estimación de costos</i>	313
7.1	Introducción 313
7.2	Un enfoque integrado 314
7.3	Técnicas selectas de estimación (modelos) 324
7.4	Estimación paramétrica de costos 329
7.5	La estimación de costos en el proceso de diseño 340
7.6	Estimación de los flujos de efectivo para un pequeño proyecto típico 350
7.7	Resumen 353
7.8	Referencias 354
7.9	Problemas 354
Apéndice 7.A	Hoja de cálculo de EXCEL para la figura 7.5 361
Apéndice 7.B	Ejemplo adicional de costeo objetivo 363

## **Capítulo 8**

<i>Cambios de precio y tipos de cambio</i>	368
8.1	Cambios de precio 369
8.2	Terminología y conceptos básicos 370
8.3	Inflación o deflación diferencial de precios 381

8.4	Estrategia de aplicación	387
8.5	Ejemplo exhaustivo	388
8.6	Tipos de cambio extranjeros y conceptos sobre el poder de compra	391
8.7	Aplicaciones en hoja de cálculo	396
8.8	Resumen	398
8.9	Referencias	399
8.10	Problemas	399

## **Capítulo 9**

<i>Análisis del reemplazo</i>	406	
9.1	Introducción	406
9.2	Razones del análisis de reemplazo	407
9.3	Factores que deben considerarse en los estudios de reemplazo	408
9.4	Problemas típicos de reemplazo	411
9.5	Determinación de la vida económica de un activo nuevo (retador)	414
9.6	Determinación de la vida económica de un defensor	416
9.7	Comparaciones en las que la vida útil del defensor difiere de la del retador	419
9.8	Retiro sin reemplazo (abandono)	422
9.9	Estudios de reemplazo después de impuestos	424
9.10	Un ejemplo exhaustivo	435
9.11	Aplicaciones en hoja de cálculo	437
9.12	Resumen	438
9.13	Referencias	439
9.14	Problemas	440

## **Capítulo 10**

<i>Manejo de la incertidumbre</i>	447	
10.1	Introducción	447
10.2	¿Qué son el riesgo, la incertidumbre y la sensibilidad?	448
10.3	Fuentes de la incertidumbre	449
10.4	Análisis de sensibilidad	450
10.5	Análisis de la propuesta de un negocio nuevo	465
10.6	Tasas de rendimiento mínimo atractivas ajustadas por riesgo	469
10.7	Reducción de la vida útil	470
10.8	Aplicaciones en hoja de cálculo	474
10.9	Resumen	475
10.10	Referencias	476
10.11	Problemas	477

## Parte III

*Temas adicionales de la ingeniería económica 483*

---

### **Capítulo 11**

<i>Evaluación de proyectos con el método de la razón beneficio/costo</i>	484
11.1 Introducción	484
11.2 Perspectiva y terminología para el análisis de proyectos públicos	486
11.3 Proyectos autofinanciables	487
11.4 Proyectos de propósitos múltiples	487
11.5 Dificultades en la evaluación de los proyectos del sector público	489
11.6 ¿Cuál es la tasa de interés adecuada para los proyectos públicos?	491
11.7 El método de la razón beneficio/costo	492
11.8 Evaluación de proyectos independientes mediante las razones B/C	499
11.9 Comparación de proyectos mutuamente excluyentes mediante las razones B/C	500
11.10 Críticas y deficiencias del método de la razón del beneficio/costo	507
11.11 Aplicaciones en hoja de cálculo	509
11.12 Resumen	511
11.13 Referencias	511
11.14 Problemas	511

### **Capítulo 12**

<i>Estudios de ingeniería económica de empresas de propiedad privada de servicios públicos</i>	519
12.1 Introducción	519
12.2 Características generales de las empresas de propiedad privada de servicios públicos	520
12.3 Conceptos generales de los estudios económicos de los servicios públicos	522
12.4 Métodos de la ingeniería económica de los proyectos de empresas de servicios públicos de propiedad privada	522
12.5 Desarrollo del método del ingreso requerido	523
12.6 Suposiciones del método del ingreso requerido	524
12.7 Regulación de la tarifa del servicio	525
12.8 Contabilidad por medio del flujo y normalizada	526
12.9 Ilustración del método del ingreso requerido: un procedimiento tabular	527
12.10 Inversión inmediata <i>versus</i> diferida	530
12.11 Análisis del ingreso requerido en condiciones de inflación	533
12.12 Resumen	535
12.13 Referencias	536
12.14 Problemas	536

## **Capítulo 13**

<i>Análisis probabilista del riesgo</i>	540
13.1	Introducción 540
13.2	La distribución de las variables aleatorias 541
13.3	Evaluación de proyectos con variables aleatorias discretas 545
13.4	Evaluación de proyectos con variables aleatorias continuas 553
13.5	Evaluación de la incertidumbre mediante la simulación con métodos de Monte Carlo 558
13.6	Desarrollo en computadora de la simulación con métodos de Monte Carlo 561
13.7	Árboles de decisión 567
13.8	Aplicaciones en hoja de cálculo 575
13.9	Resumen 576
13.10	Referencias 578
13.11	Problemas 578

## **Capítulo 14**

<i>Financiamiento y asignación del capital</i>	586
14.1	Introducción 586
14.2	Diferencias entre las fuentes de capital 588
14.3	Costo del capital de deuda 590
14.4	Costo del capital propio 594
14.5	Costo de capital promedio ponderado 598
14.6	El arrendamiento como fuente de capital 599
14.7	Asignación de capital 603
14.8	Panorama del proceso típico de asignación presupuestal del capital corporativo 610
14.9	Resumen 614
14.10	Referencias 614
14.11	Problemas 614

## **Capítulo 15**

<i>Manejo de decisiones con atributos múltiples</i>	618
15.1	Introducción 618
15.2	Ejemplos de decisiones con atributos múltiples 619
15.3	Selección de atributos 620
15.4	Selección de una escala de medición 621
15.5	Dimensionalidad del problema 621
15.6	Modelos no compensatorios 622
15.7	Modelos compensatorios 627
15.8	Resumen 634
15.9	Referencias 634
15.10	Problemas 635

## Parte IV

### Apéndices 641

- 
- A.** *La contabilidad y su relación con la ingeniería económica* 642
  - B.** *Abreviaturas y notación* 660
  - C.** *Tablas de interés y anualidades para capitalización discreta* 665
  - D.** *Tablas de interés y anualidades para capitalización continua* 684
  - E.** *Función de distribución normal estandarizada* 688
  - F.** *Referencias seleccionadas* 691
  - G.** *Respuestas a los problemas* 695

**Índice 708**

# Prefacio

## Acerca de la ingeniería económica

¿Qué es la ingeniería económica? ¿Por qué es importante? Muchos estudiantes de ingeniería, al escuchar estas preguntas, piensan que “los asuntos de dinero los manejará otra persona”. En realidad, cualquier proyecto de ingeniería no sólo debe ser realizable en el aspecto físico, sino también en el económico. Por ejemplo, el triciclo de un niño puede construirse con un marco de aluminio o con una aleación. Algunas personas opinarían que el marco compuesto sería una mejor elección debido a que sería más fuerte y ligero. Sin embargo, no hay mucho mercado para triciclos de mil dólares. Tal vez alguien sugeriría que este argumento es tan simple que raya en lo ridículo y que el sentido común dicta que se elija al aluminio como el material para el marco. Aunque este escenario es una exageración, sirve para reforzar la idea de que los factores económicos del diseño influyen mucho en el proceso de diseño, y que la ingeniería económica es parte integral de dicho proceso, más allá de la disciplina de la ingeniería. *La ingeniería sin la economía carece de todo sentido.*

En términos generales, para que un diseño de ingeniería alcance el éxito, debe ser bueno y generar utilidades. Estas últimas deben exceder los costos asociados con el diseño a fin de que éste mejore su valor neto. El campo de la ingeniería económica tiene que ver con la evaluación sistemática de las utilidades y costos de los proyectos relacionados con el análisis y diseño de ingeniería. En otras palabras, la ingeniería económica cuantifica las utilidades y costos asociados con proyectos de ingeniería, para determinar si producirán (o ahorrarán) dinero suficiente para garantizar las inversiones de capital que se destinan a ellos. Así, la ingeniería económica requiere que se apliquen los principios de análisis y diseño de la ingeniería a fin de proveer bienes y servicios que satisfagan al consumidor a un costo asequible. Como se verá, la ingeniería económica es tan importante para el ingeniero de diseño al seleccionar materiales, como para el director ejecutivo que aprueba la asignación de capital para nuevos proyectos.

## ▼ Historia del libro

El original de *Introduction to Engineering Economy*, escrito por Woods y DeGarmo, apareció en 1942. El uso tan extenso que se hizo de dicho texto durante los últimos 60 años animó a los autores a continuar la tarea con el propósito original del libro: enseñar con claridad los principios de la ingeniería económica. En este tenor, la duodécima edición de *Ingeniería económica de DeGarmo* se ha cimentado sobre los materiales de las ediciones anteriores enriquecidos y probados a lo largo del tiempo, y su publicación lo convierte en el segundo libro más antiguo en el mercado que se ocupa exclusivamente de la ingeniería económica.

## ▼ Duodécima edición de *Ingeniería económica de DeGarmo*

Las características nuevas de esta edición, o que se enriquecieron, son:

- En el capítulo 2 se presenta un mayor número de problemas de diseño económico.
- La estimación del costo recibe una mayor cobertura.
- Se incluye cierto número de problemas nuevos y actualizados al final de cada capítulo.
- Se dedica un sitio Web a los medios electrónicos para apoyar un curso de ingeniería económica, el cual es operacional por completo (y desarrollado por Prentice Hall).
- En todo el texto aparecen plantillas de hojas de cálculo.
- Se proporciona un suplemento adicional acerca del desarrollo y uso de hojas de cálculo.
- Se dispone de un *Manual del instructor* que contiene las soluciones de todos los problemas del libro.
- En este prefacio se hacen sugerencias para usar el *portafolios del estudiante* a fin de facilitar el aprendizaje integrado de los temas de ingeniería económica.
- El valor económico agregado por un proyecto de ingeniería, se explica en términos del análisis del flujo de efectivo después de impuestos.
- Se explican el costo del capital propio y el de deuda, así como el costo promedio ponderado del capital y sus relaciones con los conceptos de tasa de rendimiento.
- Se reescribió el capítulo 9, dedicado al análisis del reemplazo para aclarar conceptos y principios de este tema tan importante.
- Se agregó el capítulo 15, que trata de la toma de decisiones con atributos múltiples.

## ▼ Didáctica de este libro

Este libro tiene dos propósitos principales: 1. brindar a los estudiantes una comprensión firme de los principios, conceptos básicos y metodología de la ingeniería económica; y 2. ayudarlos a desarrollar habilidad en el uso de dichos métodos y en el proceso de toma de decisiones racionales en situaciones que probablemente encontrarán en su práctica profesional. En consecuencia, *Ingeniería económica de DeGarmo* intenta servir como texto para el salón de clases y como referencia básica para uso de los ingenieros en activo en todas las

áreas de la especialidad (ingeniería química, civil, en computación, eléctrica, industrial y mecánica). Asimismo, el libro también es de utilidad para personas que trabajan en la administración de actividades técnicas.

Como libro de texto, la duodécima edición está escrita sobre todo para el primer curso formal de ingeniería económica. Los contenidos del libro, del *Manual del instructor* y del *Suplemento de hojas de cálculo electrónicas* (disponibles en Prentice Hall), están organizados para la presentación y enseñanza eficaces de la materia. Un curso semestral de tres horas-crédito debiera bastar para cubrir la mayoría de los temas de esta edición, y existe suficiente profundidad y amplitud como para permitir que el profesor diseñe el contenido del curso de modo que se adapte a las necesidades individuales. En la tabla P-1 se muestran los temas representativos para un curso de ingeniería económica para un semestre de dos y tres créditos. Además, debido a que se incluyen varios temas avanzados, este libro también puede usarse para un segundo curso de la materia.

Cada capítulo y los apéndices se han revisado y actualizado para reflejar las tendencias y temas vigentes. Asimismo, a lo largo del libro se incluyen ejercicios abundantes que implican enunciados abiertos de problemas y capacidad de resolución de problemas iterativos. Más de 500 de los problemas que se presentan al final de los capítulos son nuevos, y se incluyen muchos ejemplos resueltos que ilustran problemas reales que surgen en distintas disciplinas de la ingeniería.

Un curso de ingeniería económica podría clasificarse, para fines del Consejo de Acreditación de la Ingeniería y Tecnología (ABET, por sus siglas en inglés), como parte de la ciencia de la ingeniería y del diseño de ingeniería. Por lo general, se recomienda desarrollar y enseñar dicho curso en los niveles superiores. En esos niveles, un curso de ingeniería económica incorpora el conocimiento acumulado que los estudiantes ya han adquirido en otras materias del currículo, que también tienen que ver con la solución de problemas iterativos, ejercicios de final abierto, creatividad para formular y evaluar soluciones factibles de problemas, y con la consideración de restricciones reales (económicas, estéticas, de seguridad, etcétera).

## **Suplemento del sitio Web en la Internet**

Los profesores y estudiantes pueden tener acceso a la página en la dirección:

<http://www.pearsoneducacion.net/sullivan>

Esta herramienta contiene apoyos numerosos para la enseñanza y el aprendizaje, tales como: 1. transparencias de muestra en Microsoft PowerPoint®, para capítulos seleccionados del libro; 2. preguntas de guía para los exámenes; 3. una guía de aprendizaje de ingeniería económica, que incluye ejemplos de ingeniería ecológica; 4. plantillas de hojas de cálculo electrónicas elaboradas por James A. Alloway Jr.; y 5. estudios de caso desarrollados por estudiantes de ingeniería que trabajaron en equipos interdisciplinarios.

Nuestra página Web de ingeniería económica es un recurso apropiado para la transición hacia la enseñanza de la ingeniería económica a la vista del siglo XXI. Ahora, profesores y alumnos pueden navegar en la Internet para cortar y pegar los suplementos de aprendizaje que deseen a fin de que se adapten a sus necesidades e intereses individuales. Estamos seguros de que esta característica de la duodécima edición del libro despertará la curiosidad, imaginación y aprendizaje de los estudiantes de ingeniería económica.

**Tabla P.1** Contenido recomendable para los cursos de ingeniería económica

Capítulo	Semana del semestre	Tema(s)	Curso semestral (tres horas-crédito)			Curso semestral (dos horas-crédito)		
			Capítulo(s)	No. de clases	Periodos	Temas		
1	1	Introducción a la ingeniería económica	1	1	1	Introducción a la ingeniería económica		
2		Conceptos de costo y diseño económico	2	4		Conceptos de costo, análisis de la negociación con una sola variable y economía del presente		
3	2-3	Relaciones dinero-tiempo y sus equivalencias	3	5		Relaciones dinero-tiempo y sus equivalencias		
4	4	Aplicación de las relaciones dinero-tiempo	1-3	1		<b>Examen # 1</b>		
5	5	Comparación de alternativas	7	3		Desarrollo de flujos de efectivo y técnicas de estimación de costos		
6	6	Impuestos a la depreciación y al ingreso	4	2		Aplicación de las relaciones dinero-tiempo		
	7	<b>Examen de medio curso</b>	5	4		Comparación de alternativas		
11	8	Evaluación de proyectos con el método de la razón beneficio/costo	4, 5, 7	1		<b>Examen # 2</b>		
7	9	Técnicas de estimación de costos	10	2		Manejo de la incertidumbre		
8	10	Cambios de precios y tipos de cambio	6	5		Impuestos a la depreciación y al ingreso		
10	11	Manejo de la incertidumbre	15	1		Manejo de las decisiones con atributos múltiples		
9	12	Análisis del reemplazo	Todos los anteriores	1		<b>Examen final</b>		
14-15	13-14	Financiamiento y asignación del capital, manejo de las decisiones con atributos múltiples						
	15	<b>Examen final</b>				Número de clases: 30		
Número de clases: 45								

## Características didácticas

El *Manual del instructor* está diseñado como un material comprensivo de auxilio en la enseñanza del material del libro. En él se presentan las soluciones de todos los problemas que se encuentran al final de cada capítulo. En la duodécima edición, se incluyeron varios *ejemplos comprensivos (estudios de caso)*. Dichos ejemplos y problemas de cierta complejidad proporcionan al maestro material esencial para enseñar tanto el primer curso formal de ingeniería económica, como el segundo, más avanzado. También integran los principios, conceptos básicos y metodologías necesarias para los ingenieros en situaciones frecuentes del mundo real, y también sirven como un puente entre el salón de clases y la práctica profesional.

## Suplemento de hojas de cálculo

El segundo suplemento, titulado *Modelado en hojas de cálculo de Ingeniería económica de DeGarmo, duodécima edición*, fue preparado por James A. Alloway, Jr. En muchos cursos de licenciatura de ingeniería económica, las hojas de cálculo electrónicas son una herramienta fundamental; el suplemento de hojas de cálculo asegura que la duodécima edición de *Ingeniería económica de DeGarmo* conservará la posición de liderazgo al proveer de plantillas básicas para los temas principales que se estudian en el texto. Además, proporciona un resumen conciso de fórmulas y conceptos clave, que los estudiantes encontrarán invaluable como repaso y referencia rápida.

La ventaja más grande es que ya no será necesario diseñar a mano las hojas de cálculo. Las plantillas pueden cargarse y abrirse en forma directa en Excel para Windows. La mayoría de los demás paquetes de programas de hojas de cálculo cuentan con herramientas para convertir estos archivos a sus formatos originales respectivos. Es así que los usuarios pueden modificar las plantillas básicas para el problema específico en estudio. Adicionalmente, también se han desarrollado plantillas avanzadas para técnicas tales como la simulación con métodos de Monte Carlo, análisis de sensibilidad para tres factores simultáneos y programación lineal entera.

## Portafolios de ingeniería económica

En muchos cursos de ingeniería económica se pide a los estudiantes que diseñen, desarrollen y mantengan un *Portafolios de ingeniería económica*. El propósito de éste es demostrar e integrar el conocimiento de la ingeniería económica más allá de las tareas y exámenes requeridos. Por lo general se trata de un trabajo individual. La presentación profesional, claridad, brevedad y creatividad, son criterios importantes que se usarán para evaluar el portafolios. Se solicita a los estudiantes que tengan en mente a la audiencia (es decir, al evaluador) cuando formen sus portafolios.

El portafolios debe tener un contenido variado. Para lograr una buena calificación por el contenido, los estudiantes deben demostrar su conocimiento. La simple recolección de artículos en una carpeta demostraría muy poco. Para obtener alguna calificación por una colección de artículos, los alumnos deben leerlos y escribir un resumen breve. El resumen

podría explicar por qué el artículo es relevante para la ingeniería económica, o podría criticarse el artículo, o verificar o ampliar cualquier cálculo económico contenido en él. El portafolios debe incluir tanto el resumen como el artículo mismo. También es buena idea hacer anotaciones al artículo por medio de comentarios escritos al margen. A continuación se mencionan otras sugerencias para el contenido del portafolios (observe que se anima a los estudiantes para que sean creativos):

- Describir y plantear o resolver un problema de ingeniería económica relacionado con su propia especialidad (por ejemplo, ingeniería eléctrica o construcción de inmuebles).
- Elegir un proyecto o problema en sociedad con su universidad, y aplicar el análisis de ingeniería económica a una o varias de las soluciones propuestas.
- Desarrollar tareas o problemas de examen para la ingeniería económica. Incluir la solución completa. Además, establecer cuál(es) objetivo(s) del curso se relaciona(n) con el problema en estudio (mencionar la sección del libro).
- Reflexionar y escribir acerca de su avance en el curso. Debe incluirse una autoevaluación de los objetivos del curso.
- Incluir una fotografía o gráfica que ilustre algunos de los aspectos de la ingeniería económica. Incluir una leyenda que explique la importancia de la fotografía o gráfica.
- Incluir problemas de práctica resueltos por completo. Usar una pluma de diferente color para mostrar que se cotejaron con las respuestas que se proporcionan.
- Volver a resolver problemas de examen fallidos, con una explicación de cada error.

(La lista anterior podría reflejar el valor relativo de los temas sugeridos; es decir, los temas al principio de la lista son de mayor beneficio que los del final).

Hay que desarrollar una sección introductoria que explique el propósito y organización del portafolios. Se recomienda mucho incluir una tabla de contenido y marcar con claridad las secciones o encabezados. Mencione la fuente (en una cita bibliográfica completa) de todo material distinto de su propio trabajo. Recuerde, el portafolios proporciona la evidencia de que los estudiantes saben más sobre ingeniería económica que aquello que se refleja en las tareas y exámenes. Hay que centrarse en la calidad de la evidencia, no en la cantidad.

WILLIAM G. SULLIVAN

ELIN M. WICKS

JAMES T. LUXHOJ

# *Fundamentos de ingeniería económica*

---

- 
1. *Introducción a la ingeniería económica*
  2. *Conceptos de costo y diseño de modelos económicos*
  3. *Relaciones dinero-tiempo y sus equivalencias*

---

*[La ingeniería] es el arte de hacer bien con un dólar aquello que cualquier tonto haría con dos.*

—A.M. Wellington, *The Economic Theory of Location of Railways*  
(New York: John Wiley & Sons, 1887)

# *Introducción a la ingeniería económica*

*Los objetivos del capítulo 1 son: 1. introducir la noción de ingeniería económica, 2. analizar el papel tan importante que juega en el diseño y análisis de la ingeniería, 3. estudiar los principios básicos del tema y 4. ofrecer un panorama general del libro.*

---

**En este capítulo se estudian los siguientes temas:**

- La importancia que tiene esta disciplina en la práctica de la ingeniería
- Orígenes de la ingeniería económica
- Principios de la ingeniería económica
- La ingeniería económica y el proceso de diseño
- Estudios de contabilidad y de ingeniería económica
- Panorama general del libro

---

## 1.1 Introducción

Los ambientes tecnológico y social en que vivimos cambian de manera continua y rápida. En las últimas décadas, los avances en la ciencia y la ingeniería hicieron posibles los viajes espaciales, transformaron nuestros sistemas de transporte, revolucionaron la práctica de la medicina, y permitieron que los circuitos electrónicos se volvieran cada vez más pequeños, de manera que en la actualidad es posible construir una computadora con un chip semiconductor. La lista de sucesos como los mencionados parece interminable. En los cursos de ciencias e ingeniería que el lector seguirá, aprenderá algunas de las leyes físicas que subyacen en dichos logros.

La utilización del conocimiento científico y de ingeniería para nuestro beneficio se logra mediante el *diseño* de objetos que utilizamos, como máquinas, estructuras, productos y servicios. Sin embargo, dichos logros no ocurren sin tener que pagar un precio, ya sea monetario o de otro tipo. Por ello, el propósito de esta obra es desarrollar e ilustrar los

principios y la metodología que se requieren para responder a la pregunta fundamental de cualquier diseño: *¿sus beneficios son mayores que sus costos?*

El Consejo para la Acreditación de la Ingeniería y la Tecnología establece que la ingeniería “*es la profesión donde se aplica el conocimiento de las matemáticas y las ciencias naturales obtenido a través del estudio, la experiencia y la práctica, unido al criterio, para desarrollar formas de utilizar, en forma económica, los materiales y las fuerzas de la naturaleza en beneficio de la humanidad.*”\*\* En la definición, se destacan tanto la cuestión económica como los aspectos físicos de la ingeniería. Queda claro que es esencial que la parte económica de la práctica de la ingeniería también se tome en consideración.

*La ingeniería económica* implica la evaluación sistemática de los resultados económicos de las soluciones propuestas a problemas de ingeniería. Para que sean aceptables en lo económico (es decir, viables), las *soluciones de los problemas* deben arrojar un balance positivo de los beneficios a largo plazo, en relación con los costos a largo plazo, y también deben

- fomentar el bienestar y supervivencia de una organización,
- constituir un cuerpo de tecnologías e ideas creativas e innovadoras,
- permitir la identificación y el escrutinio de los resultados que se esperan, y
- llevar una idea “hasta sus últimas consecuencias” en términos de rentabilidad a través de una medida válida y aceptable de rendimiento.

Por lo tanto, la ingeniería económica es la parte que mide en unidades monetarias las decisiones que los ingenieros toman, o recomiendan, en su trabajo para lograr que una empresa sea rentable y ocupe un lugar altamente competitivo en el mercado. Tales decisiones se relacionan de manera estrecha con los diferentes tipos de costos y el rendimiento (tiempo de respuesta, seguridad, importancia, confiabilidad, etcétera) que se obtienen con el diseño propuesto como solución a un problema. *La misión de la ingeniería económica consiste en balancear dichas negociaciones de la forma más económica.* Por ejemplo, si un ingeniero de Ford Motor Company inventa un lubricante para transmisión que incrementa en 10% los kilómetros recorridos por litro de gasolina, y aumenta la vida de la transmisión en 48,000 kilómetros, ¿cuánto estará dispuesta a gastar la compañía para utilizar ese invento? La ingeniería económica se encarga de responder a este tipo de interrogantes.

A continuación se mencionan unas cuantas más de las miles de situaciones en las que la ingeniería económica desempeña un papel crucial:

1. Elegir el mejor diseño para una estufa de gas de alta eficiencia.
2. Seleccionar el robot más adecuado para una operación de soldadura en una línea de montaje en la industria automotriz.
3. Hacer una recomendación acerca de si deben comprarse o arrendarse los aviones jet necesarios para un servicio de distribución nocturno.
4. Determinar el plan de asignación de recursos humanos óptimo para el servicio de asistencia técnica para computadoras.

A partir de estos ejemplos, debería quedar claro que la ingeniería económica incluye consideraciones técnicas de importancia. Así, la ingeniería económica implica el análisis técnico, con énfasis en los aspectos económicos, y tiene el objetivo de ayudar a la toma de decisiones. Quizá el encargado de tomar las decisiones sea un ingeniero que analiza las al-

---

\* Consejo para la Acreditación de la Ingeniería y la Tecnología, *Criteria for Accrediting Programs in Engineering in the United States* (New York: 1998, ABET, Baltimore, MD).

ternativas en forma interactiva en una estación de trabajo de diseño asistido por computadora, o bien, el director general que estudia un nuevo proyecto. *Aquel ingeniero sin la preparación para alcanzar la excelencia en la ingeniería económica no está capacitado para desempeñar su trabajo.*

## 1.2 Orígenes de la ingeniería económica

Las consideraciones y comparaciones de costo son cuestiones fundamentales en la práctica de la ingeniería. En la sección 1.1 se enfatizó este punto crucial; sin embargo, el desarrollo de la metodología de la ingeniería económica, que actualmente se utiliza en casi todo el trabajo de ingeniería, es relativamente reciente. Esto no significa que, a lo largo de la historia, los costos se pasaran por alto en forma habitual en las decisiones de ingeniería. No obstante, hay un aspecto que diferencia la ingeniería que se practica en la actualidad de la del pasado: la visión de que la economía es una meta fundamental del ingeniero, así como la consecución de técnicas novedosas para alcanzarla.

Un pionero de este campo fue Arthur M. Wellington,<sup>\*</sup> ingeniero civil, quien en las postrimerías del siglo XIX estableció de manera específica el papel del análisis económico en los proyectos de ingeniería. Su área de particular interés fue la construcción de vías férreas en Estados Unidos. A este trabajo inicial le siguieron otras contribuciones donde el énfasis recaía en las técnicas que dependían primordialmente de las matemáticas financieras y actuariales. En 1930, Eugene Grant publicó la primera edición de su libro de texto.<sup>†</sup> Esto marcó un hito en el desarrollo de la ingeniería económica, tal como hoy se reconoce. Grant se enfocó en desarrollar un punto de vista económico en la ingeniería, señalando que (como lo afirma en el prefacio) *este punto de vista implica darse cuenta de que resulta definitivo que cierto número de principios rigen los aspectos económicos de una decisión de ingeniería, al igual que sus aspectos físicos.* En 1942, Woods y DeGarmo escribieron la primera edición de este libro, titulado más tarde *Ingeniería económica*.

## 1.3 ¿Cuáles son los principios de la ingeniería económica?

El desarrollo, estudio y aplicación de cualquier disciplina debe comenzar con sus fundamentos. Los autores definen los fundamentos de la ingeniería económica como un conjunto de principios, o conceptos básicos, que ofrecen una doctrina comprensiva para el desarrollo de la metodología.<sup>‡</sup> Tales principios serán del dominio de los estudiantes conforme

\* A. M. Wellington, *The Economic Theory of Railway Location*, 2a. ed. (New York: John Wiley & Sons, 1887).

† E. L. Grant, *Principles of Engineering Economy* (New York: The Ronald Press Company, 1930).

‡ La definición de los principios de la ingeniería económica varía un poco para diferentes autores. Algunos ejemplos de otras definiciones se encuentran en los trabajos siguientes:

1. E. L. Grant, W. G. Ireson y R. S. Leavenworth, *Principles of Engineering Economy*, 8a. ed. (New York: John Wiley & Sons, 1990).
2. Informe titulado "Research Planning Conference for Developing a Research Framework for Engineering Economics", Gerald J. Thuessen (editor), Georgia Institute of Technology, marzo de 1986. El informe fue resultado de la National Science Foundation Grant MEA-8501237.

avancen en el estudio de la obra que tienen en sus manos. Sin embargo, en el análisis de la ingeniería económica la experiencia ha demostrado que la mayor parte de los errores se cometen al violar o apartarse de los principios básicos. Una vez que un problema o necesidad se definió con claridad, los fundamentos de la disciplina pueden analizarse con base en siete principios.

**PRINCIPIO 1 —DESARROLLAR LAS ALTERNATIVAS:**

La selección (decisión) se da entre alternativas. Las alternativas necesitan identificarse y luego definirse para utilizarse en el análisis posterior.

Una situación decisiva implica elegir entre dos o más opciones. Desarrollar y definir las alternativas para una evaluación detallada es importante a causa del impacto que eso tiene en la calidad de la decisión. Los ingenieros y directivos deberían dar una prioridad muy alta a esta responsabilidad. La creatividad e innovación son esenciales en el proceso.

Una alternativa en una situación de toma de decisiones es no realizar cambio alguno en la operación en curso o en el conjunto de condiciones presente (es decir, *no hacer nada*). Si usted cree que esta opción es factible, asegúrese de que se considera en el análisis. Sin embargo, no dé preferencia al *status quo* en detrimento del cambio innovador o necesario.

**PRINCIPIO 2 —CENTRARSE EN LAS DIFERENCIAS:**

Sólo las diferencias entre los resultados esperados en las alternativas son relevantes para su comparación, y deben tomarse en cuenta en la decisión.

Si todos los resultados posibles de las alternativas factibles fueran exactamente los mismos, no habría ninguna base o necesidad para compararlas. Sería indiferente elegir entre las alternativas y podría tomarse una decisión con una elección al azar.

Es evidente que sólo las diferencias entre los resultados futuros de las alternativas son importantes. Los resultados comunes a todas las alternativas deben ignorarse en la comparación y decisión. Por ejemplo, si sus alternativas de alojamiento fueran dos residencias con el mismo precio de venta (o renta), el precio no tendría consecuencias sobre la elección final. En lugar de ello, la decisión dependería de otros factores, tales como la ubicación y los gastos anuales de operación y mantenimiento. Este ejemplo ilustra el principio 2 en forma sencilla, destacando el propósito básico de un análisis de ingeniería económica: recomendar un curso futuro de acción con base en las diferencias entre las alternativas factibles.

**PRINCIPIO 3 —UTILIZAR UN PUNTO DE VISTA CONSISTENTE:**

Los resultados futuros de las alternativas, económicos o de otro tipo, deben desarrollarse en forma consistente a partir de un punto de vista (perspectiva) definido(a).

Es normal que se utilice la perspectiva de quien toma la decisión, que con frecuencia es la de los propietarios de la empresa. Sin embargo, es importante que primero se defina el punto de vista para la decisión en particular, y después se use consistentemente en la descripción, análisis y comparación de las alternativas.

Por ejemplo, considere un organismo público que opera con la finalidad de desarrollar una cuenca hidrológica, lo cual incluye la generación y distribución total de la electricidad que se produce en las presas del sistema fluvial. Se planea un programa para actualizar e incrementar la capacidad de los generadores de energía en dos sitios. ¿Qué perspectiva debe emplearse al definir las alternativas técnicas del programa? Aquí, *propietarios de la empresa* significa el sector de la población que pagará el costo del programa, y en esta situación debe adoptarse su punto de vista.

Ahora veamos un ejemplo donde el punto de vista podría no ser el de los dueños de la compañía. Suponga que, en este caso, se trata de una empresa privada y que el problema consiste en ofrecer a los empleados un paquete flexible de prestaciones. Asimismo, suponga que todas las alternativas flexibles para operar el plan implican los mismos costos futuros para la empresa. No obstante, las alternativas entrañan diferencias desde la perspectiva de los empleados, y la satisfacción de éstos constituye un criterio de decisión importante. El punto de vista para este análisis y decisión debe ser el de los empleados de la compañía, considerados como grupo, y las alternativas factibles deben definirse desde su perspectiva.

#### **PRINCIPIO 4 —USAR UNA UNIDAD DE MEDIDA COMÚN:**

El uso de una unidad de medida común para numerar tantos resultados futuros como sea posible, simplificará el análisis y la comparación de las alternativas.

Es deseable lograr que sean *mensurables* (es decir, comparables directamente) tantos resultados futuros como sea posible. Para las consecuencias económicas, una unidad monetaria como el dólar es la unidad de medida común. También debería buscarse traducir otros resultados (que al principio quizás parezcan no ser económicos) a la unidad monetaria. Por supuesto, dicha traducción no será posible con algunos de los resultados, aunque el esfuerzo adicional que se haga para lograrlo mejorará la mensurabilidad y hará más sencillo el análisis y la comparación subsecuentes.

¿Qué debe hacer usted con los resultados que no son económicos (es decir, las consecuencias esperadas que no pueden traducirse ni estimarse con la unidad monetaria en uso)? En primer lugar, si es posible, cuantifique los resultados futuros esperados con el empleo de una unidad apropiada de medida para cada uno de ellos. Si esto no es posible para uno o más, describa sus consecuencias en forma explícita de manera que la información sea de utilidad para quien tome la decisión cuando se comparen las alternativas.

#### **PRINCIPIO 5 —TOMAR EN CUENTA TODOS LOS CRITERIOS RELEVANTES:**

La selección de la alternativa preferida (toma de decisiones) requiere el uso de un criterio (o de varios). El proceso de decisión debe considerar tanto los resultados numéricos en la unidad monetaria, como los que se expresan en alguna otra unidad de medida, o de modo explícito en forma descriptiva.

Por lo común, el encargado de tomar decisiones elegirá la alternativa que sirva mejor a los intereses de largo plazo de los propietarios de la organización. En el análisis de ingeniería económica, el criterio principal se relaciona con los intereses financieros de largo plazo de los dueños, lo cual se basa en la suposición de que el capital disponible se asignará para proporcionar el máximo rendimiento monetario a sus propietarios. Aunque es frecuente que existan otros objetivos organizacionales que a usted le gustaría alcanzar con su decisión. Estos objetivos también deben considerarse y tener un peso en la selección de una alternativa. Dichos atributos no monetarios y objetivos múltiples se vuelven la base de algunos criterios adicionales en el proceso de toma de decisiones.

**PRINCIPIO 6 —HACER EXPLÍCITA LA INCERTIDUMBRE:**

La incertidumbre es inherente al proyectar (o estimar) los resultados futuros de las alternativas, y debe reconocerse en el análisis y comparación de éstas.

El análisis de las alternativas implica proyectar o estimar las consecuencias futuras asociadas con cada una de ellas. La magnitud y el impacto de los resultados futuros de cualquier curso de acción son inciertos. Aun si la alternativa no implicara cambio alguno en las operaciones en curso, es alta la probabilidad de que las estimaciones realizadas hoy de ciertos factores como, por ejemplo, las entradas futuras de efectivo y de los gastos, no se cumplan en realidad. Así, el manejo de la incertidumbre es un aspecto importante en el análisis de la ingeniería económica, y se estudiará en los capítulos 10 y 13.

**PRINCIPIO 7 —REVISAR LAS DECISIONES:**

La mejora del proceso de toma de decisiones surge de un proceso adaptativo; hasta donde sea posible, los resultados de la alternativa seleccionada que se proyectaron al inicio deben compararse después con los resultados reales que se hayan alcanzado.

Un buen proceso de toma de decisiones puede desembocar en una decisión que tenga un resultado no deseado. Otras decisiones, aun cuando tengan un éxito relativo, tendrán resultados muy diferentes respecto de las consecuencias de las estimaciones iniciales. El aprendizaje a partir de la experiencia y la adaptación con base en ella, son procesos esenciales y distinguen a una buena organización.

Es frecuente que se considere impráctico o de ningún beneficio al esfuerzo de evaluar los resultados *versus* la estimación inicial de los resultados para la alternativa seleccionada. Con bastante frecuencia se observa que no existe retroalimentación en el proceso de toma de decisiones. Se necesita disciplina organizacional para garantizar que las decisiones implantadas se evalúen *a posteriori* en forma rutinaria, y que los resultados de ello se utilicen para mejorar los análisis futuros de las alternativas y la calidad de la toma de decisiones. El porcentaje de las decisiones importantes de una organización que no se evalúen con posterioridad debe ser bajo. Por ejemplo, un error que se comete con frecuencia al comparar las alternativas es la falta de un examen adecuado del impacto de la incertidumbre sobre las estimaciones de los factores seleccionados para tomar la decisión. Sólo las evaluaciones posteriores develarán este tipo de vulnerabilidades en los estudios de ingeniería económica que se realicen en una organización.

## 1.4 La ingeniería económica y el proceso de diseño

Un estudio de ingeniería económica se realiza utilizando un procedimiento estructurado y diversas técnicas de modelado matemático. Después, los resultados económicos se usan en una situación de toma de decisiones que implica dos o más alternativas que, por lo general, incluye otra clase de información y conocimiento de ingeniería.

Un *procedimiento de análisis de ingeniería económica* sólido incorpora los principios básicos que se analizaron en la sección 1.3 y comprende varias etapas. En esta sección se presenta el procedimiento y se analizará más adelante en términos de las *siete etapas* listadas en la columna de la izquierda de la tabla 1.1. Como parte del procedimiento existen varios circuitos de retroalimentación (que no se muestran). Por ejemplo, dentro de la etapa 1, la información que se desarrolla al evaluar el problema se usará como retroalimentación para perfeccionar la definición del problema. Un ejemplo más: la información que surge del análisis de las alternativas (etapa 5) puede indicar la necesidad de cambiar una o más de ellas, o bien, desarrollar alternativas adicionales.

El procedimiento de siete etapas también se utiliza para ayudar a la toma de decisiones dentro del proceso de diseño de ingeniería, como se indica en la columna del lado derecho de la tabla 1.1. En este caso, las actividades del proceso de diseño contribuyen con información para relacionar las etapas en el procedimiento de análisis económico. En la tabla 1.1 se indica la relación general entre las actividades del proceso de diseño y las etapas del procedimiento de análisis económico.

**Tabla 1.1 Relación general entre el procedimiento de análisis de ingeniería económica y el proceso de diseño de ingeniería**

Procedimiento de análisis de ingeniería económica		Proceso de diseño de ingeniería (véase la figura P1.15, en la pág. 22)
Etapa	Actividad	
1. Reconocimiento, definición y evaluación del problema.	1. Definición del problema/necesidad.	
2. Desarrollo de las alternativas factibles.	2. Formulación y evaluación del problema/necesidad.	
3. Desarrollo de los resultados y flujos de efectivo para cada alternativa.	3. Síntesis de las soluciones posibles (alternativas).	
4. Selección de un criterio (o criterios).		
5. Análisis y comparación de las alternativas.		
6. Selección de la alternativa preferida.		
7. Vigilancia del desempeño y evaluación <i>a posteriori</i> de los resultados.	4. Análisis, optimización y evaluación.	
	5. Especificación de la alternativa preferida.	
	6. Comunicación.	

Middendorf\* afirma que “el diseño de ingeniería es una actividad iterativa de toma de decisiones, donde la información científica y tecnológica sirve para producir un sistema, dispositivo o proceso, que es diferente, hasta cierto punto, de lo que el diseñador sabe que se ha realizado antes, y que se supone satisface determinadas necesidades humanas”. Asimismo, deseamos satisfacer tales necesidades *en forma económica*, como se enfatizó en la definición de ingeniería en la sección 1.1.

Ciertas etapas del proceso de diseño de ingeniería pueden repetirse para cumplir con el objetivo total del diseño. Por ejemplo, en la primera etapa, es posible emprender un ciclo completo para seleccionar una alternativa de diseño conceptual o preliminar. Luego, en la segunda etapa, se repiten las actividades para desarrollar en detalle el diseño preferido con base en el diseño preliminar seleccionado. El procedimiento de análisis económico de siete etapas se repetirá según se requiera para auxiliar a la toma de decisiones en cada etapa del esfuerzo integral de diseño. A continuación se analiza este procedimiento.

### 1.4.1 Definición del problema

Es inadecuado pensar tan sólo en una pregunta o situación intrigante. En lugar de ello, el problema debe comprenderse y enunciarse bien en forma explícita antes de que el equipo del proyecto continúe con el análisis restante. La primera etapa del procedimiento de análisis de ingeniería económica (definición del problema) tiene importancia particular, ya que constituye la base para el resto del análisis.

El término *problema* se utiliza aquí en forma genérica. Incluye todas las situaciones de decisión para las que se necesita el análisis de ingeniería económica. Por lo general, el reconocimiento del problema se estimula por las necesidades o los requerimientos organizacionales internos o externos, cuyos ejemplos serían un problema existente dentro de la compañía (necesidad interna) o la expectativa que un consumidor tenga de un producto o servicio (requerimiento externo).

Una vez que se reconoce el problema, debe emprenderse su formulación desde la *perspectiva de los sistemas*, es decir, será necesario definir con claridad la frontera o el alcance de la situación, determinando tanto los elementos del problema como su ambiente.

La evaluación del problema incluye describir detalladamente las necesidades y los requerimientos. La información de la etapa de evaluación podría cambiar la formulación original del problema. De hecho, la parte más importante del proceso de resolución del problema podría ser redefinir una y otra vez el problema hasta alcanzar el consenso.

### 1.4.2 Desarrollo de las alternativas<sup>†</sup>

Las dos acciones primarias en el etapa 2 del procedimiento son: 1. buscar alternativas potenciales y 2. desglosarlas para seleccionar un grupo pequeño de alternativas factibles, con

---

\* W. H. Middendorf, *Design of Devices and Systems* (New York: Marcel Dekker, Inc., 1986), pág. 2.

<sup>†</sup> En ocasiones esto se llama *desarrollo de opciones*. Es un paso importante que describe en detalle A. B. Van Gundy, *Techniques of Structural Problem Solving*, 2a. ed. (New York: Van Nostrand Reinhold Co., 1988). Para información adicional véase E. Lumsdaine y M. Lumsdaine, *Creative Problem Solving —An Introductory Course for Engineering Students* (New York: McGraw-Hill Book Co., 1990), y J. L. Adams, *Conceptual Blockbusting —A Guide to Better Ideas* (Reading, M. A: Addison-Wesley Publishing Co., 1986).

las cuales realizar el análisis y la comparación detallados en la etapa 5. El término *factible* significa que se juzga cada alternativa seleccionada para un análisis adicional con base en la evaluación preliminar, con la finalidad de satisfacer o rebasar los requerimientos que se establecieron para la situación.

**1.4.2.1 Búsqueda de alternativas superiores** En el análisis del principio 1 (sección 1.3), se destacó que la creatividad y la iniciativa son factores absolutamente indispensables para el desarrollo de todas las alternativas potenciales. La diferencia entre las buenas alternativas y las excelentes depende en gran medida de la *eficiencia para resolver problemas* de un individuo o grupo. Es posible incrementar dicha eficiencia de las formas siguientes:

1. En la etapa 1, concentrarse en redefinir un problema a la vez.
2. Desarrollar muchas redefiniciones del problema.
3. Evitar hacer juicios conforme se crean las nuevas definiciones del problema.
4. Intentar redefinir un problema en términos que sean muy diferentes de los utilizados en la definición original efectuada en la etapa 1.
5. Asegurarse de que se investigó y comprendió bien el *problema verdadero*.

En la búsqueda de alternativas superiores, o al tratar de identificar el problema verdadero, invariablemente existen algunas limitaciones, entre las que se incluyen: 1. falta de tiempo y de dinero; 2. prenoción de lo que sí funcionará y lo que no, y 3. falta de conocimiento. En consecuencia, en la práctica de la ingeniería, el ingeniero o equipo del proyecto trabajarán con soluciones del problema menos que perfectas.

### EJEMPLO 1.1

El equipo de administración de una compañía pequeña fabricante de muebles se encuentra bajo presión para aumentar su rentabilidad, con el objetivo de obtener un préstamo bancario para adquirir una máquina más moderna para cortar patrones. Una de las soluciones propuestas consiste en vender las astillas y virutas a un fabricante local de carbón, en lugar de usarlas como combustible en los calentadores de las oficinas de la compañía y sus áreas fabriles.

- a) Defina el problema de la compañía. A continuación, reformule el problema de varias formas creativas.
- b) Desarrolle al menos una alternativa potencial para sus problemas reformulados en el inciso a). (En este momento no se preocupe de su factibilidad).

### SOLUCIÓN

- a) El problema de la compañía parece ser que sus ingresos no están cubriendo sus costos de manera suficiente. Se tienen varias reformulaciones:
  1. El problema es incrementar los ingresos al mismo tiempo que se reducen los costos.
  2. El problema es mantener los ingresos mientras los costos se reducen.
  3. El problema es que el sistema de contabilidad suministra información distorsionada de los costos.
  4. El problema es que la máquina nueva en realidad no se necesita (y por lo tanto no hay necesidad de un préstamo bancario).

b) Con base sólo en la reformulación 1, una alternativa consiste en vender astillas y virutas, en tanto los ingresos adicionales excedan los gastos adicionales que podrían requerirse para calentar los edificios. Otra alternativa es descontinuar la manufactura de productos especiales y concentrarse en los productos estandarizados de alto volumen. Una alternativa más sería realizar, junto con otras empresas pequeñas de la zona, los servicios de compras, de ingeniería y otros servicios de apoyo de cuello blanco, mediante la contratación de una empresa local que se especialice en ofrecer dichos servicios.

**1.4.2.2 Desarrollo de alternativas de inversión** “Se requiere dinero para hacer dinero”, dice un antiguo refrán. ¿Sabía usted que en Estados Unidos una compañía promedio gasta más de 250,000 dólares de capital en cada uno de sus empleados? Entonces, para ganar dinero, cada empresa debe invertir capital para apoyar a sus recursos humanos importantes. Pero, ¿en qué debe invertir una compañía individual? Por lo general, existen cientos de oportunidades para que una compañía gane dinero. Los ingenieros se encuentran en el corazón de la creación de valor de una empresa, pues convierten sus ideas innovadoras y creativas en nuevos productos y servicios comerciales rediseñados. La mayor parte de dichas ideas requieren inversión en dinero, y sólo unas cuantas podrán desarrollarse; el resto de ellas, si bien son factibles, quedarán al margen por falta de tiempo, conocimiento o recursos.

En consecuencia, la mayoría de las alternativas de inversión creadas por las buenas ideas de la ingeniería se toman de una población mayor de soluciones a problemas que son igualmente buenas. Pero, ¿cómo podría liberarse este conjunto mayor de soluciones igualmente buenas? Resulta interesante que hay estudios que llegan a la conclusión de que los diseñadores y quienes resuelven los problemas tienden a perseguir unas cuantas ideas que implican “remendar y componer” una vieja idea.\* Es frecuente que ideas en verdad novedosas queden excluidas de toda consideración. Esta selección propone dos enfoques muy aceptados en la industria para desarrollar alternativas de inversión novedosas, eliminando algunas de las barreras que obstaculizan el pensamiento creativo: **1.** la lluvia de ideas clásica y **2.** la técnica del grupo nominal.

**1. Lluvia de ideas clásica.** Es la técnica clásica que se conoce mejor y se utiliza más para generar ideas. Se basa en los principios fundamentales del *aplazamiento de los juicios* y de que *la cantidad alimenta la calidad*. Existen cuatro reglas para que la lluvia de ideas tenga éxito:

1. Se excluye la crítica.
2. Se recomienda ser arriesgado y audaz.
3. Se requiere cantidad.
4. Se buscan la combinación y la mejora.

A. F. Osborn esboza un proceso detallado para las lluvias de ideas exitosas.<sup>†</sup> Una sesión normal de lluvia de ideas tiene las siguientes etapas básicas:

\* S. Finger y J. R. Dixon, “A Review of Research in Mechanical Engineering Design. Part I: Descriptive, Prescriptive, and Computer-Based Models of Design Processes”, *Research in Engineering Design* (New York: Springer-Verlag, 1990).

† A. F. Osborn, *Applied Imagination*, 3a. ed. (New York: Charles Scribner’s Sons, 1963). También se recomienda consultar P. R. Scholtes, B. L. Joiner y B. J. Streibel, *The Team Handbook*, 2a. ed. (Madison, WI: Oriel, Inc., 1996).

1. *Preparación.* Se elige a los participantes y se hace circular un enunciado preliminar del problema.
2. *Lluvia de ideas.* Se lleva a cabo una sesión de calentamiento con problemas sencillos no relacionados, se presenta el problema relevante y las cuatro reglas de la lluvia de ideas, y se generan ideas que se registran utilizando listas de verificación y otras técnicas, si fuera necesario.
3. *Evaluación.* Las ideas se evalúan en relación con el problema.

Por lo general, un grupo de lluvia de ideas debería constar de cuatro a siete personas, aunque algunos analistas recomiendan grupos más grandes.

**2. Técnica del grupo nominal.** La técnica del grupo nominal (TGN) desarrollada por Andre P. Delbecq y Andrew H. Van de Ven,\* consiste en reunir de manera estructurada a un grupo para incorporar ideas y juicios individuales al consenso del grupo. Si se aplica en forma correcta la TGN, es posible que grupos de personas (de preferencia de 5 a 10) generen alternativas de inversión u otras ideas para mejorar la competitividad de la organización. Después, la técnica sirve para obtener la opinión grupal (consenso) sobre una amplia variedad de temas. Por ejemplo, una pregunta que se haría al grupo es, *¿cuáles son los problemas u oportunidades más importantes para mejorar...?*

Si se aplica de manera adecuada, esta técnica estimula la creatividad de los participantes individuales, al mismo tiempo que reducen dos de los efectos indeseables de la mayoría de las reuniones grupales: *a)* el dominio de uno o más de los participantes y *b)* la presencia de ideas conflictivas. El formato básico de una sesión de TGN es el siguiente:

1. Generación en silencio de ideas individuales.
2. Retroalimentación de cada persona con todas las demás y registro de las ideas.
3. Aclaración grupal de cada idea.
4. Votación individual y calificación para dar prioridad a las ideas.
5. Análisis de los resultados del consenso grupal.

La sesión TGN comienza con una explicación, de preferencia escrita por el facilitador,<sup>†</sup> del procedimiento y el enunciado de una(s) pregunta(s). Después, se solicita a los miembros del grupo que准备n listados individuales de las alternativas, tales como ideas de inversión y asuntos que consideren cruciales para la supervivencia y bienestar de la organización, lo cual se conoce como la *fase de generación silenciosa* y, por lo general, sólo lleva unos cuantos minutos *hacer que los pensamientos fluyan*. Después de que esta fase se ha completado, el facilitador solicita a cada participante que presente a cada uno de los demás, una idea de su lista (o reflexiones que surjan durante su encuentro con el resto). Luego, el facilitador de la TGN escribe cada idea (u oportunidad) en un rotafolio o pizarrón, con mucho espacio entre cada una para hacer comentarios o aclaraciones. Este proceso continúa

---

\* A. Van de Ven y A. Delbecq, "The Effectiveness of Nominal, Delphi, and Interactive Group Decision Making Processes", *Academy of Management Journal*, vol. 17, núm. 4, diciembre de 1974, págs. 605-621.

<sup>†</sup> Un buen ejemplo de la TGN lo da D. S. Sink, "Using the Nominal Group Technique Effectively", *National Productivity Review*, primavera 1983, págs. 173-184.

hasta que todas las oportunidades se hayan registrado, aclarado y mostrado a todos. En este punto, se realiza una votación para dar prioridad a las ideas y oportunidades. Por último, la votación conduce al desarrollo del consenso grupal sobre el tema de análisis.

### 1.4.3 Desarrollo de resultados prospectivos

La etapa 3 del procedimiento de análisis de ingeniería económica incorpora los principios 2, 3 y 4 de la sección 1.3, y utiliza el *enfoque del flujo de efectivo* de la ingeniería económica. Ocurre un flujo de efectivo cuando se transfiere dinero de una organización o un individuo a otro(a). Así, un flujo de efectivo representa los efectos económicos de una alternativa en términos del dinero que se da y del se recibe.

Considere el concepto de una organización que tiene una sola “ventana” hacia su ambiente exterior, a través de la cual suceden *todas* las transacciones monetarias: recibos de ingresos y pagos a proveedores, acreedores y empleados. La clave para desarrollar los flujos de efectivo relacionados para una alternativa consiste en estimar lo que pasaría a los ingresos y costos, vistos desde dicha ventana, si una alternativa en particular se implantara. El *flujo neto de efectivo* para una alternativa es la diferencia entre todas las entradas de dinero (recibos o ahorros) y las salidas (costos y gastos) en cada periodo.

Además de los aspectos económicos de la toma de decisiones, es frecuente que los *factores no monetarios (atributos)* desempeñen un papel significativo en la recomendación final. Algunos ejemplos de objetivos que son importantes para la organización, distintos de la maximización de la utilidad o la minimización de los costos, son los siguientes:

1. Satisfacer o rebasar las expectativas de los consumidores.
2. Ofrecer seguridad.
3. Mejorar la satisfacción de los empleados.
4. Conservar la flexibilidad de la producción para satisfacer las demandas cambiantes.
5. Cumplir o exceder los requerimientos ambientales.
6. Mantener buenas relaciones públicas o ser un miembro ejemplar de la comunidad.

### 1.4.4 Selección del criterio de decisión

La selección de un criterio de decisión (etapa 4 del análisis) incorpora el principio 5. Quien toma las decisiones, por lo general, elige la que serviría mejor a los intereses de largo plazo de los propietarios de la organización. Por otra parte, el criterio económico de decisión debe reflejar un punto de vista consistente y apropiado (principio 3) que se mantenga a través del estudio de la ingeniería económica.

### 1.4.5 Análisis y comparación de alternativas

El análisis de los aspectos económicos de un problema de ingeniería (etapa 5) se basa mucho en las estimaciones de flujo de efectivo, para las alternativas factibles que se haya seleccionado para estudiar en detalle. Por lo general, se requiere un gran esfuerzo para obtener pronósticos razonablemente precisos de los flujos de efectivo y de otros factores, en vista de que a menudo, por ejemplo, se tienen presiones inflacionarias (o deflacionarias), movimientos en los tipos de cambio y ordenamientos reguladores (legales). Es

evidente que una parte esencial de un estudio de ingeniería económica tiene que ver con la consideración de las incertidumbres futuras (principio 6). Cuando por fin se determina el flujo de efectivo y otras estimaciones necesarias, las alternativas se comparan con base en sus diferencias, como se establece en el principio 2. Por lo general, dichas diferencias se cuantificarán en términos de unidades monetarias tales como dólares.



**Sitio Web de consulta (<http://www.pearsoneducacion.net/sullivan>):** La disposición de bolsas plásticas de desecho, asociadas con la caída de las hojas en otoño, representa un problema ambiental en muchas comunidades urbanas. Visite el sitio Web para conocer los asuntos relacionados con la alternativa económica de utilizar bolsas biodegradables.

#### 1.4.6 Selección de la alternativa preferida

Cuando se han realizado en forma apropiada las primeras cinco etapas del procedimiento de análisis de ingeniería económica, la alternativa preferida (etapa 6) tan sólo es un resultado natural del esfuerzo total. Así, es lo novedoso del modelado técnico-económico y de las técnicas de análisis lo que dicta la calidad de los resultados que se obtienen y del curso de acción que se recomienda. La etapa 6 se incluye en la actividad 5 del proceso de diseño de ingeniería (especificación de la alternativa preferida) cuando se realiza como parte de un trabajo de diseño.

#### 1.4.7 Vigilancia del rendimiento y post-evaluación de los resultados

Esta etapa final cumple el principio 7 y se lleva a cabo durante y después de que se reúnen los resultados de la alternativa seleccionada. La vigilancia del rendimiento del proyecto durante esta fase operacional mejora el logro de las metas y objetivos implicados, y reduce la variabilidad de los resultados deseados. La etapa 7 también es la que sigue al análisis previo, y compara los resultados que se alcanzaron en la realidad con los que se habían estimado previamente. La finalidad es aprender cómo realizar mejores análisis, y como utilizar la retroalimentación a partir de la evaluación posterior a la implantación es importante para continuar la mejora de las operaciones de cualquier organización. Por desgracia, es frecuente que en la práctica cotidiana de la ingeniería, esta etapa final, al igual que la etapa 1, no se realice de manera consistente o correcta; por lo tanto, es necesario poner atención especial para asegurar que la retroalimentación se utilice tanto en el estudio en marcha como en los subsecuentes.

#### EJEMPLO 1.2

Malas noticias: Usted acaba de chocar su automóvil. Necesita otro auto de inmediato porque ha decidido que caminar, andar en bicicleta o viajar en autobús no son opciones aceptables. Un vendedor de autos le ofrece \$2,000 por su auto chocado “como esté”. Asimismo, el ajustador de su compañía de seguros calcula que el automóvil sufrió daños por \$2,000. Como usted tiene un seguro contra accidentes con una cantidad deducible de \$1,000, la empresa aseguradora le envía un cheque por \$1,000. El odómetro del auto da una lectura de 58,000 millas.

¿Qué le conviene hacer? Utilice el procedimiento de siete etapas de la tabla 1-1 para analizar la situación. También identifique cuáles son los principios asociados con cada etapa.

**SOLUCIÓN*****ETAPA 1: Definir el problema***

El problema básico es que usted necesita transporte. Una evaluación más a fondo lleva a eliminar las alternativas de caminar, andar en bicicleta y viajar en autobús.

***ETAPA 2: Desarrollar las alternativas (aquí se usa el principio 1.)***

El problema se ha reducido ya sea a sustituir su auto o a repararlo. Las alternativas parecen ser las siguientes:

1. Vender el coche en \$2,000 al vendedor y gastar este dinero, el cheque por \$1,000 del seguro y la totalidad de su cuenta de ahorros, de \$7,000, en la adquisición de un automóvil nuevo. De la cuenta de ahorros saldría un total de \$7,000, y el carro tendría 28,000 millas de recorrido anterior.
2. Destinar los \$1,000 del cheque del seguro y \$1,000 de sus ahorros a reparar el auto. La cantidad que saldría de los ahorros sería de \$1,000, y el vehículo tendría una distancia recorrida de 58,000 millas por su uso previo.
3. Gastar los \$1,000 del seguro y \$1,000 de los ahorros en componer el vehículo, para luego venderlo en \$4,500. Destinar los \$4,500 más \$5,500 adicionales tomados de la cuenta de ahorros para comprar un automóvil más nuevo. La cantidad total que se extraería de la cuenta sería de \$6,500 y el coche tendría un recorrido de 28,000 millas.
4. Entregar el automóvil para su reparación a un mecánico, quien le cobraría \$1,100, (\$1,000 del seguro y \$100 de los ahorros), pero el trabajo le llevaría un mes. Durante ese tiempo usted tendría que rentar un vehículo a \$400/mes (que se pagarían de los ahorros). La cantidad total que saldría de la cuenta de ahorros sería de \$500, y el coche tendría una lectura en el odómetro de 58,000 millas.
5. Igual que la alternativa 4, pero usted vendería el carro en \$4,500 y usaría este dinero más otros \$5,500 de sus ahorros para comprar un vehículo más nuevo. La cifra total que saldría de sus ahorros sería de \$6,000, y el auto más nuevo tendría un recorrido de 28,000 millas.

**SUPOSICIONES:**

1. Al taller de reparación menos confiable de las alternativas 4 y 5 no le tomaría más de un mes adicional arreglar el carro.
2. Cada carro operará en forma satisfactoria (como se suponía desde el principio) y ofrecerá la misma distancia total antes de venderse o rescatarse.
3. Los intereses que se ganarían con el dinero sobrante serían despreciables.

***ETAPA 3: Estimar los flujos de efectivo para cada alternativa (en esta etapa debe seguirse el principio 2.)***

1. La alternativa 1 se distingue de todas las demás en que el carro no se va a reparar, sino tan sólo a venderse. Esto elimina el beneficio de los \$500 de incremento en el valor del auto en caso de que se reparara y luego se vendiera. Asimismo, esta alternativa no deja ningún dinero en la cuenta de ahorros. Hay un flujo de efectivo de -\$8,000 para obtener un vehículo nuevo que se valúa en \$10,000.

2. La alternativa 2 se diferencia de la alternativa 1 en que permite que el coche viejo se repare. La alternativa 2 difiere de las alternativas 4 y 5 en que utiliza un taller de reparaciones más caro (\$500 más) pero menos riesgoso. También es distinta de las alternativas 3 y 5 en que se conservaría el auto. El flujo de efectivo es de -\$2,000 y el carro reparado podría venderse en \$4,500.
3. Con la alternativa 3 se obtienen \$500 adicionales al reparar el vehículo y luego venderlo para comprar el mismo vehículo de la alternativa 1. El flujo de efectivo es de -\$7,500 para obtener el carro más nuevo valuado en \$10,000.
4. La alternativa 4 usa la misma idea que la alternativa 2, pero recurre a un taller de reparaciones menos caro. Este taller es más riesgoso en cuanto a la calidad de su producto final, aunque el arreglo sólo costaría \$1,100 más \$400 por el mes adicional de renta de auto. El flujo de efectivo es de -\$1,500 para conservar el carro viejo con valor de \$4,500.
5. La alternativa 5 es la misma que la 4, pero se ganan \$500 adicionales al vender el automóvil ya arreglado y comprar otro más nuevo, como en las alternativas 1 y 3. El flujo de efectivo es de -\$7,000 para conseguir el vehículo más nuevo con valor de \$10,000.

*ETAPA 4: Seleccionar un criterio*

Al desarrollar esta etapa, es muy importante tomar un punto de vista consistente (principio 3) y una unidad de medida común (principio 4). El punto de vista en esta situación es el de usted (propietario del carro chocado).

El valor del vehículo para el propietario es el del mercado (es decir, \$10,000 por el carro más nuevo y \$4,500 por el reparado). Entonces, es el dinero lo que se usa como valor consistente contra el que se mide todo. Esto reduce todas las decisiones a un nivel cuantitativo, que podrán revisarse después junto con factores cualitativos que tendrán su propio valor en dólares (por ejemplo, ¿cuánto es poca distancia recorrida o el valor de un taller de reparaciones confiable?).

*ETAPA 5: Analizar y comparar las alternativas*

Asegúrese de considerar todos los criterios relevantes (principio 5).

1. La alternativa 1 se elimina porque en la alternativa 3 se obtiene el mismo resultado final y además brinda al propietario del auto \$500 más. Esto ocurre sin cambio en el riesgo para el dueño. (Valor del coche = \$10,000, ahorro = 0, valor total = \$10,000.)
2. La alternativa 2 es buena para tener en consideración, ya que requiere la menor cantidad de dinero, y se conservan \$6,000 en el banco. Con la alternativa 2 se llega al mismo resultado final que con la alternativa 4, pero la reparación cuesta \$500 más. Por lo tanto, se elimina la alternativa 2. (Valor del carro = \$4,500, ahorros = \$6,000, valor total = \$10,500).
3. La alternativa 3 se elimina porque con la alternativa 5 también se arregla el auto, aunque con un retiro menor de la cuenta de ahorros (\$500 de diferencia), y tanto la alternativas 3 como la 5 tienen el mismo resultado final de comprar un carro más nuevo. (Valor del carro = \$10,000, ahorros = \$500, valor total = \$10,500).
4. La alternativa 4 es buena, ya que ahorra \$500 con el uso de un taller de reparaciones más barato, toda vez que se acepta que el riesgo de un mal trabajo es bajo. (Valor del carro = \$4,500, ahorros = \$6,500, valor total = \$11,000).
5. La alternativa 5 repara el carro a un costo más bajo (\$500 más barato) y, al venderlo a otra persona, se elimina el riesgo de que vuelva a fallar, con una ganancia adicional de \$500. (Valor del carro = \$10,000, ahorros = \$1,000, valor total = \$11,000).

**ETAPA 6: Seleccionar la mejor alternativa**

Al llevar a cabo esta etapa del procedimiento, se debe hacer explícita la incertidumbre (principio 6). Entre las incertidumbres que se vislumbran en este problema, a continuación se mencionan las más relevantes para la decisión. Si el automóvil original se repara y usted lo conserva, existe una posibilidad de que tenga fallas con mayor frecuencia (con base en su experiencia personal). Si se usa un taller de reparaciones más barato, la probabilidad de que falle es aún mayor (su experiencia personal así lo indica). Comprar un carro nuevo requeriría la mayor parte de sus ahorros. Asimismo, el vehículo más nuevo podría ser demasiado caro, con base en el precio adicional que se pagaría (que al menos es de \$6,000/30,000 millas = 20 centavos por kilómetro). Por último, el carro más nuevo también puede haber sufrido un accidente y tener una historia más desfavorable de reparaciones que el automóvil que tiene en la actualidad.

Con base en la información de todas las etapas anteriores, se elige la *alternativa 5*.

**ETAPA 7: Vigilar el desempeño de la selección**

Esta etapa va de la mano con el principio 7 (revisar las decisiones). El vehículo más nuevo resultó ser una verdadera belleza después de haberlo sometido a una "prueba de manejo" de 20,000 millas. La distancia fue grande y no necesitó reparaciones. El proceso sistemático de identificar y analizar soluciones alternativas a este problema realmente riñó frutos.

## 1.5 La contabilidad y los estudios de ingeniería económica

En la sección 1.1 se destacó el hecho de que los ingenieros y los administradores utilizan los principios y metodología de la ingeniería económica para ayudarse en la toma de decisiones. Así, los estudios de ingeniería económica ofrecen información en la que pueden basarse las decisiones del presente para la operación *futura* de una organización.

Después de que se tomó una decisión para invertir capital en un proyecto y de que se invirtió el dinero, quienes aportan y administran el capital desean conocer los resultados financieros. Por lo tanto, se establecen los procedimientos contables que permitan que los acontecimientos financieros relacionados con la inversión puedan registrarse y resumirse, para que sea posible determinar el *rendimiento financiero*. Al mismo tiempo, con el uso de información financiera apropiada, es posible establecer controles que sirvan para ayudar a dirigir la operación hacia las metas financieras deseadas.

La *contabilidad general* y la *contabilidad de costos* son los procedimientos que brindan dichos servicios tan necesarios en una organización de negocios. Así, los datos de contabilidad tienen que ver, en primer lugar, con los acontecimientos financieros del *pasado* y del *presente*, aun cuando esos datos se utilicen con frecuencia para hacer proyecciones hacia el futuro.

La contabilidad general es la fuente de gran parte de los datos financieros del pasado que se necesitan para estimar las condiciones financieras del futuro. La contabilidad también es una fuente de datos para analizar qué tan buenos fueron los resultados de una inversión de capital en comparación con los que se predijeron por medio del análisis de ingeniería económica.

La contabilidad de costos, o administración de costos, es una rama de la contabilidad que adquiere importancia particular, pues tiene que ver sobre todo con la toma de decisiones y el control de una empresa. En consecuencia, es la fuente de algunos de los datos de costo que se necesitan en los estudios de ingeniería económica. La contabilidad de costos moderna debe alcanzar alguno de los objetivos siguientes o todos ellos:

1. Determinar el costo de los productos o servicios.
2. Brindar una base racional para fijar los precios de los bienes o servicios.
3. Proporcionar un medio para controlar los gastos.
4. Ofrecer información sobre la que se basen las decisiones operativas y se evalúen los resultados.

Aunque los objetivos básicos de la contabilidad de costos son sencillos, generalmente no sucede lo mismo con la determinación exacta de los costos. Como resultado, algunos de los procedimientos que se emplean son convenciones arbitrarias que, en algunas situaciones, hacen posible obtener costos razonablemente precisos, aunque, en muchas otras, la información se halla demasiado agregada y distorsionada como para que sea relevante para la planeación administrativa y el control de las decisiones.

Algunas de las inexactitudes de las técnicas tradicionales de contabilidad se han subsanado utilizando una metodología relativamente reciente, que se conoce como *contabilidad basada en las actividades*. Se trata de una metodología que busca producir información más exacta y oportuna, en primer lugar con 1. el seguimiento cuidadoso de todos los costos indirectos hasta sus actividades causales, y 2. la asignación de costos de tecnología equitativos, en relación con el ciclo de vida completo del producto. Como en muchas industrias los costos indirectos y la tecnología representan el 60% del costo total del producto, la mejora del reporte y el control de los costos se hizo posible gracias al seguimiento de esas dos grandes componentes de las actividades, y de los productos que resultan, que son los que en verdad las generan.

Es necesaria la comprensión adecuada de los orígenes y el significado de los datos contables para interpretar los datos que se usan en los estudios de ingeniería económica. Así, en el apéndice A se realiza un breve estudio de contabilidad, incluida la contabilidad basada en actividades.

## 1.6 Panorama general del libro

El contenido de este libro está organizado en tres partes, con los capítulos en una secuencia lógica tanto para la enseñanza como para la aplicación de los principios y la metodología de la ingeniería económica. Las tres partes del libro y los capítulos de cada una de ellas, son:

1. Parte I: Fundamentos de la ingeniería económica (capítulos 1 a 3).
2. Parte II: Temas fundamentales de la ingeniería económica (capítulos 4 a 10).
3. Parte III: Temas adicionales de la ingeniería económica (capítulos 11 a 15).

En este primer capítulo se presentaron los conceptos fundamentales de la ingeniería económica en términos de siete principios básicos. Luego se estudiaron las etapas que comprende un análisis de ingeniería económica y se relacionó el procedimiento de análisis con el proceso de diseño de la ingeniería. También se estudió la interfase entre la contabilidad y la ingeniería económica. Así, en el capítulo 1 se estableció el fundamento básico de nuestra materia.

En el capítulo 2 se presentan conceptos seleccionados de costos importantes para los estudios de ingeniería económica. Se destacan en particular los principios económicos del diseño de ingeniería. También se estudia la aplicación de los conceptos del costo del ciclo de vida, incluidos el análisis del punto de equilibrio y los estudios de la economía presente.

El capítulo 3 se centra en los conceptos de las relaciones del dinero y el tiempo, así como su equivalencia económica. En específico, se considera el valor del dinero en el tiempo con la finalidad de evaluar los ingresos y costos futuros asociados con los usos alternativos del dinero.

Después, en el capítulo 4, se demuestran los métodos que se utilizan con mayor frecuencia para analizar las consecuencias económicas y la rentabilidad de una alternativa. El uso adecuado de estos métodos en la comparación de alternativas es la materia principal del capítulo 5, que también incluye el estudio del periodo apropiado para un análisis específico. De esta forma, los capítulos 3, 4 y 5, tomados en conjunto, desarrollan la parte esencial de la metodología que se necesita para comprender el resto del libro y para realizar estudios de ingeniería económica sobre una base antes de impuestos.

En el capítulo 6 se explican las técnicas adicionales que se requieren para efectuar estudios de ingeniería económica sobre la base después de impuestos. En el sector privado, la mayor parte de los estudios de ingeniería económica se realiza sobre la base después de impuestos. Así pues, el capítulo 6 amplía la parte básica de la metodología que se desarrolla en los capítulos 3, 4 y 5. Parte del capítulo 6 tiene que ver con la depreciación según el sistema modificado para la recuperación acelerada de costos, autorizado en las reformas fiscales de 1986 (Tax Reform Act of 1986). Sin embargo, también se incluyen las técnicas aplicables a los activos adquiridos antes de la fecha de entrada en vigor del acta. En forma similar, el resto del capítulo 6 se dedica a la realización de análisis después de impuestos.

El capítulo 7 examina la cuestión crítica de cómo desarrollar estimaciones de las consecuencias futuras asociadas con cada una de las alternativas factibles. El proceso asociado con esta etapa en un análisis de ingeniería económica constituye un aspecto crucial de aplicación y práctica. La estimación de costos se estudia en el capítulo 7, y no antes, de manera que la metodología básica de comparar alternativas, tanto en una base antes de impuestos como después de ellos, pueda analizarse en una forma integrada. Así, el desarrollo de estimaciones de ingresos, costos y otra información pertinente para una alternativa recibe atención especial en el capítulo 7.

Los efectos de la inflación (o deflación), los cambios de precio y los tipos de cambio constituyen el contenido del capítulo 8. Los conceptos para manejar, en un estudio de ingeniería, las modificaciones de los precios y de los tipos de cambio se explican tanto en forma analítica como pragmática, desde el punto de vista de una aplicación.

Con frecuencia, una organización tiene que decidir si los activos con que cuenta deben seguir en servicio o deben sustituirse por otros nuevos con la finalidad de cubrir las necesidades del momento y las futuras. En el capítulo 9 se presentan y desarrollan las técnicas para dilucidar esta cuestión. Puesto que la sustitución de activos requiere de un capital significativo, las decisiones que se tomen en esta área son importantes y requieren atención especial.

La convivencia con la incertidumbre y el riesgo es una realidad de la práctica de la ingeniería. En el capítulo 10 se consideran el impacto de la variación potencial entre los resultados económicos estimados de una alternativa y los resultados posibles. Se estudian e ilustran varias técnicas no probabilísticas para analizar las consecuencias de la incertidumbre en las estimaciones de ingresos y costos futuros.

En la parte III, el capítulo 11 se dedica al análisis de los proyectos públicos con el método de comparación de la razón beneficio/costo. Este método, tan usado para evaluar alternativas, tuvo su origen en el Acta de Control de Inundaciones, que aprobó el Congreso de Estados Unidos en 1936.

Aunque de propiedad privada, las instalaciones públicas sujetas a regulación forman parte importante de la economía de Estados Unidos. En el capítulo 12 se estudian las características únicas de esta clase de empresas, así como el método de los ingresos requeridos para ejecutar estudios de ingeniería económica relativos a sus operaciones. En el capítulo 13 se explican algunas técnicas probabilísticas para analizar las consecuencias de la incertidumbre en las estimaciones de los flujos de efectivo y de otros factores futuros.

En este mismo capítulo se incluyen conceptos de probabilidad discreta y continua, así como las técnicas de simulación de Monte Carlo.

El capítulo 14 tiene que ver con la identificación y análisis apropiados de todos los proyectos y otras necesidades de capital dentro de una organización. En consecuencia, se aborda el proceso del financiamiento del capital y de su asignación para satisfacer dichas necesidades. Este proceso es crucial para el bienestar de una organización, toda vez que afecta la mayoría de resultados operativos, ya sea en términos de la calidad de sus productos y servicios actuales, o en su capacidad para competir en el largo plazo en el mercado mundial. Por último, el capítulo 15 estudia diversos métodos que han superado la prueba del tiempo que incluyen atributos no monetarios en los estudios de ingeniería económica.

## 1.7 Problemas

Los números entre paréntesis al final de un problema se refieren a la(s) sección(es) del capítulo que se relaciona(n) más de cerca con el problema.

- 1.1.** Mencione 10 situaciones frecuentes en la operación de una organización donde un análisis de ingeniería económica auxiliaría de manera significativa a la toma de decisiones. Debe suponer un tipo específico de organización (por ejemplo, una empresa manufacturera, un centro médico, una compañía de transportes, un organismo gubernamental, etcétera), si eso ayuda al desarrollo de su respuesta (enuncie las suposiciones). (1.1)
- 1.2.** Explique por qué es importante la materia de ingeniería económica para la vida profesional del ingeniero. (1.1 a 1.4)
- 1.3.** Suponga que usted trabaja para una compañía manufacturera que produce varios productos electrónicos de consumo. ¿Cuáles son cinco factores no monetarios (atributos) que resultan importantes cuando se considera un cambio significativo en el diseño del producto de mayor venta? (1.3, 1.4)
- 1.4.** ¿El uso cada vez mayor de la automatización aumentará la importancia de los estudios de ingeniería económica? ¿Por qué?
- 1.5.** Explique el significado del enunciado “La selección (decisión) se da entre las alternativas.” (1.3)
- 1.6.** Describa los resultados que deben esperarse de una alternativa factible. ¿Cuáles son las diferencias entre las alternativas potenciales y las factibles? (1.4)
- 1.7.** Defina incertidumbre. ¿Cuáles son algunas de las causas básicas de la incertidumbre en los estudios de ingeniería económica? (1.3)
- 1.8.** Usted ha analizado con un colega del departamento de ingeniería la importancia de definir en forma explícita el punto de vista (perspectiva), desde el cual se desarrollarán los resultados futuros de un curso de acción en estudio. Explique qué entiende usted por punto de vista o perspectiva. (1.3)
- 1.9.** Hace dos años, usted era miembro del equipo de proyectos que analizó si su compañía debía mejorar algún inmueble, equipo, e instalaciones relacionadas, para apoyar la expansión de operaciones de la empresa. El equipo del proyecto analizó tres alternativas factibles, una de las cuales era no efectuar cambios en las instalaciones, y las otras dos implicaban modificaciones significativas en ellas. Ahora usted ha sido seleccionado para dirigir un equipo de evaluación posterior. Esboce su programa técnico para comparar las consecuencias estimadas (efectuadas hace dos años) de implantar la alternativa seleccionada, con los resultados que se lograron en realidad. (1.3, 1.4)
- 1.10.** Describa cómo podría ser factible considerar en un análisis de ingeniería económica las siguientes situaciones en términos de la unidad monetaria: (1.3)
  - a)** La parte de un equipo que se está considerando como reemplazo de otro ya existente tiene una confiabilidad mayor; es decir, el tiempo medio entre fallas (TMEF) durante la operación del equipo nuevo aumentó un 40% en comparación con el producto actual.
  - b)** Una empresa fabrica muebles de hierro forjado para uso en exteriores dirigidos al mercado doméstico. Con la finalidad de reducir de manera significativa el problema de la herrumbre, se están considerando algunos cambios en el material y en el tratamiento del metal que implican costos de manufactura mayores.
  - c)** Una operación de fundición ha permanecido en el mismo sitio del área metropolitana du-

rante los últimos 35 años. Aun cuando cumple con las regulaciones actuales sobre contaminación del aire, el desarrollo residencial y comercial continuo de dicha zona está generando una expectativa cada vez mayor por parte de los habitantes locales para que la fundición mejore su control ambiental. La compañía considera que las relaciones con la comunidad son importantes.

**1.11.** Explique la relación entre el análisis de ingeniería económica y el diseño de ingeniería. ¿Cómo ayuda el análisis económico a la toma de decisiones en el proceso de diseño? (1.4)

**1.12.** Durante su primer mes como empleado en Greenfield Industries (una fábrica importante de brocas), se le pidió evaluar alternativas para producir una broca de nuevo diseño para una máquina rotatoria. El memorando de su jefe prácticamente no tiene información acerca de cuáles son las alternativas ni los criterios por usar. A una empleada anterior se le había encomendado la misma tarea, quien no pudo concluir el análisis, pero que le dio a usted la siguiente información: existe (en el almacén) una máquina rotatoria antigua valuada en \$350,000, que puede modificarse para aceptar la broca nueva. Los técnicos de la empresa estiman en \$40,000 la cantidad que se requiere para modificar dicha máquina, y aseguran que la tendrían lista antes de la fecha que se proyecta para iniciar (aunque nunca han hecho modificaciones de ese tipo). Se espera que la antigua máquina rotatoria a su plena capacidad sea capaz de satisfacer los requerimientos de producción. Una compañía externa, McDonald Inc., construyó la máquina hace siete años y fácilmente podría realizar las mismas modificaciones por \$60,000. El sistema de enfriamiento de esta máquina no brinda seguridad ambiental y requeriría de algunos costos su adecuación. McDonald, Inc. ha ofrecido construir una máquina rotatoria nueva con más salvaguardas ambientales y capacidad mayor por un precio de \$450,000. McDonald, Inc. promete tener lista la máquina antes de la fecha de inicio y está dispuesta a cubrir cualquier costo por retrasos. La compañía de usted ha destinado \$100,000 para el lanzamiento de la nueva línea de producción de brocas.

Para la situación descrita,

- a)** Defina el problema.
- b)** Mencione las suposiciones clave.
- c)** Señale las alternativas de Greenfield Industries.
- d)** Elija un criterio para evaluar las alternativas.
- e)** Introduzca el riesgo en esta situación.

**f)** Analice cómo influiría en la selección las consideraciones no monetarias.

**g)** Describa cómo se podría efectuar una auditoría posterior.

**1.13.** *El problema del egresado casi graduado.* Considere la situación que sigue, que enfrentan muchos estudiantes avanzados de ingeniería civil, agotados por demasiadas entrevistas de trabajo y sin un centavo a causa de las incontables fiestas. El primer impulso de Mary es aceptar de inmediato una oferta de trabajo muy atractiva en la compañía manufacturera exitosa de su hermano. Entonces podría dejar los estudios por uno o dos años, ahorrar algún dinero, y luego volver a la escuela para terminar su último año y graduarse. Mary es precavida respecto de este deseo impulsivo, porque bien podría terminar en no obtener ningún título profesional.

**a)** Desarrolle al menos dos formulaciones para el problema de Mary.

**b)** Identifique soluciones factibles para cada formulación del problema del inciso a). ¡Sea creativo!

**1.14.** Mientras estudian para el examen final de ingeniería económica, usted y dos amigos de pronto anhelan una pizza recién horneada. No necesitan perder tiempo para ir por ella, sólo tienen que pedirla a domicilio. La tienda Pick-Up-Sticks ofrece una pizza cuadrada de 20 pulgadas y espesor de 1-1/4 de pulgada (que incluye el recubrimiento) con su propia selección de dos ingredientes, por \$15 más el 5% de impuesto a las ventas y un cargo de \$1.50 por entrega a domicilio (no hay impuesto en los pedidos a domicilio). La tienda Fred's ofrece la especialidad Sasquatch en plato hondo de 20 pulgadas de diámetro. Tiene un espesor de 1-3/4 de pulgada, incluye dos ingredientes y cuesta \$17.25 más el 5% por impuesto a las ventas y entrega gratis a domicilio.

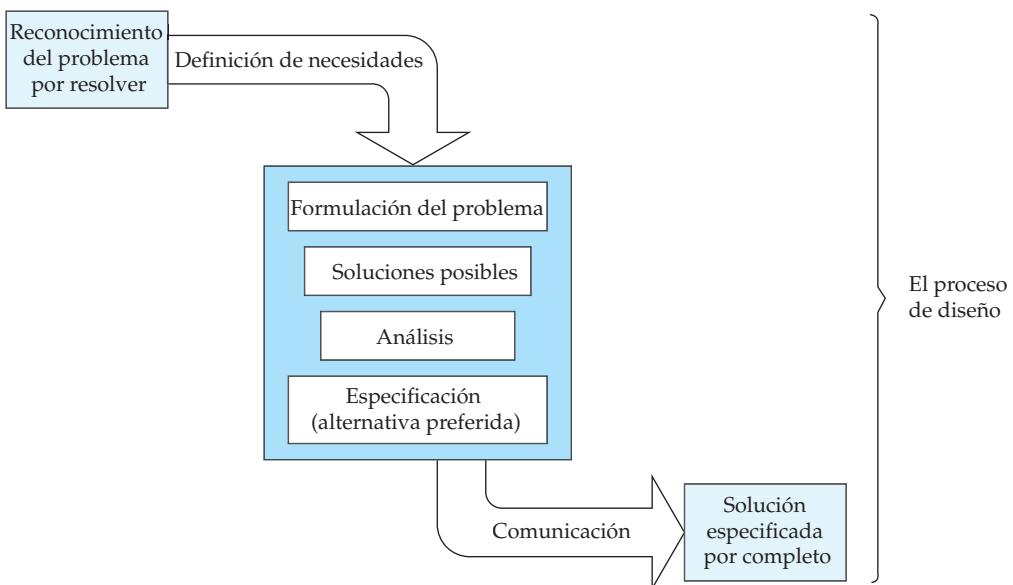
**a)** ¿Cuál es el problema en esta situación? Por favor, enúncielo de manera explícita y precisa.

**b)** Aplique en forma sistemática los siete principios de la ingeniería económica (págs. 5 a 7) al problema que haya definido en el inciso a).

**c)** Suponga que la unidad de medida en común es el \$ (es decir, el costo), ¿cuál es el mejor valor para obtener una pizza con el criterio de minimizar el costo por unidad de volumen?

**d)** ¿Qué otros criterios se utilizarían para decidir cuál pizza comprar?

**1.15.** En el 50% de las casas de Anytown, Estados Unidos, se han instalado puertas contra tormentas. El 50% restante de propietarios de casas sin puertas contra tormentas creen que sus problemas podrían resolverse con una de dichas puertas, aunque no están muy seguros. Emplee las



**Figura P1.15** Figura para el problema 1.15

actividades 1, 2 y 3 en el proceso de diseño de ingeniería (tabla 1.1) para ayudar a estos propietarios a pensar en forma organizada en la definición de su necesidad (actividad 1), en un enunciado formal de su problema (actividad 2) y en la generación de alternativas (actividad 3).

El proceso de diseño comienza en la figura P1.15, con un enunciado de la necesidad, y termina con las especificaciones del medio para satisfacerla.

**1.16. Rompecabezas.** Una de sus amigas compró un edificio pequeño de departamentos por \$100,000 en una ciudad universitaria. Gastó \$10,000 de su dinero para el edificio y obtuvo una hipoteca de un banco de la localidad por los restantes \$90,000. El pago *anual* de la hipoteca al banco es de \$10,500. Su amiga también espera que el mantenimiento anual al edificio y sus áreas comunes requiera \$15,000. Hay cuatro departamentos (de dos recámaras) en el edificio, que pueden rentarse por \$360 mensuales cada uno.

Recorra al procedimiento de siete etapas de la tabla 1.1 (lado izquierdo) para contestar estas preguntas:

a) ¿Su amiga tiene un problema? Si así fuera, ¿cuál es?

- b) ¿Cuáles son sus alternativas? (Identifique por lo menos tres).
- c) Estime las consecuencias económicas y otros datos que se requieren para las alternativas del inciso b).
- d) Seleccione un criterio para discriminar entre las alternativas y utilícelo para asesorar a su amiga acerca de cuál curso de acción seguir.
- e) Además del costo, intente analizar y comparar las alternativas en vista de por lo menos otro criterio.
- f) ¿Qué debería hacer su amiga con base en la información que usted y ella hayan generado?
- g) Desarrolle un plan para que lo siga su amiga con la finalidad de evaluar (después del hecho) qué tan acertada fue su elección actual. Ella podría *no* haber seguido su consejo. Sea creativo en este inciso.

**1.17. Ejercicio en equipo.** Divida la clase en equipos de cuatro personas. Dedique 15 minutos a efectuar una lluvia de ideas sobre temas *éticos* que tal vez surjan durante un estudio de ingeniería económica. Haga que cada equipo exponga al resto de la clase un resumen de dos minutos sobre sus hallazgos.

# *Conceptos de costo y diseño de modelos económicos*

*Los objetivos del capítulo 2 son: 1. describir algunos de los términos y conceptos básicos de los costos que se utilizan en este libro, y 2. ilustrar cómo deben utilizarse en el análisis de la ingeniería económica y la toma de decisiones.*

---

**En este capítulo se estudian los siguientes temas:**

- Estimación de costos
- Costos fijos, variables e incrementales
- Costos recurrentes y no recurrentes
- Costos directos, indirectos y estándar
- Costo en efectivo *versus* costo en libros
- Costos sumergidos y costos de oportunidad
- Costos del ciclo de vida
- El entorno económico general
- Relación entre el precio y la demanda
- La función del ingreso total
- Relaciones de punto de equilibrio
- Maximización de la utilidad/minimización del costo
- Optimización del diseño enfocada al costo
- Estudios económicos presentes

## 2.1 Introducción

Diseñar para alcanzar los requerimientos económicos y ejecutar las operaciones en forma competitiva, tanto en las organizaciones del sector privado como del público, depende del balance prudente entre lo que es factible en el aspecto técnico y lo que es aceptable en el aspecto económico. Por desgracia, no existe un atajo para lograr ese balance entre las factibilidades técnica y económica. Entonces, deben usarse los métodos de la ingeniería económica para obtener los resultados que ayuden a mantener un balance aceptable.

La palabra *costos* (o *gastos*) tiene significados diferentes.\* Los *conceptos* y otros principios económicos que se utilizan en los estudios de ingeniería dependen de la situación del problema y de la decisión que debe tomarse. En consecuencia, el contenido del capítulo 2, que integra los conceptos de costos, los principios de la ingeniería económica y las consideraciones de diseño, es una preparación importante para las aplicaciones que se cubren en capítulos posteriores del libro.

## 2.2 Estimación del costo y terminología de costos

Es frecuente que la parte más difícil, costosa y prolongada de un estudio de ingeniería económica sea la estimación de costos, ingresos, vidas útiles, valores residuales y otros datos relativos al diseño de las alternativas que se analizan. En esta sección se introduce brevemente el papel de la *estimación de costos* en la práctica de la ingeniería. (El lector interesado puede consultar el capítulo 7 para un estudio más detallado). Asimismo, se ofrecen definiciones y ejemplos de conceptos importantes de costos y se vuelve a destacar la perspectiva económica del diseño de ingeniería.

### 2.2.1 Estimación de costos

El término “estimación de costos” a menudo se utiliza para describir el proceso mediante el cual se pronostican las consecuencias presentes y futuras de los diseños de ingeniería. Una dificultad inicial en las estimaciones para los análisis económicos consiste en que la mayor parte de los proyectos prospectivos son relativamente únicos, es decir, no se han realizado previamente esfuerzos de diseño similares para satisfacer los mismos requerimientos y restricciones. Entonces, no existen datos anteriores exactos que pudieran usarse, sin una modificación sustancial, para estimar los costos y beneficios en forma directa. Sin embargo, es posible desarrollar datos con base en ciertos resultados de diseños pasados que se relacionan con los resultados que se están estimando, y ajustar los datos de acuerdo con los requerimientos del diseño y las condiciones que se esperan en el futuro.

Siempre que se realiza un análisis de ingeniería económica para una inversión importante de capital, el trabajo de estimar los costos debe ser parte integral de un proceso analítico de planeación y diseño, que requiere la participación activa no sólo de los ingenieros de diseño, sino también del personal de marketing, de producción, de finanzas y la alta dirección. Los resultados de la estimación de costos sirven para varios propósitos, entre los cuales están los siguientes:

\* Para propósitos de este libro, las palabras *costos* y *gastos* se usan en forma indistinta.

1. Proporcionar información útil para fijar un precio de venta para hacer una oferta, concursar, o evaluar contratos,
2. Determinar si el producto que se propone fabricar y distribuir implica una utilidad (precio = costo + utilidad),
3. Evaluar cuánto capital puede justificarse para cambiar procesos o realizar otras mejoras, y
4. Establecer parámetros para programas de mejoramiento de la productividad.

Hay dos enfoques fundamentales para estimar los costos: el de *arriba-abajo* y el de *abajo-arriba*. El enfoque de arriba-abajo en esencia se basa en datos históricos de proyectos de ingeniería similares para estimar costos, ingresos y otros datos para el proyecto en marcha, y los modifica de acuerdo con cambios en la inflación o deflación, nivel de actividad, peso, consumo de energía, tamaño y otros factores. Este enfoque se utiliza con mejores resultados en los inicios del proceso de estimación, cuando las alternativas todavía están en desarrollo y perfeccionamiento.

El enfoque de abajo-arriba consiste en un método más detallado para estimar los costos. Este método trata de desagregar un proyecto en unidades más pequeñas y manejables para estimar sus consecuencias económicas. Estas unidades de costo más pequeñas se agregan junto con otros tipos de costos para obtener un costo estimado conjunto. Por lo general, este enfoque funciona mejor cuando se han definido y aclarado los detalles del producto o servicio que se desea.

### **EJEMPLO 2.1**

Un ejemplo sencillo de estimación del costo es pronosticar los gastos necesarios para cursar una licenciatura en ciencias en la universidad a la que usted asiste. En nuestra solución, para estimar dichos gastos se seguirán los dos enfoques básicos que se mencionaron.

#### **SOLUCIÓN**

El enfoque de arriba-abajo tomaría el costo que se anuncia públicamente de una carrera profesional de cuatro años en la misma universidad (u otra similar), y lo ajustaría por inflación y otros conceptos importantes que un estudiante de nuevo ingreso encontraría, tales como la pertenencia a una fraternidad, y becas o tutorías. Por ejemplo, suponga que el costo por asistir a su universidad fuera de \$15,750 para el año en curso. Es previsible que esta cifra se incremente a una tasa del 6% anual e incluya la inscripción y colegiatura, alojamiento en la universidad y un plan semanal de alimentos. No están incluidos libros, útiles ni otros gastos personales. En nuestra estimación inicial, se considera que estos *otros* gastos permanecen constantes a una cifra de \$5,000 por año.

Ahora ya puede calcularse el costo estimado total por cuatro años. Tan sólo se necesita ajustar por inflación el costo de cada año que se difunde públicamente y sumarlo con el costo de los *otros* gastos.

Año	Inscripción, colegiaturas, alojamiento y alimentos	"Otros" gastos	Costo estimado por año
1	$\$15,750 \times 1.06 = \$16,995$	\$5,000	\$21,695
2	$16,695 \times 1.06 = 17,697$	5,000	22,697
3	$17,697 \times 1.06 = 18,759$	5,000	23,759
4	$18,759 \times 1.06 = 19,885$	5,000	<u>24,885</u>
		Gran total	\$93,036

En contraste con el enfoque de arriba-abajo, el de abajo-arriba para la misma estimación del costo primero desagregaría los gastos previstos para cada uno de los cuatro años en la universidad en las categorías típicas que se muestran en la figura 2.1. La inscripción y las colegiaturas pueden estimarse con mucha exactitud para cada año, al igual que los libros y útiles. Por ejemplo, suponga que el costo promedio de un libro universitario sea de \$80. Se puede estimar el costo anual de los libros tan sólo multiplicando el costo promedio por libro por el número de materias que planea usted tomar. Suponga que usted va a tomar cinco materias cada semestre durante el primer año. Su costo estimado de libros sería

$$\left( \frac{5 \text{ materias}}{\text{semestre}} \right) (2 \text{ semestres}) \left( \frac{1 \text{ libro}}{\text{materia}} \right) \left( \frac{\$80}{\text{libro}} \right) = \$800.$$

Las otras dos categorías, gastos de vivienda y transporte, tal vez dependan más de su estilo de vida. Por ejemplo, si usted maneja un auto de su propiedad y vive en un depar-

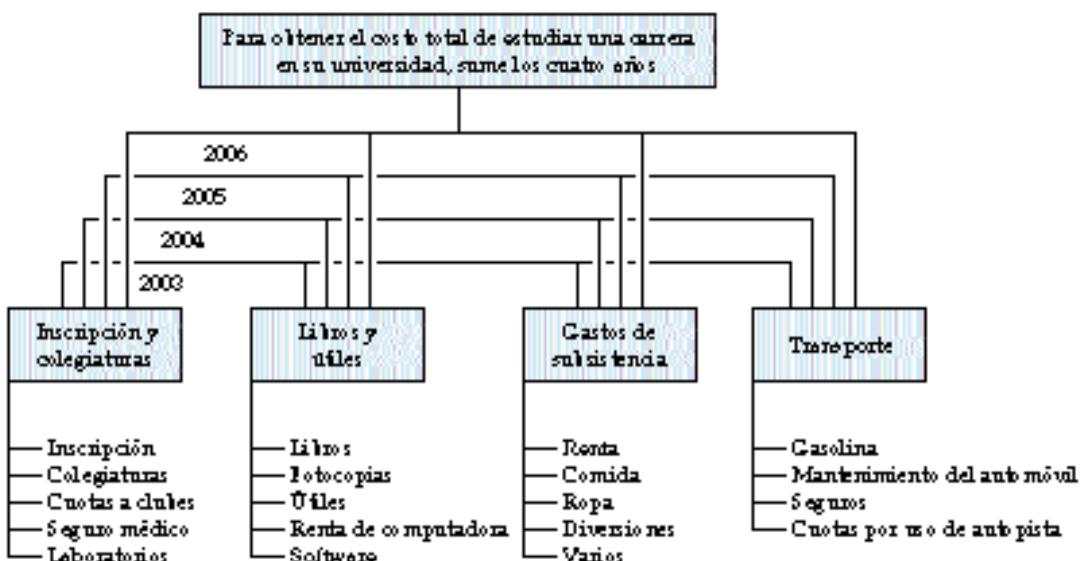


Figura 2.1 Enfoque de arriba-abajo para determinar el costo de una educación universitaria

tamento de *alto nivel* fuera del *campus*, se incrementarían demasiado los gastos estimados durante sus años de universidad. Los procedimientos y las técnicas de estimación de costos se analizan con mayor detalle en el capítulo 7.

### 2.2.2 Costos fijos, variables e incrementales

Los *costos fijos* son aquellos que no resultan afectados por cambios en el nivel de actividad de las operaciones, dentro de un rango de la capacidad de producción o de la capacidad instalada. Los costos fijos típicos incluyen seguros e impuestos de bienes inmuebles, administración general y salarios administrativos, tarifas de licencias y costos de interés sobre capital prestado.

Por supuesto, cualquier costo está sujeto a cambios, aunque los costos fijos tienden a permanecer constantes en un rango específico de las condiciones de operación. Cuando ocurren cambios importantes en el uso de los recursos, o cuando sucede una expansión o una contracción de la planta, los costos fijos pueden resultar afectados.

Los *costos variables* son aquellos que están asociados con la operación y que varían en relación con la cantidad total de producción u otras medidas del nivel de actividad. Si usted estuviera realizando un análisis de ingeniería económica para un cambio que se propone en cierta operación existente, los costos variables serían la parte principal de las diferencias sujetas a estudio entre las operaciones del presente y las que las sustituirían, ya que el rango de actividades no cambiaría de manera significativa. Por ejemplo, los costos del material y la mano de obra que se usan en un producto o servicio son costos variables pues su total varía con el número de unidades que se producen, aun cuando permanezcan los mismos costos por unidad.

Un *costo incremental* (o *ingreso incremental*) es el costo (o ingreso) adicional que resulta del incremento en la producción de una o más unidades de un sistema. El costo incremental se asocia con frecuencia con decisiones del tipo “hacer o no hacer” que implican un cambio limitado en el nivel de actividad o de producción. Por ejemplo, suponga que el costo incremental por kilómetro por el manejo de un automóvil es de \$0.27, pero este costo depende de consideraciones como la distancia total manejada durante el año (en un rango de operación normal), la distancia esperada del siguiente viaje largo y la antigüedad del vehículo. Asimismo, es frecuente escuchar acerca del “costo incremental de producir un barril de petróleo” y del “costo incremental para el Estado por la educación de un estudiante”. Como se observa en estos ejemplos, en la práctica resulta un tanto difícil determinar el costo (o ingreso) incremental.

#### EJEMPLO 2.2

Un contratista puede elegir entre dos sitios para colocar el equipo de una planta mezcladora de asfalto, para pavimentar la superficie de una autopista nueva. El contratista estima que costará \$1.15 por yarda cúbica por milla ( $yd^3\text{-milla}$ ) llevar el material de pavimentación asfáltica desde la planta mezcladora al sitio de trabajo. Algunos de los factores relacionados con los dos sitios para la planta de asfalto son los siguientes (los costos de producción en cada sitio son iguales):

Factor de costo	Sitio A	Sitio B
Distancia promedio de acarreo	6 millas	4.3 millas
Renta mensual del sitio	\$1,000	\$5,000
Costo de instalar y retirar el equipo	\$15,000	\$25,000
Gastos de acarreo	\$1.15/yd <sup>3</sup> -milla	\$1.15/yd <sup>3</sup> -milla
Persona encargada de señalización	no se requiere	\$96/día

El trabajo requiere de 50,000 yardas cúbicas de material asfáltico mezclado para pavimentar. Se estima que para este trabajo se necesitarán cuatro meses (17 semanas de cinco días de trabajo por semana). Compare los dos sitios en términos de sus costos fijos, variables y totales. Suponga que el costo del viaje de regreso es despreciable. ¿Qué sitio es mejor? Para el sitio seleccionado, ¿cuántas yardas cúbicas de material de pavimentación tiene que transportar el contratista antes de que comience a tener una utilidad si se le paga \$8.05 por cada yarda cúbica que traslade al sitio de la obra?

### SOLUCIÓN

Los costos fijos y las variables para este trabajo se indican en la siguiente tabla. La renta del sitio, la instalación y el retiro del equipo (y el costo de la persona encargada de las señalizaciones en el sitio B) serían constantes para todo el trabajo, aunque el costo total del acarreo variaría con la distancia y, por lo tanto, con la cantidad total transportada de yd<sup>3</sup>-milla.

Costo	Fijo	Variable	Sitio A	Sitio B
Renta	X		= \$ 4,000	= \$ 20,000
Instalación/retiro	X		= 15,000	= 25,000
Persona encargada de las señalizaciones	X		= 0	5(17)(\$96)= 8,160
Acarreo	X	6(50,000)(\$1.15) = <u>345,000</u>	4.3(50,000)(\$1.15)= <u>247,250</u>	Total: \$364,000 = <u>300,410</u>

Así, el sitio B, que tiene los mayores costos fijos, tiene el menor costo total para el trabajo. Observe que los costos fijos adicionales del sitio B "se compensan" por los costos variables menores en dicho lugar.

El contratista comenzará a tener utilidades en el punto en que el ingreso total sea igual al costo total como función de las yardas cúbicas de pavimento asfáltico transportado. Con base en el sitio B, se tiene que

$$4.3(\$1.15) = \$4.945 \text{ en costo variable por yd}^3 \text{ transportadas}$$

$$\text{Costo total} = \text{ingreso total}$$

$$\$53,160 + \$4.945x = \$8.05x$$

$$x = 17,121 \text{ yd}^3 \text{ transportadas.}$$

Por lo tanto, al usar el sitio B, el contratista comenzará a percibir una utilidad con este trabajo después de transportar 17,121 yardas cúbicas de material.

### EJEMPLO 2.3

Cuatro estudiantes universitarias que viven en la misma zona geográfica desean ir a casa en las vacaciones navideñas (a una distancia de 400 millas en viaje sencillo). Una de las estudiantes tiene un automóvil y está de acuerdo en llevar a las otras tres si pagan el costo de operación del vehículo durante el viaje. Al regresar del viaje, la propietaria presenta a cada una de sus compañeras una cuenta por \$102.40, con la afirmación de que lleva registros cuidadosos del costo de operación del carro y que, con base en un promedio anual de 15,000 millas, su costo por milla es de \$0.384. Las otras tres sienten que la cuenta es demasiado elevada y le piden las cifras de costos en que se basa. La propietaria les muestra la lista siguiente:

Elemento de costo	Costo por milla
Gasolina	\$0.120
Aceite y lubricación	0.021
Llantas	0.027
Depreciación	0.150
Seguros e impuestos	0.024
Reparaciones	0.030
Estacionamiento	0.012
Total	\$0.384

Las tres viajeras, después de reflexionar en la situación, se forman la opinión de que sólo los costos de la gasolina, aceite y lubricación, llantas y reparaciones, son función de la distancia recorrida (costos variables) y, por lo tanto, se derivarían del viaje. Como estos cuatro costos totales son de sólo \$0.198 por milla, entonces el total por el viaje de 800 millas es de \$158.40, y tocaría a cada estudiante una cantidad de  $\$158.40/3 = \$52.80$ . Es obvio que los puntos de vista son muy diferentes. ¿Cuál es el correcto, si acaso hay alguno? ¿Cuáles son las consecuencias de los dos distintos puntos de vista al respecto, y cuál debería ser el criterio para tomar una decisión?

### SOLUCIÓN

En este caso, suponga que la propietaria del automóvil está de acuerdo en aceptar a las otras tres los \$52.80 por persona, con base en los costos variables que fueron incrementales puros por el viaje realizado *versus* la distancia promedio anual de la dueña. Es decir, los \$52.80 por persona es el costo *con el viaje* relativo a la alternativa *sin el viaje*.

Ahora, ¿cuál sería la situación si las tres estudiantes, debido al bajo costo, propusieran otro viaje de 800 millas para el próximo fin de semana? ¿Y qué pasaría si hubiera varios viajes más como ése en los fines de semana por venir? Se ve con claridad que lo que parecía ser un cambio pequeño (y temporal) en las condiciones de operación (de 15,000 millas por año a 15,800), muy pronto se volvería una condición de operación normal de 18,000 o 20,000 millas por año. Sobre esta base, no sería válido calcular los costos adicionales por milla en \$0.198.

Como el rango de operación normal cambiaría, los costos fijos tendrían que tomarse en cuenta. Un costo incremental más válido se obtendría calculando el costo total anual si

el automóvil se manejara, por ejemplo, 18,000 millas, luego se restara el costo total por las 15,000 millas de operación, para así determinar el costo de las 3,000 millas adicionales de operación. A partir de esta diferencia, podría obtenerse el costo por milla para la distancia adicional. En este caso, el costo total por las 15,000 millas de manejo al año sería de  $15,000 \times \$0.384 = \$5,760$ . Si el costo del servicio (debido al incremento de depreciación, reparaciones, etcétera) fuera de \$6,570 por 18,000 millas al año, resultaría evidente que el costo de las 3,000 millas adicionales sería de \$810. Entonces, el costo incremental correspondiente por milla debido al incremento del rango de operación sería de \$0.27. Por lo tanto, si se esperara que la condición normal de operación incluyera varios viajes de fin de semana, la propietaria tendría una base económica más razonable para cuantificar un costo incremental de \$0.27 por milla, incluso para el primer viaje.

### 2.2.3 Costos recurrentes y no recurrentes

Estos dos términos de costos generales se utilizan con frecuencia para describir varios tipos de gastos. Los *costos recurrentes* son aquellos que son repetitivos y se presentan cuando una organización produce bienes o servicios similares con continuidad. Los costos variables también son costos recurrentes, porque se repiten con cada unidad que se produce. Pero los costos recurrentes no se limitan a los costos variables. Un costo fijo que se pague sobre una base de repetición es un costo recurrente. Por ejemplo, en una organización que ofrezca servicios de arquitectura e ingeniería, la renta del espacio de oficinas, que es un costo fijo, también es un costo recurrente.

Los *costos no recurrentes*, entonces, son los que no son repetitivos, aun cuando el gasto total pueda ser acumulativo en un periodo relativamente corto. Es frecuente que los costos no recurrentes impliquen desarrollar o establecer una cierta capacidad instalada, o capacidad para operar. Por ejemplo, el costo de compra de los bienes raíces donde se construya una planta sería no recurrente, al igual que el costo de construir la planta en sí.

### 2.2.4 Costos directos, indirectos y estándar

Estos términos de costos, que se encuentran con frecuencia, incluyen a la mayoría de los elementos de costo que también caen dentro de las categorías previas de costos fijos y variables, y costos recurrentes y no recurrentes anteriores. Los *costos directos* son aquellos que pueden medirse en forma directa y razonable, y asignarse a una actividad productiva o de trabajo específica. Los costos de la mano de obra y materiales que se asocian directamente con alguna actividad productiva, de servicio o construcción, son costos directos. Por ejemplo, los materiales necesarios para fabricar un par de tijeras, serían un costo directo.

Los *costos indirectos* son aquellos que es difícil atribuir o asignar a una actividad productiva o laboral específica. Dicho término se refiere por lo general a los tipos de costos cuya asignación directa a un producto específico requeriría demasiado trabajo. En este tenor, son costos que se asignan por medio de una fórmula dada (tal como una proporción de las horas de trabajo directo, dólares del trabajo directo o dólares del material directo) que se aplica a las actividades laborales. Por ejemplo, los costos de las herramientas comunes, suministros en general y equipo de mantenimiento de una planta se consideran costos indirectos.

Los costos indirectos de fabricación consisten en los costos de operar la planta, que no son costos directos de la mano de obra ni costos directos del material. En este libro se usan de manera indistinta los términos *costos indirectos, generales y de carga fabril*. Entre los ejemplos de costos generales están la electricidad, reparaciones en general, impuestos a la propiedad y supervisión. Se acostumbra que los gastos administrativos y de ventas se agreguen a los costos directos e indirectos, para llegar a un precio de venta unitario para un producto o servicio. (En el apéndice A se brinda un análisis más detallado de los principios de contabilidad de costos.)

Se emplean varios métodos para distribuir los costos generales entre los productos, servicios y actividades. Los métodos que se usan con mayor frecuencia implican asignar en forma proporcional la suma de los costos directos de la mano de obra y del material (a los que se conoce como *costo directo de manufactura*) o de las horas-máquina, a los costos de mano de obra directa, horas directas de trabajo y costos de materiales directos. En cada uno de dichos métodos, es necesario saber cuál ha sido, o se estima que sea, el total de costos generales durante un periodo (por lo general un año) para asignarlos a las salidas de la producción (o prestación de un servicio).

Los *costos estándar* son costos representativos por unidad de producción, que se establecen en forma previa de la producción real de un bien o servicio. Se obtienen a partir del conocimiento previo de las categorías de horas de trabajo, materiales y gastos generales (con sus costos unitarios establecidos). Puesto que los costos indirectos totales se asocian con un *cierto nivel de producción*, tomar esto en cuenta es una condición importante cuando se manejan datos de costos estándar (para ver ejemplos de esto, consulte la sección 2.5.3). Los costos estándar juegan un papel importante en el control de costos y otras funciones administrativas. Algunos de sus usos típicos son los siguientes:

1. Estimar los costos de la producción futura.
2. Medir el rendimiento de la operación comparando el costo real unitario con el costo estándar unitario.
3. Preparar cotizaciones solicitadas por los consumidores de productos o servicios.
4. Establecer el valor de la producción en proceso e inventario de productos terminados.

### 2.2.5 Costo en efectivo *versus* costo en libros

Un costo que implique el pago de dinero en efectivo se llama *costo en efectivo* (y da origen a un flujo de efectivo), para distinguirlo de otro que no implica transacciones en efectivo y que se refleja en el sistema de contabilidad como un *costo sin efectivo*. Es frecuente hacer referencia a este costo sin efectivo como *costo en libros*. Los costos en efectivo se estiman a partir de la perspectiva establecida para el análisis (principio 3, sección 1.3) y son los gastos futuros en que se incurre con las alternativas que se están analizando. Los costos en libros no implican pagos en efectivo, sino que representan el reflejo de gastos pasados durante un periodo fijo de tiempo. El ejemplo más común de costo en libros es la *depreciación* en que se incurre por el uso de activos tales como maquinaria y equipo. En el análisis de ingeniería económica, sólo necesitan tomarse en consideración aquellos costos que son flujos de efectivo o flujos de efectivo potenciales desde la perspectiva que se definió para el análisis. *Por ejemplo, la depreciación no es un flujo de efectivo*, y es importante en el análisis sólo porque afecta los impuestos sobre las utilidades, que sí son flujos de efectivo. En el capítulo 6 se estudian los temas de depreciación e impuestos al ingreso.

## 2.2.6 Costo sumergido

Un *costo sumergido* es aquel en que se incurrió en el pasado y que no tiene relevancia para estimar los costos ni los ingresos futuros en un curso de acción alternativo. Así, un costo sumergido es común a todas las alternativas, no es parte de los flujos de efectivo futuros (prospectivos) y puede ignorarse en el análisis de ingeniería económica. Por ejemplo, los costos sumergidos tienen el esquema de gastos no reembolsables, tales como comprar una fianza con una casa en garantía, o el dinero que se gasta en un pasaporte.

Es necesario identificar los costos sumergidos para luego considerarlos en forma adecuada para el análisis. En específico, se requiere estar alerta ante la posible existencia de costos sumergidos en cualquier situación que tenga que ver con un gasto del pasado que no pueda reembolsarse, o de capital que ya se haya invertido y no pueda recuperarse.

El concepto de costo sumergido se ilustra en el siguiente ejemplo sencillo. Suponga que Joe College encuentra una motocicleta que le gusta y da \$40 de enganche, que se aplicarán al precio de venta de \$1,300 pero que se perderán si decide no adquirir el vehículo. Durante el fin de semana, Joe encuentra otra motocicleta que le parece igual de interesante por un precio de \$1,230. Para fines de la decisión de cuál moto comprar, los \$40 son un costo sumergido, y por lo tanto no deberían entrar en la decisión, excepto si disminuyeran el costo restante del primer vehículo. Entonces, la decisión está entre pagar \$1,260 (\$1,300 – \$40) por la primera motocicleta o pagar \$1,230 por la segunda.

En resumen, los costos sumergidos resultan de decisiones del pasado y, por lo tanto, son irrelevantes en el análisis y comparación de las alternativas que afectan al futuro. Aun cuando a veces por factores emocionales es difícil de hacer, los costos sumergidos deben ignorarse, excepto cuando resulten útiles para anticipar mejor lo que sucederá en el futuro.

### EJEMPLO 2.4

Un ejemplo clásico de costo sumergido tiene que ver con la sustitución de activos. Suponga que su empresa está pensando en sustituir cierto equipo. En un principio costó \$50,000 y en el presente aparece en los registros de la compañía con un valor de \$20,000, y se estima poder venderlo en \$5,000. Para propósitos del análisis del reemplazo, los \$50,000 son un costo sumergido. Sin embargo, una posición sostiene que el costo sumergido debería ser la diferencia entre el valor que aparece en los registros de la empresa y el precio de venta del presente. De acuerdo con este punto de vista, el costo sumergido es \$20,000 menos \$5,000, que da \$15,000. Sin embargo, en un análisis de ingeniería económica, ni los \$50,000 ni los \$15,000 deben tomarse en cuenta, excepto por la manera en que los \$15,000 afecten los impuestos al ingreso, lo cual se estudiará en el capítulo 9.

## 2.2.7 Costo de oportunidad

Se incurre en un *costo de oportunidad* debido al uso de recursos limitados, de manera que se pierde la oportunidad de obtener ventajas económicas en una alternativa; es decir, es el costo de la mejor oportunidad rechazada (perdida) y que con frecuencia está oculto o implícito.

Por ejemplo, suponga que el proyecto contempla el uso del espacio sobrante en un almacén que es propiedad de alguna empresa. El costo de dicho espacio en relación con el proyecto debe ser el ingreso o ahorro que la empresa pudiera tener por los usos alternativos posibles del espacio. En otras palabras, el costo de oportunidad por el espacio en el almacén debe ser el ingreso derivado de la mejor alternativa de uso del espacio. Este puede ser mayor o menor que el costo promedio del espacio, según se obtenga de los registros contables de la compañía.

Considere también el caso de un estudiante que podría ganar \$20,000 por trabajar durante un año, pero en lugar de ello elige asistir a la escuela por un año y gastar \$5,000 para tal efecto. El costo de oportunidad de ir a la escuela por un año es de \$25,000: \$5,000 en efectivo y \$20,000 por el ingreso perdido. (Esta cifra ignora los impuestos al ingreso y supone que el estudiante no tiene capacidad de ganar dinero mientras está en la escuela.)

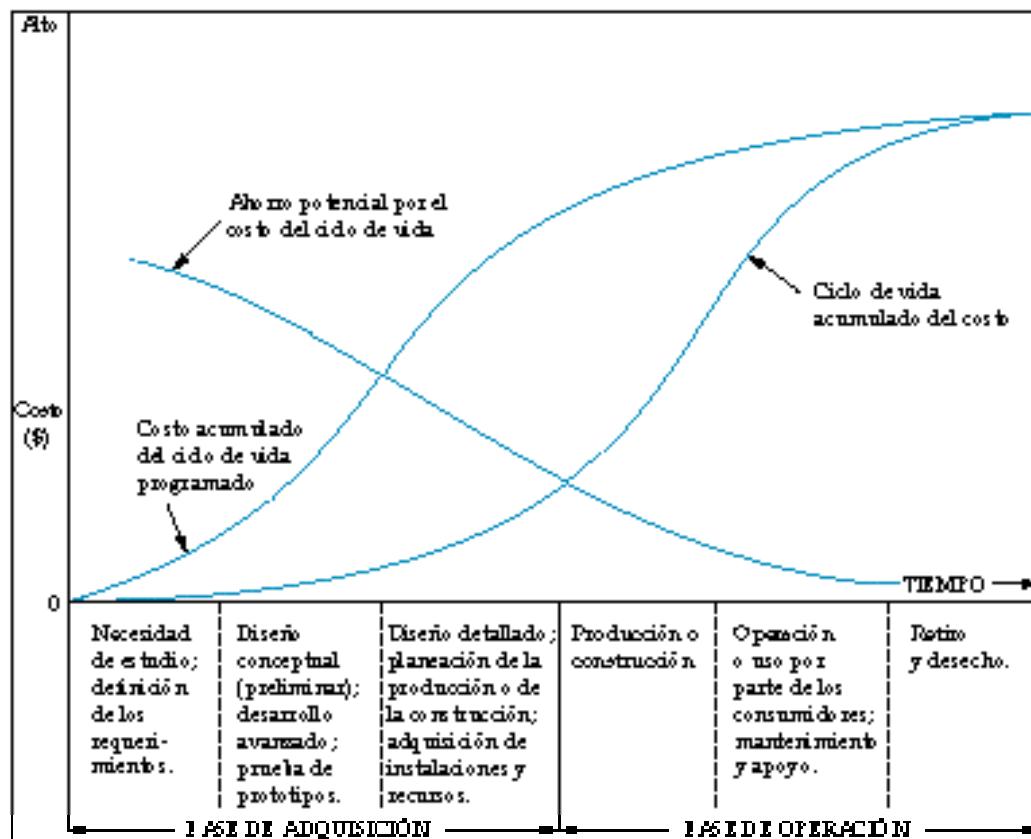
### EJEMPLO 2.5

El concepto de costo de oportunidad se encuentra con frecuencia en el análisis del reemplazo de un equipo o de otro bien de capital. Volvamos al ejemplo 2.4, donde su empresa pensaba sustituir un equipo existente con un costo original de \$50,000, que actualmente aparece en los registros contables con un valor de \$20,000, pero que tiene un valor de mercado de sólo \$5,000. Para propósitos de un análisis de ingeniería económica sobre el reemplazo del equipo, la inversión presente en dicho bien debería considerarse de \$5,000, porque si la compañía lo conservara, estaría perdiendo la *oportunidad* de ganar \$5,000 por su venta. Entonces, el precio de venta inmediata de \$5,000 en realidad es el costo de la inversión por no sustituir el equipo, y se basa en el concepto de costo de oportunidad.

## 2.2.8 Costo del ciclo de vida

En la práctica de la ingeniería, es frecuente encontrar el término *costo del ciclo de vida*. Éste se refiere a la suma de todos los costos, tanto recurrentes como no recurrentes, relacionados con un producto, estructura, sistema o servicio, durante su tiempo de vida. El *ciclo de vida* se ilustra en la figura 2.2. Comienza con la identificación de la necesidad o deseo económico (el requerimiento) y termina con el retiro y las actividades finales. Es el horizonte de tiempo que debe definirse en el contexto de la situación específica, ya sea un puente en una carretera, una turbina de una aeronave comercial o la sala de manufactura flexible automatizada en una fábrica. El final del ciclo de vida se proyecta sobre una base funcional o económica. Por ejemplo, la cantidad de tiempo que una estructura o parte de un equipo puede funcionar en forma económica, quizás sea menor que lo que permite su capacidad física. Los cambios en la eficiencia del diseño de una caldera ilustran esta situación. La caldera antigua tal vez sea capaz de producir el vapor que se requiere, pero no con la suficiente economía para el uso en cuestión.

El ciclo de vida se divide en dos períodos generales: la fase de adquisición y la fase de operación. Como se observa en la figura 2.2, cada una de ellas se subdivide en períodos de actividad interrelacionados aunque diferentes.



**Figura 2.2** Fases del ciclo de vida y su costo relativo

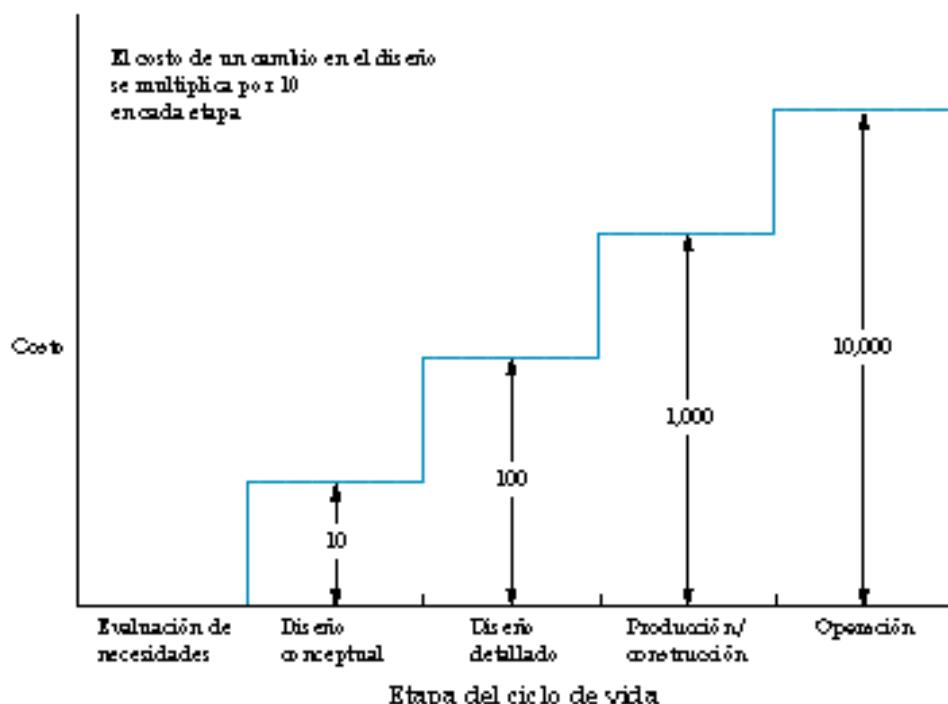
La fase de adquisición comienza con el análisis de la necesidad o deseo económico: un análisis necesario para hacer explícito el requerimiento para el producto, estructura, sistema o servicio. Luego, con el requerimiento explícito ya definido, se continúa con la secuencia lógica de las demás actividades de la fase de adquisición. Las actividades de diseño conceptual traducen los requerimientos técnicos y operacionales definidos en un diseño preliminar preferido. En estas actividades se incluyen el desarrollo de las alternativas factibles y el análisis de ingeniería económica que ayuda a la selección del diseño preliminar preferido. Asimismo, en este periodo se efectúan las actividades del desarrollo avanzado y prueba de prototipos para auxiliar en el trabajo de diseño preliminar.

El grupo siguiente de actividades de la fase de adquisición comprende el diseño y la planeación detallados para la producción o la construcción. Este paso va seguido de las actividades necesarias para preparar, adquirir y dejar listas para la operación las instalaciones y demás recursos indispensables. *De nuevo, los estudios de ingeniería económica son una parte esencial del proceso de diseño, para analizar y comparar alternativas y auxiliar en la determinación del diseño final en detalle.*

En la fase de operación tienen lugar la producción, la prestación de servicio o la construcción del(os) producto(s) final(es), así como su operación o uso por parte de los consumidores. Esta fase concluye con el retiro de la operación o uso activo y, con frecuencia, con el desecho de los activos físicos utilizados. Las prioridades de los estudios de ingeniería económica durante la fase de operación son: 1. realizar eficientemente y apoyar de manera eficaz las operaciones, 2. determinar si debe darse (y cuándo) la sustitución de activos, y 3. proyectar el tiempo del retiro y las actividades de limpieza.

La figura 2.2 muestra los perfiles de costo relativos para el ciclo de vida. El mayor potencial de ahorro en el costo del ciclo de vida está al principio de la fase de adquisición. Cuánto puede ahorrarse en el ciclo de vida de los costos de un producto, por ejemplo, depende de muchos factores. Sin embargo, durante dicha fase el diseño de ingeniería y el análisis económico eficaces son fundamentales en la maximización de los ahorros potenciales.

Un aspecto del diseño de ingeniería eficaz en cuanto al costo es la minimización de los efectos de los cambios de diseño durante las etapas del ciclo de vida. En general, el costo de cambiar un diseño se incrementa aproximadamente en múltiplos de 10 en cada etapa, como se ilustra en la figura 2.3. Así, existe un gran incentivo para realizar un diseño conceptual excelente sobre el cual basar el diseño detallado que permita reducir la posibilidad de cambios durante las etapas del ciclo de vida de producción o construcción y operación.



**Figura 2.3** Los costos de los cambios de diseño son significativos

FUENTE: Reimpreso con autorización de *National Productivity Review*, vol. 8, núm. 3. Copyright 1989 por Executive, Enterprises, Inc.; 22 West 21st Street; New York, NY 10010-6904. Todos los derechos reservados.

La curva del costo del ciclo de vida objetivo acumulado se incrementa con rapidez durante la fase de adquisición. En general, aproximadamente el 80% de los costos durante el ciclo de vida están “encadenados” al final de dicha fase por las decisiones que se tomaron durante el análisis de los requerimientos y los diseños preliminar y detallado. En contraste, como se refleja en la curva del costo del ciclo de vida acumulado, sólo un 20% de los costos reales se generan durante la fase de adquisición, y el 80% restante se genera durante la fase de operación.

Así, un propósito del concepto de ciclo de vida es hacer explícitos los efectos interrelacionados de los costos durante el periodo total de la vida de un producto. Un objetivo del proceso de diseño es minimizar el costo del ciclo de vida (al mismo tiempo que se satisfacen los requerimientos de rendimiento restantes), haciendo los ajustes adecuados entre costos proyectados durante la fase de adquisición y los costos en que se incurre en la fase de operación.

Los elementos de costo del ciclo de vida que es necesario considerar variarán de acuerdo con la situación. Sin embargo, debido a su uso común, ahora vamos a definir varias categorías básicas del costo del ciclo de vida.

El *costo de la inversión* es el capital que se requiere para la mayor parte de las actividades en la fase de adquisición. En los casos sencillos, como adquirir un equipo específico, el costo de la inversión puede ser un solo gasto. En cambio, en un proyecto complejo y grande de construcción, puede incurrirse en una serie de gastos durante un periodo extenso. A este costo también se le llama *inversión de capital*.

### EJEMPLO 2.6

Considere una situación donde se va a adquirir el equipo y otros artículos de apoyo para una nueva estación de trabajo de Diseño Asistido por Computadora/Manufactura Asistida por Computadora (CAD/CAM) en el departamento de ingeniería. Los elementos de costo aplicables y los gastos estimados son los siguientes:

Elemento de costo	Costo
Contratar una línea telefónica para la comunicación	\$ 1,100/mes
Adquirir el software de CAD/CAM (incluye la instalación y depuración)	550/mes
Comprar el hardware (estación de trabajo CAD/CAM)	20,000
Comprar un módem de 57,600 baudios	250
Adquirir una impresora de alta velocidad	1,500
Comprar un plóter de cuatro colores	10,000
Costos de envío	500
Capacitación inicial (en las instalaciones) para aumentar la habilidad con el software de CAD/CAM	6,000

¿Cuál es el costo de la inversión de este sistema CAD/CAM?

### SOLUCIÓN

En este ejemplo, el costo de la inversión es la suma de todos los elementos de costo, excepto los dos gastos de renta mensual —en específico, la suma de los costos iniciales de la es-

tación de trabajo CAD/CAM, del módem, la impresora y el plóter (\$31,750); el costo de envío (\$500); y el costo de la capacitación inicial (\$6,000). Estos elementos de costo arrojan un costo total de inversión de \$38,250. Los dos elementos de costo que suponen pagos mensuales (línea de teléfono y software CAD/CAM), son parte de los costos recurrentes en la fase de operación.

El término *capital de trabajo* se refiere a los fondos que se requieren para el activo circulante (es decir, todos los que no son activos fijos como equipos, instalaciones, etcétera) necesarios para comenzar y dar apoyo a las actividades de operación. Por ejemplo, no es posible fabricar productos ni prestar servicios si no se cuenta con materiales disponibles en el inventario. Las funciones de mantenimiento no pueden efectuarse sin partes de repuesto, herramientas, personal capacitado y otros recursos. Asimismo, debe tenerse dinero disponible para pagar los salarios de los empleados y otros gastos de operación. La cantidad de capital de trabajo necesario variará de acuerdo con el proyecto de que se trate, y una parte o toda la inversión en capital de trabajo, por lo general, se recupera al final de la vida de un proyecto.

El costo de *operación y mantenimiento* incluye muchos de los conceptos de gastos recurrentes anuales asociados con la fase de operación del ciclo de vida. Los costos directo e indirecto de operación que se asocian con las cinco áreas principales de recursos (personal, maquinaria, materiales, energía e información) son una parte muy importante de los costos de esta categoría.

El costo de *liquidación* incluye los costos no recurrentes de suspender la operación, y el retiro y la disposición de los activos al concluir el ciclo de vida. Por lo común, se esperan costos asociados con personal, materiales, transporte y actividades especiales en que se incurre una sola vez. En algunos casos, tales costos pueden evitarse gracias a los ingresos por la venta de activos según su valor de mercado. Un ejemplo clásico de un costo de liquidación es el que se asocia con la limpieza del sitio en que se ubicaba una planta de procesamiento químico.

## 2.3 El entorno económico general

Existen diversos conceptos económicos generales que deben tomarse en cuenta en los estudios de ingeniería. A grandes rasgos, la economía trata de la interacción entre la gente y la riqueza, y la ingeniería se ocupa del uso efectivo, en términos de costo, del conocimiento científico para beneficiar a la humanidad. Esta sección presenta la introducción de estos conceptos económicos básicos e indica cómo pueden ser factores a considerarse en los estudios de ingeniería y en las decisiones administrativas.

### 2.3.1 Bienes y servicios de consumo y de producción

Los bienes y servicios que se producen y utilizan se dividen por conveniencia en dos clases. Los *bienes y servicios de consumo* son aquellos que las personas utilizan directamente para satisfacer sus necesidades. Alimentos, ropa, casas, automóviles, equipos de televisión, cortes de cabello, ópera y servicios médicos, son algunos ejemplos. Los productores de bienes y servicios de consumo deben estar conscientes de (y también son sujetos de) los deseos cambiantes de la gente a quien venden sus productos.

Los *bienes y servicios de producción* se utilizan para producir bienes y servicios de consumo u otros bienes de producción. Herramientas industriales, fábricas, autobuses y maquinaria agrícola son algunos de los ejemplos. A largo plazo, los bienes de producción sirven para satisfacer necesidades humanas, aunque sólo como medios para llegar a ese fin. Así, la cantidad necesaria de bienes de producción se determina en forma indirecta por la cantidad de bienes y servicios de consumo que la gente demanda. No obstante, como la relación es mucho menos directa que para los bienes y servicios para el consumidor, la demanda y producción de bienes de producción puede preceder o retrasarse demasiado en relación con la demanda de los bienes de consumo que generarán.

### 2.3.2 Medida del beneficio económico

Los bienes y servicios se producen y desean a causa de que, en forma directa o indirecta, implican una *utilidad*, en tanto que satisfacen los deseos y las necesidades de la humanidad. Así, pueden usarse o consumirse de manera directa, o emplearse para producir otros bienes y servicios que, a su vez, se utilizarán de manera directa. La utilidad se mide, por lo general, en términos de *valor*, que se expresa en algún medio de intercambio como el *precio* que se debe pagar para obtener el artículo en cuestión.

Gran parte de nuestras actividades de negocios, incluida la ingeniería, se centra en incrementar la utilidad (valor) de los materiales y productos cambiando su forma o ubicación. Así, el mineral de hierro, que sólo vale unos cuantos dólares por tonelada, incrementa de manera significativa su valor si se le procesa, combina con elementos de aleación apropiados, y se convierte en navajas de rasurar. De manera similar, la nieve, que no vale casi nada cuando se encuentra en lo alto de una montaña distante, se vuelve muy valiosa cuando se distribuye fundida a cientos de kilómetros en el árido sur de California.

### 2.3.3 Necesidades, lujos y precio de la demanda

Los bienes y servicios se dividen en dos tipos: *necesidades* y *lujos*. Es obvio que estos términos son bastante relativos ya que, para la mayoría de bienes y servicios, lo que una persona considera una necesidad representaría un lujo para otra. Por ejemplo, una persona que vive en cierta comunidad tal vez considere que un automóvil es una necesidad para ir y venir de su trabajo. Si la misma persona viviera y trabajara en una ciudad diferente y dispusiera de transporte público adecuado, un automóvil sería un lujo. Para todos los bienes y servicios existe una relación entre el precio que debe pagarse y la cantidad que se demandará o comprará. Esta relación general se ilustra en la figura 2.4. Conforme el precio por unidad ( $p$ ) se incrementa, la demanda ( $D$ ) del producto disminuye, y conforme baja el precio de venta, la demanda crece. La relación entre precio y demanda se expresa como la función lineal

$$p = a - bD \quad \text{para } 0 \leq D \leq \frac{a}{b}, \text{ y } a > 0, b > 0, \quad (2.1)$$

donde  $a$  es la intersección con el eje del precio y  $-b$  es la pendiente. Entonces,  $b$  es la cantidad en que se incrementa la demanda por cada unidad que  $p$  disminuye. Tanto  $a$  como  $b$  son constantes.

**Figura 2.4**

Relación general precio-demanda. (Observe que el precio se considera la variable independiente aunque se sitúe en el eje vertical. Los economistas utilizan generalmente esta convención.)



Por supuesto, se cumple que

$$D = \frac{a - P}{b} \quad (b \neq 0). \quad (2.2)$$

Aunque la figura 2.4 ilustra la relación general entre el precio y la demanda, es probable que ésta sea diferente para las necesidades y los lujos. Los consumidores evitan con facilidad el consumo de los lujos si el precio aumenta mucho, pero les sería más difícil reducir su consumo de las necesidades verdaderas. Asimismo, usarán el dinero que hayan ahorrado al no comprar artículos lujosos, para pagar el costo adicional que tuvieran los productos necesarios.

### 2.3.4 Competencia

Puesto que las leyes económicas son enunciados generales que describen la interacción entre la gente y la riqueza, resultan afectadas por el entorno económico en que se desenvuelven la gente y la riqueza. La mayoría de los principios económicos generales se enuncian para situaciones donde existe la *competencia perfecta*.

La competencia perfecta sucede en una situación en que un gran número de vendedores suministra cualquier producto específico y no existe restricción en el número de proveedores adicionales que entren al mercado. En tales condiciones, se garantiza la libertad tanto para el comprador como para el vendedor. En la práctica, la competencia perfecta no ocurriría por una multitud de factores que imponen cierto grado de limitaciones en las acciones de compradores, vendedores, o ambos. No obstante, es más fácil formular leyes económicas generales si se suponen condiciones de competencia perfecta.

La situación competitiva existente es un factor importante en la mayoría de los estudios de ingeniería económica. A menos que se disponga de información en sentido contra-

rio, debe suponerse que existen (o existirán) competidores que producen un bien o servicio de calidad, y los efectos resultantes deben tomarse en cuenta.

El *monopolio* es el polo opuesto de la competencia perfecta. Un monopolio perfecto existe cuando sólo se dispone de un producto o servicio a partir de un proveedor único, y éste es capaz de impedir la entrada de cualquier posible competidor al mercado. En tales condiciones, el comprador está por completo a merced del proveedor en cuanto a la disponibilidad y el precio del producto. En la práctica, rara vez ocurren los monopolios perfectos, debido a que 1. pocos productos son únicos en verdad como para que no puedan usarse sustitutos en forma satisfactoria, y 2. las regulaciones gubernamentales en general prohíben los monopolios si son restrictivos en forma indebida.

### 2.3.5 La función del ingreso total

El ingreso total (IT) que resultará de un negocio durante un periodo dado es el producto del precio de venta unitario,  $p$ , por el número de unidades vendidas,  $D$ . Así,

$$IT = \text{precio} \times \text{demanda} = p \cdot D. \quad (2.3)$$

Si se usa la relación entre el precio y la demanda según aparece en la ecuación 2.1,

$$IT = (a - bD)D = aD - bD^2 \quad \text{para } 0 \leq D \leq \frac{a}{b} \text{ y } a > 0, b > 0. \quad (2.4)$$

La relación entre el ingreso total y la demanda para la condición que se expresa en la ecuación 2.4 se representa mediante la curva que se muestra en la figura 2.5. A partir del cálculo, se sabe que la demanda,  $\hat{D}$  que producirá el ingreso total máximo puede obtenerse si se resuelve

$$\frac{dIT}{dD} = a - 2bD = 0. \quad (2.5)$$

Entonces,\*

$$\hat{D} = \frac{a}{2b}. \quad (2.6)$$

Debe hacerse énfasis que debido a las relaciones de costo-volumen que se estudian en la sección que sigue, *la mayoría de los negocios no obtendrán utilidades máximas con la maximización de sus ingresos*. En consecuencia, la relación costo-volumen debe considerarse y relacionarse con el ingreso, debido a que las reducciones de costo ofrecen una motivación clave para muchos procesos de ingeniería encaminados a mejorar la calidad. Si una solución de un problema de ingeniería no puede justificarse con reducciones de costo, la solución dependerá de la expansión del lado del ingreso en la ecuación de la utilidad, como se verá en la sección 2.3.6.

---

\* Para garantizar que  $\hat{D}$  maximice el ingreso total, verifique la segunda derivada para asegurarse de que es negativa.

$$\frac{d^2IT}{dD^2} = -2b.$$

Asimismo, recuerde que en problemas de minimización del costo, es necesario que la segunda derivada tenga signo positivo para garantizar que la solución sea el costo óptimo de valor mínimo.

### 2.3.6 Relaciones de costo, volumen y punto de equilibrio

Los costos fijos permanecen constantes en un rango amplio de las actividades, en tanto el negocio no haga discontinuas las operaciones en forma permanente, aunque el total de los costos variables cambia con el volumen de producción (sección 2.2.1). Entonces, para cualquier demanda  $D$ , el costo total es

$$C_T = C_F + C_V, \quad (2.7)$$

donde  $C_F$  y  $C_V$  denotan costos fijos y variables, respectivamente. Para la relación lineal que aquí se supone,

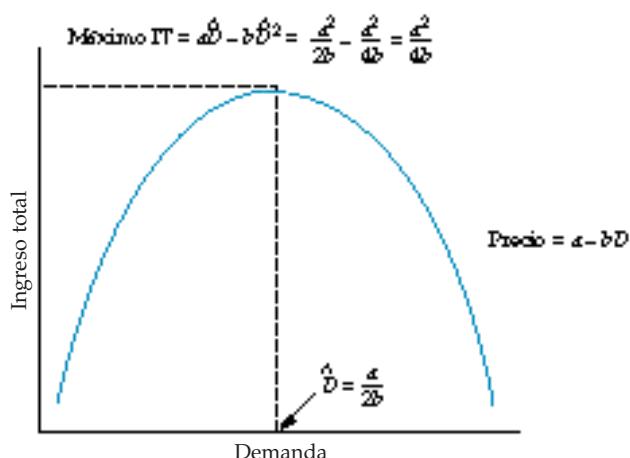
$$C_V = c_v \cdot D, \quad (2.8)$$

donde  $c_v$  es el costo variable unitario. En esta sección se consideran dos escenarios para encontrar puntos de equilibrio. En el primer escenario, la demanda es función del precio. En el segundo, se supone que el precio y la demanda son independientes entre sí.

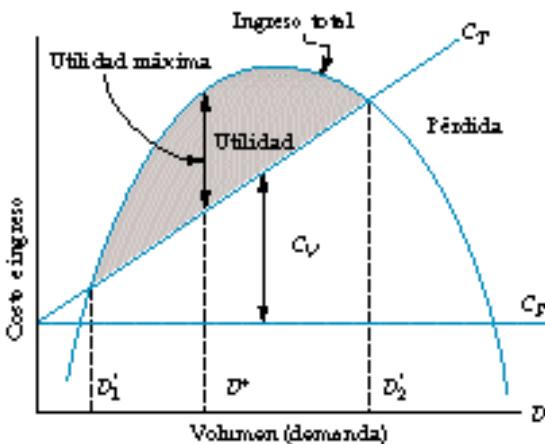
**Escenario 1** Cuando el ingreso total (como se ilustra en la figura 2.5) y el costo total (como aparece en las ecuaciones 2.7 y 2.8) se combinan, los resultados normales que se producen son función de la demanda y se ilustran en la figura 2.6. En el *punto de equilibrio*  $D'_1$ , el ingreso total es igual al costo total, y un incremento en la demanda dará origen a una utilidad en la operación. Entonces, con demanda óptima  $D^*$ , la utilidad se maximiza [ecuación (2.10)]. En el punto de equilibrio  $D'_2$ , el ingreso total y el costo total de nuevo son iguales, pero un volumen adicional ocasionará una pérdida en la operación en lugar de una utilidad. Es evidente que nuestro interés primordial está en las condiciones en que se presentan el punto de equilibrio y la utilidad máxima. En primer lugar, para cualquier volumen (demanda),  $D$ ,

$$\begin{aligned} \text{Utilidad (pérdida)} &= \text{ingreso total} - \text{costo total} \\ &= (\alpha D - bD^2) - (C_F + c_v D) \\ &= -bD^2 + (\alpha - c_v)D - C_F \quad \text{para } 0 \leq D \leq \frac{\alpha}{b} \text{ y } \alpha > 0, b > 0. \end{aligned} \quad (2.9)$$

**Figura 2.5** Función de ingreso total como función de la demanda



**Figura 2.6** Funciones combinadas de costo e ingreso y sus puntos de equilibrio, como funciones del volumen, y su efecto en la utilidad típica (escenario 1)



Para que ocurra una utilidad, con base en la ecuación 2.9, y para lograr los resultados típicos que se ilustran en la figura 2.6, deben presentarse dos condiciones:

1.  $(a - c_v) > 0$ ; es decir, el precio unitario que daría origen a ninguna demanda tiene que ser mayor que el costo variable unitario. (Con esto se evitan las demandas negativas).
2. El ingreso total (IT) debe ser mayor que el costo total ( $C_T$ ) para el periodo en cuestión.

Si estas dos condiciones ocurren, es posible encontrar la demanda óptima para la cual sucede la utilidad máxima obteniendo la primera derivada de la ecuación 2.9 con respecto a  $D$ , e igualando a cero:

$$\frac{d(\text{utilidad})}{dD} = a - c_v - 2bD = 0.$$

El valor óptimo de  $D$  que maximiza la utilidad es

$$D^* = \frac{a - c_v}{2b}. \quad (2.10)$$

Para estar seguros de que se tiene la utilidad *máxima* (en lugar de la mínima), se verifica que el signo de la segunda derivada sea negativo. Entonces, se determina que

$$\frac{d^2(\text{utilidad})}{dD^2} = -2b,$$

que será negativa para  $b > 0$  (como se especificó antes).

Un punto de equilibrio económico para la operación ocurre cuando el ingreso total es igual al costo total. Entonces, para el ingreso total y el costo total, como se usaron en el desarrollo de las ecuaciones 2.9 y 2.10, y para cualquier demanda  $D$ ,

$$\text{Ingreso total} = \text{costo total} \quad (\text{punto de equilibrio})$$

$$aD - bD^2 = C_F + c_vD$$

$$-bD^2 + (a - c_v)D - C_F = 0. \quad (2.11)$$

Puesto que la ecuación 2.11 es cuadrática con una incógnita ( $D$ ), puede resolverse para los puntos de equilibrio  $D'_1$  y  $D'_2$  (raíces de la ecuación):\*

$$D' = \frac{-(a - c_v) \pm \sqrt{(a - c_v)^2 - 4(-b)(-C_F)}}{2(-b)}. \quad (2.12)$$

Cuando se satisfacen las condiciones para la utilidad, [ecuación (2.9)], la cantidad entre corchetes del numerador (el discriminante) de la ecuación (2.12) será mayor que cero. Esto garantiza que  $D'_1$  y  $D'_2$  tengan valores reales diferentes con signo positivo.

### EJEMPLO 2.7

Una compañía produce un interruptor electrónico, que se utiliza en productos de consumo y comerciales que fabrican otras empresas manufactureras. El costo fijo ( $C_F$ ) es de \$73,000 por mes, y el costo variable ( $c_v$ ) es de \$83 por unidad. Con base en la ecuación (2.1), el precio de venta por unidad es  $p = \$180 - 0.02(D)$ . En esta situación, *a*) determine el volumen óptimo para este producto y confirme que se tiene una utilidad (en lugar de una pérdida) con dicha demanda, y *b*) encuentre los volúmenes con los que se tiene el equilibrio; es decir, ¿cuál es el rango de la demanda donde se obtiene utilidad?

#### SOLUCIÓN

*a)*  $D^* = \frac{a - c_v}{2b} = \frac{\$180 - \$83}{2(0.02)} = 2,425 \text{ unidades por mes}$  [de la ecuación (2.10)]

¿Es  $(a - c_v) > 0$ ?

$$(\$180 - \$83) = \$97, \text{ que es mayor que } 0.$$

Y, ¿es  $(\text{ingreso total} - \text{costo total}) > 0$  para  $D^* = 2,425$  unidades por mes?

$$[\$180(2,425) - 0.02(2,425)^2] - [\$73,000 + \$83(2,425)] = \$44,612$$

Una demanda de  $D^* = 2,425$  unidades por mes genera una utilidad máxima de \$44,612 por mes. Observe que la segunda derivada es negativa (-0.04).

*(b) Ingreso total = costo total (punto de equilibrio)*

$$-bD^2 + (a - c_v)D - C_F = 0 \quad [\text{de la ecuación (2.11)}]$$

$$-0.02D^2 + (\$180 - \$83)D - \$73,000 = 0$$

$$-0.02D^2 + 97D - 73,000 = 0$$

\*Para  $ax^2 + bx + c = 0$ , la ecuación cuadrática es  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ .

Y, de la ecuación (2.12),

$$D' = \frac{-97 \pm [(97)^2 - 4(-0.02)(-73,000)]^{0.5}}{2(-0.02)}$$

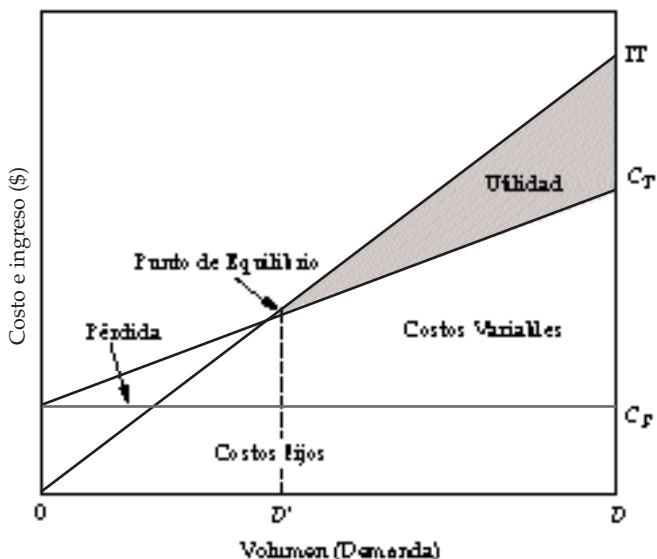
$$D'_1 = \frac{-97 + 59.74}{-0.04} = 932 \text{ unidades por mes}$$

$$D'_2 = \frac{-97 - 59.74}{-0.04} = 3,918 \text{ unidades por mes.}$$

Así, el rango de la demanda con utilidad es de 932 a 3,918 unidades por mes.

**Escenario 2** Queda un punto único de equilibrio si el precio unitario ( $p$ ) para un producto o servicio se representa con más sencillez como independiente de la demanda [en lugar de ser una función lineal de ésta, como se supuso en la ecuación (2.1)], y es mayor que el costo variable unitario ( $c_v$ ). Entonces, con la suposición de que la demanda se alcanza de inmediato, el ingreso total ( $IT$ ) =  $p \cdot D$ . Si también se usa en el modelo la relación lineal para los costos de las ecuaciones (2.7) y (2.8), la situación típica que resulta se ilustra en la figura 2.7.

**Figura 2.7** Gráfica típica del punto de equilibrio con precio ( $p$ ) constante (escenario 2)



### EJEMPLO 2.8

Una empresa de consultoría en ingeniería mide su producción en una unidad estándar de horas de servicio, que es función del nivel de su equipo de profesionales. El costo variable ( $c_v$ ) es de \$62 por hora de servicio estándar. La tarifa [es decir, el precio de venta ( $p$ )] es de \$85.56 por hora. La producción máxima de la empresa es de 160,000 horas por año, y su costo fijo ( $c_f$ ) es de \$2,024,000 por año. Para esta empresa, a) ¿cuál es el punto de equilibrio en horas de servicio estándar y en porcentaje de la capacidad total?, y b) ¿cuál es la reducción en porcentaje en el punto de equilibrio (sensibilidad) si los costos fijos se redu-

cen 10%; ¿si el costo variable por hora se reduce 10%; ¿si ambos costos se reducen 10%; y si el precio de venta por unidad se incrementa un 10%?

### SOLUCIÓN

a)

$$\text{Ingreso total} = \text{costo total} \quad (\text{punto de equilibrio})$$

$$pD' = C_F + c_v D'$$

$$D' = \frac{C_F}{(p - c_v)}, \quad (2.13)$$

y

$$D' = \frac{\$2,024,000}{(\$85.56 - \$62)} = 85,908 \text{ horas por año}$$

$$D' = \frac{85,908}{160,000} = 0.537,$$

o 53.7% de la capacidad.

b) Una reducción del 10% en  $C_F$  da como resultado

$$D' = \frac{0.9(\$2,024,000)}{(\$85.56 - \$62)} = 77,318 \text{ horas por año}$$

y

$$\frac{85,908 - 77,318}{85,908} = 0.10,$$

o una reducción del 10% en  $D'$ .

Una reducción del 10% en  $c_v$  da como resultado

$$D' = \frac{\$2,024,000}{[\$85.56 - 0.9(\$62)]} = 68,011 \text{ horas por año}$$

y

$$\frac{85,908 - 68,011}{85,908} = 0.208,$$

o una reducción del 20.8% en  $D'$ .

Una reducción del 10% tanto en  $C_F$  como en  $c_v$  da como resultado

$$D' = \frac{0.9(\$2,024,000)}{[\$85.56 - 0.9(\$62)]} = 61,210 \text{ horas por año}$$

y

$$\frac{85,908 - 61,210}{85,908} = 0.287,$$

o una reducción del 28.7% en  $D'$ .

Un incremento del 10% en  $p$  da

$$D' = \frac{\$2,024,000}{[1.1(\$85.56) - \$62]} = 63,021 \text{ horas por año}$$

y

$$\frac{85,908 - 63,021}{85,908} = 0.266,$$

o una reducción del 26.6% en  $D'$ .

Así, el punto de equilibrio es más sensible a una reducción en el costo variable por hora que el mismo porcentaje de reducción en el costo fijo, pero deben buscarse costos reducidos en ambas áreas. Es más, advierta que en este ejemplo el punto de equilibrio es muy sensible al precio de venta unitario,  $p$ . Estos resultados se sintetizan como sigue:

Cambio en el (los) factor(es) de valor(es)	Disminución en el punto de equilibrio
10% de reducción en $C_F$	10.0%
10% de reducción en $c_v$	20.8
10% de reducción en $C_F$ y en $c_v$	28.7
10% de incremento en $p$	26.6

El punto de equilibrio para una situación operativa puede determinarse en unidades de producción, porcentaje de utilización de la capacidad, o volumen de ventas (demanda). En el ejemplo 2.8a), el punto de equilibrio ( $D'$ ) se calculó en unidades de producción (85,908 horas por año, de servicio estándar), y luego, utilizando la cifra de capacidad total (160,000 horas por año), también se expresó como porcentaje de utilización de la capacidad (53.7%). En términos del volumen de ventas, el punto de equilibrio en el ejemplo 2.8, es de \$85.56 (85,908) = \$7,350,288.

A menudo la competencia en el mercado crea presiones para disminuir el punto de equilibrio de una operación; cuanto más bajo sea el punto de equilibrio, menos probable será que ocurra una pérdida durante las fluctuaciones del mercado. Asimismo, si el precio de venta permanece constante (o se incrementa), se logrará una utilidad mayor con cualquier nivel de operación por encima de un punto de equilibrio reducido.

## 2.4 Optimización del diseño enfocada al costo

Como se mencionó en la sección 2.2.8, al diseñar productos, procesos y servicios, los ingenieros deben adoptar el punto de vista del *ciclo de vida* (es decir, desde que el proyecto está en la cuna hasta la tumba). Una perspectiva así de completa permite a los ingenieros considerar los costos de inversión inicial, los gastos de operación y mantenimiento, y otros desembolsos anuales en los períodos por venir, así como las consecuencias ambientales y sociales durante la vida de sus diseños. De hecho, ha surgido un movimiento que se denomina *Diseño para el ambiente* (DFE, por sus siglas en inglés), o *ingeniería verde*, entre cuyas

metas se encuentran las medidas para prevenir la disposición inadecuada de los desechos, mejora de materiales, y la reutilización y reciclaje de materiales. Por ejemplo, el diseño para la conservación de la energía es uno de los temas de la ingeniería verde. Otro ejemplo es el diseño de la defensa de un automóvil que puede reciclarse con facilidad. Como se ve, *el diseño de ingeniería es un arte guiado por la economía.*

El costo mínimo del ciclo de vida, junto con la consideración de otros factores, es una meta que en gran medida se logra en las primeras etapas del diseño. Pensar que el ingeniero puede desarrollar algo funcional y después controlar su costo es una falacia, porque para el momento en que la mayoría de los requerimientos funcionales se llegan a plasmar en un diseño, ya se han perdido muchas de las mejores oportunidades de reducir los costos. Los ingenieros son capaces de hacer avances grandes hacia el objetivo de minimizar los costos del ciclo de vida con sólo tener en mente su importancia.

La práctica de la ingeniería está llena de ejemplos de minimización del costo utilizando el diseño eficaz. Piense en el diseño de un intercambiador de calor donde el material de los conductos y su configuración afecta el costo y la disipación del calor. Los problemas de esta sección, denominados *optimización del diseño enfocada al costo*, son modelos de diseño sencillo que pretenden ilustrar la importancia del costo en el proceso de diseño. Estos problemas ilustran el procedimiento para determinar el diseño óptimo usando los conceptos de costo. Se estudiarán problemas de optimización discreta y continua que implican una sola variable de diseño,  $X$ . Esta variable también se llama la *guía principal del costo*, y conocer su comportamiento permite que el diseñador tenga presente una gran parte del comportamiento del costo total.

Para los problemas de optimización del diseño enfocada al costo, las dos tareas principales son:

1. Determinar el valor óptimo para cierta variable de diseño alternativa. Por ejemplo, ¿cuál es la velocidad de una aeronave que minimiza los costos totales anuales de poseerla y operarla?
2. Seleccionar la mejor alternativa, cada una con su propio valor único para la variable de diseño. Por ejemplo, ¿cuál es el mejor espesor del material de aislamiento para una casa en el estado de Virginia: R11, R19, R30 o R38?

En general, los modelos que se desarrollan en estos problemas consisten en tres tipos de costo:

1. Costo(s) fijo(s).
2. Costo(s) que varían *en forma directa* con la variable de diseño.
3. Costo(s) que cambian *en forma indirecta* con la variable de diseño.

La forma simplificada de un modelo de costo con una variable de diseño es la siguiente:

$$\text{Costo} = aX + \frac{b}{X} + k, \quad (2.14)$$

donde  $a$  es el parámetro que representa al(os) costo(s) que varía(n) en forma directa,  
 $b$  es el parámetro con el que se representa al(os) costo(s) que varía(n) en forma indirecta,  
 $k$  es el parámetro que designa al(os) costo(s) fijo(s), y  
 $X$  es la variable de diseño en cuestión (por ejemplo, peso o velocidad).

En un problema en particular, los parámetros  $a$ ,  $b$  y  $k$  en realidad representan la suma de un grupo de costos de cada categoría, y la variable de diseño puede elevarse a alguna potencia tanto para los costos que varían en forma directa como indirecta.\*

Las etapas siguientes delinean un enfoque general para optimizar un diseño con respecto al costo:

1. Identifique la variable de diseño que es la guía principal del costo (por ejemplo, diámetro de un conducto o espesor de un aislamiento).
2. Escriba una expresión del modelo del costo en términos de la variable de diseño.
3. Obtenga la primera derivada del modelo del costo con respecto a la variable continua de diseño, e iguale a cero el resultado. Para variables discretas de diseño, calcule el valor del modelo del costo para cada uno de los valores discretos en un rango establecido de los valores potenciales.
4. Resuelva la ecuación a la que se llegó en la etapa 3 para el valor óptimo de la variable continua de diseño.<sup>†</sup> Para variables discretas de diseño, el valor óptimo de la variable continua de diseño se obtiene en la etapa 3. En el ejemplo 2.10, también se empleará un procedimiento incremental para seleccionar la variable discreta de diseño que produce el mejor valor. (El análisis incremental es un tema muy importante del capítulo 5). Este método es semejante a obtener la primera derivada de una variable continua de diseño e igualarla a cero para encontrar un valor óptimo.
5. Para variables continuas de diseño, hay que usar la segunda derivada del modelo del costo con respecto a la variable de diseño, con la finalidad de determinar si el valor óptimo que se encontró en la etapa 4 corresponde a un máximo o a un mínimo.

### EJEMPLO 2.9

El costo de operar un aeroplano comercial (de pasajeros) impulsado por turbinas varía con un exponente igual a  $3/2$  de su velocidad; en específico,  $C_O = knv^{3/2}$ , donde  $n$  es la longitud del viaje en millas,  $k$  es una constante de proporcionalidad, y  $v$  es la velocidad en millas por hora. Se sabe que a 400 millas por hora el costo *promedio* de la operación es igual a \$300 por milla. La compañía propietaria del avión desea minimizar el costo de operarlo, pero dicho costo debe balancearse con el costo del tiempo de los pasajeros ( $C_P$ ), que se calculó en \$300,000 por hora.

- a) ¿A qué velocidad debe planearse realizar el viaje para minimizar el costo total, que es la suma del costo de operación del aparato más el costo del tiempo de los pasajeros?
- b) ¿Cómo se sabe que la respuesta que se encontró en el inciso a) minimiza el costo total?

---

\* Un modelo más general de costo es: Costo =  $a + bx + e_1x^2 + e_2x^4 + \dots$ , donde  $e_1 = -1$  refleja el costo que varía en forma inversa a  $X$ ,  $e_2 = 2$  indica los costos que varían con el cuadrado de  $X$ , y así sucesivamente.

<sup>†</sup> Si en la etapa 4 se encuentran puntos óptimos múltiples (puntos estacionarios), la obtención del valor óptimo global de la variable de diseño requerirá un poco más de trabajo. Un enfoque es usar en forma sistemática cada raíz en la ecuación de la segunda derivada y asignar a cada punto un máximo o un mínimo con base en el signo de ésta. Otro enfoque es utilizar cada raíz en la función objetivo y ver cuál es el punto que satisface mejor la función de costos.

**SOLUCIÓN**

La ecuación del costo total ( $C_T$ ) es

$$C_T = C_O + C_C = k n v^{3/2} + (\$300,000 \text{ por hora}) \left( \frac{n}{v} \right), \text{ donde las unidades de } n/v \\ \text{son de tiempo (horas).}$$

Ahora, se resuelve para el valor de  $k$ :

$$\frac{C_O}{n} = k v^{3/2}$$

$$\frac{\$300}{\text{milla}} = k \left( 400 \frac{\text{millas}}{\text{hora}} \right)^{3/2}$$

$$k = \frac{\$300/\text{milla}}{\left( 400 \frac{\text{millas}}{\text{hora}} \right)^{3/2}}$$

$$k = \frac{\$300/\text{milla}}{8000 \left( \frac{\text{millas}^{3/2}}{\text{horas}^{3/2}} \right)}$$

$$k = \$0.0375 \frac{\text{horas}^{3/2}}{\text{millas}^{5/2}}.$$

Así,

$$C_T = \left( \$0.0375 \frac{\text{horas}^{3/2}}{\text{millas}^{5/2}} \right) (n \text{ millas}) \left( \frac{\text{millas}}{\text{hora}} \right)^{3/2} + \left( \frac{\$300,000}{\text{hora}} \right) \left( \frac{n \text{ millas}}{\frac{\text{millas}}{\text{hora}}} \right)$$

$$C_T = \$0.0375 n v^{3/2} + \$300,000 \left( \frac{n}{v} \right).$$

A continuación, se obtiene la primera derivada:

$$\frac{dC_T}{dv} = \frac{3}{2} (\$0.0375) n v^{1/2} - \frac{\$300,000 n}{v^2} = 0.$$

Por lo tanto,

$$0.05625 v^{1/2} - \frac{300,000}{v^2} = 0$$

$$0.05625 v^{5/2} - 300,000 = 0$$

$$v^{5/2} = \frac{300,000}{0.05625} = 5,333,333$$

$$v^* = (5,333,333)^{0.4} = 490.68 \text{ mph.}$$

Por último, se verifica la segunda derivada para confirmar que la solución sea el costo mínimo:

$$\frac{d^2 C_T}{dv^2} = \frac{0.028125}{v^{1/2}} + \frac{600,000}{v^3} \quad v > 0, \quad , \frac{d^2 C_T}{dv^2} > 0.$$

La compañía concluye que si  $v = 490.68$  millas/hora, el costo total es mínimo para este vuelo particular de la aeronave.

### EJEMPLO 2.10

En este ejemplo se plantea un problema de optimización discreta para determinar la cantidad más económica de aislamiento de un ático para una casa grande de un nivel, en el estado de Virginia. En general, la pérdida de calor a través del techo de una casa de un nivel, es

$$\begin{aligned} \text{Pérdida de calor} \\ \text{en Btu} \\ \text{por hora} \end{aligned} = \left( \frac{\Delta \text{Temperatura}}{\text{en } ^\circ \text{F}} \right) \left( \frac{\text{Área}}{\text{en ft}^2} \right) \left( \frac{\text{Conductancia en}}{\text{ft}^2 - ^\circ \text{F}} \right)$$

o bien,

$$Q = (T_{\text{interior}} - T_{\text{exterior}}) \cdot A \cdot U.$$

En el suroeste de Virginia, el número de días que se requiere calefacción por año es 230, aproximadamente, y los grados-día anuales son iguales a:  $230(65^\circ \text{F} - 46^\circ \text{F}) = 4,370$  grados-día por año. Aquí, se supone que la temperatura promedio diaria en el interior es de  $65^\circ \text{F}$ , y el promedio en el exterior es de  $46^\circ \text{F}$ .

Considere una casa de un solo nivel de  $2,400 \text{ ft}^2$  en Blacksburg. Para una casa de este tamaño, la carga de espacio por calentador típico anual, es de  $100 \times 10^6 \text{ Btu}$ . Es decir, sin aislamiento en el ático se perderían más o menos  $100 \times 10^6 \text{ Btu}$  por año.\* El sentido común dice que la alternativa *sin aislamiento* no es atractiva y debe eliminarse.

Si se aísla el ático, se reducirá la cantidad de calor que se pierde al año. El valor del ahorro de energía, que se deriva de colocar el aislamiento y reducir la pérdida de calor, depende de qué tipo de calefactor residencial se instale. Para este ejemplo, se supondrá que el que instaló la persona que construyó la casa es de resistencia eléctrica con eficiencia cercana al 100%.

Ahora estamos en posibilidad de responder la pregunta: ¿Qué cantidad de aislamiento es el más económico? Un dato adicional que se necesita es el costo de la electricidad, que es de \$0.074 por kWh. Esto puede convertirse a dólares por cada  $10^6 \text{ Btu}$ , del modo siguiente: ( $1 \text{ kWh} = 3,413 \text{ Btu}$ ):

$$\begin{aligned} \frac{\text{kWh}}{3,413 \text{ Btu}} &= 293 \text{ kWh por millón de Btu} \\ \frac{293 \text{ kWh}}{10^6 \text{ Btu}} \left( \frac{\$0.074}{\text{kWh}} \right) &\cong \$21.75/10^6 \text{ Btu}. \end{aligned}$$

\*  $100 \times 10^6 \text{ Btu/año} \cong \left( \frac{4,370 \text{ F-días por año}}{1.00 \text{ eficiente}} \right) (2,400 \text{ ft}^2) (24 \text{ hr/día}) \frac{0.397 \text{ Btu/hr}}{\text{ft}^2 - ^\circ \text{F}}$ , donde el factor U sin aislamiento es igual a 0.397.

En la tabla siguiente se muestra el costo de varias alternativas de aislamiento y las cargas de espacio de calentamiento asociado para esta casa:

	Cantidad de aislamiento			
	R11	R19	R30	R38
Costo de inversión	\$600	\$900	\$1,300	\$1,600
Carga de calentamiento anual (Btu/año)	$74 \times 10^6$	$69.8 \times 10^6$	$67.2 \times 10^6$	$66.2 \times 10^6$

A la vista de estos datos, ¿qué cantidad de aislamiento para el ático es la más económica? Se estima que la vida del aislamiento es de 25 años.

### SOLUCIÓN

Para examinar los costos totales del ciclo de vida, se construye la tabla siguiente:

	R11	R19	R30	R38
A. Costo de inversión	\$600	\$900	\$1,300	\$1,600
B. Costo de la pérdida de calor por año		\$1,609.50	\$1,518.15	\$1,461.60
C. Costo de la pérdida de calor durante 25 años		\$40,237.50	\$37,953.75	\$36,540
D. Costo total del ciclo de vida (A + C)	\$40,837.50	\$38,853.75	\$37,840	\$37,596.25

Respuesta: Para minimizar los costos totales del ciclo de vida debe seleccionarse el aislamiento tipo R38.

### OTRA SOLUCIÓN

Un enfoque distinto para seleccionar la mejor alternativa, a partir de un conjunto discreto, consiste en examinar las diferencias de incrementos ( $\Delta$ ) entre ellas (recuerde el principio 2, en la página 5) con las alternativas clasificadas de menor a mayor costo de inversión. Se ilustrará este procedimiento aquí y volveremos a él en el capítulo 5.

Se comenzará por el estudio del ahorro total de energía durante los próximos 25 años para cada una de las cantidades de aislamiento que se agregue, menos el costo de la inversión asociada a cada una de ellas.

Las preguntas siguientes conducen al cálculo de los intercambios relevantes implicados:

1. ¿De cuánto será el ahorro si se decide instalar el aislamiento R19 en vez del R11?

$$\Delta(R19 - R11)$$

$$\Delta \text{ Inversión} = \$300$$

$$\Delta \text{ Ahorros/año} = \$91.35 = [-1,518.15 - (-1,609.5)]$$

$$\Delta \text{ Ahorros durante 25 años} = \$2,283.75$$

Si se coloca el tipo R19 en lugar del R11, el ahorro neto total durante 25 años es de \$1,983.75.

2. ¿Cuál es el ahorro neto total si se elige el R30 en vez del R19?

$$\Delta(R30 - R19) \Delta \text{ Inversión} = \$400$$

$$\Delta \text{ Ahorros/año} = \$56.55 = [-1,461.60 - (-1,518.15)]$$

$$\Delta \text{ Ahorros durante 25 años} = \$1,413.75$$

El ahorro neto total en 25 años es de \$1,013.75

3. Por último, ¿cuál es la cantidad que se ahorra si se instala la cantidad máxima de aislamiento (R38) en lugar del tipo R30?

$$\Delta(R38 - R30) \Delta \text{ Inversión} = \$300$$

$$\Delta \text{ Ahorros / año} = \$21.75 = [-1,439.85 - (-1,461.60)]$$

$$\Delta \text{ Ahorros durante 25 años} = \$543.75$$

El ahorro total neto durante los 25 años es de \$243.75

*Si se ignora el valor del dinero en el tiempo (lo que se estudiará en el capítulo 3) durante el periodo de 25 años, y se selecciona la cantidad de aislamiento en el ático que brinda la posibilidad de tener un ahorro neto, la mejor decisión (la más económica) es el tipo R38.*

#### PRECAUCIÓN

En el capítulo 3 tal vez cambie esta conclusión al considerar el valor del dinero en el tiempo (es decir, con una tasa de interés mayor que cero). En ese caso, no es necesariamente cierto que el mejor curso de acción sea agregar más y más aislamiento.

## 2.5 Estudios económicos presentes

Cuando se comparan las alternativas para llevar a cabo una actividad durante *un año o menos*, y puede hacerse caso omiso de la influencia que tiene el tiempo sobre el dinero, los análisis de ingeniería económica se denominan *estudios económicos presentes*. En esta sección se ilustran varias situaciones que implican esa clase de estudios. Las reglas o criterios que se muestran a continuación se usarán para seleccionar la alternativa predilecta cuando la producción libre de defectos (el rendimiento) es variable o constante entre las alternativas en estudio. Además, también deben satisfacerse otros criterios de aceptación (por ejemplo, el cumplimiento de normas ambientales).

#### REGLA 1:

Si los ingresos y otros beneficios económicos son del presente y varían entre las alternativas, debe elegirse la alternativa que *maximiza* la utilidad conjunta, con base en el número de las unidades libres de defectos del producto o servicio que se produce.

**REGLA 2:**

Si los ingresos y otros beneficios económicos *no* son del presente *o* son constantes entre las alternativas, considere sólo los costos y seleccione la alternativa que *minimiza* el costo total por unidad libre de defectos de producto o servicio que se produce.



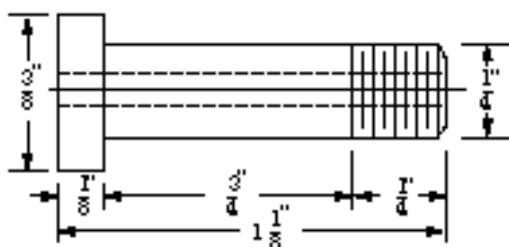
**Sitio Web de la obra (<http://www.pearsoneducacion.net/sullivan>):** ¿Qué sucede con los desechos de comida en los restaurantes? En muchas comunidades aumenta el problema de los basureros. Visite el sitio Web para conocer un *estudio de económico presente* de una alternativa amigable desde el punto de vista ecológico, que convierte los desperdicios de comida en alimento para el ganado.

## 2.5.2 Costo total de la selección de materiales

En muchos casos, la selección económica de los materiales no puede basarse tan sólo en su costo. Es frecuente que un cambio de materiales afecte los costos del diseño y del proceso, y también podrían alterarse los costos de embarque.

### EJEMPLO 2.11

Un buen ejemplo de esta situación la ilustra el elemento que se representa en la figura 2.8, cuya demanda anual es de 100,000 unidades. El elemento se produce en un torno de columna a partir de acero 1112 para tornillos de maquinaria, que cuesta \$0.30 por libra. Se realizó un estudio para determinar si podría ser más barato emplear el inventario de latón para tornillos, que cuesta \$1.40 por libra. Debido a que el peso del acero que se requiere para cada pieza es de 0.0353 libras, y que el del latón es de 0.0384 libras, el costo del material por pieza era de \$0.0106 para el acero, y de \$0.0538 para el latón. No obstante, al consultar al departamento de ingeniería de producción, se supo que si bien se producían 57.1 elementos sin defectos por hora al utilizar acero, la producción sería de 102.9 partes libres de defectos por hora si se usara latón. ¿Cuál material debería usarse para fabricar esta pieza?



**Figura 2.8** Tornillo de tamaño pequeño para maquinaria

**SOLUCIÓN**

Al operador de la máquina se le pagan \$15.00 por hora, y los costos variables (cognoscibles) generales para el torno de columna se estimaron en \$10.00 por hora. Así, la comparación del costo total para los dos materiales es la que sigue:

	Acero 1112	Latón
Material	$\$0.30 \times 0.0353 = \$0.0106$	$\$1.40 \times 0.0384 = \$0.0538$
Mano de obra	$\$15.00/57.1 = 0.267$	$\$15.00/102.9 = 0.1458$
Costo variable general	$\$10.00/57.1 = 0.1751$	$\$10.00/102.9 = 0.0972$
Costo total por pieza	$\$0.4484$	$\$0.2968$
Ahorro por pieza si se usa latón	$= \$0.4484 - \$0.2968 = \$0.1516$	

Debido a que cada año se fabrican 100,000 partes, los ingresos son constantes para las alternativas. De acuerdo con la regla 2, habría que seleccionar el latón, y su uso produciría un ahorro de \$151.60 por cada mil (un total de \$15,160 al año). También está claro que otros costos, además del material, tuvieron importancia fundamental en el estudio.

Debe tenerse cuidado al realizar elecciones económicas de materiales, para garantizar que se tomen en cuenta cualesquiera diferencias en costos de embarque, rendimientos o desperdicios. Es común que los materiales alternativos no se presenten en los mismos tamaños de lote, tales como superficie de láminas y longitud de barras. Esto llega a afectar en forma considerable al rendimiento que se obtiene para un peso dado de material. Asimismo, los desechos que resultan pueden diferir para distintos materiales.

Además de decidir de qué material debe fabricarse un producto, es frecuente que existan métodos o máquinas alternativas que pueden emplearse para hacer el producto, lo cual, a su vez, influye en los costos de producción. Los tiempos de procesamiento varían con la máquina seleccionada, así como con el rendimiento del producto. Como se ilustra en el ejemplo 2.12, estas consideraciones tienen implicaciones económicas de importancia.

**EJEMPLO 2.12**

Con el objetivo de producir una pieza, están en estudio dos máquinas con las que ya se cuenta. La inversión de capital asociada a cada máquina es más o menos la misma y, para los propósitos de este ejemplo, puede ignorarse. Las diferencias importantes entre las máquinas son sus capacidades de producción (tasa de producción  $\times$  horas disponibles para la producción) y sus tasas de rechazo (porcentaje de productos que no pueden venderse). Considere la siguiente tabla de datos:

	Máquina A	Máquina B
Tasa de producción	100 partes/hora	130 partes/hora
Horas disponibles para la producción	7 horas/día	6 horas/día
Porcentaje de partes que se rechazan	3%	10%

El costo del material es de \$6.00 por parte, y todas las que salen sin defectos pueden venderse a \$12 cada una (las partes que se rechazan tienen un valor despreciable como chatarra). Para cualquiera de las máquinas, el costo por operador es de \$15.00 por hora, y la tasa variable general para los costos que pueden rastrearse es de \$5.00 por hora.

- Suponga que la demanda diaria para esta parte es suficiente como para que puedan venderse todas las partes libres de defectos. ¿Qué máquina debería seleccionarse?
- ¿Cuál tendría que ser el porcentaje de partes rechazadas para que la máquina B fuera tan rentable como la máquina A?

### SOLUCIÓN

a) En esta situación se aplica la regla 1 porque los ingresos totales diarios (precio de venta por el número de partes vendidas por día) y los costos totales varían en función de la máquina que se elija. Por lo tanto, se debe seleccionar la máquina que maximice la utilidad por día:

$$\begin{aligned} \text{Utilidad por día} &= \text{ingresos por día} - \text{costo por día} \\ &= (\text{Tasa de producción}) / (\text{Horas de producción})(\$12/\text{parte}) \\ &\quad [1 - (\% \text{ rechazado}/100)] \\ &\quad - (\text{Tasa de producción})(\text{Horas de producción})(\$6/\text{parte}) \\ &\quad - (\text{Horas de producción})(\$15/\text{hora} + \$5/\text{hora}). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Máquina A: Utilidad por día} &= \left( \frac{100 \text{ partes}}{\text{hr}} \right) \left( \frac{7 \text{ hr}}{\text{día}} \right) \left( \frac{\$12}{\text{parte}} \right) (1 - 0.08) \\ &\quad - \left( \frac{100 \text{ partes}}{\text{hr}} \right) \left( \frac{7 \text{ hr}}{\text{día}} \right) \left( \frac{\$6}{\text{parte}} \right) - \left( \frac{7 \text{ hr}}{\text{día}} \right) \left( \frac{\$15}{\text{hr}} + \frac{\$5}{\text{hr}} \right) \\ &= \$3,808 \text{ por día}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Máquina B: Utilidad por día} &= \left( \frac{130 \text{ partes}}{\text{hr}} \right) \left( \frac{6 \text{ hr}}{\text{día}} \right) \left( \frac{\$12}{\text{parte}} \right) (1 - 0.10) \\ &\quad - \left( \frac{130 \text{ partes}}{\text{hr}} \right) \left( \frac{6 \text{ hr}}{\text{día}} \right) \left( \frac{\$6}{\text{parte}} \right) - \left( \frac{6 \text{ hr}}{\text{día}} \right) \left( \frac{\$15}{\text{hr}} + \frac{\$5}{\text{hr}} \right) \\ &= \$3,624 \text{ por día}. \end{aligned}$$

Por lo tanto, para maximizar la utilidad por día *debe seleccionarse la máquina A*.

- b) Para encontrar el porcentaje de equilibrio de las partes que se rechazan, X, para la máquina B, hay que igualar la utilidad que se obtiene con ella, con la utilidad que genera la máquina A, y resolver para X.

$$\begin{aligned} \$3,808/\text{día} &= \left( \frac{130 \text{ partes}}{\text{hr}} \right) \left( \frac{6 \text{ hr}}{\text{día}} \right) \left( \frac{\$12}{\text{parte}} \right) (1 - X) \\ &\quad - \left( \frac{130 \text{ partes}}{\text{hr}} \right) \left( \frac{6 \text{ hr}}{\text{día}} \right) \left( \frac{\$6}{\text{parte}} \right) - \left( \frac{6 \text{ hr}}{\text{día}} \right) \left( \frac{\$15 + \$5}{\text{hr}} \right). \end{aligned}$$

Así,  $X = 0.08$ , de manera que el porcentaje de partes rechazadas para la máquina B no puede ser más del 8%.

### 2.5.2 Velocidades alternativas de máquinas

No es raro que las máquinas puedan operarse a diferentes velocidades, lo que origina tasas de producción diferentes. Sin embargo, por lo general esto requiere de frecuencias de paro distintas en la máquina para permitir que reciba mantenimiento y servicio, por ejemplo, para afilar o readjustar sus herramientas. Tales situaciones llevan a que los estudios económicos presentes determinen la velocidad preferida de operación. En el ejemplo 2.13, primero se supondrá que existe una cantidad ilimitada de trabajo por hacer. En segundo lugar, con el ejemplo 2.14, se ilustrará el tratamiento que debe darse con una cantidad de trabajo fija (limitada).

#### EJEMPLO 2.13

Un ejemplo sencillo de velocidad alternativa de máquina es el cepillado de madera. La madera que se pasa por el cepillo aumenta su valor en \$0.10 por pie de tabla. Cuando se opera el cepillo a una velocidad de 5,000 pies por minuto, las navajas tienen que afilarse después de 2 horas de operación, y la madera puede desbastarse a razón de *1,000 pies de tabla por hora*. Cuando la máquina se opera a 6,000 pies por minuto, hay que afilar las navajas después de 1-1/2 horas de operación, y la tasa de desbastado es de *1,200 pies de tabla por hora*. Cada vez que se cambia de navajas, la máquina debe detenerse durante 15 minutos. Las navajas sin filo cuestan \$50 por juego y pueden afilarse 10 veces antes de que tengan que desecharse. El costo de afilarlas es de \$10 por juego. El equipo de obreros que opera el cepillo se encarga de cambiar y colocar las navajas. ¿A qué velocidad debe operarse el cepillo?

#### SOLUCIÓN

Puesto que el costo de la mano de obra sería el mismo para cualquier velocidad de operación, y a que no se alcanza a identificar diferencia en el uso del cepillo, dichos factores no tienen que incluirse en el estudio.

*En los problemas de este tipo, el tiempo de operación, más el tiempo de atraso debido a la necesidad de cambiar herramientas, constituye el ciclo de tiempo que determina la producción de la máquina.* El tiempo que se requiere para un ciclo completo determina el número de ciclos que pueden llevarse a cabo en un periodo disponible (por ejemplo, un día) y la proporción que es

productiva de cada ciclo completo. El tiempo productivo real será igual al producto del tiempo productivo por ciclo por el número de ciclos por día.

	Valor por día
A 5,000 pies por minuto	
Ciclo de tiempo = 2 horas + 0.25 hora = 2.25 horas	
Ciclos por día = $8 \div 2.25 = 3.555$	
Valor agregado por el desbastado = $3.555 \times 2 \times 1,000 \times \$0.10 =$	$\$711.00^*$
Costo de afilar las navajas = $3.555 \times \$10 = \$35.55$	
Costo de las navajas = $3.555 \times \$50/10 = 17.18$	
Flujo de efectivo del costo total	$-53.33$
Incremento neto del valor (utilidad) por día	$\$657.67$
A 6,000 pies por minuto	
Ciclo de tiempo = 1.5 horas + 0.25 hora = 1.75 horas	
Ciclos por día = $8 \div 1.75 = 4.57$	
Valor agregado por el desbastado = $4.57 \times 1.5 \times 1,200 \times \$0.10 =$	$\$822.60^*$
Costo de afilar las navajas = $4.57 \times \$10 = \$45.70$	
Costo de las navajas = $4.57 \times \$50/10 = \$22.85$	
Flujo de efectivo del costo total	$-68.55$
Incremento neto del valor (utilidad) por día	$\$754.05$

\* Las unidades de trabajo que salen son: (ciclos/día)(horas/ciclo)(pies de tabla/hora)(valor en dólares/pies de tabla) = dólares/día

Así, en el ejemplo 2.13 es más económico, de acuerdo con la regla 1, operar a 6,000 pies por minuto, a pesar de que se requiere afilar las navajas con mayor frecuencia.

Cabe resaltar que este análisis supone que la producción agregada de madera puede utilizarse. Por ejemplo, si la máxima producción que se necesitará fuera igual o menor que la que se obtiene con la velocidad más baja de la máquina ( $1,000 \times 3.555$  ciclos  $\times$  2 horas = 7,110 pies de tabla por día), entonces el valor agregado sería el mismo para cada velocidad, y en ese caso la decisión tendría que basarse en la velocidad que minimizara el costo total.

### EJEMPLO 2.14

El ejemplo 2.13 supone que cada pie de tabla de madera que se desbasta puede venderse. Si la demanda de madera fuera limitada, con la regla 2 podría hacerse la selección correcta de la velocidad de la máquina, *minimizando el costo total* por unidad de producción. Ahora, suponga que se desea conocer la mejor velocidad de operación cuando sólo se considera un trabajo que requiere 6,000 pies de tabla de desbastado.

#### SOLUCIÓN

Para un requerimiento fijo de desbastado igual a 6,000 pies de tabla, el valor agregado por el desbaste es de  $6,000(\$0.10) = \$600$  para cualquier velocidad de corte. Por lo tanto, se desea minimizar el costo total por pie de tabla desbastado.

Con una velocidad de corte de 5,000 pies por minuto, se obtiene

$$\text{Ciclo de tiempo} = 2.25 \text{ horas},$$

$$\text{Producción por ciclo} = 2(1,000) = 2,000 \text{ pies de tabla},$$

$$\text{Número de ciclos} = 6,000/2,000 = 3, \text{ o } 6.75 \text{ horas},$$

$$\text{Costo total} = 3(\$10/\text{ciclo}) + 3(\$50/10) = \$45 (\text{costo por pie de tabla} = \$0.0075).$$

Si la velocidad de corte es de 6,000 pies por minuto, se obtiene

$$\text{Ciclo de tiempo} = 1.75 \text{ horas},$$

$$\text{Producción por ciclo} = 1.5(1,200) = 1,800 \text{ pies de tabla},$$

$$\text{Número de ciclos} = 6,000/1,800 = 3.33, \text{ o } 5.83 \text{ horas},$$

$$\text{Costo total} = 3.33(\$10/\text{ciclo}) + 3.33(\$50/10) = \$50 (\text{costo por pie de tabla} = \$0.0083).$$

Para un trabajo de 6,000 pies de tabla, debe seleccionarse la velocidad de corte más baja (5,000 pies por minuto) con la finalidad de que el costo sea mínimo. Durante las 0.92 horas de tiempo ahorrado para la velocidad de corte de 6,000 pies por minuto, se supone que el operador está ocioso.

### 2.5.3 Estudios de fabricar *versus* comprar (adquirir fuera)\*

En el corto plazo, como un año o menos, una compañía podría considerar la producción de un artículo en sus instalaciones, o bien, comprarlo (adquirirlo fuera) a un proveedor a un precio más bajo que los costos estándar de producción de la compañía. (Véase la sección 2.2.4.) Esto podría ocurrir si **1.** se incurre en costos directos, indirectos y generales, independientemente de que el artículo se compre a un proveedor externo, y **2.** el *costo incremental* de producir un artículo en el corto plazo es menor que el precio del proveedor. Por lo tanto, los costos relevantes de las decisiones de corto plazo de fabricar *versus* comprar son los *costos incrementales* en que se incurre, y los *costos de oportunidad* de los recursos implicados.

Los costos de oportunidad se vuelven significativos si la manufactura de un artículo en las instalaciones propias ocasiona que se pierdan otras oportunidades de producción (con frecuencia debido a la capacidad insuficiente). Pero en el largo plazo, es frecuente que las inversiones de capital en plantas y capacidad de manufactura adicionales sean alternativas factibles a la adquisición fuera. (Gran parte de este libro se refiere a evaluar los beneficios económicos de las propuestas de inversión de capital). Debido a que la ingeniería económica tiene que ver, con cierta frecuencia, con los *cambios* en las operaciones ya existentes, los costos estándar podrían no ser demasiado útiles en los estudios de fabricar *versus* comprar. En realidad, si se usaran, los costos estándar podrían conducir a decisiones antieconómicas. El ejemplo 2.15 ilustra el procedimiento correcto a seguir al realizar estudios de fabricar *versus* comprar, con base en los costos incrementales.

---

\* Las decisiones acerca de adquirir fuera de la empresa han despertado mucho interés. Por ejemplo, consulte P. Chalos, "Costing, Control, and Strategic Analysis in Outsourcing Decisions", *Journal of Cost Management*, vol. 8, núm. 4 (invierno de 1995), pp. 31-37.

**EJEMPLO 2.15**

Una planta de fabricación consta de tres departamentos: A, B y C. El departamento A ocupa 100 metros cuadrados en una esquina de la planta. El producto X es uno entre varios que se producen en el departamento A. La producción diaria del producto X es de 576 piezas. Los registros contables de costos muestran los siguientes costos promedio diarios de producción para el producto X:

Mano de obra directa	(1 operador que trabaja 4 horas al día a \$22.50/hora, que incluye incentivos, más un supervisor de tiempo parcial a \$30 por día)	\$120.00
Material directo		86.40
Costos indirectos de fabricación	(a \$0.82 por metro cuadrado de zona de trabajo)	82.00
	Costo total por día =	\$288.40

Hace poco tiempo el supervisor del departamento se enteró de que una compañía externa vende el producto X a \$0.35 por pieza. En consecuencia, el supervisor calculó un costo por día de  $\$0.35(576) = \$201.60$ , lo cual significaba un ahorro de  $\$288.40 - \$201.60 = \$86.80$ . Por lo tanto, se hizo la propuesta al gerente de la planta para cancelar la fabricación del producto X y comprarlo a la compañía externa.

Sin embargo, después de examinar cada componente por separado, el gerente de la planta decidió no aceptar la propuesta del supervisor, con base en el costo unitario del producto X:

1. *Mano de obra directa*: Puesto que el supervisor vigilaba la manufactura de otros productos en el departamento A, además del producto X, la única posibilidad de ahorrar en la mano de obra se tendría si el operador, que trabajaba 4 horas al día en el producto X, no fuera reasignado después de que esta línea se cancelara. Es decir, resultaría un ahorro máximo de \$90.00 por día.
2. *Materiales*: El ahorro máximo en el material directo sería de \$86.40. Sin embargo, esta cifra podría disminuir si algo del material para el producto X se obtuviera de los desechos de otro producto.
3. *Costos indirectos de fabricación*: Como en el departamento A se fabrican otros productos, es probable que no se tuviera ninguna reducción en los requerimientos totales de espacio de trabajo. Por lo tanto, descontinuar el producto X no redundaría en la reducción de los costos generales. Se ha estimado que habría un ahorro diario en los costos variables generales del producto X, de aproximadamente \$3.00, a causa de la reducción en costos de energía y de las primas de seguros.

**SOLUCIÓN**

Si se descontinuara la manufactura del producto X, la empresa ahorraría un máximo de \$90.00 en la mano de obra directa, \$86.40 en los materiales directos, y \$3.00 en los costos variables indirectos de fabricación, lo que hace un total de \$179.40 por día. Esta estimación del ahorro en el costo real por día es menor que el potencial de ahorro que indican los registros contables (\$288.40 por día), y no excedería de los \$201.60 que se pagarían a la

compañía externa si se le comprara el producto X. Por esta razón, el gerente de la planta usó la regla 2 para rechazar la propuesta del supervisor, y continuó la manufactura del producto X.

En conclusión, el ejemplo 2.15 muestra cómo podrían haberse tomado decisiones erróneas si se hubiera considerado el costo unitario del producto X, de acuerdo con los registros contables sin hacer un análisis más detallado. La proporción de costo fijo del costo unitario del producto X, que estaría presente aun si se descontinuara la manufactura de éste, no se tomó en cuenta en forma correcta en el análisis inicial que hizo el supervisor.

#### 2.5.4 Análisis en los estudios de eficiencia energética

La eficiencia de energía afecta el gasto anual de operación de un equipo eléctrico como una bomba o un motor. Es frecuente que un equipo de mayor eficiencia energética requiera una inversión de capital mayor que otro de menor eficiencia, aunque la inversión de capital adicional, por lo general, genera ahorros anuales en los gastos de energía eléctrica, en relación con otra bomba o motor que es menos eficiente. Este intercambio tan importante entre la inversión de capital y el consumo anual de energía eléctrica se tratará en varios capítulos de este libro. Por ahora, el propósito de la sección 2.5.4 es explicar cómo es que el gasto anual por operar un equipo eléctrico se calcula y negocia contra el costo de la inversión de capital.

Si, por ejemplo, una bomba eléctrica proporciona un suministro de potencia dada (hp) o de kiloWatts (kW) a una instalación industrial, el requerimiento de *entrada* de energía se determina dividiendo la salida dada por la eficiencia energética del equipo. Despues, se multiplica el requerimiento de entrada en hp o kW por las horas al año que opera el equipo y por el costo unitario de la energía eléctrica. Cuanto más elevada sea la eficiencia de la bomba, el menor costo anual de operarla será relativo a otra bomba menos eficiente.

#### EJEMPLO 2.16

En un estudio económico presente se están evaluando dos bombas capaces de abastecer 100 hp a un trabajo agrícola. La bomba seleccionada sólo se utilizará por un año, y carecerá de valor de mercado al final de ese tiempo. Los datos pertinentes se resumen como sigue:

	Bomba ABC	Bomba XYZ
Precio de compra	\$2,900	\$6,200
Mantenimiento anual	\$170	\$510
Eficiencia	80%	90%

Si la energía eléctrica tiene un costo de \$0.10 por kWh, y la bomba operará 4,000 horas al año, ¿qué bomba debería escogerse? Recuerde que 1 hp = 0.746 kW.

### SOLUCIÓN

El gasto anual de energía eléctrica para la bomba ABC es

$$(100 \text{ hp}/0.80)(0.746 \text{ kW}/\text{hp})(\$0.10/\text{kWh})(4,000 \text{ hr/año}) = \$37,300$$

Para la bomba XYZ, el gasto anual en energía eléctrica es de  $(100 \text{ hp}/0.90)(0.746 \text{ kW}/\text{hp})(\$0.10/\text{kWh})(4,000 \text{ hr/año}) = \$33,156$ . Entonces, el costo total anual de poseer y operar la bomba ABC es de \$40,370, mientras que el costo total de tener la propiedad y operar la bomba XYZ es de \$39,866. Entonces, debería seleccionarse la bomba XYZ, que es más eficiente en cuanto a consumo de energía, con la finalidad de minimizar el costo total anual. Advierta la diferencia en el gasto anual en energía (\$4,144) que resulta de una bomba con eficiencia de 90%, en comparación con otra con 80% de eficiencia. Esta reducción de costo balancea de más la inversión de capital adicional y los \$340 de mantenimiento anual que se requieren para la bomba XYZ.

## 2.6 Resumen

En este capítulo se estudiaron la estimación de costos, su terminología y los conceptos de importancia en la ingeniería económica. En el apéndice B se ofrece una lista de abreviaturas y la notación importante de cada capítulo. Es importante que se comprenda el significado y uso de los distintos términos y conceptos para mantener una comunicación efectiva con otros ingenieros y personal de la administración.

Se estudiaron e ilustraron varios conceptos económicos generales. En primer lugar, se cubrieron las ideas del consumidor y el productor de bienes y servicios, medidas del crecimiento económico, competencia, y necesidades y lujos. Despues, se analizaron algunas relaciones entre los costos, precio y volumen (demanda). Entre ellas, se incluyeron los conceptos de volumen óptimo y de puntos de equilibrio. En este capítulo también se ilustraron principios económicos importantes de optimización del diseño.

El uso de estudios económicos presentes en la toma de decisiones de ingeniería ofrece resultados satisfactorios y permite ahorrar mucho trabajo de análisis. Debe usarse un estudio económico presente cuando pueda llevarse a cabo un análisis adecuado de ingeniería económica, considerando las consecuencias monetarias diferentes que ocurren en un periodo breve (de un año o menos, por lo general).

## 2.7 Referencias

- BIERMAN, H. y SMIDT, S. *The Capital Budgeting Decision: Economic Analysis of Investment Projects*, 8a. ed. (New York: Macmillan Publishing Co., 1993).
- MALIK, S. A. y SULLIVAN, W. G. "Impact of Capacity Utilization on Product Mix and Costing Decisions", *IEEE Transactions on Engineering Management*, vol. 2, núm. 2 (mayo de 1995), págs. 171-176.
- SCHWEYER, Herbert E. *Analytic Models for Managerial and Engineering Economics* (New York: Reinhold Publishing Corp., 1964).

## 2.8 Problemas

Los números entre paréntesis al final de un problema se refieren a la(s) sección(es) del capítulo que se relaciona(n) más de cerca con el problema.

**2.1.** Una compañía de procesos industriales produce un compuesto químico que se vende a fabricantes para que lo usen en la elaboración de ciertos artículos de plástico. La planta que produce el compuesto emplea a 300 personas, aproximadamente. Mencione seis elementos de costo diferentes que se clasificarían como *fijos*, y otros seis elementos que serían *variables*. (2.2)

**2.2.** En relación con la respuesta que dio al problema 2.1: (2.2)

- a) Construya una tabla que muestre los elementos de costo que definió y clasificó como fijos y variables. Indique cuáles de ellos también son *recurrentes, no recurrentes, directos o indirectos*.
- b) Identifique un elemento de costo adicional para cada una de las categorías de costo: recurrentes, no recurrentes, directos e indirectos.

**2.3.** Clasifique cada uno de los siguientes conceptos de costo, como preferentemente fijos o variables. (2.2)

- Materias primas
- Mano de obra directa
- Depreciación
- Suministros
- Instalaciones
- Impuestos a la propiedad
- Salarios de los administrativos
- Impuestos a la nómina
- Seguros (edificio y equipos)
- Salarios de oficinistas
- Comisiones por ventas
- Renta
- Intereses sobre préstamos de dinero

**2.4.** Describa con sus propias palabras el concepto de costo del ciclo de vida. ¿Por qué es mayor el potencial para lograr ahorros en el costo del ciclo de vida en la fase de adquisición de éste? (2.2)

**2.5.** Explique por qué la competencia perfecta muchas veces es un ideal difícil de alcanzar. Mencione varias situaciones de negocios que se aproximen a la competencia perfecta. (2.3)

**2.6.** Una compañía produce tarjetas de circuitos que se usan para actualizar equipos de cómputo caducos. El costo fijo es \$42,000 por mes, y el variable es de \$53 por tarjeta de circuito. El precio de venta por unidad es  $p = \$150 - 0.02D$ . La pro-

ducción máxima de la planta es de 4,000 unidades por mes. (2.3)

- a) Determine la demanda óptima para este producto.
- b) ¿Cuál es la utilidad mensual máxima?
- c) ¿A qué volúmenes se da el equilibrio?
- d) ¿Cuál es el rango de la demanda para que la compañía perciba utilidades?

**2.7.** Suponga que se sabe que  $p = 1,000 - D/5$ , donde  $P$  = precio en dólares, y  $D$  = demanda anual. El costo *total* por año se describe, aproximadamente, con la expresión  $\$1,000 + 2D^2$ . (2.3).

- a) Calcule el valor de  $D$  que maximiza la utilidad.
- b) Demuestre que en el inciso a) la utilidad es máxima y no mínima.

**2.8.** Una empresa estableció que para uno de sus productos la relación aproximada entre su precio de venta y la cantidad vendida por mes es  $D = 780 - 10p$  unidades. ( $D$  es la demanda o cantidad que se vende por mes, y  $p$  es el precio en dólares.) El costo fijo es de \$800 por mes, y el variable es de \$30 por cada unidad producida. ¿Cuál es el número de unidades,  $D^*$ , que deben producirse y venderse por mes para maximizar la utilidad neta? ¿Cuál es la máxima utilidad por mes relacionada con el producto? Asimismo, determine  $D'_1$  y  $D'_2$ . (2.3)

**2.9.** Una compañía estima que la relación aproximada entre el precio unitario y la demanda mensual para un nuevo producto potencial es  $p = \$100.00 - \$0.10D$ . La compañía puede producir el artículo si incrementa sus costos fijos en \$17,500 por mes, y el costo variable estimado es de \$40.00 por unidad. ¿Cuál es la demanda óptima,  $D^*$ ? Con base en dicha demanda, ¿la compañía debe fabricar el producto nuevo? ¿Por qué? (2.3)

- a) Obtenga la solución completa por medio del cálculo diferencial, comience con la fórmula de la utilidad o pérdida por mes.
- b) Resuelva gráficamente para obtener una respuesta aproximada.

**2.10.** Una compañía grande de productos de madera está negociando un contrato para vender chapa en el extranjero. El costo fijo que puede asignarse a la producción de dicho material es de \$900,000 por mes. El costo variable por cada mil pies de tabla es de \$131.50. El precio que se cobrará se va a determinar con la relación  $p = \$600 - (0.05)D$  por cada 1,000 pies de tabla. (2.3).

**Tabla P2.13** Tabla para el problema 2.13

	Sitio A	Sitio B
Distancia promedio de transporte	4 millas	3 millas
Tarifa anual de la renta de un sitio para los desechos sólidos	\$5,000	\$100,000
Costo del transporte	\$1.50/yd <sup>3</sup> -milla	\$1.50/yd <sup>3</sup> -milla

- a)** Para esta situación determine el volumen de ventas mensuales óptimo de este producto, y calcule la utilidad (o pérdida) con el volumen óptimo.
- b)** ¿Cuál es el rango de la demanda que genera utilidades durante un mes?
- 2.11.** Una compañía fabrica y vende un producto de consumo, y ha sido suficientemente capaz de controlar el volumen del producto con la variación del precio de venta. La compañía desea maximizar su utilidad neta. Ha concluido que la relación entre el precio y la demanda, por mes, se aproxima a  $D = 500 - 5p$ , donde  $p$  es el precio por unidad, en dólares. El costo fijo es \$1,000 por mes, y el costo variable es de \$20 por unidad. Responda las preguntas que siguen, tanto en forma analítica como gráfica: (2.3)
- a)** ¿Cuál es el número óptimo de unidades que deben producirse y venderse por mes?
- b)** ¿Cuál es la utilidad máxima por mes?
- c)** ¿Cuáles son las cantidades de equilibrio de las ventas (rango del volumen de la demanda que genera utilidades)?
- 2.12.** Una compañía determinó que el precio y la demanda mensuales de uno de sus productos están relacionados por la ecuación
- $$D = \sqrt{400 - p},$$
- donde  $p$  es el precio unitario en dólares, y  $D$  es la demanda mensual. Los costos fijos asociados son \$1,125/mes, y los variables son de \$100/unidad. (2.3)
- a)** ¿Cuántas unidades deben producirse y venderse cada mes para maximizar la utilidad?
- b)** ¿Cómo saber que la respuesta al inciso anterior maximiza la utilidad?
- c)** ¿Cuál de los valores siguientes de  $D$  representa el punto de equilibrio? ¿Por qué? i. 10 unidades. ii. 15 unidades. iii. 20 unidades. iv. 25 unidades.
- 2.13.** Un lugar para depositar los desechos sólidos de una ciudad debe ubicarse en el sitio A o en el sitio B. Después de seleccionarse, algunos residuos sólidos se transportarán a una planta de energía eléctrica que los usará como combustible. Los datos para el transporte de dichos desperdicios de cada uno de los sitios hacia la planta de energía se presentan en la tabla P2.13.
- a)** Si la planta de energía va a pagar \$8.00 por cada yarda cúbica de los desechos sólidos seleccionados que se lleven a ella, ¿dónde debería ubicarse el depósito de la basura? Adopte el punto de vista de la ciudad y suponga que sólo se transportarán durante un año 200,000 yardas cúbicas de residuos hacia la planta. Debe elegirse un sitio. (2.2)
- b)** En relación con la planta de energía eléctrica, el costo  $Y$  en dólares por hora para producir electricidad es  $Y = 12 + 0.3X + 0.27X^2$ , donde  $X$  está en megawatts. El ingreso en dólares por hora por la venta de la energía es de  $15X - 0.2X^2$ . Encuentre el valor de  $X$  que arroja la utilidad máxima. (2.3)
- 2.14.** Una planta tiene una capacidad para manufacturar 4,100 bombas hidráulicas por mes. El costo fijo es de \$504,000 por mes. El costo variable es de \$166 por bomba, y el precio de venta es de \$328 por bomba. (Suponga que las ventas son iguales al volumen de producción). ¿Cuál es el punto de equilibrio en el número de las bombas por mes? ¿Cuál será la reducción del porcentaje que ocurrirá en el punto de equilibrio, si los costos fijos se reducen en 18% y los costos variables unitarios en 6%? (2.3)
- 2.15.** Suponga que la Corporación ABC tiene una capacidad de producción (y ventas) de \$1,000,000 por mes. Sus costos fijos (en un rango considerable del volumen) son de \$350,000 por mes, y los costos variables son de \$0.50 por dólar de ventas. (2.3)
- a)** ¿Cuál es el punto de equilibrio anual del volumen ( $D'$ )? Construya (grafique) la gráfica del equilibrio.
- b)** ¿Qué efecto tendría sobre  $D'$  la disminución del costo variable por unidad en 25% si en consecuencia los costos fijos se incrementan en 10%?

c) ¿Cuál sería el efecto sobre  $D'$  si los costos fijos disminuyeran un 10% y el costo variable por unidad se incrementara en el mismo porcentaje?

**2.16.** Una compañía produce y vende un producto para el consumidor y es capaz de controlar su demanda variando el precio de venta. La relación aproximada entre el precio y la demanda es

$$p = \$38 + \frac{2,700}{D} - \frac{5,000}{D^2}, \quad \text{para } D > 1,$$

donde  $p$  es el precio por unidad, en dólares, y  $D$  es la demanda por mes. La compañía busca maximizar su utilidad. El costo fijo es de \$1,000 por mes y el variable ( $c_v$ ) es de \$40 por unidad. (2.3)

- a) ¿Cuál es el número de unidades que deben producirse y venderse cada mes con la finalidad de maximizar la utilidad?  
 b) Demuestre que la respuesta al inciso anterior maximiza la utilidad.

**2.17.** Un contratista local de la defensa está pensando producir fuegos artificiales, como una forma de reducir su dependencia de los militares. El costo variable por unidad es de  $\$40D$ . El costo fijo que puede asignarse a la producción de fuegos artificiales es despreciable. El precio que se cobrará por unidad estará determinado por la ecuación  $p = \$180 - 5D$ , donde  $D$  representa la demanda, en unidades vendidas por semana. (2.3)

- a) ¿Cuál es el número óptimo de unidades que debe producir el contratista con el objetivo de maximizar la utilidad por semana?  
 b) ¿Cuál es la utilidad si se produce el número óptimo de unidades?

**2.18.** Una planta de operación tiene costos fijos de \$2,000,000 por año, y su capacidad de producción es de 100,000 aparatos eléctricos por año. El costo variable es de \$40 por unidad, y vende el producto a \$90 por unidad.

a) Construya la gráfica de equilibrio económico.

b) Si la planta opera al 90% de su capacidad, compare la utilidad anual con la utilidad generada cuando opera al 100%. Suponga que el primer 90% de capacidad producida se vende a \$90 por unidad; y el 10% restante de la producción, a \$70 por unidad. (2.3)

**2.19.** El costo fijo por una línea de vapor por metro de tubería es de  $\$450X + \$50$  por año. El costo por las pérdidas de calor en la tubería es de  $\$4.8/X^{1/2}$  por año. Aquí,  $X$  representa el espesor del aislamiento, en metros, y  $X$  es una variable continua de diseño. (2.4)

- a) ¿Cuál es el espesor óptimo del aislamiento?  
 b) ¿Cómo se sabe si la respuesta al inciso anterior minimiza el costo total por año?  
 c) ¿Cuál es el análisis de intercambio básico que se hace en este problema?

**2.20.** Un granjero estima que si cosecha su cultivo de soya en este momento, obtendrá 1,000 fanegas, que puede vender a \$3.00 por fanega. Sin embargo, estima que este cultivo aumentará en 1,200 fanegas adicionales de soya por cada semana que retrase la cosecha, aunque el precio disminuirá con una tasa de 50 centavos por fanega por semana; además, es probable que se echen a perder aproximadamente 200 fanegas semanales por cada semana que se tarde en cosechar. ¿Cuándo debería cosechar su cultivo para obtener el mayor rendimiento efectivo, y cuánto recibiría por su cultivo en ese momento? (2.4)

**2.21.** Un recién graduado de la carrera de ingeniería recibió la encomienda de determinar la mejor tasa de producción para un nuevo tipo de proceso de molde en una fundición. Después de experimentar con muchas combinaciones de tasas de producción por hora y de costo total de producción por hora, resumió los datos que obtuvo en la tabla I. (Véase la tabla P2.21). Entonces, habló con

**Tabla P2.21** Tabla para el problema 2.21

Tabla I	Costo total/hora	\$1,000	\$2,600	\$3,200	\$3,900	\$4,700
	Moldes producidos/hora	100	200	300	400	500
Tabla II	Precio de venta/molde	\$20.00	\$17.00	\$16.00	\$15.00	\$14.50
	Moldes producidos/hora	100	200	300	400	500

el especialista de marketing de la empresa, quien le dio estimaciones del precio de venta por molde como función de la cantidad producida (véase la tabla II). En un año hay 8,760 horas. (2.4)

- a)** ¿Qué tasa de producción recomendaría usted para maximizar las utilidades totales por año?
- b)** ¿Qué tan sensible es la tasa del inciso anterior a los cambios del costo por hora de la producción total?

**2.22.** El costo de operar un barco grande ( $C_O$ ) varía con el cuadrado de su velocidad ( $v$ ); en específico,  $C_O = knv^2$ , donde  $n$  es la longitud del viaje en millas, y  $k$  es una constante de proporcionalidad. Se sabe que a 12 millas/hora el costo promedio de operación es de \$100 por milla. El propietario de la nave desea minimizar el costo de operación, pero debe balancearlo contra el costo de la carga de productos perecederos ( $C_C$ ), que el cliente ha establecido a \$1,500 por hora. ¿A qué velocidad debería planearse realizar el viaje con la finalidad de minimizar el costo total ( $C_T$ ), que es la suma del costo de operación del barco más el costo de la carga de perecederos? (2.4)

**2.23.** Suponga que usted va a hacer un largo viaje a la casa de su abuela, que vive en Seattle, a 3,000 millas de distancia. Ha decidido hacer el viaje en su auto Ford antiguo, que rinde aproximadamente 18 millas por galón a una velocidad de 70 millas por hora. Puesto que la abuela es una cocinera excelente y usted puede quedarse y comer en su casa tanto como desee (gratis), desea trasladarse a Seattle en la forma más económica posible. Sin embargo, a usted le preocupa la tasa de consumo de gasolina a velocidades elevadas. Para balancear dicho costo alto, usted cuenta con el costo de la comida, bocadillos y hospedaje.

¿Cuál es la velocidad promedio óptima a que debería viajar para minimizar el costo total del viaje,  $C_T$ ? (2.4)

$$C_T = C_G + C_{FSS}, \text{ donde}$$

$$C_G = n \times p_g \times f \quad (C_G = \text{costo de gasolina}),$$

$$C_{FSS} = n \times p_{fss} \times v^{-1} \quad (C_{fss} = \text{costo de gasolina, bocadillos y hospedaje}),$$

$n$ : longitud del viaje (millas)

$p_g$ : precio de la gasolina, \$1.26/galón,

$p_{fss}$ : gasto de dinero por hora, \$2/hora, (motel, desayuno, bocadillos, etcétera, \$48 por 24 horas),

$v$ : velocidad promedio del auto (millas/hora)

$f = kv$ , donde  $k$  es una constante de proporcionalidad y  $f$  es la tasa de consumo de gasolina en galones por milla.

**2.24.** Con la información del cuadro que se presenta a continuación resuelva los incisos a) y b). (2.5)

- a)** Compare el costo probable de la parte en la máquina A y la máquina B, si se supone que cada una la fabricará con la misma especificación. ¿Qué máquina produce el costo más bajo de la parte? Suponga que la tasa de interés es despreciable.
- b)** Si el costo del trabajo puede reducirse a la mitad con el uso de empleados a tiempo parcial, ¿qué máquina se recomienda?

	Máquina A	Máquina B
Inversión de capital inicial	\$35,000	\$150,000
Vida	10 años	8 años
Valor de mercado (rescate)	\$3,500	\$15,000
Partes que se requieren por año	10,000	10,000
Costo de mano de obra por hora	\$16	\$20
Tiempo para fabricar una parte	20 minutos	10 minutos
Costo de mantenimiento por año	\$1,000	\$3,000

**2.25.** Los siguientes resultados se obtuvieron después de analizar la eficacia operativa de una máquina para producir con dos velocidades diferentes:

Velocidad	Salida (piezas por hora)	Tiempo entre afilado de la herramienta (horas)
A	400	15
B	540	10

Un juego de herramientas sin afilar cuesta \$1,000, y puede usarse 20 veces. El costo de cada afiladura es de \$25. El tiempo que se requiere para cambiar y reinstalar las herramientas es de 1.5 horas, y los cambios los realiza un especialista a quien se pagan \$15/hora, lo cual incluye el tiempo que la máquina se detiene para que se afilen sus herramientas. Los costos variables generales de la máquina se cobran a razón de \$25/hora, que incluye el tiempo de cambio de herramientas. Se hará una corrida de producción de tamaño fijo (independientemente de la velocidad de la máquina). (2.5)

- a)** ¿A qué velocidad debe operarse la máquina para minimizar el costo total por pieza? Enumere las suposiciones que haga.

- b)** ¿Cuál es el análisis de intercambio básico en este problema?

**2.26.** En el juego de herramientas para cierto torno puede usarse acero para herramientas o acero al carbono. Es necesario afilar las herramientas en forma periódica. La información relevante para cada material se muestra en la tabla P2.26.

**Tabla P2.26** Tabla para el problema 2.26

	Acero al carbono	Acero para herramientas
Producción a velocidad óptima	100 piezas/hora	130 piezas/hora
Tiempo entre afilado de herramientas	3 horas	6 horas
Tiempo que requiere cambiar herramientas	1 hora	1 hora
Costo de herramientas sin filo	\$400	\$1,200
Número de veces que pueden afilarse las herramientas	10	5

El costo del operador del torno es de \$14.00 por hora, que incluye el tiempo necesario para cambiar las herramientas, durante el que el operador permanece sin actividad. El cambiador de herramientas cuesta \$20.00 por hora, sólo por el tiempo que le toma cambiarlas. Los costos variables generales para el torno son de \$28.00 por hora, que incluyen el tiempo para cambiar las herramientas. ¿Qué tipo de acero debe usarse para minimizar el costo conjunto por pieza? (2.5)

**2.27** Una máquina automática puede operarse a tres velocidades, con los resultados siguientes:

Velocidad	Producción (piezas por hora)	Tiempo entre afilado de la herramienta (horas)
A	400	15
B	480	12
C	540	10

Un juego de herramientas sin filo cuesta \$500 y puede afilarse 20 veces. El costo de cada afiladura es de \$25. El tiempo que se requiere para cambiar y reinstalar las herramientas es de 1.5 horas, y los cambios los efectúa un especialista a quien se pagan \$8.00 por hora. Los costos variables generales de la máquina se asignan a razón de \$3.75 por hora, que incluye el tiempo de cambio de las herramientas. ¿A qué velocidad debe operarse la máquina con el objetivo de minimizar el costo total por pieza? La diferencia básica en este problema se da entre la tasa de producción y el uso de la herramienta. (2.5)

**2.28.** Una compañía analiza una situación de fabricar *versus* comprar, para un componente que utiliza en varios productos, y el departamento de ingeniería ha obtenido los datos que siguen:

Opción A: Comprar 10,000 artículos por año a un precio fijo de \$8.50 por cada uno. El costo de ordenar es despreciable, de acuerdo con los procedimientos de contabilidad de costos.

Opción B: Manufacturar 10,000 artículos por año con el uso de la capacidad disponible en la fábrica. Los costos estimados son para el material directo = \$5.00 por artículo, y mano de obra directa = \$1.50 por artículo. El costo general de manufactura se asigna a 200% de mano de obra directa (= \$3.00 por artículo).

**a)** Con base en los datos anteriores, ¿el artículo debe comprarse o fabricarse? (2.5)

**b)** Si se pudiera dar seguimiento al costo general de la fabricación directamente para este artículo (evitando la tasa general del 200%) y resultara ser de \$2.15 por artículo, ¿qué selección se recomendaría? (Con un procedimiento de contabilidad basada en actividades, es posible rastrear el costo general; es incremental a la fabricación de la parte; y consiste en elementos de costo tales como capacitación del personal, manejo de materiales, control de calidad, supervisión e instalaciones.) El costo general que se puede rastrear asociado con la compra de este artículo (certificación del vendedor, parámetros, etc.) es de \$0.50 por artículo.

**2.29.** En el diseño del radiador de un automóvil, un ingeniero puede elegir entre usar un molde hecho de una aleación de latón y cobre, u otro de plástico. Ambos materiales brindan el mismo servicio. No obstante, el molde de aleación de latón y cobre pesa 25 libras, en comparación con las 20 libras que pesa el de plástico. A cada libra de peso adicional del coche se asigna una penalización de \$6 por el aumento en el consumo de gasolina durante el ciclo de vida del vehículo. El molde de aleación de latón y cobre cuesta \$3.35 por libra, mientras que el de plástico cuesta \$7.40 por libra. Los costos de maquinado por molde son de \$6.00 para el de aleación metálica. ¿Qué material debe seleccionar el ingeniero y cuál es la diferencia de costo unitario? (2.5)

**2.30.** Para la producción de la parte R-193, se consideran dos operaciones. La inversión de capital

asociada con cada una de ellas es idéntica. Cada parte terminada incrementa su valor en \$0.40.

La operación 1 produce 2,000 partes por hora. Después de cada hora, el operador debe ajustar las herramientas de la máquina, trabajo que toma 20 minutos. El operador de la máquina para la operación 1 percibe \$20 por hora (lo que incluye incentivos).

La operación 2 produce 1,750 partes por hora, pero la herramienta necesita que el operador la ajuste sólo una vez cada dos horas. Este ajuste toma 30 minutos. Al operador de la máquina para la operación 2 se le paga \$11 por hora (esto incluye incentivos).

Suponga un día de trabajo de ocho horas; además, que todas las partes que se producen pueden venderse. (2.5)

- a) ¿Debería recomendarse la operación 1, o la 2? Demuestre su respuesta.
- b) ¿Cuál es el análisis de intercambio básico en este problema?

**2.31.** Vuelva a resolver el ejemplo 2.12 para el caso en que la capacidad de cada máquina se reduce en 25% debido a fallas en la maquinaria, déficit de materiales y errores del operador. En esta situación, durante los siguientes tres meses deben manufacturarse 30,000 unidades de productos aprobados (sin defectos). Suponga un cambio por día y cinco días de trabajo por semana. (2.5)

- a) ¿Puede cumplirse la orden a tiempo?
- b) Si sólo puede usarse una máquina (*A* o *B*) en el inciso anterior, ¿cuál sería la mejor opción?

**2.32.** Se estudian dos diseños alternativos para el pestillo de un seguro. Los pestillos se venden a \$0.70 cada uno. Cualquier diseño funcionará bien por igual e implicará el mismo costo de material y manufactura, excepto para las operaciones de torneado y perforación.

El diseño *A* requerirá 16 horas de tiempo de torneado y 4.5 horas de tiempo de perforación por cada 1,000 unidades. El diseño *B* requerirá de 7 horas de tiempo de torneado y 12 horas de tiempo de perforación por cada 1,000 unidades. El costo variable de operación del torno, que incluye la mano de obra, es de \$18.60 por hora. El costo variable de operación del taladro, mano de obra incluida, es de \$16.90 por hora. Por último, existe un costo sumergido (oculto) de \$5,000 para el diseño *A* y de \$9,000 para el *B*, debido a herramientas obsoletas. (2.5)

- a) ¿Cuál diseño debería adoptarse si cada año se venden 125,000 unidades?
- b) ¿Cuál es el ahorro anual por encima del otro diseño?

**2.33.** En algunos países, se exige a los conductores que manejen con las luces encendidas en todo momento. General Motors está comenzando a equipar sus vehículos con luces diurnas de carretera. La mayoría de la gente estaría de acuerdo en que manejar con las luces encendidas por la noche es eficaz en cuanto a costo, con respecto al consumo adicional de combustible y otras consideraciones de seguridad. De acuerdo con los siguientes datos y con cualquier suposición que usted crea necesaria, analice la eficacia del costo de manejar con las luces encendidas durante el día, respondiendo las preguntas que siguen [eficacia del costo significa que los beneficios superan (exceden) los costos]: (2.5)

75% de las actividades de manejo tienen lugar durante el día.

2% del consumo de combustible se debe a los accesorios (radio, luces, etcétera).

Costo del combustible = \$1.15 por galón.

Distancia promedio que se viaja por año = 15,000 millas.

Costo promedio de un accidente = \$2,500.

Precio de compra de luces = \$25 por juego (dos faros).

Tiempo promedio de operación del carro por año = 350 horas.

Vida promedio de un faro = 200 horas de operación.

Consumo promedio de combustible = 1 galón por cada 30 millas.

a) ¿Cuáles son los costos adicionales asociados al manejar con las luces encendidas durante el día?

b) ¿Cuáles son los beneficios asociados con manejar con las luces encendidas en el día?

c) ¿Qué suposiciones adicionales (si hubiera) necesita para realizar el análisis?

d) ¿Es eficaz en cuanto al costo manejar con las luces encendidas durante el día? Asegúrese de apoyar su recomendación con los cálculos que sean necesarios.

**2.34.** Suponga que usted es un ingeniero mecánico que enfrenta el problema de diseñar un acoplamiento rígido, que se usará para unir dos ejes de instrumentos que embonan, para una orden de un cliente especial. Sólo se producirán 40 acoplamientos, y no hay razón alguna para suponer que la orden se repetiría en el futuro cercano. El acoplamiento es muy sencillo y puede elaborarse a base de una barra de acero del inventario. El departamento de ingeniería de producción indica que se dispone de dos métodos de maquinado. La tabla siguiente resume los datos para la producción del torno de metal y las alternativas de

producción automática de tornillos para el acoplamiento rígido.

**Costos comparativos de dos procesos de producción**

	Torno	Máquina automática de tornillos
Tasa de producción	4 piezas/hora	18 piezas/hora
Costo de la máquina	\$5/hora	\$25/hora
Costo de arranque (mano de obra)	—	\$15
Costo de operación (mano de obra)	\$15/hora	\$12/hora
Costo del material	El mismo	El mismo
Costo de supervisión	El mismo	El mismo

Como la máquina automática de tornillos es un dispositivo más complejo y versátil que el torno de columna, no es sorprendente que su costo por hora sea mayor. Se requiere un operador de máquinas hábil para operar el torno, mientras que alguien con menor preparación atendería la máquina de tornillos. El cargo por el arranque de la máquina de tornillos implica pagar por los servicios de una persona muy especializada que hace el ajuste inicial de su operación. Luego, el operador la deja abastecida de materia prima. Los costos de materia prima y de supervisión serían independientes del método de producción. Las herramientas reales de corte para una máquina automática de tornillos es probable que sean más caros que los del torno, ya que la máquina opera con una mayor velocidad de corte. Sin embargo, para esta operación tan breve (40 unidades), el uso de herramientas sería despreciable, y puede ignorarse su costo. (2.5).

- a) Calcule el costo de producir el acoplamiento con cada método.
- b) ¿Cómo varía el costo por parte con el número de artículos que se producen? Elabore una gráfica para ilustrar su respuesta.

**2.35.** Un método para desarrollar una mina que contiene 100,000 toneladas de mineral, aproximadamente, daría lugar a una recuperación del 62% del depósito mineral disponible y costaría \$23 por tonelada de material extraído. Un segundo método de desarrollo recuperaría solamente el 50% del depósito mineral, pero sólo costaría \$15 por tonelada de material extraído. El proceso siguiente de la remoción de mineral recupera 300 libras de metal por cada tonelada de mineral que se procesa y cuesta \$40 por tonelada de mineral procesado. El metal que se recupera puede venderse a \$0.80 por libra. ¿Qué método para desarrollar la mina es aconsejable si el objetivo es maximizar la utilidad total de la mina? (2.5)

**2.36.** El agua de mar contiene 0.9 onzas de oro por tonelada. El método A cuesta \$220 por tonelada de agua que se procesa y recupera el 85% del metal. El método B cuesta \$160 por tonelada de agua procesada y recuperaría el 65% del metal. Los dos métodos requieren que se haga la misma inversión y son capaces de producir la misma cantidad de oro por día. Si el oro que se extrae puede venderse a \$350 por onza, ¿qué método de extracción debe usarse? Suponga que el suministro de agua de mar es ilimitado. Resuelva este problema sobre la base de la utilidad por onza de oro extraído. (2.5)

**2.37.** ¿Cuáles de los siguientes enunciados son verdaderos y cuáles falsos? (todas las secciones)

- a) El capital de trabajo es un costo variable.
- b) El mayor potencial para ahorrar en los costos ocurre en la fase de operación del ciclo de vida.
- c) Si la capacidad de una operación cambia en forma significativa (por ejemplo, una planta de manufactura), los costos fijos también cambian.
- d) El costo de la inversión inicial para un proyecto es un costo no recurrente.
- e) Los costos variables por unidad producida son un costo recurrente.
- f) Un costo no en efectivo es un flujo de efectivo.
- g) Los bienes y servicios tienen utilidad puesto que tienen el poder de satisfacer los deseos y las necesidades de los seres humanos.
- h) La demanda para las necesidades es más inelástica que las demandas de los lujos.
- i) Los costos indirectos normalmente pueden asignarse a una salida específica o actividad de trabajo.
- j) Los estudios económicos presentes a menudo se realizan cuando el valor del dinero en el tiempo no es un factor significativo en la situación.
- k) Normalmente, los costos generales incluyen todos los costos que no son directos.
- l) El volumen óptimo (demanda) ocurre cuando los costos totales son iguales a los ingresos totales.
- m) Los costos estándar por unidad se establecen por anticipado a la producción real o al servicio que se presta.
- n) Un costo sumergido relativo normalmente afecta los flujos de efectivo en prospectiva asociados con una situación.
- o) El ciclo de vida necesita definirse dentro del contexto de la situación específica.
- p) La mayor asignación de los costos ocurre en la fase de adquisición del ciclo de vida.
- 2.38.** Un componente del costo del ciclo de vida de un sistema es el costo del sistema de fallas. Los costos de las fallas tienden a reducirse si se diseña un sistema más confiable. Una expresión simplificada para el costo de ciclo de vida del sistema,

$C$ , se escribe como función de la tasa de fallas del sistema:

$$C = \frac{C_I}{\lambda} + C_R \cdot \lambda \cdot t.$$

donde  $C_I$  = costo de la inversión (\$ por hora por falla),

$C_R$  = costo de reparar el sistema

$\lambda$  = tasa de fallas del sistema (fallas/hora de operación),

$t$  = horas de operación.

- a) Suponga que  $C_I$ ,  $C_R$  y  $t$  son constantes. Obtenga una expresión para  $\lambda$ , digamos  $\lambda^*$ , que optimice a  $C$ . (2.4)
- b) ¿La ecuación del inciso anterior corresponde a un valor máximo o mínimo de  $C$ ? Demuestre todo lo necesario para dar sustento a su respuesta.
- c) ¿Qué tipo de intercambio se realiza en este problema?

- 2.39.** Un fabricante de partes para bicicleta produce cubos para ruedas de bicicleta. Para manufacturarlos, son posibles dos procesos cuyos parámetros se muestran a continuación:

	Proceso 1	Proceso 2
Tasa de producción	35 partes/hora	15 partes/hora
Tiempo diario de producción	4 horas/día	7 horas/día
Porcentaje de partes que se rechazan con base en la inspección visual	20%	9%

Suponga que la demanda diaria de cubos permite que se vendan todos los que no tengan defectos. Además, los cubos probados o rechazados no pueden venderse.

Determine cuál proceso maximiza la utilidad por día si cada parte se hace a partir de material que cuesta \$4 y puede venderse en \$30. Ambos procesos son automáticos por completo, y el costo variable general se asigna a razón de \$40 por hora (2.5)

- 2.40. Rompecabezas.** La sección estudiantil de la Sociedad Americana de Ingenieros Mecánicos está planeando un viaje de 6 días a la conferencia nacional en Albany, NY. Para transportarse, el grupo rentará un automóvil del *State Tech Motor Pool* o de un arrendador local. El *Motor Pool* cobra \$0.26 por milla, no tiene tarifa diaria y paga la gasolina. El arrendador de autos cobra \$25 por día y \$0.14 por milla, pero el grupo debe encargarse de la gasolina. La gasolina para autos rinde 20 millas por galón, y su precio se estima en \$1.20 por galón. (2.3)
- a) ¿En qué punto, en millas, es igual el costo de ambas opciones?
  - b) El arrendador de autos ha ofrecido un descuento especial para estudiantes y les dará 100 millas gratis por día. ¿Cuál es el nuevo punto de equilibrio?
  - c) Ahora, suponga que el *Motor Pool* reduce su tarifa *todo incluido* a \$0.23 por milla y que el arrendador de autos incrementa su tarifa a \$25 por día y \$0.21 por milla. En este caso, el arrendador desea hacer atractivo el negocio para los estudiantes, de manera que les ofrece 1,000 millas gratis para todo el viaje de 6 días. Afirma que si se manejan más de 882 millas, los estudiantes saldrán adelante con uno de sus autos rentados. Si los estudiantes piensan manejar 1,600 millas (en total), ¿a quién debían rentar el vehículo? ¿La afirmación del arrendador es correcta por completo?

# Relaciones dinero-tiempo y sus equivalencias

*El objetivo de este capítulo es describir el rendimiento del capital en forma de interés (o utilidad), e ilustrar la manera en que se realizan los cálculos de las equivalencias básicas con respecto al valor del dinero en el tiempo, en los estudios de ingeniería económica.*

---

## **En este capítulo se estudian los siguientes temas:**

- Rendimiento del capital
- Orígenes del interés
- Interés simple
- Interés compuesto
- El concepto de equivalencia
- Diagramas y tablas del flujo de efectivo
- Fórmulas de interés
- Secuencias aritméticas de los flujos de efectivo
- Secuencias geométricas de los flujos de efectivo
- Tasas de interés que varían con el tiempo
- Tasas de interés nominales *versus* efectivas
- Interés continuo

---

### **3.1 Introducción**

El término *capital* se refiere a la riqueza en forma de dinero o propiedades que puede utilizarse para generar más riqueza. La mayor parte de los estudios de ingeniería incluyen la aplicación del capital durante periodos largos, de manera que es necesario considerar el efecto del tiempo. En este contexto, se reconoce que un dólar tiene más valor hoy que den-

tro de un año o más tiempo, por el interés (o la utilidad) que puede generar. Por lo tanto, el dinero tiene un *valor en el tiempo*.

### 3.2 ¿Por qué considerar el rendimiento del capital?

El capital en la forma del dinero que se requiere para personas, maquinaria, materiales, energía y otras cosas necesarias para la operación de una organización se clasifica en dos categorías básicas: el *capital propio*, que es el que poseen los individuos que invierten su dinero o propiedades en un proyecto u operación de negocios, con la esperanza de obtener una utilidad; y el *capital de deuda*, al que con frecuencia se llama *capital prestado*, se obtiene de prestamistas (por ejemplo, mediante la firma de documentos) para la inversión. A cambio, los prestamistas reciben un interés de los prestatarios.

Es normal que los prestamistas no reciban ningún otro beneficio acumulable a partir de la inversión del capital prestado. No son los propietarios de la organización y no corren tanto riesgo como ellos al llevar a cabo el proyecto o la empresa. Entonces, el rendimiento fijo, en forma de interés, sobre el capital que prestaron es más seguro (es decir, tiene menos riesgo) que la percepción de utilidades por parte de los dueños del capital propio. Si el proyecto o la empresa tienen éxito, el rendimiento (utilidad) para los dueños del capital propio puede ser mucho mayor que el interés que reciban los prestamistas del capital de deuda. No obstante, los dueños podrían perder algo o todo el dinero invertido, mientras que los prestamistas, aun en tal caso, podrían recibir todo el interés que se les adeuda más la reposición del dinero que prestaron a la empresa.

Existen razones fundamentales por las que el rendimiento del capital, en forma de interés y utilidad, es un ingrediente esencial de los estudios de ingeniería económica. En primer lugar, el interés y las utilidades son el pago a los proveedores de capital por abstenerse de disponer de éste durante el tiempo que se utilice. El hecho de que el proveedor llegue a obtener un rendimiento del capital actúa como un *incentivo* para acumular capital a través del ahorro, es decir, con la posposición del consumo inmediato con el objetivo de crear riqueza futura. En segundo lugar, el interés y la utilidad constituyen los pagos por el *riesgo* que corre el inversionista al permitir que otra persona u organización utilice su capital.

En situaciones típicas, los inversionistas deben decidir si el rendimiento que esperan de su capital es suficiente para justificar su participación en un proyecto o una empresa que se les propone. Si su capital se invirtiera en un proyecto, los inversionistas esperarían, como mínimo, recibir un rendimiento, por lo menos, igual a la cantidad que sacrificaron por no usarlo en alguna otra oportunidad disponible de riesgo comparable. Dicho interés o utilidad disponible a partir de una alternativa de inversión es el *costo de oportunidad* de utilizar el capital en la actividad propuesta. Así, ya se trate de capital prestado o propio, existe un costo por emplearlo, en el sentido de que el proyecto y la empresa deben proporcionar un rendimiento suficiente que resulte atractivo, desde el punto de vista financiero, para los proveedores del dinero o las propiedades.

En resumen, siempre que se requiera capital para los proyectos de ingeniería y otra clase de empresas, resulta esencial que su costo (esto es, valor en el tiempo) reciba una análisis apropiado. El resto del presente capítulo examina los principios del valor del dinero en el tiempo, lo cual tiene importancia vital para la evaluación adecuada de los proyectos de ingeniería que constituyen el fundamento de la competitividad de una compañía y, por lo tanto, de su supervivencia.

### 3.3 Orígenes del interés

Al igual que los impuestos, el interés ha existido desde los tiempos más antiguos que registra la historia humana. Los registros revelan su existencia en Babilonia, en el año 2000 a.C. En su forma más primitiva, el interés se pagaba en dinero por usar granos y otros bienes que se prestaban; también se pagaba en forma de semillas y otros artículos. Muchas de las prácticas actuales relacionadas con el interés provienen de las costumbres originales al prestar y devolver cereales y otros cultivos.

La historia también revela que la idea del interés estaba tan arraigada, que ya en el año 575 a.C. existía una firma de banqueros internacionales, que tenía su casa matriz en Babilonia. El ingreso de dicha compañía provenía de las elevadas tasas de interés que cobraba por permitir usar su dinero para financiar el comercio internacional.

De acuerdo con la historia antigua escrita, las tasas de interés anuales típicas sobre los préstamos de dinero oscilaban entre el 6 y el 25%, aunque en algunos casos previstos por la ley se permitían tasas tan altas como el 40%. El cobro de tasas de interés exorbitantes sobre los préstamos se denominaba *usura*, que desde tiempos de la Biblia estaba prohibida (véase el *Exodo 22:21-27*).

Durante la Edad Media, por lo general estaba fuera de la ley el cobro de intereses por préstamos monetarios con garantía de escrituras de terrenos. En 1536 Juan Calvin estableció la teoría protestante de la usura que refutaba la idea de que el interés era ilegal. En consecuencia, el cobro de intereses fue visto de nuevo como parte legal y esencial de la práctica de los negocios. Con el tiempo, se publicaron tablas de interés que estuvieron a disposición del público.

### 3.4 Interés simple

Se dice que el interés y la tasa correspondiente son *simples* si el interés total que se obtiene o se cobra es una proporción lineal de la cantidad inicial del préstamo (principal), la tasa de interés y el número de períodos de interés por los que se hizo el préstamo. En la práctica comercial contemporánea no es común que se utilice el interés simple.

Si se aplica interés simple, el interés total,  $I$ , que se obtiene o se paga, se calcula con la fórmula siguiente:

$$I = (P)(N)(i), \quad (3.1)$$

donde  $P$  = cantidad principal que se da o obtiene en préstamo,

$N$  = número de períodos de interés (por ejemplo, años)

$i$  = tasa de interés por periodo.

La cantidad total que se paga al final de  $N$  períodos de interés es  $P + I$ . Así, si se prestan \$1,000 durante tres años, a una tasa de interés simple del 10% anual, el interés que se obtiene sería de

$$I = \$1,000 \times 3 \times 0.10 = \$300.$$

La cantidad total que se debería al final de los tres años sería de  $\$1,000 + \$300 = \$1,300$ . Observe que la cantidad acumulada por concepto del interés percibido es una función lineal del tiempo hasta que se pague el interés (por lo general, no antes de que finalice el periodo  $N$ ).

### 3.5 Interés compuesto

Se dice que el interés es *compuesto* siempre que el cobro de éste por cualquier *periodo* de interés (por ejemplo un año) se base en la cantidad principal que resta más cualquier cargo por intereses acumulados hasta el *comienzo* de ese periodo. El efecto de la composición del interés se observa en la tabla siguiente, para un préstamo de \$1,000 durante tres periodos, a una tasa de interés del 10% compuesto cada periodo.

Periodo	(1) Cantidad que se adeuda al principio del periodo	(2) = (1) × 10% Intereses generados durante el periodo	(3) = (1) + (2) Cantidad que se adeuda al final del año
1	\$1,000	\$100	\$1,100
2	\$1,100	\$110	\$1,210
3	\$1,210	\$121	\$1,331

Como se aprecia, al final del tercer periodo se deberá pagar un total de \$1,331. Si la duración de un periodo es de un año, la cifra de \$1,331 al final de los tres períodos (años) puede compararse con los \$1,300 que se mencionaron antes para el mismo problema con interés simple. En la figura 3.1 se muestra la comparación gráfica del interés simple con el compuesto. La diferencia se debe al efecto de la *capitalización*,\* que en esencia es el cálculo del interés sobre el interés generado en forma previa. Esta diferencia será mucho mayor para cantidades de dinero mayores, tasas de interés más elevadas o un número mayor de períodos de interés. Entonces, el interés simple considera el valor del dinero en el tiempo aunque no incluye la capitalización de los intereses. En la práctica, el interés compuesto es mucho más común que el interés simple, y se usará en lo que resta de este libro.

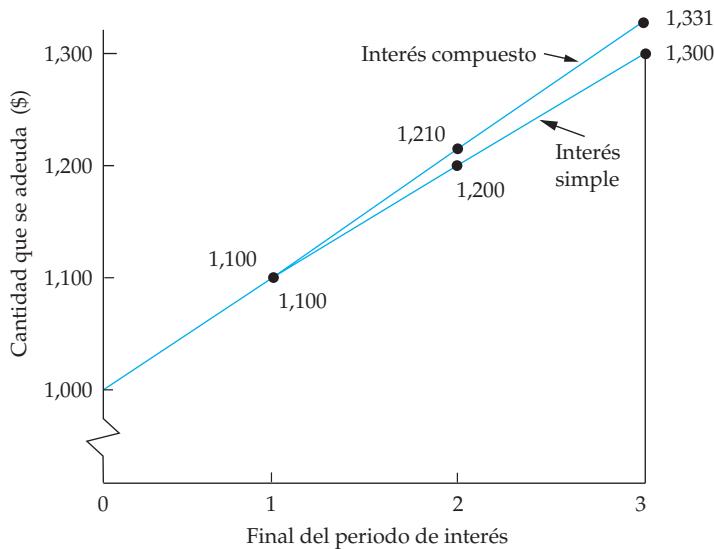


Figura 3.1 Ilustración del interés simple versus el compuesto

### 3.6 El concepto de equivalencia

Las alternativas deben compararse hasta donde sea posible cuando producen resultados similares, sirven al mismo propósito o cumplen la misma función. Esto no siempre se logra en ciertos tipos de estudios económicos, como se verá más adelante, aunque ahora nuestra atención se centra en responder la pregunta: ¿cómo se comparan las alternativas que proporcionan el mismo servicio o desempeñan la misma función, cuando el interés desempeña un papel a lo largo de períodos extensos? En tales casos, se debe considerar la comparación de las opciones alternativas, o propósitos, reduciéndolas a una *base equivalente* que dependa de 1. la tasa de interés; 2. las cantidades de dinero implicado; 3. el tiempo de los ingresos o egresos de dinero, y 4. la forma en que se paga el interés, o la utilidad, sobre el capital invertido y cómo se recupera el capital inicial.

Para comprender mejor la mecánica del interés y para ampliar el concepto de equivalencia económica, considere la situación cuando solicitamos un préstamo de \$8,000 y acordamos pagarla dentro de cuatro años con una tasa de interés del 10% anual. Existen muchos planes con los que puede pagarse el principal de ese préstamo (es decir, los \$8,000) y el interés que genera. Por sencillez, se han seleccionado cuatro planes para demostrar la idea de equivalencia económica. En este contexto, *equivalencia* significa que los cuatro planes son deseables por igual para el prestatario. En cada plan, la tasa de interés es del 10% anual y la cantidad original que se obtuvo en préstamo es de \$8,000; entonces, las diferencias entre los planes se relacionan con los puntos 3. y 4. que se mencionan en el párrafo anterior. La tabla 3.1 muestra los cuatro planes, y con un análisis breve observará que todos son *equivalentes* a una tasa de interés del 10% anual.

En el plan 1, al final de cada uno de los cuatro años se hace un pago de \$2,000 del principal. De lo anterior resulta que el interés que se paga al final de un año en particular se ve afectado por lo que aún se debe al *principio* de ese año. Nuestro pago al fin de año es de sólo \$2,000, y el interés debe calcularse sobre la cantidad que se adeuda al comienzo del año.

El plan 2 indica que no se paga nada del principal, sino hasta el final del cuarto año. Nuestro interés cuesta \$800 cada año, y se paga al final de los años 1 a 4. Como no se acumulan intereses en los planes 1 y 2, no existe interés compuesto alguno. Observe que en el plan 2 se pagan \$3,200 de interés, mientras que en el plan 1 sólo \$2,000. En el plan 2 se tiene el uso de los \$8,000 del principal durante 4 años, pero, en promedio, se usa mucho menos de \$8,000 en el plan 1.

El plan 3 requiere que se paguen cantidades iguales de \$2,524 al final de cada año. Más adelante, en la sección 3.9 de este capítulo, se mostrará la forma en que se calculó dicha cifra. Para nuestros propósitos de este momento, el lector debe observar que los cuatro pagos iguales de los fines de año del plan 3 cubren el pago de los \$8,000 del principal con intereses del 10% anual. Además, en el plan 3 existe interés compuesto.

Por último, el plan 4 muestra que durante los primeros tres años del periodo del préstamo no se pagan ni intereses ni el principal. Es después, al final del cuarto año, que el principal del préstamo original más los intereses acumulados durante los cuatro años se pagan en una sola exhibición de \$11,712.80 (cifra que en la tabla 3.1 se redondeó a \$11,713). El plan 4 supone interés compuesto. La cantidad total de intereses que se pagan en el plan 4 es la mayor de los cuatro planes que se consideran. En el plan 4 no sólo se difiere el pago del principal hasta que termina el cuarto año, sino que también se pospone hasta ese momento el pago de los intereses. Si las tasas de interés anuales aumentaran por arriba del 10% durante el periodo del préstamo, ¿comprende usted por qué el plan 4 le sacaría canas a los banqueros?

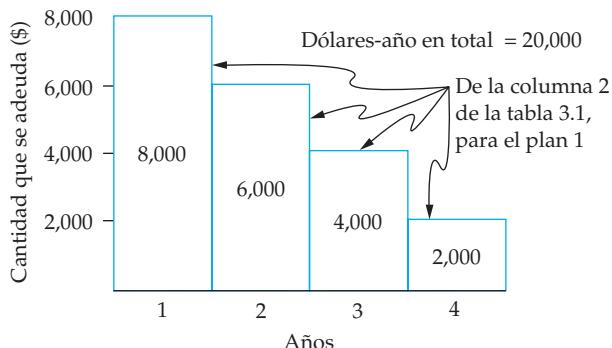
Esto nos remite de nuevo al concepto de equivalencia económica. Si las tasas de interés permanecen constantes en el 10% para los cuatro planes que se muestran en la tabla 3.1, todos ellos son equivalentes. Esto supone que podríamos tomar y otorgar préstamos al 10% de interés con libertad. Es decir, seríamos indiferentes respecto de que el principal

**Tabla 3.1 Cuatro planes para el pago de \$8,000 en cuatro años, con una tasa de interés del 10% anual**

(1) Año	(2) Cantidad que se adeuda al principio del año	(3) = 10% × (2) Interés que se genera en el año	(4) = (2) + (3) Dinero que se adeuda en total al final del año	(5) Pago del principal	(6) = (3) + (5) Pago total al final del año (flujo de efectivo)
<i>Plan 1: Al final de cada año se pagan \$2,000 del principal más el interés que se debe</i>					
1	\$8,000	\$800	\$8,800	\$2,000	\$2,800
2	6,000	600	6,600	2,000	2,600
3	4,000	400	4,400	2,000	2,400
4	2,000	200	2,200	2,000	2,200
	<u>20,000</u>	<u>\$-Año</u>	<u>\$2,000</u>	<u>\$8,000</u>	<u>\$10,000</u>
			(interés total)		(cantidad total que se paga)
<i>Plan 2: Al final de cada año se pagan los intereses que se adeudan, y el principal al terminar los cuatro años</i>					
1	\$8,000	\$800	\$8,800	\$0	\$800
2	8,000	800	8,800	0	800
3	8,000	800	8,800	0	800
4	8,000	800	8,800	8,000	8,800
	<u>32,000</u>	<u>\$-Año</u>	<u>\$3,200</u>	<u>\$8,000</u>	<u>\$11,200</u>
			(interés total)		(cantidad total que se paga)
<i>Plan 3: Se hacen cuatro pagos iguales al final de cada año</i>					
1	\$8,000	\$800	\$8,800	\$1,724	\$2,524
2	6,276	628	6,904	1,896	2,524
3	4,380	438	4,818	2,086	2,524
4	2,294	230	2,524	2,294	2,524
	<u>20,960</u>	<u>\$-Año</u>	<u>\$2,096</u>	<u>\$8,000</u>	<u>\$10,096</u>
			(interés total)		(cantidad total que se paga)
<i>Plan 4: Se hace un solo pago al final del cuarto año, por concepto del principal y los intereses (aquí, la columna 6 ≠ columna 3 + columna 5)</i>					
1	\$8,000	\$800	\$8,800	\$0	\$0
2	8,800	880	9,680	0	0
3	9,680	968	10,648	0	0
4	10,648	1,065	11,713	8,000	11,713
	<u>37,130</u>	<u>\$-Año</u>	<u>\$3,713</u>	<u>\$8,000</u>	<u>\$11,713</u>
			(interés total)		(cantidad total que se paga)

se pagará en una etapa temprana de la vida del préstamo (planes 1 y 3) o que se pagará al final del cuarto año (planes 2 y 4). En general, la equivalencia económica se establece cuando se es indiferente entre un pago futuro, o serie de pagos futuros, y una suma de dinero en el presente.

Para ver por qué son equivalentes los cuatro planes de la tabla 3.1 con el 10% de interés, se podría graficar la cantidad que se adeuda al comienzo de cada año (columna 2) *versus* el año. El área bajo el diagrama de barras que resulta, representa los *dólares-año* que se deben. Por ejemplo, el plan 1 representa 20,000, que se obtiene de la gráfica siguiente:



Si para cada plan se calcula el total de dólares-año y se divide entre el total de intereses que se pagan durante los cuatro años (la suma de la columna 3), se encuentra que la razón es constante:

Plan	Área bajo la curva (dólares-año) (Suma de la columna 2 de la tabla 3.1)	Interés total que se paga (Suma de la columna 3 de la tabla 3.1)	Razón del interés total a los dólares-año
1	\$20,000	\$2,000	0.10
2	32,000	3,200	0.10
3	20,960	2,096	0.10
4	37,130	3,713	0.10

Como la razón es constante e igual a 0.10 para todos los planes, se deduce que todos los métodos para pagar que se consideran en la tabla 3.1 son equivalentes, aun cuando cada uno implica un pago total distinto al terminar cada año en la columna 6. Una cantidad diferente de dólares-año que se toma en préstamo, en sí misma, no significa necesariamente que los planes distintos de pago *sean o no sean* equivalentes. En resumen, se establece la equivalencia cuando el interés total que se paga, dividido entre los dólares-año de lo que se toma en préstamo, es una razón constante entre los planes de financiamiento (esto es, alternativas).

Un último punto importante que se debe destacar es que los planes de pago del préstamo de la tabla 3.1 sólo son equivalentes a una tasa de interés del 10%. Si dichos planes se evaluaran para una tasa diferente del 10%, con los métodos que se presentan en una parte posterior de este capítulo, quizás alguno de los planes resultara superior a los otros.

tres. Por ejemplo, si se hubiera prestado \$8,000 con un interés del 10%, y luego se incrementara el costo del dinero prestado a 15%, el *acreedor* preferiría el plan 1 con el objetivo de recuperar sus fondos con rapidez y reinvertirlos en cualquier otro proyecto con tasas de interés más elevadas.

### 3.7 Notación, diagramas y tablas de flujo de efectivo

En las fórmulas de los cálculos para interés compuesto se emplea la notación siguiente:

$i$  = tasa de interés efectivo por periodo de interés;

$N$  = número de periodos de capitalización;

$P$  = monto de dinero a valor presente; valor *equivalente* de uno o varios flujos de efectivo en un punto de referencia del tiempo, llamado presente;

$F$  = monto de dinero a valor futuro; valor *equivalente* de uno o varios flujos de efectivo en un punto de referencia del tiempo, llamado futuro;

$A$  = flujos de efectivo al final de periodo (o valores *equivalentes* de fin de periodo) en una serie uniforme para un número específico de periodos, desde el final del primer periodo hasta el último.

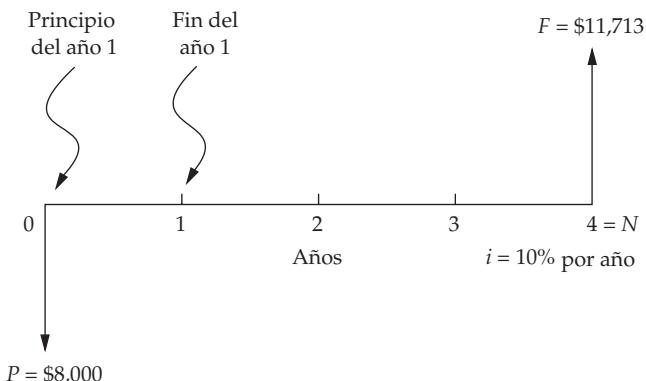
Es muy recomendable usar diagramas y tablas de flujo de efectivo (tiempo), para las situaciones donde el analista necesita aclarar o visualizar lo que pasa cuando los flujos de efectivo suceden en diferentes momentos. Además, el punto de vista (¿recuerda el principio 3?) es una característica esencial de los diagramas de flujo de efectivo.

La diferencia entre los flujos de entradas de efectivo totales (ingresos) y los flujos de salidas de efectivo (egresos) para un periodo específico de tiempo (por ejemplo, un año) es el flujo neto de efectivo para el periodo. Como se analizó en el capítulo 2, los flujos de efectivo son importantes en la ingeniería económica porque constituyen la base para evaluar las alternativas. Más aún, la utilidad de un diagrama de flujo de efectivo en la resolución de problemas de análisis económico es análoga a la de los diagramas de cuerpo libre para los problemas de mecánica.

La figura 3.2 muestra el diagrama de flujo de efectivo para el plan 4 de la tabla 3.1, y la figura 3.3 ilustra los flujos netos de efectivo del plan 3. Estas dos figuras también ilustran la definición de los símbolos precedentes y su ubicación en un diagrama de flujo de efectivo. Observe que todos los flujos de efectivo se han colocado al final del año para corresponder con la convención que se empleó en la tabla 3.1. Además, se ha especificado el punto de vista.

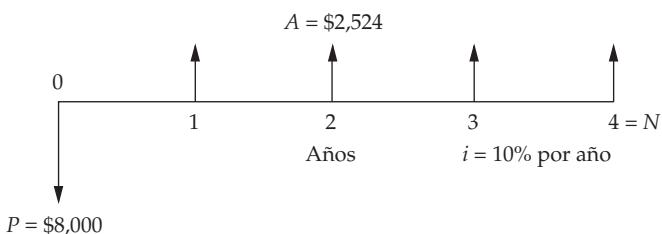
El diagrama de flujo de efectivo emplea varias convenciones:

1. La línea horizontal es una *escala de tiempo*, con el avance del tiempo de izquierda a derecha. Los letreros del periodo (año, trimestre, mes) pueden aplicarse a intervalos del tiempo en lugar de a los puntos en la escala del tiempo. Por ejemplo, advierta que el final del periodo 2 coincide con el comienzo del periodo 3. Cuando se utiliza la convención de final de periodo de los flujos de efectivo, los números de los periodos se colocan al final de cada intervalo de tiempo, como se ilustra en las figuras 3.2 y 3.3.



**Figura 3.2** Diagrama del flujo de efectivo para el plan 4 de la tabla 3.1  
(punto de vista de quien hace el préstamo)

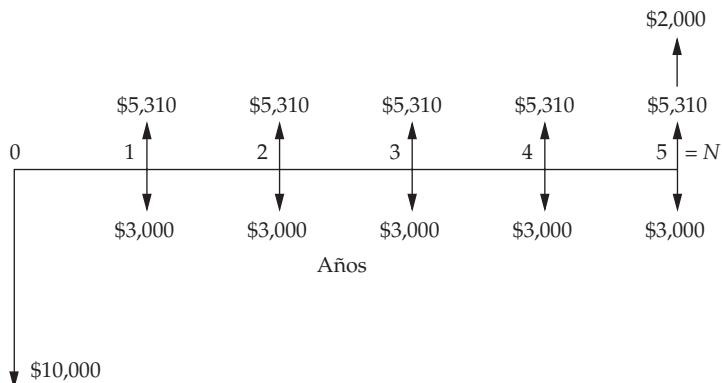
2. Las flechas significan flujos de efectivo y se colocan al final del periodo. Si fuera necesario hacer una distinción, las flechas que apuntan hacia abajo representan egresos (flujos de efectivo negativos o salidas de efectivo) y las flechas hacia arriba representan ingresos (flujos de efectivo positivos o entradas de efectivo).
3. Un diagrama de flujo de efectivo depende del punto de vista. Por ejemplo, las situaciones que se muestran en las figuras 3.2 y 3.3 se basan en el flujo de efectivo tal como lo ve quien hace el préstamo. Si las direcciones de todas las flechas se invirtieran, el diagrama del problema sería desde el punto de vista de quien recibe el préstamo.



**Figura 3.3** Diagrama del flujo de efectivo para el plan 3 de la tabla 3.1  
(punto de vista de quien hace el préstamo)

### EJEMPLO 3.1

Antes de evaluar las bondades económicas de una propuesta de inversión, la corporación XYZ insiste en que sus ingenieros desarrollen un diagrama de flujo de efectivo de la propuesta. Puede realizarse una inversión de \$10,000 que producirá ingresos uniformes anuales de \$5,310 durante cinco años, y luego tendrá un valor de mercado (rescate) de \$2,000 al final del año número cinco. Los gastos anuales serán de \$3,000 al final de cada año para la operación y mantenimiento del proyecto. Dibuje un diagrama de flujo de efectivo para los cinco años de vida del proyecto. Utilice el punto de vista de la corporación.



**Figura 3.4** Diagrama del flujo de efectivo del ejemplo 3.1

### SOLUCIÓN

Como se muestra en la figura 3.4, la inversión inicial de \$10,000 y los gastos anuales de \$3,000 son flujos de salida, mientras que los ingresos anuales y el valor de mercado son flujos de entrada.

Observe que el comienzo de un año dado es el final del precedente. Por ejemplo, el comienzo del año 2 es el final del año 1.

El ejemplo 3.2 presenta una situación donde los flujos de efectivo se representan en forma tabular para facilitar el análisis de los planes y de los diseños.

### EJEMPLO 3.2

En la renovación de el pequeño edificio de oficinas de una empresa, se identificaron dos alternativas factibles para actualizar el sistema de calefacción, ventilación y aire acondicionado (CVAA). Debe implantarse ya sea la alternativa A o la alternativa B. Los costos son los siguientes:

Alternativa A	<i>Reconstruir (reparación total) el sistema de CVAA</i>	
	• Equipo, mano de obra y materiales por reconstruir .....	\$18,000
	• Costo anual de la electricidad .....	32,000
	• Gastos anuales de mantenimiento.....	2,400
Alternativa B	<i>Instalar un sistema de CVAA nuevo que utiliza los ductos que ya existen</i>	
	• Equipo, mano de obra y materiales por instalar .....	\$60,000
	• Costo anual de la electricidad .....	9,000
	• Gastos anuales de mantenimiento.....	16,000
	• Reemplazo de un componente importante dentro de cuatro años	9,400

**Tabla 3.2** Tabla de flujo de efectivo del ejemplo 3.2

Final del año	Alternativa A Flujo neto de efectivo	Alternativa B Flujo neto de efectivo	Diferencia $(B - A)$	Diferencia acumulada
0 (Ahora)	-\$18,000	-\$60,000	-\$42,000	-\$42,000
1	-34,400	-25,000	9,400	-32,600
2	-34,400	-25,000	9,400	-23,200
3	-34,400	-25,000	9,400	-13,800
4	-34,400	-25,000 - 9,400	0	-13,800
5	-34,400	-25,000	9,400	-4,400
6	-34,400	-25,000	9,400	5,000
7	-34,400	-25,000	9,400	14,400
8	-34,400 + 2,000	-25,000 + 8,000	15,400	29,800
Total	-\$291,200	-\$261,400		

Al final de los ocho años, el valor de mercado que se estima para la alternativa A es de \$2,000, y para la alternativa B es de \$8,000. Suponga que ambas alternativas brindarán un servicio comparable (comodidad) durante un lapso de ocho años, y también suponga que el componente importante que se sustituirá en la alternativa B no tendrá valor de mercado al final del año ocho. **1.** Emplee una tabla de flujo de efectivo y una convención de final de año para tabular los flujos netos de efectivo de ambas alternativas. **2.** Determine la diferencia del flujo neto de efectivo anual entre las alternativas ( $B - A$ ). **3.** Calcule la diferencia acumulada a través del final del año 8. (La diferencia acumulada es la suma de las diferencias,  $B - A$ , desde el año cero hasta el año ocho).

### SOLUCIÓN

La tabla 3.2 muestra el flujo de efectivo (desde el punto de vista de la compañía) de este ejemplo. Con base en dichos resultados, se llega a varias conclusiones: **1.** no hacer nada no es aceptable —debe seleccionarse ya sea la alternativa A o la B; **2.** aun cuando en la tabla aparecen flujos de efectivo positivos y negativos, finalmente se están investigando dos alternativas de “sólo costos”; **3.** puede tomarse con facilidad una decisión entre las dos alternativas con la sola *diferencia* de flujos de efectivo (es decir, con base en la diferencia que se busca evitar), al igual que puede tomarse sólo con base en los flujos netos de efectivo de las alternativas A y B; **4.** la alternativa B tiene flujos de efectivo idénticos a los de la A, *excepto para* las diferencias que se muestran en la tabla, de manera que si la diferencia que se evita puede “pagarse sola”, se recomienda seleccionar la alternativa B; **5.** los cambios en los flujos de efectivo que ocasiona la inflación u otras influencias podrían insertarse con facilidad en la tabla e incluirse en el análisis, y **6.** los \$42,000 de inversión adicional de la alternativa B requerirían de seis *años* para generar suficientes ahorros acumulados en los gastos anuales, para justificar la inversión más elevada (lo cual pasa por alto el valor del dinero en el tiempo). De manera que, ¿cuál es la mejor alternativa? Responderemos esta pregunta más adelante, cuando se considere el valor del dinero en el tiempo con la finalidad de recomendar la decisión entre las alternativas.

Es evidente que una tabla de flujo de efectivo aclara el ritmo temporal de los flujos de efectivo, las suposiciones que se hacen y los datos disponibles. Es frecuente que una tabla de flujo de efectivo sea útil en el caso en que, por la complejidad de una situación, se dificulte mostrar en un diagrama todas las cantidades de los flujos de efectivo.

El resto del capítulo 3 se dedicará al desarrollo e ilustración de los principios de equivalencia (valor del dinero en el tiempo) para determinar el atractivo económico de las inversiones, tales como las propuestas en los ejemplos 3.1 y 3.2.

Punto de vista: En la mayoría de los ejemplos que se presentan en este capítulo, se adoptará el punto de vista de la compañía (el del inversionista).

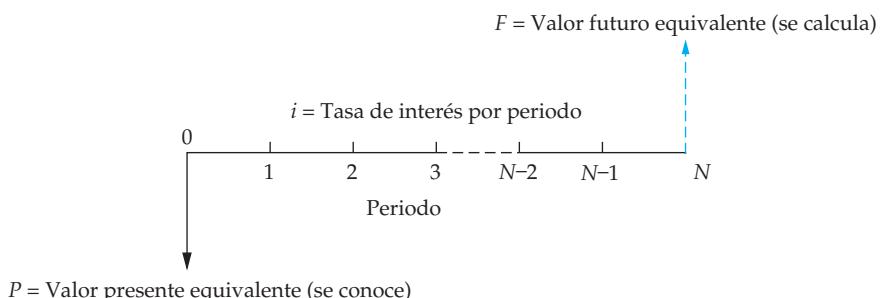
### 3.8 Fórmulas de interés que relacionan los valores presente y futuro equivalentes de flujos de efectivo únicos

La figura 3.5 muestra un diagrama de flujo de efectivo que implica una suma presente única,  $P$ , y una suma futura única,  $F$ , separadas por  $N$  períodos con un interés del 1% por periodo.

A lo largo de este capítulo, una *flecha con línea punteada*, como la que se muestra en la figura 3.5, indica la cantidad por determinar. Las ecuaciones 3.2 y 3.3 ofrecen fórmulas que relacionan un valor  $P$  determinado y su equivalente desconocido  $F$ .

#### 3.8.1 Cálculo del valor de $F$ cuando se conoce el de $P$

Si se invierte una cantidad  $P$  de dólares en un punto en el tiempo, y la tasa de interés por periodo es  $i\%$ , la cantidad crecerá hasta convertirse en una cantidad futura de  $P + Pi = P(1 + i)$  al final de un periodo; cuando terminen dos periodos, la cantidad aumentará y será



**Figura 3.5** Diagrama de flujo de efectivo general que relaciona los valores equivalentes presente y futuro de pagos únicos

de  $P(1 + i)(1 + i) = P(1 + i)^2$ ; al final de tres períodos, la cantidad será  $P(1 + i)^2(1 + i) = P(1 + i)^3$ ; y al final de los  $N$  períodos, la cantidad crecerá para ser de

$$F = P(1 + i)^N. \quad (3.2)$$

### EJEMPLO 3.3

Suponga que solicita prestados \$8,000 en este momento, y promete pagar el principal más los intereses que se acumulen dentro de cuatro años a un  $i = 10\%$  anual. ¿Cuánto pagará al final del cuarto año?

#### SOLUCIÓN

Año	Cantidad que se adeuda al principio de año	Interés que se adeuda por cada año	Cantidad que se adeuda al final del año	Pago total al final del año
1	$P = \$ 8,000$	$iP = \$ 800$	$P(1 + i) = \$ 8,800$	0
2	$P(1 + i) = \$ 8,800$	$iP(1 + i) = \$ 880$	$P(1 + i)^2 = \$ 9,680$	0
3	$P(1 + i)^2 = \$ 9,680$	$iP(1 + i)^2 = \$ 968$	$P(1 + i)^3 = \$ 10,648$	0
4	$P(1 + i)^3 = \$ 10,648$	$iP(1 + i)^3 = \$ 1,065$	$P(1 + i)^4 = \$ 11,713$	$F = \$ 11,713$

En general, se observa que  $F = P(1 + i)^N$ , y la cantidad total por pagarse es de \$11,713. Además, esto ilustra el plan 4 de la tabla 3.1, en términos de la notación que se empleará en todo el libro.

La cantidad  $(1 + i)^N$  en la ecuación 3.2, por lo general se llama el *factor de la cantidad compuesta de pago único*. En la segunda columna de la izquierda en las tablas del apéndice C, se proporcionan los valores numéricos de este factor para un rango amplio de valores de  $i$  y  $N$ . En este libro, se utiliza el símbolo funcional  $(F/P, i\%, N)$  para  $(1 + i)^N$ . Entonces, la ecuación 3.2 se expresa como

$$F = P(F/P, i\%, N), \quad (3.3)$$

donde el factor entre paréntesis se lee como “encontrar  $F$  dado  $P$  con un interés de  $i\%$  por periodo para  $N$  períodos de interés”. Observe que la secuencia de  $F$  y  $P$  en  $F/P$  es la misma que en la parte inicial de la ecuación 3.3, donde la cantidad desconocida,  $F$ , se coloca en el lado izquierdo de la ecuación. Esta secuencia de letras se respeta para todos los símbolos funcionales que se usan en este libro y los hace fáciles de recordar.

En la tabla 3.3 se da otro ejemplo del cálculo de  $F$  cuando se conoce  $P$ , junto con un diagrama de flujo de efectivo y la solución. Observe que en la tabla 3.3, para cada una de las seis circunstancias comunes discretas de interés compuesto, se ofrecen dos enunciados del problema [a) en la terminología de tomar en préstamo-conceder el préstamo, y b) en la terminología de equivalencia], aunque ambos representan la misma situación de flujo de efectivo. Una situación de flujo de efectivo por lo general, puede expresarse de muchas formas.

En general, una buena manera de interpretar una relación como la de la ecuación 3.3 es que el monto calculado,  $F$ , en el punto del tiempo en el que ocurre, es equivalente a (y es intercambiable por) el valor conocido,  $P$ , en el punto del tiempo en el que ocurre, para el interés dado o tasa de utilidad,  $i$ .

### 3.8.2 Cálculo del valor de $P$ cuando se conoce el de $F$

La ecuación 3.2 es  $F = P(1 + i)^{-N}$ . Al despejar  $P$  se obtiene la relación

$$P = F \left( \frac{1}{1+i} \right)^N = F(1+i)^{-N}. \quad (3.4)$$

La cantidad  $(1+i)^{-N}$  se conoce como el *factor de valor presente de un pago único*. En la tercera columna de las tablas del apéndice C, se dan valores numéricos de dicho factor para un rango amplio de valores de  $i$  y de  $N$ . Es posible utilizar el símbolo funcional  $(P/F, i\%, N)$  para este factor. Así,

$$P = F(P/F, i\%, N). \quad (3.5)$$

#### EJEMPLO 3.4

Un inversionista (propietario) tiene la opción de comprar una extensión de tierra cuyo valor será de \$10,000 dentro de seis años. Si el valor de la tierra se incrementa un 8% anual, ¿cuánto debería estar dispuesto a pagar el inversionista por la propiedad?

#### SOLUCIÓN

El precio de compra se determina a partir de la ecuación 3.5 y de la tabla C-11 del apéndice C, como sigue:

$$P = \$10,000(P/F, 8\%, 6)$$

$$P = \$10,000(0.6302)$$

$$= \$6,302.$$

En la tabla 3.3 se da otro ejemplo de este tipo de problema, junto con un diagrama de flujo y la solución.

**Tabla 3.3** Ejemplos de flujos de efectivo discretos que ilustran la equivalencia

Ejemplos de problemas (para todos, la tasa de interés es de  $i = 10\%$  anual —véase la tabla C.13 del apéndice C)

- a) Con terminología de pedir en préstamo-dar en préstamo:

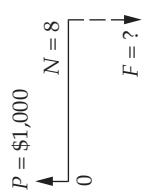
Para encontrar: Dado:  
Para flujos de efectivo únicos:  
 $F$

Solución

Una empresa solicita \$1,000 durante ocho años. ¿Cuánto debe pagar en una sola exhibición al final del octavo año?

¿Cuál es el valor futuro equivalente dentro de ocho años, de \$1,000 al principio de esos ocho años?

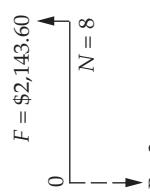
$$F = P(F/P, 10\%, 8) \\ = \$1,000(1.1036) \\ = \$2,143.60$$



Una compañía desea tener \$2,143.60 dentro de ocho años. ¿Qué cantidad debe depositar hoy para obtener esa cifra?

¿Cuál es el equivalente del presente de \$2,143.60 que se recibirán dentro de ocho años?

$$P = F(P/F, 10\%, 8) \\ = \$2,143.60(0.4645) \\ = \$1,000.00$$

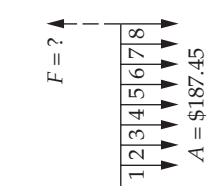


Para una serie uniforme:  
 $F$

Si se hacen ocho depósitos anuales de \$187.45 en una cuenta, ¿cuánto dinero hay acumulado inmediatamente después del último depósito?

¿Cuál es la cantidad equivalente al final de ocho años, de ocho pagos de \$187.45 que se hacen al final de cada año?

$$F = A(F/A, 10\%, 8) \\ = \$187.45(11.4359) \\ = \$2,143.60$$

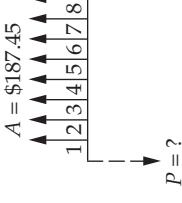
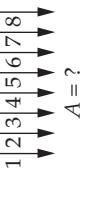


¿Cuál es la cantidad equivalente al final de ocho años, de ocho pagos de \$187.45 que se hacen al final de cada año?

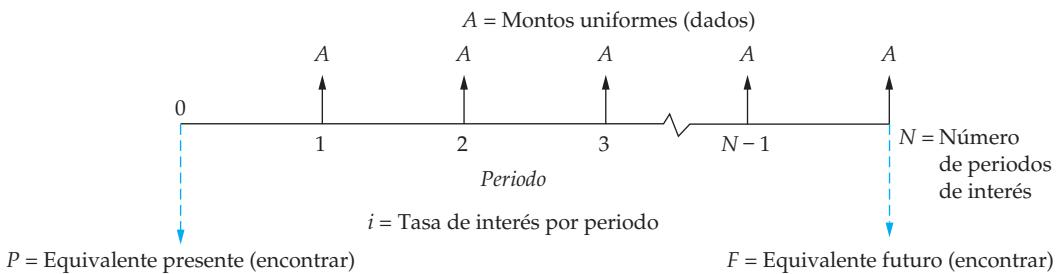
$$F = A(F/A, 10\%, 8) \\ = \$187.45(11.4359) \\ = \$2,143.60$$



**Tabla 3.3** (continuación)

$P$	$A$	¿Cuánto debe depositarse hoy en un fondo para que durante ocho años puedan hacerse retiros de \$187.45 al final de cada año?	¿Cuál es el valor presente equivalente de ocho pagos anuales de \$187.45 cada uno, al final de cada año? 	$P = \frac{A}{(1+i)^n}$ = $\frac{\$187.45}{(1+0.10)^8}$ = $\$1,000.00$
$A$	$F$	¿Qué cantidad uniforme anual debe depositarse cada año con el objetivo de acumular \$2,143.60 en el momento del octavo depósito anual?	¿Cuál es el pago uniforme al final de ocho años sucesivos, que es equivalente a \$2,143.60 al final del octavo año? 	$A = \frac{F}{(1+i)^n}$ = $\frac{\$2,143.60}{(1+0.10)^8}$ = $\$187.45$
$A$	$P$	¿Cuál es el monto de ocho pagos anuales para pagar un préstamo de \$1,000? El primer pago se dará un año después de recibir el préstamo.	¿Cuál es el pago uniforme al final de ocho años sucesivos, que es equivalente a \$1,000 al comienzo del primer año? 	$A = \frac{P}{(1+i)^n}$ = $\frac{\$1,000}{(1+0.10)^8}$ = $\$187.45$

<sup>a</sup> El diagrama de flujo de efectivo representa el ejemplo tal como se enuncia con la terminología de pedir en préstamo-dar en préstamo.



**Figura 3.6** Diagrama del flujo de efectivo general que relaciona una serie de pagos uniformes (anualidad ordinaria) con los valores equivalentes presente y futuro

### 3.9 Fórmulas de interés que relacionan una serie uniforme (anualidad) con sus valores presente y futuro equivalentes

La figura 3.6 muestra un diagrama de flujo de efectivo general que implica una serie de ingresos uniformes (iguales), cada uno con un monto  $A$ , que ocurre al final de cada uno de los  $N$  períodos con una tasa de interés de  $i\%$  por periodo. Con frecuencia, una serie uniforme así recibe el nombre de *anualidad*. Debe observarse que las fórmulas y tablas por presentarse se obtienen de manera que  $A$  tiene lugar al final de cada periodo, y entonces,

1.  $P$  (valor presente equivalente) ocurre un periodo de interés antes de la primera  $A$  (cantidad uniforme),
2.  $F$  (valor futuro equivalente) ocurre al mismo tiempo que la última  $A$ , y  $N$  períodos después de  $P$ , y
3.  $A$  (valor anual equivalente) sucede al final de los períodos 1 a  $N$ , inclusive.

En la figura 3.6 se muestra la relación temporal de  $P$ ,  $A$  y  $F$ . A continuación se obtendrán cuatro fórmulas que relacionan a  $A$  con  $F$  con  $P$ .

#### 3.9.1 Cálculo del valor de $F$ cuando se conoce el de $A$

Si un flujo de efectivo por un monto de  $A$  dólares ocurre al final de cada uno de los  $N$  períodos a una tasa de interés (utilidad o crecimiento) de  $i\%$  por periodo, el valor futuro equivalente,  $F$ , al final del  $N$ -ésimo periodo, se obtiene al sumar los valores equivalentes futuros de cada uno de los flujos de efectivo. Así,

$$\begin{aligned} F &= A(F/P, i\%, N-1) + A(F/P, i\%, N-2) + A(F/P, i\%, N-3) + \dots \\ &\quad + A(F/P, i\%, 1) + A(F/P, i\%, 0) \\ &= A[(1+i)^{N-1} + (1+i)^{N-2} + (1+i)^{N-3} + \dots + (1+i)^1 + (1+i)^0]. \end{aligned}$$

Los términos entre corchetes constituyen una secuencia geométrica que tiene una razón común igual a  $(1+i)^{-1}$ . Recuerde que la suma de los primeros  $N$  términos de una secuencia geométrica es

$$S_N = \frac{a_1 - b a_N}{1 - b} \quad (b \neq 1),$$

donde  $a_1$  es el primer elemento de la secuencia,  $a_N$  es el último, y  $b$  es la razón común. Si  $b = (1 + i)^{-1}$ ,  $a_1 = (1 + i)^{N-1}$ , y  $a_N = (1 + i)^0$ , entonces

$$F = A \left[ \frac{(1+i)^{N-1} - \frac{1}{(1+i)}}{1 - \frac{1}{(1+i)}} \right],$$

que se reduce a

$$F = A \left[ \frac{(1+i)^N - 1}{i} \right]. \quad (3.6)$$

La cantidad  $\{(1 + i)^N - 1\}/i$  se llama el *factor de la cantidad compuesta de una serie uniforme*. Es el punto de inicio para desarrollar los tres factores de interés restantes de una serie uniforme.

En la cuarta columna de las tablas del apéndice C, se dan valores numéricos del factor de la cantidad compuesta de una serie uniforme, para un rango amplio de valores de  $i$  y de  $N$ . Para este factor, usaremos el símbolo funcional  $(F/A, i\%, N)$ . Así, la ecuación 3.6 se escribe como

$$F = A(F/A, i\%, N). \quad (3.7)$$

Ejemplos de este tipo de problemas de “acumulación de riqueza” con base en el factor  $(F/A, i\%, N)$  aparecen aquí en la tabla 3.3.

### **EJEMPLO 3.5**

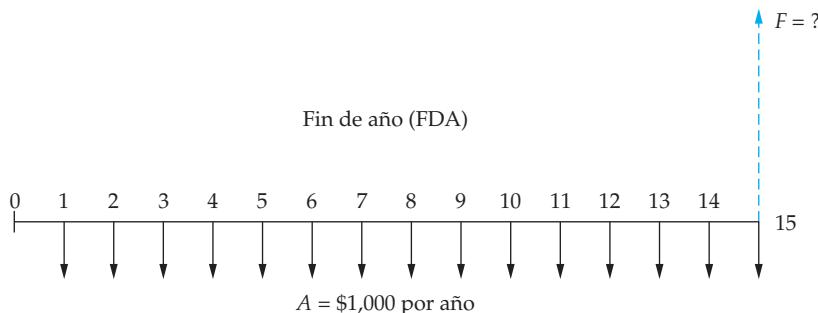
- a) Suponga que usted hace 15 depósitos anuales de \$1,000 cada uno en una cuenta bancaria que paga el 5% de interés por año. El primer depósito se hará dentro de un año a partir de hoy. ¿Cuánto dinero podrá retirar de su cuenta inmediatamente después del pago número 15?

#### *SOLUCIÓN*

El valor de  $A$  es de \$1,000,  $N$  es igual a 15 años e  $i = 5\%$  anual. La cantidad futura equivalente que puede retirar de inmediato después del decimoquinto pago es

$$\begin{aligned} F &= \$1,000(F/A, 5\%, 15) \\ &= \$1,000(21.5786) \\ &= \$21,578.60. \end{aligned}$$

En el siguiente diagrama de flujo de efectivo, observe que el valor de  $F$  coincide con el último pago de \$1,000.



- b) Para ilustrar con mayor profundidad los efectos sorprendentes del interés compuesto, considere la veracidad de este enunciado: "Si usted tiene 20 años de edad y ahorra \$1.00 cada día por el resto de su vida, se puede convertir en millonario". Supongamos que usted va a vivir 80 años y que la tasa de interés anual es del 10% ( $i = 10\%$ ). En tales condiciones específicas, se calcula la cantidad futura compuesta ( $F$ ) y resulta ser

$$\begin{aligned}F &= \$365/\text{año} (F/A, 10\%, 60 \text{ años}) \\&= \$365 (3,034.81) \\&= \underline{\$1,107,706}.\end{aligned}$$

¡De manera que el enunciado es verdadero para las suposiciones que se hicieron! La moraleja es *comenzar a ahorrar a temprana edad* y dejar que la "magia" del interés compuesto trabaje para usted.

*Unas cuantas palabras de sabiduría:* En general, ahorrar dinero pronto en la vida y preservar recursos por medio de la frugalidad (evitar el desperdicio) son ingredientes importantes en extremo para la *creación de riqueza*. Es frecuente que ser frugal signifique la posposición de los deseos materiales inmediatos en nombre de un mañana mejor. En este contexto, sea muy prudente al gastar hoy el dinero de mañana con préstamos sin disciplina (por ejemplo, con tarjetas de crédito). El factor ( $F/A, i\%, N$ ) demuestra cuán rápido puede crecer su deuda.

### 3.9.2 Cálculo del valor de $P$ cuando se conoce el de $A$

De la ecuación 3.2,  $F = P(1 + i)^N$ , al sustituir  $F$  en la ecuación 3.6, se obtiene que

$$P(1 + i)^N = A \left[ \frac{(1 + i)^N - 1}{i} \right].$$

Al dividir ambos lados entre  $(1 + i)^N$ , se obtiene

$$P = A \left[ \frac{(1+i)^N - 1}{i(1+i)^N} \right]. \quad (3.8)$$

Entonces, la ecuación 3.8 es la relación para encontrar el valor presente equivalente (como el del principio del primer periodo) de una serie uniforme de flujos de efectivo con un monto de  $A$  al final de  $N$  períodos. La cantidad entre corchetes se llama *factor del valor presente de una serie uniforme*. En la quinta columna de las tablas del apéndice C, se ofrecen valores numéricos de dicho factor para un rango amplio de valores de  $i$  y  $N$ . Para este factor, usaremos el símbolo funcional  $(P/A, i\%, N)$ . Así,

$$P = A(P/A, i\%, N). \quad (3.9)$$

### EJEMPLO 3.6

Si el día de hoy a cierta máquina se le ordena una reparación mayor, su producción se incrementaría un 20%, que se traduciría en un flujo de efectivo adicional de \$20,000 al final de cada año durante cinco años. Si  $i = 15\%$  anual, ¿cuánto es razonable invertir para arreglar la máquina en cuestión?

#### SOLUCIÓN

El incremento en el flujo de efectivo es de \$20,000 por año, y continúa durante cinco años al 15% de interés anual. El límite superior de lo que se debería gastar ahora es

$$\begin{aligned} P &= \$20,000(P/A, 15\%, 5) \\ &= \$20,000(3.3522) \\ &= \$67,044. \end{aligned}$$

### EJEMPLO 3.7

Suponga que un tío rico suyo posee \$1,000,000 que desea repartir a sus herederos a una tasa de \$100,000 por año. Si se depositara la cantidad de \$1,000,000 en una cuenta bancaria que gana el 6% anual, ¿cuántos años tomaría agotar la cuenta por completo? ¿Y cuánto si la cuenta pagara el 8% de interés anual en lugar del 6%?

#### SOLUCIÓN

Por medio de la tabla C-9 del apéndice C, se resuelve la ecuación siguiente para  $N$ :  $\$1,000,000 = \$100,000(P/A, 6\%, N)$ ;  $N = 15.7$  años. Si la tasa de interés se incrementara al 8% anual, tomaría 20.9 años llevar el saldo de la cuenta a cero, lo que se sabe a partir de la solución de esta ecuación:  $\$1,000,000/\$100,000 = (P/A, 8\%, N)$ .

### 3.9.3 Cálculo del valor de $A$ cuando se conoce el de $F$

Al tomar la ecuación 3.6 y despejar  $A$ , se encuentra que

$$A = F \left[ \frac{i}{(1 + i)^N - 1} \right]. \quad (3.10)$$

Así, la ecuación 3.10 es la relación para obtener el monto,  $A$ , de una serie uniforme de flujos de efectivo que ocurren al final de  $N$  períodos de interés que sería equivalente a (o tendría el mismo valor que) su valor futuro equivalente que sucediera al final del último periodo. La cantidad entre corchetes se llama el *factor del fondo de amortización*. En la sexta columna de las tablas del apéndice C, se dan valores numéricos de dicho factor para un rango amplio de valores de  $i$  y  $N$ . Emplearemos el símbolo funcional  $(A/F, i\%, N)$  para denotar este factor. Entonces,

$$A = F(A/F, i\%, N). \quad (3.11)$$

#### EJEMPLO 3.8

Una estudiante emprendedora planea tener un ahorro personal por un total de \$1,000,000 cuando se retire a los 65 años de edad. Ahora tiene 20 años. Si la tasa de interés anual en promedio será de 7% durante los próximos 45 años para su cuenta de ahorro, ¿qué cantidad igual debe ahorrar al final de cada año para cumplir su objetivo?

#### SOLUCIÓN

La cantidad futura,  $F$ , es de \$1,000,000. La cantidad igual que esta estudiante debería depositar en un *fondo de amortización* para que se convierta en \$1,000,000 dentro de 45 años con un interés del 7% anual (véase la tabla C-10) es de

$$\begin{aligned} A &= \$1,000,000 (A/F, 7\%, 45) \\ &= \$1,000,000(0.0035) \\ &= \$3,500. \end{aligned}$$

En la tabla 3.3 se da otro ejemplo de este tipo de problema, junto con un diagrama de flujo y la solución.

### 3.9.4 Cálculo del valor de $A$ cuando se conoce el de $P$

Si se toma la ecuación 3.8 y se despeja  $A$ , se obtiene

$$A = P \left[ \frac{i(1+i)^N}{(1+i)^N - 1} \right]. \quad (3.12)$$

Así, la ecuación 3.12 es la relación para encontrar el monto,  $A$ , de una serie uniforme de flujos de efectivo que ocurren al final de cada uno de los  $N$  períodos de interés, que serían equivalentes a (o podrían intercambiarse por) el valor presente equivalente,  $P$ , que ocurre al principio del primer periodo. La cantidad entre paréntesis se llama el *factor de recuperación del capital*.\* En la séptima columna de las tablas del apéndice C, se dan los valores numéricos que adopta este factor para distintos valores de  $i$  y de  $N$ . Para denotar este factor, utilizaremos el símbolo funcional  $(A/P, i\%, N)$ . Así,

$$A = P(A/P, i\%, N). \quad (3.13)$$

Un ejemplo que utiliza la equivalencia entre el monto de un préstamo en una sola exhibición —y una serie de pagos anuales uniformes iguales que comienzan al final del primer año y continúan durante cuatro años— se dio en la tabla 3.1 con el nombre de plan 3. La ecuación 3.13 proporciona el valor equivalente de  $A$  que paga el préstamo de \$8,000 más el 10% de interés anual durante cuatro años:

$$A = \$8,000(A/P, 10\%, 4) = \$8,000(0.3155) = \$2,524.$$

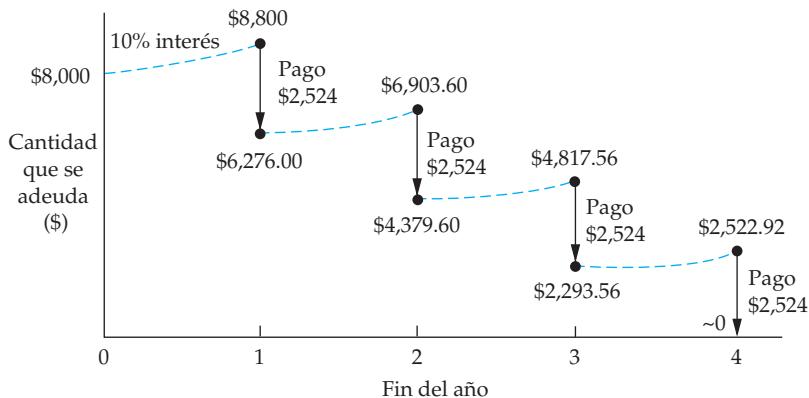
Ahora se comprenden mejor los datos que están en las columnas tres y cinco del plan 3 en la tabla 3.1. El interés que se adeuda al final del primer año es igual a \$8,000(0.10), y por lo tanto, el principal que se paga además del pago total de \$2,524 a final de año es la diferencia, \$1,724. Al comienzo del año dos, el monto del principal que se adeuda es de \$8,000 – \$1,724 = \$6,276. El interés que se debe al final del año dos es de \$6,276(0.10) ≈ \$628, y el principal que se paga en ese momento es \$2,524 – \$628 = \$1,896. Los datos restantes del plan 3, se obtienen al hacer los mismos cálculos para los años tres y cuatro.

En la figura 3.7 se muestra un resumen gráfico del plan 3. En ella se observa que el interés del 10% se paga en la cantidad que se adeuda al principio de año, y que los pagos de fin de año de \$2,524, que consisten en intereses y principal, llevan la cantidad que se debe a \$0 al final del cuarto año. (El valor exacto de  $A$  es de \$2,523.77, y produce un valor exacto de \$0 al final de los cuatro años). Es importante notar que todos los factores de interés de una serie uniforme implican el mismo concepto que se ilustra en la figura 3.7.

En la tabla 3.3 se tiene otro ejemplo de un problema en el que se desea calcular un valor equivalente para  $A$ , a partir de un valor dado de  $P$ , y una tasa de interés y un número de períodos de capitalización conocidos.

---

\* El factor de recuperación del capital se expresa en una forma más conveniente como  $i/[1 - (1 + i)^{-N}]$  para poder obtenerlo con una calculadora portátil.



**Figura 3.7** Relación de los flujos de efectivo del plan 3 de la tabla 3.1, con el pago del principal de \$8,000 del préstamo

Ahora, a partir de la tabla 3.3, el lector se habrá convencido de que para una tasa de interés anual del 10%, \$1,000 al principio del año uno son equivalentes a \$187.45 al final de los años uno a ocho, que a su vez equivale a \$2,143.60 al final del año ocho.

### 3.9.5 Relaciones de los factores de interés: resumen

Esta sección se resume con la presentación de las ecuaciones y gráficas de las relaciones entre una anualidad y sus valores presente y futuro equivalentes:

$$(A/P, i\%, N) = \frac{1}{(P/A, i\%, N)}; \quad (3.14)$$

$$(A/F, i\%, N) = \frac{1}{(F/A, i\%, N)}; \quad (3.15)$$

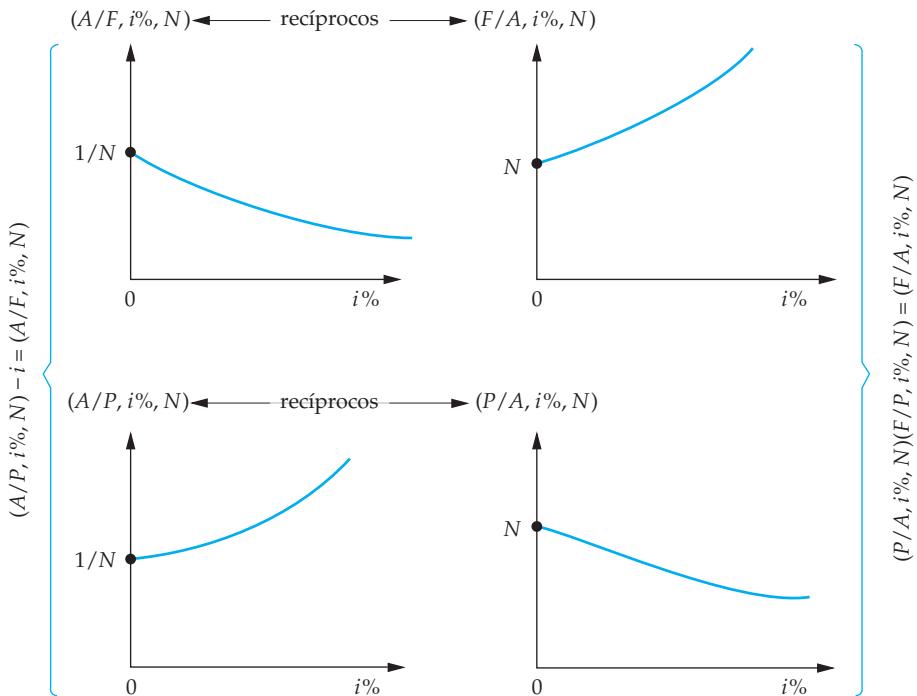
$$(F/A, i\%, N) = (P/A, i\%, N)(F/P, i\%, N); \quad (3.16)$$

$$(P/A, i\%, N) = \sum_{k=1}^N (P/F, i\%, k); \quad (3.17)$$

$$(F/P, i\%, N) = \sum_{k=1}^N (F/P, i\%, N-k); \quad (3.18)$$

$$(A/F, i\%, N) = (A/P, i\%, N) - i. \quad (3.19)$$

Para un valor fijo de  $N$ , las gráficas siguientes ayudan a visualizar las ecuaciones anteriores:



**Sitio Web de consulta (<http://www.pearsonedacion.net/sullivan>):** Muchas comunidades están comenzando a utilizar camiones recolectores de basura que tienen brazos mecánicos para recoger los desperdicios. Visite el sitio Web para conocer comparaciones económicas de *valores presente y futuro equivalentes* del método automático de recolección *versus* el manual tradicional.

### 3.10 Fórmulas de interés para capitalización discreta y flujos de efectivo discretos

La tabla 3.4 resume los seis factores de interés compuesto discreto más comunes; en ella se emplea la notación de las secciones precedentes. Las fórmulas son para *capitalización discreta*, lo cual significa que el interés se capitaliza al final de cada periodo de longitud finita, tal como un mes o un año. Además, las fórmulas también suponen flujos de efectivo discretos (es decir, una sola exhibición) espaciados al final de intervalos de igual duración en un diagrama de flujo de efectivo. Los factores de interés compuesto discreto se dan en el apéndice C, donde se supone que  $i$  permanece constante durante los  $N$  períodos de capitalización.

### 3.11 Anualidades diferidas (serie uniforme)

Todas las anualidades (serie uniforme) que se han estudiado hasta este momento implican un primer flujo de efectivo que se realiza al final del primer periodo, y se llaman *anualidades ordinarias*.

**Tabla 3.4** Factores y símbolos del interés compuesto discreto<sup>a</sup>

Para encontrar	Dado:	Factor por el cual multiplicar "lo que se da" <sup>a</sup>	Nombre del factor	Símbolo funcional del factor <sup>b</sup>
<i>Para flujos de efectivo únicos:</i>				
$F$	$P$	$(1+i)^N$	Monto compuesto del pago único	$(F/P, i\%, N)$
$P$	$F$	$\frac{1}{(1+i)^N}$	Valor presente del pago único	$(P/F, i\%, N)$
<i>Para una serie uniforme (anualidades):</i>				
$F$	$A$	$\frac{(1+i)^N - 1}{i}$	Monto compuesto de la serie uniforme	$(F/A, i\%, N)$
$P$	$A$	$\frac{(1+i)^N - 1}{i(1+i)^N}$	Valor presente de una serie uniforme	$(P/A, i\%, N)$
$A$	$F$	$\frac{i(1+i)^N - 1}{(1+i)^N - 1}$	Fondo de amortización	$(A/F, i\%, N)$
$A$	$P$	$\frac{i(1+i)^N}{(1+i)^N - 1}$	Recuperación de capital	$(A/P, i\%, N)$

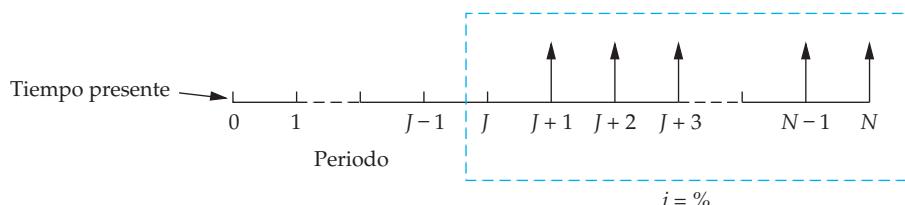
<sup>a</sup> Donde  $i$  es la tasa de interés efectiva por periodo de interés;  $N$ , el número de periodos de interés;  $A$ , el monto de una serie uniforme (ocurre al final de cada periodo de interés);  $F$ , valor futuro equivalente;  $P$ , valor presente equivalente.

<sup>b</sup> En todo el libro se emplea el sistema de símbolo funcional.

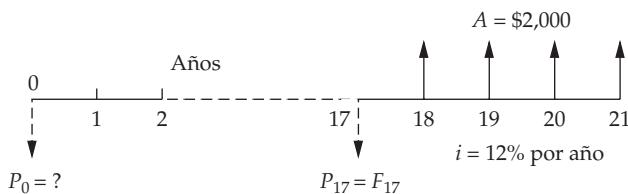
Si el flujo de efectivo no comienza sino hasta alguna fecha posterior, la anualidad se conoce como *anualidad diferida*. Si la anualidad se difiere  $J$  períodos ( $J < N$ ), la situación es la que se ilustra en la figura 3.8, donde toda la anualidad ordinaria dentro del marco se desplaza hacia adelante del "tiempo presente", o "tiempo 0", por  $J$  períodos. Recuerde que en una anualidad diferida por  $J$  períodos, el primer pago se realiza al final del periodo ( $J + 1$ ), con la suposición de que todos los períodos implicados tienen la misma duración.

El valor presente equivalente al final del periodo  $J$  de una anualidad con flujos de efectivo por una cantidad  $A$  es, de la ecuación 3.9,  $A(P/A, i\%, N-J)$ . Entonces, el valor presente equivalente del monto único  $A(P/A, i\%, N-J)$  en el momento 0 será

$$A(P/A, i\%, N-J)(P/F, i\%, J).$$



**Figura 3.8** Representación del flujo de efectivo general de una anualidad diferida (serie uniforme)



**Figura 3.9** Diagrama del flujo de efectivo del problema de la anualidad diferida del ejemplo 3.9

### EJEMPLO 3.9

Para ilustrar el análisis precedente, suponga que un padre de familia desea determinar qué cantidad única tendría que depositar el día que nació su hijo, en una cuenta que gana el 12% anual, para que su vástago disponga de \$2,000 en cada uno de sus cumpleaños números 18, 19, 20 y 21.

#### SOLUCIÓN

El problema se representa en la figura 3.9. En primer lugar, debe reconocerse que se considera una anualidad ordinaria de cuatro retiros de \$2,000 cada uno, y que el valor presente equivalente de ella sucede en el cumpleaños número 17, cuando utiliza el factor  $(P/A, i\%, N-J)$ . En este problema,  $N = 21$  y  $J = 17$ . Con frecuencia ayuda el uso de subíndices en  $P$  o  $F$  para denotar el punto respectivo en el tiempo. Así,

$$F_{17} = A(P/A, 12\%, 4) = \$2,000(3.0373) = \$6,074.60.$$

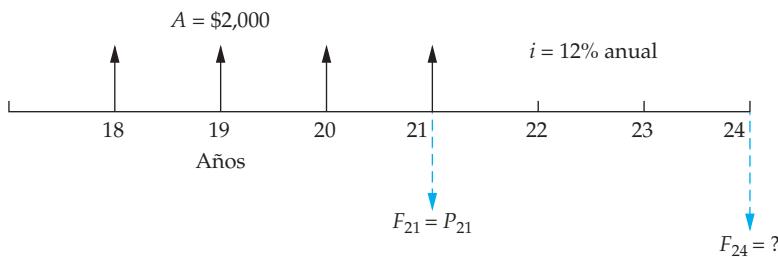
Observe que la flecha con línea punteada de la figura 3.9 denota a  $P_{17}$ . Una vez que se conoce  $P_{17}$ , el paso siguiente es calcular  $P_0$ . Con respecto a  $P_0$ ,  $P_{17}$  es el valor futuro equivalente, y entonces podría denotarse como  $F_{17}$ . El dinero en un punto dado del tiempo, tal como el final del periodo 17, es el mismo, ya sea que se llame valor presente equivalente o valor futuro equivalente. Entonces,

$$P_0 = F_{17}(P/F, 12\%, 17) = \$6,074.60(0.1456) = \$884.46,$$

que es la cantidad que el padre tendría que depositar el día que nació su hijo.

### EJEMPLO 3.10

Para el problema del ejemplo 3.9, suponga que además el padre desea determinar el valor equivalente de los cuatro retiros de \$2,000 en el cumpleaños número 24 de su hijo. Esto podría significar que nunca se retiraran cuatro cantidades, o tal vez que el hijo las tomara y de inmediato las volviera a depositar en una cuenta que también pagara el 12% anual. Con el uso del sistema de subíndices, queremos calcular  $F_{24}$ , según se aprecia en la figura 3.10.



**Figura 3.10** Diagrama del flujo de efectivo para el problema de la anualidad diferida del ejemplo 3.10

### SOLUCIÓN

Una forma de resolverlo es calcular

$$F_{21} = A(F/A, 12\%, 4) = \$2,000(4.7793) = \$9,558.60.$$

Ahora, para calcular  $F_{24}$  puede denotarse a  $F_{21}$  como  $P_{21}$ , y

$$F_{24} = P_{21}(F/P, 12\%, 3) = \$9,558.60(1.4049) = \$13,428.88.$$

Otra forma más rápida de resolver este problema consiste en detectar que  $P_{17} = \$6,074.60$  y que  $P_0 = \$884.46$  son cifras equivalentes cada una a los cuatro retiros de \$2,000. Entonces, puede encontrarse  $F_{24}$  en forma directa, dado  $P_{17}$  o  $P_0$ . Utilizando  $P_0$  se obtiene

$$F_{24} = P_0(F/P, 12\%, 24) = \$884.46(15.1786) = \$13,424.86,$$

que se aproxima bastante a la respuesta anterior. Las dos cantidades difieren en \$4.02, lo cual se atribuye a errores de redondeo en los factores de interés.

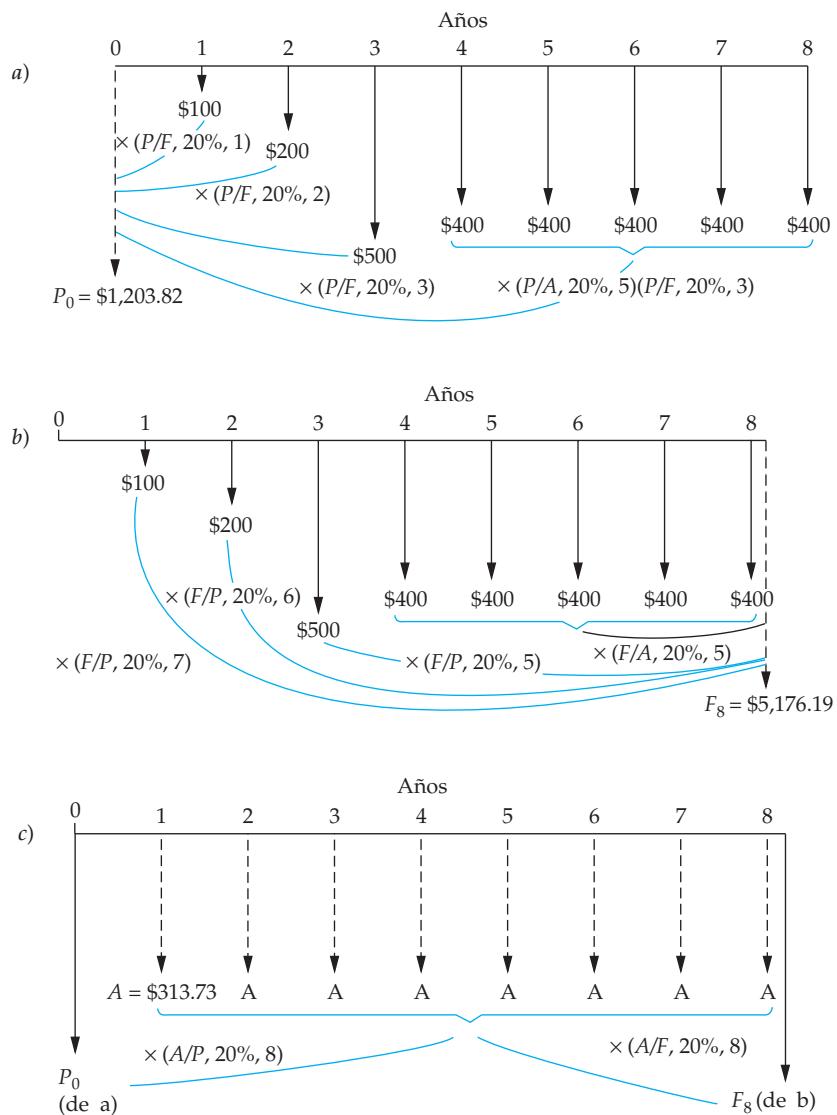
## 3.12 Cálculos de equivalencias que implican varias fórmulas de interés

Ahora, el lector debe sentir más confianza ante problemas de equivalencias que suponen flujos de efectivo con interés discreto, y compuesto discreto. Toda la capitalización de los intereses ocurre una vez por periodo (por ejemplo, un año), y hasta este punto los flujos de efectivo también ocurren una vez por periodo. Esta sección proporciona tres ejemplos que implican dos o más cálculos de equivalencias para obtener una cantidad desconocida. Se ha utilizado la convención de flujo de efectivo al final del año. Debe decirse una vez más que la tasa de interés es constante durante los  $N$  períodos.

### EJEMPLO 3.11

La figura 3.11 ilustra un ejemplo de problema con una serie de flujos de efectivo al final de cada uno de los ocho años de extensión. Las cantidades son \$100 para el primer año, \$200

para el segundo, \$500 para el tercero, y \$400 para cada uno de los años cuatro a ocho. Esto representaría una situación como los gastos esperados del mantenimiento de cierta pieza de equipo, o pagos que se realizan a un fondo. Observe que los pagos se muestran al final de cada año, que es la suposición estándar (convención) en este libro y en el análisis económico en general, a menos que se especifique otra cosa. Se desea encontrar *a)* el valor presente equivalente del gasto,  $P_0$ ; *b)* el gasto futuro equivalente,  $F_8$ ; y *c)* el gasto anual equivalente,  $A$ , de estos flujos de efectivo si la tasa de interés anual es del 20%.



**Figura 3.11** Ejemplo 3.11 para calcular los valores equivalentes de  $P$ ,  $F$  y  $A$

**SOLUCIÓN**

- a) Para encontrar el valor equivalente  $P_0$ , es necesario sumar los valores equivalentes de todos los pagos llevados al principio del primer año (tiempo cero). Los movimientos requeridos de dinero se muestran gráficamente en la figura 3.11a).

$$\begin{aligned}
 P_0 = & F_1(P/F, 20\%, 1) & = \$100(0.8333) & = \$ 83.33 \\
 & + F_2(P/F, 20\%, 2) & + \$200(0.6944) & + 138.88 \\
 & + F_3(P/F, 20\%, 3) & + \$500(0.5787) & + 289.35 \\
 & + A(P/A, 20\%, 5) \times (P/F, 20\%, 3) & + \$400(2.9900) \times (0.5787) & + 692.26 \\
 & & & \hline
 & & & \$1,203.82.
 \end{aligned}$$

- b) Para encontrar el valor equivalente  $F_8$ , se suman los valores equivalentes de todos los pagos llevados al final del octavo año (tiempo ocho). La figura 3.11b) indica dichos movimientos de dinero a través del tiempo. Sin embargo, como ya se sabe que el equivalente  $P_0$  es de \$1,203.82, se calcula en forma directa

$$F_8 = P_0(F/P, 20\%, 8) = \$1,203.82(4.2998) = \$5,176.19.$$

- c) El valor equivalente  $A$  de los flujos de efectivo irregulares se calcula de modo directo, ya sea a partir de  $P_0$  o de  $F_8$ , como

$$A = P_0(A/P, 20\%, 8) = \$1,203.82(0.2606) = \$313.73$$

o bien,

$$A = F_8(A/F, 20\%, 8) = \$5,176.19(0.0606) = \$313.73$$

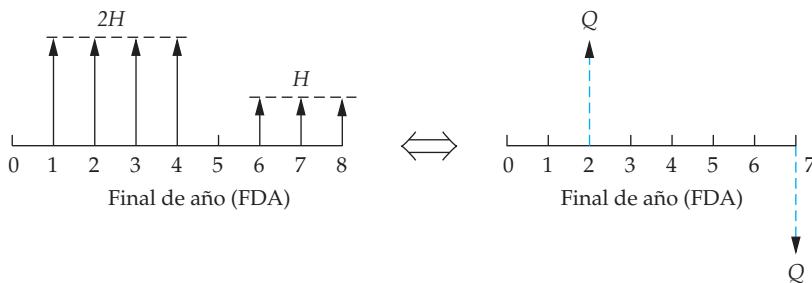
En la figura 3.11c) se muestra el cálculo de  $A$  a partir de  $P_0$  y de  $F_8$ . Así, se encuentra que la serie de pagos irregulares que se muestran en la figura 3.11 es equivalente a \$1,203.82 en el tiempo cero, \$5,176.19 en el tiempo ocho, o a una serie uniforme de \$313.73 al final de cada uno de los ocho años.

**EJEMPLO 3.12**

Transforme los flujos de efectivo del lado izquierdo de la figura 3.12 a los flujos de efectivo equivalentes del lado derecho. Es decir, considere las cantidades del lado izquierdo como conocidas y determine el valor desconocido de  $Q$  en términos de  $H$  de la figura 3.12. La tasa de interés es del 10% anual. (Considere que el signo  $\Leftrightarrow$  significa *equivale a*).

**SOLUCIÓN**

Si todos los flujos de efectivo de la izquierda se llevan al año cero, se tendría que  $P_0 = 2H(P/A, 10\%, 4) + H(P/A, 10\%, 3)(P/F, 10\%, 5) = 7.8839 H$ . Cuando los flujos de efectivo del lado derecho también se llevan al año cero, se obtiene  $Q$  en términos de  $H$ . [Observe que



**Figura 3.12** Diagramas de flujo de efectivo para el ejemplo 3.12

$Q$  al final del año (FDA) dos es positivo,  $Q$  al FDA siete es negativo, y los dos valores de  $Q$  deben ser iguales]. Entonces,

$$7.8839H = Q(P/F, 10\%, 2) - Q(P/F, 10\%, 7),$$

o bien,

$$Q = 25.172H.$$

### EJEMPLO 3.13

Suponga que usted inicia un plan de ahorro con el que guarda \$500 cada año durante un periodo de 15 años. Usted hace su primer exhibición a la edad de 22 años y luego deja la suma acumulada en el plan de ahorro (*y no* hace más exhibiciones anuales) hasta que llega a la edad de 65, cuando usted retira el monto total acumulado. La tasa de interés anual promedio que gana este plan es del 10%.

Una amiga suya (que tiene exactamente la misma edad) espera 10 años para comenzar su plan de ahorro (es decir, tiene 32 años). Ella decide ahorrar \$2,000 cada año en una cuenta que paga intereses con una tasa anual del 10% y realizará estos depósitos anuales hasta que tenga 65 años de edad, momento en el que retirará la cantidad total acumulada.

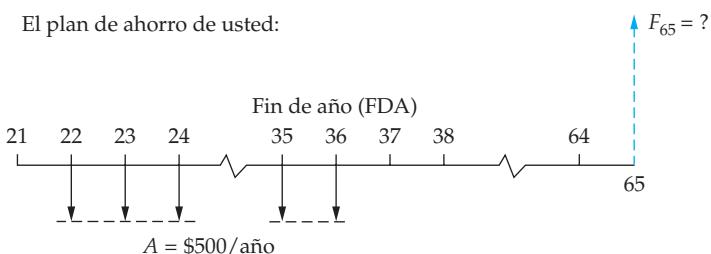
¿Qué edad tendrá usted cuando la cantidad de ahorros *acumulados* de su amiga (que incluye intereses) supere los de usted? Haga todas las suposiciones que crea necesarias.

### SOLUCIÓN

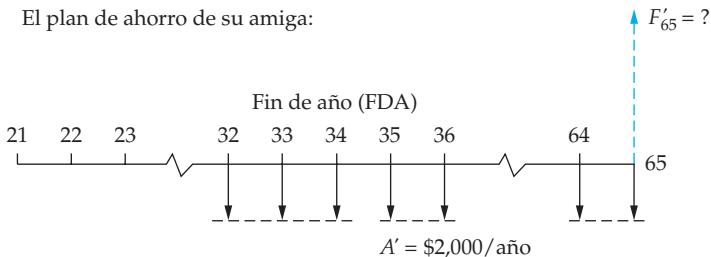
Para el ejemplo 3.13, el primer paso importante consiste en formar diagramas de flujo de efectivo para resolver la incógnita del número de años,  $N$ , hasta que los valores futuros equivalentes de ambos planes de ahorro sean iguales. En la figura 3.13 se muestran los dos diagramas. El valor futuro ( $F$ ) equivalente del plan de usted es  $\$500(F/A, 10\%, 15)$  ( $F/P, 10\%, N - 36$ ), y el de su amiga es  $F' = \$2,000(F/A, 10\%, N - 31)$ . Queda claro que  $N$ ,

**Figura 3.13**  
Diagramas de flujo de efectivo para el ejemplo 3.13

El plan de ahorro de usted:



El plan de ahorro de su amiga:



la edad a la que  $F = F'$ , es mayor que 32. Si se supone que la tasa de interés permanece constante en 10% anual, el valor de  $N$  puede determinarse por ensayo y error.

$N$	Plan de usted $F$	Plan de su amiga $F'$
36	\$15,886	\$12,210
38	\$19,222	\$18,974
39	\$21,145	\$22,872
40	\$23,259	\$27,159

En el momento en que usted tenga 39 años, los ahorros acumulados por su amiga excederán los de usted (si usted hubiera depositado \$1,000 en lugar de \$500, tendría 75 años cuando el plan de su amiga superara al suyo. Moraleja: ¡Comience a ahorrar cuanto antes!)

### 3.13 Fórmulas de interés que relacionan un gradiente uniforme de flujos de efectivo con sus equivalencias anual y presente

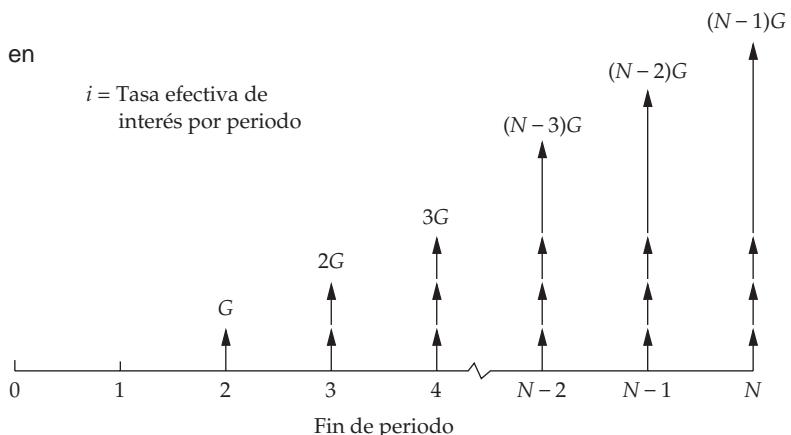
Algunos problemas implican ingresos o egresos que se proyectan para que aumenten o disminuyan en una *cantidad* uniforme en cada periodo, de manera que constituyan una secuencia aritmética de los flujos de efectivo. Por ejemplo, por el arrendamiento de cierto tipo de equipo, los gastos de mantenimiento y las reparaciones relacionados con la compra del equipo, podrían aumentar en cada periodo en una cantidad que, en forma muy aproximada, es constante. Esta situación podría modelarse como un *gradiente uniforme* de flujos de efectivo.

La figura 3.14 es un diagrama de una secuencia de flujos de efectivo de fin de periodo que se incrementan en una cantidad constante,  $G$ , en cada periodo. La  $G$  se conoce como *cantidad en forma de gradiente uniforme*. Observe que los tiempos de los flujos de efectivo con base en los cuales se obtuvieron las fórmulas y valores tabulados son los siguientes:

**Figura 3.14**

Diagrama de flujo de efectivo en forma de gradiente uniforme que se incrementa  $G$  dólares por periodo

$i$  = Tasa efectiva de interés por periodo



Fin de periodo	Flujos de efectivo
1	0
2	$G$
3	$2G$
.	.
.	.
.	.
$N - 1$	$(N - 2)G$
$N$	$(N - 1)G$

Advierta que el primer flujo de efectivo ocurre al final del segundo periodo.

### 3.13.1 Cálculo del valor de $F$ cuando se conoce el de $G$

El valor futuro equivalente,  $F$ , de la secuencia aritmética de los flujos de efectivo que se muestran en la figura 3.14 es

$$\begin{aligned} F &= G(F/A, i\%, N-1) + G(F/A, i\%, N-2) + \dots \\ &\quad + G(F/A, i\%, 2) + G(F/A, i\%, 1), \end{aligned}$$

o bien,

$$\begin{aligned} F &= G \left[ \frac{(1+i)^{N-1} - 1}{i} + \frac{(1+i)^{N-2} - 1}{i} + \dots \right. \\ &\quad \left. + \frac{(1+i)^2 - 1}{i} + \frac{(1+i)^1 - 1}{i} \right] \\ &= \frac{G}{i} [(1+i)^{N-1} + (1+i)^{N-2} + \dots \\ &\quad + (1+i)^2 + (1+i)^1 + 1] - \frac{NG}{i} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{G}{i} \left[ \sum_{k=0}^{N-1} (1+i)^k \right] - \frac{Ng}{i} \\
 &= \frac{G}{i} (F/A, i\%, N) - \frac{Ng}{i}.
 \end{aligned} \tag{3.20}$$

En lugar de trabajar con valores futuros equivalentes, por lo general resulta más práctico hacerlo con los valores equivalentes anual y presente, como en la figura 3.14.

### 3.13.2 Cálculo del valor de $A$ cuando se conoce el de $G$

A partir de la ecuación 3.20 es fácil obtener una expresión para  $A$ , como sigue:

$$\begin{aligned}
 A &= F(A/F, i, N) \\
 &= \left[ \frac{G}{i} (F/A, i, N) - \frac{Ng}{i} \right] (A/F, i, N) \\
 &= \frac{G}{i} - \frac{Ng}{i} (A/F, i, N) \\
 &= \frac{G}{i} - \frac{Ng}{i} \left[ \frac{i}{(1+i)^N - 1} \right] \\
 &= G \left[ \frac{1}{i} - \frac{N}{(1+i)^N - 1} \right].
 \end{aligned} \tag{3.21}$$

El término entre corchetes de la ecuación 3.21 se llama *factor de conversión de un gradiente a una serie uniforme*. En el lado derecho del apéndice C se muestran valores numéricos de este factor para un rango de valores de  $i$  y  $N$ . Debemos utilizar el símbolo funcional  $(A/G, i\%, N)$  para este factor. Así,

$$A = G(A/G, i\%, N). \tag{3.22}$$

### 3.13.3 Cálculo del valor de $P$ cuando se conoce el de $G$

Ahora, se empleará la ecuación 3.21 para establecer la equivalencia entre  $P$  y  $G$ .

$$\begin{aligned}
 P &= A(P/A, i\%, N) \\
 &= G \left[ \frac{1}{i} - \frac{N}{(1+i)^N - 1} \right] \left[ \frac{(1+i)^N - 1}{i(1+i)^N} \right] \\
 &= G \left[ \frac{(1+i)^N - 1 - Ni}{i^2(1+i)^N} \right] \\
 &= G \left\{ \frac{1}{i} \left[ \frac{(1+i)^N - 1}{i(1+i)^N} - \frac{N}{(1+i)^N} \right] \right\}
 \end{aligned} \tag{3.23}$$

El término entre corchetes de la ecuación 3.23 se llama *factor de conversión de un gradiente a su valor presente equivalente*. También puede expresarse como  $(1/i)[(P/A, i\%, N) - N(P/F, i\%, N)]$ . En la columna 8 del apéndice C aparecen valores numéricos de dicho factor para una gran variedad de valores de  $i$  y de  $N$ . Para denotar este factor utilizaremos el símbolo funcional  $(P/G, i\%, N)$ . Así,

$$P = G(P/G, i\%, N). \quad (3.24)$$

### 3.13.4 Cálculos con el uso de G

Asegúrese de observar que el uso directo de los factores de conversión del gradiente se aplica si no existe flujo de efectivo al final del periodo uno, como en el ejemplo 3.14. Puede haber una cantidad  $A$  al final del primer periodo, pero se trata en forma separada, como se ilustra en los ejemplos 3.15 y 3.16. La ventaja más grande del uso de factores de conversión del gradiente (esto es, ahorros en el tiempo de cálculo) sucede cuando  $N$  es grande.

#### EJEMPLO 3.14

Como ejemplo del uso directo de los factores de conversión del gradiente, suponga que se espera que ciertos flujos de efectivo de final de año sean de \$1,000 para el segundo año, \$2,000 para el tercero, y \$3,000 para el cuarto, y que el interés es del 15% anual, y se desea encontrar *a*) el valor presente equivalente al comienzo del primer año, y *b*) el valor uniforme anual equivalente al final de cada uno de los cuatro años.

#### SOLUCIÓN

Observe que esta programación de flujos de efectivo se ajusta al modelo de las fórmulas del gradiente aritmético, con  $G = \$1,000$  y  $N = 4$ . (Figura 3.14). Advierta que no existe flujo de efectivo al final del primer periodo.

- a)* El valor presente equivalente se calcula como

$$P_0 = G(P/G, 15\%, 4) = \$1,000(3.79) = \$3,790.$$

- b)* El valor anual equivalente se calcula a partir de la ecuación 3.22, así:

$$A = G(A/G, 15\%, 4) = \$1,000(1.3263) = \$1,326.30.$$

Por supuesto, una vez que se conoce  $P_0$ , puede calcularse el valor de  $A$  como

$$A = P_0(A/P, 15\%, 4) = \$3,790(0.3503) = \$1,326.30.$$

**EJEMPLO 3.15**

Como ejemplo adicional del uso de las fórmulas de gradiente aritmético, suponga que se tiene el siguiente flujo de efectivo:

Final del año	Flujos de efectivo (\$)
1	-5,000
2	-6,000
3	-7,000
4	-8,000

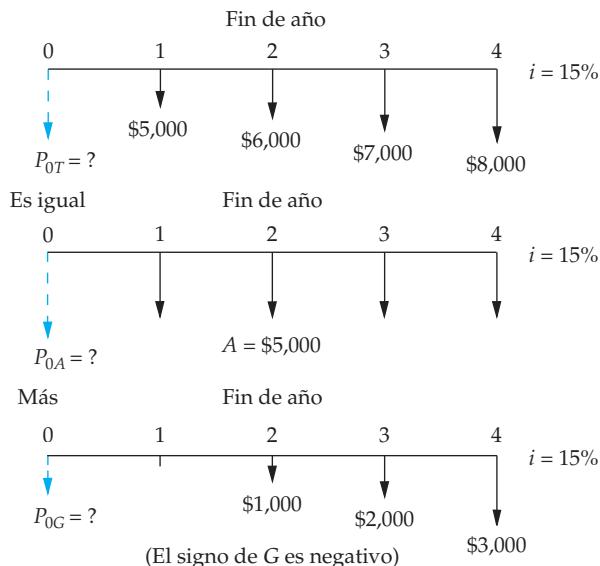
Asimismo, suponga que uno desea calcular su valor presente equivalente con  $i = 15\%$  anual, con el uso de los factores conversión del gradiente.

**SOLUCIÓN**

La programación de los flujos de efectivo se muestra en el diagrama superior de la figura 3.15. Los dos diagramas de la parte inferior de la figura 3.15 ilustran cómo puede dividirse la programación original en dos conjuntos separados de flujos de efectivo, una serie de pagos anuales de \$5,000, más un pago en forma de gradiente aritmético de \$1,000 que se ajusta al modelo general de gradiente para el cual hay factores ya tabulados. La suma de los valores equivalentes presentes de estos dos conjuntos separados de pagos es igual al valor presente equivalente del problema original. Entonces, con el uso de los símbolos que se muestran en la figura 3.15, se tiene que

$$\begin{aligned}
 P_{0T} &= P_{0A} + P_{0G} \\
 &= -A(P/A, 15\%, 4) - G(P/G, 15\%, 4) \\
 &= -\$5,000(2.8550) - \$1,000(3.79) = -\$14,275 - 3,790 = -\$18,065.
 \end{aligned}$$

**Figura 3.15**  
Separación de los flujos de efectivo del ejemplo 3.15



El valor anual equivalente de los flujos de efectivo originales podría calcularse con ayuda de la ecuación 3.22, como sigue:

$$\begin{aligned} A_T &= A + A_G \\ &= -\$5,000 - \$1,000(A/G, 15\%, 4) = -\$6,326.30. \end{aligned}$$

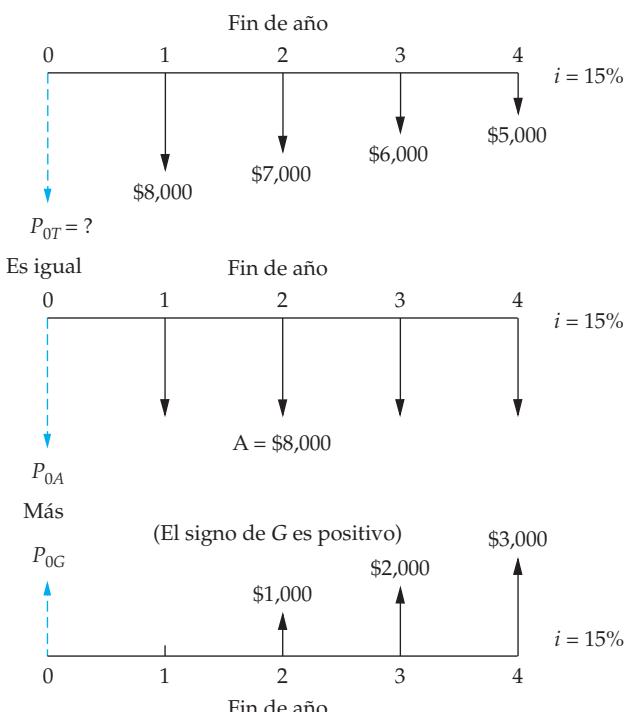
$A_T$  es equivalente a  $P_{0T}$  porque  $-\$6,326.30(P/A, 15\%, 4) = -\$18,061$ , que es el mismo valor que se obtuvo previamente (sujeto a errores de redondeo).

### EJEMPLO 3.16

Como otro ejemplo del uso de las fórmulas de gradiente aritmético, suponga que se tienen flujos de efectivo programados exactamente a la inversa de la situación que se ilustró con el ejemplo 3.15. El diagrama superior de la figura 3.16 muestra la secuencia siguiente de flujos de efectivo.

Final del año	Flujos de efectivo (\$)
1	-8,000
2	-7,000
3	-6,000
4	-5,000

**Figura 3.16**  
Separación de los flujos de efectivo del ejemplo 3.16



Calcule el valor presente equivalente con  $i = 15\%$  anual con el uso de los factores de interés en forma de gradiente aritmético.

### SOLUCIÓN

Los dos diagramas inferiores de la figura 3.16 muestran cómo puede separarse el gradiente uniforme en dos conjuntos separados de diagramas de flujo de efectivo. Debe recordarse que los factores de gradiente aritmético del apéndice C son para cantidades en forma de gradiente en aumento. Entonces,

$$\begin{aligned} P_{0T} &= P_{0A} + P_{0G} \\ &= -A(P/A, 15\%, 4) + G(P/G, 15\%, 4) \\ &= -\$8,000(2.8550) + \$1,000(3.79) \\ &= -\$22,840 + \$3,790 = -\$19,050 \end{aligned}$$

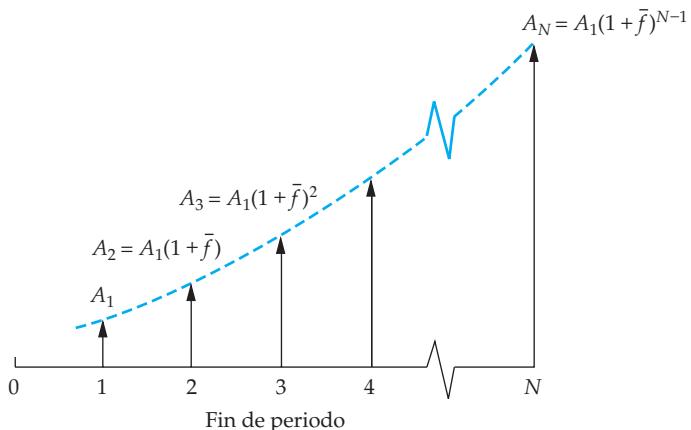
Nuevamente, el valor anual equivalente de la serie decreciente original de flujos de efectivo se calcula con el mismo razonamiento:

$$\begin{aligned} A &= A + A_G \\ &= -\$8,000 + \$1,000(A/G, 15\%, 4) \\ &= -\$6,673.70. \end{aligned}$$

En los ejemplos 3.15 y 3.16, observe que el valor presente equivalente de  $-\$18,065$ , para una serie de pagos en forma de gradiente aritmético que aumenta, es distinto del valor presente equivalente de  $-\$19,050$  para pagos de montos idénticos en forma de gradiente aritmético pero inversos en cuanto al tiempo (serie decreciente de pagos). Tal diferencia sería aún mayor para tasas de interés más altas y cantidades en forma de gradientes más elevados, y exemplifica el gran efecto que tiene el tiempo de los flujos equivalentes sobre sus valores equivalentes. *También ayuda notar que el signo de G corresponde a la pendiente general de los flujos totales de efectivo en el tiempo.* Por ejemplo, en la figura 3.15, la pendiente de los flujos totales de efectivo es negativa ( $G$  es negativa), mientras que en la figura 3.16 la pendiente es positiva ( $G$  es positiva).

### 3.14 Fórmulas de interés que relacionan una secuencia geométrica de flujos de efectivo con sus equivalentes anual y presente

Algunos problemas de equivalencia económica implican patrones proyectados de flujos de efectivo que cambian a una *tasa promedio*,  $\bar{f}$ , en cada periodo. La situación típica de esto es la de un artículo cuyo precio aumenta a una tasa constante cada año, y puede modelarse con una secuencia geométrica de flujos de efectivo. El patrón resultante de flujo de efectivo al final de periodo se conoce como *serie en forma de gradiente geométrico* y tiene la aparien-



**Figura 3.17** Diagrama de flujo de efectivo para una secuencia geométrica de flujos de efectivo que se incrementan a una tasa constante de  $\bar{f}$  por periodo.

cia general que se ilustra en la figura 3.17. Observe que el *flujo inicial de efectivo en esta serie*,  $A_1$ , *ocurre al final del periodo 1*, y que  $A_k = (A_{k-1})(1 + \bar{f})$ ,  $2 \leq k \leq N$ . El  $N$ -ésimo término en esta secuencia geométrica es  $A_N = A_1(1 + \bar{f})^{N-1}$ , y la razón común a través de la secuencia es  $(A_k - A_{k-1})/A_{k-1} = \bar{f}$ . No deje de observar que  $\bar{f}$  puede ser positiva o negativa.

Cada término de la figura 3.17 podría hacerse discontinuo, o compuesto, a una tasa de interés de  $i$  por periodo para obtener un valor de  $P$  o  $F$ , respectivamente. Sin embargo, esto sería tedioso para una  $N$  grande, de manera que en lugar de ello es conveniente tener una sola ecuación.

Para desarrollar una expresión compacta para  $P$  con una tasa de interés de  $i$  por periodo para los flujos de efectivo de la figura 3.17, considere la sumatoria

$$P = \sum_{k=1}^N A_k (1 + i)^{-k} = \sum_{k=1}^N A_1 (1 + \bar{f})^{k-1} (1 + i)^{-k},$$

o bien,

$$P = \frac{A_1}{1 + \bar{f}} \sum_{k=1}^N \left( \frac{1 + \bar{f}}{1 + i} \right)^k. \quad (3.25)$$

Cuando  $i \neq \bar{f}$ , se simplifica la ecuación anterior si se define una “tasa de conveniencia” (en inglés *convenience rate*)  $i_{CR}$ , como sigue:

$$i_{CR} = \frac{1 + i}{1 + \bar{f}} - 1. \quad (3.26)$$

La tasa de conveniencia también puede escribirse como  $i_{CR} = (i - \bar{f})/(1 + \bar{f})$ . En la situación en que  $i \neq \bar{f}$ , la ecuación 3.25 se escribe como

$$P = \frac{A_1}{1 + \bar{f}} \sum_{k=1}^N \left( \frac{1 + i}{1 + \bar{f}} \right)^{-k}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{A_1}{1 + \bar{f}} \sum_{k=1}^N (1 + i_{CR})^{-k} \\
 &= \frac{A_1}{1 + \bar{f}} (P/A, i_{CR}\%, N).^*
 \end{aligned} \tag{3.27}$$

La ecuación 3.27 hace uso del hecho de que

$$P/A, i_{CR}\%, N = \sum_{k=1}^N (1 + i_{CR})^{-k} = \sum_{k=1}^N (P/F, i_{CR}\%, k).$$

cuando  $i = \bar{f}$  y  $i_{CR} = 0$ , la ecuación 3.27 se reduce a

$$P = \frac{A_1}{1 + \bar{f}} (P/A, 0\%, N) = \frac{NA_1}{1 + \bar{f}}. \tag{3.28}$$

El lector que tenga interés, puede comprobar la ecuación 3.28 con la aplicación de la Regla de L'Hôpital al factor  $(P/A, i_{CR}\%, N)$  de la ecuación 3.27 y tomar el límite cuando  $i_{CR} \rightarrow 0$ .

Los valores de  $i_{CR}$  que se usan para la ecuación 3.27, por lo general, no se incluyen en las tablas del apéndice C. Como  $i_{CR}$  es frecuente que no sea una tasa de interés entera, el hecho de recurrir a la definición del factor  $(P/A, i_{CR}\%, N)$  (véase la tabla 3.4) y sustituir los términos en ella es una forma satisfactoria de obtener valores de dichos factores de interés.

El valor equivalente uniforme anual de fin de periodo,  $A$ , de una serie en forma de gradiente geométrico se determina a partir de la ecuación 3.27 (o de la ecuación 3.28), como sigue:

$$A = P(A/P, i\%, N). \tag{3.29}$$

El año cero, *base* de esta anualidad, que se incrementa a una tasa constante de  $\bar{f} \%$  por periodo, es  $A_0$ , y es igual a

$$A_0 = P(A_1/P, i_{CR}\%, N). \tag{3.30}$$

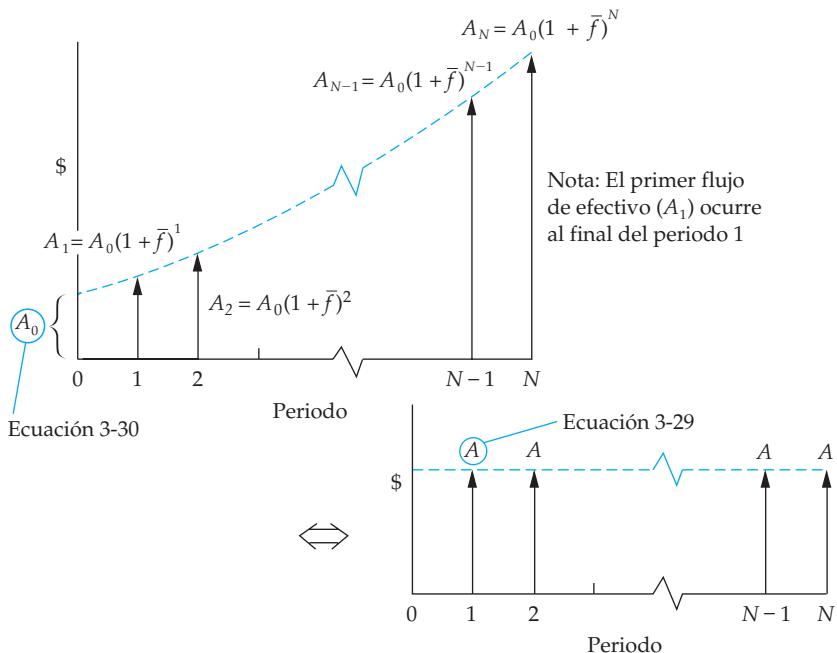
La diferencia entre  $A$  y  $A_0$  puede verse en la figura 3.18. Por último, el valor futuro equivalente de esta serie en forma de gradiente geométrico es sencillamente

$$F = P(F/P, i\%, N). \tag{3.31}$$

En el capítulo 8 (sección 8.3) se realiza un análisis adicional de las secuencias geométricas de flujos de efectivo, que tienen que ver con cambios en los precios y en las tasas de interés.

---

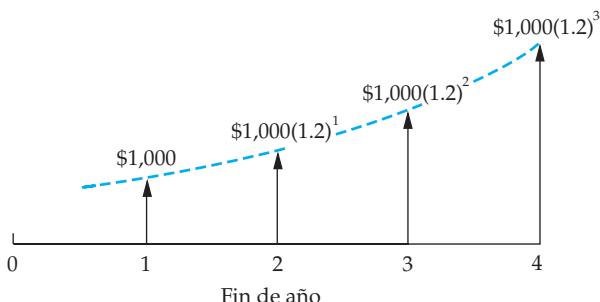
\* Cuando  $\bar{f}$  excede a  $i$ ,  $i_{CR}$  es negativa, y la situación precedente es válida sólo cuando  $N$  es finita.



**Figura 3.18** Interpretación gráfica de los términos  $A$  y  $A_0$  en una serie en forma de gradiente geométrico cuando  $\bar{f} > 0$

### EJEMPLO 3.17

Considere la secuencia geométrica de flujos de efectivo de final de periodo de la figura 3.19, y determine los valores equivalentes de  $P$ ,  $A$ ,  $A_0$ , y  $F$ . La tasa de incremento es del 20% por año después del primer año, y la tasa de interés es del 25% anual.



**Figura 3.19** Diagrama de flujo de efectivo para el ejemplo 3.17

**SOLUCIÓN**

$$\begin{aligned}
 P &= \frac{\$1,000}{12} \left( P/A, \frac{25\% - 20\%}{1.20}, 4 \right) = \$833.33(P/A, 4.167\%, 4) \\
 &= \$833.33 \left[ \frac{(1.04167)^4 - 1}{0.04167(1.04167)^4} \right] \\
 &= \$833.33(3.6157) = \$3,013.08; \\
 A &= \$3,013.08(A/P, 25\%, 4) = \$1,275.86; \\
 A_0 &= \$3,013.08(A/P, 4.167\%, 4) \\
 &= \$3,103.08 \left[ \frac{0.04167(1.04167)^4}{(1.04167)^4 - 1} \right] = \$833.34; \\
 F &= \$3,013.08(F/P, 25\%, 4) = \$7,356.15.
 \end{aligned}$$

**EJEMPLO 3.18**

Suponga que el gradiente geométrico del ejemplo 3.17 comienza con \$1,000 al final del año uno y *disminuye* 20% por año después del primero. Determine los valores de  $P$ ,  $A$ ,  $A_0$  y  $F$  en estas condiciones.

**SOLUCIÓN**

El valor de  $\bar{f}$  es  $-20\%$  en este caso e  $i_{CR} = [(1 + i)/(1 + \bar{f})] - 1 = (1.25/0.80) - 1 = 0.5625$  o 56.25% por año. Las cantidades deseadas son las siguientes:

$$\begin{aligned}
 P &= \frac{\$1,000}{0.8} (P/A, 56.25\%, 4) = \$1,250(1.4795) \\
 &= \$1,849.38; \\
 A &= \$1,849.38(A/P, 25\%, 4) = \$783.08; \\
 A_0 &= \$1,849.38(A/P, 56.25\%, 4) = \$1,250.00; \\
 F &= \$1,849.38(F/P, 25\%, 4) = \$4,515.08.
 \end{aligned}$$

### 3.15 Tasas de interés que varían con el tiempo

Cuando la tasa de interés de un préstamo puede variar con el tiempo (por ejemplo, la tasa de descuento de la Reserva Federal) es necesario tomar en cuenta este hecho al determinar el valor futuro equivalente del préstamo. En ciertos tipos de préstamo es común encontrarse con tasas de interés "escaladoras". El ejemplo 3.19 ilustra cómo se trata una situación así.

**EJEMPLO 3.19**

Una persona realizó un convenio para que le prestaran \$1,000 ahora y otros \$1,000 dos años más tarde. Toda la obligación debe pagarse al final de los cuatro años. Si las tasas de interés en los años uno, dos, tres y cuatro, son del 10, 12, 12 y 14%, respectivamente, ¿cuál es la cantidad que pagará en una sola exhibición al final de los cuatro años?

**SOLUCIÓN**

Este problema se resuelve capitalizando la cantidad que se adeuda al principio de cada año con la tasa de interés que se aplica a cada año individual, y con la repetición de este proceso durante los cuatro años para obtener el valor futuro equivalente total:

$$F_1 = \$1,000(F/P, 10\%, 1) = \$1,100;$$

$$F_2 = \$1,100(F/P, 12\%, 1) = \$1,232;$$

$$F_3 = (\$1,232 + \$1,000)(F/P, 12\%, 1) = \$2,500;$$

$$F_4 = \$2,500(F/P, 14\%, 1) = \$2,850.$$

Para obtener el valor presente equivalente de una serie de flujos de efectivo futuros sujetos a tasas de interés variables, se utiliza un procedimiento similar al anterior con una secuencia de factores  $(P/F, i_k \%, k)$ . En general, el valor presente equivalente de un flujo de efectivo que ocurre al final del periodo  $N$  se calcula con la ecuación 3.32, donde  $i_k$  es la tasa de interés para el periodo  $k$ -ésimo (el símbolo  $\prod$  significa “el producto de”):

$$P = \frac{F_N}{\prod_{k=1}^N (1 + i_k)}. \quad (3.32)$$

Por ejemplo, si  $F_4 = \$1,000$  e  $i_1 = 10\%$ ,  $i_2 = 12\%$ ,  $i_3 = 13\%$ , e  $i_4 = 10\%$ , entonces,

$$\begin{aligned} P &= \$1,000[(P/F, 10\%, 1)(P/F, 12\%, 1)(P/F, 13\%, 1)(P/F, 10\%, 1)] \\ &= \$1,000[(0.9091)(0.8929)(0.8850)(0.9091)] = \$653. \end{aligned}$$

### 3.16 Tasas de interés nominal y efectiva

Con frecuencia, el periodo de interés, o tiempo entre capitalizaciones sucesivas, es menor que un año. Se ha vuelto una costumbre mencionar las tasas de interés sobre una base anual, seguidas por el periodo de capitalización si éste fuera distinto de un año. Por ejemplo, si la tasa de interés es del 6% por periodo de interés y éste fuera de seis meses, la costumbre es hablar de esta tasa como del “12% capitalizable cada seis meses”. Aquí, la tasa anual de interés se conoce como *tasa nominal*, en este caso es el 12%. Una tasa de interés nominal se representa por  $r$ . Pero la tasa real (o efectiva) anual sobre el prin-

cipal no es el 12%, sino algo mayor porque la capitalización ocurre dos veces durante el año.

En consecuencia, la frecuencia por año con la que se capitaliza una tasa nominal de interés puede tener un efecto pronunciado sobre el monto en dólares (o cualquier otra unidad monetaria) de intereses que se generan en total. Por ejemplo, considere un monto principal de \$1,000 que se va a invertir por tres años a una tasa nominal de interés del 12%, capitalizable cada seis meses. Los intereses generados durante los primeros seis meses serían  $\$1,000 \times (0.12/2) = \$60$ .

El principal y los intereses al comienzo del segundo periodo de seis meses es de

$$P + P\dot{r} = \$1,000 + \$60 = \$1,060.$$

Los intereses que se generan durante el segundo lapso de seis meses son

$$\$1,060 \times (0.12/2) = \$63.60.$$

Entonces, el interés total que se genera durante el año es de

$$\$60.00 + \$63.60 = \$123.60.$$

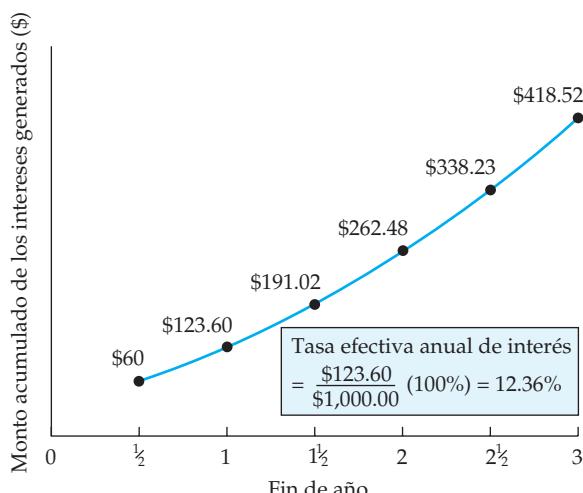
Por último, la tasa de interés *efectiva* anual para todo el año es de

$$\frac{\$123.60}{\$1,000} \times 100 = 12.36\%.$$

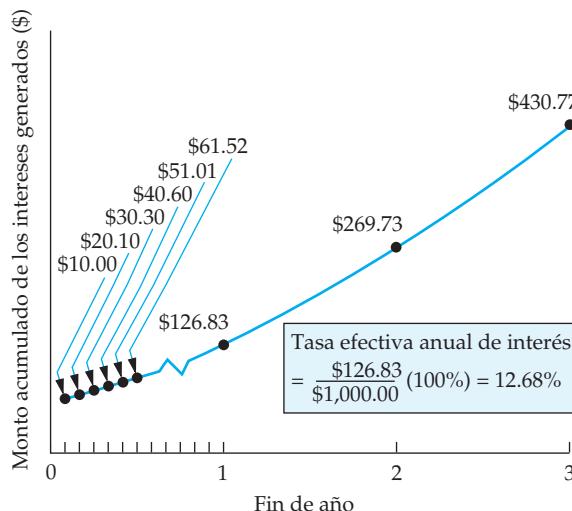
Si este proceso se repite durante los años dos y tres, el *monto acumulado* (capitalizado) de los intereses se grafica como en la figura 3.20. Suponga que se invierten los mismos \$1,000 al 12% capitalizable en forma *mensual*, que es el 1% por mes. El interés acumulado durante tres años que resulta de la capitalización mensual se muestra en la figura 3.21.

La tasa real o exacta del interés que se genera sobre el principal durante un año se conoce como la *tasa efectiva*. Debe destacarse que las tasas efectivas de interés siempre se ex-

**Figura 3.20**  
\$1,000 capitalizables con  
una frecuencia semestral  
( $r = 12\%$ )



**Figura 3.21**  
\$1,000 capitalizables con una frecuencia mensual ( $r = 12\%$ )



presas en términos anuales, a menos que se especifique otra cosa. En este libro, la tasa efectiva de interés anual por costumbre se designa con  $i$ , mientras que la tasa nominal anual de interés se denota con  $r$ . En los estudios de ingeniería económica donde la capitalización es anual,  $i = r$ . La relación entre el interés efectivo,  $i$ , y el interés nominal,  $r$ , es

$$\begin{aligned} i &= (1 + r/M)^M - 1 \\ &= (F/P, r/M, M) - 1, \end{aligned} \quad (3.33)$$

donde  $M$  es el número de períodos de capitalización por año. De la ecuación 3.33, ahora queda claro por qué  $i > r$  cuando  $M > 1$ .

La tasa efectiva de interés es útil para describir el efecto de la capitalización del interés que se genera sobre el interés durante un año. La tabla 3.5 muestra las tasas efectivas para varias tasas nominales y períodos de capitalización.

**Tabla 3.5** Tasas efectivas de interés para varias tasas nominales y frecuencias de capitalización

Frecuencia de capitalización	Número de períodos de capitalización por año, $M$	Tasa efectiva (%) para tasas nominales de					
		6%	8%	10%	12%	15%	24%
Anual	1	6.00	8.00	10.00	12.00	15.00	24.00
Semestral	2	6.09	8.16	10.25	12.36	15.56	25.44
Trimestral	4	6.14	8.24	10.38	12.55	15.87	26.25
Bimestral	6	6.15	8.27	10.43	12.62	15.97	26.53
Mensual	12	6.17	8.30	10.47	12.68	16.08	26.82
Diaria	365	6.18	8.33	10.52	12.75	16.18	27.11

Es interesante que el procedimiento federal en la legislación de préstamos de Estados Unidos, ahora requiera de una declaración acerca de la tasa anual en porcentaje (APR, por sus siglas en inglés) que se cobra en los contratos de crédito. La APR es una tasa nominal de interés y *no* cuenta para la capitalización que pueda ocurrir, es decir, la apropiada, durante un año. Antes de que el Congreso de Estados Unidos aprobara dicha legislación en 1969, los acreedores no tenían obligación de explicar la forma en que determinaban los cargos por interés, o cuál era el costo verdadero del dinero de un préstamo. Como resultado, los acreditados por lo general eran incapaces de calcular su APR y comparar diferentes planes de financiamiento.

### EJEMPLO 3.20

Una empresa de tarjetas de crédito cobra una tasa de interés del 1.375% mensual sobre el saldo insoluto de todas sus cuentas. Afirma que la tasa de interés anual es del  $12(1.375\%) = 16.5\%$ . ¿Cuál es la tasa efectiva de interés anual que está cobrando la compañía?

#### SOLUCIÓN

Las tablas del apéndice C se basan en períodos que pueden ser anuales, trimestrales, mensuales, etcétera. Como no hay tablas para 1.375% (o para 16.5%), en este ejemplo debe usarse la ecuación 3.33 para calcular la tasa efectiva de interés:

$$\begin{aligned} i &= \left(1 + \frac{0.165}{12}\right)^{12} - 1 \\ &= 0.1781, \text{ o } 17.81\%/\text{año}. \end{aligned}$$

Observe que  $r = 12(1.375\%) = 16.5\%$ , que es la APR. Como se vio en el ejemplo 3.20, es verdad que  $r = M(r/M)$ , donde  $r/M$  es la tasa de interés por período.

## 3.17 Problemas de interés que se capitalizan más de una vez por año

### 3.17.1 Cantidades únicas

Se resuelve cualquier problema que implique valores equivalentes futuro, anual o presente, con el empleo directo de las ecuaciones 3.3 y 3.33, respectivamente, si se conoce una tasa nominal de interés, el número de períodos de capitalización por año y el número de años.

### EJEMPLO 3.21

Suponga que se invierten \$1,000 en una sola exhibición durante 10 años a una tasa nominal de interés del 5% capitalizable trimestralmente. ¿Cuál es su valor al final del décimo año?

**SOLUCIÓN**

Existen cuatro períodos de capitalización por año, es decir un total de  $4 \times 10 = 40$  períodos de interés. La tasa de interés por periodo de interés es  $6\%/4 = 1.5\%$ . Al sustituir estos valores en la ecuación 3.3, se obtiene

$$F = P(F/P, 1.5\%, 40) = \$100.00(1.015)^{40} = \$100.00(1.814) = \$181.40.$$

Otra forma de resolverlo es con la tasa efectiva de interés, la cual, a partir de la ecuación 3.33, es del 6.14%. Por lo tanto,  $F = P(F/P, 6.14\%, 10) = \$100.00(1.0614)^{10} = \$181.40$ .

### **3.17.2 Serie uniforme y serie en forma de gradiente**

Cuando existe más de un periodo de capitalización de interés por año, las fórmulas y tablas para una serie uniforme y serie en forma de gradiente pueden utilizarse *mientras* haya un flujo de efectivo al final de cada periodo de interés, como se ilustra en las figuras 3.6 y 3.14 para una serie uniforme anual y una serie uniforme en forma de gradiente, respectivamente.

#### **EJEMPLO 3.22**

Suponga que un banco otorga un préstamo de \$10,000, que se liquidará en pagos periódicos de *fin de mes* durante cinco años con una tasa nominal de interés del 12% capitalizable mensualmente. ¿Cuál es el monto de cada pago?

**SOLUCIÓN**

El número de pagos periódicos es  $5 \times 12 = 60$ , y la tasa de interés por mes es  $12\%/12 = 1\%$ . Al sustituir estos valores en la ecuación 3.13, se obtiene

$$A = P(A/P, 1\%, 60) = \$10,000(0.0222) = \$222.$$

Note que en este ejemplo hay un flujo de efectivo al final de cada mes (periodo de interés), inclusive en el mes 60.

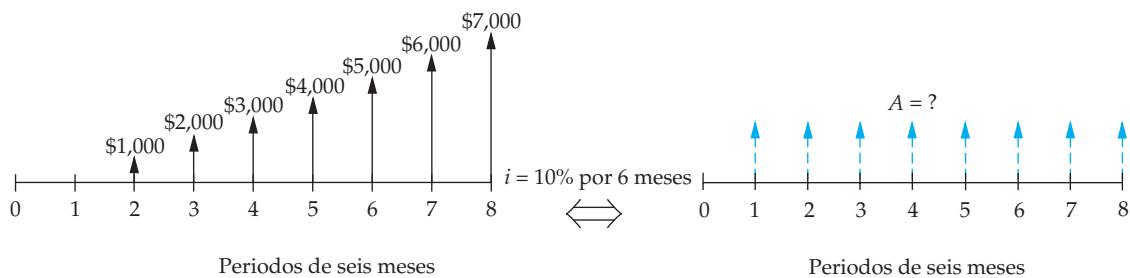
#### **EJEMPLO 3.23**

Se espera que en cierto plan de ahorros haya 0 al final de los primeros seis meses, \$1,000 al final del segundo periodo de seis meses, y que se incremente en \$1,000 al final de cada periodo de seis meses de ahí en adelante durante un total de cuatro años. Se desea encontrar la cantidad equivalente uniforme,  $A$ , al final de cada uno de los ocho periodos de seis meses si la tasa de interés nominal es del 20% capitalizable semestralmente.

**SOLUCIÓN**

En la figura 3.22 se presenta un diagrama de flujo de efectivo, y la solución es

$$A = G(A/G, 10\%, 8) = \$1,000(3.0045) = \$3,004.50$$



**Figura 3.22** Gradiante aritmético del ejemplo 3.23 con capitalización más frecuente que una vez por año

En la figura 3.22, el símbolo  $\Leftrightarrow$  indica que el diagrama de la izquierda es *equivalente* al de la derecha una vez que se determinó el valor correcto de  $A$ . En el ejemplo 3.23, la tasa de interés por periodo de seis meses es del 10%, y los flujos de efectivo ocurren cada seis meses.

### **3.18 Problemas de interés con menos flujos de efectivo que períodos de capitalización**

En general, si  $i$  es la tasa efectiva de interés por periodo de interés, y hay una serie uniforme de flujo de efectivo al *final* de cada  $K$ -ésimo periodo de interés ( $K > 1$ ), entonces la cantidad equivalente,  $A$ , al final de cada periodo de interés es

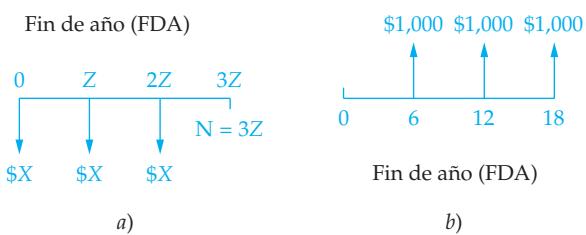
$$A = X(A/F, \mathcal{E}^{\otimes n}, K). \quad (3.34)$$

Con un razonamiento similar, si  $i$  es la tasa efectiva de interés por periodo de interés, y existe un flujo de efectivo uniforme,  $X$ , al principio de cada  $K$ -ésimo periodo de interés, entonces la cantidad equivalente,  $A$ , al final de cada periodo de interés es

$$A \equiv X(A/P, g\%, K). \quad (3.35)$$

### EJEMPLO 3.24

En el diagrama *a*) de flujo de efectivo, escriba una ecuación que convierta las tres cantidades,  $\$X$ , en su valor anual equivalente durante  $N$  años ( $N = 3Z$ ) si la tasa de interés es del  $i\%$  anual. Para el diagrama *b*) de flujo de efectivo, determine la cantidad equivalente anual durante 18 años si  $i = 10\%$  anual.



**SOLUCIÓN**

- a) Con el uso de la ecuación 3.35, se ve que el valor de  $A$  correspondiente a los tres pagos de  $\$X$  es

$$A = \$X(A/P, 2\%, 3).$$

- b) La ecuación 3.34 permite calcular el valor de  $A$ , que se extiende desde el final del primer año hasta el final del año 18:

$$A = \$1,000(A/F, 10\%, 6) = \$129.60.$$

**EJEMPLO 3.25**

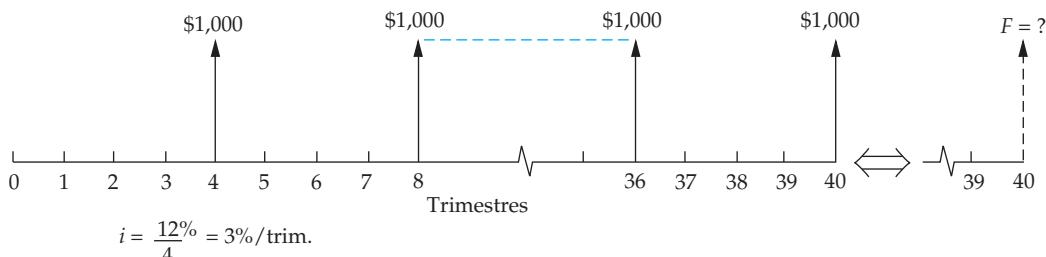
Suponga que existe una serie de ingresos de \$1,000 cada uno al final de año, y que se desea calcular su valor equivalente al *final* del décimo año si la tasa nominal de interés es del 12% capitalizable trimestralmente. En la figura 3.23 se ilustran los flujos de efectivo.

**SOLUCIÓN**

La tasa de interés es  $12\%/4 = 3\%$  por trimestre, pero la serie uniforme de flujos de efectivo no ocurre al final de cada trimestre. En tales casos pueden hacerse adaptaciones especiales para que las fórmulas de interés se ajusten a las tablas con que se cuenta. Para resolver este tipo de problema, hay que 1. calcular un flujo de efectivo equivalente para el intervalo de tiempo que corresponda a la frecuencia de capitalización establecida, o 2. determinar una tasa efectiva de interés para el intervalo de tiempo que separa los flujos de efectivo.

El *primer* procedimiento de adaptación consiste en tomar el número de períodos de capitalización durante los cuales ocurre un flujo de efectivo, y convertir éste a su serie uniforme equivalente de final de periodo. Los diagramas de flujo de la parte superior de la figura 3.24 ilustran este enfoque aplicado al primer año (cuatro períodos de interés) para el ejemplo de la figura 3.23. La cantidad uniforme al final del trimestre, equivalente a \$1,000 al final del año con un interés del 3% por trimestre, se calcula con el uso de la ecuación 3.34.

$$A = F(A/F, 3\%, 4) = \$1,000(0.2390) = \$239.$$



**Figura 3.23** Serie uniforme del ejemplo 3.25 con flujos de efectivo con frecuencia menor que los períodos de capitalización

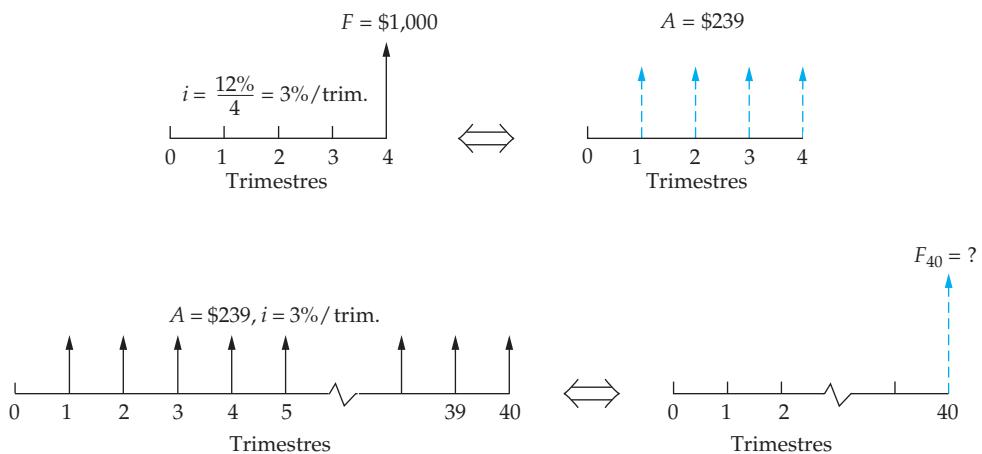


Figura 3.24 Primera adaptación para resolver el ejemplo 3.25

Así, los \$239 al final de cada trimestre son equivalentes a \$1,000 al final de cada año. Esto es verdad no sólo para el primer año, sino también para cada uno de los 10 bajo consideración. Después, la serie original de 10 flujos de efectivo de \$1,000 al final de año puede convertirse a un problema que implica 40 cantidades de \$239 cada una al final de trimestre, como se muestra en los diagramas de flujo de efectivo de la figura 3.24.

Luego, el valor futuro equivalente al final del décimo año (40-ésimo trimestre) se calcula así:

$$F_{40} = A(F/A, 3\%, 40) = \$239(75.4012) = \$18,021.$$

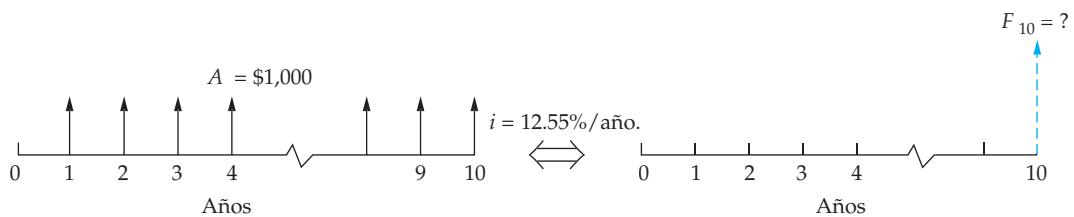
El *segundo* procedimiento para manejar flujos de efectivo que ocurren con una frecuencia menor que los períodos de capitalización consiste en encontrar la tasa exacta de interés para cada periodo que separa los flujos de efectivo, y luego aplicar en forma directa las fórmulas y las tablas de interés para la tasa exacta de interés. Para el ejemplo 3.25, el interés es del 3% trimestral y los pagos ocurren cada año. Entonces, la tasa de interés por encontrarse es la exacta de cada año, o *tasa efectiva anual*. La tasa efectiva anual que corresponde al 3% por trimestre (12% nominal) se calcula con la ecuación 3.33:

$$\left(1 + \frac{0.12}{4}\right)^4 - 1 = (F/A, 3\%, 4) - 1 = 0.1255.$$

Entonces, el problema original de la figura 3.23 puede expresarse como se muestra en la figura 3.25. El valor futuro equivalente de esta serie se calcula como

$$F_{10} = A(F/A, 12.55\%, 10) = \$1,000(F/A, 12.55\%, 10) = \$18,022$$

Como es común que los factores de interés para una  $i = 12.55\%$  no se tabulen, debe calcularse el factor  $(F/A, 12.55\%, 10)$  con la sustitución de  $i = 0.1255$  y  $N = 10$  en el equivalente algebraico del factor,  $[(1 + i)^N - 1]/i$ . (Véase la tabla 3.4).



**Figura 3.25** Segunda adaptación para resolver el ejemplo 3.25

Es probable que el segundo procedimiento que se acaba de ilustrar sea la manera más popular de resolver problemas donde los flujos de efectivo suceden cada  $K$  ( $K > 1$ ) períodos de capitalización. Con el uso del segundo método, descubrimos que la pregunta básica se vuelve: “¿Cómo se puede encontrar una tasa efectiva de interés para el intervalo fijo de tiempo ( $K$  períodos de capitalización) que separa los flujos de efectivo?” Ahora se va a formalizar este procedimiento con el empleo de una versión más general de la ecuación 3.33 para determinar una tasa efectiva de interés por cada  $K$  períodos de capitalización:

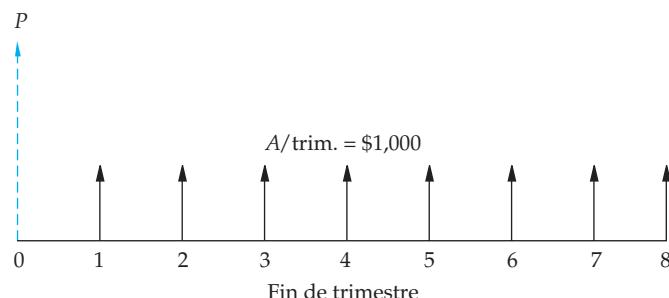
$$i \text{ (por cada } K \text{ períodos de capitalización)} = (1 + r/M)^k - 1. \quad (3.36)$$

Donde,

- $K$  = número de períodos de capitalización por intervalo fijo de tiempo que separa los flujos de efectivo;
- $r$  = tasa nominal de interés anual;
- $M$  = número de períodos de capitalización anual.

### EJEMPLO 3.26

Determine el valor presente equivalente,  $P$ , del diagrama de flujo de efectivo siguiente:



La tasa nominal de interés es del 15% *capitalizable mensualmente*. Los flujos de efectivo ocurren cada tres meses (una vez por trimestre).

#### SOLUCIÓN

Con la ecuación 3.36, se determina la tasa efectiva de interés por trimestre:  $i/\text{trim.} = (1 + \frac{0.15}{12})^3 - 1 = (1.0125)^3 - 1 = 0.038$ , o 3.8%. Entonces,  $P = \$1,000 \times (P/A, 3.8\%, 8) = \$6,788.70$ . Note que el segundo procedimiento también puede usarse con facilidad para flujos de efectivo no uniformes.

### 3.19 Fórmulas de interés para flujos de efectivo discretos con capitalización continua

En la mayor parte de las transacciones de negocios y estudios económicos, el interés se capitaliza al final de períodos discretos, y, como se estudió anteriormente, se da por hecho que los flujos de efectivo ocurren en cantidades discretas al final de tales períodos. *En los capítulos restantes del libro se usará esta práctica.* Sin embargo, es evidente que en la mayoría de las empresas, el dinero está fluyendo dentro y fuera en una corriente casi continua. Dicha situación crea oportunidades para capitalizar con mucha frecuencia el interés generado, ya que el efectivo, siempre y cuando esté disponible, puede usarse de manera rentable. Como esta condición puede presentarse (modelarse) cuando están disponibles tasas de interés con capitalización continua, los conceptos de capitalización continua y flujos de efectivo continuos se utilizan en ocasiones en los estudios económicos. En realidad, en la mayoría de los casos, los efectos de estos procedimientos son mínimos en comparación con los de la capitalización discreta.

El interés continuo supone que los flujos de efectivo ocurren a intervalos discretos (por ejemplo, una vez al año), pero que la capitalización es continua a través del intervalo. Por ejemplo, con una tasa nominal de interés anual igual a  $r$ , si el interés se capitaliza  $M$  veces por año, una unidad del principal se convertirá en  $[1 + (r/M)]^M$  al cabo de un año. Si se hace  $M/r = p$ , entonces la expresión anterior se convierte en

$$\left[1 + \frac{1}{p}\right]^{rp} = \left[\left(1 + \frac{1}{p}\right)^p\right]^r \quad (3.37)$$

Puesto que

$$\lim_{p \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{p}\right)^p = e^1 = 2.71828\dots,$$

La ecuación 3.37 se escribe como  $e^r$ . En consecuencia, el factor del monto compuesto capitalizable continuamente (flujo de efectivo único) con una tasa nominal de interés de  $r\%$  para  $N$  años es  $e^{rN}$ . Con la notación funcional, lo anterior se expresa como

$$(F/P, r\%, N) = e^{rN}. \quad (3.38)$$

Observe que el símbolo  $r$  es directamente comparable con el que se utiliza para la capitalización discreta y los flujos de efectivo discretos ( $i\%$ ), excepto que  $r\%$  sirve para denotar la tasa nominal y el uso de capitalización continua.

Como para la capitalización continua  $e^{rN}$  corresponde a  $(1 + i)^N$  en la capitalización discreta,  $e^r$  es igual a  $(1 + i)$ . Entonces, se concluye en forma correcta que

$$i = e^r - 1. \quad (3.39)$$

Con el empleo de esta relación, los valores correspondientes de  $(P/F)$ ,  $(F/A)$  y  $(P/A)$  para la capitalización continua pueden obtenerse a partir de las ecuaciones 3.4, 3.6 y 3.8, respecti-

vamente, con la sustitución de  $e^r - 1$  en lugar de  $i$  en dichas ecuaciones. Así, para la capitalización continua y flujos de efectivo discretos, se tiene que

$$(P/F, r\%, N) = \frac{1}{e^{rN}} = e^{-rN}; \quad (3.40)$$

$$(F/A, r\%, N) = \frac{e^{rN} - 1}{e^r - 1}; \quad (3.41)$$

$$(P/A, r\%, N) = \frac{1 - e^{-rN}}{e^r - 1} = \frac{e^{rN} - 1}{e^{rN}(e^r - 1)}. \quad (3.42)$$

Los valores de  $(A/P, r\%, N)$  y  $(A/F, r\%, N)$  se obtienen a través de sus relaciones inversas  $(P/A, r\%, N)$  y  $(F/A, r\%, N)$ , respectivamente. En la tabla 3.6 se resumen diversos factores de capitalización continua y flujos de efectivo discretos, así como su utilidad.

**Tabla 3.6 Capitalización continua y flujos de efectivo discretos: factores y símbolos de interés<sup>a</sup>**

Para encontrar	Dado:	Factor por el cual multiplicar a lo que está dado	Nombre del factor	Símbolo funcional del factor
<i>Para flujos de efectivo únicos:</i>				
$F$	$P$	$e^{rN}$	Monto compuesto con capitalización continua (flujo de efectivo único)	$(F/P, r\%, N)$
$P$	$F$	$e^{-rN}$	Valor presente equivalente con capitalización continua (flujo de efectivo único) pago único	$(P/F, r\%, N)$
<i>Para una serie uniforme (anualidades):</i>				
$F$	$A$	$\frac{e^{rN} - 1}{e^r - 1}$	Monto compuesto con capitalización continua (serie uniforme)	$(F/A, r\%, N)$
$P$	$A$	$\frac{e^{rN} - 1}{e^{rN}(e^r - 1)}$	Valor presente equivalente con capitalización continua (serie uniforme)	$(P/A, r\%, N)$
$A$	$F$	$\frac{e^r - 1}{e^{rN} - 1}$	Fondo de amortización de capitalización continua	$(A/F, r\%, N)$
$A$	$P$	$\frac{e^{rN}(e^r - 1)}{e^{rN} - 1}$	Recuperación de capital con capitalización continua	$(A/P, r\%, N)$

<sup>a</sup>  $r$ , tasa nominal anual de interés, capitalizado en forma continua;  $N$ , número de períodos (años);  $A$ , monto anual equivalente (ocurre al final de cada año);  $F$ , valor futuro equivalente;  $P$ , valor presente equivalente.

Como en este texto no se usa con frecuencia la capitalización continua, en el apéndice D no se ofrecen valores detallados para  $(A/F, r\%, N)$  ni para  $(A/P, r\%, N)$ . Sin embargo, las tablas del apéndice D muestran valores de  $(F/P, r\%, N)$ ,  $(P/F, r\%, N)$ ,  $(F/A, r\%, N)$  y  $(P/A, r\%, N)$  para un número restringido de tasas de interés.

Observe que las tablas de interés y los factores de anualidad para la capitalización continua se tabulan en términos de las tasas nominales anuales de interés.

### EJEMPLO 3.27

Suponga que alguien tiene un préstamo de \$1,000 y desea determinar qué pagos equivalentes uniformes de fin de año,  $A$ , podría obtener de él durante 10 años, si la tasa nominal de interés es del 20% capitalizable continuamente, ( $M = \infty$ )

#### SOLUCIÓN

Aquí se utilizará la formulación

$$A = P(A/P, r\%, N).$$

Como el factor  $(A/P)$  no está tabulado para capitalización continua, se sustituirá su inverso  $(P/A)$ , que está tabulado en el apéndice D. Entonces,

$$A = P \times \frac{1}{(P/A, 20\%, 10)} = \$1,000 \times \frac{1}{3.9054} = \$256.$$

Observe entonces que la respuesta al mismo problema con capitalización discreta anual ( $M = 1$ ) es

$$\begin{aligned} A &= P(A/P, 20\%, 10) \\ &= \$1,000(0.2385) = \$239. \end{aligned}$$

### EJEMPLO 3.28

Una persona necesita \$12,000 de inmediato para el enganche de una casa nueva. Suponga que puede obtener este dinero en préstamo de su compañía de seguros. Debe reponer el préstamo en pagos iguales cada seis meses durante los próximos ocho años. La tasa nominal de interés que se está aplicando es del 7% capitalizado en forma continua. ¿Cuál es el monto de cada pago?

#### SOLUCIÓN

La tasa nominal de interés por seis meses es de 3.5%. Entonces,  $A$  cada seis meses es  $\$12,000(A/P, r = 3.5\%, 16)$ . Al sustituir los términos en la ecuación 3.42 para luego usar su inverso, se determina que el valor de  $A$  cada seis meses es de \$997:

$$A = \$12,000 \left[ \frac{1}{(P/A, r = 3.5\%, 16)} \right] = \frac{\$12,000}{12.038} = \$997.$$

### 3.20 Fórmulas de interés para flujos de efectivo continuos y capitalización continua

El flujo continuo de fondos significa que están ocurriendo una serie de flujos de efectivo a intervalos de tiempo infinitesimalmente cortos; esto corresponde a una anualidad que tiene un número infinito de períodos cortos. Este modelo se aplica a las compañías cuyos ingresos y egresos suceden con frecuencia durante cada día hábil. En tales casos, es normal que el interés se capitalice en forma continua. Si la tasa nominal de interés anual es  $r$  y existen  $p$  pagos por año para totalizar una unidad por año, entonces, con la ecuación 3.8, el valor presente equivalente al principio de año (para un año) es

$$P = \frac{1}{p} \left\{ \frac{[1 + (r/p)]^p - 1}{r/p[1 + (r/p)]^p} \right\} = \frac{[1 + (r/p)]^p - 1}{r[1 + (r/p)]^p}. \quad (3.43)$$

El límite de  $[1 + (r/p)]^p$  conforme  $p$  tiende al infinito es  $e^r$ . Si se llama al valor presente equivalente de una unidad por año, que fluye en forma continua y con capitalización continua de los intereses, el *factor del valor presente con capitalización continua (flujo de efectivo continuo y uniforme durante un periodo)*, se encuentra que

$$(P/\bar{A}, r\%, 1) = \frac{e^r - 1}{re^r}, \quad (3.44)$$

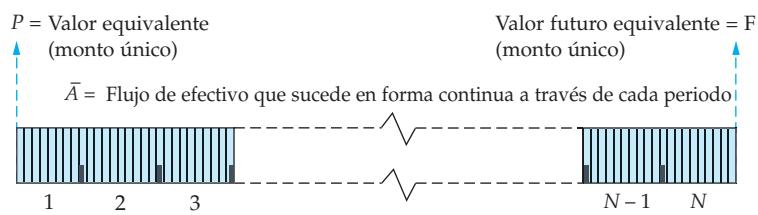
donde  $\bar{A}$  es el monto que fluye de manera uniforme y continua durante un año (aquí, \$1). Para que  $A$  fluya cada año durante  $N$  años, como se ilustra en la figura 3.26,

$$(P/\bar{A}, r\%, N) = \frac{e^{rN} - 1}{re^{rN}}, \quad (3.45)$$

que es el *factor del valor presente equivalente con capitalización continua (flujos de efectivo continuos y uniformes)*.

**Figura 3.26**

Diagrama de flujo de efectivo general para capitalización continua, flujos de efectivo continuos



$\bar{A}$  = Tasa nominal de interés con capitalización continua

La ecuación 3.44 también puede escribirse como

$$(P/\bar{A}, r\%, 1) = e^{-r} \left[ \frac{e^r - 1}{r} \right] = (P/F, r\%, 1) \left[ \frac{e^r - 1}{r} \right].$$

Como el valor presente equivalente de \$1 por año, que fluye de manera continua con capitalización continua de los intereses, es  $(P/F, r\%, 1)(e^r - 1)/r$ , se sigue que  $(e^r - 1)/r$  también debe ser el monto compuesto de \$1 por año, que fluye continuamente con intereses que se capitalizan en forma continua. En consecuencia, el *factor del monto compuesto con capitalización continua (flujo de efectivo continuo y uniforme durante un año)* es

$$(F/\bar{A}, r\%, 1) = \frac{e^r - 1}{r}. \quad (3.46)$$

Para  $N$  años,

$$(F/\bar{A}, r\%, N) = \frac{e^{rN} - 1}{r}. \quad (3.47)$$

La ecuación 3.47 también se obtiene por integración de esta manera:

$$F = \bar{A} \int_0^N e^{rt} dt = \bar{A} \left( \frac{1}{r} \right) \int_0^N r e^{rt} dt,$$

o bien,

$$F = \frac{\bar{A}}{r} (e^{rt}) \Big|_0^N = \bar{A} \left[ \frac{e^{rN} - 1}{r} \right].$$

Éste es el *factor del monto compuesto con capitalización continua (flujos de efectivo continuos y uniformes durante  $N$  años)*.

Los valores de  $(P/A, r\%, N)$  y  $(F/\bar{A}, r\%, N)$  se dan en las tablas del apéndice D para varias tasas de interés. Los valores de  $(A/P, r\%, N)$  y  $(A/F, r\%, N)$  se obtienen con rapidez mediante su relación inversa a  $(P/A, r\%, N)$  y  $(F/\bar{A}, r\%, N)$ , respectivamente. En la tabla 3.7 se presenta un resumen de estos factores y de su utilidad.

### EJEMPLO 3.29

¿Cuál es el valor futuro equivalente al final de cinco años de un flujo de efectivo uniforme y continuo, a razón de \$500 por año durante cinco años, con intereses que se capitalizan en forma continua a la tasa nominal anual del 8%?

#### SOLUCIÓN

Se tiene que:

$$F = \bar{A}(F/\bar{A}, 8\%, 5) = \$500 \times 6.1478 = \$3,074.$$

Note que si este flujo de efectivo hubiera ocurrido en cantidades de \$500 al final del año con capitalización discreta anual con  $i = 8\%$ , el valor futuro equivalente habría sido

$$F = A(F/A, 8\%, 5) = \$500 \times 5.8666 = \$2,983.$$

**Tabla 3.7** Flujos de efectivo continuos y uniformes con capitalización continua: factores de interés y sus símbolos<sup>a</sup>

Para encontrar	Dado:	Factor por el cual hay que multiplicar a lo "que está dado" <sup>a</sup>	Nombre del factor	Símbolo funcional del factor
$F$	$\bar{A}$	$\frac{e^{rN} - 1}{r}$	Monto compuesto con capitalización continua (flujos de efectivo continuos y uniformes)	$(F/\bar{A}, r\%, N)$
$P$	$\bar{A}$	$\frac{1 - e^{-rN}}{r e^{-rN}}$	Valor presente equivalente con capitalización continua (flujos de efectivo continuos y uniformes)	$(P/\bar{A}, r\%, N)$
$\bar{A}$	$F$	$\frac{r}{e^{rN} - 1}$	Fondo de amortización con capitalización continua (flujos de efectivo continuos y uniformes)	$(\bar{A}/F, r\%, N)$
$\bar{A}$	$P$	$\frac{r e^{-rN}}{e^{rN} - 1}$	Recuperación de capital con capitalización continua (flujos de efectivo continuos y uniformes)	$(\bar{A}/P, r\%, N)$

<sup>a</sup>  $r$ , tasa nominal anual de interés, con capitalización continua;  $N$ , número de períodos (años);  $\bar{A}$ , monto de dinero que fluye en forma continua y uniforme durante cada periodo;  $F$ , valor futuro equivalente;  $P$ , valor presente equivalente.

Si los pagos de fin de año hubieran ocurrido con una tasa nominal de interés capitalizado en forma continua de 8%, entonces el valor futuro equivalente habría sido

$$F = \bar{A}(F/\bar{A}, 8\%, 5) = \$500 \times 5.9052 = \$2,953.$$

Queda claro que para un monto dado,  $A$ , y capitalización continua de una tasa nominal de interés dada, el flujo continuo de fondos produce el mayor monto del valor futuro equivalente.

### EJEMPLO 3.30

¿Cuál es el valor futuro equivalente de \$10,000 por año que fluye en forma continua durante 8.5 años, si la tasa nominal de interés es del 10% que se capitaliza en forma continua?

#### SOLUCIÓN

En 8.5 años hay 17 períodos de seis meses, y la tasa  $r$  por seis meses es de 5%. La  $\bar{A}$  cada seis meses es de \$5,000, por lo tanto  $F = (F/\bar{A}, 5\%, 17) = \$133,964.50$ . Esta formulación se utiliza con la finalidad de encontrar un factor de interés que tenga un valor entero para  $N$ .

Se obtendría la misma respuesta con el reacomodo de la definición del factor ( $F/A, r\%, N$ ) que se da en la tabla 3.7 para  $N = 8.5$  años:

$$F = \$10,000 \left[ \frac{e^{0.10 \times 8.5} - 1}{0.10} \right] \\ = \$133,964.50.$$

## 3.21 Problemas adicionales resueltos

Esta sección contiene muchos problemas resueltos que ilustrarán aún más los conceptos de equivalencia económica del capítulo 3.

### PROBLEMA 1

Dada la información y la tabla que siguen, determine el valor de cada incógnita marcada con ?:

Cantidad principal del préstamo = \$10,000

Tasa de interés = 8% anual

Duración del préstamo = 3 años

Fin del año $k$	Interés pagado	Reembolso del principal
1	\$800	?
2	\$553.60	\$3,326.40
3	?	?

### SOLUCIÓN

A juzgar por los datos de la tabla, está implicado un esquema de pagos uniformes anuales. Así, el pago total anual = \$10,000 ( $A/P, 8\%, 3$ ) = \$3,880. Al final del año uno, el reembolso del principal será de \$3,880 – \$800 = \$3,080. Al comienzo del año tres, el principal que resta por pagar es de \$10,000 – \$3,080 – \$3,326.40 = \$3,593.60. Por lo tanto, el interés pagado durante el año tres, es de  $0.08(\$3,593.60) = \$286.40$ . (En este problema se redondearon las cifras ya que las tablas de interés tienen cuatro dígitos significativos).

### PROBLEMA 2

Suponga que la tasa de interés del 8% del problema 1 es nominal. Si la capitalización ocurre mes a mes, ¿cuál es la tasa efectiva de interés anual?

### SOLUCIÓN

Se emplea la ecuación 3.33 para encontrar

$$i = \left(1 + \frac{0.08}{12}\right)^{12} - 1 \\ = 0.083 \text{ (8.3% es la tasa efectiva de interés anual).}$$

**PROBLEMA 3**

Compare el interés que generan \$9,000 durante cinco años al 8% de interés simple anual, con el interés que produce la misma cantidad durante cinco años con el 8% de interés compuesto anual. Explique a qué se debe la diferencia.

**SOLUCIÓN**

Con interés simple:

$$I = (P)(N)(i) = \$9,000(0.08)(5) = \$3,600;$$

$$\text{Total} = \$9,000 + \$3,600 = \$12,600.$$

Con interés compuesto:

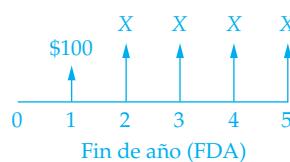
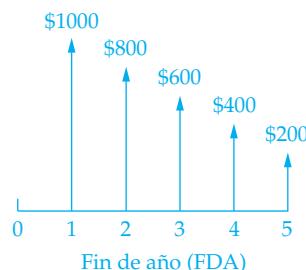
$$F = P(F/P, 8\%, 5) = \$9,000(1.4693) = \$13,223.70;$$

$$\text{Interés total} = \$13,223.70 - \$9,000 = \$4,223.70.$$

La diferencia en el monto de los intereses generados se debe a que la capitalización permite que los intereses del año anterior también generen intereses, mientras que para el interés simple esto no sucede.

**PROBLEMA 4**

En el siguiente diagrama encuentre el valor de  $X$ , con el mínimo número de factores de interés, de manera que los dos diagramas de flujo de efectivo sean equivalentes con una tasa de interés de 10% anual:



**SOLUCIÓN**

Se utilizará el FDA como el punto de referencia, y tres factores de interés:

$$\$1,000 + \$800(P/A, 10\%, 4) - \$200(P/C, 10\%, 4) = 100 + X(P/A, 10\%, 4)$$

$$X = \frac{\$900 + \$800(P/A, 10\%, 4) - \$200(P/C, 10\%, 4)}{(P/A, 10\%, 4)}.$$

**PROBLEMA 5**

Obtenga una expresión para el valor de  $Z$  en el diagrama de flujo de efectivo de la izquierda, que establece una equivalencia con el de la derecha. La tasa nominal de interés es del 12% con capitalización trimestral:

**SOLUCIÓN**

Se tiene lo siguiente:

$$i = (1 + 0.12/4)^4 - 1 \quad [\text{ecuación 3-33}]$$

$$\approx 0.1255 (12.55\%);$$

$$-Z - Z(P/A, 12.55\%, 4) = \$1,000(P/F, 12.55\%, 2) - \$5,000(P/F, 12.55\%, 6)$$

$$Z = \frac{\$1,000(P/F, 12.55\%, 2) - \$5,000(P/F, 12.55\%, 6)}{[-1 - (P/A, 12.55\%, 4)]}.$$

**PROBLEMA 6**

Un estudiante decide hacer depósitos semestrales de \$500 cada uno en una cuenta bancaria que paga una APR (tasa de interés nominal) del 8% capitalizable cada semana. ¿Cuánto dinero habrá acumulado el estudiante en la cuenta al cabo de 20 años? Suponga que sólo se realiza un retiro (al final del plazo).

**SOLUCIÓN**

Con la ecuación 3.36, se vio que  $i$  semestral (26 semanas) es igual a

$$\left(1 + \frac{0.08}{52}\right)^{26} - 1 = 0.0408 (4.08\%).$$

Entonces,  $F$  al final del año 20 será  $F = \$500(F/A, 4.08\%, 40)$ , o bien,

$$F = \$500 \left[ \frac{(1.0408)^{40} - 1}{0.0408} \right] = \$500 \left[ \frac{4.9510 - 1}{0.0408} \right] = \$48,419.$$

### PROBLEMA 7

Considere un gradiente geométrico de FDA, que dura 8 años, cuyo valor inicial al FDA uno es de \$5,000, y  $f_1 = 6.04\%$  anual de entonces en adelante. Encuentre la cantidad equivalente en forma de gradiente uniforme durante el mismo periodo, si el valor inicial de los flujos de efectivo al final del año uno es de \$4,000. Responda las preguntas siguientes mientras determina la cantidad en forma de gradiente,  $G$ . La tasa nominal de interés anual es del 8% capitalizable en forma semestral.

a) ¿Cuál es la  $i_{CR}$ ?

$$i = \left(1 + \frac{0.08}{2}\right)^2 - 1 = 0.0816 \\ = 8.16\%;$$

$$i_{CR} = \frac{1 + 0.0816}{1 + 0.0604} - 1 = 0.02 (2\%).$$

b) ¿Cuál es  $P_0$  para la serie en forma de gradiente geométrico?

$$P_0 = \frac{\$5,000}{1 + 0.0604} (P/A, 2\%, 8) \\ = \$34,541.$$

c) ¿Cuál es  $P'_0$  del gradiente uniforme (aritmético) de los flujos de efectivo?

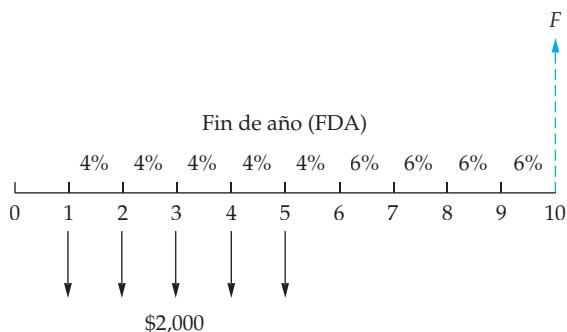
$$P'_0 = \$4,000(P/A, 8.16\%, 8) + G(P/C, 8.16\%, 8).$$

d) ¿Cuál es el valor de  $G$ ?

Hacer  $P_0 = P'_0$  y resolver para  $G$ . Respuesta:  $G = \$662.53$ .

### PROBLEMA 8

Una persona realiza cinco depósitos anuales de \$2,000 en una cuenta de ahorros que paga una tasa de interés del 4% anual. Un año después de realizar el primer depósito, la tasa de interés cambia al 6% anual. Cinco años después de que hizo el último depósito, retira de la cuenta el dinero que había acumulado. ¿De cuánto es el retiro?

**SOLUCIÓN**

$$F = \$2,000(F/A, 4\%, 5)(F/P, 4\%, 1)(F/P, 6\%, 4) = \$14,223.$$

**PROBLEMA 9**

Cierta cantidad futura,  $F$ , es equivalente a \$2,000 que se recibirán cada seis meses durante los 12 próximos años. La tasa nominal de interés es del 20% capitalizado en forma continua. ¿Cuál es el valor de  $F$ ?

**SOLUCIÓN**

$$\begin{aligned} F &= \frac{\$2,000}{6 \text{ meses}} (F/A, 10\% \text{ por 6 meses}, 24 \text{ periodos de seis meses}) \\ &= \$190,607.40. \end{aligned}$$

**PROBLEMA 10**

¿Cuál es el valor de  $P$  que es equivalente a  $\bar{A} = \$800/\text{año}$  (\$800 que fluyen en forma continua cada año) durante 11.2 años? La tasa nominal de interés es del 10%, capitalizado en forma continua.

**SOLUCIÓN**

$$\begin{aligned} P &= \frac{\$800}{\text{año}} (P/\bar{A}, 10\%/\text{año}, 11.2 \text{ años}) \\ &= \$800 \left( \frac{e^{0.10 \cdot 11.2} - 1}{0.10 e^{0.10 \cdot 11.2}} \right) = \$800 \left( \frac{e^{1.12} - 1}{0.10 e^{1.12}} \right) \\ &\cong \$5,390. \end{aligned}$$

	A	B	Celda	Nombre
1	$i$	30.0%	B1	$i$
2	$N$	7	B2	$N$
3				
4				
5	$(F/P, i\%, N) =$	6.2749	B5	$(1+i)^N$
6	$(P/F, i\%, N) =$	0.1594	B6	$1/(1+i)^N$
7	$(F/A, i\%, N) =$	17.5828	B7	$((1+i)^N-1)/i$
8	$(P/A, i\%, N) =$	2.8021	B8	$((1+i)^N-1)/(i*(1+i)^N)$
9	$(A/F, i\%, N) =$	0.0569	B9	$i/((1+i)^N-1)$
10	$(A/P, i\%, N) =$	0.3569	B10	$i*(1+i)^N/((1+i)^N-1)$
11				
12	$(P/G, i\%, N) =$	5.6218	B12	$(((1+i)^N-1)/(i*(1+i)^N)-N/(1+i)^N)/i$
13	$(A/G, i\%, N) =$	2.0063	B13	$(1/i)-N/((1+i)^N-1)$
14	$(F/G, i\%, N) =$	35.2761	B14	$((1+i)^N-1)/i^2-N/i$

Figura 3.27 Hoja de cálculo para generar valores del factor de interés con capitalización discreta

## 3.22 Aplicaciones en hoja de cálculo

Los apéndices C y D tabulan los factores de interés más comunes para distintas tasas de interés y número de períodos de capitalización. Sin embargo, es frecuente que se usen tasas de interés que no aparecen en las tablas de los apéndices. En este caso es necesario reacomodar las ecuaciones para definir los factores de interés. Este proceso se facilita si se utiliza una hoja de cálculo.

La figura 3.27 muestra una hoja de cálculo (y las fórmulas que corresponden a cada celda) que puede usarse para generar los valores de los factores de capitalización discreta para una tasa de interés ( $i$ ) y un número de períodos de capitalización ( $N$ ) dados. En la figura 3.28 se muestra una hoja de cálculo similar para generar los valores de factores en el caso de que la capitalización sea continua.

La figura 3.29 es un modelo de hoja de cálculo para obtener tasas efectivas de interés. Dada una tasa nominal de interés ( $r$ ) y el número de períodos de capitalización por año ( $M$ ), la hoja de cálculo obtiene la tasa efectiva de interés anual. Si los flujos de efectivo tienen lugar con menor frecuencia que los períodos de capitalización (por ejemplo, la capitalización es mensual y los flujos de efectivo suceden cada trimestre), la hoja de cálculo permite obtener la tasa efectiva de interés para el intervalo de tiempo que separa los flujos de efectivo.

## 3.23 Resumen

El capítulo 3 presentó las relaciones fundamentales del valor del dinero en el tiempo, que se utilizan en el resto de este libro. Se destacó de manera especial el concepto de equivalencia económica, tanto para los casos en que los flujos de efectivo y las tasas de interés re-

	A	B
1	r	15.0%
2	N	5
3		
4		
5	(F/P, r %, N) =	2.1170
6	(P/F, r %, N) =	0.4724
7	(F/A, r %, N) =	6.9021
8	(P/A, r %, N) =	3.2603
9	(A/F, r %, N) =	0.1449
10	(A/P, r %, N) =	0.3067

Celda	Nombre
B1	r
B2	N

Celda	Fórmula
B5	=EXP(r*N)
B6	=EXP(-r*N)
B7	=(EXP(r*N)-1)/(EXP(r)-1)
B8	=(EXP(r*N)-1)/(EXP(r*N)*(EXP(r)-1))
B9	=(EXP(r)-1)/(EXP(r*N)-1)
B10	=(EXP(r*N)*(EXP(r)-1))/(EXP(r*N)-1)

Figura 3.28 Hoja de cálculo para generar valores de factores de interés con capitalización continua

	A	B	C	D	E
1	Tasa de interés nominal, r				12%
2	Periodos de capitalización por año, M				12
3	Número de periodos de capitalización				
4	por intervalo fijo de tiempo				
5	que separa los flujos de efectivo, K				4
6					
7	Tasas efectivas de interés:				
8	i (anual)				12.68
9	i (por K periodos de capitalización)				4.06

Celda	Nombre
E1	r
E2	M
E5	K

Celda	Contenido
E8	=((1 + r/M)^M)-1
E9	=((1 + r/M)^K)-1

Figura 3.29 Hoja de cálculo para obtener tasas efectivas de interés

levantes fueran discretos o continuos. Es recomendable que el lector domine el material de este capítulo antes de embarcarse en el estudio de los capítulos que siguen. En el apéndice B se listan las abreviaturas y notación importantes del capítulo 3, que servirá como referencia rápida para el uso de este libro.

## 3.24 Referencias

- AU, T. y T. P. AU, *Engineering Economics for Capital Investment Analysis* (Boston: Allyn and Bacon, 1983).
- BUSSEY, L. E. y T. G. ESCHENBACH, *The Economic Analysis of Industrial Projects* (Englewood Cliff, NJ: Prentice Hall, 1992).
- THUESEN, G. J y W. J. FABRYCKY, *Engineering Economy*, 9a. ed. (Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 2001).
- WHITE, J. A., K. E. CASE, D. B. PRATT y M. H. AGEE, *Principles of Engineering Economic Analysis*, 4a. ed. (New York: John Wiley, 1998).

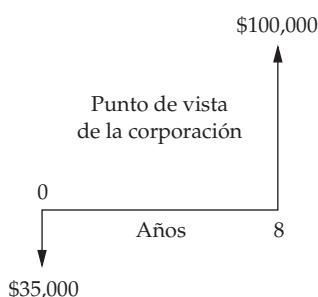
## 3.25 Problemas

Los números entre paréntesis al final de un problema se refieren a la(s) sección(es) del capítulo que se relaciona(n) más de cerca con el problema.

- 3.1.** ¿Qué cantidad, en una sola exhibición, de intereses generará un préstamo de \$10,000 que se contrató el 1 de agosto de 2002 para reembolsarse el 1 de noviembre de 2006, con interés simple ordinario del 10% anual? (3.4)
- 3.2.** Dibuja un diagrama del flujo de efectivo para un préstamo de \$10,500 con una tasa de interés del 12% anual durante un periodo de seis años. ¿Qué cantidad de interés simple se pagará en una sola exhibición al final del sexto año? (3.4, 3.7)
- 3.3.** ¿Cuál es el valor futuro equivalente de \$1,000 que se invierten al 8% de interés simple anual durante  $2\frac{1}{2}$  años? (3.4)
- a) \$1,157.      b) \$1,188.      c) \$1,200.  
 d) \$1,175.      e) \$1,150.
- 3.4.** Cuánto interés deberá pagarse *cada año* sobre un préstamo de \$2,000, si la tasa de interés es del 10% anual, y si la mitad del principal se pagará en una sola exhibición al final del año cuatro y la otra mitad se cubrirá en un solo pago al final del octavo año? ¿Cuánto se pagará de interés durante el periodo de ocho años? (3.6)
- 3.5.** En el problema 3.4, si la tasa de interés no se hubiera pagado cada año, pero se hubiera agregado al monto del principal más los intereses acumulados, ¿qué cantidad de intereses se deberá liquidar al acreedor en un solo pago al final del octavo año? ¿Cuántos intereses adicionales se pagarían en este caso (en comparación con el problema 3.4)?, y ¿cuál es la razón de la diferencia? (3.6)
- 3.6.**
- a) Suponga que en el plan 1 de la tabla 3.1, deben pagarse \$4,000 del principal al final de los años dos y cuatro, solamente. ¿Qué cantidad total de interés se ha pagado al final del año cuatro? (3.6)
- b) Vuelva a resolver el plan 3 de la tabla 3.1 si se cobra una tasa de interés anual del 8% sobre el préstamo. ¿Qué cantidad del *principal* se va a pagar ahora en el pago total al final del tercer año? ¿Qué cantidad de intereses se pagan al final del cuarto año? (3.6, 3.9)
- 3.7.**
- a) Con base en la información, determine el valor de cada incógnita señalada con "?" en la tabla siguiente: (3.6)
- |              |                |                    |
|--------------|----------------|--------------------|
| FDA <i>k</i> | Interés pagado | Pago del principal |
| 1            | \$600          | ?                  |
| 2            | \$411.54       | \$3,329.46         |
| 3            | ?              | ?                  |
- Préstamo principal = \$10,000  
 Tasa de interés = 6%/año  
 Duración del préstamo = 3 años
- 3.8.** Una cantidad futura de \$150,000 se va a acumular a través de pagos anuales, *A*, durante 20 años. El último pago de *A* ocurre en forma simultánea con la cantidad futura al final del año 20. Si la tasa de interés es del 9% anual, ¿cuál es el valor de *A*? (3.9)
- 3.9.** ¿Qué cantidad se necesitaría depositar cada 1º de enero en una cuenta de ahorro si al cabo de 13 años (13 depósitos) se desea tener \$10,000? La tasa anual de interés es del 7%. (Nota: El último pago coincidirá con el momento en el que se acumulen los \$10,000). (3.9)
- 3.10.** Una cantidad futura, *F*, es equivalente a \$1,500 ahora, cuando ocho años separan las cifras, y la tasa de interés anual es del 10%. ¿Cuál es el valor de *F*? (3.8)
- 3.11.** Una obligación actual de \$20,000 se va a cubrir en cantidades uniformes anuales, cada una de las cuales incluye el reembolso de la deuda (principal) y los intereses sobre ésta, durante un periodo de cinco años. Si la tasa de interés es del 12% anual, ¿cuál es el monto del pago anual? (3.9)
- 3.12.** Suponga que los \$20,000 del problema 3.11 se van a pagar a razón de \$4,000 por año, más los intereses que se generen con base en el principal insoluto al principio de año. Calcule la cantidad total de intereses que se pagan en esta situación y compárela con la del problema 3.11. ¿Por qué son diferentes las dos cantidades? (3.6)
- 3.13.** Una persona desea acumular \$5,000 durante un periodo de 15 años de manera que pueda hacer un pago en efectivo para adquirir el techo nuevo de una casa de campo. Para tener dicha cantidad cuando la necesite, deben hacerse depósitos anuales en una cuenta de ahorros que gene-

ra el 8% de interés anual. ¿De cuánto debe ser cada pago anual? Dibuje un diagrama de flujo de efectivo. (3.7, 3.9)

- 3.14.** Usted acaba de saber que la Corporación ABC tiene una oportunidad de inversión que cuesta \$35,000 y que ocho años más tarde paga una cantidad de \$100,000 en una sola exhibición. El diagrama del flujo de efectivo es el siguiente:



¿Qué tasa de interés anual generará la inversión? Proporcione la respuesta con una aproximación a la décima más cercana del 1%. (3.8)

- 3.15.** Se estima que una mina de cobre producirá 10,000 toneladas de mineral durante el año próximo. Se espera que la producción se incremente 5% anual de ahí en adelante, en cada uno de los seis años siguientes. La utilidad por tonelada será de \$14 en los años uno a siete.

- Haga el diagrama del flujo de efectivo para esta operación de la mina de cobre desde el punto de vista de la compañía. (3.7)
- Si la compañía puede ganar el 15% al año sobre su capital, ¿cuál es el valor futuro equivalente del flujo de efectivo de la mina de cobre al final del año siete? (3.8 o 3.14)

- 3.16.** La señora Green acaba de comprar un automóvil nuevo en \$20,000. Dio un enganche del 30% del precio que negoció y de ahí en adelante ha hecho pagos de \$415.90, durante cada uno de los 36 meses siguientes. Además, ella piensa que

puede vender el vehículo en \$7,000 al final de tres años. Haga un diagrama del flujo de efectivo de esta situación, desde el punto de vista de la señora Green. (3.7)

- 3.17.** Si en este momento se depositaran \$25,000 en una cuenta de ahorros que paga el 6% anual, ¿cuál es el retiro uniforme anual que podría hacerse al final de cada uno de los 10 años que siguen, de manera que no quede nada en la cuenta después del décimo retiro? (3.9)

- 3.18.** Se estima que cierta refacción de un equipo permite ahorrar \$22,000 por año en costos de operación y mantenimiento. El equipo tiene una esperanza de vida de cinco años y ningún valor en el mercado. Si la compañía debe obtener un rendimiento del 15% anual en esa inversión, ¿qué cantidad podría justificarse ahora para la compra de la refacción del equipo? Dibuje el diagrama de flujo de efectivo desde el punto de vista de la compañía. (3.7, 3.9)

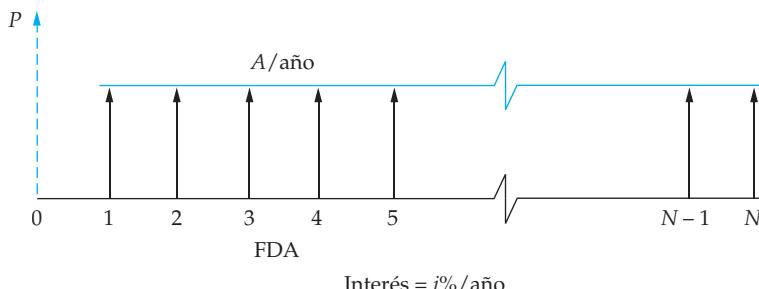
- 3.19.** Suponga que se espera que la instalación de ventanas térmicas de pérdida-baja en su zona ahorre \$350 al año en la cuenta de calefacción durante los próximos 18 años. Si usted puede obtener el 8% al año sobre otras inversiones, ¿cuánto podría gastar en dichas ventanas? (3.9)

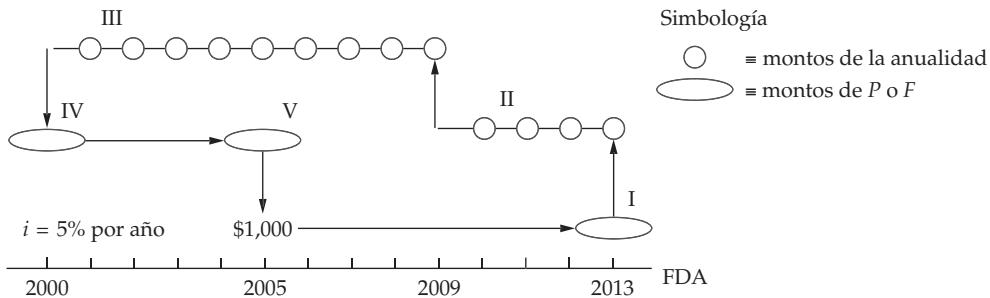
- 3.20.** Con la finalidad de evitar problemas en la fabricación, se propone la modificación de un producto que requerirá de un gasto inmediato de \$14,000 para modificar ciertos moldes. ¿Cuál es el ahorro anual que debe tenerse para recuperar el gasto en cuatro años con un interés del 10% anual? (3.9)

- 3.21.** Usted puede comprar una máquina en \$100,000 que le producirá un ingreso neto, después de los gastos de operación, de \$10,000 por año. Si planea tener la máquina durante cuatro años, ¿cuál debe ser el valor de mercado (de reventa) al final de los cuatro años para que la inversión se justifique? Usted debe obtener un rendimiento del 15% anual sobre su inversión. (3.9)

- 3.22.** Considere el diagrama de flujo de efectivo siguiente (figura P3.22). (3.9)

**Figura P3.22**  
Figura para el problema 3.22





**Figura P3.25** Figura para el problema 3.25

- a) Si  $P = \$1,000$ ,  $A = \$200$  e  $i\% = 12\%$  anual, entonces  $N = ?$
  - b) Si  $P = \$1,000$ ,  $A = \$200$  y  $N = 10$  años, entonces  $i = ?$
  - c) Si  $A = \$200$ ,  $i\% = 12\%$  anual y  $N = 5$  años, entonces  $P = ?$
  - d) Si  $P = \$1,000$ ,  $i\% = 12\%$  anual y  $N = 5$  años, entonces  $A = ?$
- 3.23.** Utilice la regla del 72 para determinar cuánto tiempo toma acumular \$10,000 en una cuenta de ahorros cuando  $P = \$5,000$  e  $i = 10\%$  anual (3.8)

*Regla del 72:* El tiempo que se requiere para duplicar el valor de una inversión en una sola exhibición y que permite la capitalización de los intereses, es aproximadamente

$$72 \div \text{tasa de interés anual (como un \%)} \quad (3.8)$$

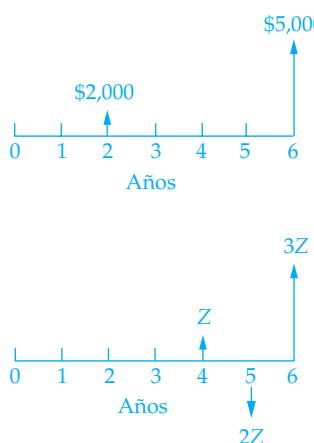
- 3.24.**
- a) Demuestre que la siguiente relación es verdadera:  $(A/P, i, N) = i/[1 - (P/F, i, N)]$ . (3.10)
  - b) Demuestre que  $(A/G, 0\%, N) = (N - 1)/2$ . (3.14)
  - c) Si una anualidad,  $A$ , comienza al final del año uno y continúa para siempre durante cada uno de los años por venir, ¿cuál es el valor presente equivalente,  $P_0$ , si  $i = 12\%$  anual? (3.9)
- 3.25.** Con el uso de la figura P3.25, encuentre los valores equivalentes de los flujos de efectivo I a V, para un flujo de efectivo único de \$1,000 al final de 2005, si la tasa de interés es del 5% anual. (*Sugerencia:* Al trasladar los \$1,000 de 2005 a I, I a II y así sucesivamente, con el valor del dinero en el tiempo, los cálculos deben dar un resultado de \$1,000 al FDA 2005). (3.8)
- 3.26.** Suponga que se toman en préstamo \$10,000 ahora, al 15% de interés anual. Dentro de cuatro
- años se hace un pago parcial de \$4,000. La cantidad por pagar después es cercana a:
- a) \$7,000,
  - b) \$8,050,
  - c) \$8,500,
  - d) \$13,490,
  - e) \$14,490.
- 3.27.** ¿Cuánto debe depositarse cada año durante 12 años, si se desea hacer retiros de \$309 cada uno de los cinco años siguientes, comenzando al final del decimoquinto año? Sea  $i = 8\%$  anual. (3.11)
- 3.28.** Suponga que hoy tiene \$10,000 y puede invertirlos a una tasa de interés del 10% capitalizable cada año. ¿Cuántos años le tomará convertirse en millonario? (3.8)
- 3.29.** Se van a realizar pagos iguales de \$263.80 cada uno al final de año, sobre un préstamo de \$1,000 al 10% de interés efectivo anual. (3.6, 3.9)
- a) ¿Cuántos pagos se requiere hacer para devolver el préstamo completo?
  - b) Inmediatamente después del segundo pago, ¿con qué cantidad terminaría de pagar el préstamo en una sola exhibición?
- 3.30.** Se estima que los costos por mantenimiento de un puente pequeño que tiene una esperanza de vida de 50 años serán de \$1,000 cada año durante los primeros cinco años, seguidos por un gasto de \$10,000 en el año 15 y otro de \$10,000 en el año 30. Si  $i = 10\%$  anual, ¿cuál es el costo anual uniforme equivalente durante el periodo completo de 50 años? (3.12)
- 3.31.** En 1971, el servicio postal de primera clase cobraba \$0.08 por un sobre de una onza. En 2001, una estampilla de primera clase para el mismo sobre costaba \$0.34. ¿Cuál fue el incremento compuesto anual que experimentó en esos 30 años el costo del servicio postal de primera? (3.8)

**3.32.** Usted compra equipo especial que reduce los defectos por \$10,000 al año en un artículo. Este artículo se vende por contrato durante los cinco años siguientes. Después de que el contrato expira, el equipo especial ahorrará aproximadamente \$3,000 por año durante cinco años. Usted supone que la máquina no tiene valor de mercado al final de 10 años. ¿Cuánto puede usted pagar por este equipo el día de hoy si requiere un rendimiento del 20% anual sobre la inversión? Todos los flujos de efectivo son cantidades al final de año. (3.12)

**3.33.** John Q. desea que su patrimonio valga \$200,000 al final de 10 años. Su valor neto ahora es de cero. Puede acumular los \$200,000 que pretende si deposita \$14,480 al final de cada año durante los 10 próximos. ¿A qué tasa de interés por año debe invertir sus depósitos? (3.9)

**3.34.** ¿Qué cantidad de dinero debe depositarse en una sola exhibición en una cuenta bancaria en el momento presente, de manera que puedan retirarse \$500 por mes durante cinco años, con el primer retiro programado para que ocurra dentro de seis años? La tasa de interés es del 3/4% mensual. (*Sugerencia:* Los retiros mensuales comienzan al final del mes número 72.) (3.11)

**3.35.** En la figura de abajo, resuelva para el valor de  $Z$ , de manera que el diagrama superior de flujo de efectivo sea equivalente a la inferior. Considere  $i = 8\%$  anual. (3.12)



**3.36.** Un individuo toma un préstamo de \$100,000 al 8% de interés capitalizable anualmente. El préstamo se va a saldar en pagos iguales durante 30 años. Sin embargo, justo después de que se

realiza el octavo pago, el acreedor permite que el deudor triplique el pago anual. El deudor está de acuerdo en este incremento del pago. Si el acreedor aún cobra el 8% anual, capitalizable cada año sobre el saldo insoluto del préstamo, ¿cuál es el saldo de lo que se adeuda exactamente después de que se efectuó el pago número 12? (3.12)

**3.37.** Una mujer acuerda pagar un préstamo bancario de \$1,000 en 10 pagos iguales con una tasa efectiva de interés anual del 10%. En forma inmediata a su tercer pago, toma prestados otros \$500, también al 10% anual. Cuando recibe este segundo préstamo, acuerda con el banquero que le permita pagar el remanente de la deuda del primer préstamo y la cantidad total del segundo en 12 pagos iguales anuales. El primero de dichos pagos se hará un año después de que reciba los \$500. Calcule la cantidad de cada uno de los 12 pagos. (3.12)

**3.38.** Un préstamo de \$10,000 se va a saldar durante un periodo de 8 años. Durante los primeros cuatro años, se va a pagar exactamente la mitad del *préstamo principal* (junto con el interés capitalizado acumulado) por medio de una serie uniforme de pagos de  $A_1$  dólares por año. La otra mitad del préstamo se va a pagar durante cuatro años con los intereses acumulados a través de una serie uniforme de pagos de  $A_2$  dólares por año. Si  $i = 9\%$  anual, ¿cuáles son los valores de  $A_1$  y de  $A_2$ ? (3.12)

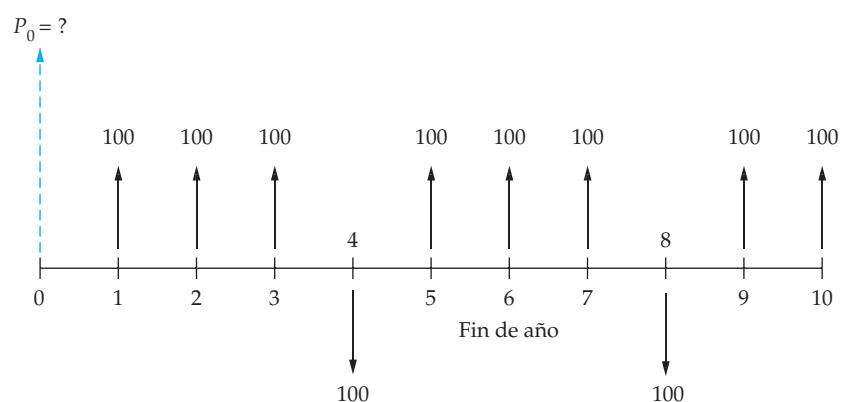
**3.39.** El 1º de enero de 2002, en la cuenta de ahorros de una persona había \$200,000. A partir de entonces, dicha persona realiza cada mes depósitos de efectivo de \$676 a la cuenta. Si espera que el fondo tenga un valor de \$400,000 el 1º de enero de 2007, ¿qué tasa de interés anual se está ganando sobre el fondo? (3.17)

**3.40.** Determine el valor presente equivalente en el tiempo 0 en el diagrama superior de flujo de efectivo que se muestra (véase la figura P3.40), si  $i = 7\%$  anual. Intente minimizar el número de factores de interés por usar. (3.12)

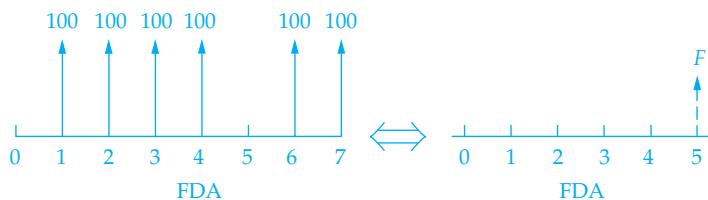
**3.41.** Transforme los flujos de efectivo del lado izquierdo del diagrama adjunto (véase la figura P3.41) en su cantidad equivalente,  $F$ , que se muestra en el lado derecho. La tasa de interés es del 8% anual. (3.12)

**3.42.** Determine el valor de  $W$  en el lado derecho del diagrama adjunto (véase la figura P3.42) que hace equivalentes a ambos diagramas de flujo de efectivo cuando  $i = 12\%$  anual. (3.12)

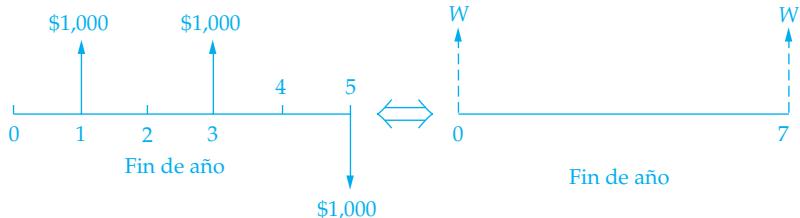
**Figura P3.40**  
Figura para el problema 3.40



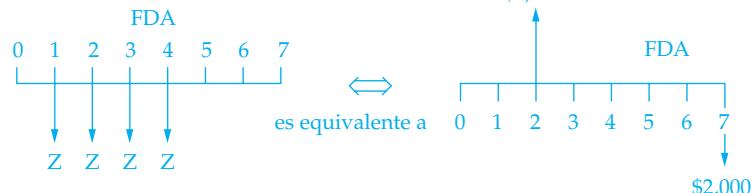
**Figura P3.41**  
Figura para el problema 3.41



**Figura P3.42**  
Figura para el problema 3.42



**Figura P3.43**  
Figura para el problema 3.43



**3.43.** Calcule el valor de  $Z$  en el diagrama de flujo equivalente del lado izquierdo (véase la figura P3.43) que establece la equivalencia con el del lado derecho. La tasa de interés es del 10% anual. (3.12)

**3.44.** Determine el valor de  $A$  (cantidad uniforme anual del año 1 al 10) de la tabla P3.44, que es equivalente al patrón de flujo de efectivo siguiente (la tasa de interés es de 10% anual). (3.12)

**Tabla P3.44** Patrón de flujo de efectivo para el problema P3.44

Fin de año	Cantidad
0	\$800
1	1,000
2	1,000
3	1,100
4	1,200
5	1,300
6	1,400
7	1,500
8	1,600
9	1,700
10	1,800

**3.45.** Certo contenedor para combustión de una capa de fluido tiene un costo de inversión de \$100,000, una vida de 10 años y un valor de mercado (de reventa) despreciable. Se espera que los costos anuales de los materiales, mantenimiento y energía eléctrica para el contenedor sean por un total de \$10,000. Durante el quinto año se hará un revestimiento de importancia al contenedor, con un costo de \$30,000. Si la tasa de interés es del 15% anual, ¿cuál es el costo equivalente en una sola exhibición de este proyecto en el momento presente? (3.12)

**3.46.** Suponga que cada año se depositan \$400 en una cuenta bancaria que paga un interés anual ( $i = 8\%$ ). Si se realizan 12 pagos a la cuenta, ¿cuánto se habrá acumulado en ella al final del duodécimo año? El primer pago tuvo lugar en el momento cero (ahora). (3.9)

**3.47.** Se hace un gasto de \$20,000 para modificar un sistema de manejo de materiales en un taller pequeño. Esta modificación dará origen a ahorros de \$2,000 en el primer año, de \$4,000 en el segundo y de \$5,000 por año a partir de entonces. ¿Cuántos años debe durar el sistema si se requiere un rendimiento del 18% sobre la inversión? El sistema está hecho a la medida para el taller y no tiene valor de mercado (de rescate) en ningún momento. (3.12)

**3.48.** Determine el valor presente equivalente y el valor equivalente anual del patrón de flujo de

efectivo que se muestra en la figura P3.48, si  $i = 8\%$  anual. (3.13)

**3.49.** Encuentre la cantidad uniforme anual que es equivalente a la serie en forma de gradiente uniforme donde el pago del primer año es de \$500, el del segundo es de \$600, el del tercero es de \$700 y así sucesivamente, hasta realizar un total de 20 pagos. La tasa de interés anual es del 8%. (3.13)

**3.50.** Suponga que se espera que el ingreso anual por la renta de una propiedad comience en \$1,300 por año y disminuya en una cantidad uniforme de \$50 cada año después del primero, durante la vida esperada de 15 años de la propiedad. El costo de la inversión es de \$8,000 e  $i$  es del 9% por año. ¿Es una buena inversión? Suponga que la inversión tiene lugar en el momento cero (ahora) y que el primer ingreso anual se recibe al final del año 1. (3.13)

**3.51.** Para un programa de pagos que inicia al final del año cuatro con  $Z$  y continúa durante los años 4 a 10 con  $2Z$ ,  $3Z$ , ..., ¿cuál es el valor de  $Z$  si el principal de este préstamo es \$10,000 y la tasa de interés es del 7% anual? En la solución utilice una cantidad en forma de gradiente uniforme ( $G$ ). (3.13)

**3.52.** Si \$10,000 de hoy son equivalentes a  $4Z$  al final del año dos, a  $3Z$  al final del año tres,  $2Z$  al final del año cuatro y a  $Z$  al final del año cinco, ¿cuál es el valor de  $Z$  cuando  $i = 8\%$  anual? Use una cantidad en forma de gradiente uniforme en la solución. (3.13)

**3.53.** En relación con el diagrama de flujo adjunto (véase la figura P3.53), resuelva para la incógnita de los incisos a) a d), que hace al valor equivalente de los flujos de salida de efectivo igual al valor equivalente de los flujos de entrada de efectivo,  $F$ . (3.13)

a) Si  $F = \$10,000$ ,  $G = \$600$  y  $N = 6$ , entonces  $i = ?$

b) Si  $F = \$10,000$ ,  $G = \$600$ ,  $i = 5\%$  por periodo, entonces  $N = ?$

c) Si  $G = \$1,000$ ,  $N = 12$  e  $i = 10\%$  por periodo, entonces  $F = ?$

d) Si  $F = \$8,000$ ,  $N = 6$  e  $i = 10\%$  por periodo, entonces  $G = ?$

**Figura P3.48**

Figura para el problema 3.48

Fin de año	0	1	2	3	4	5	6	7
Cantidad (\$)	-1,500	+500	+500	+500	+400	+300	+200	+100

**Figura P3.53**

Figura para el problema 3.53

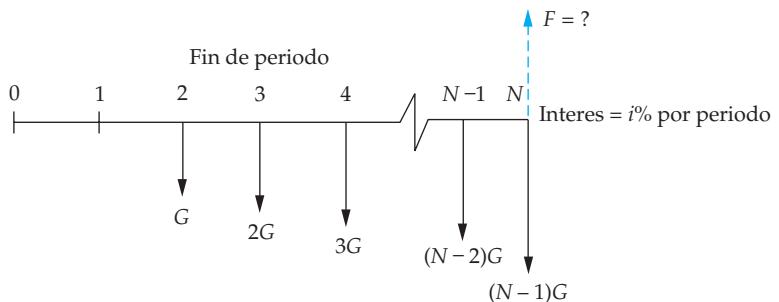
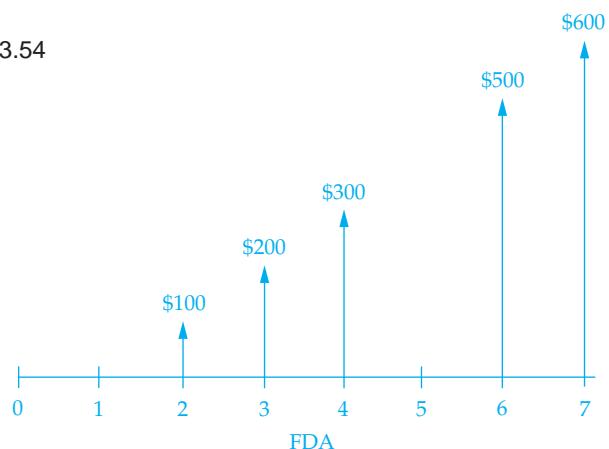
**Figura P3.54**

Figura para el problema 3.54



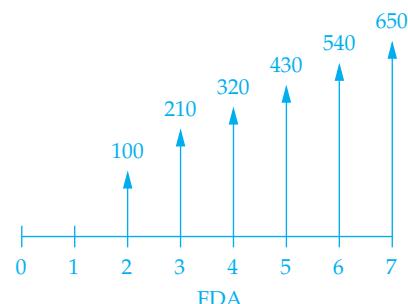
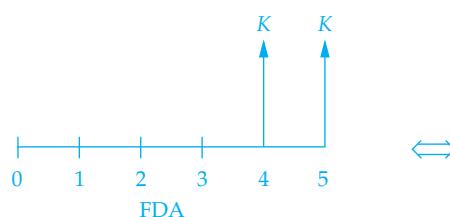
**3.54.** En el diagrama adjunto resuelva para  $P_0$  (véase la figura P3.54) con el uso de solo dos factores de interés. La tasa de interés es del 15% anual. (3.13)

**3.55.** En el diagrama adjunto, en la figura P3.55, ¿cuál es el valor de  $K$  en el diagrama de flujo del lado izquierdo que es equivalente al del lado derecho? Considere  $i = 12\%$  anual. (3.13)

**3.56.** En relación con el diagrama de flujo de efectivo que se adjunta, de la figura P3.56, complete

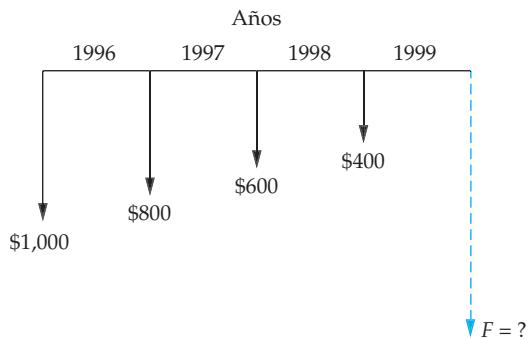
la ecuación de equivalencia siguiente:  $P_0 = \$100(P/A, 10\%, 4) \underline{\hspace{2cm}}$ . (Puede completarse con uno o más términos). (3.13)

**3.57.** Calcule el valor futuro equivalente al final de 1999, al 8% anual, de la serie de flujos de efectivo que se representa en la figura P3.57. [Utilice una cantidad en forma de gradiente uniforme ( $G$ ) en la solución]. (3.13)

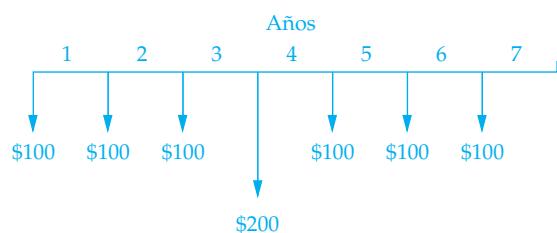
**Figura P3.55** Figura para el problema 3.55



**Figura P3.56** Figura para el problema 3.56



**Figura P3.57** Figura para el problema 3.57

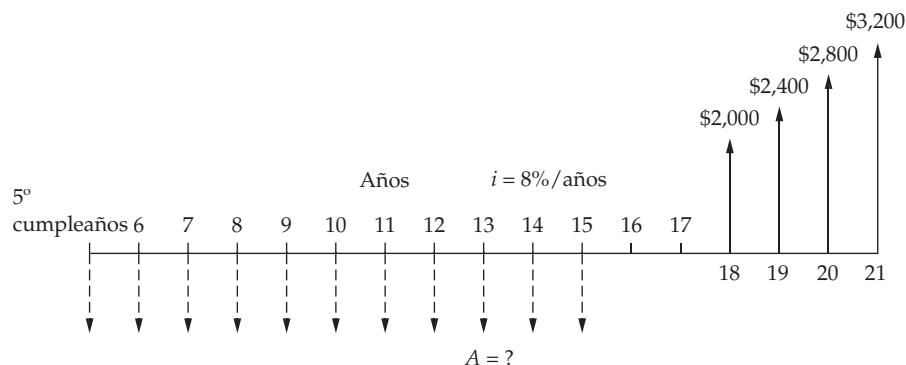


**Figura P3.58** Figura para el problema 3.58

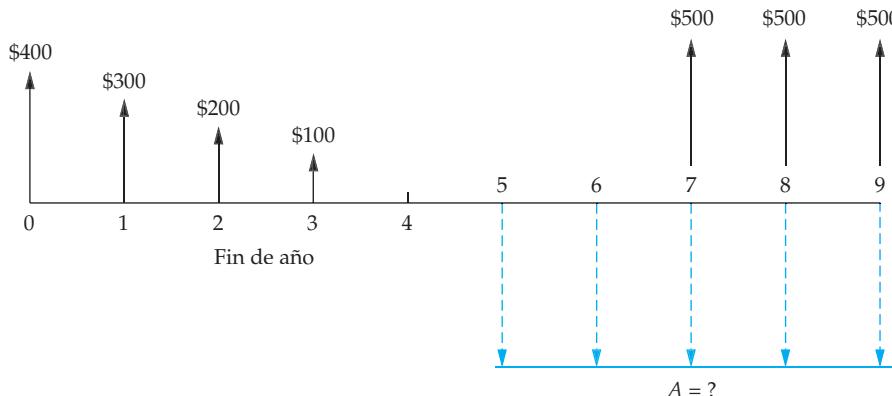
**3.58.** Convierta el patrón de flujo de efectivo que se muestra en la figura P3.58 en una serie uniforme de costos al final del año, durante un periodo de siete años, con  $i = 9\%$  anual. (3.12)

**3.59.** Suponga que los padres de un niño pequeño deciden realizar depósitos anuales en una cuenta de ahorros, el primero de los cuales se efectúa en el quinto cumpleaños del niño y el último en el decimoquinto. Después, comenzando en el cumpleaños número 18, realizan los retiros que se indican en la figura P3.59. Si la tasa efectiva de interés anual es del 8% durante el periodo, ¿cuáles son los depósitos anuales en los años cinco a 15? En la solución utilice una cantidad en forma de gradiente uniforme ( $G$ ). (Véase la figura P3.59). (3.13)

**3.60.** Encuentre el valor de la incógnita en el diagrama de flujo que se aprecia en la figura P3.60, para establecer la equivalencia de los flujos de efectivo de entrada y salida. Sea  $i = 8\%$  anual. Use un factor en forma de gradiente uniforme en la solución. (3.13)



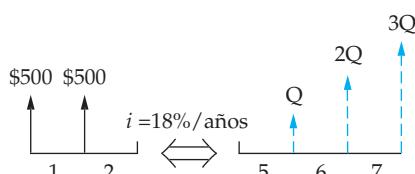
**Figura P3.59** Figura para el problema 3.59



**Figura P3.60** Figura para el problema 3.60

**3.61.** Se estima que la pérdida de calor a través de las paredes exteriores de cierta planta de procesamiento de carne de aves, costará al propietario \$3,000 para el próximo año. Un vendedor de Superfiber Insulation, Inc., le dijo a usted, que es el ingeniero de la planta, que la pérdida de calor podría reducirse en un 80% si ahora se instalaran productos de Superfiber que tienen un valor de \$18,000. Si el costo de perder calor aumenta \$200 por año (gradiente) después del próximo año, y el propietario planea conservar el edificio actual durante 15 años más, ¿qué recomendaría usted que se hiciera, si la tasa de interés es del 10% anual? (3.13)

**3.62.** Encuentre el valor equivalente de  $Q$  en el diagrama de flujo de efectivo que se adjunta. (3.13)

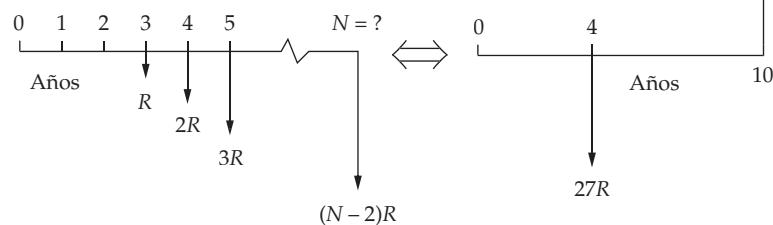


**Figura P3.63**  
Figura para el  
problema 3.63

**3.63.** ¿Cuál es el valor de  $N$  que se acerca más para convertir al diagrama de flujo de efectivo de la izquierda de la figura P3.63, con el equivalente del lado derecho? Sea  $i = 15\%$  anual. Emplee en la solución una cantidad en forma de gradiente uniforme ( $G$ ). (3.13)

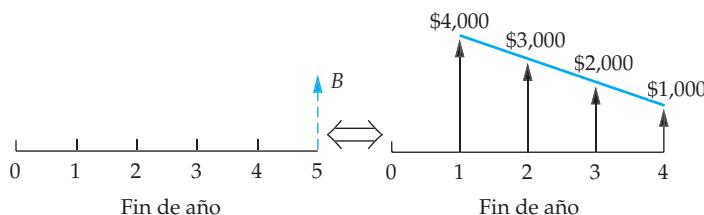
**3.64.** Encuentre el valor de  $B$  en el diagrama de la izquierda de la figura P3.64, que hace equivalentes a los dos diagramas, con una  $i = 10\%$  anual. (3.13)

**3.65.** Usted es el administrador de una refinería de petróleo crudo muy grande. Como parte del proceso de refinación, cada año debe reemplazarse cierto intercambiador de calor (que opera a temperaturas elevadas y por el cual fluye material abrasivo). El reemplazo y el costo por detener las operaciones el primer año es de \$175,000. Por la inflación, se espera que este costo se incremente a una tasa del 8% anual durante cinco años, cuando ya no será necesario este intercambiador de calor en particular. Si el costo de capital de la compañía es del 18% anual, ¿cuánto podría gastarse en adquirir un intercambiador de calor de mayor cali-



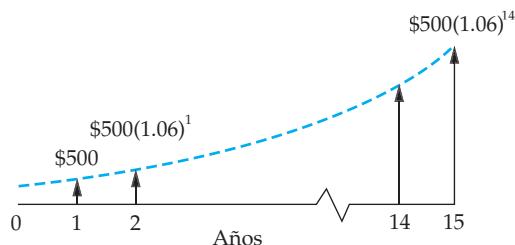
**Figura P3.64**

Figura para el problema 3.64



dad, de manera que se eliminaran los costos del reemplazo anual y del paro de la refinería? (3.14)

- 3.66.** En el diagrama adjunto se muestra un gráfico geométrico que se incrementa a  $\bar{f} = 6\%$  anual durante 15 años. La tasa anual de interés es del 12%. ¿Cuál es el valor presente equivalente de dicho gráfico? (3.14)

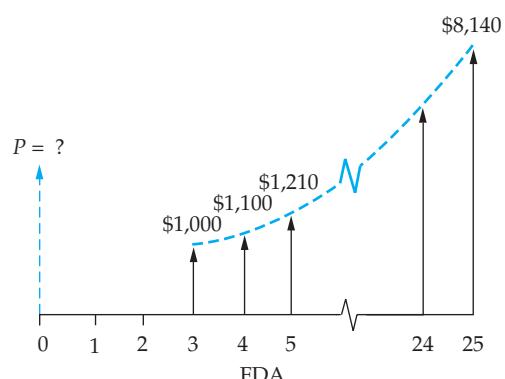


- 3.67.** En una secuencia geométrica de flujos de efectivo anuales que comienzan al final del año cero, el valor de  $A_0$  es de \$1,304.35 (que es un flujo de efectivo). El valor del último término de la serie,  $A_{10}$ , es de \$5,276.82. ¿Cuál es el valor equivalente de  $A$  durante los años uno a 10? Sea  $i = 20\%$  anual. (3.14)

- 3.68.** Está disponible un dispositivo electrónico que reducirá los costos de mano de obra de este año en \$10,000. Se espera que el equipo dure ocho años. Si los costos de la mano de obra se incrementan a una tasa promedio del 7% anual y la tasa de interés es del 12% anual,

- ¿Cuál es la cantidad máxima que podría justificar el gasto para adquirir el dispositivo?
- ¿Cuál es el valor anual equivalente ( $A$ ) de los costos de la mano de obra durante el periodo de ocho años?
- ¿Qué cantidad anual en el año cero ( $A_0$ ) que crece al 7% anual es equivalente a la respuesta del inciso a)? (3.14)

- 3.69.** Determine el valor presente equivalente (en el tiempo cero) de la secuencia geométrica de flujos de efectivo que se muestra. Sea  $i = 15.5\%$  anual y  $\bar{f} = 10\%$ . (3.14)



- 3.70.** Vuelva a solucionar el problema 3.69 si el flujo de efectivo al final del año tres es de \$8,140, y los flujos de efectivo al final de los años cuatro a 25 disminuyen en 10% anual (es decir,  $\bar{f} = -10\%$  anual). (3.14)

- 3.71.** Para el diagrama de flujo de efectivo de la figura P3.71, encuentre el valor de  $X$ , de manera que la entrada de efectivo en el año cero sea equivalente a las salidas de efectivo de los años uno a seis. (3.14)

- 3.72.** Un gráfico geométrico a FDA cuyo valor inicial a FDA es de \$5,000 dura 10 años, y  $\bar{f} = 6.04\%$  anual de ahí en adelante. Encuentre la cantidad equivalente en forma de gradiente uniforme ( $G$ ) durante el mismo periodo (comenzando en el año 1 y terminando en el año 12), si el valor inicial de la serie a FDA es de \$4,000. Conteste las preguntas siguientes durante la obtención del valor de la cantidad en forma de gradiente,  $G$ . La tasa de interés es del 8% nominal, capitalizable semestralmente. (3.13, 3.14)

- ¿Cuál es la  $i_{CR}$ ?
- ¿Cuál es el  $P_0$  para el gráfico geométrico?
- ¿Cuál es el  $P_0$  del gráfico uniforme (aritmético)?
- ¿Cuál es el valor de  $G$ ?

- 3.73.** Obtenga una expresión para la cantidad desconocida,  $Z$ , en el diagrama de flujo de la figura P3.73. (3.13, 3.14)

**Figura P3.71**

Figura para el problema 3.71

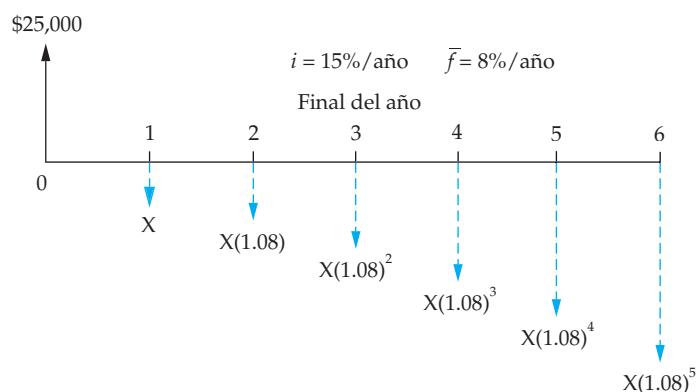
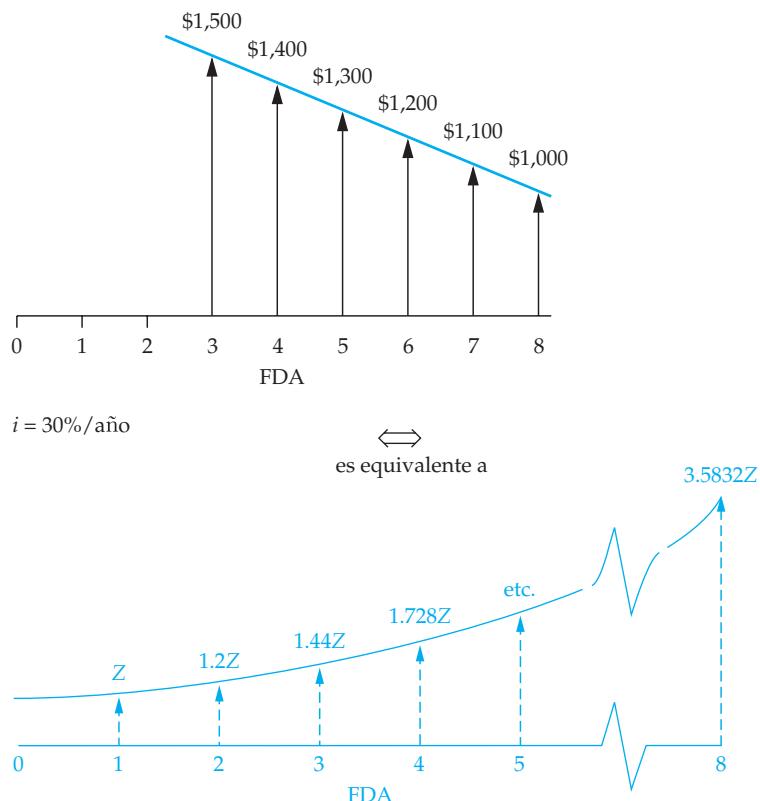
**Figura P3.73**

Figura para el problema 3.73



- 3.74.** Una persona realiza seis depósitos anuales de \$2,000 en una cuenta que genera intereses a una tasa del 4% capitalizables en forma anual. Dos años después de realizar el último depósito, la ta-

sa de interés cambia al 7% capitalizable anualmente. Doce años después del último depósito, se retira de la cuenta el monto de dinero acumulado. ¿De cuánto es el retiro? (3.15)

**3.75.** Calcule la tasa efectiva de interés anual en cada una de las situaciones que siguen: (3.16)

a) Interés nominal del 10%, capitalizable en forma semestral.

b) Interés nominal del 10%, capitalizable trimestralmente.

c) Interés nominal de 10%, capitalizable semanalmente.

**3.76.** Se hacen 60 depósitos cada mes a una cuenta que genera el 6% de interés nominal capitalizable mensualmente. Si el objetivo de los depósitos es acumular \$100,000 para el final del quinto año, ¿cuál es el monto de cada depósito? (3.17)

- a) \$1,930      b) \$1,478      c) \$1,667  
d) \$1,430      e) \$1,695

**3.77.**

a) ¿Cuál es el gasto adicional semestral durante cinco años, que se justificaría realizar para dar mantenimiento a una máquina, para evitar costos por concepto de reparaciones mayores que cuestan \$3,000 al final de cinco años? Suponga un interés nominal del 8%, capitalizable en forma semestral. (3.17)

b) ¿Cuál es el valor equivalente anual de \$125,000 ahora, si el interés nominal anual es del 12% y se capitaliza mensualmente? Sea  $N = 10$  años. (3.17)

**3.78.**

a) ¿Qué monto de pagos iguales mensuales saldrían un préstamo original de \$10,000 en seis meses a una tasa nominal del 6% capitalizable en forma mensual? ¿Cuál es la tasa efectiva anual de interés? (3.17)

b) Para el inciso anterior, ¿cuál es la tasa efectiva de interés trimestral? (3.18)

**3.79.** Calcule la cantidad actual de dinero que debe invertirse al 12% nominal de interés, capitalizable mensualmente, para proporcionar una anualidad de \$10,000 (por año) durante seis años, comenzando dentro de 12 años. La tasa de interés permanece constante a lo largo de todo el periodo. (3.17)

**3.80.** Encuentre el valor presente equivalente de la siguiente serie de pagos: \$100 al final de cada mes durante 72 meses, con una tasa nominal de interés del 15% capitalizable en forma mensual. (3.17)

**3.81.** Obtenga el valor presente equivalente de \$5,000 que se pagan cada tres meses durante un periodo de siete años, en cada una de las situaciones siguientes: (3.18)

a) La tasa nominal de interés es del 12%, capitalizable anualmente.

b) La tasa nominal de interés es del 12%, capitalizable trimestralmente.

c) La tasa nominal de interés es del 12%, capitalizable semanalmente.

**3.82.** Suponga que le acaban de prestar \$7,500 con un interés nominal del 12%, capitalizable en forma trimestral. ¿Cuál es el monto compuesto total que usted debe pagar en una sola exhibición, al final del periodo de 10 años del préstamo? (3.17)

**3.83.** ¿Cuántos depósitos de \$100 cada uno debe realizar al final de cada mes, si desea acumular \$3,350 para la compra de un centro de entretenimiento doméstico nuevo? Su cuenta de ahorros le paga el 9% nominal de interés, capitalizable mensualmente. (3.17)

**3.84.** Usted usó su tarjeta de crédito para comprarle llantas a su automóvil, que le costaron \$340. Como no puede hacer pagos durante 11 meses, escribe una carta para disculparse y envía un cheque para pagar su cuuenta de una vez. La tasa de interés nominal de la compañía emisora de la tarjeta de crédito es de 16.5% capitalizable mensualmente. ¿De cuánto debe ser el cheque? (3.17)

**3.85.** ¿Cuanto tiempo tardará en duplicarse una determinada cantidad de dinero si ésta se invierte a una tasa nominal de interés del 12% capitalizable cada mes?

**3.86.** ¿Cuál es el principal que resta después de hacer 20 pagos mensuales sobre un préstamo de \$20,000 a cinco años? La tasa nominal anual de interés es del 12% capitalizable cada mes.

- a) \$10,224      b) \$13,333      c) \$14,579  
d) \$16,073      e) \$17,094

**3.87.**

a) Cierta sociedad de crédito y ahorro anuncia que paga un interés del 8% nominal, capitalizable trimestralmente. ¿Cuál es la tasa efectiva de interés por año? Si usted depositara hoy \$5,000 y planea retirarlos dentro de tres años, ¿cuánto habrá en su cuenta en ese entonces? (3.17)

b) Si en lugar de lo anterior, usted decidiera depositar \$800 cada año durante tres años, ¿cuánto podría retirar al final del tercer año? En cambio, suponga que deposita \$400 cada seis meses durante tres años. ¿Cuál sería la cantidad acumulada? (3.18)

**3.88.** Se ha determinado que la tasa efectiva anual de interés,  $i$ , sea el 26.82% (con base en capitalización mensual). Calcule cuánto podría invertirse hoy para evitar gastos futuros de \$1,000 trimestrales, por concepto de mantenimiento del software por los próximos cinco años. (3.18)

- 3.89.** ¿Si la tasa nominal de interés es del 8% y la capitalización es semestral, ¿cuál es el valor presente equivalente de los ingresos en el diagrama siguiente? (3.13, 3.17)



- 3.90.** ¿Cuál es el pago mensual sobre un préstamo de \$15,000 durante cinco años con una tasa nominal de interés del 9%, capitalizable en forma mensual? (3.17)

- a) \$214      b) \$250      c) \$312  
d) \$324      e) \$381

- 3.91.** La tasa efectiva de interés anual,  $i$ , se fija en 19.2%. ¿Cuál es la tasa nominal de interés anual,  $r$ , si se utiliza capitalización continua? (3.19)

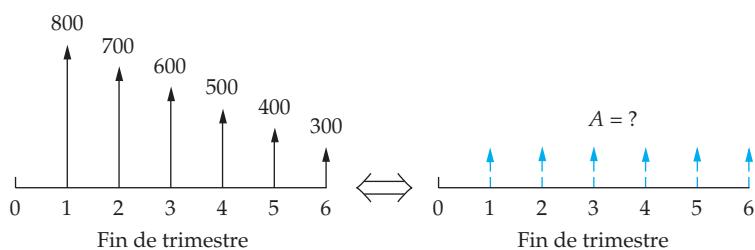
- 3.92.** Encuentre el valor de  $A$  que es equivalente al gradiente uniforme que se indica en la figura P3.92, si la tasa nominal de interés es del 10% capitalizable cada mes. (3.13, 3.18)

- 3.93.** Suponga que usted tiene bonos mercantiles que amparan cierto dinero que rinden una tasa anual de interés, que varía según se indica a continuación:

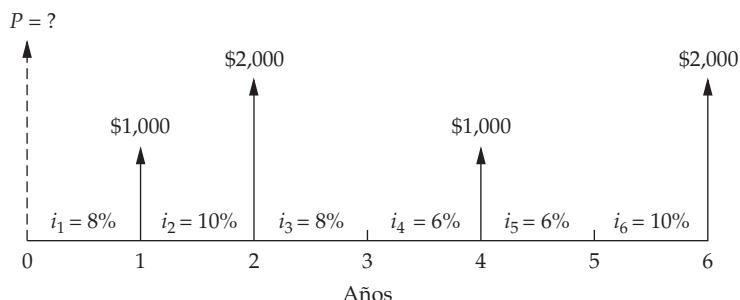
Año $k$	1	2	3	4	5
$i_k$	14%	12%	10%	10%	12%

Si usted invierte \$10,000 en este bono al comienzo del año 1 y no agrega ni retira dinero durante cinco años, ¿cuál es el valor del bono al final del quinto año? (3.15)

- 3.94.** Determine el valor presente equivalente del diagrama de flujo de efectivo que se representa en la figura P3.94, si la tasa anual de interés,  $i_k$  varía como se indica. (3.15)

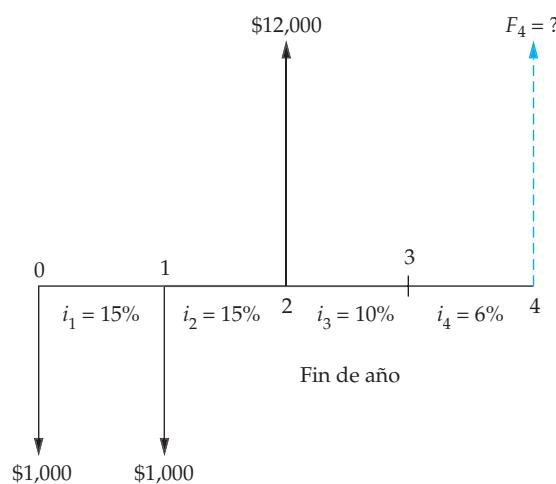


**Figura P3.92** Figura para el problema 3.92



**Figura P3.94** Figura para el problema 3.94

**3.95.** ¿Cuál es el valor de  $F_4$  en el diagrama de flujo de efectivo siguiente?



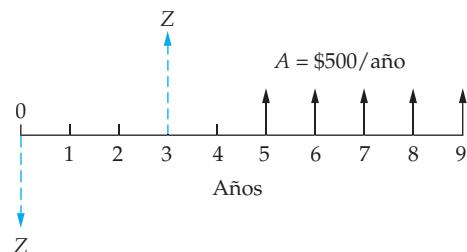
**3.96.** Indique si cada uno de los enunciados que siguen es verdadero (V) o falso (F) (todas las secciones)

- a) **V** **F** El interés es el dinero que se paga por el uso del capital propio.
- b) **V** **F**  $(A/F, i\%, N) = (A/P, i\%, N) + i$
- c) **V** **F** El interés simple ignora el principio del valor del dinero en el tiempo.
- d) **V** **F** Los diagramas de flujo de efectivo son análogos a los diagramas de cuerpo libre en los problemas de mecánica.
- e) **V** **F** \$1,791 diez años después de ahora son equivalentes a \$900 hoy si la tasa de interés anual es del 8%.
- f) **V** **F** Siempre se cumple que  $i > r$  si  $M \geq 2$
- g) **V** **F** Suponga que una suma de \$1,000 en una sola exhibición se invierte a  $r = 10\%$  durante ocho años. El valor futuro equivalente para la capitalización diaria es mayor que para la capitalización continua.
- h) **V** **F** Para una cantidad fija,  $F$  dólares, que se reciba al FDA  $N$ , la "A equivalente" se incrementa conforme la tasa de interés aumenta.
- i) **V** **F** Para un valor especificado al FDA  $N$ , en el momento cero  $P$  será más grande para  $r = 10\%$  anual que para  $r = 10\%$  anual con capitalización mensual.

**3.97.** Si una tasa nominal de interés del 8% se capitaliza en forma continua, determine la incógnita en cada una de las situaciones siguientes: (3.19)

- a) ¿Qué cantidad uniforme al final de año durante 10 años es equivalente a \$8,000 al final del año 10?
- b) ¿Cuál es el valor presente equivalente de \$1,000 anual durante 12 años?
- c) ¿Cuál es el valor futuro equivalente al final del sexto año de pagos de \$243 que se realizan cada seis meses durante los seis años? El primer pago sucede seis meses a partir de ahora, y el último ocurre al final del sexto año.
- d) Encuentre la cantidad equivalente en una sola exhibición al final del año nueve, si  $P_0 = \$1,000$  y la tasa nominal del 8 % de interés se capitaliza continuamente.

**3.98.** Encuentre el valor de una cantidad desconocida  $Z$  en el siguiente diagrama, de manera que el flujo de efectivo equivalente de salida sea igual al flujo de efectivo equivalente de entrada, cuando  $r = 20\%$  que se capitaliza continuamente. (3.19)



**3.99.** Un hombre depositó \$10,000 en una cuenta de ahorros en el momento cuando nació su hijo. La tasa nominal de interés era del 8% anual, capitalizable en forma continua. En el cumpleaños número 18 del hijo, se retira la suma acumulada en la cuenta. ¿De cuánto será el monto acumulado? (3.19)

**3.100.** Encuentre el valor de  $P$  en el diagrama de flujo de efectivo de la figura P3.100. (3.19)

**3.101.** ¡Un tío rico le acaba de ofrecer hacerlo rico! Por cada dólar que usted ahorre en una cuenta bancaria de seguros, capitalizable en forma continua, durante los próximos 10 años, él entregará a usted un dólar. Como los ingresos de usted son modestos y sólo le permiten ahorrar \$3,000 por año para cada uno de los 10 años siguientes, su tío deberá desembolsar \$30,000 para dárselos a

**Figura P3.100**

Figura para el problema 3.100

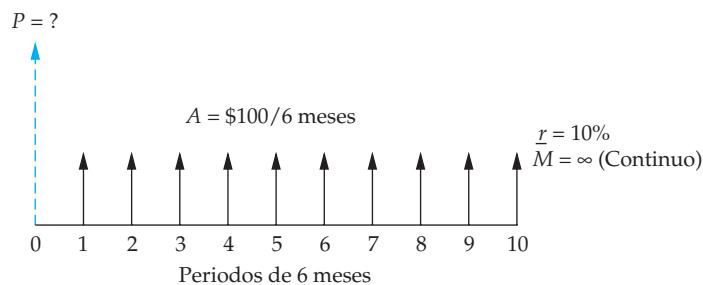
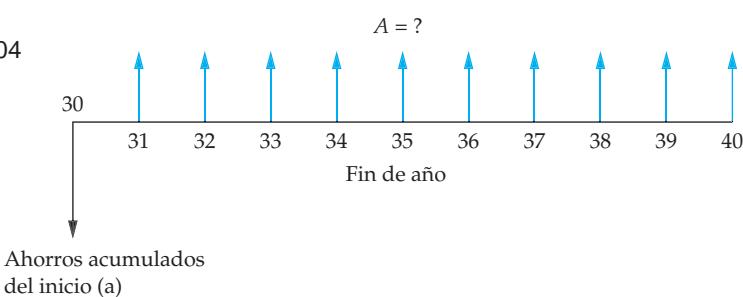
**Figura P3.104**

Figura para el problema 3.104



usted al final del décimo año. Si usted desea tener un *total* de \$75,000 diez años después de hoy, ¿qué tasa de interés anual tendría que generar la cuenta de seguros bancaria para hacer posible su objetivo? (3.19)

**3.102.** Una persona necesita inmediatamente \$18,000 para realizar un pago para su nueva casa. Suponga que ella pide prestado este dinero a su compañía de unión de crédito. Ella deberá pagar el préstamo en pagos iguales *realizados cada seis meses* durante los siguientes 12 años. La tasa de interés anual es del 10% capitalizable continuamente. ¿Cuál es el monto de cada pago? (3.19)

**3.103.**

a) ¿Cuál es el valor presente equivalente de una serie uniforme de pagos anuales de \$3,500 cada uno durante cinco años, si la tasa de interés capitalizable en forma continua es del 10%?

b) Se invierte una cantidad de \$7,000 en un certificado de depósito (CD) que tendrá un valor de \$16,000 dentro de nueve años. ¿Cuál es la tasa nominal (anual) capitalizable continuamente de este CD? (3.19)

**3.104.**

a) Muchas personas se preparan para el retiro haciendo aportaciones mensuales a algún programa de ahorro. Suponga que cada año se

dispone de \$2,000 que se invierten a un fondo de ahorro que paga el 10% de interés anual, que se capitaliza en forma continua. Determine la cantidad que se acumula en la cuenta al final de 30 años.

b) En el inciso a), suponga que al final del año 30 se va a retirar una anualidad de lo que se ahorró. La anualidad se extenderá del final del año 31 al final del año 40. ¿Cuál es el valor de dicha anualidad si la tasa de interés y la frecuencia con que se capitaliza en el inciso anterior no cambia? Véase la figura P3.104. (3.109)

**3.105.**

a) ¿Cuál es el valor futuro equivalente de un flujo continuo de fondos que tiene un monto de \$10,050 anual si  $r = 20\%$ ,  $M = \infty$  y  $N = 12$  años?

b) Si la tasa nominal de interés es del 10% anual y se capitaliza de manera continua, ¿cuál es el valor futuro equivalente de \$10,000 por año que fluye continuamente durante 8.5 años? Véase el diagrama de flujo de efectivo que aparece en la figura P3.105.

c) Si  $\bar{A} = \$7,859$  anual con  $r = 20\%$ ,  $M = \infty$ . ¿Cuántos años llevará acumular \$1 millón en la cuenta? (3.20)

**3.106.** ¿Durante cuántos años una inversión de \$63,000 debe proporcionar un flujo continuo

de fondos a razón de \$16,000 anuales, de manera que se obtenga una tasa nominal de interés del 10% que se capitaliza continuamente? (3.20)

**3.107.** ¿Cuál es el valor presente equivalente de las situaciones de flujo de fondos continuos que se mencionan a continuación?

- a) \$1,000,000 anual durante cuatro años al 10% capitalizado continuamente.
- b) \$6,000 anuales durante 10 años al 8% que se capitaliza en forma anual.
- c) \$500 por trimestre durante 6.75 años al 20% con capitalización continua. (3.20)

**3.108.** ¿Cuál es la diferencia en el monto del valor presente equivalente de los diagramas de flujo de efectivo que aparecen en la figura P3.108, y en el del problema 3.105? (3.20)

**3.109.** Responda si los enunciados siguientes son verdaderos (V) o falsos (F), y llene los espacios en blanco del inciso f). (3.19, 3.20)

- a) **V F** La tasa nominal de interés siempre será menor que la tasa efectiva de interés, si  $r = 10\%$  y  $M = \infty$ .

**b) V F** Ciertos préstamos implican reembolsos mensuales de \$185 durante un período de 24 meses. Si  $r = 10\%$  anual, aún se debe más de la mitad del principal del préstamo después de que se hace el pago del décimo mes.

**c) V F** \$1,791 dentro de 10 años son equivalentes a \$900 ahora, si la tasa nominal de interés es del 8% y se capitaliza en forma semestral.

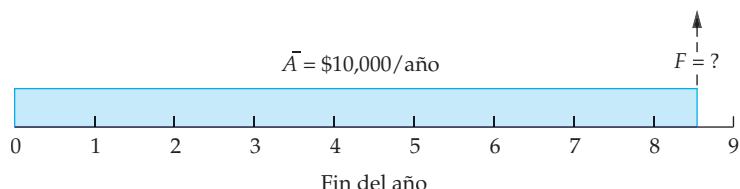
**d) V F** Si se agrega  $i$  (expresada en forma decimal) al factor de la serie de recuperación de capital, se obtendrá el factor de la serie de fondo amortizado.

**e) V F** El factor  $(P/A, i\%, N)$  es igual a

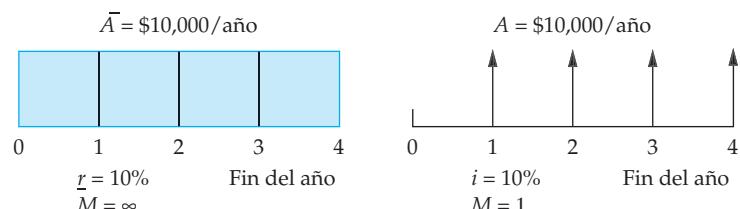
$$N \cdot (P/F, i\%, 1)$$

**f)** Llene los espacios con el factor de interés que falta:

- i.  $(P/A, i\%, N)(\underline{\hspace{2cm}}) = (F/A, i\%, N)$
- ii.  $(A/G, i\%, N)(P/A, i\%, N) = (\underline{\hspace{2cm}})$ .



**Figura P3.105** Figura para el problema 3.105



**Figura P3.108** Figura para el problema 3.108

# *Temas fundamentales de la ingeniería económica*

---

- 4. Aplicación de las relaciones dinero-tiempo
- 5. Comparación de alternativas
- 6. La depreciación y los impuestos sobre las utilidades
- 7. Técnicas de estimación de costos
- 8. Cambios de precio y de tipos de cambio
- 9. Análisis del reemplazo
- 10. Manejo de la incertidumbre

---

*El examen final de cualquier sistema reside en la pregunta ¿es rentable?*

— Frederick W. Taylor, testimonio ante el Comité Especial de la Cámara de Representantes de Estados Unidos (25 de enero de 1912).

# *Aplicación de las relaciones dinero-tiempo*

*Los dos objetivos principales de este capítulo son: 1. analizar varios métodos básicos para realizar estudios de ingeniería económica tomando en cuenta el valor del dinero en el tiempo, y 2. describir en forma breve las suposiciones e interrelaciones que subyacen a estos métodos.*

---

**En este capítulo se estudian los siguientes temas:**

- Determinación de la tasa de rendimiento mínima aceptable
- El método del valor presente
- El método del valor futuro
- El método del valor anual
- El método de la tasa interna de rendimiento
- El método de la tasa externa de rendimiento
- El método del periodo de recuperación (pago)
- Diagramas de balance de inversión

---

## 4.1 Introducción

Todos los estudios de ingeniería económica de los proyectos de capital deben tomar en cuenta el rendimiento que un proyecto determinado producirá, o debería producir. Una pregunta básica planteada en este libro es si la propuesta de una inversión de capital y los gastos asociados con ella pueden recuperarse por medio de ingresos (o ahorros) a lo largo del tiempo *además* del rendimiento sobre el capital, que tendrán que ser suficientemente atractivos, en comparación con los riesgos que se corren y los usos potenciales alternativos. Las relaciones dinero-tiempo y el interés que se estudiaron en el capítulo 3, surgen como componentes esenciales de la respuesta a dicha pregunta, y se aplican a muchos tipos diferentes de los problemas que se analizan en este capítulo.

Como los patrones de la inversión del capital, de los flujos de efectivo de los ingresos (o ahorros) y de los gastos suelen ser muy diferentes para distintos proyectos, no existe un método único para efectuar análisis de ingeniería económica que sea ideal para todos los casos. En consecuencia, es común que se utilicen varios métodos.

En este capítulo, nos concentraremos en el uso correcto de cinco métodos para evaluar la rentabilidad económica de una sola solución propuesta para un problema (*alternativa*).<sup>\*</sup> Despues, en el capítulo 5, se evaluarán alternativas múltiples. Los cinco métodos que se describen en el capítulo 4 son el del valor presente (VP), valor futuro (VF), valor anual (VA), tasa interna de rendimiento (TIR) y tasa externa de rendimiento (TER). Los primeros tres convierten los flujos de efectivo que resultan de la propuesta de solución de un problema en su valor equivalente en algún punto (o puntos) del tiempo, por medio del empleo de una tasa de interés que se conoce como *tasa de rendimiento mínima atractiva (TREMA)*. En la siguiente sección se estudia el concepto de TREMA, así como la determinación de su valor. Los métodos de la TIR y la TER producen tasas anuales de utilidad, o rendimientos, que se obtienen de una inversión, y que luego se comparan con la TREMA.

En este capítulo también se analiza en forma breve el periodo de recuperación, el cual es una medida de la *velocidad* con que se recupera una inversión mediante los flujos de entrada que produce. En su forma más común, esta medida ignora los principios del valor del dinero en el tiempo. Por tal razón, es frecuente que el método de la recuperación se use para extraer información de los cinco métodos principales que se describen en este capítulo. El diagrama del balance de inversión ofrece otra medida de la liquidez. Dicha técnica se describe en la sección 4.9.

A menos que se especifique algo diferente, en este capítulo y en los siguientes, se utiliza la convención de flujo de efectivo al final del periodo y de interés compuesto. En el resto del libro, para evaluar prospectos de inversiones se emplea un horizonte de planeación o periodo de estudio (análisis), de  $N$  periodos de capitalización (años, por lo general).

## 4.2 Determinación de la tasa de rendimiento mínima aceptable

Generalmente, la tasa de rendimiento mínima aceptable (TREMA), es una política que establece la alta dirección de una empresa como resultado de numerosas consideraciones. Entre dichas consideraciones están las siguientes:

1. La cantidad de dinero disponible para la inversión, y la fuente y costo de estos fondos (es decir, recursos propios o en préstamo).
2. El número de proyectos adecuados disponibles para realizar la inversión y sus propósitos (ya sea que fortalezcan las operaciones en curso y sean *esenciales*, o bien, las expandan y sean *electivos*).
3. El grado de riesgo que se percibe asociado con las oportunidades disponibles de inversión de la compañía y el costo estimado de la administración de los proyectos en horizontes de planeación cortos *versus* largos.

\* En el capítulo 11 se estudiará el análisis de proyectos de ingeniería con el empleo del método del beneficio-costo.

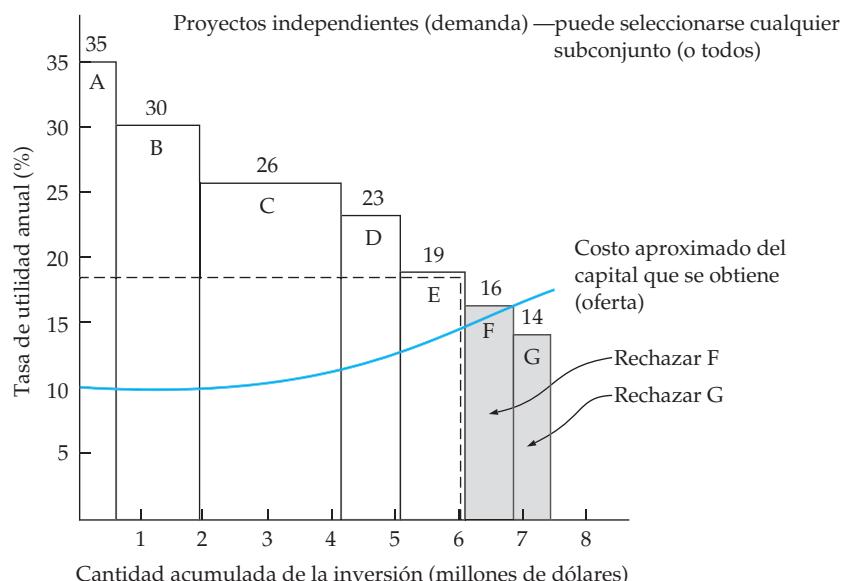
**4. El tipo de organización de que se trate (gubernamental, interés público o industria competitiva).**

En teoría, la TREMA, que a veces se conoce como la *tasa por superar*, se elige para maximizar el bienestar económico de una organización, teniendo en cuenta consideraciones del tipo que se acaba de mencionar. La forma en que una empresa individual lleva esto a la práctica está muy lejos de ser algo claro y con frecuencia está sujeto a debate. Un enfoque popular para establecer la TREMA parte del punto de vista del *costo de oportunidad*, que se describió en el capítulo 2 y que surge del fenómeno del *racionamiento de capital*. Para los objetivos del presente capítulo, el racionamiento de capital existe si la administración decide limitar la cantidad total de capital invertido. Esta situación puede originarse cuando el monto de capital disponible es insuficiente para financiar todas las oportunidades convenientes de inversión.

En la figura 4.1 se presenta un ejemplo que muestra el racionamiento de capital, donde se graficaron los requerimientos acumulados de la inversión de siete proyectos aceptables, contra la tasa de utilidad anual prospectiva de cada uno. La figura 4.1 señala un límite de \$6 millones en el capital disponible. En vista de la limitante, el último de los proyectos que se financiará sería el E, con una tasa de utilidad esperada del 19% anual, en tanto que el mejor de los proyectos *rechazados* sería el F. En este caso, la TREMA que se obtiene con el principio del costo de oportunidad es del 16% anual. Al no ser capaz de invertir en el proyecto F, se considera que la empresa está perdiendo la oportunidad de obtener un rendimiento anual del 16%. A medida que el monto del capital de inversión y las oportunidades de que se dispone cambien con el tiempo, también lo hará la TREMA de la empresa.

Sobrepuerto a la figura 4.1 se encuentra el costo aproximado de obtener los \$6 millones, lo cual ilustra que el proyecto E es aceptable sólo porque su tasa anual de utilidad excede el costo de obtener el último millón. Como se observa en dicha figura, el costo de capital tiende a incrementarse en forma gradual conforme son mayores las sumas de dinero que se adquieren mediante préstamos cada vez mayores (deuda), o de emisiones nuevas de acciones comunes (propias). Una última observación en relación con la figura

**Figura 4.1**  
Determinación de la TREMA con base en el punto de vista del costo de oportunidad. Una medición popular de la tasa de utilidad anual es la "tasa interna de rendimiento" (que se analiza más adelante en este capítulo)



4.1 es que la alta administración ha determinado que el riesgo que se percibe asociado con el financiamiento y realización de los siete proyectos es aceptable.

### EJEMPLO 4.1

Considere la programación siguiente, que muestra las tasas de utilidad anual prospectivas para el portafolio de proyectos de inversión de una compañía (es decir, la *demand*a de capital):

Tasa de utilidad anual esperada	Requerimientos de la inversión (miles de dólares)	Inversión acumulada
40% o más	\$2,200	\$2,200
30 – 39.9%	3,400	5,600
20 – 29.9%	6,800	12,400
10 – 19.9%	14,200	26,600
Menos del 10%	22,800	49,400

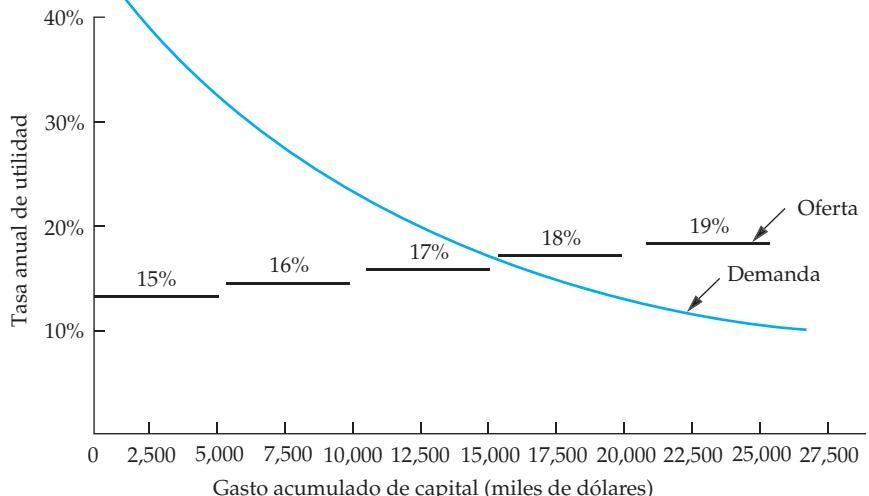
Nota: Son aceptables todos los proyectos con una tasa de utilidad del 10% o más.

Si el suministro de capital que se obtiene de fuentes internas y externas tiene un costo del 15% anual para los primeros \$5,000,000 invertidos, y de ahí en adelante se incrementa un 1% por cada \$5,000,000, ¿cuál será la TREMA de la compañía si se considera el punto de vista de costo de oportunidad?

### SOLUCIÓN

La demanda de capital acumulado *versus* la oferta se grafica contra la tasa anual de utilidad esperada, como se muestra en la figura 4.2. El punto de intersección es el 18% anual, aproximadamente, el cual representa una estimación realista de la TREMA de esta compañía, si se considera el punto de vista del costo de oportunidad.

**Figura 4.2**  
Solución gráfica  
del ejemplo 4.1



### 4.3 El método del valor presente

El método del *valor presente* (VP) se basa en el concepto del valor equivalente de todos los flujos de efectivo relativos a alguna base o punto de inicio en el tiempo, llamado presente. Es decir, todos los flujos de entrada y salida de efectivo se descuentan al momento presente del tiempo con una tasa de interés que por lo general es la TREMA.

El VP de una alternativa de inversión es una medida de cuánto dinero podría dedicar un individuo o empresa a una inversión, adicional a su costo. O bien, dicho de otra forma, un VP positivo de un proyecto de inversión es la cantidad de dólares de utilidad por encima de la cantidad mínima que requieren los inversionistas. Se supone que el efectivo que genera la alternativa está disponible para otros usos que generan interés con una tasa igual a la TREMA.

Para encontrar el VP como función de la  $i\%$  (por periodo de interés) de una serie de flujos de entrada y salida de efectivo, es necesario descontar al presente las cantidades futuras usando la tasa de interés durante el periodo de estudio apropiado (años, por ejemplo) de la manera siguiente:

$$\begin{aligned} \text{VP } (i\%) &= F_0(1+i)^0 + F_1(1+i)^{-1} + F_2(1+i)^{-2} + \dots \\ &\quad + F_k(1+i)^{-k} + \dots + F_N(1+i)^{-N} \\ &= \sum_{k=0}^N F_k(1+i)^{-k}. \end{aligned} \tag{4.1}$$

donde  $i$  = tasa efectiva de interés, o TREMA, por periodo de capitalización,

$k$  = índice de cada periodo de composición ( $0 \leq k \leq N$ ),

$F_k$  = flujo de efectivo futuro al final del periodo  $k$ ,

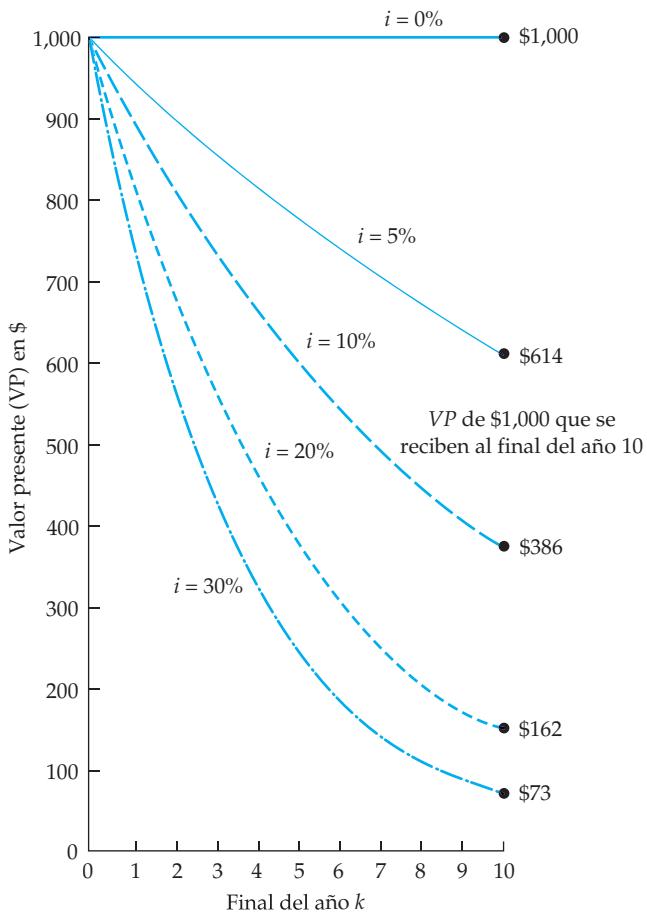
$N$  = número de periodos de capitalización en el horizonte de planeación (periodo de estudio).

La relación que se da en la ecuación 4.1 se basa en la suposición de una *tasa de interés constante* a lo largo de la vida de un proyecto en particular. Si se supone que la tasa de interés va a cambiar, el VP debe calcularse en dos o más etapas, como se ilustró en el capítulo 3.

Cuanto más elevada sea la tasa de interés y más alejado sea el futuro en que ocurre el flujo de efectivo, más bajo será su VP. Esto se representa en forma gráfica en la figura 4.3. En tanto el VP (es decir, el valor presente equivalente de los flujos de entrada de efectivo menos los flujos de salida) sea mayor o igual a cero, el proyecto tiene justificación económica; de otro manera, no es aceptable.

#### EJEMPLO 4.2

Puede hacerse una inversión de \$10,000 en un proyecto que producirá un ingreso uniforme anual de \$5,310 durante cinco años, y luego tiene un valor de mercado (rescate) de \$2,000. Los gastos anuales serán de \$3,000 por año. La compañía está dispuesta a aceptar cualquier proyecto que rinda el 10% anual o más, sobre cualquier capital que se invierta. Con el método del valor presente, compruebe si ésta es una inversión deseable.



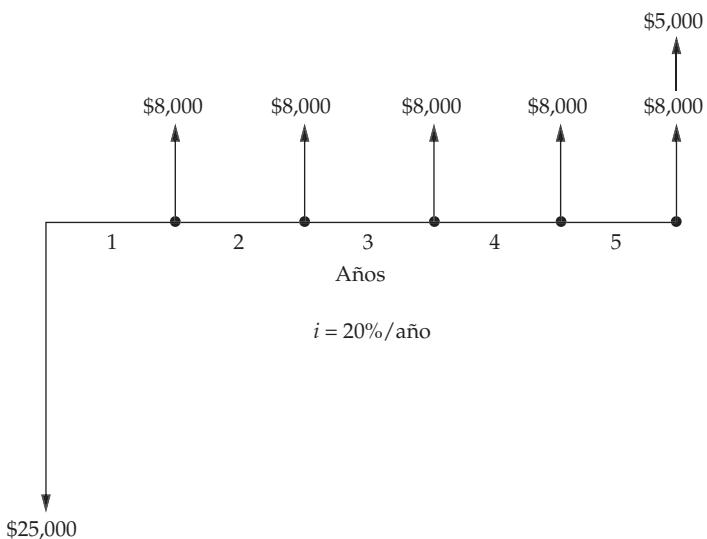
**Figura 4.3** VP de \$1,000 que se reciben al final del año  $k$ , con una tasa de interés del  $i\%$  anual.

### SOLUCIÓN

	VP	
	Flujos de salida de efectivo	Flujos de entrada de efectivo
Ingreso anual: $\$5,310(P / A, 10\%, 5)$		\$20,129
Valor de mercado (rescate): $\$2,000(P / F, 10\%, 5)$		1,242
Inversión	\$10,000	
Gastos anuales: $\$3,000(P / A, 10\%, 5)$	11,372	
Total	\$21,372	\$21,371
VP Total		\$0

Como el  $VP(10\%) \approx \$0$ , se demuestra que el proyecto es aceptable en forma marginal.

**Figura 4.4**  
Diagrama de flujo de efectivo para el ejemplo 4.3



### EJEMPLO 4.3

Unos ingenieros propusieron la introducción de un elemento de equipo nuevo con la finalidad de incrementar la producción de cierta operación manual para soldar. El costo de inversión es de \$25,000, y el equipo tendrá un valor de mercado de \$5,000 al final del periodo de estudio de cinco años. La productividad adicional atribuible al equipo importará \$8,000 por año, después de restar los costos de operación del ingreso que se genera por la producción adicional. En la figura 4.4 se muestra el diagrama de flujo de esta oportunidad de inversión. Si la TREMA de la compañía es del 20% anual, ¿es buena esta propuesta? Utilice el método del VP.

### SOLUCIÓN

VP = VP de los flujos de entrada de efectivo – VP de los flujos de salida de efectivo, o bien,

$$\begin{aligned} \text{VP}(20\%) &= \$8,000(P/A, 20\%, 5) + \$5,000(P/F, 20\%, 5) - \$25,000 \\ &= \$934.29 \end{aligned}$$

Como el VP(20%) > 0, este equipo se justifica económicamente.

Con base en el ejemplo 4.3, puede usarse la tabla 4.1 para graficar el VP acumulado de los flujos de efectivo a través del año  $k$ . Las gráficas de VP acumulado de la figura 4.5 con  $i = 20\%$  y con  $i = 0\%$ , se obtuvieron a partir de las columnas (C) y (D) de la tabla 4.1, respectivamente.

La TREMA del ejemplo 4.3 (y de otros ejemplos de este capítulo) se interpreta como una tasa efectiva de interés ( $i$ ). Aquí,  $i = 20\%$  anual. Los flujos de efectivo son cantidades discretas al final del año. Si se hubiera especificado *capitalización continua* para una tasa

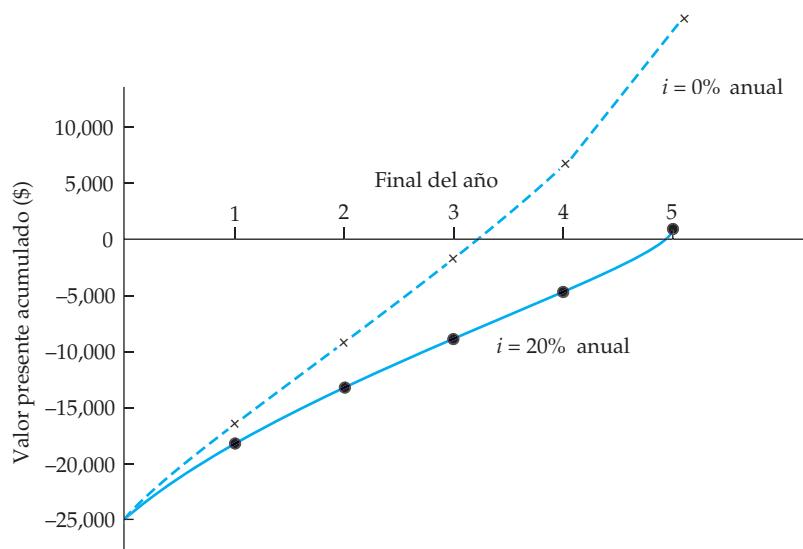
**Tabla 4.1** Cálculos del VP acumulado para el ejemplo 4.3

Final del año $k$	(A) Flujo neto de efectivo	(B) VP del flujo de efectivo con $i = 20\%$ anual	(C) VP acumulado con $i = 20\%$ anual, hasta el año $k$	(D) VP acumulado con $i = 0\%$ anual, hasta el año $k$
0	-\$25,000	-\$25,000	-\$25,000	-\$25,000
1	8,000	6,667	-18,333	-17,000
2	8,000	5,556	-12,777	-9,000
3	8,000	4,630	-8,147	-1,000
4	8,000	3,858	-4,289	7,000
5	13,000	5,223	+934	20,000

nominal de interés ( $r$ ) del 20% anual, el VP habría tenido que calcularse con el uso de los factores de interés que se incluyen en el apéndice D:

$$\begin{aligned} \text{VP } (r = 20\%) &= -\$25,000 + \$8,000(P/A, r, = 20\%, 5) \\ &\quad + \$5,000(P/F, r = 20\%, 5) \\ &= -25,000 + \$8,000(2.8551) + \$5,000(0.3679) \\ &= -\$319.60. \end{aligned}$$

En consecuencia, con capitalización continua el equipo no se habría justificado económicamente. La razón de esto es que la tasa más elevada efectiva anual de interés, ( $e^{0.20} - 1 =$

**Figura 4.5** Gráfica del VP acumulado, para el ejemplo 4.3

0.2214) reduce el VP de los flujos de efectivos positivos futuros, pero no afecta el VP del capital que se invierte al principio del año 1.

### 4.3.1 Valor de bonos

Un bono muestra un ejemplo excelente de valor comercial, que es el VP de los flujos netos de efectivo futuros, que se espera recibir por la posesión de un certificado que genera interés. Así, el valor de un bono en cualquier momento, es el VP de las percepciones futuras de efectivo. Para el caso de un bono, sean

$Z$  = valor nominal o valor de cambio,

$C$  = precio de rescate o precio de disposición (por lo general igual a  $Z$ ),

$r$  = tasa del bono (interés nominal) por periodo de interés,

$N$  = número de periodos antes del rescate,

$i$  = tasa de *rendimiento* del bono, y

$V_N$  = valor (precio) del bono  $N$  periodos antes del rescate —esto es una medida de las ventajas económicas del VP.

Al poseedor de un bono el deudor le hace dos tipos de pagos. El primero consiste en una serie de pagos periódicos de intereses que recibirá hasta que él o ella retiren el bono. Habrá  $N$  de tales pagos, cada uno por un importe de  $rZ$ . Éstos constituyen una anualidad de  $N$  pagos. Además, cuando el bono se retira o se vende, el tenedor recibirá un pago único igual a la cantidad  $C$ . El VP del bono es la suma de los valores presentes de estos dos tipos de pagos a la tasa de rendimiento del bono ( $i\%$ ):

$$V_N = C(P/F, i\%, N) + rZ(P/A, i\%, N) \quad (4.2)$$

#### EJEMPLO 4.4

Encuentre el precio actual (VP) de un bono a 10 años que paga el 6% anual (que se paga en forma semestral), que puede rescatarse a valor de cambio, si el comprador lo adquirió con un *rendimiento de 10% anual*. El valor nominal del bono es de \$1,000:

$$N = 10 \times 2 = 20 \text{ periodos,}$$

$$r = 6\%/2 = 3\% \text{ por periodo,}$$

$$i = [(1.10)^{1/2} - 1]100 \simeq 4.9\% \text{ por periodo semestral,}$$

$$C = Z = \$1,000.$$

#### SOLUCIÓN

Mediante la ecuación 4.2 se obtiene que

$$\begin{aligned} V_N &= \$1,000(P/F, 4.9\%, 20) + \$1,000(0.03)(P/A, 4.9\%, 20) \\ &= \$384.10 + \$377.06 = \$761.16. \end{aligned}$$

**EJEMPLO 4.5**

Un bono con valor nominal de \$5,000 paga un interés del 8% anual. Este bono se rescatará a valor nominal al final de su vida de 20 años, y el primer pago de interés se hará dentro de un año.

- ¿Cuánto debe pagarse ahora por este bono para obtener un rendimiento del 10% anual sobre la inversión?
- Si este bono se comprara ahora a \$4,600, ¿cuál sería el rendimiento anual que obtendría el comprador?

**SOLUCIÓN**

- a) Puede determinarse el valor de  $V_N$  por medio de la ecuación 4.2:

$$\begin{aligned} V_N &= \$5,000(P/F, 10\%, 20) + \$5,000(0.08)(P/A, 10\%, 20) \\ &= \$743.00 + \$3,405.44 = \$4,148.44 \end{aligned}$$

- b) En este caso se da  $V_N = \$4,600$  y debe calcularse el valor de  $i\%$  con la ecuación 4.2:

$$\$4,600 = \$5,000(P/F, i\%, 20) + \$5,000(0.08)(P/A, i\%, 20)$$

Para obtener el valor de  $i\%$ , se puede recurrir a un procedimiento por ensayo y error (por ejemplo, probar con 8.5%, 9.0%, etcétera), con el que se encuentra que  $i\% = 8.9\%$  anual.

**EJEMPLO 4.6**

Cierto bono del Tesoro de Estados Unidos, que vence dentro de ocho años, tiene un valor nominal de \$10,000, lo cual significa que su tenedor recibirá \$10,000 en efectivo cuando llegue la fecha de vencimiento. El bono estipula una tasa fija nominal del 8% de interés anual, aunque el pago de los intereses al propietario se hace cada tres meses; por lo tanto, el monto de cada pago es del 2% del valor nominal.

A un comprador potencial de este bono le gustaría obtener 10% de interés nominal anual (capitalizable trimestralmente) sobre su inversión, ya que las tasas de interés en la economía se han incrementado desde la emisión del bono. ¿Cuánto debería estar dispuesto a pagar por el bono este comprador?

**SOLUCIÓN**

En vista de las condiciones que se enuncian, para establecer el valor de este bono debe evaluarse el VP de los flujos futuros de efectivo durante los ocho años siguientes. Los pagos de intereses son trimestrales. Debido a que el prospecto de comprador desea obtener el 10% de *interés nominal anual* sobre la inversión, se calcula el VP con  $i = 10\%/4 = 2.5\%$  trimestral durante los  $8(4) = 32$  trimestres que restan de la vida del bono:

$$\begin{aligned} V_N &= \$10,000(P/F, 2.5\%, 32) + \$10,000(0.02)(P/A, 2.5\%, 32) \\ &= \$4,537.71 + \$4,369.84 = \$8,907.55 \end{aligned}$$

Así, el comprador no debe pagar más de \$8,907.55 si desea una tasa nominal del 10% de interés anual.

## 4.4 El método del valor futuro

Como un objetivo importante de los métodos del valor del dinero en el tiempo es maximizar la riqueza futura de una compañía, para las decisiones de inversión de capital es muy útil contar con información que proporciona el método del valor futuro (VF). El valor futuro se basa en el valor equivalente de todos los flujos de entrada y salida de efectivo, al final del horizonte de planeación (periodo de estudio), a una tasa de interés que, por lo general, es la TREMA. Asimismo, el VF de un proyecto es equivalente a su VP; es decir,  $VF = VP(F/P, i\%, N)$ . Si  $VF \geq 0$  para un proyecto equivale a su VP, debe tener justificación económica.

La ecuación 4.3 resume los cálculos generales necesarios para determinar el valor futuro de un proyecto:

$$\begin{aligned} VF(i\%) &= F_0(1+i)^N + F_1(1+i)^{N-1} + \cdots + F_N(1+i)^0 \\ &= \sum_{k=0}^N F_k(1+i)^{N-k}. \end{aligned} \quad (4.3)$$

### EJEMPLO 4.7

Evalúe el VF del proyecto de mejora potencial que se describió en el ejemplo 4.3. Demuestre la relación entre el VF y el VP para dicho ejemplo.

#### SOLUCIÓN

$$\begin{aligned} VF(20\%) &= -\$25,000(F/P, 20\%, 5) \\ &\quad + \$8,000(F/A, 20\%, 5) + \$5,000 \\ &= \$2,324.80 \end{aligned}$$

De nuevo, se demuestra que el proyecto es una buena inversión ( $VF \geq 0$ ). El VF es un múltiplo del VP equivalente:

$$VP(20\%) = \$2,324.80(P/F, 20\%, 5) = \$934.29.$$

Hasta este momento, los métodos del VP y VF han utilizado una TREMA conocida y constante durante el periodo de estudio. Cada método genera una medida de la conveniencia económica expresada en dólares y uno es equivalente al otro. La diferencia en la información económica que proveen es relativa al punto del tiempo que se usa (es decir, el presente para el VP *versus* el futuro, u otro punto final del periodo de estudio, para el VF).

## 4.5 El método del valor anual

El valor anual (VA) de un proyecto es la serie equivalente anual de cantidades en dólares para un periodo establecido de estudio, que es *equivalente* a los flujos de entrada y salida

de efectivo, con una tasa de interés que por lo general es la TREMA. Entonces, el VA de un proyecto es el equivalente de los ingresos o ahorros anuales ( $\underline{R}$ ) menos sus egresos anuales ( $\underline{E}$ ), menos su cantidad equivalente de la recuperación de capital (RC), lo cual se define en la ecuación 4.5. Para el periodo de estudio,  $N$ , que por lo general se expresa en años, se calcula el valor equivalente anual de  $\underline{R}$ ,  $\underline{E}$  y RC. En forma de ecuación, el VA, que es función de  $i\%$ , es

$$\text{VA } (i\%) = \underline{R} - \underline{E} - \text{RC}(i\%) \quad (4.4)$$

Asimismo, es importante observar que el VA de un proyecto es equivalente a sus VP y VF. Esto es,  $\text{VA} = \text{VP}(A / P, i\%, N)$ , y  $\text{VA} = \text{VF}(A / F, i\%, N)$ . Así, a partir de estos otros valores equivalentes, es fácil calcular el VA de un proyecto.

El proyecto tiene atractivo económico en tanto el VA sea mayor o igual a cero; en otro caso, no lo tiene. Un VA de cero significa que se obtiene un rendimiento anual exactamente igual a la TREMA.

Cuando en la ecuación 4.4 los ingresos *están ausentes*, se designa a la medida que resulta como “costo anual uniforme equivalente”, o CAUE( $i\%$ ). Es preferible un CAUE( $i\%$ ) bajo que uno alto.

El monto de la recuperación de capital (RC) para un proyecto es el *costo* uniforme equivalente anual del capital invertido. Se trata de una cantidad anual que cubre los dos conceptos siguientes:

1. Pérdida de valor del activo;
2. Interés sobre el capital invertido (a la TREMA).

Por ejemplo, considere una máquina o cualquier otro activo que costará \$10,000 los últimos cinco años, y tiene un valor de rescate (mercado) de \$2,000. Entonces, la pérdida de valor de este activo durante cinco años es de \$8,000. Además, la TREMA es del 10% anual.

Es posible demostrar que sin importar el método de cálculo de la pérdida de valor de un activo durante el tiempo que se utilice, el monto equivalente anual de la RC es el mismo. Por ejemplo, si se supone pérdida de valor uniforme, se obtiene que el monto equivalente de la RC anual es de \$2,310, como se ilustra en la tabla 4.2.

Existen varias fórmulas convenientes por medio de las cuales puede calcularse el monto (costo) de la RC, para obtener el resultado que se presenta en la tabla 4.2. Es probable que la más fácil de entender sea la que implica obtener el equivalente anual de la inversión inicial de capital y luego restarle el valor anual equivalente del rescate. Entonces,

$$\text{RC } (i\%) = I (A / P, i\%, N) - S(A / F, i\%, N), \quad (4.5)$$

donde  $I$  = inversión inicial para el proyecto,\*

$S$  = valor de rescate (mercado) al final del periodo de estudio,

$N$  = periodo de estudio del proyecto.

---

\* En algunos casos, la inversión se distribuirá a lo largo de varios periodos. En tales situaciones,  $I$  es el VP de todas las cantidades invertidas.

**Tabla 4.2** Cálculo del monto equivalente anual de la RC

Año	Valor de la inversión al principio de año <sup>a</sup>	Pérdida uniforme de valor	Interés sobre la inversión a principio de año, con $i = 10\%$	Monto de la RC para el año	VP del monto de la RC con $i = 10\%$
1	\$10,000	\$1,600	\$1,000	\$2,600	\$2,600( $P/F, 10\%, 1$ ) = \$2,364
2	8,400	1,600	840	2,440	\$2,440( $P/F, 10\%, 2$ ) = \$2,016
3	6,800	1,600	680	2,280	\$2,280( $P/F, 10\%, 3$ ) = \$1,713
4	5,200	1,600	520	2,120	\$2,120( $P/F, 10\%, 4$ ) = \$1,448
5	3,600	1,600	360	1,960	\$1,960( $P/F, 10\%, 5$ ) = \$1,217 \$8,758

$$RC = \$8,758(A/P, 10\%, 5) = \$2,310$$

<sup>a</sup> Más adelante, también se hace referencia a esto como la *inversión no recuperada a principios de año*.

Si se aplica la ecuación 4.5 al ejemplo de la tabla 4.2, el monto de la RC es

$$\begin{aligned} RC(10\%) &= \$10,000(A/P, 10\%, 5) - \$2,000(A/F, 10\%, 5) \\ &= \$10,000(0.2638) - 2,000(0.1638) = \$2,310. \end{aligned}$$

Otra forma de calcular el monto de la RC consiste en agregar un monto de fondo de amortización anual (o depósito) al interés sobre la inversión original. Así,

$$RC(i\%) = (I - S)(A/F, i\%, N) + I(i\%). \quad (4.6)$$

Al aplicar la ecuación 4.6 al ejemplo de la tabla 4.2, el monto de la RC es

$$\begin{aligned} RC(10\%) &= (\$10,000 - \$2,000)(A/F, 10\%, 5) + \$10,000(10\%) \\ &= \$8,000(0.1638) + \$10,000(0.10) = \$2,310. \end{aligned}$$

Una forma más de calcular el monto de la RC es agregar el costo equivalente anual de la pérdida uniforme de valor de la inversión al interés sobre el valor de rescate:

$$RC(i\%) = (I - S)(A/P, i\%, N) + S(i\%). \quad (4.7)$$

Al aplicarla al ejemplo anterior,

$$\begin{aligned} RC(10\%) &= (\$10,000 - \$2,000)(A/P, 10\%, 5) + \$2,000(10\%) \\ &= \$8,000(0.2638) + \$2,000(0.10) = \$2,310. \end{aligned}$$

**EJEMPLO 4.8**

Con el método del VA y la ecuación 4.4, determine si debe recomendarse el equipo que se describió en el ejemplo 4.3.

**SOLUCIÓN**

El método del VA aplicado al ejemplo 4.3 conduce a lo siguiente:

$$\begin{aligned} R - E & \quad \text{monto de la RC (ecuación 4.5)} \\ \text{VA}(20\%) = & \underbrace{\$8,000}_{\$25,000(A/P, 20\%, 5) - \$5,000(A/F, 20\%, 5)} \\ = & \$8,000 - (\$8,359.50 - \$671.90) \\ = & \$312.40 \end{aligned}$$

Como su VA(20%) es positivo, el equipo se paga de sobra durante el periodo de cinco años con un rendimiento del 20% anual sobre la inversión no recuperada. En realidad, el “sobrante” equivalente anual es de \$312.40, lo cual significa que el equipo proporciona más del 20% del rendimiento sobre la inversión no recuperada a principio de año. Este elemento de equipo debe recomendarse como una oportunidad atractiva de inversión. Asimismo, es posible verificar que el VA(20%) del ejemplo 4.8, es equivalente al VP(20%) = \$934.29 del ejemplo 4.3 y al VF(20%) = \$2,324.80 del ejemplo 4.7. Es decir, VA(20%) = \$934.29(A/P, 20%, 5) = \$312.40, y también VA(20%) = \$2,324.80(A/F, 20%, 5) = \$312.40.

**EJEMPLO 4.9**

Una compañía de inversiones estudia la construcción de un complejo de 25 departamentos en una ciudad en expansión. Debido al potencial de crecimiento a largo plazo de la ciudad, se percibe que la empresa podría lograr un promedio del 90% en la ocupación anual del complejo. Si los siguientes datos estimados tienen una exactitud razonable, ¿cuál es la renta mensual mínima que debería cobrarse si se desea una TREMA del 12% (anual)? (Utilice el método del VA).

Costo de inversión del terreno	\$50,000
Costo de inversión de la construcción	\$225,000
Periodo de estudio <i>N</i>	20 años
Renta por unidad por mes	?
Gastos de mantenimiento por unidad por mes	\$35
Impuestos a la propiedad y seguros por año	10% de la inversión inicial <i>total</i>

**SOLUCIÓN**

El procedimiento para resolver este problema consiste en determinar primero el VA equivalente de todos los costos con la TREMA del 12% anual. Para ganar exactamente el 12% sobre este proyecto, el ingreso anual por concepto de renta, ajustado por la ocupación del 90%, debe ser igual al VA de los costos:

$$\text{Costo de la inversión inicial} = \$50,000 + \$225,000 = \$275,000$$

$$\text{Impuestos y seguros/año} = 0.1(\$275,000) = \$27,500$$

$$\text{Gastos de mantenimiento/año} = \$35(12 \times 25)(0.9) = \$9,450$$

$$\begin{aligned}\text{Costo de RC/año [ecuación 4.5]} &= \$275,000(A/P, 12\%, 20) - \$50,000(A/F, 12\%, 20) \\ &= \$36,123.\end{aligned}$$

(Se supone que la inversión en el terreno se recupera al final del año 20 y que el mantenimiento anual es directamente proporcional a la tasa de ocupación). Entonces,

$$\text{VA(de los costos)} = \$27,500 + \$9,450 + \$36,123 = \$73,073$$

Por lo tanto, la renta *mínima* que se requiere es igual a \$73,073, y con la capitalización anual ( $M = 1$ ) el monto de la renta mensual,  $\hat{R}$ , es

$$\hat{R} = \frac{\$73,073}{(12 \times 25)(0.9)} = \$270.64.$$

Muchos responsables de tomar decisiones prefieren el método del VA debido a la facilidad relativa de su interpretación, para aquellos que están acostumbrados a trabajar con estados de resultados y resúmenes de flujo de efectivo anuales.



**Sitio Web de consulta (<http://www.pearsoneducacion.net/sullivan>):** El costo de los materiales comprende una porción significativa de los costos totales de la construcción. Visite el sitio Web para ver una comparación del *valor anual* (VA), entre el uso de vigas de concreto y de acero. Se incluye una hoja de cálculo de costos para que usted intente realizar un análisis propio.

## 4.6 El método de la tasa interna de rendimiento

El método de la tasa interna de rendimiento (TIR) es el método de tasa de rendimiento que se utiliza con más frecuencia para realizar análisis de ingeniería económica. A veces recibe otros nombres, tales como el *método del inversionista*, el *método de flujo de efectivo descontado* y el *índice de rentabilidad*.

Este método resuelve para la tasa de interés que iguala al valor equivalente de una alternativa de flujos de entrada de efectivo (ingresos o ahorros) con el valor equivalente de flujos de salida de efectivo (gastos, que incluyen costos de inversión). El valor equivalente se calcula con cualquiera de los tres métodos que se estudiaron antes. La tasa de interés que resulta se llama *tasa interna de rendimiento* (TIR).

Para una alternativa única, desde el punto de vista del prestamista, la TIR no es positiva a menos que 1. en el patrón de flujo de efectivo, existan tanto ingresos como gastos, y 2. la suma de los ingresos exceda la suma de todos los flujos de salida de efectivo. Hay que asegurarse de que se cumplan estas dos condiciones para evitar trabajo innecesario de cálculo.

lo al descubrir que la TIR es *negativa*. (Mediante la inspección visual del flujo neto total de efectivo se determinará si la TIR es menor o igual a cero).

Por medio de la formulación del VP, se observa que la TIR es la  $i' \%$ \* a la que se cumple que

$$\sum_{k=0}^N R_k(P/F, i' \%, k) = \sum_{k=0}^N E_k(P/F, i' \%, k), \quad (4.8)$$

donde  $R_k$  = ingresos o ahorros netos para el  $k$ -ésimo año,

$E_k$  = gastos netos que incluyen cualquier costo de inversión para el  $k$ -ésimo año,

$N$  = vida del proyecto (o periodo de estudio).

Una vez que se ha calculado  $i'$ , se compara con la TREMA para decidir si la alternativa en cuestión es aceptable. Si  $i' \geq$  TREMA, la alternativa es aceptable; en otro caso, no lo es.

Una variante de la ecuación 4.8 comúnmente usada para calcular la TIR de una alternativa de inversión consiste en determinar la  $i'$  a la que el VP neto es igual a cero. En forma de ecuación, la TIR es aquel valor de  $i'$  para el que se cumple que

$$VP = \sum_{k=0}^N R_k(P/F, i' \%, k) - \sum_{k=0}^N E_k(P/F, i' \%, k) = 0. \quad (4.9)$$

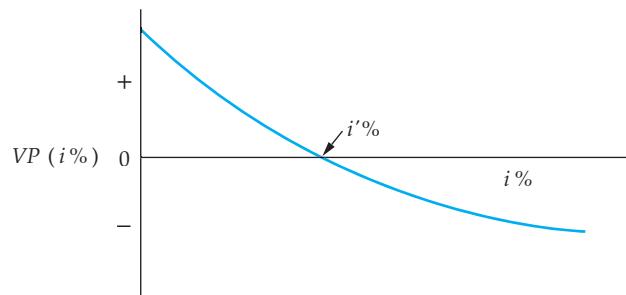
La gráfica del VP *versus* la tasa de interés, por lo general tiene la forma general convexa que se observa en la figura 4.6, para una alternativa con un solo costo de inversión en el momento presente ( $k = 0$ ), al que sigue una serie de flujos de entrada de efectivo positivos durante  $N$  periodos. En dicha figura, el punto donde VP = 0 define la  $i' \%$ , que es la TIR del proyecto.

El valor de  $i' \%$  también puede determinarse como la tasa de interés con la que VF = 0, o el VA = 0. Por ejemplo, si se hace el VF neto igual a cero, se obtiene que

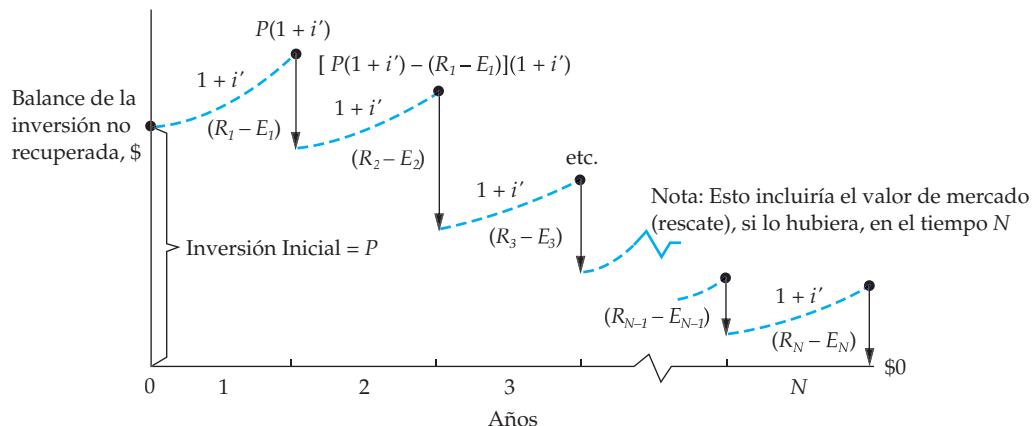
$$VF = \sum_{k=0}^N R_k(F/P, i' \%, N - k) - \sum_{k=0}^N E_k(F/P, i' \%, N - k) = 0. \quad (4.10)$$

Otra forma de interpretar la TIR es por medio de un *diagrama del balance de inversión*. (Véase también la sección 4.9). La figura 4.7 ilustra hasta qué grado es función del tiempo

**Figura 4.6**  
Gráfica del VP  
versus la tasa  
de interés



\* Se usa con frecuencia  $i'$  en lugar de  $i$ , para denotar la tasa de interés que se va a encontrar.



**Figura 4.7** Diagrama del balance de inversión que muestra la TIR

la cantidad que se va a recuperar de la inversión original en una alternativa. En la figura 4.7, las flechas que apuntan hacia abajo representan los flujos netos anuales,  $(R_k - E_k)$  para  $1 \leq k \leq N$ , contra la inversión no recuperada, y las líneas punteadas indican el costo de oportunidad del interés, o utilidad, en el balance de la inversión al principio de año. *En la figura 4.7, la TIR es el valor de  $i'$  que hace al balance de la inversión no recuperada exactamente igual a 0 al final del periodo de estudio (año  $N$ ), y por ello representa la tasa de ganancia interna de un proyecto.* Es importante observar que la  $i'$  se calcula sobre la inversión *no recuperada a principio de año* a través de la vida de un proyecto, y no sobre la inversión total inicial. En la sección 4.9 se dan ejemplos adicionales de diagramas de balance de inversión.

El método de resolución de las ecuaciones 4.8 a 4.10, por lo general, significa realizar cálculos por ensayo y error, hasta que la  $i'$ % converge hacia un valor o puede interpolarse. El ejemplo 4.10 presenta una solución típica.

### EJEMPLO 4.10 (Replanteamiento del ejemplo 4.2)

En un proyecto puede hacerse una inversión de \$10,000 de capital que producirá un ingreso uniforme anual de \$5,310 durante cinco años, y tiene un valor de mercado (rescate) de \$2,000. Los egresos anuales serán de \$3,000. La compañía está dispuesta a aceptar cualquier proyecto que reditúe al menos 10% por año sobre todo el capital invertido. Con el método de la TIR, determine si el proyecto resulta aceptable.

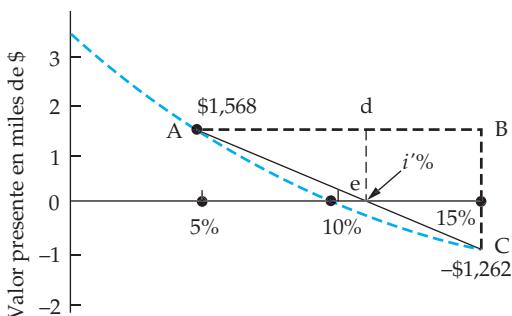
#### SOLUCIÓN

En este ejemplo, de inmediato se observa que la suma de flujos de efectivo positivos (\$13,550) excede la suma de los flujos de efectivo negativos (\$10,000), por lo que es probable que pueda determinarse un valor positivo de  $i'$ %. Se calcula la TIR si se escribe la ecuación del VP del flujo neto total de efectivo del proyecto y se iguala a cero:

$$\begin{aligned} VP = 0 &= -\$10,000 + (\$5,310 - \$3,000)(P/A, i'\%, 5) \\ &\quad + \$2,000(P/F, i'\%, 5); i'\% = ? \end{aligned}$$

**Figura 4.8**

Uso de interpolación lineal para encontrar la TIR aproximada para el ejemplo 4.10



Si no conocíramos de antemano la respuesta del ejemplo 4.2 ( $i' = 10\%$ ), quizás intentáramos un valor relativamente bajo de  $i'$ , tal como 5%, y otro relativamente alto, por ejemplo 15%. Se usaría la interpolación lineal para obtener el valor de  $i'$ , y con el procedimiento que se ilustra en la figura 4.8, no debería excederse un rango del 10%. Se tiene

$$\begin{aligned} \text{Con } i' = 5\%: VP &= -\$10,000 + \$2,310(4.3295) \\ &\quad + \$2,000(0.7835) = +\$1,568; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Con } i' = 15\%: VP &= -\$10,000 + \$2,310(3.3522) \\ &\quad + \$2,000(0.4972) = -\$1,262. \end{aligned}$$

Debido a que se tiene tanto un VP positivo como otro negativo, la respuesta está acotada. La curva punteada de la figura 4.8 es la que se está aproximando en forma lineal. La respuesta,  $i'$ %, puede determinarse con el uso de los triángulos semejantes trazados con líneas punteadas en la figura 4.8:

$$\frac{\text{línea } BA}{\text{línea } BC} = \frac{\text{línea } dA}{\text{línea } dc}$$

Donde  $BA$  es el segmento de línea  $B - A = 15\% - 5\%$ . Entonces,

$$\frac{15\% - 5\%}{\$1,568 - (-\$1,262)} = \frac{i' \% - 5\%}{\$1,568 - \$0'}$$

o bien,

$$\begin{aligned} i' \% &= 5\% + \frac{\$1,568}{\$1,568 - (-\$1,262)}(15\% - 5\%) \\ &= 5\% + 5.5\% = 10.5\%. \end{aligned}$$

Como la TIR del proyecto (10.5%) es mayor que la TREMA, el proyecto es aceptable. Esta solución aproximada ilustra el proceso de ensayo y error, junto con la interpolación lineal. El error presente en esta respuesta (en realidad,  $i' = 10\%$ ) se debe a la no linealidad de la función de VP, y sería menor si el rango de las tasas de interés utilizadas en la interpolación hubiera sido más pequeño.

A partir del resultado del ejemplo 4.2, ya se sabía que el proyecto era aceptable por poco, y que  $i' = \text{TREMA} = 10\%$  anual. Se confirma esto si se sustituye  $i = 10\%$  en la ecuación de VP, como sigue:

$$\begin{aligned} \text{VP}(10\%) &= -\$10,000 + (\$5,310 - \$3,000)(P/A, 10\%, 5) \\ &\quad + \$2,000(P/F, 10\%, 5) = 0. \end{aligned}$$

### EJEMPLO 4.11 (Replanteamiento del ejemplo 4.3)

Los ingenieros han propuesto la introducción de un elemento de equipo nuevo con la finalidad de incrementar la producción de cierta operación manual para soldar. El costo de la inversión es de \$25,000, y el equipo tendrá un valor de mercado de \$5,000 al final su vida esperada de cinco años. La productividad adicional atribuible al equipo será de \$8,000 por año, después de restar los costos de operación del ingreso que se genera por la producción adicional. En la figura 4.4 se muestra el diagrama de flujo de este equipo. ¿Es buena la inversión? Recuerde que la TREMA es del 20% anual.

#### SOLUCIÓN

Con la ecuación 4.9 se obtiene la siguiente expresión:

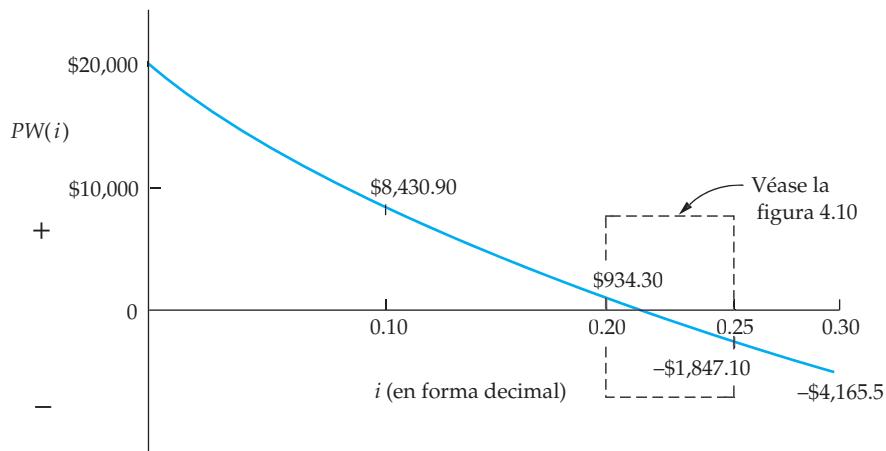
$$\text{VP}(i\%) = \$8,000(P/A, i\%, 5) + \$5,000(P/F, i\%, 5) - \$25,000 = 0; i' = ?$$

Para resolver esta ecuación por ensayo y error se utilizará la tabla 4.3. Los cálculos para el VP en dicha tabla se ilustran en las figuras 4.9 y 4.10.

Por inspección, cuando  $\text{VP} = 0$ , el valor de  $i\%$  es más o menos del 22%. Para la mayoría de las aplicaciones, un valor de  $i\%$  del 22% tiene la precisión suficiente porque la preocupación más grande acerca de  $i\%$  es si excede a la TREMA. Es posible determinar un valor más preciso de  $i\%$  si se resuelve la ecuación anterior en forma directa, mediante cálculos iterativos de ensayo y error ( $i\% = 21.577\%$ ). Es claro que este equipo tiene atractivo económico debido a que  $21.577\% > 20\%$ .

**Tabla 4.3** Cálculo del VP ( $i$ ) seleccionado en el ejemplo 4.11

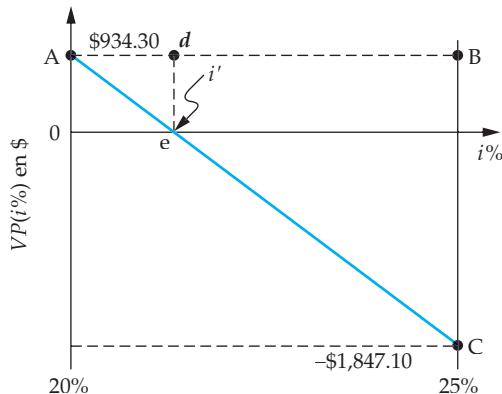
$i\%$ (en forma decimal)	$\text{VP}(i\%)$
0.00	$\$8,000(5) + \$5,000(1) - \$25,000 = \$20,000$
0.10	$8,000(3.7908) + 5,000(0.6209) - \$25,000 = 8,430.90$
0.20	$8,000(2.9906) + 5,000(0.4019) - \$25,000 = 934.30$
0.25	$8,000(2.6893) + 5,000(0.3277) - \$25,000 = -1,847.10$
0.30	$8,000(2.436) + 5,000(0.2693) - \$25,000 = -4,165.50$

**Figura 4.9** Gráfica de VP contra  $i$  para el ejemplo 4.11

Es necesario hacer algo más para el ejemplo 4.11. En la figura 4.11 se muestra el diagrama del balance de la inversión, y el lector observará que  $i' = 21.577\%$  es la tasa de rendimiento calculada a principio de año para la inversión no recuperada. La TIR *no* es un rendimiento promedio de cada año con base en la inversión total de \$25,000.

Una aplicación bastante frecuente del método de la TIR ocurre en los problemas denominados de tipos de *planes de financiamiento*. Dichos problemas se asocian con acuerdos

**Figura 4.10**  
Uso de interpolación lineal para encontrar la TIR aproximada en el ejemplo 4.11 y la figura 4.9

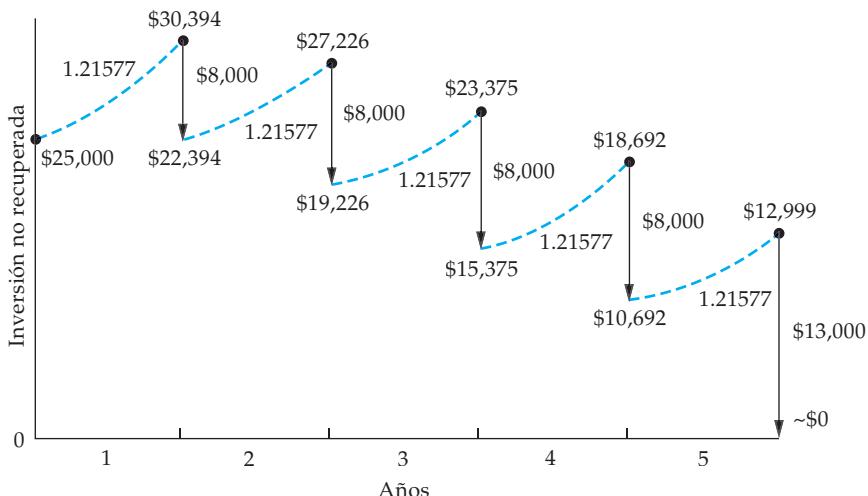


$$\frac{\text{línea BA}}{\text{línea BC}} = \frac{\text{línea dA}}{\text{línea de}}$$

$$\frac{25\% - 20\%}{\$934.30 - (-\$1,847.10)} = \frac{i'\% - 20\%}{\$934.30 - \$0}$$

$$i'\% = 20\% + \frac{\$934.30}{\$934.30 - (-\$1,847.10)}(25\% - 20\%)$$

$$i'\% = 21.7\% \text{ por año}$$



**Figura 4.11** Diagrama del balance de inversión para el ejemplo 4.11

financieros para comprar mercancías “a plazos”. Es frecuente que el cargo total por interés, o financiero, lo pague el prestatario con base en las cantidades que debe al principio del préstamo, *en lugar* del monto del saldo insoluto, como se ilustra en la figura 4.11. Por lo general, el valor del saldo insoluto promedio es de la mitad de la cantidad inicial que se prestó. Es claro que un cargo financiero que se basa sólo en la cantidad *completa* del dinero que se facilitó, implica el pago de intereses sobre dinero que en realidad no se prestó durante todo el plazo. Esta práctica conduce a una tasa real de interés que con frecuencia sobrepasa por mucho a la tasa de interés pactada. Para determinar la verdadera tasa de interés que se cobra en tales casos, es frecuente que se emplee el método de la TIR. Los ejemplos 4.12, 4.13 y 4.14 son problemas representativos de planes de financiamiento.

### EJEMPLO 4.12

En 1915, Albert Epstein recibió un préstamo de \$7,000 de un gran banco de Nueva York con la condición de que pagaría 7% del préstamo cada tres meses, hasta que hubiera realizado un total de 50 pagos. El préstamo de \$7,000 quedaría saldado por completo en el momento del pago quincuagésimo. Albert calculó que su tasa de interés anual era de  $[0.07(\$7.000) \times 4]/\$7,000 = 0.28$  (28%).

- ¿Cuál es la tasa *efectiva* verdadera de interés anual que Albert pagó?
- ¿Qué estuvo mal hecho, si lo estuvo, en el cálculo que hizo?

### SOLUCIÓN

- La tasa de interés verdadera por trimestre se encuentra igualando el valor equivalente de la cantidad que se prestó con el valor equivalente de las cantidades que se pagaron. Al igualar los montos del VA por trimestre, se obtiene

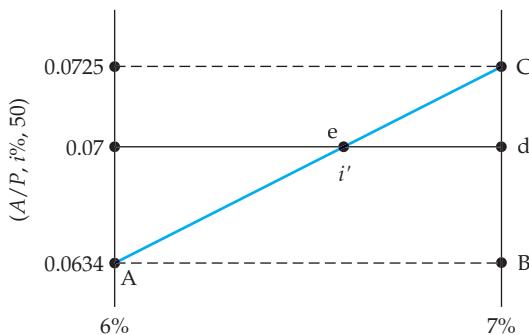
$$\$7,000(A/P, i'/\text{trim.}, 50 \text{ trim.}) = 0.07(\$7,000) \text{ por trimestre,}$$

$$(A/P, i'/\%, 50) = 0.07$$

El siguiente paso es la interpolación lineal y el uso de triángulos semejantes para encontrar  $i'/\%/\text{trimestre}$ :

$$(A/P, 6\%, 50) = 0.0634$$

$$(A/P, 7\%, 50) = 0.0725$$



$$\frac{\text{línea de } e}{\text{línea } Bd} = \frac{\text{línea Cd}}{\text{línea CB}}$$

$$\frac{7\% - i'\%}{7\% - 6\%} = \frac{0.0725 - 0.07}{0.0725 - 0.0634},$$

$$i'\% = 7\% - 1\% \left( \frac{0.0025}{0.0091} \right),$$

o  $i'\% \simeq 6.73\%$  por trimestre

Ahora ya se puede calcular la  $i'/\%$  efectiva anual que Albert estuvo pagando:

$$i'/\% = [(1.0673)^4 - 1]100\%$$

$\simeq 30\%$  por año.

- b) Aunque la respuesta de Albert fue el 28% y estuvo cerca del valor verdadero del 30%, su cálculo no es sensible al plazo durante el que se hicieron sus pagos. Por ejemplo, obtendría una respuesta del 28% si se hubieran hecho 20, 50 o 70 pagos trimestrales de \$490. Para 20 pagos trimestrales, la tasa efectiva verdadera de interés es del 14.5% anual, y para 70 pagos trimestrales es del 31% por año. Cuanto más pagos se hagan, se incrementará la tasa efectiva verdadera de interés anual que cobra el banco, pero el método de Albert no revelaría en cuánto.

**EJEMPLO 4.13**

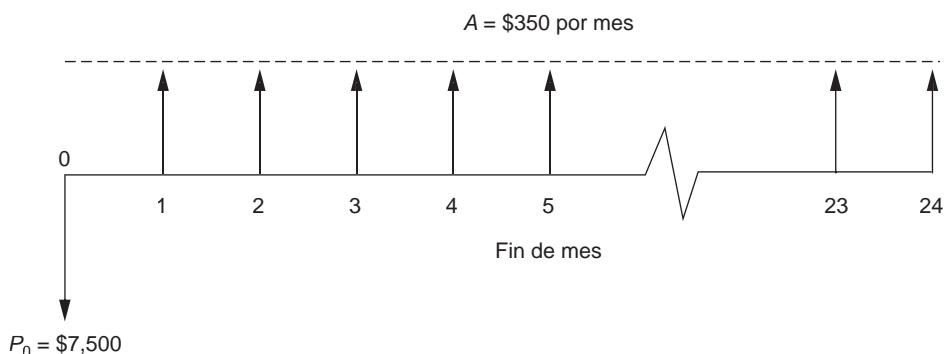
La compañía financiera Vuele-de-Noche anuncia un “plan de ganga del 6%” para financiar la compra de automóviles. Al monto del préstamo que se financia, se agrega el 6% por cada año que se adeuda dinero. Después, se divide este total entre el número de meses durante los que se harán los pagos, y el resultado es el monto de los pagos mensuales. Por ejemplo, una mujer compra un coche de \$10,000 con este plan y hace un pago inicial en efectivo de \$2,500. Ella desea pagar los \$7,500 del saldo en 24 mensualidades.

Precio de compra	=	\$10,000
– Pago inicial	=	2,500
= Saldo que se adeuda, ( $P_0$ )	=	7,500
+ 6% por cargos financieros = $0.06 \times 2$ años $\times \$7,500$	=	900
= Total por pagar	=	8,400
∴ Pagos mensuales ( $A$ ) = $\$8,400/24$	=	\$350

¿Cuál es la tasa efectiva anual de interés que ella paga en realidad?

**SOLUCIÓN**

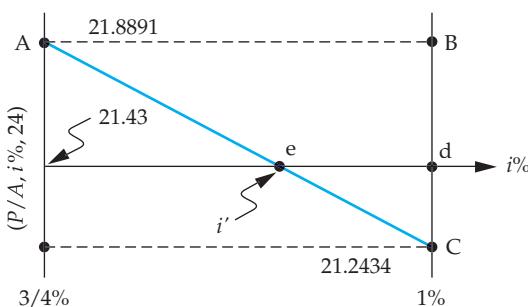
Debido a que hay 24 pagos de \$350 cada uno, que se hacen al final de cada mes, esto constituye una anualidad ( $A$ ) con alguna tasa de interés desconocida,  $i'$ %, que debe calcularse sólo hasta el saldo insoluto y no para la cifra total de \$7,500 que se prestó. En la figura 4.12 se presenta el diagrama de flujo de efectivo de esta situación. Aquí, la cantidad que se adeuda sobre el automóvil (es decir, el saldo inicial no pagado) es de \$7,500, de manera que se utiliza la expresión de equivalencia siguiente para calcular la tasa mensual de interés desconocida:



**Figura 4.12** Diagrama de flujo de efectivo del ejemplo 4.13 desde el punto de vista de la compañía

**Figura 4.13**

Uso de la interpolación lineal para encontrar el valor aproximado de la TIR en el ejemplo 4.13



$$\frac{\text{línea de } BA - \text{línea } BC}{\text{línea } BA - \text{línea } BC} = \frac{1\% - i'}{1\% - 3/4\%}$$

$$\frac{1\% - i'}{1\% - 3/4\%} = \frac{21.43 - 21.2434}{21.8891 - 21.2434} \text{ o bien,}$$

$$i' = 0.93\% \text{ por mes}$$

$$P_0 = A(P/A, i', 24),$$

$$\$7,500 = \$350/\text{mes} (P/A, i', 24 \text{ meses}),$$

$$(P/A, i', 24) = \frac{\$7,500}{\$350} = 21.43.$$

Al buscar en las tablas de interés para los factores  $P/A$  con  $N = 24$ , que se acercan a 21.43, se encuentra que  $(P/A, 3/4\%, 24) = 21.8891$  y que  $(P/A, 1\%, 24) = 21.2434$ .

En la figura 4.13 se muestra la interpolación lineal para la TIR desconocida. Debido a que los pagos son mensuales, 0.93% es la tasa de interés que se cobra por mes. La tasa nominal que se paga sobre el dinero en préstamo es de  $0.93\%(12) = 11.16\%$  capitalizable mensualmente. Esto corresponde a una tasa efectiva de interés anual de  $[(1+0.0093)^{12} - 1] \times 100\% \approx 12\%$ . Lo que a primera vista parecía ser una verdadera ganga, en realidad implica un interés efectivo anual del doble de lo que se afirma. La razón es que, sobre el promedio, sólo se prestan \$3,750 sobre el periodo de dos años, pero la compañía financiera cargó el interés sobre \$7,500 durante 24 meses.

### EJEMPLO 4.14

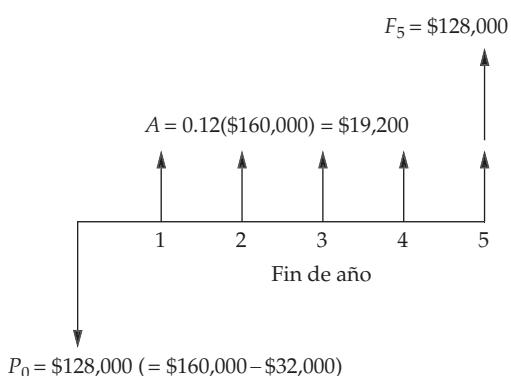
Una pequeña empresa necesita obtener un préstamo de \$160,000. El banquero local (el único que hay) hace esta afirmación: "Podemos prestarle a usted los \$160,000 a una tasa muy favorable del 12% anual, por un préstamo a cinco años. Sin embargo, para garantizar el préstamo, usted debe aceptar abrir una cuenta de cheques (sin intereses), donde el saldo promedio mínimo sea de \$32,000. Además, sus pagos de los intereses se deben realizar al final de cada año, y el principal lo cubrirá en una sola exhibición al final del año cinco". ¿Cuál es la tasa efectiva de interés anual que le están cobrando?

#### SOLUCIÓN

En la figura 4.14 aparece el diagrama de flujo de efectivo desde el punto de vista del banquero. Cuando se resuelvan problemas para una tasa de interés desconocida, es buena

**Figura 4.14**

Diagrama de flujo de efectivo para el ejemplo  
4.14



idea dibujar un *diagrama de flujo de efectivo* antes de escribir una relación de equivalencia. Ahora, ya se calcula con facilidad la tasa de interés (TIR) que establece la equivalencia entre flujos de efectivo positivos y negativos:

$$P_0 = F_5(P/F, i\%, 5) + A(P/A, i\%, 5),$$

$$\$128,000 = \$128,000(P/F, i\%, 5) + 19,200(P/A, i\%, 5).$$

Si se intenta con  $i' = 15\%$ , se descubre que  $\$128,000 = \$128,000$ . Por lo tanto, la tasa de interés efectiva es del 15% anual.

#### 4.6.1 Dificultades asociadas con el método de la TIR

Los métodos del VP, VA y VF suponen que los ingresos netos menos los gastos (fondos positivos recuperados) se reinvierten en cada periodo a la TREMA, durante el periodo de estudio  $N$ . Sin embargo, el método de la TIR no está limitado por esta suposición y mide la tasa de ganancia interna de una inversión.\*

Otro inconveniente con el método de la TIR es que es difícil de calcular y en algunos tipos de problemas hay tasas TIR múltiples. En el apéndice 4A se estudia y demuestra un procedimiento para manejar las tasas de rendimiento múltiples, que aparecen rara vez. En general, las tasas múltiples no son significativas para propósitos de la toma de decisiones, y podría utilizarse otro método de evaluación (por ejemplo, el del VP).

Otra posible falla del método de la TIR es que debe aplicarse e interpretarse con cuidado en el análisis de dos o más alternativas cuando sólo se va a seleccionar una de ellas (es decir, se trata de alternativas mutuamente excluyentes). Esto se analizará con más profundidad en el capítulo 5. La ventaja clave del método es la aceptación tan extendida de que goza en la industria, donde se usan en forma rutinaria varios tipos de tasas y razones de rendimiento al seleccionar proyectos. La diferencia entre la TIR de un proyecto y el rendimiento que se requiere (la TREMA) es vista por la dirección como una medida de la seguridad de la inversión. Una diferencia grande indica un margen de seguridad mayor (o menor riesgo relativo).

\* Véase H. Bierman y S. Smidt, *The Capital Budgeting Decision: Economic Analysis of Investment Projects* (New York: Macmillan Publishing Company, 1984). El término tasa interna de rendimiento significa que el valor de esta medida sólo depende de los flujos de efectivo de una inversión, y de ninguna otra suposición acerca de las tasas de reinversión: "No se necesita conocer las tasas de reinversión para calcular la tasa interna de rendimiento. Sin embargo, tal vez sería necesario conocer las tasas de reinversión para comparar las alternativas". (pág. 60)

## 4.7 El método de la tasa externa de rendimiento\*

La suposición de reinversión del método de la TIR que se mencionó con anterioridad podría no ser válida en un estudio de ingeniería económica. Por ejemplo, si la TREMA de una empresa es del 20% anual y la TIR de un proyecto es del 42.4%, podría no ser posible para la compañía reinvertir el flujo de efectivo que se produce a una tasa superior al 20%. Esta situación, junto con la dificultad de cálculo y la posibilidad de que haya tasas de interés múltiples asociadas con el método de la TIR, hizo surgir otros métodos de tasa de rendimiento que remedian algunas de las deficiencias de aquél.

Uno de tales métodos es el de la tasa externa de rendimiento (TER). Este método toma en cuenta, en forma directa, la tasa de interés ( $\epsilon$ ) externa de un proyecto a la cual pueden reinvertirse (o tomarse en préstamo) los flujos netos que genera (o requiere) durante su vida. Si esta tasa externa de reinversión, que por lo general es la TREMA de la empresa, es igual a la TIR del proyecto, entonces el método de la TER produce resultados idénticos a los que se obtienen con el de la TIR.

En general, se emplean *tres etapas* en el procedimiento de cálculo. En primer lugar, todos los *flujos netos de salida* de efectivo se descuentan al tiempo 0 (el presente) al  $\epsilon\%$  por periodo de capitalización. En segundo lugar, todos los *flujos netos de entrada* de efectivo se capitalizan al periodo  $N$  al  $\epsilon\%$ . En tercer lugar, se determina la tasa externa de interés, que es aquella que establece la equivalencia entre las dos cantidades. En esta última etapa se utiliza el *valor absoluto* del valor presente equivalente de los flujos netos de salida de efectivo al  $\epsilon\%$  (primera etapa). En forma de ecuación, la TER es la  $i'\%$  a la que

$$\sum_{k=0}^N E_k (P/F, \epsilon\%, k) (F/P, i'\%, N) = \sum_{k=0}^N R_k (F/P, \epsilon\%, N-k), \quad (4.11)$$

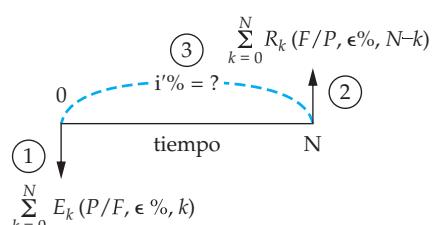
donde  $R_k$  = excedente de los ingresos sobre los egresos en el periodo  $k$ ,

$E_k$  = excedente de los egresos sobre los ingresos en el periodo  $k$ ,

$N$  = vida del proyecto, o número de periodos para el estudio,

$\epsilon$  = tasa externa de reinversión por periodo.

En forma gráfica, se tiene lo siguiente (los números se relacionan con las tres etapas):



Un proyecto es aceptable cuando la  $i'\%$  del método de la TER es mayor o igual a la TREMA de la empresa.

\* Este método también se conoce como el "método de la tasa interna de rendimiento modificada" (TIRM). Por ejemplo, véase C. S. Park y G. P. Sharp-Bette, *Advanced Engineering Economy*, New York: John Wiley & Sons, 1990, págs. 223-226.

El método de la TER tiene dos ventajas básicas sobre el de la TIR:

1. Por lo general, puede resolverse en forma directa, sin que se necesiten iteraciones por ensayo y error.
2. No está sujeto a la posibilidad de tasas de rendimiento múltiples. (*Observación:* En el apéndice 4.A se estudia el problema de las tasas de rendimiento múltiples con el método de la TIR).

### EJEMPLO 4.15

En relación con el ejemplo 4.11, suponga que  $\epsilon = \text{TREMA} = 20\%$  anual. ¿Cuál es la TER del proyecto? ¿Es aceptable el proyecto?

#### SOLUCIÓN

Con la ecuación 4.11 se tiene la siguiente relación, con la cual se encuentra  $i'$ :

$$\$25,000(F/P, i', 5) = \$8,000(F/A, 20\%, 5) + \$5,000,$$

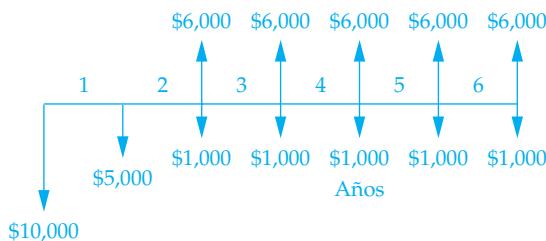
$$(F/P, i', 5) = \frac{\$64,532.80}{\$25,000} = 2.5813 = (1 + i')^5,$$

$$i' = 20.88\%.$$

El proyecto se justifica, pero por muy poco, debido a que  $i' > \text{TREMA}$ .

### EJEMPLO 4.16

Si  $\epsilon = 15\%$  y la TREMA = 20% anual, determine si es aceptable el proyecto, cuyo diagrama de flujo total de efectivo aparece a continuación. En este ejemplo, observe que se ilustra el uso de una  $\epsilon\%$  diferente de la TREMA. Esto podría ocurrir si, por alguna razón, una parte o todos los fondos relacionados con un proyecto se "manejaran" por fuera de la estructura de capital normal de la compañía.



#### SOLUCIÓN

$$E_0 = \$10,000 \quad (k = 0)$$

$$E_1 = \$5,000 \quad (k = 1)$$

$$R_k = \$5,000 \text{ para } k = 2, 3, \dots, 6,$$

$$[\$10,000 + \$5,000(P/F, 15\%, 1)](F/P, i'\%, 6) = \$5,000(F/A, 15\%, 5); i'\% = 14.2\%.$$

La  $i''\%$  es menor que la TREMA = 20%; por lo tanto, este proyecto no debe aceptarse, de acuerdo con el método de la TER.

## 4.8 El método del periodo de recuperación (pago)

Todos los métodos que se han presentado hasta este momento reflejan la *rentabilidad* de una alternativa propuesta para un periodo de estudio de duración  $N$ . El método del periodo de recuperación, que con frecuencia se denomina *método del pago simple*, indica sobre todo la *liquidez* de un proyecto en lugar de su rentabilidad. Históricamente, el método de la recuperación se ha utilizado como una medida del riesgo de un proyecto, ya que la liquidez refleja qué tan rápido puede recuperarse una inversión. Se considera deseable un periodo de recuperación corto. Dicho en forma sencilla, el método de la recuperación calcula el número de años que se requiere para que los flujos de entrada de efectivo sean iguales a los flujos de salida. Entonces, el periodo de recuperación simple es el valor *más pequeño* de  $\theta$  ( $\theta \leq N$ ), para el que dicha relación se satisface con nuestra convención normal del final del año. Para un proyecto donde toda la inversión de capital sucede en el tiempo 0, se tiene que

$$\sum_{k=1}^{\theta} (\mathcal{R}_k - \mathcal{E}_k) - I \geq 0. \quad (4.12)$$

El periodo de pago *simple*,  $\theta$ , ignora el valor del dinero en el tiempo y todos los flujos de efectivo que ocurren después de  $\theta$ . Si se aplica este método al proyecto de inversión que se describe en el ejemplo 4.3, el número de años que se requieren para que la suma no descontada de los flujos de entrada de efectivo exceda la inversión inicial es de cuatro años. En la columna 3 de la tabla 4.4 se muestra este cálculo. Sólo cuando  $\theta = N$  (último periodo del horizonte de planeación), se incluye el valor de mercado (rescate) en la determinación del periodo de pago. Como puede verse a partir de la ecuación 4.12, el periodo de pago no dice nada acerca de lo deseable que resulta el proyecto, sino sólo de la velocidad con la que se recuperará la inversión. El periodo de pago puede conducir a resultados erróneos, y sólo se recomienda su uso para obtener información suplementaria en conjunto con uno o varios de los métodos que se estudiaron antes.

A veces, el periodo de pago *descontado*,  $\theta' (\theta' \leq N)$ , se calcula de manera que se toma en cuenta el valor del dinero. En ese caso,

$$\sum_{k=1}^{\theta'} (\mathcal{R}_k - \mathcal{E}_k) (P/F, i\%, k) - I \geq 0, \quad (4.13)$$

donde  $i\%$  es la tasa de rendimiento mínima atractiva,  $I$  es la inversión de capital que, por lo general, se realiza en el tiempo presente ( $k = 0$ ), y  $\theta'$  es el valor más pequeño que satisface a la ecuación 4.13. La tabla 4.4 (columnas 4 y 5) también ilustra el cálculo de  $\theta'$  para el ejemplo 4.3. Observe que  $\theta'$  es el primer año en que los flujos de entrada de efectivo descontado acumulados sobrepasan los \$25,000 de inversión de capital. En la industria de Estados Unidos es frecuente que se deseen periodos de recuperación de tres años o menos, por lo que el proyecto del ejemplo 4.3 podría *rechazarse* aun cuando fuera rentable (su VP al 20% = \$934.29).

**Tabla 4.4** Cálculo del periodo de recuperación simple ( $\theta$ ) y el periodo de recuperación descontada ( $\theta'$ ) con TREMA = 20%, para el ejemplo 4.3<sup>a</sup>

Columna 1 Fin del año	Columna 2 Flujo neto de efectivo	Columna 3 VP acumulado con $i = 0\%$ /año, hasta el año $k$	Columna 4 VP del flujo de efectivo con $i = 20\%$ /año	Columna 5 VP acumulado con $i = 20\%$ /año, hasta el año $k$
0	-\$25,000	-\$25,000	-\$25,000	-\$25,000
1	8,000	-17,000	6,667	-18,333
2	8,000	-9,000	5,556	-12,777
3	8,000	-1,000	4,630	-8,147
4	8,000	+7,000	3,858	-4,289
5	13,000		5,223	+934
		↑		↑
		$\theta = 4$ años porque el balance acumulado se vuelve positivo en el FDA 4		$\theta' = 5$ años porque el balance descontado acumulado se vuelve positivo en el FDA 5

<sup>a</sup> Observe que  $\theta' \geq \theta$  para TREMA  $\geq 0\%$ .

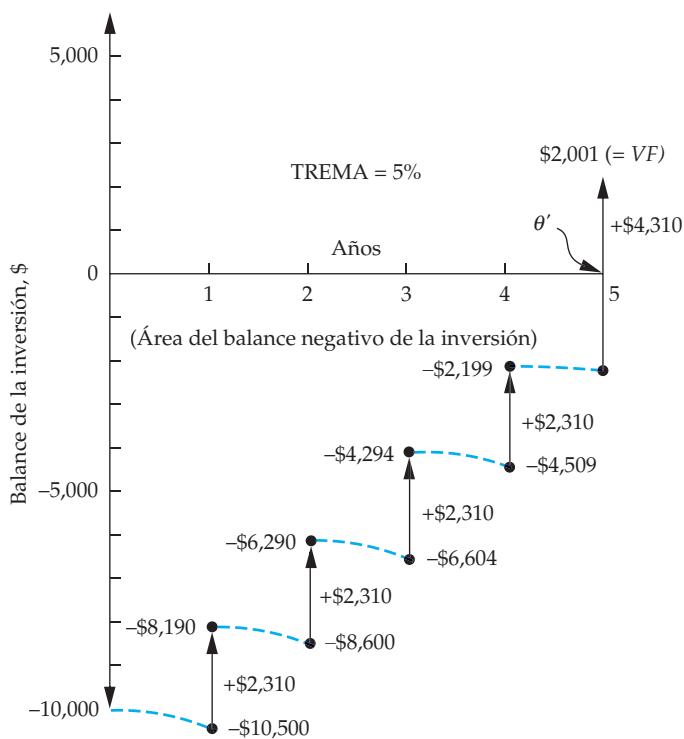
Esta variación ( $\theta'$ ) del periodo de pago simple produce la *vida de equilibrio* del proyecto en función del valor del dinero en el tiempo. Sin embargo, el periodo de recuperación no incluye los flujos de efectivo que ocurren después de  $\theta$  (o de  $\theta'$ ). Esto significa que  $\theta$  (o  $\theta'$ ) podría no tomar en consideración la vida útil completa de los activos físicos. Por lo tanto, estos métodos fallarían si una de las alternativas tiene un periodo de recuperación mayor (menos atractivo) que otro, aunque genera una tasa de rendimiento (o VP) más elevada sobre el capital invertido.

Por lo general, debe evitarse usar el método del periodo de recuperación para tomar decisiones de inversión, excepto como una medida de la rapidez con que se recuperará el capital invertido, que es un indicador del riesgo del proyecto. Los métodos de recuperación simple y recuperación descontada indican cuánto tiempo toma a los ingresos de un proyecto acumularse para igualar (o exceder) a los egresos. Cuanto más tiempo tome recuperar las cantidades invertidas, mayor será el riesgo que se percibe en un proyecto.

## 4.9 Diagramas de balance de inversión

Otro método que resulta útil para describir la cantidad de dinero detenida en un proyecto y cómo se comporta la recuperación de los fondos durante su vida estimada es el *diagrama de balance de inversión*. La mecánica de este método para un proyecto particular se ilustra en la figura 4.7 (donde se especificó que  $i'$  es la TIR y los montos negativos se dibujaron por encima de la línea).

**Figura 4.15**  
Diagrama de balance  
de inversión para  
el ejemplo 4.10



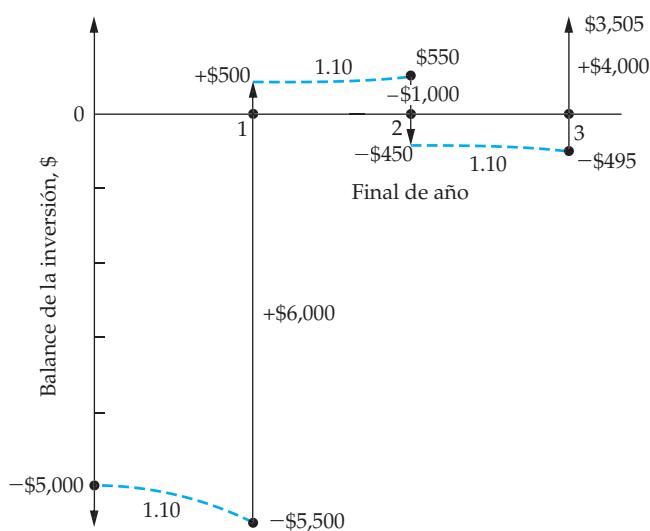
Suponga que regresamos al ejemplo 4.10 y se desarrolla un diagrama de balance de inversión para ese proyecto con una TREMA = 5% anual. Dicho diagrama se aprecia en la figura 4.15, con las cantidades positivas por arriba del eje del tiempo. Nos brinda varios tipos de información: el periodo de recuperación descontada ( $\theta'$ ) es de cinco años, el VF es de \$2,001, y el proyecto tiene un balance negativo de la inversión hasta el final del quinto año. Un inversionista de este negocio “está en riesgo” hasta el último año del periodo de estudio. No es una situación deseable sentir temor de perder dinero sobre una inversión de capital que tiene un destino incierto. En resumen, el diagrama de balance de inversión ofrece una perspectiva adicional acerca de lo “valioso” de una oportunidad propuesta para invertir capital y ayuda a comunicar información económica importante.

### EJEMPLO 4.17

Construya un diagrama de balance de la inversión para los flujos de efectivo que se indican en la tabla siguiente (la TREMA es del 10% por año):

Final del año	Flujo neto de efectivo	Tres cambios de signo
0	-\$5,000	—
1	6,000	Negativo a positivo
2	-1,000	Positivo a negativo
3	4,000	Negativo a positivo

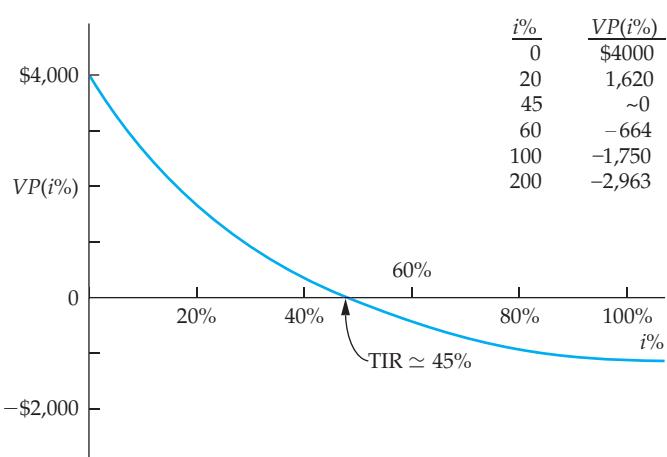
**Figura 4.16**  
Diagrama de balance  
de inversión para  
el ejemplo 4.17



### SOLUCIÓN

En la figura 4.16 se muestra el diagrama de balance de la inversión. Puede verse que se asigna dinero al proyecto en los años uno y tres, y que el costo de la inversión inicial se recupera por completo al final del año uno. La exposición a la pérdida es mucho menor en la figura 4.16 que en la figura 4.15. De hecho, el  $VF(10\%) = \$3,505$  y la TIR = 45%, lo cual refuerza nuestra buena expectativa acerca de esta inversión de capital. Más aún, la TIR es única, como se demostró con la gráfica del  $VP(i\%)$  versus  $i\%$  en la figura 4.17 para este ejemplo. Única, en este caso, significa que la curva del  $VP(i\%)$  sólo interseca con el eje  $i\%$  en un punto. Por lo tanto, la TIR es única aun cuando existan tres cambios de signo en el perfil del flujo de efectivo del proyecto.\*

**Figura 4.17**  
Gráfica del VP  
versus  $i\%$   
del ejemplo 4.17



\* Más de un cambio de signo en el perfil de flujo de efectivo de un proyecto señala la posible existencia de TIR múltiples. (Este tema se aborda en el apéndice 4.A).

## 4.10 Ejemplo de propuesta de inversión de capital para mejorar el rendimiento del proceso

Muchos proyectos de ingeniería se dirigen a mejorar la utilización de las instalaciones y el rendimiento de los procesos. El ejemplo 4.18 ilustra un análisis de ingeniería económica que se relaciona con el rediseño de un elemento importante en la manufactura de semiconductores.

### EJEMPLO 4.18

La fabricación de semiconductores implica tomar un disco plano de silicio, que se llama oblea, sobre el que se depositan muchas capas de material. Cada una de las capas tiene un patrón sobre ella, que, una vez completa, define los circuitos eléctricos del microprocesador terminado. Cada oblea de ocho pulgadas tiene hasta 100 microprocesadores sobre ella. No obstante, el rendimiento típico promedio de la línea de producción es del 75% de microprocesadores sin defectos por oblea.

Los ingenieros del proceso, responsables de la herramienta del depósito químico al vapor (DQV) (equipo del proceso) que deposita *una* de las muchas obleas, tienen una idea para mejorar el rendimiento conjunto. Proponen mejorar el vacío en dicha herramienta con el rediseño de uno de sus componentes importantes. Los ingenieros creen que el proyecto produciría una mejora del 2% en el rendimiento promedio de la producción de microprocesadores libres de defectos por oblea.

Esta compañía sólo tiene una herramienta de DQV y puede procesar 10 obleas por hora. La herramienta DQV tiene una tasa de utilización promedio ("tiempo en funcionamiento") del 80%. La manufactura de una oblea cuesta \$5,000, y un microprocesador en buen estado puede venderse en \$100. Las plantas de fabricación ("fabs") de semiconductores operan 168 horas a la semana, y es posible vender todos los microprocesadores que se producen.

La inversión de capital que se requiere para el proyecto es de \$250,000, y se espera que los gastos de mantenimiento y operación sean de \$25,000 por mes. El tiempo de vida de la herramienta modificada será de cinco años, y la compañía utiliza una TREMA del 12% anual (con capitalización mensual) como su "tasa por superar".

- ¿Debe aprobarse el proyecto? Use el método del VP.
- Si los ingenieros del proceso tienden a sobreestimar la mejora alcanzable en el rendimiento de la producción, ¿cuál sería el porcentaje de equilibrio del proyecto de mejora del rendimiento?

### SOLUCIÓN

- El número promedio de obleas por semana es de  $(10 \text{ obleas/hora}) \times (168 \text{ horas/semana}) \times (0.80) = 1,344$ . Como el costo por oblea es de \$5,000 y los buenos microprocesadores pueden venderse en \$100, se obtiene una utilidad sobre cada microprocesador que se produce y vende por encima del quincuagésimo microprocesador en cada oblea. Así, el incremento del 2% en el rendimiento de la producción es utilidad pura (es decir,

de los 75 microprocesadores sin defectos por oblea sobre el promedio de 76.5). La utilidad adicional correspondiente por oblea es de \$150. Si se supone que un mes es igual a 52 semanas/año  $\div$  12 meses por año = 4.333 semanas, la utilidad agregada por mes es de (1,344 obleas/semana)(4.333 semanas/mes)(\$150/oblea) = \$873,533.

Por lo tanto, el valor presente del proyecto es

$$\begin{aligned} VP(1\%) &= -\$250,000 - \$25,000(P/A, 1\%, \text{mensual}, 60 \text{ meses}) \\ &\quad + \$873,533(P/A, 1\%, 60) \\ &= \$37,898,813. \end{aligned}$$

El proyecto *debe* emprenderse.

- b) En el punto de equilibrio la utilidad es igual a cero. Es decir, el VP del proyecto es igual a cero, o bien, el VP de los costos = VP de los ingresos. En otras palabras,

$$1,373,875 = (1,344 \text{ obleas/semana}) \times (4.333 \text{ semanas/mes}) \times (\$X/\text{oblea}) \times (P/A, 1\%, 60),$$

donde  $X$  = \$100 veces el número de microprocesadores adicionales por oblea:

$$\frac{\$1,373,875}{44,955(1,344)(4.333)} = X, \text{ o bien, } X \approx \$5.25 \text{ por oblea.}$$

Así,  $\$5.25/\$100 = 0.0525$  microprocesadores *adicionales* por oblea (total de 75.0525) igualan el VP de los costos con el VP de los ingresos. Esto corresponde a un incremento de equilibrio en el rendimiento de

$$\frac{1.5 \text{ moldes por oblea}}{0.0525 \text{ moldes por oblea}} = \frac{2.0\% \text{ de incremento}}{\text{incremento de equilibrio}}$$

o bien, un incremento de equilibrio en el rendimiento = 0.07%.

## 4.11 Aplicaciones en hoja de cálculo

En este capítulo se estudiaron varias formas de medir las ventajas económicas durante la evaluación de proyectos de ingeniería. La mayoría de los paquetes de hojas de cálculo incluyen funciones financieras que simplifican los cálculos de dichas mediciones. En la tabla que sigue se describen las funciones de Microsoft Excel y sus parámetros:

Función	Descripción
$VNA(i, rango)$	Calcula el valor presente neto de los flujos de efectivo que aparecen en el <i>rango</i> , con el uso de $i$ como tasa de interés un periodo antes del primer flujo de efectivo del <i>rango</i> .
$PAGO(i, n, P, F,  tipo )$	Calcula el valor de los pagos uniformes de fin de periodo sobre un préstamo con la tasa de interés $i$ , $n$ periodos de pago, y monto del principal de $P$ , o bien, cuando el parámetro $P$ se declara igual a 0, calcula el valor de los $n$ pagos uniformes de fin de periodo que se requieren para acumular una cantidad futura $F$ cuando la tasa de interés es de $i$ .
$VF(i, n, A, P,  tipo )$	Calcula el valor futuro (al final del periodo $n$ ) de $n$ pagos uniformes de $A$ dólares cuando la tasa de interés es de $i$ , o bien, cuando el parámetro $A$ se declara igual a cero, determina el valor futuro de $P$ después de $n$ periodos de interés.
$TIR(rango, aproximación)$	Determina el valor de la tasa interna de rendimiento de los flujos de efectivo que aparecen en el <i>rango</i> , donde <i>aproximación</i> es un valor inicial aproximado de la TIR. Por lo general, la TREMA es una buena aproximación.
$TIRM(rango, i, \epsilon)$	Calcula el valor de la tasa externa de rendimiento de los flujos de efectivo que aparecen en el <i>rango</i> , donde $i$ es la tasa de interés que se cobra sobre los flujos de salida de efectivo, y $\epsilon$ es la tasa de reinversión para los flujos de entrada de efectivo.
$tipo = 0$	Por defecto, flujo de efectivo al final de periodo.
$tipo = 1$	Flujo de efectivo al principio de periodo.

Las funciones financieras se basan en las suposiciones que siguen, que están en concordancia con las que se presentan en el libro:

1. La tasa de interés por periodo,  $i$ , permanece constante.
2. Entre los flujos de efectivo hay exactamente un periodo.
3. La duración del periodo permanece constante.
4. Se utiliza la convención de flujo de efectivo al final del periodo.
5. El primer flujo de efectivo en la función VNA() está al final del primer periodo.

La función VNA() es la más útil de las funciones financieras para valor equivalente; sin embargo, debe tenerse cuidado en obedecer las suposiciones para dicha función. La función está diseñada para calcular el valor presente neto de una serie de flujos de efectivo. De acuerdo con la suposición 5, el tiempo del valor presente neto que se calcula es un periodo de interés antes del primer flujo de efectivo. Entonces, si usted incluye el monto de la inversión en  $t = 0$ , dentro del rango de los flujos de efectivo, el valor presente neto que obtiene la función VNA() se relaciona con el  $t = -1$ . Una manera de manejar esto, es incluir en  $P\_rango$  los flujos de efectivo para los periodos 1 a  $N$ , y después sumar al valor que contiene la función el monto de la inversión de capital. Tal es el enfoque que se adopta en este libro.

El valor equivalente y las medidas de tasa de rendimiento se obtienen con las combinaciones de funciones que se muestran a continuación:

$$\begin{aligned} VP &= VNA(TREMA, P\_rango) + \text{Inversión de capital}, \\ VA &= -PAGO(TREMA, n, VNA(TREMA, P\_rango) + \text{inversión de capital}), \\ VF &= VF(TREMA, n, VA(TREMA, n, VNA(TREMA, P\_rango) + \text{Inversión de capital})), \\ TIR &= TIR(rango, TREMA), \\ TER &= TIRM(rango, \epsilon, \epsilon). \end{aligned}$$

El periodo de recuperación de un proyecto también puede calcularse con facilidad con el uso de una hoja de cálculo. Al calcular el valor presente acumulado con  $i = 0\%$  y con  $i = \text{TREMA}$ , es fácil identificar los períodos de recuperación simple y descontada, respectivamente.

La figura 4.18 muestra una hoja de cálculo que obtiene todas las medidas económicas de un proyecto, que se analizaron en este capítulo para la propuesta que se estudió en el ejemplo 4.11. En la tabla siguiente se dan las fórmulas que están contenidas en las celdas que se resaltan en dicha figura:

Celda	Contenido
C13	= B13 + C12
D13	= SI(Y(C13> = 0, C12 < 0), "*", "")
E13	= \$B\$9 + VNA(\$C\$3, B\$10 : B13)
F14	= SI(Y(E14> = 0, E13 < 0, " ** ", "")
C16	= VNA(\$C\$3, B10 : B14) + B9
C17	= PAGO(\$C\$3, 5, -(VNA(\$C\$3, B10 : B14) + B9))
C18	= VF(\$C\$3, 5, PAGO(\$C\$3, 5, (VNA(\$C\$3, B10 : B14) + B9)))
C20	= TIRR(B9 : B14, \$C\$3)
C21	= TIRM(B9 : B14, C4, C4)

## 4.12 Resumen

A lo largo de este capítulo se examinaron cinco métodos básicos para evaluar la *rentabilidad* financiera de un proyecto único: valor presente, valor anual, valor futuro, tasa interna de rendimiento y tasa externa de rendimiento. También se presentaron tres métodos complementarios para calcular la *liquidez* de un proyecto: periodo de recuperación simple, periodo de recuperación descontada y diagrama de balance de la inversión. Se analizó e ilustró con ejemplos el procedimiento de cálculo, las suposiciones y criterios de aceptación de todos los métodos. En el apéndice B se incluye una lista de las abreviaturas y notación que se introdujeron en este capítulo.

	A	B	C	D	E	F
1	Medidas de rendimiento económico					
2						
3	TREMA		20%			
4	Tasa de reinversión (_)		20%			
5						
6	Fin del periodo	Flujo neto de efectivo	VP acumulado (0%)		VP acumulado (TREMA)	
7						
8						
9	0	-25.000	-\$25.000		-\$25.000	
10	1	8.000	-\$17.000		-\$18.333	
11	2	8.000	-\$9.000		-\$12.778	
12	3	8.000	-\$1.000		-\$8.148	
13	4	8.000	\$7.000 *		-\$4.290	
14	5	13.000	\$20.000		\$934 **	
15						
16	Valor presente		\$934,28			
17	Valor anual		\$312,41			
18	Valor futuro		\$2.324,80			
19						
20	Tasa interna de rendimiento		21,58%			
21	Tasa externa de rendimiento		20,88%			
22						
23	Nota:	Se denota con un * el periodo de recuperación simple, y				
24		con ** el periodo de recuperación descontada				

**Figura 4.18** Hoja de cálculo para obtener las mediciones de las ventajas económicas para el ejemplo 4.11

## 4.13 Referencias

- CANADA, J. R., W. G. SULLIVAN y J. A. WHITE, *Capital Investment Decision Analysis for Engineering and Management*, 2a. ed. (Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, Inc., 1996).
- GRANT, E. L., W. G. IRESON y R. S. LEAVENWORTH, *Principles of Engineering Economy*, 8a. ed. (New York: Jon Wiley & Sons), 1989.
- MORRIS, W. T., *Engineering Economic Analysis* (Reston, VA: Reston Publishing Co., 1976)
- THUESEN, G. J. y W. J. FABRYCKY, *Engineering Economy*, 9a. ed. (Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, Inc., 2001).

## 4.14 Problemas

A menos que se especifique algo distinto, en todos los problemas de lo que resta del libro debe suponerse capitalización discreta del interés y flujos de efectivo al final del periodo. Todas las TREMAS son "por año". Los números entre paréntesis al final de un problema se refieren a la(s) sección(es) del capítulo que se relaciona(n) más de cerca con el problema.

**4.1.** "Cuanto más elevada es la TREMA, más alto será el precio que una compañía debe estar dispuesta a pagar por un equipo que reduce los gastos anuales de operación." ¿Está usted de acuerdo con el enunciado anterior? Explique su respuesta. (4.2)

**4.2.** Usted se enfrenta con la toma de una decisión acerca de la propuesta de una inversión grande de capital. El monto de la inversión de capital es de \$640,000. El ingreso anual estimado al final de cada año durante los ocho años del periodo de estudio es de \$180,000. Los gastos anuales estimados son de \$42,000 y comienzan en el año uno. Estos gastos empiezan a *disminuir* en \$4,000 por año al final del año cuatro y siguen decreciendo hasta el final del año ocho. Suponga un valor de mercado de \$20,000 al final del año 8 y una TREMA = 12% anual. Responda las preguntas siguientes: (4.3, 4.6)

- a) ¿Cuál es el VP de esta propuesta?
- b) ¿Cuál es la TIR de esta propuesta?
- c) ¿Cuál es el periodo de recuperación simple de esta propuesta?
- d) ¿Qué conclusión obtiene sobre la aceptabilidad de la propuesta?

**4.3.**

- a) Evalúe la máquina XYZ sobre la base del método del VP, si la TREMA es del 12% anual. Los costos pertinentes son los que se dan a continuación: (4.3)

Máquina XYZ

Costo de la inversión	\$13,000
Vida útil	15 años
Valor de mercado	\$3,000
Gastos anuales de operación	\$100
Costo de reparación mayor —final del quinto año	\$200
Costo de reparación mayor —final del décimo año	\$550

- b) Determine el monto de la recuperación de capital de la máquina XYZ con las tres fórmulas que se presentaron en el texto. (4.5)

**4.4.**

- a) Calcule el VP, el VF y el VA del proyecto de ingeniería que se presenta enseguida, si la TREMA es del 15% anual. ¿Es aceptable el proyecto? (4.3, 4.5)

Propuesta A	
Costo de la inversión	\$10,000
Vida esperada	5 años
Valor de mercado (rescate) <sup>a</sup>	-\$1,000
Ingresos anuales	\$8,000
Gastos anuales	\$4,000

<sup>a</sup> Un valor de mercado negativo significa que existe un costo neto por deshacerse de un activo.

- b) Calcule la TIR del proyecto. ¿Es aceptable éste? (4.6)

- c) ¿Cuál es la TER de este proyecto? Suponga que  $\epsilon = 15\%$  por año. (4.7)

**4.5.** El rancho de pesca de truchas del tío Wilbur se encuentra a la venta en \$30,000. Se estima que los impuestos a la propiedad, mantenimiento, suministros, etcétera, continuarán siendo de \$3,000 por año. También se espera que para el año próximo, los ingresos del rancho sean de \$10,000, y que disminuyan \$400 por año de ese entonces hasta el décimo año. Si usted comprara el rancho, ¿planearía conservarlo sólo por cinco años y luego venderlo por el valor del terreno, que es de \$15,000? Si usted deseara una TREMA del 12% anual, ¿debería convertirse en criador de truchas? Utilice el método del VP. (4.3)

**4.6.** Una compañía considera construir una planta para manufacturar un producto nuevo que se ha propuesto. El terreno cuesta \$300,000; el edificio, \$600,000; el equipo, \$250,000; y se requiere un capital de trabajo adicional de \$100,000. Se espera que el producto arroje ventas de \$750,000 por año durante 10 años, momento en el que el terreno puede venderse en \$400,000, el edificio en \$350,000 y el equipo en \$50,000. Todo el capital de trabajo se recuperaría al final del año 10. El total de gastos anuales para la mano de obra, materiales y todo lo demás se estima en \$475,000. Si la compañía requiere una TREMA del 15% anual sobre los proyectos que tienen un riesgo comparable, determina si debería invertir en la nueva línea de producto. Use el método del VP. (4.3)

**4.7.**

- a) Haga el dibujo del diagrama de flujo de efectivo para el bono que se describió en el ejemplo 4.4.
- b) Si el bono del ejemplo 4.4 se compra con un rendimiento del 5% por un periodo de seis meses (en lugar de que  $i = 10\%$  anual), ¿de cuánto sería el precio de compra actual? (4.3)

**4.8.** ¿Cuánto puede pagarse por un bono de \$5,000 y 10% de interés que se paga en forma semestral, si vence 12 años después? Suponga que al comprador le satisfaría un interés del 6% nominal capitalizable semestralmente. (4.3)

**4.9.** Un bono a 20 años con un valor nominal de \$5,000 se ofrece a la venta en \$3,800. La tasa nominal de interés sobre el bono es del 7%, que se paga en forma semestral. Este bono ahora tiene ocho años de edad (es decir, el tenedor ha recibido 16 pagos semestrales de interés). Si el bono se compra en \$3,800, ¿cuál sería la tasa de interés efectiva anual de esta oportunidad de inversión?

**4.10.**

- a) Una compañía emitió bonos a 10 años, con valor nominal de \$1,000,000, en unidades de \$1,000. El interés es del 8% y se paga en forma trimestral. Si un inversionista desea ganar un interés del 12% nominal (capitalizable en forma trimestral) sobre un valor de \$10,000 de estos bonos, ¿cuál tendría que ser el precio de venta?
- b) Si la compañía planea liquidar la totalidad de estos bonos al final de los 10 años y para ello establece un fondo de amortización que devenga el 8% capitalizable semestralmente, ¿cuál es el costo *anual* del interés y la liquidación? (4.3)

**4.11.** Usted compró un bono en (valor nominal) de \$1,000 que rendía una tasa de interés nominal del 10%, que se pagaba en forma semestral, y lo tuvo en su poder durante 10 años. Después, usted lo vendió en un precio que le redituó el 8% de interés nominal sobre el capital, capitalizable cada seis meses. ¿Cuál fue el precio de venta? (4.3)

**4.12.** El 1º de enero de 1991, una compañía pequeña compró un bono BMI en su valor nominal. Este bono paga un interés de 7.25% cada seis meses (14.5% por año). El valor nominal del bono es de \$100,000 y vence el 31 de diciembre de 2006. El 1º de enero de 2001, el bono se vendió en \$110,000. ¿Qué tasa de interés (por seis meses) ganó la empresa sobre el bono BMI? (4.3)

**4.13.** Susie Queue tiene una hipoteca de \$100,000 sobre su residencia en el área urbana de Filadelfia. Ella realiza pagos mensuales sobre un préstamo con una tasa nominal de interés del 10% (capitalizable en forma mensual) y tiene una hipoteca a 30 años. Las hipotecas sobre las casas se

presentan con una tasa nominal de interés del 7% sobre un préstamo a 30 años. Susie ha vivido en la residencia por sólo dos años y está pensando reestructurar su hipoteca a una tasa de interés del 7% nominal. La compañía que extiende la hipoteca le informa que el costo de reestructurar la hipoteca presente es de \$4,500, pagaderos en una sola exhibición.

¿Cuántos meses debe continuar viviendo Susie en su residencia para que su decisión de reestructurar sea buena? Su TREMA es el rendimiento que puede obtener por un certificado de depósito a 30 meses y que paga el 1/2% mensual (6% de interés nominal). (4.3, 4.5)

**4.14.** El 1º de enero de 1997, su hermano adquirió un auto usado en \$8,200, y estuvo de acuerdo en dar un enganche de \$1,500 y cubrir el saldo con 36 pagos iguales, el primero de los cuales se efectuaría el 1º de febrero. La tasa nominal de interés es del 13.8% anual, capitalizable mensualmente. Durante el verano, su hermano obtuvo dinero suficiente como para decidir pagar el saldo total que debía sobre el auto hasta el 1º de septiembre. ¿Cuánto pagó en esta última fecha? (4.3)

**4.15.** El final del año 2002, en un edificio de departamentos se desea establecer un fondo de modo que al final del año 2019 éste crezca hasta una cantidad que alcance para colocar techos nuevos en los 39 departamentos individuales. Se estima que cada uno de los techos nuevos costará \$2,500 en el año 2017, cuando se instalarían en 13 departamentos. En 2018, se colocarían en otros 13 departamentos, pero el costo unitario será de \$2,625. Los últimos 13 departamentos serán techados de nuevo en 2019 con un costo de \$2,750 por unidad.

La tasa efectiva anual de interés que puede ganarse sobre este fondo es del 4%. ¿Cuánto dinero debe depositarse (ahorrarse) *cada año*, comenzando al fin de 2003, para pagar el total de los 39 techos nuevos? Haga explícitas todas las suposiciones que realice.

**4.16.** La Anirup Food Processing Company utiliza en la actualidad un método caduco para llenar sacos de 25 libras de alimento deshidratado para perro. Para compensar las inexactitudes en el peso inherentes al método de empaque, el ingeniero del proceso en la planta ha calculado que cada saco se llena con un sobrepeso de 1/8 de libra, en promedio. Ahora se encuentra disponible un método mejor para empacar, que eliminaría el sobrepeso (al igual que el peso por debajo de lo estipulado). La cuota de producción para la planta es de 300,000 sacos por año para los seis años próximos, y a esta planta le cuesta \$0.15 producir una libra de alimento para perro. El sistema ac-

**Tabla P4.17** Tabla para el problema 4.17

Año	Inversión a principio de año	Costo de oportunidad del interés ( $i = 15\%$ )	Pérdida en el valor del activo durante el año	Monto de la recuperación de capital para el año
1	\$10,000		\$3,000	
2			\$2,000	
3			\$2,000	
4				

tual no tiene valor de mercado y durará otros cuatro años, mientras que el método nuevo tiene una vida estimada de cuatro años con un valor de mercado igual al 10% de su costo de inversión,  $I$ . La operación actual de empaque requiere para su mantenimiento \$2,100 anuales más que el método nuevo. Si la TREMA de esta compañía es del 12% por año, ¿qué cantidad,  $I$ , podría justificar la compra del método nuevo de empaque? (4.3)

- 4.17.** Llene la tabla P4.17 si  $P = \$10,000$ ,  $S = \$2,000$  (al final de cuatro años) e  $i = 15\%/\text{año}$ . Complete la tabla adjunta y demuestre que el valor de la cantidad uniforme equivalente  $RC$  es igual a \$3,102.12. (4.5)

- 4.18.** Certo servicio puede realizarse en forma satisfactoria con el proceso  $R$ , que tiene un costo de inversión de capital de \$8,000, una vida estimada de 10 años, sin valor de mercado, y entradas netas anuales (ingresos-egresos) de \$2,400. Suponga una TREMA del 18% antes de impuestos, encuentre el VF y el VA de este proceso y manifieste si usted lo recomendaría. (4.4, 4.5)

- 4.19.** Hace cinco años, usted compró un edificio en \$100,000. Sus gastos de mantenimiento anual han sido de \$5,000. Al final de tres años, gastó \$9,000

en reparaciones del techo. Al final de cinco años (hoy), vendió el edificio en \$120,000. Durante el periodo que fue su propiedad, rentó el edificio en \$10,000 anuales que se pagaban al *comienzo* del año. Utilice el método del VA para evaluar la inversión si su TREMA es del 8% anual. (4.5)

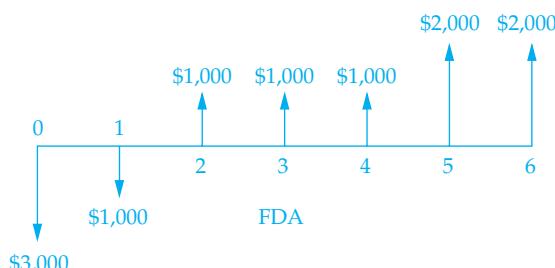
- 4.20.** Como el precio de compra de una máquina es de \$1,000, y su valor de mercado al final del año cuatro es de \$300, complete la tabla P4.20 [los valores de los incisos a) a f)], con el uso de un costo de oportunidad del 5% anual. Calcule el monto uniforme equivalente de la recuperación de capital, con base en la información de la tabla una vez que esté llena. (4.5)

- 4.21.** Con base en el diagrama de flujo de efectivo que se adjunta al principio de la página que sigue, responda las preguntas siguientes (4.3, 4.5, 4.8):

- a) Conforme  $i \rightarrow \infty$ , el VP es igual a \_\_\_\_.
- b) El periodo de recuperación descontada ( $\theta'$ ) es de \_\_\_\_ años. La TREMA es = 12% anual.
- c) Si el flujo de efectivo al final del año seis ha sido de -\$2,000 en lugar de +\$2,000, el VA(0%) = \_\_\_\_.

**Tabla P4.20** Tabla para el problema 4.20

Año	Inversión a principio de año	Costo de oportunidad del interés ( $i = 5\%$ por año)	Pérdida en el valor del activo durante el año	Monto de la recuperación de capital para el año
1	\$1,000	\$50	\$(a)	\$250
2	(b)	(c)	200	240
3	600	30	200	230
4	(d)	20	(e)	(f)



- 4.22.** Una empresa manufacturera tiene un exceso considerable de capacidad en su planta y está buscando maneras de emplearla. La compañía ha sido invitada a hacer una propuesta para ser subcontratista de un producto que no compite con el que produce, aunque, si agrega \$75,000 en equipo nuevo, podría producir con facilidad en su planta. El contrato sería por cinco años con una producción de 20,000 unidades.

Al analizar los costos probables, se estima que el de la mano de obra directa es de \$1.00 por unidad, y el de los materiales nuevos, de \$0.75 por unidad. Además, se descubrió que por cada unidad nueva, podría usarse una libra de los desechos a partir de la operación actual, los cuales ahora vende a \$0.30 por libra. La empresa ha estado cargando costos indirectos por un 150% del costo directo, pero se cree que para la nueva operación los indirectos incrementales, sobre el mantenimiento, impuestos y seguros del equipo nuevo, no excederían del 60% del costo de mano de obra directa. La empresa estima que los gastos de mantenimiento de este equipo no pasarián de \$2,000 por año, y los impuestos y seguros serían por un promedio del 5% del costo de la inversión. (*Observación:* Costo directo = costo de la mano de obra + costo de los materiales).

Como la empresa no vislumbra un uso para el equipo después de cinco años del contrato que se propone, el propietario cree que podría venderse a \$3,000 en ese momento. Estima que el proyecto requerirá de un capital de trabajo de \$15,000 (que se recuperaría por completo al final del quinto año), y desea tener una tasa de rendimiento antes de impuestos, al menos, del 20% sobre todo el capital utilizado. (4.3, 4.5)

- a) ¿Qué precio unitario debe proponer?  
 b) Suponga que el comprador del producto desea venderlo a un precio que le dejaría una utilidad del 20% del precio de venta. ¿Cuál debería ser este precio?

- 4.23.** Para comprar un automóvil usado, usted pidió un préstamo de \$8,000 del Loan Shark Enter-

prises. Ellos le dijeron que la tasa de interés que cobrarían sería del 1% mensual durante 35 meses. También le cobraron \$200 por la investigación del crédito, de manera que se quedó sólo con \$7,800 en la bolsa. El pago mensual que calcularon para usted es de

$$\frac{8,000(0.01)(35) + \$8,000}{35} = \$308.57/\text{mes}$$

Si usted estuviera de acuerdo con estas condiciones y firmara el contrato, ¿cuál sería la TPA (tasa porcentual anual) que estaría pagando? (4.6)

- 4.24.** Suponga que pide un préstamo de \$1,000 a Easy Credit Company y acuerda pagarlos durante un periodo de cinco años. Fijan la tasa de interés en un 9% anual. Para determinar el pago mensual, le muestran los conceptos siguientes: (4.6)

Principal	\$1,000
Interés total: 0.09 (5 años)(\$1,000)	\$450

Le piden pagar en forma inmediata el 20% del interés, de manera que le quedan \$1,000 - \$90 = \$910 disponibles. Su pago mensual se calcula como sigue:

$$\frac{\$1,000 + \$450}{60} = \$21.17/\text{mes}$$

- a) Dibuja el diagrama de flujo de efectivo de esta transacción.  
 b) Determine la tasa efectiva *anual* de interés.

- 4.25.** Un individuo se dirige a la Ajax Loan Company para solicitar \$1,000, que pagaría en 24 mensualidades. La organización le notifica que la tasa de interés es del 1.5% mensual. Proceden a calcular el pago mensual de la manera siguiente:

Cantidad solicitada	\$1,000
Investigación de crédito	25
Seguro de riesgos de crédito	5
Total	\$1,030
Interés: (\$1,030)(24)(0.015)	= \$371
Total que se adeuda: \$1,030 + \$371	= \$1,401
Pago: $\frac{\$1,401}{24}$	= \$58.50

¿Cuál es la tasa efectiva de interés anual que paga esta persona, si sale de la organización con \$1,000 en efectivo?

- 4.26.** Analice el problema 4.25 y el "trato" que se presenta a continuación y que se propuso a un estudiante de ingeniería. El trabajo de usted es aconsejar al estudiante en cuanto a la tasa efectiva de interés anual que se cobra en la situación siguiente.

Un agente de la Ajax Loan Agency ofrece al individuo que estuvo de acuerdo con las condiciones del problema 4.25, un trato especial: "Si le interesa adelantar el pago del préstamo, puedo ayudarlo. Por cada pago adelantado de \$58.50, se descontará un mes y su pago correspondiente, de la programación original de reembolso a 24 meses."

Si el individuo tiene el dinero necesario para realizar pagos de \$117 en los meses uno y dos, entonces todavía adeudará \$58.50 en los meses 3 a 22. En esta situación, ¿cuál es la tasa efectiva de interés anual? (4.6)

- 4.27.** Suponga que usted tiene 20 años de edad. Decide ahorrar \$A por año, comenzando en su cumpleaños número 21 y continuando hasta el número 60. A la edad de 60 años, usted habrá ahorrado una cantidad acumulada (capitalizada) de \$F.

Una de sus amigas espera cinco años para iniciar su propio plan de ahorro. Comienza en su cumpleaños número 26, y cada año efectúa pagos de \$2A para que llegue a acumular \$F cuando tenga 60 años.

Otro amigo más retrasa su plan 10 años a partir de que usted comenzó el suyo. Él se da cuenta de que se requiere depositar \$4A cada año a partir de su cumpleaños 31 y hasta el 60, para acumular \$F.

¿Cuál es la tasa efectiva de interés anual ( $i'$ ) que hace que los tres planes de ahorro que se describen sean equivalentes? ¿Qué podría generalizarse a partir de este problema?

- 4.28.** Su compañero(a) de habitación pidió prestando dinero a un banquero con la condición de que le pagaría el 7% del préstamo cada tres meses, hasta realizar un total de 35 pagos. En ese momento se consideraría que el préstamo había sido pagado. ¿Cuál es la tasa efectiva de interés anual que pagaría su compañero(a)? Resuelva este problema para la tasa de interés con una aproximación de 1/10%. (Utilice interpolación lineal). (4.6)

- 4.29.** Una máquina que no está equipada con freno requiere de 30 segundos luego de interrumpir la energía para completar cada pieza, con lo cual se impide retirar el trabajo de la máquina. El tiempo

por pieza, sin incluir este tiempo de detención, es de dos minutos. La máquina se utiliza para producir 40,000 piezas por año. El operador recibe \$16.50 por hora, y la tasa de sobreproducción de la máquina es de \$4.00 por hora. ¿Qué cantidad podría aceptar pagar la empresa por un freno que reduciría el tiempo de detención a tres segundos, si tiene una vida esperada de cinco años? Suponga que el valor de mercado es de cero, la TREMA del 15% anual, y las reparaciones y mantenimiento del freno no rebasan un total de \$250 por año. (4.3)

- 4.30.** Su jefe le acaba de presentar el resumen (que se aprecia en la tabla adjunta) de las proyecciones de costos e ingresos anuales por una línea nueva de producto. Le pide que calcule la TIR de esta oportunidad de inversión. ¿Qué es lo que usted presentaría a su jefe y cómo le explicaría los resultados de su análisis? (Todo mundo sabe que a los jefes les encanta ver gráficas del valor presente versus tasa de interés para esta clase de problemas). La TREMA de la compañía es de 10% por año. (4.6)

Fin de año	Flujo neto de efectivo
0	-\$450,000
1	-42,500
2	+92,800
3	+386,000
4	+614,600
5	-202,200

- 4.31.** Determine la TIR individual (y única) en cada una de las situaciones que siguen: (4.6)

a)

FDA	Flujo de efectivo
0–3	0
4	-\$1,000
5	300
6	300
7	300
8	300
9	300

b)

FDA	Flujo de efectivo
0	-\$1,800
1	-700
2	1,830
3	1,830

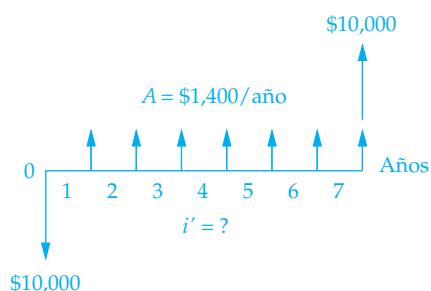
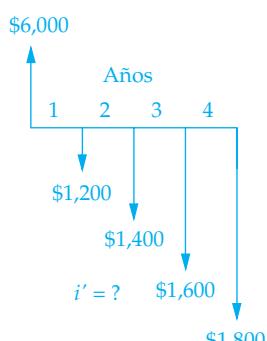
**c)**

FDA	Flujo de efectivo
0	-\$450
1	-42.5
2	92.8
3	386.0 (Resp. = 21.5%)
4	614.6
5	-202.2

**d)**

FDA	Flujo de efectivo
0	0
1	-\$3,000
2	1,000
3	1,900 (Resp. = 20%)
4	-800
5	2,720

- 4.32.** En cada una de las situaciones que siguen, calcule la TIR. (4.6)

**a)****b)**

- c)** Usted compró un carro usado en \$4,200. Después de dar un enganche de \$1,200, la vendedora busca en su manual de *Cálculos de interés sin complicaciones*, y le dice: "Los pagos men-

suales serán de \$160 durante los 24 meses siguientes, y el primer pago lo debe hacer dentro de un mes." (Dibuje un diagrama de flujo de efectivo).

- 4.33.** Vuelva a resolver el inciso *a*) del problema 4.32 con el uso del método de la TER, cuando  $\epsilon = 8\%$  anual. (4.7)

- 4.34.** Elabore una gráfica del VP del inciso *a*) del problema 4.32, como función de la tasa de interés. La TREMA es igual al 8% anual. (4.3)

- 4.35.** Dibuje un diagrama del balance de inversión para el inciso *a*) del problema 4.32 con el uso de  $i = \text{TIR}$  (calculada en ese problema). (4.9)

- 4.36.** Un certificado cupón-cero implica el pago de una suma fija de dinero ahora, con un retiro futuro en una sola exhibición de la cantidad acumulada. El interés que se gana no se paga en forma periódica, sino que se capitaliza para convertirse en el componente principal de la cantidad acumulada que se paga cuando vence el certificado cupón-cero. Considere cierto certificado cupón-cero que se emitió el 25 de marzo de 1993 y vence el 30 de enero de 2010. Una persona que compra un certificado por \$13,500 recibirá un cheque de \$54,000 cuando venza el documento. ¿Cuál es la tasa anual de interés (rendimiento) que ganará con el certificado? Suponga una capitalización mensual. (4.3)

- 4.37.** Una compañía pequeña que se compró ahora en \$23,000, perderá \$1,200 cada uno de los primeros cuatro años. Una inversión adicional de \$8,000 que se haga en ella durante el cuarto año dará origen a una utilidad de \$5,500, cada año entre el quinto y el decimoquinto. Al final de 15 años, la compañía puede venderse en \$33,000.

a) Calcule la TIR. (4.6)

b) Calcule el VF si la TREMA = 12%. (4.4)

c) Calcule la TER cuando  $\epsilon = 12\%$ . (4.7)

- 4.38.** Construya el diagrama del balance de inversión para el problema 4.30. ¿Qué perspectivas adicionales obtiene usted acerca de la rentabilidad y liquidez de esta línea nueva de producto? (4.9)

- 4.39.** Una póliza ordinaria de seguro de vida de \$20,000 para una mujer de 22 años de edad, puede obtenerse con cuotas anuales de aproximadamente \$250. Este tipo de póliza (de vida ordinaria) pagaría una suma por fallecimiento de \$20,000 a cambio de las cuotas anuales de \$250 que se pagaron durante el tiempo que estuvo con vida la persona asegurada. Si la esperanza promedio de vida de una mujer de 22 años es de 77 años, ¿cuál es la tasa de interés que establece la equivalencia entre los flujos de salida de efectivo y los de entrada, para este tipo de póliza de seguro? Suponga que todas las cuotas se pagan sobre

una base de comienzo de año, y que la última cuota se pagó en el cumpleaños número 76 de la mujer. (4.6)

- 4.40.** Con todos los métodos que se estudiaron en el capítulo 4, evalúe lo aceptable que resulta el proyecto siguiente. Sea la TREMA =  $\epsilon = 15\%$  anual, máxima  $\theta$  aceptable = 5 años, y máxima  $\theta'$  aceptable = 6 años.

Proyecto: R137-A

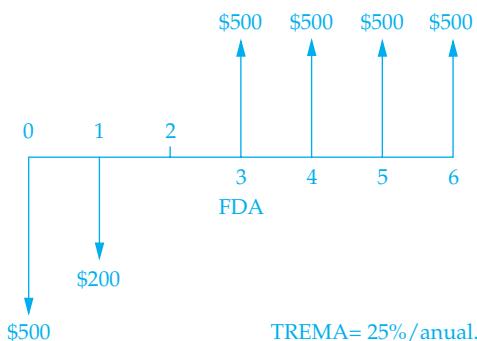
Nombre: Fabricación Syn-Tree

Descripción: Establecer una instalación productiva para manufacturar palmeras sintéticas para venderlas en zonas hoteleras de Alaska.

#### Flujos de efectivo estimados:

Año	Cantidad (miles)
0	-\$1,500
1	200
2	400
3	450
4	450
5	600
6	900
7	1,100

- 4.41.** En relación con el diagrama de flujo de efectivo siguiente:



- a) ¿Cuál es la vida de equilibrio [ $\theta'$ ] de este proyecto? (4.8)  
 b) ¿Cuál es la tasa de interés de equilibrio ( $i'$ ) (4.6)  
 c) Haga un dibujo del diagrama del balance de inversión. (4.9)

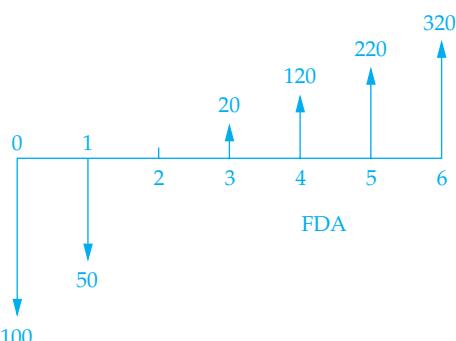
- 4.42.** La Going Aircraft Corporation produce en forma manual cierto subensamble con un costo de mano de obra directa de \$100,000 anuales. Este trabajo manual puede automatizarse en su totalidad de manera que se ahorrarían cada año \$800,000 en mano de obra directa, y \$20,000 en

mano de obra indirecta y costos indirectos. El mantenimiento anual del sistema automatizado costará \$10,000, y su valor de mercado (rescate) será de \$7,000 en el futuro. La vida útil del sistema es de 5 a 10 años, inclusive.

- a) Si la TREMA de la compañía es del 12% anual, desarrolle una gráfica que muestre cuánto dinero puede gastarse en el equipamiento automatizado. (Sugerencia: Grafique el VP de los flujos de efectivo positivos versus la vida útil). (4.3)

- b) Si  $N = 6$  años y  $P = \$344.00$ , ¿cuál es el periodo de recuperación simple? (4.8)

- 4.43.** Considere el flujo de efectivo siguiente:



- a) Si la TREMA es del 15% anual, ¿es rentable financieramente este proyecto? (4.3)  
 b) Calcule el periodo de recuperación simple,  $\theta$ . (4.8)  
 c) Calcule el periodo de recuperación descontada,  $\theta'$ . (4.8)

- 4.44.** La compañía Advanced Manufacturing Technology (AMT) por lo general tiene ingresos netos anuales que se incrementan durante un periodo bastante largo. En el largo plazo, un proyecto de AMT puede ser rentable si se mide con la TIR, pero según el periodo de pago simple, podría ser inaceptable. Evalúe el proyecto siguiente de AMT, si su TREMA es del 15% por año, y su periodo de recuperación máximo permisible es de tres años. (4.6, 4.8)

Inversión de capital en el tiempo 0	\$100,000
Ingresos netos en el año $k$	\$20,000 + \$10,000 · (k-1)
Valor de mercado (rescate)	\$10,000
Vida	5 años

- a) La TIR es igual a \_\_\_\_\_. Utilice la técnica de interpolación lineal para determinarla.

b) El periodo de pago simple es igual a \_\_\_\_.

c) ¿Qué recomienda usted?

- 4.45.** Una compañía tiene la oportunidad de emprender el proyecto de remodelación de una zona industrial de la ciudad. No se requiere inversión inmediata, pero tiene que demoler los edificios existentes durante un lapso de cuatro años, al final del cual hay que invertir \$2,400,000 para la construcción nueva. Todos los ingresos ocurrirán durante un periodo de 10 años y todos los costos se pagarán en el mismo plazo, momento en que todo el proyecto y las propiedades ahí ubicadas pasarán a ser propiedad de la ciudad. Se estima que los flujos netos de efectivo serán los siguientes:

Fin del año	Flujo neto de efectivo
1	\$500,000
2	300,000
3	100,000
4	-2,400,000
5	150,000
6	200,000
7	250,000
8	300,000
9	350,000
10	400,000

Elabore una tabla del VP versus la tasa de interés, y determine si existen TIR múltiples. Si fuera así, use el método de la TER con  $\epsilon = 8\%$  anual para obtener una tasa de rendimiento. (4.7)

- 4.46.** Cierta proyecto tiene ingresos que ahora son iguales a \$1,000, costos de \$5,000 al final del primer año, y ganancias de \$6,000 al final del segundo año.

a) Demuestre que para este problema existen tasas de rendimiento múltiples, si se usa el método de la TIR. ( $i' = 100\%, 200\%$ ). (Apéndice 4.a)

b) Si se dispone de una tasa externa de reinversión igual al 10%, ¿cuál es la tasa de rendimiento de este proyecto si se emplea el método de la TER? (4.7)

- 4.47.** La actividad de prospección petrolera en la plataforma continental exterior, por parte de una compañía perforadora pequeña e independiente, produjo un patrón de flujo de efectivo muy curioso, que se muestra a continuación:

Fin del año	Flujo neto de efectivo
0	-\$520,000
1-10	+200,000
10	-1,500,000

El gasto de \$1,500,000 al final del año 10 se deberá al desmantelamiento de la plataforma de perforación.

a) Grafique el VP versus la tasa de interés ( $i$ ) durante el periodo de 10 años, para tratar de descubrir si existen tasas de rendimiento múltiples. (4.6)

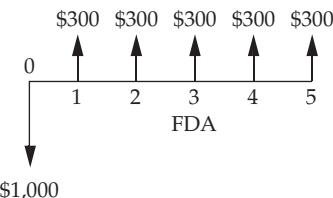
b) Con base en los flujos de efectivo y los resultados del inciso a), ¿qué recomendaría usted acerca de la continuación de este proyecto? Es costumbre de la empresa esperar una ganancia antes de impuestos de al menos 20% anual sobre el capital invertido. Utilice el método de la TER ( $\epsilon = 20\%$ ). (4.7)

**4.48.**

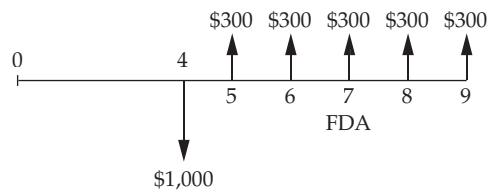
a) Calcule la TIR para cada uno de los tres diagramas de flujo de efectivo que se muestran enseñada. Utilice el final del año 0 para  $i$ , y el final del año cuatro para ii e iii, como puntos de referencia en el tiempo. ¿Qué puede concluirse acerca de los conceptos de "cambio de año de referencia" y "proporcionalidad" del método de la TIR?

b) Calcule el VP con una TREMA = 10% anual, al final del año 0 para i e ii, y el final del año 4 para ii e iii. ¿Cómo se comparan los métodos de la TIR y del VP?

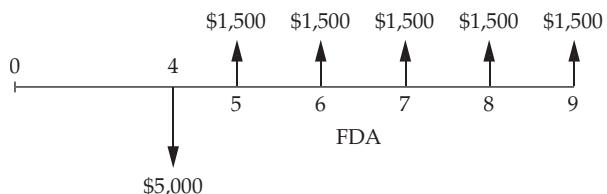
i.



ii.



iii.



**4.49.** En una reunión familiar del 4 de julio, el verano pasado, su tío Sydney supo que usted había tomado un curso de ingeniería económica. El tío Sydney ha trabajado desde 1965 como experto maquinista para Ford Motor Company. En el día de campo, él tenía curiosidad acerca de dos cuestiones, así que le preguntó a usted sobre ellas a propósito del curso de ingeniería económica que había tomado:

- a) Su tío está pensando acerca de una jubilación "temprana" a la edad de 62 años (ahora tiene 54 años de edad), momento en que recibiría *cada mes* un cheque del Seguro Social de \$800. En forma alternativa, puede esperar hasta tener 65 años para comenzar a recibir en forma mensual cheques del Seguro Social por \$1,000. Si usted llega a la conclusión de que la TREMA de su tío es de 1/2% mensual (en forma conservadora), ¿qué edad tendría el tío cuando ambos planes del Seguro Social sean igualmente atractivos para él? ¿Qué consejo le daría?
- b) En relación con el inciso anterior, ¿cuál es la respuesta si la TREMA de su tío es del 1.5% mensual? (En este caso, él es un inversionista muy osado.) ¿Qué podría usted generalizar a partir de las respuestas a los incisos b) y c)?
- c) Suponga que la TREMA de su tío fuera de 0%, ¿qué debería hacer en ese caso?

**4.50.** Una empresa produce una cantidad grande de un artículo que vende en \$0.75 por unidad. El costo de producción variable es de \$0.30 por unidad. La compañía puede producir y vender 10,000 artículos por año si opera a toda su capacidad.

El atributo crítico de este producto es el peso. El valor objetivo del peso es de 1,000 gramos, y los límites de las especificaciones se establecieron en  $\pm 50$  gramos. La máquina empacadora que se emplea para colocar el producto distribuye pesos que siguen una distribución normal con pro-

medio ( $\mu$ ) de 1,000 gramos, y desviación estándar ( $\sigma$ ) de 40 gramos. Debido al valor elevado de la desviación estándar (con respecto a los límites de las especificaciones), el 21.12% de todas las unidades que se producen quedan fuera de dichos límites. (Es lo mismo que el producto pese menos de 950 gramos o más de 1050). Esto significa que 2,112,000 de las 10,000,000 unidades producidas no están de acuerdo con lo establecido y no pueden venderse si no se corrigen.

Suponga que las unidades que no satisfacen las especificaciones pueden repetirse para satisfacerlas con un costo fijo adicional de \$0.10 por unidad. Las unidades repetidas pueden venderse a \$0.75 por unidad. Se ha estimado que la demanda para este producto será de 10,000,000 de unidades por cada año de los cinco siguientes.

Con la finalidad de mejorar la calidad de este producto, la compañía está considerando adquirir una máquina empacadora nueva. La máquina nueva sería capaz de empacar el producto con pesos que siguen una distribución normal con  $\mu = 1,000$  gramos y  $\sigma = 20$  gramos. Como resultado, el porcentaje de unidades que no llenan las especificaciones se reduciría al 1.24% de la producción. El equipo nuevo costaría \$710,000 y duraría al menos cinco años. Al final de este periodo podría venderse en \$100,000.

- a) Si la TREMA de la compañía es del 15% anual, ¿es económicamente atractiva la compra de la máquina nueva para mejorar la calidad (reducir la variabilidad)? Use el método del VA para hacer una recomendación.
- b) Calcule la TIR, el periodo de recuperación simple y el periodo de recuperación descontada de la propuesta de inversión.
- c) ¿Qué otros factores, además de los costos totales por repetición del trabajo, pueden influir la decisión de la empresa acerca de mejorar la calidad?

## Apéndice 4.A. El problema de las tasas de rendimiento múltiples con el método de la TIR

Siempre que se usa el método de la TIR y los flujos de efectivo cambian de signo (de flujo neto de salida de efectivo a flujo neto de entrada, o viceversa) más de una vez durante el periodo de estudio, se debe estar atento a la nada remota posibilidad de que no exista tasa de interés, o bien, haya varias de ellas. En realidad, el número *máximo* de TIR posibles en el intervalo  $(-1, \infty)$  para cualquier proyecto dado es igual al número de cambios de signo del flujo de efectivo durante el periodo de estudio. *La forma más simple de detectar la existencia de TIR múltiples es graficar el valor equivalente (por ejemplo, VP) contra la tasa de interés.* Si la gráfica resultante cruza el eje de la tasa de interés más de una vez, hay TIR múltiples y se recomienda usar otro método de equivalencia para determinar la aceptabilidad del proyecto.

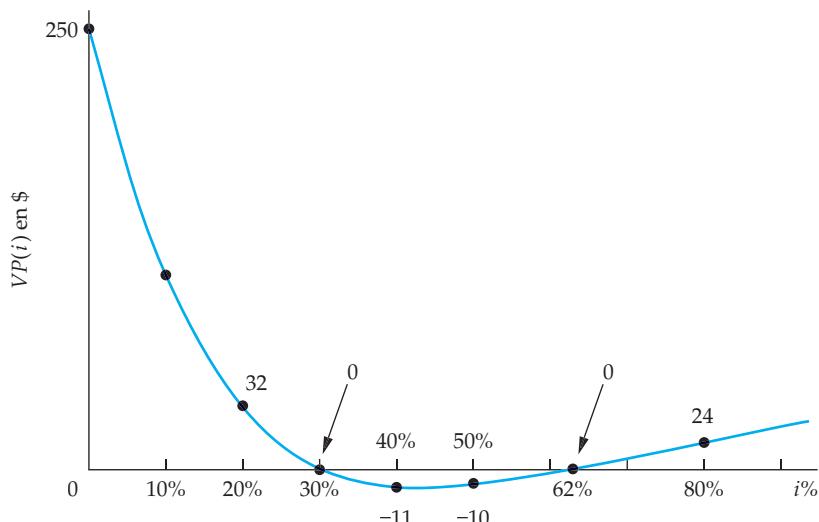
Como un ejemplo, considere el proyecto siguiente, cuya TIR se desea calcular:

### EJEMPLO 4.A.1

Elabore la gráfica del valor presente *versus* la tasa de interés para los flujos de efectivo que siguen. ¿Existen varias TIR? Si así fuera, ¿qué significan?

Año, $k$	Flujo neto de efectivo	$i\%$	$VP(i\%)$
0	\$500	0	\$250
1	-1,000	10	150
2	0	20	32
3	250	30	~0
4	250	40	-11
5	250	62	~0
		80	24

Así, el VP de los flujos netos de efectivo es igual a cero para tasas de interés aproximadas de 30% y 62%, por esto, se concluye que hay TIR múltiples. Siempre que haya varias TIR, lo que es raro, es probable que ninguna sea correcta.



En tal caso, podría usarse el método de la TER (véase la sección 4.7) para decidir si el proyecto es benéfico. O bien, por lo general, se tiene la opción de usar el método del valor equivalente. En el ejemplo 4.A.1, si la tasa de reinversión externa ( $\epsilon$ ) es del 10% por año, se observa que la TER es del 12.4%:

$$\$1,000(P/F, 10\%, 1)(F/P, i', 5) = \$500(F/P, 10\%, 5) + \$250(F/A, 10\%, 3)$$

$$(P/F, 10\%, 1)(F/P, i', 5) = 1.632$$

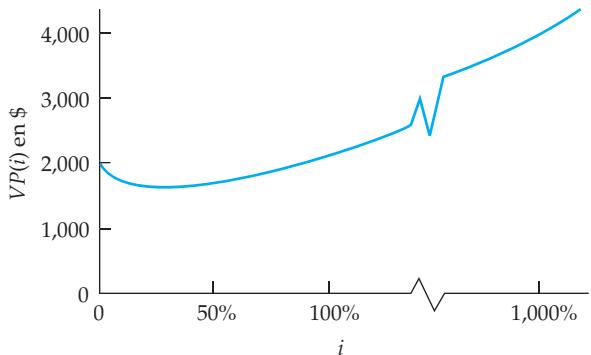
$$i' = 0.124 \text{ (12.4\%)}$$

Además, el  $VP(10\%) = \$105$ , por lo que tanto el método de la TER como el del VP, señalan que este proyecto es aceptable para una TREMA del 10% anual.

### EJEMPLO 4.A.2

Use el método de la TER para analizar el patrón de flujos de efectivo que se muestra en la tabla adjunta. La TIR es indeterminada (no existe), por lo que tratar de calcularla no es un procedimiento funcional. La tasa de reinversión externa ( $\epsilon$ ) es del 12% anual, y la TREMA es del 15%.

Año	Flujos de efectivo
0	\$5,000
1	-7,000
2	2,000
3	2,000



### SOLUCIÓN

El método de la TER proporciona el resultado que sigue:

$$\begin{aligned} \$7,000(P/F, 12\%, 1)(F/P, i'\%, 3) &= \$5,000(F/P, 12\%, 3) \\ &\quad + \$2,000(F/P, 12\%, 1) + \$2,000 \\ (F/P, i', 3) &= 1.802 \\ i' &= 21.7\%. \end{aligned}$$

Así, la TER es mayor que la TREMA. Por esto, el proyecto con un patrón de flujo de efectivo como el anterior sería aceptable. El VP al 15% es igual a \$1,740.36, lo que confirma la aceptabilidad de este proyecto.

# Comparación de alternativas

*El objetivo principal del capítulo 5 es desarrollar y demostrar el análisis económico y la comparación de alternativas mutuamente excluyentes para un proyecto de ingeniería.*

---

**En este capítulo se estudian los siguientes temas:**

- Conceptos básicos de la comparación de alternativas
- El periodo de estudio (análisis)
- Vidas útiles iguales al periodo de estudio
- Las vidas útiles de las alternativas son diferentes
- El método del valor capitalizado
- Combinaciones de proyectos mutuamente excluyentes

---

## 5.1 Introducción

La mayor parte de los proyectos de ingeniería se llevan a cabo con más de una alternativa de diseño factible. Si la selección de una de las alternativas excluye la selección de cualquiera de las otras, las alternativas se llaman *mutuamente excluyentes*. Es común que las alternativas en estudio requieran de la inversión de cantidades diferentes de capital, y sus ingresos y costos anuales pueden variar. En ocasiones, las alternativas tienen vidas útiles diferentes. Como es normal que niveles diferentes de inversión produzcan resultados económicos distintos, es necesario realizar un análisis para determinar cuál de las alternativas mutuamente excluyentes se prefiere y, en consecuencia, cuánto capital debe invertirse.

En el capítulo 1 se estudió un procedimiento de siete etapas para realizar estudios de ingeniería económica. En este capítulo se hará referencia a las etapas cinco (análisis y comparación de las alternativas factibles) y seis (selección de la alternativa preferida) de dicho

procedimiento, y se compararán alternativas que son mutuamente excluyentes, sobre la base única de las consideraciones económicas.

En los análisis que se efectúan en este capítulo se utilizan cinco de los métodos básicos (VP, VA, VF, TIR y TER) que se estudiaron en el capítulo 4 para evaluar flujos de efectivo. Dichos métodos ofrecen una *base para la comparación económica* de las alternativas para ejecutar un proyecto de ingeniería. Si se aplican de manera correcta, estos métodos producen la selección apropiada de la alternativa preferida a partir de un conjunto de alternativas mutuamente excluyentes. En el capítulo 11 se estudiará la comparación de alternativas que se excluyen entre sí, usando el método de la razón beneficio/costo.

## 5.2 Conceptos básicos de la comparación de alternativas

El principio uno (capítulo 1) destaca que la selección (decisión) ocurre entre alternativas. Tales selecciones deben incorporar el propósito fundamental de la inversión de capital, es decir, obtener por lo menos la TREMA por cada dólar que se invierta. En la práctica, es común que haya un número limitado de alternativas factibles por considerar en un proyecto de ingeniería. El problema de decidir cuál de las alternativas mutuamente excluyentes debe seleccionarse se vuelve más fácil si se adopta la regla siguiente, que se basa en el principio 2 del capítulo 1: *Debe elegirse la alternativa que requiera la menor inversión de capital y produzca resultados funcionales satisfactorios, a menos que el capital incremental asociado con otra alternativa de mayor inversión se justifique con respecto a sus beneficios incrementales.*

De acuerdo con esta regla, se considera como *alternativa base* aquella que requiera la menor inversión de capital. La inversión de capital adicional por arriba de la que reclama la alternativa base generalmente provoca un aumento en la capacidad, la calidad, los ingresos o la vida útil, o bien, disminuye los gastos de operación. Por lo tanto, antes de invertir dinero adicional, debe demostrarse que cada aumento de capital que pudiera evitarse es autofinanciable en relación con otras oportunidades de inversión disponibles.

En resumen, si los beneficios adicionales que se obtienen por invertir capital adicional son mejores que aquellos que podrían obtenerse, con la inversión del mismo capital, en cualquier otra parte de la compañía con la TREMA definida, debe realizarse dicha inversión. Si éste no es el caso, es evidente que no se invertiría más que el monto mínimo del capital que se requiere, lo cual incluye la posibilidad de no hacer nada. En términos sencillos, nuestra regla mantendrá invertido tanto capital como sea posible, con una tasa de rendimiento mayor o igual a la TREMA.

### 5.2.1 Inversiones y costos de los proyectos y sus alternativas

Esta política básica para comparar alternativas mutuamente excluyentes se ilustra con dos ejemplos. El *primer ejemplo* implica una situación de proyecto de inversión. Las alternativas A y B son *mutuamente excluyentes* con los flujos netos de efectivo\* estimados que se muestran. *Las alternativas de inversión son aquellas con inversión (o inversiones) de capital inicial (o extremo inicial) que producen flujos de efectivo positivos por medio del aumento de los in-*

gresos o la reducción de los costos, o ambos. En este ejemplo, la vida útil de cada alternativa es de cuatro años.

	Alternativa	
	A	B
Inversión de capital	-\$60,000	-\$73,000
Ingresos menos gastos, anuales	22,000	26,225

En la figura 5.1 se presentan los diagramas de flujo de efectivo de las alternativas A y B, así como de las diferencias entre ellas año por año (es decir, B menos A). Los diagramas tipifican los de alternativas de proyectos de inversión. En este ejemplo inicial, con una TREMA = 10% anual, los montos de los VP son

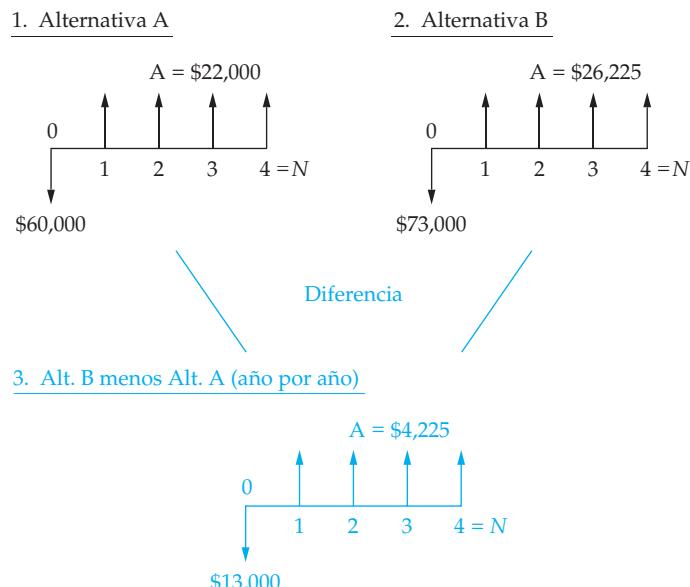
$$VP(10\%)_A = -\$60,000 + \$22,000(P/A, 10\%, 4) = \$9,738,$$

$$VP(10\%)_B = -\$73,000 + \$26,225(P/A, 10\%, 4) = \$10,131.$$

Como el VP<sub>A</sub> es mayor que 0 con la  $i = \text{TREMA}$ , ésta es la alternativa base y debería seleccionarse a menos que se justifique el capital adicional (incremental) asociado con la alternativa B (\$13,000). En este caso, se prefiere la alternativa B sobre la A porque tiene un VP mayor. Así, los beneficios adicionales que se obtienen por invertir \$13,000 más de capital en la

**Figura 5.1**

Diagramas de flujo de efectivo de las alternativas A y B, y de su diferencia



\* En este libro, los términos *flujo neto de efectivo* y *flujo de efectivo* se usarán en forma indistinta cuando se refieran a flujos periódicos de entrada y salida de efectivo para alguna alternativa.

*alternativa B*, (diagrama 3, figura 5.1), tienen un valor presente de  $\$10,131 - \$9,738 = \$393$ . Es decir,

$$VP(10\%)_{Dif} = -\$13,000 + \$4,225(P/A, 10\%, 4) = \$393,$$

y por esto se justifica el capital adicional invertido en *B*.

El segundo ejemplo implica una situación del costo de un proyecto. *C* y *D* son *alternativas de costo* que se excluyen mutuamente, con los flujos netos de efectivo que se muestran, con una vida de tres años. *Las alternativas de costo son aquellas donde todos los flujos de efectivo son negativos, excepto por un posible elemento de flujo positivo ocasionado por la disposición de los activos al final de la vida útil del proyecto.* Esta situación ocurre cuando la organización debe hacer algo y la decisión representa la forma más económica de hacerlo (por ejemplo, la adición de capacidad de control ambiental para cumplir con las regulaciones legales).

Fin del año	Alternativa	
	<i>C</i>	<i>D</i>
0	-\$380,000	-\$415,000
1	-38,100	-27,400
2	-39,100	-27,400
3	-40,100	-27,400
<i>3<sup>a</sup></i>	0	26,000

<sup>a</sup> Valor de mercado.

En la figura 5.2 se observan los diagramas para las alternativas *C* y *D*, y para la diferencia entre ellas año por año (es decir, *D* menos *C*). Estos diagramas tipifican los de las alternativas de costo de proyecto. En esta situación de “tener que hacer algo”, la alternativa *C*, que tiene la inversión menor de capital, es la alternativa base en forma automática y debería seleccionarse *a menos* que se justifique el capital adicional (incremental) asociado con la alternativa *D* (\$35,000). En esta situación, la alternativa *D* requiere una inversión mayor de capital pero tiene gastos anuales menores. De otra manera, no sería una alternativa factible. (No sería lógico invertir más capital en una alternativa sin obtener ingresos o ahorros mayores). En el diagrama 3 de la figura 5.2, observe que la diferencia entre las dos alternativas de costo factibles es una alternativa de inversión.

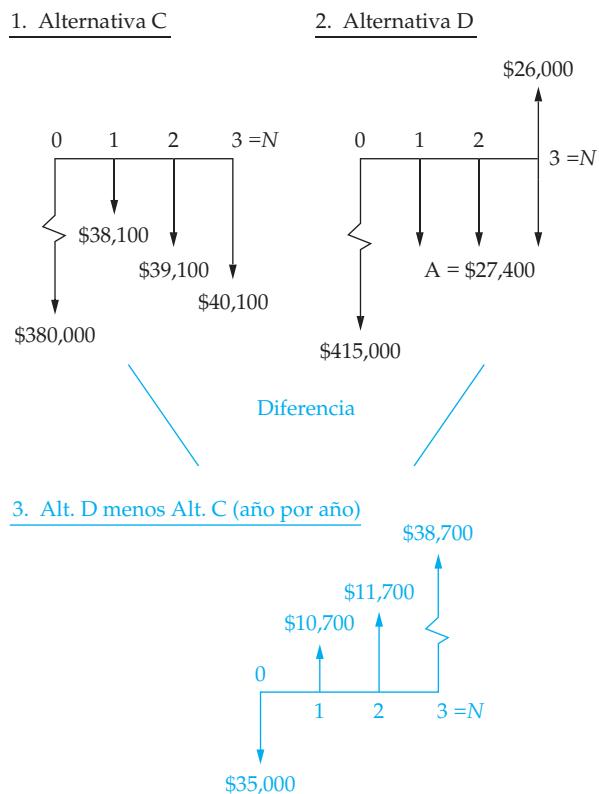
En este segundo ejemplo, con una TREMA = 10% anual, el  $VP(10\%)_C = -\$477,077$ , y el  $VP(10\%)_D = -\$463,607$ . Se prefiere a la alternativa *D* sobre la *C* porque tiene un VP negativo menor (minimiza los costos). Así, *los gastos anuales menores que se obtienen al invertir el capital adicional de \$35,000 en la alternativa D* tienen un valor presente de  $-\$463,607 - (-\$477,077) = \$13,470$ . Es decir, el  $VP(10\%)_{Dif} = \$13,470$ , y se justifica el capital adicional que se invierte en la alternativa *D*.

### 5.2.2 Asegurar una base comparable

Cada una de las alternativas mutuamente excluyentes que se seleccionan para el análisis detallado satisface los requerimientos de funcionalidad establecidos por el proyecto de ingeniería (sección 1.4.2). Sin embargo, las diferencias entre las alternativas pueden adoptar

**Figura 5.2**

Diagramas de flujo de efectivo de las alternativas C y D, y de su diferencia



muchas formas. Asegurar una base comparable para el análisis de éstas requiere que en los flujos de efectivo de las alternativas se incluya cualquier efecto económico que tuvieran dichas diferencias [así como compararlas durante el mismo periodo de análisis (véase la sección 5.3)]. De otra manera, podría seleccionarse la alternativa de diseño equivocada para implantar el proyecto. Los siguientes son ejemplos de los tipos de diferencias que podrían presentarse:

1. Factores de desarrollo operativo, tales como capacidad de producción, velocidad, empuje, tasa de disipación de calor, confiabilidad, eficiencia en el consumo de combustible, tiempo de arranque, etcétera.
2. Factores de calidad, tales como el número de unidades libres de defectos que se producen por periodo, o porcentaje de unidades defectuosas (tasa de rechazos).
3. Vida útil, inversión de capital requerida, cambios en los ingresos, gastos varios o ahorro en los costos anuales, etcétera.

Esta lista de ejemplos podría alargarse. Sin embargo, deben identificarse las diferencias específicas para cada proyecto de ingeniería, así como sus alternativas de diseño. Entonces, como el análisis económico de alternativas mutuamente excluyentes se centra en las diferencias entre ellas (principio 2 del capítulo 1), las estimaciones de flujo de efectivo para las alternativas deben incluir los costos económicos implícitos.

En resumen, el análisis económico de alternativas mutuamente excluyentes para realizar un proyecto de ingeniería debe hacerse sobre una base comparable. Como cada alternativa satisface los mismos requerimientos de funcionalidad establecidos para el proyecto, y existen algunas diferencias entre ellas, tales como capacidades de rendimiento, vidas útiles, calidad del producto u otros factores, deben incluirse las consecuencias económicas de dichas diferencias (desde el punto de vista de la empresa) en las estimaciones de flujo de efectivo y el método de análisis. *Ésta es una premisa fundamental para comparar alternativas en el capítulo 5 y los que le siguen.*

En la sección 2.5 se dieron dos reglas para facilitar el análisis correcto y la comparación de alternativas que se excluyen entre sí, cuando el valor del dinero en el tiempo no es un factor a considerar (estudios económicos contemporáneos). Por conveniencia, aquí se repiten dichas reglas y se amplían para que incluyan el valor del dinero en el tiempo:

- Regla 1: Cuando están presentes ingresos y otros beneficios económicos que varían entre las alternativas, elija la alternativa que *maximice* la rentabilidad conjunta. Es decir, seleccione la alternativa que tenga el valor equivalente más grande con  $i = \text{TREMA}$ , y que satisfaga todos los requerimientos del proyecto.
- Regla 2: Cuando *no* estén presentes ingresos u otros beneficios económicos o sean constantes para todas las alternativas, sólo considere sus costos y seleccione aquella que *minimice* el costo total. Es decir, seleccione la alternativa que tenga el valor equivalente negativo más pequeño con  $i = \text{TREMA}$ , y que satisfaga todos los requerimientos del proyecto.

En lo que resta del capítulo se resaltarán estas consideraciones en varios de los problemas de ejemplo.

### 5.3 El periodo de estudio (análisis)

A veces el periodo de estudio (análisis) se conoce como *horizonte de planeación*, y es el periodo seleccionado durante el cual se comparan las alternativas mutuamente excluyentes. La determinación del periodo de estudio para una situación de toma de decisiones puede verse influida por varios factores, por ejemplo, el periodo de servicio que se requiere, la vida útil\* de la alternativa de menor duración, la vida útil de la alternativa de mayor duración, la política de la empresa, etcétera. *El punto clave es que el periodo de estudio que se seleccione debe ser apropiado para la situación de toma de decisiones que se investiga.*

Las vidas útiles de las alternativas que se comparan, en relación con el periodo de estudio que se eligió, pueden implicar dos tipos de situaciones:

1. Caso 1: Las vidas útiles de las alternativas son iguales para todas ellas e iguales a la duración del periodo de estudio.
2. Caso 2: Las vidas útiles de las alternativas son diferentes entre sí y, por lo menos, una no es igual a la duración del periodo de estudio.

---

\* La vida útil de un activo es el periodo durante el que tiene uso productivo en un comercio o negocio.

El análisis y comparación de las vidas diferentes entre las alternativas es algo complicado. En tales casos, para realizar estudios de ingeniería económica, se adopta la regla de comparar alternativas mutuamente excluyentes durante el mismo periodo. La suposición de repetición y la de terminación simultánea son dos tipos de supuestos que se emplean para efectuar estas comparaciones.

La *suposición de repetición* implica dos condiciones principales:

1. El periodo de estudio para el que se comparan las alternativas es de duración indefinida, o bien, igual a un múltiplo común de las vidas de las alternativas.
2. Las consecuencias económicas que se estima que ocurrirán en la extensión inicial de la vida útil de una alternativa, también sucederán en todas las extensiones de vida sucesivas (reemplazos).

Es poco común que se presenten ambas condiciones en situaciones reales de ingeniería, lo cual tiende a limitar el uso del supuesto de repetición, excepto en aquellas condiciones donde la diferencia entre la utilidad anual del primer ciclo de vida y la utilidad anual para más de un ciclo de vida de los activos implicados sea muy pequeña.\*

La *suposición de terminación simultánea* utiliza un periodo de estudio finito e idéntico para todas las alternativas. Este horizonte de planeación, en combinación con ajustes apropiados para los flujos de efectivo que se estiman, ubica a las alternativas sobre una base común y comparable. Por ejemplo, si la situación supone la prestación de un servicio, se aplica el mismo requerimiento de periodo a cada una de las alternativas que se comparan. Para forzar la coincidencia de las duraciones de los flujos de efectivo y del tiempo de terminación simultánea, se realizan ajustes (con base en suposiciones adicionales) en las estimaciones de flujo de efectivo de las alternativas de proyecto, cuyas vidas útiles son distintas del periodo de estudio. Por ejemplo, si una alternativa tiene vida útil más breve que la del periodo de estudio, para los años restantes podría suponerse y emplearse el costo estimado anual de contratación de las actividades implicadas. En forma similar, si la vida útil de una alternativa es más larga que el periodo de estudio, es común utilizar un valor de mercado vuelto a estimar como flujo de efectivo terminal al final de la vida de terminación simultánea del proyecto.

## 5.4 Caso 1: Las vidas útiles son iguales al periodo de estudio

Cuando la vida útil de una alternativa es igual al periodo de estudio seleccionado, no se requiere realizar ajustes a los flujos de efectivo. En esta sección se analiza la comparación de alternativas mutuamente excluyentes empleando los métodos del valor anual equivalente y de tasa de rendimiento, cuando las vidas útiles de todas las alternativas son iguales a la del periodo de estudio.

\* T. G. Eschenbach y A. E. Smith, "Violating the Identical Repetition Assumption of EAC", *Proceedings, International Industrial Engineering Conference* (mayo de 1990), The Institute of Industrial Engineers, Norcross, GA, págs. 99-104.

### 5.4.1 Métodos del valor anual equivalente

En el capítulo 4 se aprendió que los métodos del valor anual equivalente convierten todos los flujos de efectivo relevantes a sus montos presente, anual o futuro, equivalentes. Cuando se emplean estos métodos, la consistencia de las alternativas de selección proviene de sus relaciones de equivalencia. Asimismo, el rango económico de las alternativas mutuamente excluyentes será el mismo al usar los tres métodos. Considere el caso general de dos alternativas  $A$  y  $B$ . Si

$$\text{VP}(i\%)_A < \text{VP}(i\%)_B,$$

entonces

$$\text{VP}(i\%)_A(A/P, i\%, N) < \text{VP}(i\%)_B(A/P, i\%, N)$$

y

$$\text{VA}(i\%)_A < \text{VA}(i\%)_B.$$

En forma similar,

$$\text{VP}(i\%)_A(F/P, i\%, N) < \text{VP}(i\%)_B(F/P, i\%, N)$$

y

$$\text{VF}(i\%)_A < \text{VF}(i\%)_B.$$

La técnica más directa para comparar alternativas mutuamente excluyentes cuando todas sus vidas útiles son iguales al periodo de estudio, consiste en calcular el valor equivalente de cada alternativa, con base en la inversión total con  $i = \text{TREMA}$ . Entonces, se elige aquella alternativa de inversión con el mayor valor positivo equivalente. Y, en el caso de alternativas de costo, se selecciona la de valor equivalente menos negativo.

#### EJEMPLO 5.1

Se estudian tres alternativas de inversión mutuamente excluyentes para implantar la automatización de una oficina en una empresa de diseño de ingeniería. Cada alternativa satisface los mismos requerimientos de servicio (apoyo), aunque entre ellas hay diferencias en los montos de inversión de capital y los beneficios (ahorro en costos). El periodo de estudio es de 10 años, y las vidas útiles de las tres alternativas también son de 10 años. Se acepta que el valor de mercado de todas las alternativas es de cero al final de sus vidas útiles. Si la TREMA de la compañía es del 10% anual, ¿cuál alternativa debe seleccionarse en vista de las estimaciones siguientes?

	Alternativa		
	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>
Inversión de capital	\$390,000	\$920,000	\$660,000
Ahorro anual en costos	69,000	167,000	133,500

**SOLUCIÓN:** *Solución del ejemplo 5.1 con el método del VP*

$$VP(10\%)_A = -\$390,000 + \$69,000(P/A, 10\%, 10) = \$33,977,$$

$$VP(10\%)_B = -\$920,000 + \$167,000(P/A, 10\%, 10) = \$106,148,$$

$$VP(10\%)_C = -\$660,000 + \$133,500(P/A, 10\%, 10) = \$160,304.$$

Con base en el método del VP, conviene seleccionar la alternativa C, puesto que tiene el VP más elevado (\$160,304). El orden de preferencia es  $C > B > A$ , donde  $C > B$  significa que se prefiere a C sobre B.

**SOLUCIÓN:** *Solución del ejemplo 5.1 con el método del VA*

$$VA(10\%)_A = -\$390,000(A/P, 10\%, 10) + \$69,000 = \$5,547,$$

$$VA(10\%)_B = -\$920,000(A/P, 10\%, 10) + \$167,000 = \$17,316,$$

$$VA(10\%)_C = -\$660,000(A/P, 10\%, 10) + \$133,500 = \$26,118.$$

Otra vez se elige la alternativa C porque tiene el mayor VA (\$26,118).

**SOLUCIÓN:** *Solución del ejemplo 5.1 con el método del VF*

$$VF(10\%)_A = -\$390,000(F/P, 10\%, 10) + \$69,000(F/A, 10\%, 10) = \$88,138,$$

$$VF(10\%)_B = -\$920,000(F/P, 10\%, 10) + \$167,000(F/A, 10\%, 10) = \$275,342,$$

$$VF(10\%)_C = -\$660,000(F/P, 10\%, 10) + \$133,500(F/A, 10\%, 10) = \$415,801.$$

Con base en el método del VF, de nuevo se elige la alternativa C, porque tiene el mayor VF (\$415,801). En este ejemplo, observe que para los tres métodos (VP, VA y VF), se cumple que  $C > B > A$ , por la relación de equivalencia entre ellos. Asimismo, observe que la regla 1 (sección 5.2.2) se aplica al ejemplo, ya que los beneficios económicos (ahorro en costos) varían entre las alternativas.

Las dos partes del ejemplo 5.2 ilustran el impacto que tienen en el análisis económico las diferencias estimadas en la capacidad de las alternativas de producir mercancías libres de defectos. En la primera parte, cada prensa moldeadora de plástico produce la misma cantidad de unidades, todas ellas libres de defectos. Entonces, en la segunda parte del



**Sitio Web de consulta (<http://pearsoneducation.net/sullivan>):** Ciertos gobiernos europeos están limitando la cantidad de productos plásticos de desecho de los automóviles que pueden depositarse en los basureros. Son deseables soluciones económicas "amistosas con la ecología" que, además, sean eficaces en su costo. Visite el sitio Web para conocer la *comparación de costos* de varias alternativas "amistosas con la ecología".

ejemplo, cada prensa aún produce la misma cantidad total de unidades de salida, pero el porcentaje de unidades defectuosas (tasa de rechazo) varía entre ellas.

### EJEMPLO 5.2

Una compañía planea instalar una prensa nueva y automática para elaborar moldes de plásticos. Están disponibles cuatro prensas diferentes. Las inversiones anuales de capital y gastos por año para las cuatro alternativas mutuamente excluyentes son las siguientes:

	Prensas			
	P1	P2	P3	P4
Inversión de capital	\$24,000	\$30,400	\$49,600	\$52,000
Vida útil (años)	5	5	5	5
Gastos anuales				
Energía	2,720	2,720	4,800	5,040
Mano de obra	26,400	24,000	16,800	14,800
Mantenimiento	1,600	1,800	2,600	2,000
Impuestos a la propiedad y seguros	480	608	992	1,040
Gastos totales anuales	\$31,200	\$29,128	\$25,192	\$22,880

Suponga que cada prensa tiene la misma capacidad de producción (120,000 unidades por año) y carece de valor de mercado al final de su vida útil; el periodo de análisis seleccionado es de cinco años; y se espera que cualquier capital adicional gane al menos 10% anual. ¿Cuál prensa debería elegirse si a) cada prensa produce 120,000 unidades no defectuosas por año, y todas pueden venderse, y b) cada prensa también produce 120,000 unidades por año, pero la tasa de rechazos se estima en 8.4% para la P1, 0.3% para la P2, 2.6% para P3, y 5.6% para P4 (todas las unidades sin defectos pueden venderse). El precio de venta es de \$0.375 por unidad.

#### SOLUCIÓN

- a) Como con cualquier prensa se producirá y venderá el mismo número de unidades no defectuosas por año, pueden ignorarse los ingresos, y la alternativa preferible será aquella que minimice el importe equivalente de los costos totales durante el periodo de análisis de cinco años (regla 2, sección 5.2.2). Es decir, se comparan las cuatro prensas como alternativas de costo. Los cálculos de VP, VA y VF para la alternativa P1, son los siguientes:

$$VP(10\%)_{P1} = -\$24,000 - \$31,200(P/A, 10\%, 5) = -\$142,273,$$

$$VA(10\%)_{P1} = -\$24,000(A/P, 10\%, 5) - \$31,200 = -\$37,531,$$

$$VF(10\%)_{P1} = -\$24,000(F/P, 10\%, 5) - \$31,200(F/A, 10\%, 5) = -\$229,131.$$

Los montos de VP, VA y VF para las alternativas P2, P3 y P4 se determinan con cálculos similares y se muestran en la tabla 5.1 para las cuatro prensas. La alternativa P4 minimiza los tres valores equivalentes de los costos totales, y por ello es la que se prefiere. La clasificación de las preferencias (P4 > P2 > P1 > P3) que resulta del análisis es el mismo para los tres métodos.

**Tabla 5.1** Comparación de cuatro prensas para moldear con el empleo del método del VP, VA y VF, para minimizar los costos totales [parte a), ejemplo 5.2]

Método	Prensa (Montos del valor equivalente)			
	P1	P2	P3	P4
Valor presente	-\$142,273	-\$140,818	-\$145,098	-\$138,734
Valor anual	-37,531	-37,148	-38,276	-36,598
Valor futuro	-229,131	-226,788	-233,689	-223,431

- b) En este apartado del problema, cada una de las cuatro alternativas de prensa produce 120,000 unidades por año, pero tienen estimaciones de tasas de rechazo diferentes. Por lo tanto, el número de unidades sin defectos que se producen y venden por año, así como los ingresos anuales que recibe la compañía, varían de una alternativa a otra. Sin embargo, se supone que los gastos anuales no resultan afectados por las tasas de rechazo. Entonces, la alternativa seleccionada será la que maximice la rentabilidad conjunta (regla 1, sección 5.2.2), es decir, hay que comparar las cuatro prensas como alternativas de inversión. Los cálculos para obtener el VP, VA y VF para la alternativa 4 son los siguientes:

$$VP(10\%)_{P4} = -\$52,000 + [(1 - 0.056)(120,000)(\$0.375) - \$22,880](P/A, 10\%, 5) = \$22,300,$$

$$VA(10\%)_{P4} = -\$52,000(A/P, 10\%, 5) + [(1 - 0.056)(120,000)(\$0.375) - \$22,880] = \$5,882,$$

$$VF(10\%)_{P1} = -\$52,000(F/P, 10\%, 5) + [(1 - 0.056)(120,000)(\$0.375) - \$22,800](F/A, 10\%, 5) \\ = \$35,914.$$

Los valores de VP, VA y VF para las alternativas P1, P2 y P3 se determinan utilizando cálculos parecidos, y en la tabla 5.2 se muestran para todas las alternativas. La alternativa P2 es la que maximiza las tres mediciones de ganancia equivalente de la rentabilidad conjunta, y por ello es la que se prefiere [*versus* P4, en el inciso a)]. La clasificación de las preferencias (P2 > P4 > P3 > P1) es la misma para los tres métodos, pero es di-

**Tabla 5.2** Comparación de cuatro prensas para moldear con el empleo del método del VP, VA y VF, para maximizar la rentabilidad conjunta [parte b), ejemplo 5.2]

Método	Prensa (Montos del valor equivalente)			
	P1	P2	P3	P4
Valor presente	\$13,984	\$29,256	\$21,053	\$22,300
Valor anual	3,689	7,718	5,554	5,882
Valor futuro	22,521	47,117	33,906	35,914

ferente de la clasificación del inciso a). Las diferencias en la alternativa seleccionada y clasificación de la preferencia del inciso b) son resultado de la distinta capacidad de las prensas para producir unidades terminadas sin defecto.

### 5.4.2 Métodos de la tasa de rendimiento

En Estados Unidos, el rendimiento anual de una inversión es una medición popular de la rentabilidad. Cuando se usan los métodos de la tasa de rendimiento para evaluar alternativas mutuamente excluyentes, la mejor de ellas produce resultados funcionales satisfactorios y requiere la inversión mínima de capital. Esto es verdad a menos que una inversión mayor se justifique en términos de sus beneficios y costos incrementales. En concordancia con lo anterior, los tres lineamientos siguientes se aplican a los métodos de tasa de rendimiento:

1. Cada incremento de capital debe justificarse a sí mismo produciendo una tasa de rendimiento suficiente (mayor o igual a la TREMA) sobre dicho incremento.
2. Se debe comparar una alternativa de inversión más elevada contra una de inversión más baja sólo cuando esta última sea aceptable. La diferencia entre las dos alternativas por lo general es una *alternativa de inversión* y permite que se determine la mejor.
3. Se selecciona la alternativa que requiera la inversión de capital más alta, en tanto se justifique la inversión incremental a través de los beneficios que reditúen al menos la TREMA. Esto maximiza el valor equivalente de la inversión total con  $i = \text{TREMA}$ .

No se deben comparar las TIR de alternativas mutuamente excluyentes (o TIR de las diferencias entre alternativas mutuamente excluyentes) con las de otras alternativas. Sólo hay que comparar una TIR con la TREMA ( $\text{TIR} \geq \text{TREMA}$ ) para determinar qué tan aceptable resulta una alternativa.

Estos lineamientos pueden implantarse con el uso de la *técnica del análisis de la inversión incremental* con métodos de tasa de rendimiento.\* Sin embargo, primero se estudiará el *problema de la clasificación inconsistente*, que llega a ocurrir por usar en forma incorrecta los métodos de la tasa de rendimiento para comparar alternativas.

**5.4.2.1 El problema de la clasificación inconsistente** En la sección 5.2 se estudió un proyecto de inversión pequeño que implicaba dos alternativas, A y B. Aquí se vuelve a dar el flujo de efectivo para cada alternativa, así como la diferencia de flujo de efectivo (incremental).

	Alternativa	Diferencia
	A	B
Inversión de capital	\$60,000	\$73,000
Ingresos menos gastos, anuales	22,000	26,225

\* El método de la TIR es el que más se emplea en Estados Unidos para medir el valor del dinero en el tiempo. Debe aprenderse la técnica del análisis incremental para aplicar en forma correcta el método de la TIR en la comparación de alternativas mutuamente excluyentes.

La vida útil de cada alternativa y el periodo de estudio es de cuatro años. Asimismo, suponga que la TREMA = 10% anual. En primer lugar, hay que verificar si la suma de los flujos de efectivo positivos exceden la suma de los negativos. En este problema, tal es el caso, por lo que se calculan la TIR y el VP(10%) de cada alternativa, y los resultados son los siguientes:

Alternativa	TIR	VP(10%)
A	17.3%	\$ 9,738
B	16.3	10,131

Si en este momento se tomara una decisión con base en la TIR máxima del flujo de efectivo total, se elegiría la alternativa A. Pero, con base en el VP máximo de la inversión total con  $i = \text{TREMA}$ , se preferiría la alternativa B. Es evidente que aquí hay una clasificación inconsistente de las dos alternativas de inversión mutuamente excluyentes.

Ahora que sabemos que la alternativa A es aceptable ( $\text{TIR} > \text{TREMA}$ ; VP con la TREMA  $> 0$ ), se analizará el flujo de efectivo incremental entre las dos alternativas, al que nos referiremos como  $\Delta(B - A)$ . La TIR de este incremento,  $\text{TIR}_\Delta$ , es del 11.4%. Este valor es mayor que el de la TREMA, 10%, y se justifica la inversión incremental de \$13,000. El resultado se confirma por el VP del incremento,  $\text{VP}_\Delta(10\%)$ , que es igual a \$393. Así, cuando se usa la TIR del flujo de efectivo incremental *versus* la TIR del flujo de efectivo total para cada alternativa, las clasificaciones de A y B son consistentes con la que se basa en el VP de la inversión total.

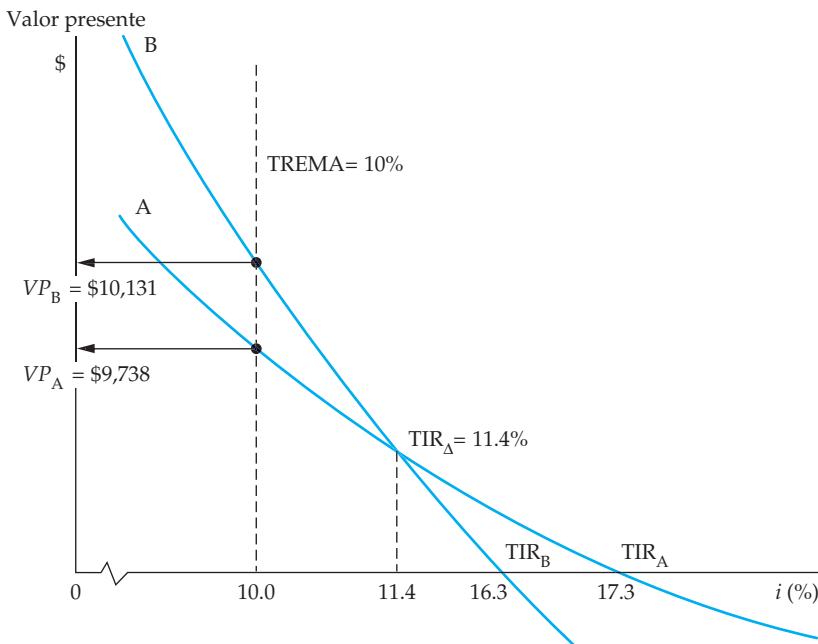
El papel fundamental que juega el flujo neto de efectivo incremental,  $\Delta(B - A)$ , en la comparación de dos alternativas (donde B tiene la mayor inversión de capital) se basa en la relación:

$$\text{Flujo de efectivo de } B = \text{flujo de efectivo de } A + \text{flujo de efectivo de la diferencia.}$$

Resulta claro que el flujo de efectivo de B consta de dos partes. La primera es igual al flujo de efectivo de la alternativa A, y la segunda es el flujo de efectivo incremental entre A y B,  $\Delta(B - A)$ . Es claro que si el valor equivalente de la diferencia es mayor o igual a cero con  $i = \text{TREMA}$ , entonces es preferible la alternativa B. De otra manera, como se justifica la alternativa A (una *alternativa base aceptable*), ésta es la que se prefiere. Siempre se cumple que si  $\text{VP}_\Delta \geq 0$ , entonces  $\text{TIR}_\Delta \geq \text{TREMA}$ . Por lo tanto, en este ejemplo se prefiere la alternativa B sobre la A.

La figura 5.3 ilustra cómo pueden ocurrir los errores en la clasificación si la selección entre alternativas mutuamente excluyentes se basa en forma errónea en la maximización de la TIR del flujo de efectivo total. Cuando la TREMA se ubica a la izquierda de la  $\text{TIR}_\Delta$  (en este caso, 11.4%), se tomará una decisión incorrecta al seleccionar la alternativa que maximiza la tasa interna de rendimiento. Esto es porque el método de la TIR supone que los flujos de efectivo se reinvierten a la tasa de rendimiento calculada (en este caso, 17.3% y 16.3%, respectivamente, para las alternativas A y B), mientras que el método del VP supone que la inversión ocurre con la TREMA (10%).

La figura 5.3 muestra los resultados anteriores con  $\text{VP}_B > \text{VP}_A$  con TREMA = 10%, aun cuando  $\text{TIR}_A > \text{TIR}_B$ . Asimismo, la figura ilustra cómo evitar esta inconsistencia en la cla-



**Figura 5.3** Ilustración del error en la clasificación, en estudios que usan el método de la tasa interna de rendimiento

sificación, examinando la TIR del incremento,  $TIR_{\Delta}$ , que lleva en forma correcta a la selección de la alternativa  $B$ , al igual que con el método del VP.

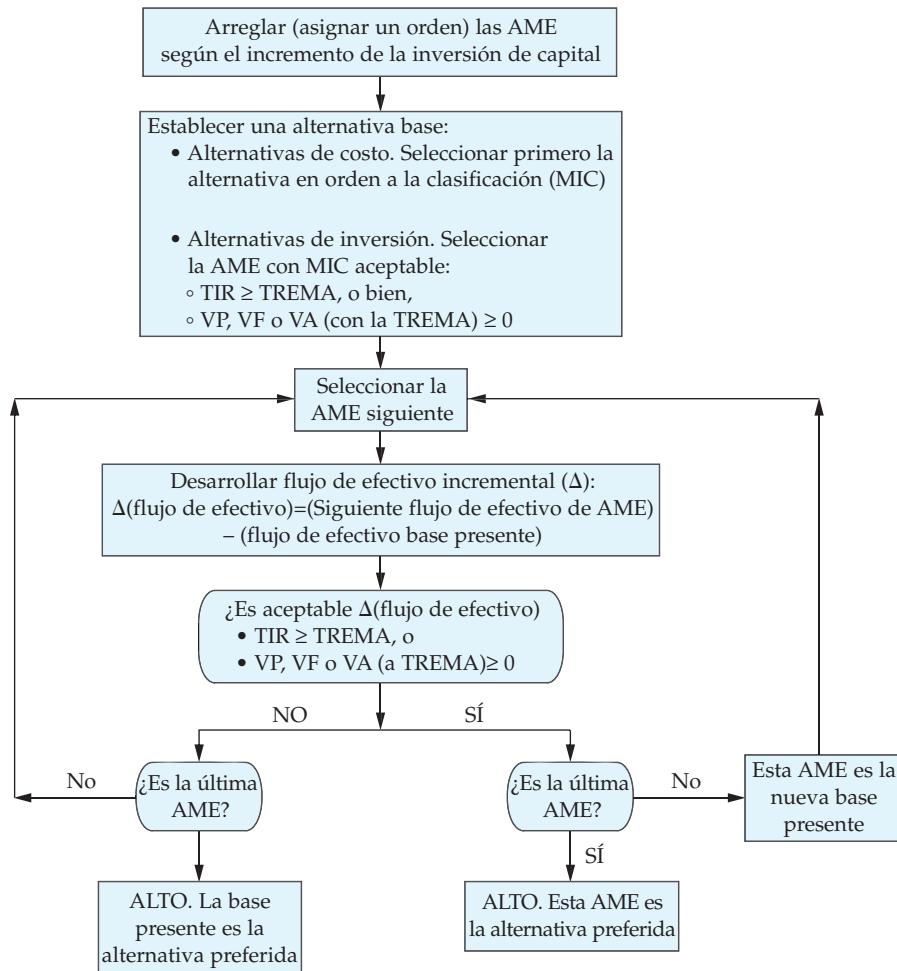
#### 5.4.2.2 Procedimiento de análisis de la inversión incremental

El procedimiento del análisis de la inversión incremental se recomienda para evitar la clasificación incorrecta de alternativas mutuamente excluyentes cuando se usan métodos de tasa de rendimiento. Este procedimiento se empleará en lo que resta del libro.

El procedimiento de análisis incremental para la comparación de alternativas mutuamente excluyentes se sintetiza en tres etapas básicas (y se ilustra en la figura 5.4):

1. Arregle (clasifique en orden) las alternativas factibles con base en el aumento de la inversión de capital.\*

\* Esta regla de clasificación supone un conjunto lógico de alternativas mutuamente excluyentes. Es decir, para alternativas de inversión o costo, el incremento en la inversión inicial da lugar a beneficios económicos adicionales, ya sea por aumento en los ingresos, reducción en los costos, o una combinación de ambos. Asimismo, esta regla supone que para cualquier flujo de efectivo no convencional, se usaría el método de análisis del VP, VA, o VF o TER, en lugar del de la TIR. Dicho de forma sencilla, un flujo de efectivo no convencional supone cambios de signo múltiples, o flujo de efectivo positivo en el momento 0, o ambos. Para un estudio más detallado de las reglas de clasificación, véase C. S. Park y G. P. Sharp-Bette, *Advanced Engineering Economy* (New York: John Wiley & Sons, 1990).



AME = Alternativa mutuamente excluyente

MIC = Menor inversión de capital

**Figura 5.4** Procedimiento de análisis de la inversión incremental

**2. Establezca una alternativa base.**

- a) Alternativas de costo —La primera alternativa (menor inversión de capital) es la base.
  - b) Alternativas de inversión: Si la primera alternativa es aceptable ( $TIR \geq TREMA$ ;  $VP$ ,  $VF$  o  $VA$  con la  $TREMA, \geq 0$ ), se selecciona como la base. Si la primera alternativa no es aceptable, hay que elegir la alternativa que sigue en el orden de incremento de inversión de capital, y verificar los valores del criterio de rentabilidad ( $VP$ , etcétera). Continúe de esta manera hasta obtener una alternativa aceptable. Si no se obtiene ninguna, se elige la alternativa de no hacer nada.
3. Utilice un método iterativo para evaluar las diferencias (flujos de efectivo incrementales) entre las alternativas hasta que se hayan considerado todas ellas.

- Si el flujo de efectivo incremental entre la alternativa siguiente (inversión de capital más grande) y la alternativa presente seleccionada es aceptable, hay que elegir la siguiente como la mejor alternativa presente. De otra manera, hay que conservar la última alternativa aceptable como la mejor presente.
- Repite y seleccione como la alternativa preferida a la última para la cual fue aceptable el flujo de efectivo incremental.

### EJEMPLO 5.3

Suponga que se están analizando las siguientes seis alternativas mutuamente excluyentes para un proyecto pequeño de inversión (arreglado en orden creciente de inversión de capital), usando el método de la TIR. La vida útil de cada alternativa es de 10 años, y la TREMA es del 10% anual. Asimismo, los ingresos netos anuales menos los gastos varían entre una y otra alternativa, y se aplica la regla 1, sección 5.2.2. Si el periodo del estudio es de 10 años, y los valores de mercado (rescate) son de 0, ¿cuál alternativa debe seleccionarse? Observe que las alternativas se han *clasificado en orden* de la menor inversión de capital a la mayor.

	Alternativa					
	A	B	C	D	E	F
Inversión de capital	\$900	\$1,500	\$2,500	\$4,000	\$5,000	\$7,000
Ingresos menos gastos anuales	150	276	400	925	1,125	1,425

### SOLUCIÓN

Para cada una de las alternativas factibles, se calcula la TIR sobre el flujo de efectivo total determinando la tasa de interés a la que VP, VF o VA son iguales a cero (se ilustra el uso del VA para la alternativa A):\*

$$0 = -\$900(A/P, i'_A\%, 10) + \$150; i'\% = ?$$

Por ensayo y error se determina que  $i'_A\% = 10.6\%$ . De la misma manera, se calculan las TIR de todas las alternativas y se resumen a continuación:

	A	B	C	D	E	F
TIR del flujo total de efectivo	10.6%	13.0%	9.6%	19.1%	18.3%	15.6%

En este punto, *sólo la alternativa C es inaceptable* y se elimina de la comparación porque su TIR es menor que la TREMA del 10% anual. Asimismo, la A es la alternativa base a partir

\* Las tres etapas del procedimiento de análisis incremental que se explicaron con anterioridad (y que se ilustran en la figura 5.4) no requieren el cálculo del valor de la TIR para cada alternativa. En este ejemplo se usa la TIR de cada alternativa por razones didácticas.

**Tabla 5.3** Comparación de cinco alternativas aceptables de inversión, con el uso del método de la TIR (ejemplo 5.3)

Incremento considerado	$A$	$\Delta(B - A)$	$\Delta(D - B)$	$\Delta(E - D)$	$\Delta(F - E)$
$\Delta$ Inversión de capital	\$900	\$600	\$2,500	\$1,000	\$2,000
$\Delta$ Ingresos anuales menos gastos	\$150	\$126	\$649	\$200	\$300
$TIR_{\Delta}$	10.6%	16.4%	22.6%	15.1%	8.1%
¿Se justifica el incremento?	Sí	Sí	Sí	Sí	No

de la cual se comienza el procedimiento de análisis de la inversión incremental, porque es la alternativa mutuamente excluyente con la inversión de capital más baja, cuya TIR (10.6%) es mayor o igual que la TREMA (10%). Este análisis preliminar de la factibilidad de cada alternativa con el empleo del método de la TIR, VP, FV o VA no se requiere en el procedimiento de análisis incremental. Sin embargo, es útil cuando se analiza un conjunto grande de alternativas mutuamente excluyentes. De inmediato se eliminan las alternativas que no sean factibles (no rentables) y se identifica con facilidad la alternativa base.

Como se estudió en la sección 5.4.2.1, no es necesario corregir para seleccionar la alternativa que maximice la TIR sobre el flujo de efectivo total. Es decir, la alternativa  $D$  podría no ser la mejor elección, ya que la maximización de la TIR no garantiza la maximización del valor equivalente sobre la inversión total a la TREMA, ni la maximización resultante del bienestar futuro de una organización para sus propietarios. Por lo tanto, para tomar la decisión correcta, se debe examinar cada incremento de inversión de capital para ver si se recuperará. La tabla 5.3 proporciona el análisis de las cinco alternativas restantes, y se calculan de nuevo las TIR sobre los flujos de efectivo incrementales al fijar  $VA_{\Delta}(i') = 0$  para las diferencias de flujo de efectivo entre las alternativas.

En la tabla 5.3, es evidente que se elegirá la alternativa  $E$  (no la  $D$ ) porque requiere la inversión más grande para la cual se justifica el último incremento de inversión de capital. Es decir, se desea invertir incrementos adicionales de los \$7,000 presuntamente disponibles para este proyecto, en tanto cada incremento evitable de la inversión pueda ganar el 10% o más por año.

En el ejemplo 5.3 (y en todos los demás que incluyen alternativas mutuamente excluyentes, a menos que se indique lo contrario) se supuso que el capital disponible para un proyecto que *no* se destina a una de las alternativas factibles, se invierte en algún otro proyecto donde gana un rendimiento igual a la TREMA. Por lo tanto, en este caso, se supone que los \$2,000 que se dejan fuera al seleccionar la alternativa  $E$  en vez de la  $F$  ganan el 10% por año en cualquier lado, lo cual es más alto de lo que se obtendría al invertirlos en  $F$ .

En resumen, en este tipo de análisis se cometan en forma común tres tipos de errores, que son seleccionar la alternativa mutuamente excluyente 1. con la TIR conjunta más elevada sobre el flujo total de efectivo, o 2. con la TIR más alta sobre la inversión de capital incremental, o 3. con la inversión mayor de capital que tiene una TIR mayor o igual a la TREMA. Por lo general, ninguno de estos criterios es correcto. Así, en el ejemplo 5.3 podría elegirse en forma errónea la alternativa  $D$  en lugar de la  $E$ , porque la TIR para el incremento de  $B$  a  $D$  es del 22.6%, y la de  $D$  a  $E$  sólo es del 15.1% (error 2). Un error más obvio, como se analizó antes, es la tentación de maximizar la TIR sobre el flujo de efectivo.

vo total y seleccionar la alternativa  $D$  (error 1). El tercer error se cometería al seleccionar la alternativa  $F$  en razón de que tiene la inversión total más grande con una TIR mayor que la TREMA ( $15.6\% > 10\%$ ).

Los métodos de valor equivalente también se aplican utilizando el procedimiento de análisis incremental para comparar alternativas mutuamente excluyentes. La clasificación de las alternativas será consistente con la de los montos de valor equivalente con base en la inversión total para cada alternativa. La clasificación también será consistente con la de los métodos de tasa de rendimiento si se utiliza el análisis incremental. Cuando el valor equivalente del flujo de efectivo de una inversión es mayor o igual a cero con  $i = \text{TREMA}$ , su TIR es mayor que la TREMA. Por lo tanto, los métodos de valor equivalente, con el empleo del análisis de inversión incremental, resultan útiles como *métodos de sondeo* para el método de la TIR. Es decir, se toman las mismas decisiones que conciernen a incrementos adicionales de inversión de capital. Estos puntos se estudian en el ejemplo 5.4.

### EJEMPLO 5.4

Se muestra la inversión estimada de capital y los gastos anuales (con base en 1,500 horas de operación por año) de cuatro alternativas de diseño de un compresor de aire impulsado por diesel, así como el valor estimado de mercado para cada diseño al final de la vida útil común de cinco años. La perspectiva (principio 3, capítulo 1) de dichas estimaciones de costo es la del usuario típico (compañía constructora, departamento de infraestructura de una planta, oficina gubernamental de carreteras, etcétera). El periodo de estudio es de cinco años, y la TREMA del 20% anual. Debe seleccionarse uno de los diseños para el compresor, y cada uno de ellos ofrece el mismo nivel de servicio. Con base en esta información, 1) determine la alternativa preferible de diseño empleando el método de la TIR, y 2) demuestre que el método del VP ( $i = \text{TREMA}$ ) utilizando el procedimiento de análisis incremental desemboca en la misma decisión. Observe que este ejemplo es una *situación de tipo costo con cuatro alternativas de costo mutuamente excluyentes*. La siguiente solución ilustra el uso del procedimiento del análisis incremental para comparar alternativas de costo y aplica la regla 2 de la sección 5.2.2:

	Alternativa de diseño			
	D1	D2	D3	D4
Inversión de capital	\$100,000	\$140,600	\$148,200	\$122,000
Gastos anuales	29,000	16,900	14,800	22,100
Vida útil (años)	5	5	5	5
Valor de mercado	10,000	14,000	25,600	14,000

### SOLUCIÓN

El primer paso es arreglar (clasificar en orden) las cuatro alternativas de costo mutuamente excluyentes con base en su incremento de costos de inversión de capital. Por lo tanto, el orden de las alternativas para el análisis incremental es D1, D4, D2 y D3.

**Tabla 5.4** Comparación de cuatro alternativas de costo (diseño) por medio de los métodos de la TIR y el VP con análisis incremental (ejemplo 5.4)

Incremento considerado	$\Delta(D4 - D1)$	$\Delta(D2 - D4)$	$\Delta(D3 - D4)$
$\Delta$ Inversión de capital	\$22,000	\$18,600	\$26,200
$\Delta$ Gasto anual (ahorros)	6,900	5,200	7,300
$\Delta$ Valor de mercado	4,000	0	11,600
Vida útil (años)	5	5	5
$TIR_{\Delta}$	20.5%	12.3%	20.4%
¿Se justifica el incremento?	Sí	No	Sí
$VP_{\Delta}(20\%)$	\$243	-\$3,049	\$293
¿Se justifica el incremento?	Sí	No	Sí

Como se trata de alternativas de costo, la que tiene la menor inversión de capital, D1, es la alternativa base. Por lo tanto, se preferirá la alternativa base, a menos que los incrementos adicionales de inversión de capital puedan causar ahorro en los costos (ganancias) que lleven a un rendimiento mayor o igual a la TREMA.

El primer flujo de efectivo incremental por analizarse es el que está entre los diseños D1 y D4,  $\Delta(D4 - D1)$ . En la tabla 5.4 se presenta el resumen de resultados de este análisis y el de las diferencias subsecuentes entre las alternativas de costo; en la figura 5.5 se ilustra el análisis de la inversión incremental para el método de la TIR. Estos resultados indican lo siguiente:

1. Los flujos de efectivo incrementales entre las alternativas de costo son, en efecto, alternativas de inversión.
2. El primer incremento,  $\Delta(D4 - D1)$ , se justifica ( $TIR_{\Delta} = 20.5\%$  es mayor que la TREMA = 20%, y  $VP_{\Delta}(20\%) = \$243 > 0$ ); el incremento  $\Delta(D2 - D4)$  no se justifica; y el último in-

**Figura 5.5**

Representación de los incrementos de inversión de capital y TIR sobre los incrementos que se consideraron para seleccionar el diseño 3 (D3) en el ejemplo 5.4

	Análisis de la inversión incremental			Selección
	Incremento de la inversión	Inversión de capital	TIR <sub>Δ</sub>	
D1	$\Delta(D3 - D4)$	\$26,200	20.4% (Aceptado)	D3*
	$\Delta(D2 - D4)$	\$18,600	12.3% (Rechazado)	
	$\Delta(D4 - D1)$	\$22,000	20.5% (Aceptado)	
		\$100,000	Alternativa Base*	
				\$148,200

\*Como se trata de alternativas de costo, no puede calcularse la TIR.

cremento,  $\Delta(D_3 - D_4)$ , se justifica [no así  $\Delta(D_3 - D_2)$  porque ya se mostró que el diseño  $D_2$  es inaceptable], de lo que resulta la selección del diseño  $D_3$  para el compresor de aire. Es la inversión más elevada para la que cada incremento de la inversión de capital se justifica desde la perspectiva del usuario.

3. La misma decisión de inversión de capital se obtiene con el método de la TIR y del VP empleando el procedimiento de análisis incremental, porque *cuando el valor equivalente de una inversión con  $i = \text{TREMA}$  es mayor que cero, su TIR es mayor que la TREMA* (a partir de la definición de la TIR en el capítulo 4).

En el capítulo 4 se explicó el método de la tasa externa de rendimiento. Asimismo, en el apéndice 4.A, se ilustra el método de la TER como sustituto del de la TIR, cuando se analiza el flujo de efectivo de una inversión no convencional. En el ejemplo 5.5 se aplica el método de la TER utilizando el procedimiento de análisis de la inversión incremental, con la finalidad de comparar las alternativas mutuamente excluyentes para un proyecto de mejora de un proceso de ingeniería.

### EJEMPLO 5.5

En una planta de partes automotrices, un equipo de ingenieros está analizando un proyecto de mejora para incrementar la productividad de un centro de fabricación flexible. Los flujos netos de efectivo estimados para las tres alternativas factibles que se comparan se muestran en la tabla 5.5. El periodo de análisis es de seis años, y la TREMA para las inversiones de capital en la planta es del 20% anual. Si se emplea el método de la TER, ¿qué alternativa debería seleccionarse? ( $\epsilon = \text{TREMA}$ ).

**Tabla 5.5 Comparación de tres alternativas mutuamente excluyentes por medio del método de la TER (ejemplo 5.5)**

Fin de periodo	Efectivo de flujos de las alternativas			Análisis incremental de las alternativas		
	A	B	C	$A^a$	$\Delta(B - A)$	$\Delta(C - A)$
0	-\$640,000	-\$680,000	-\$755,000	-\$640,000	-\$40,000	-\$115,000
1	262,000	-40,000	205,000	262,000	-302,000	-57,000
2	290,000	392,000	406,000	290,000	102,000	116,000
3	302,000	380,000	400,000	302,000	78,000	98,000
4	310,000	380,000	390,000	310,000	70,000	80,000
5	310,000	380,000	390,000	310,000	70,000	80,000
6	260,000	380,000	324,000	260,000	120,000	64,000
Análisis incremental:						
$\Delta$ VP de los montos de flujos de efectivo negativos				640,000	291,657	162,498
$\Delta$ VF de los montos de flujos de efectivo positivos				2,853,535	651,091	685,082
TER				28.3%	14.3%	27.1%
$\mathcal{Z}$ Se justifica el incremento?				Sí	No	Sí

<sup>a</sup> El flujo neto de efectivo para la alternativa A, que es el flujo de efectivo incremental entre no hacer ningún cambio (\$0) e implementar la alternativa A.

**SOLUCIÓN**

El procedimiento para usar el método de la TER con el objetivo de comparar alternativas mutuamente excluyentes es el mismo que el de la TIR. La única diferencia está en la metodología de cálculo.

La tabla 5.5 muestra una tabulación del cálculo e indica qué tan aceptable es cada incremento de la inversión de capital considerado. Como estas tres alternativas factibles son un conjunto de alternativas mutuamente excluyentes, la alternativa base es aquella con el menor costo de inversión de capital que se justifica desde el punto de vista económico. Para la alternativa *A*, el VP de los montos de flujo de efectivo negativos, (con  $i = \epsilon\%$ ) es de sólo \$640,000 por costo de inversión. Por lo tanto, la TER para la alternativa *A* es la siguiente:

$$\begin{aligned} \$640,000(F/P, i'\%, 6) &= \$262,000(F/P, 20\%, 5) + \dots + \$260,000 \\ &= \$2,853,535 \end{aligned}$$

$$(F/P, i'\%, 6) = (1 + i')^6 = \$2,853,535 / \$640,000 = 4.4586$$

$$(1 + i') = (4.4586)^{1/6} = 1.2829$$

$$i' = 0.2829, \text{ o bien, TER} = 28.3\%.$$

Con una TREMA = 20% anual, esta inversión de capital se justifica, y la alternativa *A* es una base aceptable. Utilizando cálculos parecidos, se obtiene que el incremento  $\Delta(B - A)$ , con rendimiento del 14.3% no se justifica; mientras que el incremento  $\Delta(C - A)$  sí se justifica, pues su ganancia es del 27.1%. Por lo tanto, la alternativa que se prefiere es la *C* para el proyecto de mejora. En este ejemplo, observe que los ingresos varían entre las alternativas, y que se aplicó la regla 1, sección 5.2.2.

Hasta este punto del capítulo, quedan claras tres observaciones clave en relación con la comparación de alternativas mutuamente excluyentes: 1. los métodos de valor equivalente son menos complicados de usar en cuanto a cálculo se refiere, 2. si se usan en forma apropiada, los métodos de valor equivalente y de tasa de rendimiento serán consistentes en cuanto a la recomendación de la mejor alternativa; pero 3. los métodos de tasa de rendimiento podrían no generar decisiones correctas si el analista o el directivo insisten en maximizar la tasa de rendimiento del flujo total de efectivo. Es decir, debe usarse el análisis de la inversión incremental con métodos de tasa de rendimiento para garantizar que se elija la mejor alternativa.

Considere la tarea que se asignó a Cynthia Jones en el ejemplo 5.6 para reforzar más estas observaciones.

**EJEMPLO 5.6**

El propietario de un estacionamiento en el centro de la ciudad ha contratado una empresa de ingeniería y arquitectura, para determinar si sería atractiva financieramente la construcción de un edificio de oficinas en el terreno que hoy se usa como estacionamiento. Si el sitio continúa como estacionamiento, se necesitarían algunas mejoras para seguir usándolo. Se ha solicitado a Cynthia Jones, ingeniera civil recién contratada y miembro del equipo de proyecto, que lleve a cabo el análisis y realice una recomendación. Los datos

que recabó acerca de cuatro alternativas factibles mutuamente excluyentes que desarrolló el equipo de proyecto se sintetizan a continuación:

Alternativa	Inversión de capital (incluye el terreno)	Ingreso neto anual
P. Continuar con el estacionamiento, pero mejorarlo	\$200,000	\$22,000
B1. Construir un edificio de una planta	4,000,000	600,000
B2. Construir un edificio de dos plantas	5,550,000	720,000
B3. Construir un edificio de tres plantas	7,500,000	960,000

- a) El periodo de estudio que se seleccionó es de 15 años. Para cada alternativa, la propiedad tiene un valor estimado residual al final de los 15 años, que es *igual* al 50% de la inversión de capital que se indica. El propietario del estacionamiento prefiere la información que brinda el método de la TIR, aunque el gerente de la empresa siempre ha insistido en que se use el análisis del VP. Por lo tanto, ella decide realizar el análisis con ambos métodos. Si la TREMA es igual al 10% anual, ¿qué alternativa debería recomendar Cynthia?
- b) ¿Cuál regla (sección 5.2.2) se aplicó en la solución del inciso a)? ¿Por qué?

#### SOLUCIÓN

- a) El VP de la alternativa de estacionamiento (*P*) se calcula como sigue:

$$\begin{aligned} VP_P(10\%) &= -\$200,000 + \$22,000(P/A, 10\%, 15) + \$100,000(P/F, 10\%, 15) \\ &= -\$8,726. \end{aligned}$$

Con cálculos similares se obtienen los montos de VP para las alternativas B1, B2 y B3, que son:

$$VP(10\%)_{B1} = \$1,042,460.$$

$$VP(10\%)_{B2} = \$590,727,$$

$$VP(10\%)_{B3} = \$699,606.$$

Con base en el método del VP, debe recomendarse el edificio de una planta (alternativa B1). (La alternativa *P* es inaceptable, y la clasificación de las preferencias de las alternativas restantes es B1 > B3 > B2).

El método de la TIR requiere más tiempo y esfuerzo de cálculo:

	Alternativas mutuamente excluyentes			
	P	B1	B2	B3
Inversión de capital	\$200,000	\$4,000,000	\$5,550,000	\$7,500,000
Ingreso neto anual	22,000	600,000	720,000	960,000
Valor residual	100,000	2,000,000	2,775,000	3,750,000
TIR <sup>a</sup>	9.3%	13.8%	11.6%	11.4%

<sup>a</sup> Por ejemplo, la TIR de la alternativa *P* se calcula como sigue:  $0 = -\$200,000 + \$22,000(P/A, i\%, 15) + \$100,000(P/F, i\%, 15)$ ;  $i\% = ?$  Por ensayo y error se obtiene  $i' = 9.3\%$ .

**Tabla 5.6** Ejemplo 5.6 (método de la TIR)

	Análisis incremental de las alternativas		
	B1 <sup>b</sup>	Δ(B2 – B1)	Δ(B3 – B1)
Δ Inversión de capital	\$4,000,000	\$1,550,000	\$3,500,000
Δ Ingreso anual	600,000	120,000	360,000
Δ Valor residual	2,000,000	755,000	1,750,000
TIR <sub>Δ</sub> <sup>a</sup>	13.8%	5.5%	8.5%
Decisión	Aceptar el edificio de una planta	Conservar el edificio de una planta, rechazar el de dos	Conservar el edificio de una planta, rechazar el de tres

<sup>a</sup> Por ejemplo, la TIR de Δ(B2–B1) se determina como sigue:  $0 = -\$1,550,000 + \$120,000(P/A, i\%, 15) + \$775,000(P/F, i\%, 15)$ ;  $i\% = 5.5\%$ .

<sup>b</sup> El flujo neto de efectivo para la alternativa B1, que es el flujo de efectivo incremental entre no hacer cambios (\$0) y emprender la alternativa B1.

La alternativa P es inaceptable ( $9.3\% < 10\%$ ), lo que confirma nuestro resultado del inciso a), y no puede servir como la alternativa base a partir de la cual se siga el procedimiento del análisis incremental. Sin embargo, la alternativa B1 es aceptable y representa la menor inversión de capital de las otras tres alternativas factibles, por lo que el análisis incremental se prosigue según se indica en la tabla 5.6.

Por último, Cynthia concluye que el edificio de una planta también es la mejor alternativa si se emplea el método de la TIR. En ese momento, ella dice al gerente: "Si voy a tener que repetir este tipo de análisis que implica alternativas mutuamente excluyentes, tendré que insistir en que se use un método del valor equivalente, tal como el VP, o en disponer de un mejor programa de computadora".

- b) Para resolver el inciso a) se usó la regla 1, ya que los montos de ingreso neto anual varián con las alternativas.

## 5.5 Caso 2: Las vidas útiles de las alternativas son diferentes

Cuando las vidas útiles de las alternativas mutuamente excluyentes son distintas, puede usarse la *suposición de la repetición* para compararlas si el periodo de estudio tiene longitud infinita o es un múltiplo común de las vidas útiles. Esto supone que las estimaciones económicas para el ciclo inicial de vida útil de una alternativa se repetirán en todos los ciclos de reemplazo subsecuentes. Como se estudió en la sección 5.3, esta condición es más firme de lo que parece para su aplicación práctica. Otro punto de vista consiste en considerar el supuesto de repetición como una conveniencia de modelado para propósitos de tomar una decisión actual. *Cuando esta suposición es aplicable a una situación de toma de decisiones, la comparación de alternativas mutuamente excluyentes se simplifica.* Un método de solución que se usa con frecuencia consiste en calcular el VA de cada alternativa durante su

vida útil y seleccionar aquella que tenga el mejor valor (es decir, la que tenga el VA positivo más grande para alternativas de inversión y la que posea el VA menos negativo para alternativas de costo).

Si la suposición de repetición no es aplicable a una situación de toma de decisiones, entonces necesita seleccionarse un periodo de estudio apropiado (*suposición de terminación simultánea*). Éste es el enfoque que se emplea con mayor frecuencia en la práctica de la ingeniería, porque los ciclos de vida de los productos se están haciendo cada vez más cortos. Es frecuente que una o más de las vidas útiles sea más corta o más larga que el periodo de estudio seleccionado. Cuando éste sea el caso, es necesario hacer ajustes en el flujo de efectivo con base en suposiciones adicionales, *de manera que todas las alternativas se comparan durante el mismo periodo de estudio*. En esta situación se aplican los siguientes lineamientos:

**1. (Vida útil) < (Periodo de estudio)**

a) Alternativas de costo: Como cada alternativa de costo tiene que ofrecer el mismo nivel de servicio durante el periodo de estudio, podría ser apropiado contratar el servicio o rentar el equipo necesario durante los años que restan. Otro curso potencial de acción es repetir la parte de la vida útil de la alternativa original, y luego usar un valor de mercado estimado para truncarlo al final del periodo de estudio.

b) Alternativas de inversión: La primera suposición es que todos los flujos de efectivo se reinvertirán en otras oportunidades disponibles para la compañía con la TREMA al final del periodo de estudio. Una segunda suposición implica el reemplazo de la inversión inicial, con otro activo que tenga flujos de efectivo que tal vez sean distintos durante la vida restante. Un método conveniente de solución es calcular el VF de cada alternativa mutuamente excluyente al final del periodo de estudio. También puede usarse el VP para las alternativas de inversión, ya que el VF al final del periodo de estudio (digamos  $N$ ) de cada alternativa es su VP que multiplica a una constante común ( $F/P, i\%, N$ ), donde  $i\% = \text{TREMA}$ .

2. (Vida útil) > (Periodo de estudio): La técnica más común consiste en truncar la alternativa al final del periodo de estudio utilizando un valor de mercado estimado. Esto supone que los activos que se van a desechar se venderán en dicho valor al final del periodo de estudio.

---

El principio que subyace, como se estudió en la sección 5.3, es la comparación de las alternativas mutuamente excluyentes que se estén considerando en la situación de toma de decisiones durante el mismo periodo de estudio (análisis).

---

**EJEMPLO 5.7**

Los datos que se presentan en la página 221 se estimaron para dos alternativas de inversión mutuamente excluyentes,  $A$  y  $B$ , asociadas con un proyecto pequeño de ingeniería para el que existen ingresos y también gastos. Tienen vidas útiles de cuatro y seis años, respectivamente. Si la TREMA = 10% por año, demuestre cuál es la alternativa más deseable empleando métodos de valor equivalente. Utilice la suposición de repetición.

	<i>A</i>	<i>B</i>
Inversión de capital	\$3,500	\$5,000
Flujo de efectivo anual	1,255	1,480
Vida útil (años)	4	6
Valor de mercado al final de la vida útil	0	0

**SOLUCIÓN**

El mínimo común múltiplo de las vidas útiles de las alternativas *A* y *B* es de 12 años. Al usar la suposición de repetición y un periodo de estudio de 12 años, el primer reemplazo (idéntico) de la alternativa *A* ocurrirá al final del año cuatro, y el segundo al final del año ocho. Para la alternativa *B*, un reemplazo parecido sucederá al final del año seis. Esto se ilustra en la parte 1 de la figura 5.6.

**SOLUCIÓN:** *Solución del ejemplo 5.7 por medio del método del VP*

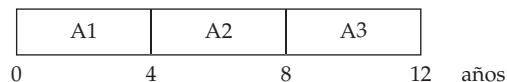
La solución del VP (o VF) debe basarse en la totalidad del periodo de estudio (12 años). El VP del ciclo inicial de vida útil será distinto del VP de los ciclos de reemplazo subsecuentes:

$$\begin{aligned} \text{VP}(10\%)_A &= -\$3,500 - \$3,500[(P/F, 10\%, 4) + (P/F, 10\%, 8)] \\ &\quad + (\$1,255)(P/A, 10\%, 12) \\ &= \$1,028. \end{aligned}$$

**Figura 5.6**  
Ilustración de los supuestos de repetición (ejemplo 5.7) y de terminación simultánea (ejemplo 5.8)

**Parte 1: Suposición de repetición, ejemplo 5.7, el mínimo común múltiplo de las vidas útiles es de 12 años**

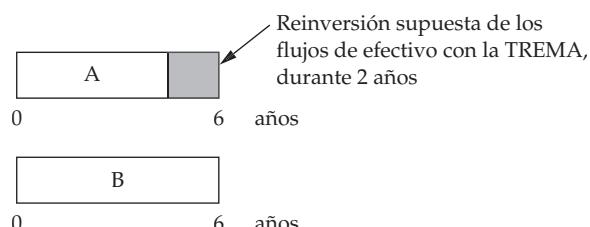
Tres ciclos de la alternativa A:



Dos ciclos de la alternativa B:



**Parte 2: Suposición de terminación simultánea, ejemplo 5.8, periodo de análisis de 6 años.**



$$\begin{aligned}
 VP(10\%)_B &= -\$5,000 - \$5,000(P/F, 10\%, 6) \\
 &\quad + (\$1,480)(P/A, 10\%, 12) \\
 &= \$2,262.
 \end{aligned}$$

Con base en el método del VP, se seleccionaría la alternativa *B*, ya que tiene el valor más grande (\$2,262).

**SOLUCIÓN:** *Solución del ejemplo 5.7 por el método del VA*

El reemplazo de unos activos por otros supone que las estimaciones para el ciclo inicial de vida útil se repetirán en cada ciclo subsiguiente de reemplazo. En consecuencia, el VA tendrá el mismo valor para cada ciclo y para el periodo de estudio (12 años). Esto se demuestra en la siguiente solución por medio del VA, calculando **1)** el VA de cada alternativa durante el periodo de análisis de 12 años, con base en los montos previos de VP, y **2)** determinando el VA de cada alternativa durante un ciclo de vida útil. Con base en los montos de VP calculados con anterioridad, los valores de VA son

$$\begin{aligned}
 VA(10\%)_A &= \$1,028(A/P, 10\%, 12) = \$151, \\
 VA(10\%)_B &= \$2,262(A/P, 10\%, 12) = \$332.
 \end{aligned}$$

A continuación se calcula el VA de cada alternativa durante un ciclo de vida útil:

$$\begin{aligned}
 VA(10\%)_A &= -\$3,500(A/P, 10\%, 4) + (\$1,255) = \$151, \\
 VA(10\%)_B &= -\$5,000(A/P, 10\%, 6) + (\$1,480) = \$332.
 \end{aligned}$$

Esto confirma que ambos cálculos para cada alternativa arrojan el mismo VA, y de nuevo se seleccionaría la alternativa *B* porque tiene el valor más grande (\$332).



**Sitio Web de consulta (<http://www.pearsoneducacion.net/sullivan>):** los proveedores de productos aeroespaciales, tales como escaleras inflables de evacuación, balsas salvavidas y flotadores de helicóptero utilizan dispositivos industriales muy grandes de corte. Sin embargo, el uso normal, las roturas y los avances en las tecnologías nuevas hacen necesario el reemplazo periódico de esas máquinas. Visite el sitio Web para conocer un *análisis de reemplazo* en una compañía industrial donde se emplea la *suposición de repetición*.

### EJEMPLO 5.8

Suponga que el ejemplo 5.7 se modifica de manera que se usa un periodo de análisis de 6 años (suposición de terminación simultánea) en lugar de 12, que se basó en la repetición y el mínimo común múltiplo de las vidas útiles. Quizá el gerente responsable no esté de acuerdo con la suposición de repetición y quiera que se efectúe un análisis de seis años, porque es el horizonte de planeación que se acostumbra emplear en la compañía para hacer proyectos pequeños de inversión.

**SOLUCIÓN**

Una suposición que se hace para una alternativa de inversión (cuando la vida útil es menor que el periodo de estudio) es que la compañía reinvertirá todos los flujos de efectivo a la TREMA hasta el final del periodo de estudio. Esta suposición se aplica a la alternativa A, que tiene una vida útil de cuatro años (dos años menos que el periodo de estudio) y se ilustra en la parte 2 de la figura 5.6. Para analizar esta situación se usa el método del VF:

$$\begin{aligned} \text{VF}(10\%)_A &= [-\$3,500(F/P, 10\%, 4) + (\$1,255)(F/A, 10\%, 4)](F/P, 10\%, 2) \\ &= \$847, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{VF}(10\%)_B &= -\$5,000(F/P, 10\%, 6) + (\$1,480)(F/A, 10\%, 6) \\ &= \$2,561. \end{aligned}$$

Con base en el VF de cada alternativa al final del periodo de estudio de seis años, se elegiría la alternativa B porque tiene el valor más grande (\$2,561).

**EJEMPLO 5.9**

Usted es miembro de un equipo de proyectos de ingeniería que está diseñando una nueva instalación de proceso. Su tarea actual consiste en diseñar la porción de un sistema catalizador que requiere el bombeo de un compuesto acuoso de hidrocarburos, corrosivo y que contiene partículas abrasivas. Para el análisis final y su comparación, usted ha seleccionado dos unidades terminadas de bombeo del compuesto acuoso, de igual capacidad y de proveedores diferentes. Cada unidad tiene el diámetro más grande de propelador que se requiere y un motor de circuitos integrados eléctricos con controles de estado sólido. Ambas unidades proporcionarán el mismo nivel de servicio (apoyo) al sistema catalizador, aunque tienen vidas útiles y costos diferentes.

	Modelo de bomba	
	SP240	HEPS9
Inversión de capital	\$33,200	\$47,600
Gastos anuales:		
Energía eléctrica	\$2,165	\$1,720
Mantenimiento	\$1,100 en el año 1, y de ahí en adelante se incrementa \$500/año	\$500 en el año 4, y de ahí en adelante se incrementa \$100/año
Vida útil (años)	5	9
Valor de mercado (fin de la vida útil)	0	5,000

La compañía necesita la instalación nueva de procesamiento por lo menos durante el plazo futuro de los requerimientos operativos que prevén los pronósticos de planeación estratégica. La TREMA es del 20% por año. Con base en esta información, ¿cuál es el modelo de bomba de compuesto acuoso que conviene seleccionar?

**SOLUCIÓN**

Una elección lógica para este análisis es el supuesto de repetición, así como el empleo de un periodo de estudio infinito, o bien, de 45 años de duración (mínimo común múltiplo de las vidas útiles). Con la repetición, el VA durante la *vida útil* inicial de cada alternativa es el mismo VA durante los periodos de estudio:

$$\begin{aligned} \text{VA}(20\%)_{\text{SP240}} &= -\$33,200(A/P, 20\%, 5) - \$2,165 - [\$1,100 + \$500(A/G, 20\%, 5)] \\ &= -\$15,187, \\ \text{VA}(20\%)_{\text{HEPS9}} &= -\$47,600(A/P, 20\%, 9) - \$5,000(A/F, 20\%, 9) \\ &\quad - \$1,720 - [\$500(P/A, 20\%, 6) \\ &\quad + \$100(P/G, 20\%, 6)] \times (P/F, 20\%, 3) \times (A/P, 20\%, 9) \\ &= -\$13,622. \end{aligned}$$

Con base en la regla 2 (sección 5.22), se debe seleccionar la bomba modelo HEPS9, pues su VA durante su vida útil (nueve años) tiene el valor menos negativo ( $-\$13,622$ ).

Como información adicional, los dos puntos siguientes apoyan la aceptación del supuesto de repetición en el ejemplo 5.9:

1. La suposición de repetición se mide con el horizonte de planeación extenso para la nueva instalación de procesamiento, y con los requerimientos de diseño y operación del sistema catalizador.
2. Si los costos iniciales estimados cambian para ciclos futuros de reemplazo de las bombas, una suposición lógica es que la razón de los valores de VA para las dos alternativas permanecerá igual, aproximadamente. La causa de que esto pase debe ser la competencia entre los dos fabricantes. Entonces, la bomba seleccionada (modelo HEPS9) seguiría siendo la alternativa preferible.

Sin embargo, si aparecieran modelos nuevos o rediseñados de bombas para el compuesto acuoso, se requeriría otro estudio para analizar y comparar todas las alternativas factibles antes de realizar un reemplazo de la bomba seleccionada.

El ejemplo siguiente ilustra la comparación de dos alternativas mutuamente excluyentes para incrementar la capacidad de producción de un sistema crítico en una planta mejorando su disponibilidad operacional.

**EJEMPLO 5.10**

El ingeniero en confiabilidad de una planta de fabricación electrónica está tratando de disminuir el tiempo de producción de sistemas críticos. Se desea mejorar la disponibilidad operacional de dichos sistemas, de manera que la capacidad potencial de la planta aumente. Un sistema crítico en estudio se usa para manufacturar una unidad de control electrónico que se emplea en aparatos domésticos de importancia. Un equipo de mejora de la confiabilidad ha desarrollado dos alternativas mutuamente excluyentes para mejorar la disponibilidad operacional de este sistema. Las alternativas tienen diferencias en las tec-

nologías de monitoreo en tiempo real (mantenimiento predictivo), acciones de mantenimiento preventivo planeado con anticipación, sistema de apoyo de información por computadora y capacitación de personal. Asimismo, existen diferencias en los gastos de mantenimiento anual y en la cantidad de incremento de la disponibilidad del sistema. Se han desarrollado las estimaciones siguientes, en relación con la operación actual del sistema:

Factor	Alternativa	
	A1	A2
Inversión de capital	\$260,000	\$505,000
Gastos anuales de mantenimiento:		
Incremento	\$9,400	0
Disminución (ahorros)	0	\$6,200
Incremento de la disponibilidad del sistema	4%	6.5%

Suponga que la TREMA = 18% anual, el periodo de análisis es de cinco años, cualquier número adicional de unidades producidas puede venderse de inmediato, la disponibilidad promedio actual del sistema (80.3%) hace que se produzcan y vendan 7,400 unidades por mes, cada 1% de incremento en la disponibilidad promedio del sistema origina un aumento del 0.7% en la capacidad de la planta para fabricar el producto, y cada unidad adicional que se vende aumenta los ingresos en \$48.20. *a)* Seleccione la alternativa preferible empleando el método de la TIR, y *b)* ¿qué regla (sección 5.2.2) se usó en la selección? ¿Por qué?

### SOLUCIÓN

- a)* Los métodos de tasa de rendimiento requieren el uso del procedimiento de análisis de la inversión incremental. El orden de clasificación para el análisis incremental, con base en la inversión de capital, es: no hacer nada, A1, A2. Como se trata de alternativas de inversión, el paso que sigue consiste en verificar si A1 es una alternativa base aceptable:

$$\begin{aligned} VP(18\%)_{A1} &= -\$260,000 - \$9,400(P/A, 18\%, 5) \\ &\quad + 4(0.007)(7,400)(12)(\$48.20)(P/A, 18\%, 5) \\ &= \$85,382. \end{aligned}$$

Como el  $VP(TREMA = 18\%)_{A1} > 0$ , sabemos que  $TIR_{A1} > TREMA$ , y la A1 es una alternativa base aceptable. A continuación, se necesita calcular la TIR del flujo de efectivo incremental entre las alternativas A1 y A2:

$$\begin{aligned} 0 &= [-\$505,000 - (-\$260,000)] + [\$6,200 - (-\$9,400)](P/A, i\%, 5) \\ &\quad + (6.5 - 4.0)(0.007)(7,400)(12)(\$48.20)(P/A, i\%, 5). \end{aligned}$$

Mediante la interpolación lineal (sección 4.6), se encuentra que  $i\% = 24.7\%$  anual, que es mayor que la TREMA del 18% por año. Por tanto, la inversión adicional de capital en

A2 sobre A1 se justifica desde el punto de vista económico, y debería seleccionarse la alternativa A2.

- b) En este ejemplo se aplica la regla 1, sección 5.2.2, porque los beneficios económicos varían entre las alternativas y se desea maximizar la rentabilidad conjunta.

El ejemplo 5.11 demuestra cómo manejar situaciones donde se requiere que máquinas múltiples satisfagan una demanda anual fija de un producto o servicio. Tales problemas se resuelven con el uso de la regla 2 y la suposición de repetición.

### EJEMPLO 5.11

En una instalación nueva de Apex Manufacturing Company se van a fabricar tres productos. Cada uno de ellos requiere una operación de manufactura idéntica, aunque con tiempos de producción diferentes, en una máquina barrenadora. Se está estudiando la compra de dos tipos alternativos de barrenadora (M1 y M2). Hay que seleccionar un tipo de máquina.

A continuación se listan los requerimientos de producción *anual* (horas de máquina) y los gastos de operación anuales (por máquina), para el mismo nivel de demanda anual de los tres productos. ¿Qué máquina conviene elegir si la TREMA es del 20% anual? Muestre todo el trabajo que apoye su recomendación (utilice la regla 2 de la página 202 para hacer su recomendación).

Producto	Máquina M1	Máquina M2
ABC	1,500 horas	900 horas
MNQ	1,750 horas	1,000 horas
STV	2,600 horas	2,300 horas
	5,850 horas	4,200 horas
Inversión de capital	\$15,000 por máquina	\$22,000 por máquina
Vida esperada	5 años	8 años
Gastos anuales	\$4,000 por máquina	\$6,000 por máquina

Suposiciones: La instalación operará 2,000 horas al año. La disponibilidad de las máquinas es del 90% para la máquina M1 y 80% para la máquina M2. El rendimiento de la máquina M1 es del 95%, y el de la máquina M2, del 90%. Los gastos de operación anual se basan en una operación supuesta de 2,000 horas por año, y a los trabajadores se les paga cualquier tiempo que permanezcan ociosas las máquinas M1 o M2. Los valores de rescate (mercado) de ambas máquinas son despreciables.

### SOLUCIÓN

La compañía necesitará  $5,850 \text{ h} / [2,000 \text{ h} (0.90)(0.95)] = 3.42$  (4 máquinas del tipo M1), o bien,  $4,200 \text{ h} / [2,000 \text{ h} (0.80)(0.90)] = 2.92$  (3 máquinas del tipo M2). El tiempo máximo de operación de 2,000 horas por año en el denominador se multiplica por la disponibilidad de cada máquina y el rendimiento de ésta, según se indica.

El costo anual de la propiedad, con una TREMA del 20% por año, es de \$15,000  $(4)(A/P, 20\%, 5) = \$20,064$  para la máquina M1 y  $\$22,000(3)(A/P, 20\%, 8) = \$17,200$  para la máquina M2.

Ocurre un exceso de capacidad si se usan cuatro máquinas M1 y tres máquinas M2 para proporcionar las horas-máquina (5,850 y 4,200, respectivamente) que acaban de darse. Si se supone que se paga al operador por el tiempo ocioso que pase con M1 o M2, el gasto anual por operar cuatro M1 es de 4 máquinas  $\times \$4,000$  por máquina = \$16,000. Por tres M2, el gasto anual es de 3 máquinas  $\times \$6,000$  por máquina = \$18,000.

El costo anual equivalente por cuatro máquinas M1 es de  $\$20,064 + \$16,000 = \$36,064$ . En forma similar, el gasto total anual equivalente para tres máquinas M2 es de  $\$17,200 + \$18,000 = \$35,200$ . Por un margen pequeño, se elige a la máquina M2 para minimizar los costos anuales equivalentes con la suposición de la repetición.

### 5.5.1 La técnica del valor implícito de mercado

Cuando se requiere un valor de mercado para un equipo u otro tipo de activo en el tiempo  $T <$  (vida útil), el procedimiento preferido en la práctica de la ingeniería es la *obtención de una estimación actual a partir del mercado*. Sin embargo, en algunos casos, este enfoque podría no ser factible. Por ejemplo, tal vez un tipo de activo tenga poca presencia en el mercado y, por ello, no se disponga de información acerca de transacciones recientes. Entonces, a veces es necesario estimar el valor de mercado de un activo sin datos actuales ni históricos representativos.

La técnica del *valor implícito de mercado*, que a veces se llama *valor implicado* en el mercado, se utiliza para este propósito, así como para comparar con valores del mercado cuando no hay datos actuales disponibles. El procedimiento de estimación que se usa en esta técnica se basa en suposiciones lógicas acerca del valor de la vida útil que resta a un activo. Si se necesita un valor de mercado imputado para una pieza de equipo, digamos al final del año  $T <$  (vida útil), el estimado se calcula con base en la suma de dos partes, como sigue:

$$VM_T = [VP \text{ al final del año } T \text{ de los montos restantes de recuperación del capital}]$$

$$+ [VP \text{ al final del año } T \text{ del valor de mercado original al final de la vida útil}],$$

donde VP significa valor presente con  $i = \text{TREMA}$ .

El siguiente ejemplo retoma información del ejemplo 5.9 para ilustrar esta técnica.

#### EJEMPLO 5.12

Utilice la técnica del valor implícito de mercado para obtener una estimación del valor de mercado de la bomba modelo HEPS9 (ejemplo 5.9) al final del año cinco. La TREMA sigue siendo del 20% por año.

**SOLUCIÓN**

En la solución se utilizará la información original del ejemplo 5.9: inversión de capital = \$47,600, vida útil = nueve años, y valor de mercado = \$5,000 al final de la vida útil.

Calcule el VP de los montos restantes de RC al final del año cinco [ecuación (4.5)]:

$$\begin{aligned} \text{VP}(20\%)_{\text{RC}} &= [\$47,600(A/P, 20\%, 9) - \$5,000(A/F, 20\%, 9)] \times (P/A, 20\%, 4) \\ &= \$29,949. \end{aligned}$$

Calcule el VP al final del año cinco, con base en el VM original al final de la vida útil (9 años):

$$\text{VP}(20\%)_{\text{VM}} = \$5,000(P/F, 20\%, 4) = \$2,412.$$

Entonces, el valor estimado de mercado al final del año cinco se obtiene como sigue:

$$\begin{aligned} \text{VM}_5 &= \text{VP}_{\text{RC}} + \text{VP}_{\text{VM}} \\ &= \$29,949 + \$2,412 = \$32,361. \end{aligned}$$

Como información adicional, si se usa la estimación del  $\text{VM}_5 = \$32,361$  que se calculó para la bomba HEPS9 en el ejemplo 5.12 para determinar el VA de la bomba durante el periodo de análisis de cinco años, el resultado es  $\text{VA} = -\$13,449$  (el cálculo no se muestra). Este resultado es muy cercano al que se obtuvo en el ejemplo 5.9, de  $\text{VA} = -\$13,622$ , para la misma bomba durante su vida útil (nueve años), cuando se utilizó la suposición de repetición. La diferencia ( $-\$172$ ) se debe a los gastos de mantenimiento que se difieren en una serie *gradiente* uniforme de flujos de efectivo. Si los gastos de mantenimiento hubieran sido montos anuales iguales durante ambos periodos de estudio, las dos cantidades de VA de la bomba habrían sido exactamente las mismas. Es decir, cuando los flujos de efectivo anuales (por ejemplo, energía, mantenimiento, etcétera) durante la vida útil de un activo son los mismos que para un periodo de estudio truncado que es menor que la vida útil, las cantidades de VA para ambos periodos serán iguales. Aquí, el supuesto de repetición, o el uso de un valor de mercado imputado para truncar la vida útil al final de un periodo de estudio más corto, ofrecen los mismos resultados que VA.

En resumen, el empleo de la suposición de repetición para el caso 2 se reduce a la regla práctica de “comparar alternativas durante sus vidas útiles, con el uso del método del VA, con  $i = \text{TREMA}$ ”. Sin embargo, esta simplificación podría no aplicarse cuando un periodo de estudio seleccionado para que sea más corto o más largo que el múltiplo común de las vidas (suposición de terminación simultánea) es más apropiado para la situación de toma de decisiones. Cuando se emplea la suposición de terminación simultánea, los flujos de efectivo de las alternativas necesitan ajustarse para terminar al final del periodo de estudio. El ajuste de dichos flujos de efectivo, por lo general, requiere estimar el valor que tienen en el mercado los activos al final del periodo de estudio, o extender el servicio al final de dicho periodo por medio de renta o de alguna otra suposición.

## 5.6 Comparación de alternativas por medio del método del valor capitalizado

Una variante especial del método del VP que se estudió en el capítulo 4 supone la determinación del valor presente de todos los ingresos o gastos durante un periodo infinito. Esto se conoce como el método de la *valor capitalizado* (VC). Si sólo se consideran los gastos, los resultados que se obtienen con este método a veces se denominan *costo capitalizado*, y constituyen una base conveniente para comparar alternativas mutuamente excluyentes cuando el periodo del servicio que se requiere es indefinidamente largo y es aplicable la suposición de repetición.

El VC de una serie perpetua de pagos uniformes de final de periodo  $A$ , con tasa de interés de  $i\%$  por periodo, es  $A(P/A, i\%, \infty)$ . A partir de las fórmulas de interés se observa que conforme  $N$  se vuelve muy larga, entonces  $(P/A, i\%, N) \rightarrow 1/i$ . Así,  $VC = A/i$ , para una serie como la descrita, como también se observa en la relación

$$VC(i\%) = VP_{N \rightarrow \infty} = A(P/A, i\%, \infty) = A \left[ \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{(1+i)^N - 1}{i(1+i)^N} \right] = A \left( \frac{1}{i} \right).$$

Así, el VC de un proyecto con tasa de interés de  $i\%$  por año es el equivalente anual del proyecto durante su vida útil, dividido entre  $i$ .

El VA de una serie de pagos de monto  $\$X$  al final de cada periodo  $k$ -ésimo con interés  $i\%$  por periodo es  $\$X(A/F, i\%, k)$ . El VC de tal serie se calcula, por lo tanto, como  $\$X(A/F, i\%, k)/i$ .

### EJEMPLO 5.13

Suponga que una compañía desea donar un laboratorio de procesos de manufactura avanzados a una universidad. El principal del donativo ganará intereses a un promedio del 8% anual, lo cual será suficiente para cubrir todos los gastos en que se incurra por el montaje y mantenimiento del laboratorio, durante un periodo indefinidamente largo (para siempre). Los requerimientos de efectivo para el laboratorio se estiman en \$100,000, hoy (para establecerlo), \$30,000 por año en forma indefinida, y \$20,000 al final de cada año número cuatro (para siempre) para el equipo de reemplazo.

- Para este tipo de problema, ¿cuál es el periodo de estudio ( $N$ ) que se define como “para siempre” en términos prácticos.
- ¿Cuál es el monto del principal del donativo que se requiere para establecer el laboratorio, y luego ganar intereses suficientes para apoyar los requerimientos de efectivo restantes de este laboratorio para siempre?

### SOLUCIÓN

- Una aproximación práctica de “para siempre” (infinito) depende de la tasa de interés. Al examinar el factor  $(P/A, i\%, N)$  conforme se incrementa  $N$ , se observa que se approxima al valor de  $1/i$ . Para  $i = 8\%$  ( $1/i = 12.5000$ ), es notorio que el factor  $(P/A, 8\%, N)$  es igual a 12.4943 cuando  $N = 100$ . Por lo tanto, en esencia  $N = 100$  significa para siempre ( $\infty$ )

cuando  $i = 8\%$ . Conforme la tasa de interés se vuelve más grande, la aproximación de para siempre disminuye mucho. Por ejemplo, cuando  $i = 20\%$  ( $1/i = 5.0000$ ), para siempre puede aproximarse utilizando 40 años, más o menos; si  $N = 40$ , el factor  $(P/A, 20\%, N)$  es igual a 4.9966.

- b) El VC de los requerimientos de efectivo es sinónimo del principal del donativo que se necesita al inicio para establecer el laboratorio y después apoyarlo para siempre. Con la relación  $VC = A/i = (\text{costo anual equivalente})/i$ , el monto del donativo se calcula como

$$\begin{aligned} VC(8\%) &= \frac{-\$100,000(A/P, 8\%, \infty) - \$30,000 - \$20,000(A/F, 8\%, 4)}{0.08} \\ &= \frac{-\$8,000 - \$30,000 - \$4,438}{0.08} \\ &= -\$530,475, \end{aligned}$$

donde el valor del factor  $(A/P, 8\%, \infty)$  se da en la tabla C-11 (apéndice C), y es de 0.08000.

Otra manera de considerar el monto principal del donativo necesario de este ejemplo es tener suficiente dinero para establecer la infraestructura (\$100,000), y luego contar con el principal suficiente en el fondo para que genere un rendimiento que satisfaga los costos anuales de mantenimiento (\$30,000) y el reemplazo periódico del equipo necesario (\$20,000, al final de cada cuarto año). Con esta lógica, entonces

$$\begin{aligned} VC(8\%) &= -\$100,000 - \left[ \frac{\$30,000 + \$20,000(A/F, 8\%, 4)}{0.08} \right] \\ &= -\$100,000 - \left[ \frac{(\$30,000 + \$4,438)}{0.08} \right] \\ &= -\$530,475, \end{aligned}$$

que es, por supuesto, el mismo VC que se obtuvo en el cálculo anterior.

### EJEMPLO 5.14

Se va a elegir entre dos diseños estructurales. Puesto que no existen ingresos (o puede suponerse que son iguales), sólo se estiman montos negativos de flujo de efectivo (costos) y el valor de mercado al final de la vida útil, como sigue:

	Estructura M	Estructura N
Inversión de capital	\$12,000	\$40,000
Valor de mercado	0	\$10,000
Gastos anuales	\$2,200	\$1,000
Vida útil (años)	10	25

Usando la suposición de repetición y el método de análisis del VC, determine cuál estructura es mejor, si la TREMA es del 15% por año.

### SOLUCIÓN

El valor anual equivalente (VA) durante la vida útil de cada alternativa de estructura, con TREMA = 15% por año, se calcula como sigue:

$$VA(15\%)_M = -\$12,000(A/P, 15\%, 10) - \$2,200 = -\$4,592$$

$$\begin{aligned} VA(15\%)_N &= -\$40,000(A/P, 15\%, 25) + \$10,000(A/F, 15\%, 25) - \$1,000 \\ &= -\$7,141. \end{aligned}$$

Entonces, los VC de las estructuras  $M$  y  $N$  son los siguientes:

$$VC(15\%)_M = \frac{VA_M}{i} = \frac{-\$4,592}{0.15} = -\$30,613,$$

$$VC(15\%)_N = \frac{VA_N}{i} = \frac{-\$7,141}{0.15} = -\$47,607.$$

Con base en el VC de cada diseño estructural, se selecciona la alternativa  $M$  porque tiene el valor menos negativo ( $-\$30,613$ ).

## 5.7 Definición de alternativas de inversión mutuamente excluyentes en términos de combinaciones de proyectos

Resulta útil categorizar las oportunidades de inversión (proyectos) en tres grupos principales, como sigue:

1. *Mutuamente excluyentes*: puede elegirse como máximo uno de los proyectos del grupo.
2. *Independientes*: la selección de un proyecto del grupo es independiente de la selección de cualquier otro, por lo que pueden seleccionarse todos, ninguno o un número cualquiera de ellos.
3. *Contingentes*: la selección de un proyecto está condicionada a la selección de uno o más de los del resto del grupo.

Es común para quienes toman decisiones enfrentarse a conjuntos de proyectos de inversión que son mutuamente excluyentes, independientes o contingentes. Por ejemplo, el contratista de la construcción que considera invertir en un camión de basura, una excavadora o en la expansión del edificio de sus oficinas corporativas. Para cada uno de estos proyectos de inversión podría haber dos o más alternativas mutuamente excluyentes (esto es, marcas de camiones de basura, tipos de excavadoras y diseños para la expansión del edificio de oficinas). Mientras que es probable que la elección de un diseño para el edificio sea independiente de los camiones de basura o las excavadoras, la elección de cualquier tipo de excavadora puede ser contingente (condicional) con la decisión de adquirir un camión para la basura.

**Tabla 5.7** Combinaciones de tres proyectos mutuamente excluyentes<sup>a</sup>

Combinación mutuamente excluyente	Proyecto			Explicación
	$X_A$	$X_B$	$X_C$	
1	0	0	0	No aceptar ninguno
2	1	0	0	Aceptar A
3	0	1	0	Aceptar B
4	0	0	1	Aceptar C

<sup>a</sup> Para cada proyecto de inversión hay una variable binaria  $X_j$  que adoptará el valor de 0 o 1, como indicador de que el proyecto  $j$  se rechaza (0) o se acepta (1). Cada renglón de números binarios representa una alternativa de inversión en términos de una combinación de proyectos (combinación mutuamente excluyente). Esta convención se utiliza, cuando se requiere, en el resto del libro.

Así, un enfoque general requiere que se listen todos los proyectos y que se numeren todas las combinaciones factibles de ellos. *Tales combinaciones de proyectos serán, entonces, mutuamente excluyentes.* Cada combinación de proyectos es mutuamente excluyente porque es única, y la aceptación de una combinación de proyectos de inversión elimina la aceptación de cualesquiera otras combinaciones. El flujo neto total de cada combinación se determina simplemente con la suma, periodo por periodo, de los flujos totales de cada proyecto incluido en la combinación mutuamente excluyente que se considere.

Por ejemplo, suponga que se tienen tres proyectos: A, B y C. Cada uno de ellos puede seleccionarse sólo una vez, o no (es decir, no son posibles proyectos A múltiples). Si los proyectos en sí mismos son todos mutuamente excluyentes, entonces las cuatro combinaciones mutuamente excluyentes se muestran en forma binaria en la tabla 5.7. Si, por ejemplo, la empresa piensa que debe elegirse uno de los proyectos (por ejemplo, si no se permite renunciar a todos los proyectos), entonces la combinación mutuamente excluyente número uno quedaría fuera de consideración.

Si los tres proyectos son independientes, existen ocho combinaciones mutuamente excluyentes, como se observa en la tabla 5.8.

**Tabla 5.8** Combinaciones mutuamente excluyentes de tres proyectos independientes

Combinación mutuamente excluyente	Proyecto			Explicación
	$X_A$	$X_B$	$X_C$	
1	0	0	0	No aceptar ninguno
2	1	0	0	Aceptar A
3	0	1	0	Aceptar B
4	0	0	1	Aceptar C
5	1	1	0	Aceptar A y B
6	1	0	1	Aceptar A y C
7	0	1	1	Aceptar B y C
8	1	1	1	Aceptar A, B y C

**Tabla 5.9** Combinaciones mutuamente excluyentes para dos conjuntos

Combinación mutuamente excluyente	Proyecto				Explicación
	$X_{A1}$	$X_{A2}$	$X_{B1}$	$X_{B2}$	
1	0	0	0	0	No aceptar ninguno
2	1	0	0	0	Aceptar A1
3	0	1	0	0	Aceptar A2
4	0	0	1	0	Aceptar B1
5	0	0	0	1	Aceptar B2
6	1	0	1	0	Aceptar A1 y B1
7	1	0	0	1	Aceptar A1 y B2
8	0	1	1	0	Aceptar A2 y B1
9	0	1	0	1	Aceptar A2 y B2

Para ilustrar una de las muchas instancias posibles de proyectos contingentes, suponga que  $A$  es contingente acerca de la aceptación tanto de  $A$  como de  $C$ , y que  $C$  es contingente sobre la aceptación de  $B$ . Ahora hay cuatro combinaciones mutuamente excluyentes: 1. no hacer nada; 2. sólo  $B$ ; 3.  $B$  y  $C$ , y 4.  $A$ ,  $B$  y  $C$ .

Suponga que una compañía considera dos conjuntos independientes de proyectos mutuamente excluyentes. Es decir, los proyectos  $A_1$  y  $A_2$  son mutuamente excluyentes, al igual que  $B_1$  y  $B_2$ . Sin embargo, la selección de cualquier proyecto del conjunto formado por  $A_1$  y  $A_2$  es independiente de la selección de cualquier otro proyecto del conjunto de proyectos  $B_1$  y  $B_2$ . *Independiente* significa que la elección de cualquier proyecto del conjunto  $A$  no influye en la elección de alguno del conjunto  $B$ . La tabla 5.9 muestra todas las combinaciones mutuamente excluyentes para dicha situación.

### EJEMPLO 5.15

Dados los tres proyectos independientes de ingeniería para mejorar la eficiencia energética que se muestran aquí, con el método del VA determine cuál conviene elegir. La TREMA es del 10% por año, y no hay limitación en el presupuesto de los fondos para la inversión total disponible para este tipo de proyectos.

Proyecto	Inversión de capital, I	Flujo neto de efectivo anual	Vida útil (años)	Valor de mercado (al final de su vida)
E1	\$10,000	\$2,300	5	\$10,000
E2	12,000	2,800	5	0
E3	15,000	4,067	5	0

**Tabla 5.10** Ejemplo 5.15 (método del VA)

Proyecto	(1) Monto de flujo neto de efectivo anual	(2) Recuperación del capital (costo)	(3) = (1) – (2) VA
E1	\$2,300	\$1,000	\$1,300
E2	2,800	3,166	-366
E3	4,067	3,957	110

**SOLUCIÓN**

Como se observa en la tabla 5.10, los proyectos E1 y E3, cuyos VA son positivos, serían satisfactorios para la inversión; no así el proyecto E2. Con los métodos de valor equivalente o de tasa de rendimiento se obtendría la misma clasificación de los proyectos satisfactorio e insatisfactorio. Como no hay limitación en el presupuesto de los fondos disponibles para la inversión total, se recomendarían los dos proyectos E1 y E3 para su implementación.

El ejemplo 5.16 ilustra cómo numerar las combinaciones mutuamente excluyentes de proyectos (alternativas de inversión) a partir de proyectos que tienen entre sí las tres relaciones básicas (mutuamente excluyentes, independientes y contingentes), para luego seleccionar un conjunto óptimo (*portafolio*) de proyectos con una restricción en el presupuesto de la inversión de capital.

**EJEMPLO 5.16**

Los siguientes son cinco proyectos que se someten a la consideración de un ingeniero en una compañía de transporte integrada, para actualizar una instalación de transferencia multimodal de embarques de lotes de bienes de consumo, menores que la carga de un camión. Se indican las relaciones entre los proyectos y sus flujos de efectivo respectivos para el periodo presupuestal próximo. Algunos de los proyectos son mutuamente excluyentes, como se señala, y B1 y B2 son independientes de C1 y C2. Asimismo, ciertos proyectos son dependientes de otros que podrían incluirse en el portafolio final. Con el método del VP y la TREMA = 10% por año, determine cuál es la mejor combinación de proyectos, si el capital por invertirse a) es ilimitado, y b) se restringe a \$48,000.

Proyecto B1      mutuamente excluyentes e independientes del conjunto C  
 Proyecto B2

Proyecto C1      mutuamente excluyentes y dependientes (contingentes) de la aceptación de B2  
 Proyecto C2

Proyecto D      contingente de la aceptación de C1

**Tabla 5.11** Flujos de efectivo y VP de los proyectos (ejemplo 5.15)

Proyecto	Flujo de efectivo (\$000) al fin de año					VP (\$000) con TREMA= 10%/año
	0	1	2	3	4	
B1	-\$50	\$20	\$20	\$20	\$20	\$13.4
B2	-30	12	12	12	12	8.0
C1	-14	4	4	4	4	-1.3
C2	-15	5	5	5	5	0.8
D	-10	6	6	6	6	9.0

**SOLUCIÓN**

El VP de cada proyecto por sí mismo se muestra en la columna del lado derecho de la tabla 5.11. Como muestra del cálculo, el VP del proyecto B1 es

$$VP(10\%)_{B1} = -\$50,000 + \$20,000(P/A, 10\%, 4) = \$13,400.$$

Las combinaciones mutuamente excluyentes de proyectos se presentan en la tabla 5.12. El proyecto C1 (que tiene un  $VP < 0$ ) no se ha eliminado de consideraciones adicionales porque el proyecto D es contingente con él.

En la tabla 5.13 se indican los flujos de efectivo combinados y el VP para cada combinación mutuamente excluyente. El análisis de la columna del lado derecho revela que la combinación 6 mutuamente excluyente tiene el VP más alto, si el capital disponible (en el año 0) es ilimitado, según se especifica en el inciso a). Sin embargo, si el capital disponible se limita a \$48,000, como se indica en el inciso b), las combinaciones 2 y 6 mutuamente excluyentes no son factibles. Del resto de combinaciones mutuamente excluyentes, la 5 es la mejor, lo que significa que se seleccionaría un portafolio consistente en los proyectos B2 y C2, con un VP = \$8,888.

**Tabla 5.12** Combinaciones mutuamente excluyentes de proyectos (ejemplo 5.16)

Combinación mutuamente excluyente	Proyecto				
	B1	B2	C1	C2	D
1	0	0	0	0	0
2	1	0	0	0	0
3	0	1	0	0	0
4	0	1	1	0	0
5	0	1	0	1	0
6	0	1	1	0	1

**Tabla 5.13** Flujos de efectivo y VP de proyectos combinados (ejemplo 5.16)

Combinación mutuamente excluyente	Flujo de efectivo (\$000) al fin de año					Capital invertido (\$000)	VP (\$000) con TREMA=10%/año
	0	1	2	3	4		
1	\$0	\$0	\$0	\$0	\$0	\$0	\$0
2	-50	20	20	20	20	50	13.4
3	-30	12	12	12	12	30	8.0
4	-44	16	16	16	16	44	6.7
5	-45	17	17	17	17	45	8.9
6	-54	22	22	22	22	54	15.7

La técnica general que se acaba de presentar para acomodar varios tipos de proyectos en combinaciones mutuamente excluyentes es práctica en cuanto al cálculo para problemas que incluyen un número de proyectos relativamente pequeño. Sin embargo, para números mayores de proyectos, la cantidad de combinaciones mutuamente excluyentes se vuelve demasiado grande, y debe usarse un programa de computadora para realizar los cálculos pertinentes.

En muchos problemas que implican realizar selecciones entre proyectos independientes, se presentan diferentes ingresos (o ahorros) y vidas útiles. Puesto que es común que dicha clase de proyectos no se repitan, se supone que los flujos de efectivo de proyectos de vida más corta se reinvierten con la TREMA, durante un periodo que corresponde a la vida del proyecto con la vida más larga (véase la sección 5.5). El ejemplo que sigue ilustra esta suposición.

### EJEMPLO 5.17

Una corporación grande considera asignar fondos para tres proyectos independientes, que no se van a repetir, para agrandar los puertos de agua dulce que apoyan a sus operaciones en tres áreas del país. Su presupuesto disponible en este año para inversiones de capital en proyectos como éhos es de \$200 millones, y la TREMA de la empresa es del 10% anual. En vista de los datos siguientes, ¿a cuál(es) proyecto(s), si hubiera alguno(s), debería(n) asignarse fondos?

Proyecto	Inversión de capital, $I$	Utilidades netas anuales, $A$	Vida útil, $N$	VP(10%) $= -I + A(P/A, 10\%, N)$
H1	\$93,000,000	\$13,000,000	15 años	\$5,879,300
H2	55,000,000	9,500,000	10 años	3,373,700
H3	71,000,000	10,400,000	30 años	27,039,760

### SOLUCIÓN

Considerando los valores de VP, se justifica económicamente cada uno de los proyectos. Por lo tanto, es necesario evaluar las ocho combinaciones mutuamente excluyentes de los

tres proyectos independientes (recuerde el caso general que se numeró en la tabla 5.8). Para tal propósito, puede usarse el VP total de cada combinación. El VF total de cada combinación de proyectos, al final del proyecto con la vida más larga (30 años), es su VP multiplicado por una constante común, ( $F/P, 10\%, 30$ ), y dará origen a la misma selección.

El análisis de los costos de inversión y montos del VP de cada uno de los tres proyectos indica que sólo hace falta considerar las tres combinaciones mutuamente excluyentes que comprenden dos de los proyectos. La restricción presupuestal de inversión de capital no permitirá que se ejecuten los tres proyectos, y la alternativa de no hacer nada se descarta, pues cada proyecto aumenta la riqueza de la compañía. Además, cada una de las tres combinaciones de dos proyectos está dentro de la restricción de presupuesto y agregará más riqueza a la empresa que un proyecto por sí solo. Como los proyectos H1 y H3 tienen los VP positivos más grandes, conviene seleccionar esta combinación. El VP total de esta combinación es de \$32,919,060, y su VF total al final de 30 años es de \$32,919,060 ( $F/P, 10\%, 30$ ) = \$574,417,850. Se supone que la compañía invertirá los \$36,000,000 restantes de los \$200,000,000 del presupuesto para inversiones de capital, en otros proyectos que le den a ganar por lo menos una TREMA = 10% por año.

## 5.8 Aplicaciones en hoja de cálculo

Por la naturaleza repetitiva de los cálculos anteriores, las hojas de cálculo resultan muy útiles para comparar alternativas mutuamente excluyentes. Dado el perfil de flujo de efectivo de cada alternativa que se considera, las funciones financieras de la hoja de cálculo (según se describió en la sección 4.11) sirven para calcular las medidas del valor equivalente de las ventajas de cada curso de acción. También es posible usar una hoja de cálculo para analizar alternativas mediante los procedimientos de TIR y TER incrementales.

En la figura 5.7 se muestra el análisis de cinco alternativas (alfa, beta, gamma, delta y theta) con los métodos de valor equivalente. Las medidas del valor equivalente se calculan con base en el perfil de flujo neto de efectivo que se presenta. La alternativa que tiene el valor equivalente más grande (beta) se identifica como la que se recomienda emprender. Las fórmulas para las celdas que se marcan son las siguientes:

Celda	Contenido
C11	=VNA(\$B\$1, C5:C9) + C4
C12	=PAGO(\$B\$1, 5, -(VNA(\$B\$1, C5:C9)+C4))
C13	=VF(\$B\$1, 5, PAGO(\$B\$1, 5, (VNA(\$B\$1, C5:C9) + C4)))
C14	=SI(C11=MAX(B11:F11), "recomendable", "")

Para analizar alternativas con los métodos de tasa de rendimiento, hay que efectuar un análisis incremental. Aunque no hay una función financiera para calcular una tasa de rendimiento incremental, se puede modificar los flujos de efectivo y utilizar la función financiera TIR( ). El enfoque es directo:

1. Arregle las alternativas en orden creciente de inversión de capital.

	A	B	C	D	E	F
1	TREMA	10%				
2						
3	Fin de año	Alfa	Beta	Gamma	Delta	Theta
4	0	\$ (8,000)	\$ (16,000)	\$ (10,000)	\$ (13,000)	\$ (9,500)
5	1	\$ 2,500	\$ 5,000	\$ 2,800	\$ 3,800	\$ 2,000
6	2	\$ 2,500	\$ 5,000	\$ 3,200	\$ 3,800	\$ 2,200
7	3	\$ 2,500	\$ 5,000	\$ 3,400	\$ 3,800	\$ 2,600
8	4	\$ 2,500	\$ 5,000	\$ 3,700	\$ 3,800	\$ 2,800
9	5	\$ 2,500	\$ 6,000	\$ 3,800	\$ 3,800	\$ 3,000
10						
11	VP	\$ 1,476.97	\$ 3,574.86	\$ 2,631.20	\$ 1,404.99	\$ (135.02)
12	VA	\$ 389.62	\$ 943.04	\$ 694.10	\$ 370.63	\$ (35.62)
13	VF	\$ 2,378.67	\$ 5,757.34	\$ 4,237.58	\$ 2,262.75	\$ (217.45)
14			Recomendable			

Figura 5.7 Hoja de cálculo para comparar AME con el uso de métodos de valor equivalente

2. Determine la TIR de cada alternativa para decidir si es mayor o igual que la TREMA. Elimine cualquier alternativa inaceptable de toda consideración adicional.\*
3. Considere una columna que determine la diferencia entre la alternativa que tiene la menor inversión de capital (la alternativa base) y la siguiente más cara. Recuerde que las diferencias se calculan restando la columna con la menor inversión de la columna con la mayor inversión, por lo que la columna de la diferencia tendrá un flujo de efectivo negativo en el tiempo 0.
4. Calcule la TIR de la columna de la diferencia. Ésta es la  $TIR_{\Delta}$ . Acepte la alternativa más cara sólo si la  $TIR_{\Delta} \geq$  TREMA.
5. Repita el procedimiento formando una columna nueva de diferencias para cada comparación hasta que se hayan considerado todas las alternativas.

En la figura 5.8 se presenta el análisis de TIR incremental de las cinco alternativas ya consideradas. Las alternativas se reorganizaron en orden creciente de inversión de capital. La alternativa theta se elimina de toda consideración adicional ya que tiene una  $TIR <$  TREMA. La alternativa base es alfa, ya que requiere la inversión de capital más pequeña y tiene una  $TIR >$  TREMA. La siguiente alternativa más cara es gamma. Al comparar alfa con gamma se observa que la inversión incremental se justifica porque  $TIR_{\Delta} \geq$  TREMA.

\* Este paso se aplica sólo cuando se están comparando alternativas de inversión. Recuerde que en el caso de alternativas de costo, es común que la tasa de rendimiento sea menor que cero.

	A	B	C	D	E	F
1	TREMA	10%				
2	$\epsilon$	8%				
3						
4	Fin de año	Alpha	Theta	Gamma	Delta	Beta
5	0	\$ (8,000)	\$ (9,500)	\$ (10,000)	\$ (13,000)	\$ (16,000)
6	1	\$ 2,500	\$ 2,000	\$ 2,800	\$ 3,800	\$ 5,000
7	2	\$ 2,500	\$ 2,200	\$ 3,200	\$ 3,800	\$ 5,000
8	3	\$ 2,500	\$ 2,600	\$ 3,400	\$ 3,800	\$ 5,000
9	4	\$ 2,500	\$ 2,800	\$ 3,700	\$ 3,800	\$ 5,000
10	5	\$ 2,500	\$ 3,000	\$ 3,800	\$ 3,800	\$ 6,000
11						
12	TIR	16.99%	9.48%	19.29%	14.15%	18.20%
13	TER	12.89%	8.90%	14.41%	11.39%	13.65%
14						
15						
16						
17	Fin de año	$\Delta$ (Gamma-Alpha)	$\Delta$ (Delta-Gamma)	$\Delta$ (Beta-Gamma)		
18	0	\$ (2,000)	\$ (3,000)	\$ (6,000)		
19	1	\$ 300	\$ 1,000	\$ 2,200		
20	2	\$ 700	\$ 600	\$ 1,800		
21	3	\$ 900	\$ 400	\$ 1,600		
22	4	\$ 1,200	\$ 100	\$ 1,300		
23	5	\$ 1,300	\$ -	\$ 2,200		
24						
25	TIR $\Delta$	26.28%	-17.20%	16.18%		
26	Decisión	Aceptar	Rechazar	Aceptar		
27						
28	TER $\Delta$	19.80%	-2.15%	12.33%		
29	Decisión	Aceptar	Rechazar	Aceptar		

Figura 5.8 Hoja de cálculo para comparar AME con el uso de métodos de tasa de rendimiento

La comparación siguiente se realiza entre gamma y delta. Al comparar la  $TIR_{\Delta}$  con la TREMA, se descubre que no se justifica la inversión incremental. Se llega a la misma conclusión si se observa que la suma de los flujos de efectivo positivos no descontados es menor que la inversión incremental requerida. Por último, se compara gamma con beta. Como  $TIR_{\Delta} \leq TREMA$  y ya no hay más alternativas que deban considerarse, se recomienda la

alternativa beta. Esta recomendación es consistente con la que resulta de emplear métodos de valor equivalente (véase la figura 5.7). Observe que gamma, que tiene la TIR conjunta más elevada, no se eligió como la alternativa recomendable.

El mismo procedimiento se aplica al análisis de alternativas con la TER. Tan sólo se especifica la tasa de reinversión y se sustituye la función financiera TIRM() para la función TIR(). En la figura 5.8 se muestran los resultados de un análisis incremental con la TER (con  $\epsilon = 8\%$ ). Las fórmulas para las celdas que se indican se muestran en la tabla siguiente:

Celda	Contenido
B12	= TIR(B5:B10, \$B\$1)
B13	= TIRM(B5:B10, \$B\$1, \$B\$2)
B18	= D5 – B5
C18	= E5 – D5
D18	= F5 – D5
B25	= TIR(B18:B23, \$B\$1)
B26	= SI(B25>=\$B\$1, "Aceptar", "Rechazar")
C28	= TIRM(C18:C23, \$B\$1, \$B\$2)
C29	= SI(C28>=\$B\$1, "Aceptar", "Rechazar")

## 5.9 Resumen

El capítulo 5 se estructuró a partir de los capítulos anteriores, donde se desarrollaron los principios y aplicaciones de las relaciones dinero-tiempo. En específico, el capítulo 5: 1. introdujo varias dificultades que se asocian con la selección de la mejor alternativa entre un conjunto de candidatas factibles mutuamente excluyentes, cuando se emplean conceptos del valor del dinero en el tiempo, y 2. demostró la aplicación de los métodos de análisis de la rentabilidad que se estudiaron en el capítulo 4 para seleccionar la alternativa recomendable. Además, en el estudio de la decisión para maximizar la productividad del capital invertido con base en la TREMA, también se consideraron alternativas con vidas diferentes, varios tipos de dependencias, sólo costos *versus* ingresos y costos diferentes, y restricciones para asignar fondos. En resumen, aprendimos que seleccionar la alternativa con el mayor valor equivalente (o el menos negativo, en el caso de alternativas de costo) cuando se usa la TREMA, producirá tal resultado deseable.

Si se emplea un método de tasa de rendimiento para analizar alternativas mutuamente excluyentes, cada incremento evitable de capital adicional debe ganar por lo menos la TREMA para garantizar que se eligió la mejor alternativa. Por lo tanto, las alternativas se clasifican en orden de la menor inversión de capital a la mayor. Se dieron ejemplos para ilustrar los procedimientos correctos de cálculo con la finalidad de evitar inconsistencias en la clasificación, que a veces ocurren cuando se aplican métodos de valor equivalente y tasa de rendimiento al mismo conjunto de alternativas mutuamente excluyentes. También se consideraron proyectos con vidas perpetuas aplicando el método del valor capitalizado de evaluación económica. Este capítulo terminó con la demostración de la evaluación de combinaciones de proyectos mutuamente excluyentes, independientes, o contingentes, empleando los mismos métodos que ya se mencionaron.

## 5.10 Referencias

- BUSSEY, L. E. y T. G. ESCHENBACH, *The Economic Analysis of Industrial Projects*, 2a. ed. (Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1992).
- FLEISCHER, Gerald A., "Two Major Issues Associated with The Rate of Return Method for Capital Allocation: The 'Ranking Error' and 'Preliminary Selection'", *The Journal of Industrial Engineering*, vol. 17, núm. 4, abril de 1966, págs. 202-208.
- GRANT, E. L., W. G. IRESON y R.S. LEAVENWORTH, *Principles of Engineering Economy*, 8a. ed. (New York: John Wiley & Sons, 1989).
- PARK, C.S. y G.P. SHARP-BETTE, *Advanced Engineering Economics* (New York: John Wiley & Sons, 1990).

## 5.11 Problemas

Los números entre paréntesis al final de un problema se refieren a la(s) sección(es) del capítulo que se relaciona(n) más de cerca con el problema.

**5.1.** Se están evaluando cuatro alternativas mutuamente excluyentes, cuyos costos e ingresos aparecen clasificados en la tabla P5.1. (5.4)

- a) Si la TREMA es del 15% por año y el periodo de análisis es de 10 años, use el método del VP para determinar qué alternativas son aceptables desde el punto de vista económico y cuál debería seleccionarse.
- b) Si el presupuesto para la inversión total de capital es de \$200,000, ¿qué alternativa debería elegirse?

c) ¿Cuál regla (sección 5.2.2) se aplica? ¿Por qué?

**5.2.** En el diseño de una instalación nueva se consideran las alternativas mutuamente excluyentes que se muestran en la tabla P5.2. Suponga que la tasa de interés (TREMA) es del 15% por año y que el periodo de análisis es de 10 años. Use los métodos siguientes para escoger la mejor de esas tres alternativas de diseño: (5.4)

- a) Método del VA.  
b) Método del VF.

**5.3.** La Consolidated Oil Company desea instalar equipo anticontaminación en una refinería nueva para cumplir los estándares federales sobre aire

**Tabla P5.1** Tabla para el problema P5.1

	Alternativas mutuamente excluyentes			
	I	II	III	IV
Inversión de capital	\$100,000	\$152,000	\$184,000	\$220,000
Ingresos anuales menos gastos	15,200	31,900	35,900	41,500
Valor de mercado (al final de su vida útil)	10,000	0	15,000	20,000
Vida útil (años)	10	10	10	10

**Tabla P5.2** Tabla para el problema P5.2

	Diseño 1	Diseño 2	Diseño 3
Inversión de capital	\$28,000	\$16,000	\$23,500
Ingresos anuales menos gastos	5,500	3,300	4,800
Valor de mercado (al final de su vida útil)	1,500	0	500
Vida útil (años)	10	10	10

**Tabla P5.3** Tabla para el problema P5.3

	Alternativa de diseño			
	D1	D2	D3	D4
Inversión de capital	\$600,000	\$760,000	\$1,240,000	\$1,600,000
Gastos anuales:				
Energía	68,000	68,000	120,000	126,000
Mano de obra	40,000	45,000	65,000	50,000
Mantenimiento	660,000	600,000	420,000	370,000
Impuestos y seguros	12,000	15,000	25,000	28,000

limpio. Se están considerando cuatro alternativas de diseño, las cuales tendrán las inversiones de capital y gastos anuales de operación que se recaban en la tabla P5.3. Si se supone una vida útil de 10 años para cada diseño, ningún valor de mercado, TREMA deseable de 10% anual, y un periodo de análisis de 10 años, determine cuál diseño es el que debería seleccionarse con base en el método del VP. Compruebe su selección con el empleo del método de la TIR. ¿Qué regla (sección 5.2.2) se aplicó? ¿Por qué? (5.4)

- 5.4.** La Corporación de Desarrollo Siglo XXI tiene una opción de compra sobre un terreno. Las estimaciones de los gastos e ingresos anuales de varios tipos de estructuras para la propiedad se indican en la tabla adjunta.

Se espera que cada estructura tenga un valor de mercado igual al 20% de su inversión de capital al final del periodo de análisis de 30 años. Si el inversionista requiere una TREMA de al menos 12% anual sobre todas las inversiones, ¿qué estructura (si es que hay alguna) debería seleccionarse? Use el método del VA. (5.4)

	Inversión de capital	Ingresos anuales menos gastos
Edificio departamental	\$300,000	\$69,000
Teatro	200,000	40,000
Tienda de departamentos	250,000	55,000
Edificio de oficinas	400,000	76,000

- 5.5.** Se han desarrollado las siguientes estimaciones de flujo de efectivo para dos alternativas de inversión pequeñas, mutuamente excluyentes:

Final de año	Alternativa 1	Alternativa 2
0	-\$2,500	-\$4,000
1	750	1,200
2	750	1,200
3	750	1,200
4	750	1,200
5	2,750	3,200

La TREMA = 12% por año. Para los incisos a) a d), seleccione la respuesta más cercana. (5.4)

- a)** ¿Cuál es el VA de la alternativa 1?
- |                   |                   |                 |
|-------------------|-------------------|-----------------|
| <b>1.</b> \$371   | <b>2.</b> -\$162  | <b>3.</b> \$135 |
| <b>4.</b> \$1,338 | <b>5.</b> \$1,590 |                 |
- b)** ¿Cuál es la TIR de la alternativa 1?
- |               |               |               |
|---------------|---------------|---------------|
| <b>1.</b> 12% | <b>2.</b> 31% | <b>3.</b> 16% |
| <b>4.</b> 28% | <b>5.</b> 25% |               |
- c)** ¿Cuál es la TIR del flujo neto de efectivo incremental?
- |               |               |               |
|---------------|---------------|---------------|
| <b>1.</b> 18% | <b>2.</b> 21% | <b>3.</b> 12% |
| <b>4.</b> 24% | <b>5.</b> 15% |               |
- d)** Dadas las respuestas para los incisos a) a c), ¿qué alternativa debe seleccionarse?
- |                                     |
|-------------------------------------|
| <b>1.</b> Alternativa 1             |
| <b>2.</b> Alternativa 2             |
| <b>3.</b> Ninguna                   |
| <b>4.</b> Ambas alternativas, 1 y 2 |
- 5.6.** Una compañía electrónica está tratando de determinar a cuál producto nuevo debería asignar sus recursos de capital, que están limitados. (No hay suficiente capital para invertir en ambos productos). La información que se da en la tabla siguiente indica el flujo neto de efectivo estimado para cada uno de los dos productos que se proponen:

**Tabla P5.7** Tabla para el problema P5.7

	Equipo de empaque				
	A	B	C	D	E
Inversión de capital	\$38,000	\$50,000	\$55,000	\$60,000	\$70,000
Ingresos anuales menos gastos	11,000	14,100	16,300	16,800	19,200
Tasa de rendimiento (TIR)	26.1%	25.2%	26.9%	25.0%	24.3%

Final de año, $k$	Producto 1	Producto 2
0	-\$150,000	-\$520,000
1	50,000	30,000
2	50,000	130,000
3	50,000	230,000
4	50,000	330,000
TIR	12.6%	11.0%

Si la TREMA = 10% anual, demuestre que se haría la misma selección de proyecto con la aplicación apropiada del método a) del VP, y b) de la TIR. (5.4)

**5.7.** En Rawhide Company (fabricante de productos de piel), las decisiones con miras a la aprobación de inversiones de capital se basan en una TREMA estipulada del 18% anual. Los cinco dispositivos de empaque que se listan en la tabla P5.7 se compararon suponiendo una vida útil de 10 años y un valor de mercado igual a cero para cada una transcurrido ese plazo. ¿Cuál (si es que alguno) debe seleccionarse? Efectúe los cálculos adicionales que considere necesarios para realizar una comparación por medio del método de la TIR. (5.4)

**5.8.** Se dispone de dos alternativas mutuamente excluyentes. Si TREMA = 15%, seleccione la mejor alternativa según el método de la TIR. En este problema, "no hacer nada" es una opción. Los perfiles de flujo de efectivo para las alternativas son los siguientes:

	A	B
Inversión inicial	\$9,000	\$6,000
Flujo de efectivo neto anual	\$2,400	\$1,600
Valor de rescate	\$0	\$300
Vida útil (años)	6	6
TIR	15.3%	16.1%

**5.9.** Vuelva a resolver el problema 5.2 con el método de la TIR. (5.4)

**5.10.** Se están considerando tres alternativas de diseño para un proyecto de mejora potencial relacionado con la operación de su departamento de ingeniería. Los flujos netos de efectivo prospectivos para dichas alternativas se incluyen en la tabla siguiente, y la TREMA es del 15% anual.

Final de año, $k$	Flujos netos de efectivo		
	A	B	C
0	-\$200,000	-\$230,000	-\$212,500
1	90,000	108,000	-15,000
2			
3			
4			
5			
6	90,000	108,000	122,500

<sup>a</sup> Continúa el flujo de efectivo uniforme.

Demuestre que se obtiene la misma decisión acerca de la inversión de capital con el método de la TIR y con el del VP aplicado utilizando el procedimiento de análisis de la inversión incremental. (5.4)

**5.11.** En relación con el ejemplo 5.10, suponga que el departamento de mercadotecnia de la compañía estima que la cantidad máxima de unidades de control electrónico que pueden venderse en un año es de 91,000. Con base en esta suposición, ¿debería implantarse el proyecto? Si así fuera, ¿qué alternativa (A1, A2) conviene seleccionar? ¿Por qué? (Nota: En la solución, use el método de análisis del VA). (5.4)

**5.12.** En la tabla siguiente se indican los flujos netos de efectivo para tres alternativas de diseño preliminar para un compresor industrial de uso rudo:

Final de año, $k$	Flujos netos de efectivo		
	A	B	C
0	-\$85,000	-\$63,200	-\$71,800
1	-7,400	-12,100	-10,050
.			
.			
.			
7	-7,400	-12,100	-10,050

<sup>a</sup> Continúa el flujo de efectivo uniforme.

La perspectiva de los flujos de efectivo es la del usuario típico. La TREMA = 12% anual, y el periodo de estudio es de siete años. ¿Cuál diseño preliminar se prefiere por su economía con base en *a*) el método del VA y *b*) el método de la TER ( $\epsilon$  = TREMA = 12% por año)? (5.4)

**5.13.** Se va a construir una autopista nueva. El diseño *A* implica un pavimento de *concreto* que cuesta \$90 por pie, con una vida de 20 años; dos cunetas pavimentadas que cuestan \$3 por pie cada una; y tres alcantarillas de caja a cada milla, cada una de las cuales cuesta \$9,000 y tiene una vida de 20 años. El mantenimiento anual costará \$1,800 por milla. Las alcantarillas deben limpiarse cada cinco años con un costo de \$450 cada una por milla.

El diseño *B* prevé un pavimento *bituminoso* que cuesta \$45 por pie con una vida de 10 años; dos cunetas cubiertas de césped que cuestan \$1.50 por pie cada una; y tres alcantarillas de tubo a cada milla, cada una de las cuales cuesta \$2,250 y tiene una vida de 10 años. El reemplazo de las cunetas costará \$2,400 cada una. El costo de mantenimiento anual será de \$2,700 por milla; las alcantarillas deben limpiarse cada año con un costo de \$225 cada una por milla; y el mantenimiento anual de las cunetas costará \$1.50 por pie por cuneta.

Compare los dos diseños sobre la base del valor equivalente por milla para un periodo de 20 años. Encuentre el diseño más económico sobre la base del valor anual equivalente y del valor presente si la TREMA es del 6% por año. (5.3)

**5.14.** Una diseñadora está evaluando dos motores eléctricos para una caseta automatizada de aplicación de pintura. La salida de cada motor debe ser de 10 caballos de fuerza (hp). Ella estima que el usuario típico operará la caseta un promedio de seis horas al día durante 250 días al año. Experiencias anteriores le indican que *a*) el gasto anual en impuestos y seguros promedia el 2.5% de la

inversión de capital, *b*) la TREMA es del 10% anual, y *c*) el capital invertido en maquinaria debe recuperarse en cinco años. El motor *A* cuesta \$850 y tiene una eficiencia garantizada del 85% con la carga de operación estipulada. El motor *B* cuesta \$700 y tiene una eficiencia garantizada del 80% con la misma carga de operación. La energía eléctrica cuesta al usuario típico 5.1 centavos por kilowatt·hora (kWh), y 1 hp = 0.746 kW. Recuerde que la entrada eléctrica de un motor es igual a la salida  $\div$  la eficiencia.

Utilice el método de la TIR para elegir al motor eléctrico que resulte mejor para la aplicación de diseño. Compruebe su selección por medio del método del VP. (5.4)

**5.15.** Se están considerando dos motores eléctricos (*A* y *B*) para impulsar una bomba centrífuga. Cada motor es capaz de entregar 50 caballos de fuerza (salida) a la operación de bombeo. Se espera que los motores estén en uso 1,000 horas por año. Si la electricidad cuesta \$0.07 por kilowatt·hora, ¿cuál motor debe seleccionarse si la TREMA = 8% por año? Utilice los datos que siguen. Recuerde que 1 hp = 0.76 kW. (5.5)

	Motor A	Motor B
Costo inicial	\$1,200	\$1,000
Eficiencia eléctrica	0.82	0.77
Mantenimiento anual	\$60	\$100
Vida	4 años	5 años

**5.16.** Considere las tres alternativas mutuamente excluyentes que se indican en la tabla que sigue. La alternativa factible que se elija debe dar servicio durante un periodo de 10 años. La TREMA es del 12% anual, y el valor de mercado de cada una es de 0 al final de su vida útil. Enuncie todas las suposiciones que haga en su análisis. ¿Cuál alternativa debería elegirse? (5.4, 5.5)

	A	B	C
Inversión de capital	\$2,000	\$8,000	\$20,000
Ingresos anuales			
menos gastos	600	2,200	3,600
Vida útil (años)	5	5	10

**5.17.** Cierto servicio puede realizarse en forma satisfactoria por cualquiera de los procesos *R* o *S*. El proceso *R* tiene un costo inicial de \$8,000, una vida de servicio estimada en 10 años, carece de valor de mercado, y una diferencia de ingresos

anuales menos gastos igual a \$2,400. Las cifras correspondientes al proceso S son \$18,000, 20 años, valor de mercado igual al 20% del costo inicial, y \$4,000. Si la TREMA es del 12% por año, calcule el VA de cada proceso y especifique cuál de ellos recomendaría usted. Use la suposición de repetición. (5.4)

- 5.18.** Una instalación nueva de manufactura fabricará dos productos, cada uno de los cuales requiere de una operación de barrenado durante su proceso. Se están considerando dos tipos diferentes de taladros (D1 y D2) con propósitos de compra. Hay que seleccionar uno de ellos. En la tabla P5.18 se listan los requerimientos *anuales* de producción (horas-máquina) y los gastos de operación anual (por máquina) para la misma demanda anual. ¿Cuál taladro conviene comprar si la TREMA es del 15% anual? Haga todo el trabajo que sea necesario para apoyar su recomendación. (5.5)

*Suposiciones:* La instalación operará 2,000 horas al año. La disponibilidad de máquina es del 80% para el taladro D1 y 75% para el D2. El rendimiento de D1 es del 90%, y el de D2 es del 80%. Los gastos de operación anuales se basan en una operación que se estima en 2,000 horas por año, y se paga a los trabajadores el tiempo en que está ocioso cualquiera de los taladros D1 o D2. Enuncie cualquier otra suposición que necesite para resolver este problema.

- 5.19.** Como supervisor de las instalaciones de un departamento de ingeniería, usted considera que las grúas móviles son un equipo crítico. Se está evaluando la adquisición de una grúa nueva de tamaño medio y montada en un camión. En la tabla adjunta se presentan las estimaciones económicas para las dos mejores alternativas. Usted ha seleccionado la vida útil más larga (nueve años) como periodo de estudio, y rentaría una grúa para los tres años finales bajo la alternativa A. Con

base en su experiencia anterior, el costo estimado de renta en ese momento será de \$66,000 por año (más los gastos anuales de \$28,800). La TREMA es del 15% anual. Demuestre que se hace la misma selección con a) el método del VP, b) el método de la TIR, y c) el método de la TER. Asimismo, d) sería preferible rentar la grúa A durante nueve años, si se mantienen los mismos costos por año que por tres años? ( $\epsilon = \text{TREMA} = 15\%$ ). (5.4, 5.5)

	Alternativas	
	A	B
Inversión de capital	\$272,000	\$346,000
Gastos anuales <sup>a</sup>	28,800	19,300
Vida útil (años)	6	9
Valor de mercado (al final de su vida)	\$25,000	\$40,000

<sup>a</sup> No incluye el costo de un operador, que es el mismo para ambas alternativas.

- 5.20.** Un juego de seis bulbos luminosos de larga duración cuesta \$15.95. Cada bulbo ofrece 20,000 horas de servicio y tiene 60 watts de salida. La eficiencia eléctrica de cada bulbo es del 85%. La alternativa a estos bulbos de larga duración es un bulbo estándar de 60 watts que cuesta 60 centavos (\$0.60), ofrece 1,000 horas de servicio y tiene un 95% de eficiencia. (5.4)

- a) Si el costo de la electricidad es de 10 centavos (\$0.10) por kilowatt-hora, ¿qué tipo de bulbo es mejor si se requiere iluminar durante 5,000 horas por año? La TREMA es del 12% por año. Suponga una convención de flujo de efectivo de fin de año.  
b) ¿Qué factores, además del costo, podrían condicionar la selección del mejor bulbo luminoso?

**Tabla P5.18 Tabla para el problema P5.18**

Producto	Máquina D1	Máquina D2
R-43	1,200 horas	800 horas
T-22	<u>2,250 horas</u>	<u>1,550 horas</u>
	3,450 horas	2,350 horas
Inversión de capital	\$16,000/máquina	\$24,000/máquina
Vida útil	6 años	8 años
Gastos anuales	\$5,000/máquina	\$7,500/máquina
Valor de rescate	\$3,000/máquina	\$4,000/máquina

**5.21** Considere las dos alternativas mutuamente excluyentes que siguen, relacionadas con un proyecto de mejora, y recomiende cuál debe implementarse (si acaso alguno) utilizando *a)* el método del VA y *b)* el método del VP. Asimismo, *c)* compruebe la selección que haya hecho en los incisos *a)* y *b)*, por medio del método de la TIR. La TREMA es del 15% por año, y el periodo de estudio de 10 años. Suponga que el supuesto de repetición es aplicable. (5.5)

	Máquina	
	A	B
Inversión de capital	\$20,000	\$30,000
Flujo de efectivo anual	5,600	5,400
Valor de mercado	\$4,000	\$0
Vida útil (años)	5	10

**5.22.** Del par mutuamente excluyente que se presenta en la tabla que sigue, seleccione la alternativa de inversión preferible con base en *a)* la suposición de repetición, *b)* la suposición de terminación simultánea con un periodo de estudio de cuatro años y el valor de mercado de la alternativa 2 (al final del año cuatro) determinado con el uso de la técnica del valor implícito de mercado, y *c)* el supuesto de terminación simultánea con un periodo de estudio de ocho años. (La alternativa 1 no se repetiría.) La TREMA es del 10% anual. (5.5)

Final de año	Alternativa 1	Alternativa 2
0	-\$40,000	-\$50,000
1	12,000	10,000
2	12,000	10,000
3	12,000	10,000
4	36,000	10,000
5		10,000
6		10,000
7		10,000
8		10,000
8 (VM)		40,000

**5.23.** Se van a manufacturar tres modelos de bates de béisbol en una planta nueva ubicada en Pulasaki. Cada bat requiere de algún tiempo de manufactura, ya sea en el torno 1 o en el torno 2, de acuerdo con la tabla siguiente. La tarea de usted consiste en ayudar a decidir qué tipo de torno instalar. Demuestre y explique todo el trabajo que realice para apoyar su recomendación. (5.5)

Horas de máquina para la producción de bates de béisbol		
Producto	Torno 1 (L1)	Torno 2 (L2)
Bat de madera	1,600 h	950 h
Bat de aluminio	1,800 h	1,100 h
Bat de kevlar	2,750 h	2,350 h
Horas totales de maquinado	<u>6,150 h</u>	<u>4,400</u>

La planta va a operar 3,000 horas al año. La disponibilidad de las máquinas es del 85% para el torno 1 y del 90% para el 2. Las tasas de desperdicio para los dos tornos son del 5% *versus* 10%, para el torno 1 y para el 2, respectivamente. Los flujos de efectivo y las vidas esperadas para ambos tornos son los siguientes:

Flujos de efectivo y vidas esperadas para L1 y L2		
	Torno 1 (L1)	Torno 2 (L2)
Inversión de capital	\$18,000 por torno	\$25,000 por torno
Vida esperada	7 años	11 años
Gastos anuales	\$5,000 por torno	\$9,500 por torno

Los gastos anuales de operación se basan en una operación que se estima en 3,000 horas al año, y se paga a los trabajadores durante cualquier tiempo que permanezcan ociosos L1 o L2. La alta dirección ha decidido que la TREMA = 18% por año.

**a)** ¿Cuántos tornos tipo L1 se necesitarán para cumplir los requerimientos de horas-máquina?

- i.** 2 tornos      **ii.** 3 tornos      **iii.** 4 tornos  
**iv.** 1 torno

**b)** ¿Cuál es el costo de recuperación de capital de los tornos L2 requeridos (la respuesta más cercana)?

- i.** \$9,555      **ii.** \$14,168      **iii.** \$10,740  
**iv.** \$5,370

**c)** ¿Cuál es el gasto anual de operación de los tornos tipo L2 (la respuesta más cercana)?

- i.** \$5,375      **ii.** \$9,500      **iii.** \$21,000  
**iv.** \$19,000

**d)** ¿Qué tipo de torno tiene el costo equivalente anual *total* más bajo?

- i.** torno L1      **ii.** torno L2

**5.24.** Se va a reemplazar de inmediato un elemento de equipo de producción porque ya no satisface los requerimientos para el producto final. Las dos mejores alternativas son una pieza usada de equipo (E1) y un modelo nuevo automatizado

(E2). Las estimaciones económicas para cada una de ellas se indican en la tabla adjunta.

	Alternativa	
	E1	E2
Inversión de capital	\$14,000	\$65,000
Gastos anuales	\$14,000	\$9,000
Vida útil (años)	5	20
Valor de mercado (al final de su vida útil)	\$8,000	\$13,000

La TREMA es del 15% anual.

a) ¿Cuál alternativa es preferible, con base en el supuesto de repetición? (5.5)

b) Para la suposición de terminación simultánea con un periodo de estudio de cinco años y un valor implícito de mercado para la alternativa B, demuestre que el VA de B permanece igual que en el inciso a) [y es obvio que la selección sería la misma que en dicho inciso]. Explique por qué ocurre eso en este problema. (5.5)

**5.25.** Las estimaciones para una instalación pública pequeña son las siguientes. El plan A tiene un costo inicial de \$50,000, vida de 25 años, valor de mercado de \$5,000 y gastos anuales de mantenimiento de \$1,200. El plan B tiene un costo inicial de \$90,000, vida de 50 años, sin valor de mercado, gastos anuales de mantenimiento de \$6,000 para los primeros 15 años, y \$1,000 por año para los años 16 a 50. Si la tasa de interés es del 10% anual, compare los dos planes con el uso del método del VC. (5.6)

**5.26.** En el diseño de una estructura de uso especial están en consideración dos alternativas mutuamente excluyentes. Dichas alternativas son las siguientes:

	D1	D2
Inversión de capital	\$50,000	\$120,000
Gastos anuales	\$9,000	\$5,000
Vida útil (años)	20	50
Valor de mercado (al final de la vida útil)	\$10,000	\$20,000

Si se supone un *servicio perpetuo*, ¿cuál alternativa de diseño recomendaría usted? La TREMA es del 10% anual. (5.6)

**5.27.** Use el método del VC para determinar cuál diseño de puente mutuamente excluyente (*L* o *H*) es el recomendable, con base en los datos que se dan en la tabla que sigue. La TREMA es del 15% anual. (5.6)

	Puente de diseño L	Puente de diseño H
Inversión de capital	\$274,000	\$326,000
Gastos anuales	\$10,000	\$8,000
Costo periódico actualizado (cada sexto año)	\$50,000	\$42,000
Valor de mercado	0	0
Vida útil (años)	83	92

### 5.28.

a) ¿Cuál es el valor capitalizado, si  $i = 10\%$  por año, de \$1,500 por año, comenzando en el año 1 y continuando para siempre, y \$10,000 en el año cinco, repitiendo cada cuatro años de ahí en adelante y continuando para siempre? (5.6)

b) Cuando  $i = 10\%$  anual en este tipo de problema, ¿qué valor de  $N$ , en términos prácticos, define al término "para siempre"? (5.6)

**5.29.** Usted es el encargado de seleccionar un equipo. El requerimiento de operación que debe alcanzar la pieza seleccionada de equipo *sólo* es para los seis próximos años. El criterio de decisión económica que está usando la empresa es del 15% al año. Su elección se ha reducido a dos alternativas (E1 o E2; véase la tabla P5.29).

¿Qué alternativa debería seleccionarse? Utilice el método del VP. ¿Qué regla de la sección 5.2.2 utilizó?

**5.30.** La información estimada para dos alternativas de diseño de un proyecto de ingeniería se da más adelante. Suponga que TREMA = 12% anual, y que se usa un periodo de análisis de 10 años. Asimismo, la vida útil de cada diseño es de 10 años. (5.4)

a) Seleccione la alternativa preferible con el método del VE.

b) ¿Cuál es la TIR del flujo de efectivo incremental? ¿Confirma su respuesta al inciso a)? ¿Por qué?

c) Considere  $TIR_{D1} = 16.43\%$  y  $TIR_{D2} = 15.27\%$ . ¿Por qué no ocurre en este problema una inconsistencia en la clasificación de las dos alternativas?

Factor	D1	D2
Inversión de capital	\$152,000	\$184,000
Flujo neto de efectivo anual	\$31,900	\$35,900
Valor de mercado (fin de la vida útil)	0	\$15,000

**Tabla P5.29** Tabla para el problema P5.29

Factor	E1	E2
Inversión de capital	\$210,000	\$264,000
Vida útil (años)	6	10
Gastos anuales	\$31,000 el primer año, y un incremento de \$2,000 por cada uno de los años posteriores	\$19,000 el primer año, y un incremento del 5.7% por cada año subsiguiente
Valor de mercado (fin de su vida útil)	\$21,000	\$38,000

**5.31.** Las alternativas de un proyecto de ingeniería para recuperar la mayor parte de la energía que hoy se pierde en la etapa de enfriamiento primario, de un sistema de procesamiento químico, se redujeron a tres diseños. Las cantidades de inversión estimada de capital y de *ahorros* en los gastos anuales son los siguientes:

FDA	Diseño		
	ER1	ER2	ER3
0	-\$98,600	-\$115,000	-\$81,200
1	25,800	29,000	19,750
2			
3			
4	$f = 6\%^a$	$G = \$150^b$	$c$
5			
6	34,526	29,750	19,750

<sup>a</sup> Despues del año 1, se estima que los ahorros anuales se incrementan a una tasa del 6% por año.

<sup>b</sup> Despues del año 1, se estima que los ahorros anuales se incrementan en \$150 por año.

<sup>c</sup> Secuencia uniforme de ahorros anuales.

Suponga que la TREMA es del 12% anual, el periodo de estudio es de seis años, y el valor de mercado es cero para los tres diseños. Aplique un método de estudio con el *uso del procedimiento de análisis incremental* para determinar la alternativa preferible. (5.4)

**5.32.** Una empresa pequeña tiene \$20,000 de superávit de capital y desea invertirlos en proyectos nuevos que generen ingresos. Se han desarrollado tres conjuntos independientes y mutuamente excluyentes de proyectos. La vida útil de cada uno es de cinco años, y todos los valores de mercado son de cero. Se ha pedido a usted que realice un análisis de TIR para seleccionar la mejor combina-

ción de proyectos. Si la TREMA es del 12% por año, ¿qué combinación de proyectos recomendaría usted? (Véase la tabla siguiente). (5.7)

	Proyecto	Inversión de capital	Beneficios netos anuales
Mutuamente excluyentes	A1	\$5,000	\$1,500
	A2	\$7,000	1,800
Mutuamente excluyentes	B1	12,000	2,000
	B2	18,000	4,000
Mutuamente excluyentes	C1	14,000	4,000
	C2	18,000	4,500

**5.33.** Una compañía está considerando el desarrollo de varios productos nuevos. Los productos en consideración se listan aquí; los productos en cada proyecto son mutuamente excluyentes.

Grupo de proyectos	Productos	Costo de desarrollo	Flujo de efectivo neto anual
A	A1	\$500,000	\$90,000
	A2	650,000	110,000
	A3	700,000	115,000
B	B1	600,000	105,000
	B2	675,000	112,000
C	C1	800,000	150,000
	C2	1,000,000	175,000

Como máximo, debe seleccionarse un producto de cada grupo. La compañía tiene una TREMA del 10% anual, y una limitación en su presupuesto de inversiones de capital en costos de desarrollo de \$2,100,000. La vida de todos los productos

se estima en 10 años. Suponga que no hay valores de mercado al final de 10 años. (5.7)

**a)** Liste todas las combinaciones mutuamente excluyentes (alternativas de inversión).

**b)** Use el método del VP para determinar cuál combinación de productos es recomendable.

**5.34.** Se están considerando tres proyectos de inversión independientes:

	Proyecto		
	X	Y	Z
Inversión de capital*	\$100	\$150	\$200
Ahorros anuales*	16.28	22.02	40.26
Vida útil (años)	10	15	8
TIR durante la vida útil	10%	12%	12%

\* En miles de dólares.

La TREMA es del 10% anual, por lo que todos los proyectos parecen ser aceptables. Suponga un periodo de estudio de 15 años. ¿Cuál(es) proyecto(s) debería(n) seleccionarse si los fondos para invertir se limitan a \$250,000? Enuncie cualquier suposición que necesite. (5.7)

**5.35.** Se están considerando los proyectos de ingeniería *A*, *B*<sub>1</sub>, *B*<sub>2</sub> y *C*, con flujos de efectivo estimados durante 10 años, como se muestra en la tabla adjunta. Los proyectos *B*<sub>1</sub> y *B*<sub>2</sub> son mutuamente excluyentes, el proyecto *C* depende de *B*<sub>2</sub>, y el proyecto *A* depende de *B*<sub>1</sub>. El presupuesto de inversión de capital se limita a \$100,000, y la TREMA es del 12% anual. (5.7)

**a)** Liste todas las alternativas posibles.

**b)** Desarrolle los flujos de efectivo netos para todas las alternativas factibles.

**c)** ¿Qué alternativa de inversión (combinación de proyectos) debe seleccionarse? Utilice el método del VP.

	A	<i>B</i> <sub>1</sub>	<i>B</i> <sub>2</sub>	<i>C</i>
Inversión de capital	\$30,000	\$22,000	\$70,000	\$82,000
Ingresos anuales menos gastos	8,000	6,000	14,000	18,000
Valor de mercado	3,000	2,000	5,000	7,000

**5.36.** Existe un requerimiento permanente de energía eléctrica en una instalación de servicio público. La alternativa de equipo S1 implica un costo inicial de \$72,000, vida útil de 9 años, gastos anua-

les de \$2,200 el primer año que se incrementan en \$300 por cada año posterior, y un valor de mercado de \$8,400 al final de su vida útil. La alternativa S2 tiene un costo inicial de \$90,000, vida útil de 12 años, gastos anuales de \$2,100 el primer año que se incrementan a una tasa del 5% anual a partir de entonces, y un valor neto de mercado de \$13,000 al final de su vida útil. La tasa de interés es del 10% anual. ¿Qué alternativa es preferible si se usa el método de análisis del valor capitalizado? (5.6)

**5.37.** Se va a seleccionar un flotador centrífugo de etapa única para un proyecto de diseño de ingeniería. Se ha consultado a los proveedores, y la selección se ha reducido a dos modelos nuevos, ambos fabricados por la misma compañía, y con la misma capacidad y presión especificadas. Los dos funcionan a 3,600 rpm con motores idénticos de 90 hp (salida).

Un flotador tiene una eficiencia garantizada del 72% con carga completa y se ofrece en \$42,000 ya instalado. El otro es más caro porque tiene mayor refinamiento aerodinámico, que le da una eficiencia garantizada del 81% con carga completa.

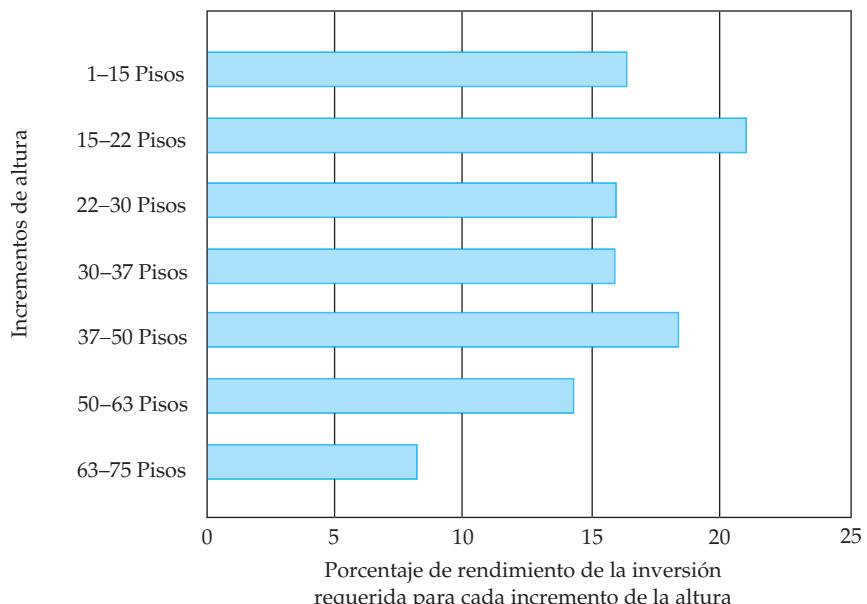
Excepto por dichas diferencias en la eficiencia y el precio una vez instalados, las unidades son igualmente atractivas en cuanto a otras características de operación tales como durabilidad, mantenimiento, facilidad de operación y silencio. En ambos casos, las gráficas de eficiencia *versus* cantidad de aire que manejan se aplatan al acercarse a la carga completa de especificación. La aplicación es tal que siempre que el flotador funcione lo hará con carga completa.

Suponga que ambos flotadores tienen valores de mercado despreciables al final de su vida útil, y que la TREMA de la empresa es del 20% anual. Desarrolle una fórmula para calcular cuánto podría aceptar pagar el usuario por la unidad más eficiente. (*Sugerencia:* Se necesita especificar parámetros importantes y usarlos en la fórmula; recuerde que 1 hp = 0.746 kW). (5.4)

**5.38.** Se ha realizado un estudio de la altura más económica de los rascacielos. Este estudio surgió de la experiencia relacionada con el edificio Empire State, cuya altura era antieconómica en la época en que se construyó. En la gráfica de la figura P5.38 se sintetizan los datos para un edificio de oficinas teórico de diferentes alturas e inversiones correspondientes. Las alturas que se consideraron para el edificio son de 8, 15, 22, 30, 37, 50, 63 y 75 pisos. Si los propietarios de este edificio esperan un rendimiento de al menos 15% anual sobre su capital invertido, ¿de cuántos pisos debería construirse el edificio?

**Figura P5.38**

Gráfica de barras para el problema P5.38



**5.39.** El reporte anual de desempeño para Ned and Larry's Ice Cream Company habla bien de la empresa por sus políticas progresistas, pero hace notar que los asuntos ambientales, como la disposición de los empaques, son motivo de preocupación. En un esfuerzo por disminuir los efectos de la disposición de los empaques por parte de los consumidores, el reporte establecía que la compañía Ned and Larry debería considerar los propuestas siguientes:

- a) Empacar todos los helados y yogurt congelado en cuartos de litro;
- b) Empacar todos los helados y yogurt congelado en medios galones.

Al empacar el producto en contenedores más grandes que las pintas actuales, los contenedores

recubiertos con plástico aclarado con sulfato contendrían mayor número de onzas de producto por pulgada cuadrada de área superficial. El resultado neto sería menos empaques desecharados por onza de producto consumido. Cambiar a un contenedor más grande requiere de rediseñar los empaques y modificar la línea de producción para llenarlos. El equipo existente de manejo de materiales puede manipular las pintas y los cuartos, pero se requeriría equipo adicional para operar con medios galones. Cualquier equipo nuevo que se compre para los propósitos a) y b) tiene una vida esperada de seis años. La inversión total de capital para cada propósito se muestra en la tabla P5.39. Las ventajas adicionales por usar contenedores más grandes incluyen la disminución de

**Tabla P5.39** Tabla para el problema P5.39

	Pintas (actuales)	(A) Cuartos	(B) Medios galones
Inversión de capital	\$0	\$1,200,000	\$1,900,000
Costo de empaque por galón	\$0.256	\$0.225	\$0.210
Costo de mano de obra por manejo por galón	\$0.128	\$0.120	\$0.119
Contribución para la disposición en basureros después del consumo por los empaques desecharados ( $\text{yd}^3/\text{año}$ )	6,500	5,200	4,050

los costos de empaque por onza y menor mano de obra en el manejo por onza. La tabla resume los detalles de dichas propuestas, así como la producción actual de pintas.

Como la empresa Ned and Larry promueve la asociación con los proveedores, clientes y la comunidad, desea incluir una parte del costo social cuando se evalúen las alternativas. Considerarán al 50% de los costos por disposición en basureros como parte de los costos de cada alternativa. Han estimado que los costos por basura en promedio son de \$20 por yarda cúbica a nivel nacional.

Suponga que la TREMA es del 15% anual, el periodo de estudio es de seis años, y que la producción permanecerá constante en 10,625,000 galones al año. Use el método de la TIR para determinar si la compañía Ned and Larry debería empacar el helado y yogurt congelado en pintas, cuartos o medios galones.

**5.40.** En relación con la columna 3 de la tabla 5.8, demuestre que *no* existen TIR múltiples para este flujo neto de efectivo incremental.

**5.41.** Una fundación recibió un donativo de \$10,000,000 en julio de 2000. En julio de 2004, se gastaron \$3,000,000 en las instalaciones, y se decidió asignar \$250,000 al final de cada año y para siempre, para cubrir los gastos de operación. El primer gasto de operación ocurre en julio de 2005, y el primer gasto por reemplazo en julio de 2009. Si todo el dinero gana intereses del 5% después de que se recibió el donativo, ¿cuál es la cantidad disponible para reemplazos de capital al final de cada quinto año y para siempre? (*Sugerencia:* Primero dibuje un diagrama de flujo de efectivo.)

**5.42.** Escriba un programa de cómputo que calcule los VA de tres alternativas mutuamente excluyentes de motor y seleccione la mejor de ellas, con base en las suposiciones de *repetición* y *terminación simultánea*. Para esta última, el usuario debe introducir los valores de mercado estimados para el año correspondiente a la *vida más corta* de las tres alternativas. El programa también debe calcular la tasa interna de rendimiento incremental con una aproximación del 0.1% entre dos alternativas cualesquiera bajo el supuesto de *terminación simultánea*. El usuario debe seleccionar las dos alternativas iniciales para calcular la TIR del flujo de efectivo incremental.

Problema específico:

**a)** Dé al programa el nombre de MOTORS y escríballo en FORTRAN, PASCAL o C. Proporcione un programa ejecutable MOTORS.EXE en un disquete de 3.5 pulgadas de alta densidad.

**b)** Primero, el programa debe solicitar al usuario la información siguiente:

- La TREMA (un 10% anual se introducirá como 10)
- La potencia de salida de los motores, en caballos de fuerza (la misma para los tres)
- El número de horas por día que se usará el motor (no excederá de 24)
- El número de días por año que el motor trabajará (no serán más de 365)
- El costo por kilowatt-hora en dólares (recuerde que 1 hp = 0.746 kW)

**c)** Para cada alternativa (llámelas 1, 2 y 3), el usuario debe introducir lo siguiente:

- Vida útil del motor
- Inversión de capital
- Valor de mercado (si lo hubiera)
- Eficiencia

**d)** Después de que el usuario ingrese esta información, la computadora presentará una tabla de datos económicos que se parezca a la que se incluye en el problema 5.16. La computadora desplegará en la pantalla los costos anuales uniformes equivalentes que resulten para cada alternativa, junto con un enunciado breve que indique la selección que sea la mejor. En esta parte, use la suposición de repetición.

**e)** A continuación, la computadora determinará la más corta de las tres vidas y pedirá al usuario una estimación de los valores de mercado en ese año para todas excepto para la más corta. De nuevo, la computadora mostrará en la pantalla una tabla de datos económicos, los VA y un enunciado que indique cuál es la mejor elección. Esta parte utilizará el supuesto de la terminación simultánea.

**f)** Además de los incisos *a*) a *e*), se pedirá al usuario que seleccione dos alternativas para calcular una tasa de rendimiento incremental. Se mostrará dicha tasa y se permitirá al usuario calcular otra, si así lo deseara.

**5.43.** El municipio de Winfield está tratando de desarrollar un sitio como centro de convenciones. Durante el gobierno municipal anterior se adquirió un sitio y se realizó la clasificación preliminar del terreno, con un costo total de \$284,000. El gobierno actual encara el problema de qué hacer. El desarrollo podría continuar; en tal caso se anticipa que se gastarán \$320,000 más en el curso de un año (trate esta cifra como si se pagara al final del año). Al final de ese año, el sitio podría rentarse, y el municipio cree que produciría una corriente

de ingresos de \$24,000 por año (que se pagarían al principio de cada año) durante el futuro previsible. El municipio piensa que esta estimación es muy cercana a los montos reales que se producirían. En forma alternativa, la tierra podría venderse como está, ahora. A causa de la gran cantidad de trabajo de clasificación, el precio de venta sería de sólo \$20,000. La TREMA del municipio para la toma de decisiones es del 7% anual.

Uno de los funcionarios municipales se inclina por el abandono, con el argumento de que "el

costo total del desarrollo será de \$584,000, y esto, al 7%, significa que deberíamos obtener cerca de \$41,000 por año para justificar la inversión. Ni siquiera nos aproximamos a esa cifra. Dejemos de perder y por lo menos recuperaremos \$20,000 por este lío".

El municipio le pidió a usted que lo asesore. Explique cuál sería su recomendación y justifique su respuesta.

# *La depreciación y los impuestos sobre las utilidades*

*Los objetivos de este capítulo son ilustrar algunos de los conceptos y mecánica de la depreciación y el desgaste, así como describir el papel que juegan en el análisis después de impuestos. Además, se ilustran las diferencias que existen en el análisis antes de impuestos y después de ellos, en relación con los estudios de ingeniería económica.*

---

**En este capítulo se estudian los siguientes temas:**

- La naturaleza de la depreciación
- Métodos clásicos (históricos) de depreciación
- El sistema modificado de recuperación acelerada de costos (SMRAC)
- Agotamiento
- Diferencias entre distintos tipos de impuestos
- La TREMA después de impuestos
- Ingreso corporativo gravable
- La tasa efectiva (marginal) de impuestos sobre la renta
- Pérdidas o ganancias por desechar un activo
- Procedimiento general para realizar análisis después de impuestos
- Ilustraciones del análisis después de impuestos
- El criterio del valor económico agregado
- Efecto después de impuestos de las deducciones en el agotamiento

## 6.1 Introducción

Los impuestos se han recaudado desde los albores de la civilización. Es interesante que en Estados Unidos no existiera un impuesto federal sobre la renta sino hasta el 13 de marzo de 1913, fecha en que el Congreso aprobó la decimosexta enmienda a la Constitución.\* La mayoría de las organizaciones tienen en cuenta el efecto de los impuestos sobre la renta en los resultados financieros de una propuesta de proyecto de ingeniería, porque por lo general dichos impuestos representan un flujo de salida de efectivo significativo que no puede ignorarse en la toma de decisiones. Ahora, con base en los capítulos anteriores, es posible describir cómo se determinan en la práctica de la ingeniería las obligaciones fiscales (o exenciones) sobre la renta, así como los flujos de efectivo después de impuestos. En este capítulo, se usará un *procedimiento de flujo de efectivo después de impuestos (FEDI)* para el análisis de una inversión de capital, porque evita innumerables problemas que se asocian con la medición del ingreso neto corporativo. Este procedimiento, que en teoría es muy ventajoso, representa una manera rápida y relativamente fácil de definir la rentabilidad de un proyecto.

Como la cantidad de material que se incluye en el *Internal Revenue Code* (y en las leyes estatales y municipales, donde las hay) es muy grande, en el contexto de este libro sólo se estudiarán partes seleccionadas de la materia. Nuestro centro de atención en este capítulo son los *impuestos federales al ingreso corporativo* y su efecto general sobre los resultados financieros de propuestas de proyectos de ingeniería. El material se presenta con propósitos educativos. En la práctica, debe buscarse asesoría profesional para analizar un proyecto específico.

Por el efecto que tiene la *depreciación* sobre los flujos de efectivo después de impuestos de un proyecto, este tema se estudia en primer lugar. Después, en el resto del capítulo, el material seleccionado acerca de la depreciación se usará para realizar el análisis después de impuestos de los proyectos de ingeniería.

## 6.2 Conceptos y terminología de la depreciación

La depreciación es la disminución del valor de los activos físicos por efecto del paso del tiempo y del uso. Dicho de manera más específica, la depreciación es un *concepto de la contabilidad* que establece una deducción anual en el ingreso antes de impuestos, de manera que el efecto del tiempo y el uso de un activo pueda reflejarse en los estados financieros de la compañía. Las deducciones por concepto de la depreciación anual tienen por objetivo “ajustar” la fracción anual del valor usado por un activo en la producción del ingreso durante la vida económica del activo. El monto real de la depreciación no se establece sino hasta que el activo se retira del servicio. Ya que la depreciación es un *costo no en efectivo* que afecta al impuesto sobre la utilidad, debe considerársele en forma apropiada al hacer estudios de ingeniería económica después de impuestos.

La propiedad depreciable es aquella para la cual las leyes y reglamentos federales de impuesto a las utilidades, estatal o municipal, permiten la depreciación. Para determinar

---

\* Al principio de la guerra civil, en 1862, el Servicio de Ingresos Internos impuso un impuesto federal de 3% sobre la renta, para ayudar a que se pagaran los gastos de guerra. Posteriormente se elevó la tasa federal a 10%, pero se eliminó en 1872.

si es posible realizar deducciones por depreciación, hay que comprender la clasificación de los diferentes tipos de propiedades. En general, una propiedad es depreciable si cumple con los siguientes requisitos:

1. Debe utilizarse en los negocios o para generar ingresos.
2. Debe tener una vida útil cuantificable (que se define en la sección 6.2.2), y ésta debe ser mayor de un año.
3. Debe ser algo que se use, decaiga, se desgaste, se vuelva obsoleto, o pierda valor por causas naturales.
4. No es un inventario, inventario en tránsito, ni propiedad de inversión.

La propiedad depreciable se clasifica como *tangible* o *intangible*. La tangible se ve o se toca, e incluye dos tipos principales llamados *bienes muebles* y *bienes inmuebles*. Los bienes muebles incluyen activos tales como maquinaria, vehículos, equipos, mobiliario y bienes semejantes. En contraste, los bienes inmuebles son la tierra y en general cualquier cosa que esté construida sobre ella, crezca en ella o esté sujeta a ella. Sin embargo, la tierra misma no es depreciable, pues no tiene una vida cuantificable.

Las propiedades intangibles son los bienes personales tales como los derechos de autor, patentes o franquicias. En este capítulo no se analizará la depreciación de los activos intangibles porque es raro que los proyectos de ingeniería los incluyan.

Una empresa puede comenzar a depreciar las propiedades que posee cuando éstas se ponen en servicio para usarlas en los negocios y para generar ingresos. Se considera que la propiedad está puesta en servicio cuando está lista y disponible para un uso específico, aun si en realidad todavía no está en uso. La depreciación se detiene cuando se ha recuperado el costo de poner en servicio un activo.

### 6.2.1 Métodos de depreciación y períodos relacionados

Los métodos de depreciación que permite el *Internal Revenue Code* han cambiado con el tiempo. En general, el resumen siguiente indica los *métodos primarios que se usan para poner activos en servicio durante tres épocas diferentes*:

**Antes de 1981.** Podía elegirse entre varios métodos para depreciar los activos puestos en servicio antes de 1981. Los métodos principales que se empleaban eran el de la línea recta (LR), saldo decreciente (SD) y suma de los dígitos de los años (SDA). Haremos referencia a éstos en forma colectiva, con el nombre de *métodos clásicos o históricos* de depreciación.

**Después de 1980 y antes de 1987.** Por razones de impuesto sobre las utilidades, los activos tangibles puestos en servicio durante este periodo deben depreciarse con el uso del Sistema para la Recuperación Acelerada de Costos (SRAC). Este sistema fue implantado por el Acta Fiscal de 1981 para la Recuperación Económica (ERTA, por sus siglas en inglés).

**Después de 1986.** El Acta de Reforma Fiscal de 1986 (TRA, por sus siglas) fue una de las reformas fiscales sobre las utilidades más extensas de la historia de Estados Unidos. Esta acta modificó al SRAC que se había implantado bajo la ERTA y requería el uso del Sistema Modificado para la Recuperación Acelerada de Costos (SMRAC) para la depreciación de activos tangibles que hubieran entrado en servicio después de 1986. Por varias razones importantes, en este capítulo se incluyó una descripción de los métodos clásicos (históricos) de depreciación. Se aplican directamente a los activos que entraron en servicio

antes de 1981, así como para propiedades intangibles (que requieren el método de la LR), que no califican para el SRAC o el SMRAC. Asimismo, estos métodos se prescriben con frecuencia por las leyes y reglamentos fiscales de los gobiernos estatales y municipales de Estados Unidos, y se usan con fines de depreciación en otros países. Además, como se verá en la sección 6.4, los métodos del SD y la LR se usan para determinar las tasas de recuperación anual al amparo del SMRAC.

En este capítulo no se analiza la aplicación del SRAC, pero publicaciones del *Internal Revenue Service (IRS)* que se consiguen con facilidad describen su empleo.\* Sin embargo, se describen e ilustran partes seleccionadas del SMRAC porque este sistema se aplica a los activos depreciables en proyectos de ingeniería del presente y futuro.

### 6.2.2 Definiciones adicionales

Como en este capítulo se usan términos que por lo general no se incluyen en el vocabulario de la educación y la práctica de la ingeniería, a continuación se presenta un conjunto pequeño de definiciones. Esta lista pretende complementar las definiciones previas que se emplean en esta sección:

**Base (de costo) ajustada.** La base de costo original del activo, ajustado por incrementos o disminuciones permitidas, se usa para calcular las deducciones por depreciación y agotamiento. Por ejemplo, el costo de cualquier mejora a un bien de capital con vida útil *mayor* de un año incrementa la base de costo original, mientras que un accidente o robo lo disminuye. Si se altera la base, podría ser necesario ajustar la deducción por depreciación.

**Base o costo base.** El costo inicial de adquirir un activo (precio de compra más cualquier impuesto sobre las ventas) incluye gastos de transporte y otros costos normales de poner al activo en disposición para el uso que se pretende. Esta cantidad también se llama la base de costo *no ajustado*.

**Valor en libros (VL).** El beneficio de una propiedad depreciable tal como aparece en los registros contables de la compañía. Es el costo base original de la propiedad, que incluye cualquier ajuste, menos toda deducción por la depreciación o agotamiento permisibles. Así, representa el monto de capital que permanece invertido en la propiedad y debe recuperarse en el futuro por medio de procesos contables. El VL de una propiedad quizás no sea una medida útil de su valor en el mercado. En general, el VL de una propiedad al final del año *k* es

$$(Valor \text{ en } \text{libros})_k = \text{costo base ajustado} - \sum_{j=1}^k (\text{deducción por depreciación})_j. \quad (6.1)$$

---

\* Algunas referencias de materiales que se hacen en este capítulo, disponibles en el *Internal Revenue Service*, en versión anual actualizada, son la Publicación 534 (*Depreciation*), Publicación 334 (*Tax Guide for Small Business*), Publicación 542 (*Tax Information on Corporations*), y la Publicación 544 (*Sales and Other Dispositions of Assets*).

**Valor de mercado (VM).** Cantidad que pagará un comprador voluntario a un vendedor voluntario por una propiedad en una situación en la que ambos tienen ventajas iguales y no están bajo presión para comprar o vender. El VM se aproxima al valor presente de lo que se recibirá a través de la propiedad de un activo, lo cual incluye al valor del dinero en el tiempo (o ganancia).

**Periodo de recuperación.** Número de años durante los cuales se recupera la base por medio del proceso de contabilidad. Para los métodos clásicos de depreciación, es normal que este periodo sea la vida útil. Con el SMRAC, para el Sistema General de Depreciación (SGD), dicho periodo es la *clase de propiedad*, y para el Sistema Alternativo de Depreciación (SAD) es la *vida de clase*. (Véase la sección 6.4).

**Tasa de recuperación (TR).** Porcentaje (que se expresa en forma decimal) para cada año del periodo de recuperación del SMRAC, que se utiliza para calcular un deducible anual por depreciación.

**Valor de rescate (VR).** Valor estimado de una propiedad al final de su vida útil.\* Es el precio de venta esperado de un activo cuando ya no puede ser utilizado en forma productiva por su propietario. El término *valor neto de rescate* se emplea cuando el propietario incurre en gastos por desechar la propiedad, y dichos flujos de salida de efectivo deben deducirse de los flujos de entrada para obtener el VR neto final. Si se aplican los métodos clásicos de depreciación, se establece un valor estimado de rescate inicial y se usa en los cálculos de la depreciación. Con el SMRAC, se define que el VR de los activos que se deprecian es igual a cero.

**Vida útil.** Periodo esperado (estimado) que se usará una propiedad en un comercio o negocio para generar ingresos. No se trata de qué tanto durará el activo, sino durante cuánto tiempo el propietario espera usarlo en forma productiva.

## 6.3 Métodos clásicos (históricos) de depreciación

Esta sección describe e ilustra los métodos de la LR, la SD y la SDA, para hacer los cálculos de la depreciación. Como se mencionó en la sección 6.2, estos métodos históricos siguen aplicándose, directa o indirectamente, a la depreciación de los activos. Asimismo, se incluye el estudio del método de las unidades de producción.

### 6.3.1 Método de la línea recta (LR)

El método más sencillo de depreciación es el de la LR. Supone que cada año de la vida depreciable (útil) del activo, éste se deprecia en una cantidad constante. Si se define

---

\* Con frecuencia se emplea el término valor de mercado (VM) en lugar de valor de rescate (VR).

$N$  = vida depreciable del activo, en años,

$B$  = costo base, incluye ajustes permisibles,

$d_k$  = deducción anual por depreciación en el año  $k$  ( $1 \leq k \leq N$ ),

$VL_k$  = valor en libros al final del año  $k$ .

$VR_N$  = valor estimado de rescate al final del año  $N$ , y

$d_k^*$  = depreciación acumulada a través del año  $k$ ,

entonces

$$d_k = (B - VR_N)/N, \quad (6.2)$$

$$d_k^* = kd_k \text{ para } 1 \leq k \leq N, \quad (6.3)$$

$$VL_k = B - d_k^*. \quad (6.4)$$

Observe que, para este método, se debe contar con una estimación del VR final, que también será el valor final en libros al final del año  $N$ . En ciertos casos, el  $VR_N$  estimado puede no ser igual al VM terminal real de un activo.

### EJEMPLO 6.1

Una sierra eléctrica nueva para cortar piezas pequeñas de madera en una planta de fabricación de muebles tiene un costo base de \$4,000 y una vida depreciable de 10 años. El VR estimado de la sierra es igual a cero al final de los 10 años. Calcule los montos de depreciación anual con el método de la línea recta. Elabore una tabla de las cantidades de depreciación anual y el valor en libros de la sierra al final de cada año.

#### SOLUCIÓN

La cantidad de depreciación, la depreciación acumulada y el valor en libros para cada año se obtienen aplicando las ecuaciones (6.2), (6.3) y (6.4). Algunas muestras de los cálculos, para el año cinco, son las siguientes:

$$d_5 = \frac{\$4,000 - 0}{10} = \$400,$$

$$d_5^* = \frac{5(\$4,000 - 0)}{10} = \$2,000,$$

$$VL_5 = \$4,000 - \frac{5(\$4,000 - 0)}{10} = \$2,000.$$

Los montos de depreciación y del valor en libros para cada año se muestran en la siguiente tabla:

FDA, $k$	$d_k$	$VL_k$
0	—	\$4,000
1	\$400	3,600
2	400	3,200
3	400	2,800
4	400	2,400
5	400	2,000
6	400	1,600
7	400	1,200
8	400	800
9	400	400
10	400	0

### 6.3.2 Método del saldo decreciente (SD)

En el método del SD, que a veces se llama el *método del porcentaje constante* o *fórmula de Matheson*, se supone que el costo anual de la depreciación es un porcentaje fijo del VL al comienzo del año. La tasa de depreciación en un año cualquiera al VL al comienzo del año, es constante durante la vida del activo y se designa con  $R$  ( $0 \leq R \leq 1$ ). En este método,  $R = 2/N$ , si se usa un 200% de saldo decreciente (es decir, el doble de la tasa de la LR de  $1/N$ ), y  $N$  es igual a la vida depreciable (útil) de un activo. Si se especifica el método SD con 150%, entonces  $R = 1.5/N$ . Para el método SD se cumplen las relaciones siguientes:

$$d_1 = B(R), \quad (6.5)$$

$$d_k = B(1 - R)^{k-1}(R), \quad (6.6)$$

$$d_k^* = B[1 - (1 - R)^k], \quad (6.7)$$

$$VL_k = B(1 - R)^k, \quad (6.8)$$

$$VL_N = B(1 - R)^N. \quad (6.9)$$

Observe que las ecuaciones (6.5) a (6.9) no contienen un término para  $VR_N$ .

#### EJEMPLO 6.2

Vuelva a resolver el ejemplo 6.1 con el método SD, si a)  $R = 2/N$  (método SD con 200%) y b)  $R = 1.5/N$  (método SD con 150%). De nuevo, construya una tabla con el monto de la depreciación anual y el valor en libros, para cada año.

#### SOLUCIÓN

La depreciación anual, la depreciación acumulada y el valor en libros se obtienen con las ecuaciones (6.6), (6.7) y (6.8), respectivamente. A continuación se dan como muestra los cálculos para el año seis:

a)

$$R = 2/10 = 0.2,$$

$$d_6 = \$4,000(1-0.2)^5(0.2) = \$262.14,$$

$$d_6^* = \$4,000[1-(1-0.2)^6] = \$2,951.42,$$

$$VL_6 = \$4,000(1-0.2)^6 = \$1,048.58.$$

b)

$$R = 1.5/10 = 0.15,$$

$$d_6 = \$4,000(1-0.15)^5(0.15) = \$266.22,$$

$$d_6^* = \$4,000[1-(1-0.15)^6] = \$2,491.40,$$

$$VL_6 = \$4,000(1-0.15)^6 = \$1,508.60.$$

Los montos por depreciación y VL para cada año, si  $R = 2/N = 0.2$ , se muestran en la tabla siguiente:

FDA, $k$	Sólo el método SD con 200%	$d_k$	$VL_k$
0	—	\$4,000	
1	\$800	3,200	
2	640	2,560	
3	512	2,048	
4	409.60	1,638.40	
5	327.68	1,310.72	
6	262.14	1,048.58	
7	209.72	838.86	
8	167.77	671.09	
9	134.22	536.87	
10	107.37	429.50	

### 6.3.3 Método de la suma de los dígitos de los años (SDA)

Para calcular el deducible por depreciación con el método SDA, primero se listan en orden inverso los dígitos que corresponden al número de cada año permisible de la vida depreciable. Luego se obtiene la suma de dichos dígitos. El factor de depreciación para cualquier año es el número de la lista en orden inverso para el año en cuestión, dividido entre la suma de los dígitos. Por ejemplo, para una propiedad que tenga una vida depreciable (útil) de cinco años, los factores de depreciación SDA son los siguientes:

Año	Número de año en orden inverso (dígitos)	Factor de depreciación SDA
1	5	5/15
2	4	4/15
3	3	3/15
4	2	2/15
5	1	1/15
Suma de los dígitos	15	

La depreciación para cualquier año es el producto del factor de depreciación SDA para dicho año por la diferencia entre la base de costo ( $B$ ) y el VR estimado final. La expresión general para el costo anual de depreciación para cualquier año  $k$ , cuando  $N$  es igual a la vida depreciable de un activo, es

$$d_k = (B - VR_N) \cdot \left[ \frac{2(N - k + 1)}{N(N + 1)} \right]. \quad (6.10)$$

El VL al final del año  $k$ , es

$$VL_k = B - \left[ \frac{2(B - VR_N)}{N} \right] k + \left[ \frac{(B - VR_N)}{N(N + 1)} \right] k(k + 1), \quad (6.11)$$

y la depreciación acumulada durante el “ $k$ -ésimo año” es tan sólo

$$d_k^* = B - VL_k. \quad (6.12)$$

### EJEMPLO 6.3

Vuelva a resolver el ejemplo 6.1 con el empleo del método SDA. Haga una tabla de los montos de depreciación anual y el valor en libros para cada año.

#### SOLUCIÓN

La depreciación anual, el VL, y la depreciación acumulada se obtienen con las ecuaciones (6.10), (6.11) y (6.12). A continuación se dan los cálculos de muestra para el año cuatro:

$$d_4 = \$4,000 \left[ \frac{2(10 - 4 + 1)}{10(11)} \right] = \$509.09,$$

$$VL_4 = \$4,000 - \left[ \frac{2(\$4,000)}{10} \right] \cdot 4 + \left[ \frac{\$4,000}{10(11)} \right] \cdot 4 \cdot 5 = \$1,527.27,$$

$$d_4^* = \$4,000 - \$1,527.27 = \$2,472.73.$$

Los montos de la depreciación y el VL se muestran en la tabla que sigue:

FDA, $k$	$d_k$	$VL_k$
0	—	\$4,000
1	\$727.27	3,272.73
2	654.55	2,618.18
3	581.82	2,036.36
4	509.09	1,527.27
5	436.36	1,090.91
6	363.64	727.27
7	290.91	436.36
8	218.18	218.18
9	145.45	72.73
10	72.73	0

### 6.3.4 SD con cambio a LR

Puesto que el método SD nunca alcanza un VL igual a cero, es permisible cambiar de dicho método al de la LR, de manera que el  $VL_N$  de un activo sea de cero (o alguna otra cantidad determinada, tal como  $VR_N$ ). Asimismo, este método se usa en los cálculos de las tasas de recuperación SMRAC que aparecen en la tabla 6.3.

La tabla 6.1 ilustra el paso de la depreciación doble SD a la de LR para el ejemplo 6.1. El paso ocurre en el año en el que se obtiene un monto mayor de depreciación por medio del método LR. En la tabla 6.1 es evidente que  $d_6 = \$262.14$ . El VL al final del año 6 ( $BV_6$ )

**Tabla 6.1** Método SD con el 200% con cambio al método LR (ejemplo 6.1)

Año, $k$	(1) VL al principio de año <sup>a</sup>	Método de depreciación		
		(2) Método SD con el 200% <sup>b</sup>	(3) Método LR <sup>c</sup>	(4) Monto seleccionado de la depreciación <sup>d</sup>
1	\$4,000.00	\$800.00	> \$400.00	\$800.00
2	3,200.00	640.00	> 355.56	640.00
3	2,560.00	512.00	> 320.00	512.00
4	2,048.00	409.60	> 292.57	409.60
5	1,638.40	327.68	> 273.07	327.68
6	1,310.72	262.14	= 262.14	262.14 (cambio)
7	1,048.58	209.72	< 262.14	262.14
8	786.44	167.77	< 262.14	262.14
9	524.30	134.22	< 262.14	262.14
10	262.16	107.37	< 262.14	262.14
		\$3,570.50		\$4,000.00

<sup>a</sup> Para el año  $k$ , la columna 1 menos la columna 4 es igual al resultado que aparece en la columna 1 del año  $k + 1$ .

<sup>b</sup> 200% ( $=2/10$ ) de la columna 1.

<sup>c</sup> La columna 1 menos el  $VR_N$  estimado, dividido entre los años restantes desde el principio de año hasta el décimo año.

<sup>d</sup> Seleccione la cantidad mayor de aquellas que aparecen en las columnas 2 o 3.

es de \$1,048.58. Además, observe que en la tabla 6.1, el  $VL_{10}$  es igual a  $\$4,000 - \$3,750.50 = \$429.50$  sin cambio al método LR. Con cambio, el  $VL_{10}$  es igual a 0. Queda claro que para este activo,  $d_k$ ,  $d_k^*$  y  $VL_k$ , en los años 7 a 10, se establecen con el método LR, que permite que toda la base de costo se deprecie durante el periodo de recuperación de 10 años.

### 6.3.5 Método de las unidades de producción

Todos los métodos de depreciación estudiados hasta este momento se basan en el tiempo transcurrido (años) de acuerdo con la teoría de que la disminución del valor de un activo es sobre todo función del tiempo. Cuando la disminución del valor es principalmente función del uso, la depreciación se basa en un método que no se expresa en términos de años. Es normal que en este caso se use el método de las unidades de producción.

Este método hace que la base de costo (menos el VR final) se asigne por igual al número estimado de unidades que se producen durante la vida útil del activo. La tasa de depreciación se calcula así:

$$\text{Depreciación por unidad de producción} = \frac{B - VR_N}{(\text{tiempo estimado de vida productiva, en unidades producidas})} \quad (6.13)$$

#### EJEMPLO 6.4

Un elemento de equipo que se emplea en un negocio tiene una base de \$50,000, y se espera que tenga un valor de rescate de \$10,000 cuando se reemplace después de 30,000 horas de servicio. Encuentre su tasa de depreciación por hora de servicio, y también su VL después de 10,000 horas de operación.

**SOLUCIÓN**

$$\text{Depreciación por unidad de producción} = \frac{\$50,000 - \$10,000}{30,000 \text{ horas}} = \$1.33 \text{ por hora.}$$

$$\text{Después de 10,000 horas, VL} = \$50,000 - \frac{\$1.33}{\text{horas}} (10,000 \text{ horas}), \text{ o VL} = \$36,700.$$

## 6.4 El sistema modificado de recuperación acelerada de costos

Como se dijo en la sección 6.2.1, el SMRAC lo creó la TRA 86, y ahora es el método principal para calcular los deducibles por depreciación en proyectos de ingeniería. El SMRAC se aplica a la mayoría de activos depreciables tangibles que entraron en servicio después del 31 de diciembre de 1986. Algunos ejemplos de activos que no pueden depreciarse con el SMRAC son las propiedades que se excluyen porque se van a depreciar por medio de otro método que no se basa en los años (método de las unidades de producción), y las propiedades intangibles. Los métodos previos de depreciación requieren estimaciones de vida útil ( $N$ ) y VR al final de la vida útil ( $VR_N$ ). Sin embargo, con el SMRAC, se define que el  $VR_N$  es igual a 0, y las estimaciones de vida útil no se usan en forma directa para calcular los montos de depreciación.

El SMRAC consiste en dos sistemas de cálculo de los deducibles por depreciación. El sistema principal se denomina *Sistema General de Depreciación (SGD)*, y el segundo recibe el nombre de *Sistema Alternativo de Depreciación (SAD)*. En general, el SAD proporciona un periodo de recuperación más largo y sólo usa el método LR de depreciación. Dos ejemplos de activos que deben depreciarse con el SAD son las propiedades que tengan cualquier exención de impuestos y aquellas que se utilizan fuera de Estados Unidos en forma predominante. Sin embargo, cualquier activo que califique para el SGD puede depreciarse con el SAD, si así se desea.

Cuando un activo se depreciá con el SMRAC, es necesario contar con la siguiente información antes de calcular las deducciones por depreciación:

1. Costo base (*B*)
2. Fecha en que entró en servicio el activo
3. Clase de activo y periodo de recuperación
4. El método de depreciación del SMRAC por usar (SGD o SAD)
5. Convención de tiempo que se aplica (medio año)

Los primeros dos conceptos se estudiaron en la sección 6.2. Los conceptos 3 a 5 se analizan en las secciones que siguen.

#### **6.4.1 Clase de activo y periodo de recuperación**

Con el SMRAC, la propiedad tangible depreciable se clasifica (organiza) en clases de activos. Luego, se asigna a las propiedades en cada clase de activo una *vida de clase, periodo de recuperación SGD (y clase de propiedad)*, y *periodo de recuperación SAD*. En la tabla 6.2 se proporciona, para uso nuestro, una lista parcial de activos depreciables que se emplean en los negocios. Los tipos de propiedad depreciable que se agrupan juntos se identifican en la segunda columna. Luego, en las tres columnas restantes, se listan la vida de clase, el periodo de recuperación SGD (y clase de propiedad), y el periodo de recuperación SAD (todos en años) de dichos activos.

Con el Sistema General de Depreciación (SGD), la información básica acerca de las clases de propiedad y períodos de recuperación es la siguiente:

1. La mayoría de propiedades tangibles personales se asignan a una de seis *clases personales de propiedad* (3-, 5-, 7-, 10-, 15- y 20 años). La clase de propiedad personal (en años) es la misma que para el *periodo de recuperación SGD*. Cualquier propiedad personal depreciable que no "se ajuste" a alguna de las clases definidas de activos se depreciá como si estuviera en la clase de propiedad de siete años.
2. La propiedad inmueble se asigna a dos *clases de propiedad inmueble*: no residencial y residencial.
3. El *periodo de recuperación SGD* es de 39 años para la propiedad inmueble no residencial (31.5 años si entró en servicio antes del 13 de mayo de 1993), y 27.5 años para la propiedad residencial.

A continuación se presenta un resumen de la información básica para el SAD:

1. Para la propiedad personal tangible, el *periodo de recuperación SAD* se muestra en la última columna de la tabla 6.2 (y normalmente es el mismo que la vida de clase de la propiedad; existen excepciones tales como las que se indican en las clases de activos 00.12 y 00.22).

**Tabla 6.2** Vidas de clase y periodo de recuperación SMRAC<sup>a</sup>

Clase de activo	Descripción de activos o activos depreciables que se emplean en los negocios	Vida de clase	Periodo de recuperación	
			SGD <sup>b</sup>	SAD
00.11	Muebles y equipo de oficina	10	7	10
00.12	Sistemas de información, inclusive computadoras	6	5	5
00.22	Automóviles, taxis	3	5	5
00.23	Autobuses	9	5	9
00.241	Camiones ligeros de propósito general	4	5	5
00.242	Camiones pesados de propósito general	6	5	6
00.26	Unidades de tractor para uso en carreteras	4	3	4
10.0	Minería	10	7	10
13.2	Producción de petróleo y gas natural	14	7	14
13.3	Refinación de petróleo	16	10	16
15.0	Construcción	6	5	6
22.3	Fabricación de carpetas	9	5	9
24.4	Manufactura de productos de madera	10	7	10
28.0	Manufactura de productos químicos y similares	9.5	5	9.5
30.1	Manufactura de productos de caucho	14	7	14
32.2	Fabricación de cemento	20	15	20
34.0	Manufactura de productos metálicos forjados	12	7	12
36.0	Manufactura de componentes, productos y sistemas electrónicos	6	5	6
37.11	Manufactura de vehículos de motor	12	7	12
37.2	Manufactura de productos aeroespaciales	10	7	10
48.12	Equipo de central telefónica para oficinas	18	10	18
49.13	Equipos eléctricos de plantas de generación de vapor	28	20	28
49.21	Equipos de instalaciones para distribución de gas	35	20	35

<sup>a</sup> Lista parcial resumida de *How to Depreciate Property*, Publicación 946 del IRS, tablas B.1 y B.2, 1998.

<sup>b</sup> También la *clase de propiedad SGD*.

2. Cualquier propiedad personal tangible que no caiga dentro de una de las clases de activos se deprecia con el uso de un periodo de recuperación SAD de 12 años.
3. El *periodo de recuperación SAD* con el SMRAC para propiedades inmuebles no residenciales es de 40 años.

El empleo de estas reglas con el SMRAC se estudiará con más detalle en la sección siguiente.

#### 6.4.2 Métodos de depreciación, convención de tiempo y tasas de recuperación

A continuación se resumen los métodos principales que se usan con el SMRAC para calcular los deducibles por depreciación durante el periodo de recuperación de un activo.

1. Clases de propiedad personal SGD 3-, 5-, 7- y 10- años: método SD con el 200%, que cambia al de la LR cuando éste proporciona una deducción mayor. El método SD con cambio a LR se ilustró en la sección 6.3.4.
2. Clases de propiedad personal SGD 15- y 20- años: método SD con el 150%, que cambia al de LR cuando éste brinda un mayor deducible.

3. Clases SGD de propiedad para renta no residencial y residencial: método LR durante los períodos de recuperación SGD.
4. SAD: método LR para los dos tipos de propiedad, personal e inmueble, durante los períodos de recuperación SAD fijos.

En los cálculos la depreciación en el SMRAC, para propiedad personal tangible, se usa la *convención de medio año*. Esto significa que todos los activos que hayan entrado en servicio durante el año se tratan como si el uso hubiera comenzado a la mitad de año, y se permite una depreciación de medio año. Cuando se desecha un activo, también se permite la convención de medio año. *Si el activo se desecha antes de que se use durante el periodo completo de recuperación, entonces para ese año sólo se toma la mitad del deducible por depreciación normal.*

En la tabla 6.3 se listan las *tasas de recuperación* ( $r_k$ ) de las seis clases de propiedad personal que usaremos. Las tasas de propiedad personal SGD que aparecen en la tabla 6.3 incluyen la convención de medio año, así como el cambio del método SD al de LR, cuando éste proporciona un deducible mayor.

**Tabla 6.3 Tasas de recuperación SGD ( $r_k$ ) para las seis clases de propiedad personal**

Año	Periodo de recuperación (y clase de propiedad)					
	3 años <sup>a</sup>	5 años <sup>a</sup>	7 años <sup>a</sup>	10 años <sup>a</sup>	15 años <sup>b</sup>	20 años <sup>b</sup>
1	0.3333	0.2000	0.1429	0.1000	0.0500	0.0375
2	0.4445	0.3200	0.2449	0.1800	0.0950	0.0722
3	0.1481	0.1920	0.1749	0.1440	0.0855	0.0668
4	0.0741	0.1152	0.1249	0.1152	0.0770	0.0618
5		0.1152	0.0893	0.0922	0.0693	0.0571
6		0.0576	0.0892	0.0737	0.0623	0.0528
7			0.0893	0.0655	0.0590	0.0489
8			0.0446	0.0655	0.0590	0.0452
9				0.0656	0.0591	0.0447
10				0.0655	0.0590	0.0447
11				0.0328	0.0591	0.0446
12					0.0590	0.0446
13					0.0591	0.0446
14					0.0590	0.0446
15					0.0591	0.0446
16					0.0295	0.0446
17						0.0446
18						0.0446
19						0.0446
20						0.0446
21						0.0223

Fuente: *Depreciation*. Publicación 534 del IRS. Washington, D.C.: U.S. Government Printing Office, para devoluciones de impuestos de 1998.

<sup>a</sup> Estas tasas se determinan con la aplicación del método SD con el 200% (con cambio al método LR) al periodo de recuperación con la convención de medio año aplicada al primer año y al último. Las tasas para cada periodo deben sumar 1.0000.

<sup>b</sup> Estas tasas se determinan con el método SD con el 150% en vez del 200% (con cambio al método LR), y se redondean a cuatro cifras decimales.

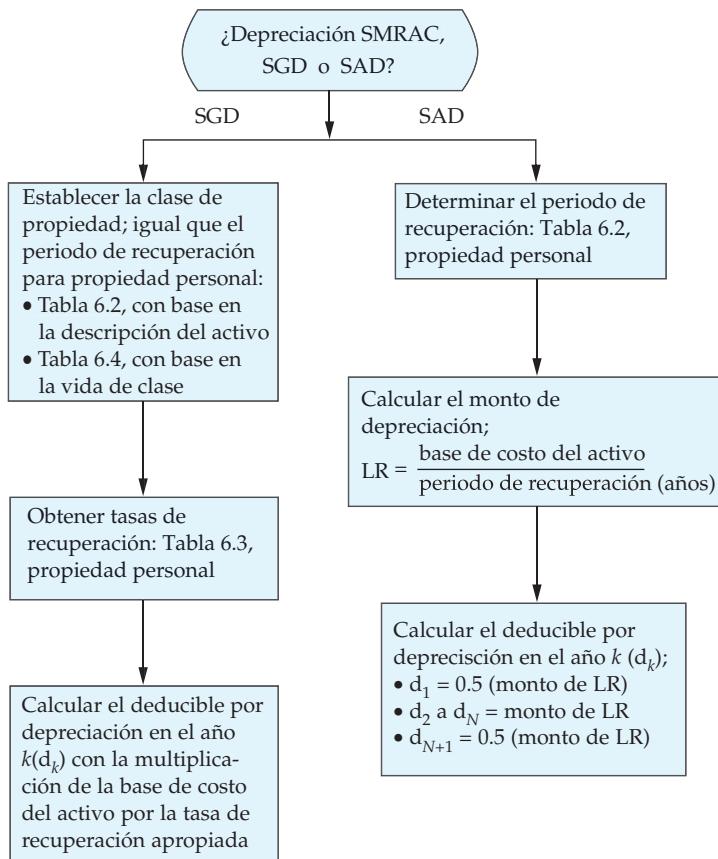
Observe que si se desecha un activo en el año  $N + 1$ , el VL final de dicho activo será igual a cero. Además, para un periodo de recuperación de  $N$  años, para cada clase de propiedad SGD hay  $N + 1$  tasas de recuperación.

La información que aparece en la tabla 6.4 proporciona un resumen de las características principales del principal Sistema General de Depreciación con el SMRAC. Ahí se incluyen algunas reglas especiales selectas acerca de los activos despreciables. En la figura 6.1 se presenta un diagrama de flujo para calcular los deducibles por depreciación con el SMRAC. Como se indica en dicha figura, una elección importante consiste en decidir si se va a usar el SGD principal para un activo, o en su lugar se elige (o se pide) emplear el SAD. En condiciones normales, la elección sería utilizar el SGD para calcular los deducibles por depreciación.

**Tabla 6.4 Clases de propiedad SMRAC (SGD) y métodos principales para calcular los deducibles por depreciación**

Clase de propiedad SGD y método de depreciación	Vida de la clase	Reglas especiales
3 años, SD con 200% con cambio a LR	Cuatro años o menos	Incluye ciertos caballos de carreras. Excluye autos y camiones ligeros.
5 años, SD con 200% con cambio a LR	Más de cuatro años a menos de 10	Incluye autos y camiones ligeros, equipo para fabricación de semiconductores, equipo de conmutación basado en computadoras para oficinas centrales, algunas instalaciones de energía renovable y de biomasa, y propiedades de investigación y desarrollo.
7 años, SD con 200% con cambio a LR	10 años a menos de 16	Incluye estructuras de propósito único para la agricultura y horticultura y vías férreas. Incluye propiedades no asignadas a una clase.
10 años, SD con 200% con cambio a LR	16 años a menos de 20	Ninguna.
15 años, SD con 150% con cambio a LR	20 años a menos de 25	Incluye plantas de tratamiento de aguas negras, plantas de distribución telefónica, y equipo de comunicación para voz y datos en dos sentidos.
20 años, SD con 150% con cambio a LR	25 años o más	Excluye propiedades inmuebles de 27.5 años o más. Incluye drenajes municipales.
27.5 años, LR	N/A	Propiedad residencial para renta.
39 años, LR	N/A	Propiedad no residencial para renta.

Fuente: Arthur Andersen & Company, *Tax Reform 1986: Analysis and Planning*, Chicago, 1986, pág. 112. Se reproduce con autorización de Arthur Andersen & Co.



**Figura 6.1** Diagrama de flujo para calcular los deducibles por depreciación con el SMRAC

### EJEMPLO 6.5

Una compañía compró y puso en servicio un elemento nuevo de equipo para la manufactura de semiconductores. La base de costo para el equipo es de \$100,000. Determine *a)* el cargo por depreciación permisible en el cuarto año; *b)* El VL al final del cuarto año; *c)* la depreciación acumulada hasta el tercer año, y *d)* el VL al final del quinto año si el equipo se desecha en ese momento.

#### SOLUCIÓN

En la tabla 6.2 se observa que el equipo para fabricación de semiconductores (electrónicos) tiene una vida de clase de seis años y un periodo de recuperación SGD de cinco años. Las tasas de recuperación que se aplican se dan en la tabla 6.3.

- a)* El deducible por depreciación, o la recuperación de costo permitida, que se puede usar en el año cuatro ( $d_4$ ) es  $0.1152 (\$100,000) = \$11,520$ .

- b) El VL al final del año cuatro ( $VL_4$ ) es la base de costo menos los cargos por depreciación en los años uno a cuatro:

$$\begin{aligned} BV_4 &= \$100,000 - \$100,000(0.20 + 0.32 + 0.192 + 0.1152) \\ &= \$17,280. \end{aligned}$$

- c) La depreciación acumulada hasta el año tres,  $d_3^*$ , es la suma de los montos de la depreciación en los años uno a tres:

$$\begin{aligned} d_3^* &= d_1 + d_2 + d_3 \\ &= \$100,000(0.20 + 0.32 + 0.192) \\ &= \$71,200. \end{aligned}$$

- d) El deducible por depreciación en el año cinco sólo puede ser de  $(0.5)(0.1152) \cdot (\$100,000) = \$5,760$  si el equipo se desecha antes del año seis. Entonces, el VL al final del año cinco es de  $VL_4 - \$5,760 = \$11,520$ .

Entonces, a partir del ejemplo 6.5, se concluye que la ecuación (6.14) se cumple desde el punto de vista del comprador cuando se intercambia la propiedad del mismo tipo y clase:

$$\text{Base} = \text{costo real en efectivo} + \text{valor en libros del artículo} \quad (6.14)$$

Para ilustrar la ecuación (6.14), suponga que su compañía ha operado un escáner de reconocimiento óptico de caracteres (ROC) durante dos años. Su VL ahora es de \$35,000, y su valor justo de mercado es de \$45,000. La compañía está considerando un escáner ROC nuevo que cuesta \$105,000. En forma ordinaria, se trataría de negociar el viejo escáner por el nuevo y pagar al distribuidor \$60,000. Entonces, la base (B) de depreciación es  $\$60,000 + \$35,000 = \$95,000^*$ .

### EJEMPLO 6.6

En mayo de 1999, su empresa negoció una computadora y su equipo periférico que se usa en el negocio, que en ese momento tenía un VL de \$25,000. Se adquirió un sistema de cómputo nuevo y más rápido, que tenía un VM de \$400,000. Como el vendedor aceptó recibir el equipo antiguo, se tomó el acuerdo por el que la compañía pagaría \$325,000 en efectivo por el nuevo sistema de cómputo.

- a) ¿Cuál es la clase de propiedad SGD del nuevo sistema de cómputo?
- b) ¿Qué depreciación se deduce cada año con base en esa clase de vida? (Consulte la figura 6.1.)

---

\* El *precio de intercambio* del escáner RCO es de  $\$105,000 - \$45,000$  (= costo real en efectivo). La ecuación (6.15) impide que se reclamen bases de costo exageradas por activos nuevos que tienen "etiquetas de precios" elevados en comparación con su precio de intercambio.

**SOLUCIÓN**

- a) La computadora nueva es un activo clase 00.12 y tiene una vida de clase de seis años (véase la tabla 6.2). Entonces, su clase de propiedad y periodo de recuperación SGD es de cinco años.
- b) La base de costo para esta propiedad es de \$350,000, que es la suma del precio en efectivo de \$325,000 de la computadora y los restantes \$25,000 del valor en libros de la negociación. (En este caso, la negociación se trató como una transacción libre de impuestos).

Las tasas SMRAC (SGD) que se aplican a la base de costo de \$350,000 se encuentran en la tabla 6.3. Se desarrolla una tolerancia (medio año) en la tasa del año uno, de manera que no importe que la computadora se haya comprado en mayo de 1999 en lugar de, por ejemplo, noviembre de 1999. Los deducibles por depreciación ( $d_k$ ) de 1999 a 2004 se calculan con

$$d_k = r_k \cdot B; \quad 1 \leq k \leq N + 1, \quad (6.15)$$

donde  $r_k$  = tasa de recuperación para el año  $k$  (de la tabla 6.3):

Propiedad	Fecha de entrada en servicio	Base de costo	Vida de clase	Periodo de recuperación SMRAC (SGD)
Sistema de cómputo	Mayo de 1999	\$350,000	6 años	5 años
Año	Deducibles por depreciación			
1999	0.20	$\times$	\$350,000	= \$70,000
2000	0.32	$\times$	350,000	= 112,000
2001	0.192	$\times$	350,000	= 67,200
2002	0.1152	$\times$	350,000	= 40,320
2003	0.1152	$\times$	350,000	= 40,320
2004	0.0576	$\times$	350,000	= 20,160
				Total \$350,000

**EJEMPLO 6.7**

Un fabricante grande de productos de lámina metálica en el Medio Oriente compró y puso en servicio un sistema de manufactura flexible controlado por computadora, nuevo y moderno, en \$3.0 millones. Puesto que esta compañía no será rentable sino hasta que la tecnología nueva haya funcionado durante varios años, eligió utilizar el SAD del SMRAC para calcular sus deducibles por depreciación. Así, la compañía podría disminuir su depreciación permitida con la esperanza de posponer sus ventajas de impuesto sobre la utilidad hasta que sea un negocio rentable. ¿Qué deducibles por depreciación podrían declararse para el sistema nuevo?

**SOLUCIÓN**

Según la tabla 6.2, el periodo de recuperación SAD para un fabricante de productos metálicos es de 12 años. Con el SAD, se aplica el método LR sin VR al periodo de recuperación

de 12 años con el uso de la convención de medio año. En consecuencia, la depreciación en un año sería de

$$\frac{1}{2} \left( \frac{\$3,000,000}{12} \right) = \$125,000.$$

Los deducibles por depreciación en los años 2 a 12 serían de \$250,000 cada año, y la depreciación en el año 13 sería de \$125,000. Observe cómo la convención de medio año aumenta los deducibles por depreciación durante 13 años ( $N + 1$ ).

## 6.5 Ejemplo comprensivo de depreciación

Ahora se va a considerar un activo para el que la depreciación se calcula por medio de los métodos históricos y el SMRAC (SGD) que se estudiaron antes. Ponga cuidado en observar las diferencias en la mecánica de cada método, así como en las diferencias en los montos de depreciación anuales en sí. También se van a comparar los valores presentes de los métodos de depreciación seleccionados con  $k = 0$  y TREMA = 10%. Como se verá después en este capítulo, una compañía que quiere reducir el valor presente de los *impuestos sobre utilidades que paga al gobierno* prefiere los métodos de depreciación que ocasionan valores presentes mayores (de los montos de depreciación).

### EJEMPLO 6.8

La Compañía La Salle Bus decidió comprar un autobús nuevo en \$85,000, con un intercambio de su vehículo viejo. El camión anterior tiene un VL de \$10,000 en el momento de la negociación. El autobús nuevo se conservará durante 10 años antes de que se venda. Para el momento en que eso ocurra se estima que tendrá un valor de rescate de \$5,000.

En primer lugar, se debe calcular la base de costo. La base es el precio de compra original del autobús más el valor en libros del vehículo viejo que se negoció [ecuación (6.15)]. Entonces, la base es de \$85,000 + \$10,000, es decir, \$95,000. Es necesario buscar en la tabla 6.2 a los autobuses, que son un activo clase 00.23. Ahí, se encuentra que los autobuses tienen una vida de clase de nueve años, durante la cual el vehículo se deprecia con los métodos históricos que se analizaron en la sección 6.3, y un periodo de recuperación SGD de cinco años.

**SOLUCIÓN:** Método *LR*

Para el método de la línea recta, se usa la vida de clase de nueve años, aun cuando el autobús se conservará durante 10 años. Por medio de las ecuaciones (6.2) y (6.4), se obtiene la siguiente información:

$$d_k = \frac{\$95,000 - \$5,000}{9 \text{ años}} = \$10,000, \quad \text{para } k = 1 \text{ a } 9.$$

FDA, $k$	Método LR	
	$d_k$	$VL_k$
0	—	\$95,000
1	\$10,000	85,000
2	10,000	75,000
3	10,000	65,000
4	10,000	55,000
5	10,000	45,000
6	10,000	35,000
7	10,000	25,000
8	10,000	15,000
9	10,000	5,000

Observe que no se tomó depreciación después del año nueve porque la vida de clase era de sólo nueve años. Asimismo, se estimó que el VL era el VR estimado, y el VL permanecerá en \$5,000 hasta que se venda el autobús.

*SOLUCIÓN: Método SD*

Para ilustrar este método, se usarán las ecuaciones para el SD con 200%. Con las ecuaciones (6.6) y (6.8), se calcula lo siguiente:

$$R = 2/9 = 0.2222;$$

$$d_1 = \$95,000(0.2222) = \$21,111;$$

$$d_5 = \$95,000(1 - 0.2222)^{5-1}(0.2222) = \$7,726;$$

$$VL_5 = \$95,000(1 - 0.2222)^5 = \$27,040.$$

FDA, $k$	Método SD (200%)	
	$d_k$	$VL_k$
0	—	\$95,000
1	\$21,111	73,889
2	16,420	57,469
3	12,771	44,698
4	9,932	34,765
5	7,726	27,040
6	6,009	21,031
7	4,674	16,357
8	3,635	12,722
9	2,827	9,895

*SOLUCIÓN: Método SDA*

De nuevo, se usará la vida de clase de nueve años. Los montos de depreciación SDA son los siguientes:

FDA, $k$	Número del año en orden inverso	Factor de depreciación SDA	$d_k = (B - VR_N) * \text{factor}$	VL $_k$
0	—	—	—	\$95,000
1	9	9/45	\$18,000.00	77,000
2	8	8/45	16,000.00	61,000
3	7	7/45	14,000.00	47,000
4	6	6/45	12,000.00	35,000
5	5	5/45	10,000.00	25,000
6	4	4/45	8,000.00	17,000
7	3	3/45	6,000.00	11,000
8	2	2/45	4,000.00	7,000
9	1	1/45	2,000.00	5,000
Suma = 45				

Con las ecuaciones (6.10) y (6.11), se hacen los cálculos que siguen:

$$d_5 = (\$95,000 - \$5,000) \left[ \frac{2(9-5+1)}{9(9+1)} \right] = \$10,000;$$

$$VL_5 = \$95,000 - \frac{2(\$95,000 - \$5,000)}{9}(5) + \frac{(\$95,000 - \$5,000)5(5+1)}{9(9+1)} = \$25,000.$$

**SOLUCIÓN:** Método SD con cambio<sup>a</sup> a depreciación LR

Para ilustrar el mecanismo de la tabla 6.1 para este ejemplo, primero se especifica que el autobús se va a depreciar con el método SD con 200% ( $R = 2/N$ ). Como los métodos SD nunca alcanzan un VL igual a cero, suponga que además se especifica que el cambio a la depreciación con LR se hará para garantizar un VL de \$5,000 al final de la vida de clase de nueve años.

FDA, $k$	VL a principio del año	Método SD con 200%	Método LR ( $VL_9 = \$5,000$ )	Monto de depreciación seleccionado
1	\$95,000	\$21,111	\$10,000	\$21,111
2	73,889	16,420	8,611	16,420
3	57,469	12,771	7,496	12,771
4	44,698	9,933	6,616	9,933
5	34,765	7,726	5,953	7,726
6	27,040	6,009	5,510	6,009
7	21,031	4,674	5,344	5,344 <sup>a</sup>
8	15,687	3,635	5,344	5,344
9	10,344	2,827	5,344	5,344

<sup>a</sup> El cambio ocurre en el año siete.

*SOLUCIÓN: SMRAC (SGD) con la convención del medio año*

Para ilustrar el SGD con la convención de medio año, se modificará el problema del autobús de La Salle de manera que ahora éste se venda en el año cinco para el inciso *a*) y en el año seis para el *b*).

*a)* Con la venta del autobús en el año cinco:

FDA, $k$	Factor	$d_k$	$VL_k$
0	—	—	\$95,000
1	0.2000	\$19,000	76,000
2	0.3200	30,400	45,600
3	0.1920	18,240	27,360
4	0.1152	10,944	16,416
5	0.0576	5,472	10,944

*b)* Con la venta del autobús en el año seis:

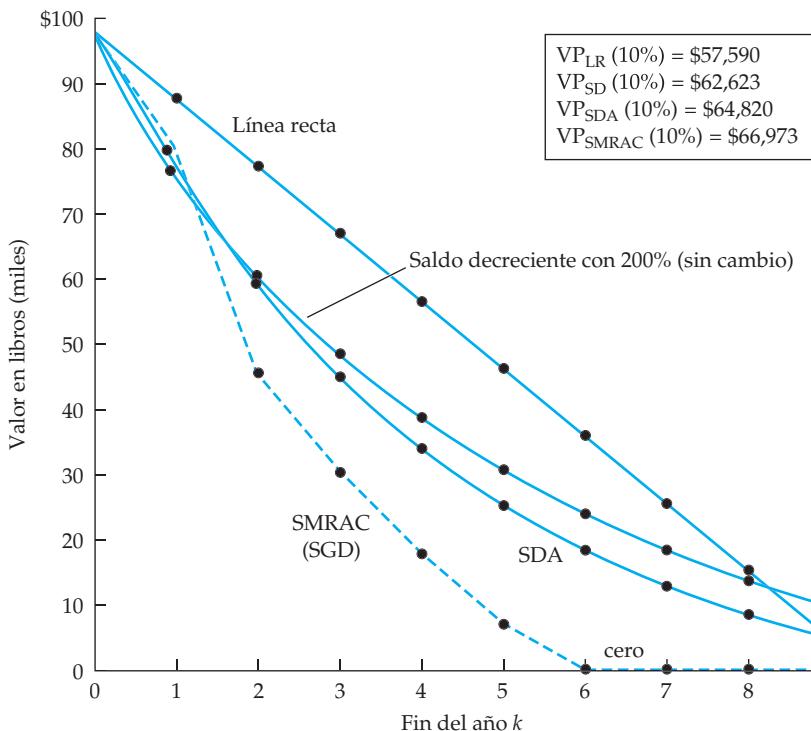
FDA, $k$	Factor	$d_k$	$VL_k$
0	—	—	\$95,000
1	0.2000	\$19,000	76,000
2	0.3200	30,400	45,600
3	0.1920	18,240	27,360
4	0.1152	10,944	16,416
5	0.1152	10,944	5,472
6	0.0576	5,472	0

Observe que cuando el autobús se vende en el año cinco antes de que haya terminado el periodo de recuperación, sólo se considera la mitad de la depreciación normal. Los otros años (del uno al cuatro) no cambiaron. Cuando el autobús se vende en el año seis, al final del periodo de recuperación, el monto del último año no se divide entre dos.

Los métodos de depreciación seleccionados, que se ilustran en el ejemplo 6.8, se comparan en la figura 6.2. Además, en la figura 6.2 se muestra el VP(10%). Ya que por lo general se consideran como deseables los valores presentes de las deducciones por depreciación grandes, es evidente que el método SMRAC es muy atractivo para las compañías rentables.

## 6.6 Agotamiento

Cuando en la generación de productos o servicios se consumen recursos naturales, se usa el término *agotamiento* para indicar la disminución que ocurre en el valor de la base del curso. Dicho término se usa por lo común en relación con propiedades mineras, pozos de petróleo y gas, bosques, etcétera. Por ejemplo, en cualquier terreno de propiedad mineral, existe una cantidad definida disponible de mineral, petróleo o gas. Conforme se extrae y



**Figura 6.2** Comparaciones del VL para métodos de depreciación seleccionados del ejemplo 6.8. (Nota: para el método SMRAC-SGD, se supone que el autobús se vende en el año 6)

vende parte del recurso, las reservas disminuyen, y es normal que el valor de la propiedad también disminuya.

Sin embargo, hay una diferencia en la manera en que deben manejarse los montos recuperados por medio del agotamiento y la depreciación. En el caso de la depreciación, la propiedad considerada por lo general puede reemplazarse con otra propiedad similar una vez que se ha depreciado por completo. En el caso del agotamiento de los minerales o de otros recursos naturales, por lo general es imposible dicho reemplazo. Una vez que se ha extraído el oro de una mina, o el petróleo de un yacimiento, no pueden sustituirse. Así, en un negocio de manufactura o de otro tipo en el que ocurra el agotamiento se pone en práctica el principio de mantenimiento del capital, y los montos cobrados por gastos de depreciación se reinvierten en equipo nuevo para que el negocio pueda continuar en operación en forma indefinida. Por otro lado, en el caso de la minería u otra industria mineral, los montos cobrados como agotamiento no pueden usarse para reemplazar el recurso natural vendido, y de hecho la compañía quedaría fuera del negocio poco a poco, conforme lleva a cabo sus operaciones normales. Es frecuente que tales compañías paguen cada año a los propietarios los montos que se recuperan como agotamiento. Así, el pago anual a los dueños consta de dos partes: 1) las ganancias que se perciben y 2) una parte del capital del propietario que se produce como rendimiento, etiquetada como agotamiento. En tales casos,

si eventualmente se consumiera por completo el recurso natural, la compañía quedaría fuera del negocio, y los socios poseerían acciones que en teoría carecerían de valor, pero habrían recibido el pago de todo el capital que invirtieron.

En la operación de muchos negocios con recursos naturales, los fondos de agotamiento sirven para adquirir propiedades nuevas, tales como otras minas y yacimientos petrolíferos en producción, y de ese manera la empresa subsiste.

Existen dos maneras de calcular las reservas por agotamiento: **1)** el método del costo y **2)** el método del porcentaje. El método del costo se aplica a todos los tipos de propiedad sujetos a agotamiento y es el que más se usa. Con el método del costo se determina una *unidad de agotamiento* dividiendo la base de costo ajustada de una propiedad entre el número de unidades que quedan por extraerse o cosecharse. (Las unidades pueden ser pies de madera, toneladas de mineral, etcétera.) Despues, se calculan los deducibles (reserva por agotamiento) para un año fiscal dado, como el producto del número de unidades *vendidas* durante el año y la unidad de agotamiento, en dólares.

En la práctica, el agotamiento también se basa en un porcentaje del ingreso del año, de acuerdo con las regulaciones del IRS. Las reservas por agotamiento de minas y otros depósitos de recursos naturales, que incluyen yacimientos geotérmicos, se calculan como un porcentaje del ingreso bruto, siempre que el monto cobrado por agotamiento no excede el 50% del *ingreso neto* (100% para el petróleo y gas) antes de la deducción de la reserva por agotamiento. El método del porcentaje se utiliza para la mayoría de tipos de minerales metálicos, depósitos geotérmicos y minas de carbón, pero no para la madera. Por lo general, el uso del porcentaje de agotamiento para el petróleo y gas no se permite, excepto para cierta producción doméstica de dichos recursos. A continuación se presentan algunos ejemplos de reservas por agotamiento:<sup>\*</sup>

Azufre y uranio; explotación doméstica de plomo, zinc, níquel y asbestos	22%
Oro, plata, cobre, mineral de hierro y arenas bituminosas de yacimientos en EUA; perforaciones geotérmicas en Estados Unidos	15%
Carbón, lignito y cloruro de sodio	10%
Arcilla, grava, arena y piedra	5%

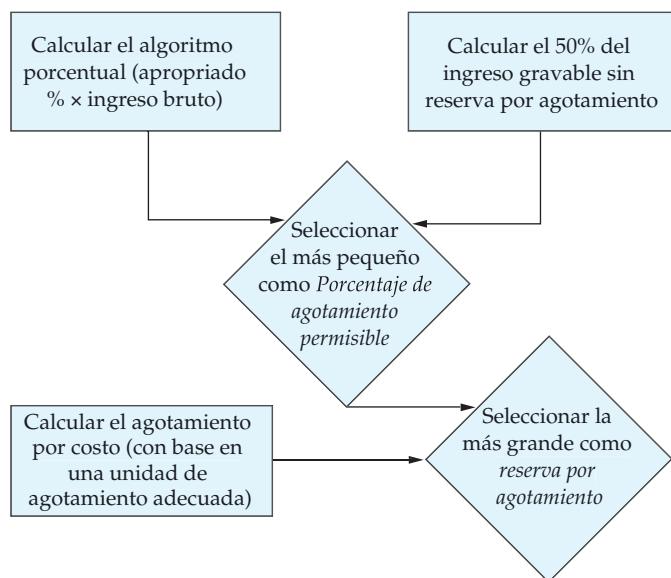
Es posible que con este procedimiento el monto total que se cobre por agotamiento durante la vida de un activo esté muy lejos del costo original. Cuando se aplica el método del porcentaje a una propiedad, las deducciones por el agotamiento deben calcularse tanto con el método del costo como con el del porcentaje. Se elige y usa la deducción más grande para reducir la base de la propiedad, con la finalidad de recalcular la unidad de agotamiento según se necesite. La figura 6.3 muestra la lógica para determinar si el agotamiento por porcentaje o por costo es permisible en un año fiscal dado.

El ejemplo 6.9 ilustra el método del costo para determinar la reserva por agotamiento.

---

\* Las reservas por agotamiento las establece el IRS, y pueden modificarse mediante leyes federales nuevas de impuestos sobre los ingresos.

**Figura 6.3**  
Lógica para determinar si se permite el porcentaje o costo del agotamiento



### EJEMPLO 6.9

La compañía WGS Zinc compró hace poco un fundo minero en \$2,000,000. Las reservas recuperables en la mina se estiman en 500,000 toneladas.

- Si durante el primer año se extrajeron 75,000 toneladas de mineral y se vendieron 50,000, ¿cuál fue la reserva por agotamiento para el año uno?
- Suponga que al final del año uno las reservas se volvieron a calcular y se encontró que sólo eran de 400,000 toneladas. Si en el segundo año se vendieron 50,000 toneladas adicionales, ¿cuál es la reserva por agotamiento para el año dos?

#### SOLUCIÓN

- La unidad de agotamiento es  $\$2,000,000 / 500,000 \text{ ton} = \$4.00 \text{ por ton}$ . Una reserva por agotamiento, con base en las unidades vendidas, para el año uno es 50,000 ton ( $\$4.00/\text{ton}\right) = \$200,000$ .
- La base de costo ajustada al principio del segundo año sería de  $\$2,000,000 - \$200,000 = \$1,800,000$ . La unidad de agotamiento sería  $\$1,800,000 / 400,000 \text{ ton} = \$4.50/\text{ton}$ , y en el año dos es permisible una reserva por agotamiento de 50,000 ton ( $\$4.50/\text{ton}\right) = \$225,000$ .

## 6.7 Introducción a los impuestos sobre las utilidades

Hasta este momento, en el estudio de la ingeniería económica no se han considerado los impuestos sobre las utilidades, excepto por su influencia sobre la depreciación y otro tipo de deducciones. Para no complicar el análisis de los efectos del impuesto sobre la utilidad, se ha hecho énfasis sobre todo en los principios básicos de la ingeniería económica y su

metodología. Sin embargo, hay una amplia variedad de problemas de inversión de capital en los que los impuestos sobre la utilidad afectan la selección entre una y otra alternativa, de manera que los estudios después de impuestos resultan esenciales.

En el resto de este capítulo nos ocuparemos de la forma en que los impuestos sobre la utilidad afectan los flujos de efectivo estimados de un proyecto. Los impuestos sobre utilidades derivan de la operación rentable de una empresa, y por lo general, se toman en cuenta al evaluar los proyectos de ingeniería. La razón es muy sencilla: los impuestos sobre la utilidad que se asocian con la propuesta de un proyecto pueden representar un flujo de efectivo grande, que debe tomarse en consideración junto con otros flujos de entrada y salida de efectivo para dictaminar acerca de la rentabilidad económica conjunta de dicho proyecto.

En la sección 6.7.1 se presenta el análisis de otros impuestos, que no se asocian en forma directa con la capacidad de generar ingresos de un proyecto nuevo, sino que por lo general se ignoran en comparación con los impuestos federales y estatales sobre la utilidad. *Cuando en los estudios de ingeniería económica se incluyen otros tipos de impuestos, normalmente se deducen del ingreso, como si se tratara de cualquier otro gasto de operación al determinar el flujo de efectivo antes de impuestos que se estudió en los capítulos 4 y 5.*

El misterio tras el cálculo a veces complicado de los impuestos sobre la utilidad se disipa cuando se reconoce que los impuestos que se pagan sólo constituyen otro tipo de gastos, pero los ahorros en el pago de ellos (por medio de la depreciación, gastos y exenciones directas de impuestos) son idénticos a otra clase de reducciones de gastos (por ejemplo, ahorros en los gastos de mantenimiento).

Los conceptos básicos que subyacen a las leyes y reglamentos federales y estatales fiscales que se aplican a la mayoría de los análisis económicos de las inversiones de capital, por lo general, se comprenden y aplican sin dificultad. Este análisis de los impuestos sobre la utilidad no trata de ser un tratamiento exhaustivo de la materia. En vez de ello, se utilizan algunas previsiones importantes del Acta de 1986 de Reforma Fiscal (TRA 86, por sus siglas en inglés), junto con ilustraciones de un procedimiento general para calcular el flujo de efectivo neto después de impuestos (FEDI) de un proyecto de ingeniería y llevar a cabo el análisis económico después de impuestos. En este capítulo también se incluyen, cuando es apropiado, cambios importantes a la TRA 86 establecidos en el Acta de 1993 de Conciliación del Presupuesto *Ómnibus* (conocida por sus siglas en inglés como OBRA 93) y el Acta de 1997 de Ayuda al Contribuyente.

### 6.7.1 Diferencias entre distintos tipos de impuestos

Antes de estudiar las consecuencias de los impuestos sobre la utilidad en los estudios de ingeniería económica, es necesario distinguir entre aquellos y otros tipos de impuestos diferentes:

1. Los *impuestos sobre la utilidad* se establecen como función de los ingresos brutos menos las deducciones permitidas. El gobierno federal, la mayoría de los gobiernos estatales y a veces los municipales establecen este tipo de impuestos.
2. Los *impuestos sobre la propiedad* se fijan como función del valor de las propiedades que se poseen, tales como terrenos, edificios, equipos, etcétera, y de las tasas impositivas aplicables. Así entonces, son independientes del ingreso o utilidad de una empresa. Los gobiernos municipales y estatales son los encargados de aplicarlos.

3. Los *impuestos sobre las ventas* se establecen sobre la base de las compras de bienes y servicios, y por ello son independientes del ingreso bruto o de las utilidades. Normalmente los recaudan los gobiernos estatales y municipales. Los impuestos sobre las ventas son relevantes en los estudios de ingeniería económica sólo en tanto que incrementan el costo de los objetos por comprar.
4. Los *impuestos sobre consumo* son federales y se establecen como función de la venta de ciertos bienes o servicios que no se consideran necesarios, y por esto son independientes del ingreso o utilidad de un negocio. Aunque por lo general se cargan al fabricante o proveedor original de los bienes o servicios, una parte del costo se transfiere al consumidor.

El impuesto sobre la utilidad generalmente es el tipo más significativo de gravamen que se encuentra en los análisis de ingeniería económica.

### **6.7.2 La tasa de rendimiento mínima atractiva antes y después de impuestos**

En los capítulos anteriores se ha tratado a los impuestos sobre la utilidad como si no fueran aplicables, o bien, se les ha tomado en cuenta, en general, con el uso de una TREMA antes de impuestos, que es más grande que la TREMA después de impuestos. Una aproximación del requerimiento de la TREMA antes de impuestos, que incluye el efecto de los impuestos sobre el ingreso, para estudios que sólo consideran flujos de efectivo antes de los gravámenes se obtiene con la relación siguiente:

$$\text{TREMA antes de impuestos} \approx \frac{\text{TREMA después de impuestos}}{(1 - \text{tasa impositiva efectiva sobre la utilidad})} \quad (6.16)$$

Entonces,

$$\text{TREMA antes de impuestos} \approx \frac{\text{TREMA después de impuestos}}{(1 - \text{tasa impositiva efectiva sobre la utilidad})} \quad (6.16)$$

En la sección 6.8 se estudiará el cálculo de la tasa impositiva efectiva sobre la utilidad de una empresa.

Esta aproximación es exacta si el activo es no depreciable y no hay pérdidas o ganancias por desecharlo, exenciones de impuestos, ni están implicados otros tipos de deducciones. De otro manera, dichos factores afectan el importe y el momento de los pagos de impuestos sobre la utilidad, y en ese caso se introduciría cierto grado de error en la relación que establece la ecuación (6.16).

### **6.7.3 Utilidad gravable de las corporaciones (empresas de negocios)**

Al final de cada año fiscal, una corporación debe calcular sus utilidades netas (es decir, gravables) o pérdidas. Este proceso comprende varias etapas, que comienzan con el cálculo de la *utilidad bruta*. La corporación puede deducir de la utilidad bruta todos los gastos de operación ordinarios y necesarios (incluidos los intereses) para hacer funcionar al negocio, *excepto las inversiones de capital*. Se permiten las deducciones por depreciación en cada periodo fiscal como un medio de recuperar las inversiones de capital en forma consistente y sistemática. En consecuencia, los gastos y deducciones permisibles se emplean para determinar la utilidad o ingreso gravable:

$$\begin{aligned} \text{Ingreso gravable} &= \text{utilidad bruta} - \text{todos los gastos excepto inversiones de capital} \\ &\quad - \text{deducciones por depreciación (o agotamiento)}. \end{aligned} \quad (6.17)$$

Este ingreso gravable también se denomina *utilidad neta antes de impuestos (UNAI)*. Una vez que se restan los impuestos sobre el ingreso, al resultado se le llama *utilidad neta después de impuestos (UNDI)*. En resumen,

$$\text{Utilidad neta después de impuestos} = \{\text{ingreso gravable, es decir, UNAI}\} - \text{impuestos sobre la utilidad} \quad (6.18)$$

### EJEMPLO 6.10

Una compañía genera utilidad bruta por \$1,500,000 durante un año fiscal, e incurre en gastos de operación de \$800,000. Los pagos de intereses sobre el capital prestado importan \$48,000. Los deducibles totales por depreciación para el año fiscal son iguales a \$114,000. ¿Cuál es el ingreso gravable (UNAI) de esta empresa?

#### SOLUCIÓN

Con base en la ecuación (6.17), el ingreso gravable de esta compañía durante el año fiscal sería de

$$\$1,500,000 - \$800,000 - \$48,000 - \$114,000 = \$538,000$$

## 6.8 La tasa efectiva (marginal) de impuesto a las utilidades corporativas

En la tabla 6.5 se muestra la estructura de la tasa del impuesto federal al ingreso corporativo en 2001. La tasa marginal federal varía desde un 15% hasta un máximo de 39%, en función del rango de ingreso gravable que una empresa tenga en un año fiscal. Sin embargo, observe que la tasa impositiva promedio ponderada sobre el ingreso gravable = \$335,000, es del 34%, y que la tasa impositiva promedio ponderada sobre el ingreso gravable = \$18,333,333, es del 35%. Por lo tanto, si en un año fiscal una corporación tiene un ingreso gravable *mayor que* \$18,333,333, los impuestos federales se calculan con el uso de una tasa general del 35%.

**Tabla 6.5 Tasas impositivas del impuesto federal a las utilidades corporativas (2001)**

Si el ingreso gravable es:	El impuesto es:		
Más de	pero no más de	de la cantidad que excede a	
0	\$50,000	15%	0
\$50,000	75,000	\$7,500 + 25%	\$50,000
75,000	100,000	13,750 + 34%	75,000
100,000	335,000	22,250 + 39%	100,000
335,000	10,000,000	113,900 + 34%	335,000
10,000,000	15,000,000	3,400,000 + 35%	10,000,000
15,000,000	18,333,333	5,150,000 + 38%	15,000,000
18,333,333	.....	6,416,667 + 35%	18,333,333

Fuente: *Tax Information on Corporations*, Publicación 542 del IRS, 1994.

**EJEMPLO 6.11**

Suponga que en un año fiscal una empresa tuvo una utilidad bruta de \$5,270,000, gastos (se excluye el capital) de \$2,927,500, y deducibles por depreciación de \$1,874,300. ¿Cuál sería su ingreso gravable y el impuesto federal sobre la utilidad para el año fiscal en cuestión, con base en la ecuación (6.17) y la tabla 6.5?

**SOLUCIÓN**

$$\begin{aligned}\text{Ingreso gravable} &= \text{utilidad bruta} - \text{gastos} - \text{deductibles por depreciación} \\ &= \$5,270,000 - \$2,927,500 - \$1,874,300 \\ &= \$468,200\end{aligned}$$

Ingreso gravable = 15% de los primeros \$50,000	\$7,500
+25% de los siguientes \$25,000	6,250
+34% de los siguientes \$25,000	8,500
+39% de los siguientes \$235,000	91,650
+34% de los siguientes \$133,200	<u>45,288</u>
Total	\$159,188

En este caso, la obligación fiscal total es de \$159,188. Como nota adicional, en este ejemplo hubiera podido usarse una tasa general del 34% porque la tasa de impuesto federal promedio ponderada sobre un ingreso gravable = \$335,000, es del 34%. Los restantes \$133,200 de ingreso gravable por arriba de esta cantidad están en el rango del 34% (tabla 6.5). Por lo que se tiene que  $0.34(\$468,200) = \$159,188$ .

Aunque las leyes y reglamentos fiscales de la mayoría de los estados (y de algunos municipios) que aplican impuestos sobre las utilidades tienen las mismas características que las disposiciones federales, existe una variación significativa en las tasas de impuesto a las utilidades. En la mayoría de los casos, los impuestos estatales a las utilidades son mucho menores que los federales, y es frecuente que puedan aproximarse mucho a un rango comprendido entre el 6% y el 12% del ingreso gravable. Aquí no se hará ningún intento de analizar los detalles de los impuestos estatales a las utilidades. Sin embargo, para ilustrar el cálculo de una tasa efectiva de impuesto a las utilidades ( $t$ ) para una empresa grande, con base en la consideración tanto del impuesto federal como estatal sobre utilidades, suponga que la tasa federal impositiva aplicable a la utilidad es del 35%, y la estatal es del 8%. Además, suponga que se trata del caso frecuente en el que el ingreso gravable se calcula de la misma forma para ambos tipos de impuestos, excepto que los gravámenes estatales a la utilidad son deducibles de los ingresos gravables para propósitos fiscales federales, pero los gravámenes federales a la utilidad no son deducibles de los ingresos gravables para propósitos fiscales estatales. Con base en estas suposiciones, la expresión general de la tasa efectiva de impuesto sobre utilidades es

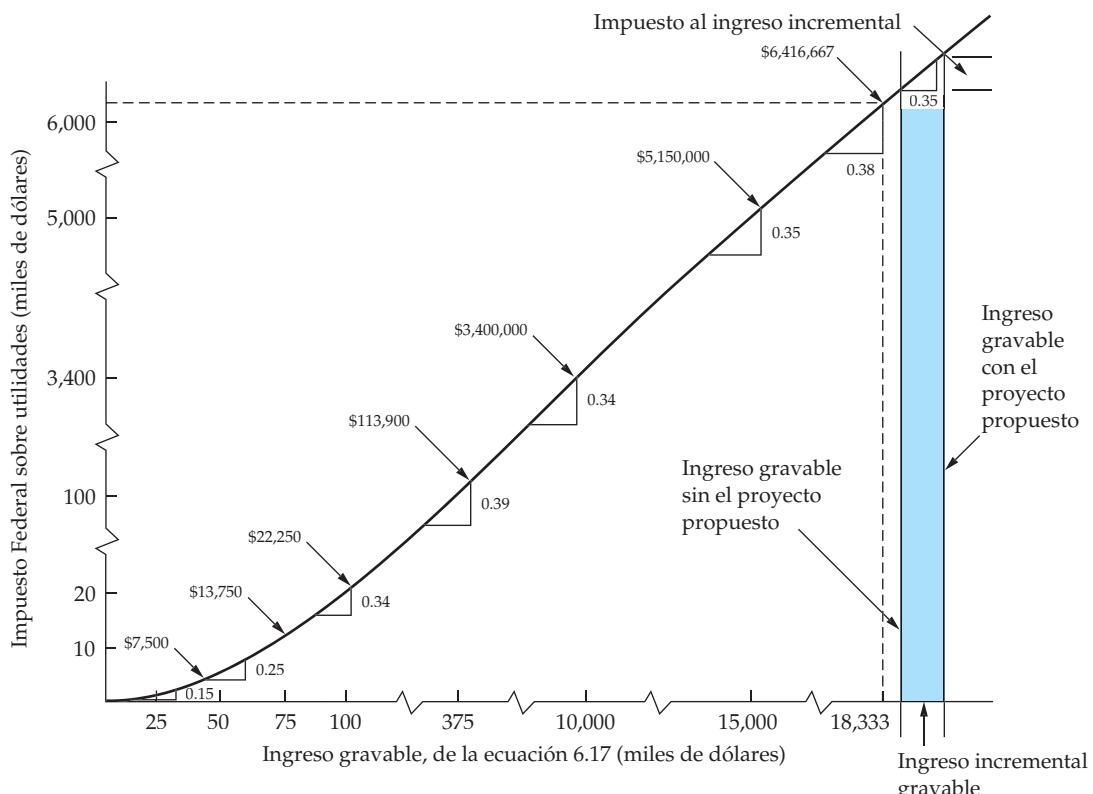
$$t = \text{tasa estatal} + \text{tasa federal}(1 - \text{tasa estatal}), \quad (6.19)$$

y, en este ejemplo, la tasa efectiva de impuestos sobre utilidades de esta corporación sería

$$t = 0.08 + 0.35(1 - 0.08) = 0.402, \text{ o } 40\%, \text{ aproximadamente.}$$

En este capítulo será frecuente que se use una tasa efectiva sobre la utilidad corporativa del 40%, *aproximadamente*, como valor representativo que incluye los impuestos estatales a las utilidades ingreso.

La tasa efectiva de impuesto a las utilidades sobre los *incrementos* de ingresos gravables es importante en los estudios de ingeniería económica. En la figura 6.4 se ilustra este concepto, donde se aprecia la gráfica de las tasas de impuestos federales a la utilidad y los rangos que se listan en la tabla 6.5, y se muestra el ingreso gravable agregado (incremental) y los impuestos federales que se derivarían de una propuesta de un proyecto de ingeniería. En este caso se supone que, para ese año fiscal, la corporación tiene un ingreso gravable mayor que \$18,333,333. Sin embargo, se aplica el mismo concepto a una empresa más pequeña con menor ingreso gravable para el mismo año fiscal, lo que se ilustra en el ejemplo 6.12.



**Figura 6.4** Tasas federales de impuesto a las utilidades de las corporaciones (tabla 6.5) con impuesto al ingreso incremental de una propuesta de proyecto. (En este caso se supone que el ingreso corporativo gravable sin el proyecto es > \$18,333,333)

## EJEMPLO 6.12

Una compañía pequeña espera un ingreso anual gravable de \$45,000 para su año fiscal. Está considerando una inversión de capital adicional de \$100,000 en un proyecto de ingeniería, el cual se espera que genere un flujo neto de efectivo agregado anual (ingresos menos gastos) de \$35,000, y un deducible agregado anual por depreciación de \$20,000. ¿Cuál es la tasa de obligaciones federales de impuesto sobre el la utilidad de la compañía *a*) sin la inversión agregada de capital, y *b*) con la inversión agregada de capital?

## SOLUCIÓN

<i>a)</i>	<i>Impuestos sobre la utilidad</i>	<i>Tasa</i>	<i>Monto</i>
	Sobre los primeros \$45,000	15%	\$6,750
		Total	\$6,750

<i>b) Ingreso gravable</i>	
Antes de la inversión agregada	\$45,000
+ flujo neto de efectivo agregado	+35,000
- deducible por depreciación	<u>-20,000</u>
	Total neto
	\$60,000

<i>Impuesto a la utilidad sobre \$60,000</i>	<i>Tasa</i>	<i>Monto</i>
Sobre los primeros \$50,000	15%	\$7,500
Sobre los siguientes \$10,000	25%	<u>2,500</u>
	Total	\$10,000

La obligación impositiva sobre el ingreso agregado por la inversión es  $\$10,000 - \$6,750 = \$3,250$ .

Como nota adicional, por lo general puede determinarse con más facilidad el cambio en la obligación fiscal con un enfoque incremental. Así, este ejemplo implicó que el ingreso gravable cambiara de \$45,000 a \$60,000, como resultado de la inversión nueva. Entonces, el cambio en el impuesto sobre la utilidad para el año fiscal podría calcularse como sigue:

Primeros \$50,000 - \$45,000 = \$5,000 al 15% = \$ 750  
 Siguientes \$60,000 - \$50,000 = \$10,000 al 25% = 2,500  
Total \$3,250

La tasa federal impositiva promedio sobre el ingreso gravable adicional  $\$35,000 - \$20,000 = \$15,000$ , se calcula con  $(\$3,250 / \$15,000) = 0.2167$ , o 21.67%.

Además de disminuir la tasa máxima sobre el ingreso corporativo gravable del 46% al 35%, la TRA 86 creó un sistema nuevo de *tasa mínima alternativa* (*TMA*) que trata de garantizar que cualquier corporación que tenga ingresos económicos pague una cantidad mínima de impuestos federales a la utilidad ingreso. Ahora, las corporaciones deben calcular sus obligaciones fiscales por utilidades según se ilustra en esta sección, y muchas de ellas también deben calcular su TMA de acuerdo con un conjunto muy complejo de reglas que está más allá del alcance de nuestro estudio.

Las corporaciones ahora deben pagar el impuesto *máximo* a la utilidad que resulta del sistema que emplea las tasas de la tabla 6.5 o del sistema de la TMA. Por lo general, se acepta que en la TRA 86, la TMA es la previsión fiscal de más largo alcance y complejidad para los negocios.

## 6.9 Utilidad (pérdida) sobre la baja de un activo

Cuando se vende un *activo depreciable* (propiedad personal tangible o inmueble, véase la sección 6.2), el valor de mercado rara vez es igual a su VL [ecuación (6.1)]. Por lo general, la utilidad (pérdida) sobre la venta de propiedades sujetas a depreciación es el valor justo en el mercado menos el valor en libros en ese momento. Es decir,

$$[\text{utilidad (pérdida) sobre la baja}]_N = \text{VM}_N - \text{VL}_N \quad (6.20)$$

Cuando la venta genera una utilidad, se dice que hay una *depreciación recuperada*. La tasa de impuesto por la utilidad (pérdida) por la baja de una propiedad personal depreciable es, por lo general, la misma que para la utilidad o pérdida ordinarios, que es la tasa efectiva de impuesto sobre las utilidades,  $t$ .

Cuando un *activo de capital* se vende o intercambia, la utilidad (pérdida) se conoce como *utilidad (pérdida) de capital*. Ejemplos de activos de capital son acciones, bonos, oro, plata y otros metales, al igual que los bienes raíces como una casa. Puesto que el análisis de ingeniería económica rara vez implica una utilidad (pérdida) de capital, los detalles más complejos de esta situación no se analizarán aquí.

### EJEMPLO 6.13

Una empresa vendió en \$78,600 un elemento de equipo durante el año fiscal actual. Los registros contables muestran que su base de costo,  $B$ , es de \$190,000, y la depreciación acumulada es de \$139,200. Suponga que la tasa efectiva de impuesto sobre las utilidades es del 40%. Con base en esta información, ¿cuál es *a*) la utilidad (pérdida) por la baja del activo; *b*) la obligación fiscal (o exención) que resulta de dicha venta, y *c*) la obligación fiscal (o exención) si la depreciación acumulada fue de \$92,400 en lugar de \$139,200?

#### SOLUCIÓN

- a*) El VL en el momento de la venta es \$190,000 – \$139,200 = \$50,800. Por lo tanto, la utilidad por la baja es de \$78,600 – \$50,800 = \$27,800.
- b*) El impuesto que se adeuda sobre esta utilidad es  $-0.40(\$27,800) = -\$11,120$ .
- c*) Con  $d_k^* = \$92,400$ , el VL en el momento de la venta es \$190,000 – \$92,400 = \$97,600. La utilidad es de \$78,600 – \$97,600 = -\$19,000. La exención fiscal que resulta de esta pérdida por la baja es de  $-0.40(-\$19,000) = \$7,600$ .

## 6.10 Procedimiento general para realizar el análisis económico después de impuestos

Generalmente, el análisis económico después de impuestos utiliza las mismas mediciones de rentabilidad que el que se hace antes de impuestos. La única diferencia es que se usan los flujos de efectivo después de impuestos (FEDI) en lugar de los flujos de efectivo antes

de impuestos (FEAI), con la inclusión de los gastos (o ahorros) por impuesto sobre la utilidad, para luego hacer los cálculos de valor equivalente *con el uso de una TREMA después de impuestos*. Las tasas impositivas y las regulaciones gubernamentales llegan a resultar complejas y a estar sujetas a cambios, pero una vez que se han traducido a su efecto sobre los FEDI, el resto del análisis después de impuestos es relativamente sencillo. Para formalizar el procedimiento, sean

$R_k$  = ingresos (y ahorros) del proyecto; es el flujo de entrada de efectivo del proyecto durante el periodo  $k$ ,

$E_k$  = flujos de salida de efectivo durante el año  $k$  para gastos deducibles e intereses,

$d_k$  = suma de todos los costos, no en efectivo o en libros, durante el año  $k$ , tales como depreciación y agotamiento,

$t$  = tasa efectiva de impuesto sobre la utilidad *ordinaria* (federal, estatal y de otro tipo); se supone que  $t$  permanece constante durante el periodo de estudio,

$T_k$  = consecuencias impositivas sobre la utilidad durante el año  $k$ .

$\text{FEDI}_k$  = FEDI del proyecto durante el año  $k$ .

Como la UNAI (es decir, la utilidad gravable) es  $(R_k - E_k - d_k)$ , las consecuencias impositivas sobre el ingreso ordinario durante el año  $k$  se calculan con la ecuación (6.21):

$$T_k = -t(R_k - E_k - d_k). \quad (6.21)$$

Por lo tanto, cuando  $R_k > (E_k + d_k)$ , ocurre una obligación fiscal (es decir, un flujo negativo de efectivo). Si  $R_k < (E_k + d_k)$ , sucede una disminución de la cantidad de impuestos. La UNDI [ecuación (6.18)] tan sólo es el ingreso gravable (esto es, la utilidad neta antes de impuestos) sumado algebraicamente a la cantidad de impuestos que se determine por medio de la ecuación (6.21), entonces

$$\text{UNDI}_k = \frac{(R_k - E_k - d_k)}{\text{ingreso gravable}} - \frac{t(R_k - E_k - d_k)}{\text{impuestos sobre la utilidad}},$$

o bien

$$\text{UNDI}_k = (R_k - E_k - d_k)(1-t). \quad (6.22)$$

El FEDI asociado al proyecto es igual al UNDI más conceptos que no son cantidades en efectivo tales como la depreciación, por lo que

$$\text{FEDI}_k = \text{UNDI}_k + d_k \quad (6.23)$$

$$= (R_k - E_k - d_k)(1-t) + d_k, \quad (6.24)$$

o bien,

$$\text{FEDI}_k = (1-t)(R_k - E_k) + t d_k. \quad (6.25)$$

En muchos análisis económicos de proyectos de ingeniería, los FEDI en el año  $k$  se calculan en términos de los  $\text{FEAI}_k$  (es decir, los flujos de efectivo antes de impuestos en el año  $k$ ):

$$\text{FEAI}_k = R_k - E_k. \quad (6.26)$$

Es decir,\*

$$\text{FEDI}_k = \text{FEAI}_k + T_k \quad (6.27)$$

$$\begin{aligned} &= (R_k - E_k) - t(R_k - E_k - d_k) \\ &= (1-t)(R_k - E_k) + td_k \end{aligned} \quad (6.28)$$

Es obvio que las ecuaciones (6.25) y (6.28) son idénticas.

A continuación se presentan los encabezados de la tabla para facilitar el cálculo de los flujos de efectivo después de impuestos con las ecuaciones (6.21) y (6.28):

Año	(A) FEAI	(B) Depreciación	(C)=(A)-(B) Ingreso gravable	(D)=−t(C) Flujo de efectivo para los impuestos sobre la utilidad	(E) = (A)+(D) FEDI
$k$	$R_k - E_k$	$d_k$	$R_k - E_k - d_k$	$-t(R_k - E_k - d_k)$	$(1-t)(R_k - E_k) + td_k$

La columna  $A$  consiste en la misma información que se usa en los análisis antes de impuestos, en concreto, los ingresos de efectivo (o ahorros) menos los gastos deducibles. La columna  $B$  contiene la depreciación que puede declararse para propósitos fiscales. La columna  $C$  es el ingreso gravable, o monto sujeto a impuesto sobre utilidades. La columna  $D$  contiene el impuesto sobre la utilidad pagado (o ahorrado). Por último, la columna  $E$  muestra los FEDI que se usan directamente en el análisis económico después de impuestos.

En la figura 6.5 se presenta un resumen del proceso para determinar el UNDI y los FEDI durante cada uno de los años de un periodo de estudio de  $N$  años. En la mayor parte de las empresas se comprende bien la UNDI, y a partir de la figura 6.5 se obtiene con facilidad para hacer presentaciones a la alta dirección. El formato de la figura 6.5 se usa mucho en lo que resta de este capítulo, pues brinda una forma conveniente de organizar los datos en los estudios después de impuestos.

Los encabezados de la columna de la figura 6.5 indican las operaciones aritméticas para calcular las columnas  $C$ ,  $D$  y  $E$ , para  $k = 1, 2, \dots, N$ . Cuando  $k = 0$ , por lo general entran en juego inversiones de capital, y el tratamiento en relación con los impuestos (si los hubiera) se ilustra en los ejemplos que siguen. La tabla debe usarse con las convenciones de signo (+) para flujos de entrada de efectivo o ahorros, y (-) para flujos de salida de efectivo o costos de oportunidad.

---

\* En la figura 6.5, en la columna D se usa  $-t$ , con lo que se obtiene la resta algebraica del impuesto sobre el ingreso en la ecuación (6.27).

**Figura 6.5** Formato general (hoja de cálculo) para el análisis después de impuestos; determinación de FEDI (y UNDI)

**EJEMPLO 6.14**

Si durante un año fiscal el ingreso de un proyecto es de \$10,000, los gastos varios son de \$4,000, y los deducibles por depreciación para fines del impuesto sobre utilidades son de \$2,000, ¿cuál es el FEDI si  $t = 0.40$ ? ¿Cuál es la UNDI?

**SOLUCIÓN**

A partir de la ecuación (6.24) se tiene que

$$\text{FEDI} = (1 - 0.4)(\$10,000 - \$4,000 - \$2,000) + \$2,000 = \$4,400.$$

Con las ecuaciones (6.25) y (6.28) se obtiene el mismo resultado:

$$\text{FEDI} = (1 - 0.4)(\$10,000 - \$4,000) + 0.4(\$2,000) = \$4,400.$$

La ecuación (6.25) muestra con claridad que la depreciación contribuye con una exención de  $t \cdot d_k$  para el flujo de caja después de impuestos en el año fiscal  $k$ . La UNDI, con la ecuación (6.23), es de  $\$4,400 - \$2,000 = \$2,400$ .

El FEDI atribuible a la depreciación (un ahorro de impuestos) es  $td_k$  en el año  $k$ . Después de los impuestos sobre la utilidad, un gasto se convierte en  $(1-t)E_k$ .

**EJEMPLO 6.15**

Suponga que un activo con base de costo de \$100,000 y periodo de recuperación de cinco años se está depreciando según el *Sistema Alternativo de Depreciación (SAD) del SMRAC* de la manera siguiente:

Año	1	2	3	4	5	6
Deducible por depreciación	\$10,000	\$20,000	\$20,000	\$20,000	\$20,000	\$10,000

Si la tasa efectiva del impuesto sobre la utilidad de la empresa permanece constante en un 40% durante el periodo de seis años, ¿cuál es el VP de los ahorros después de impuestos resultante de la depreciación si la TREMA = 10% anual (después de impuestos)?

**SOLUCIÓN**

El VP de las exenciones de impuestos (ahorros) que se deben a este esquema de depreciación es

$$\begin{aligned} \text{VP (10\%)} &= \sum_{k=1}^6 0.4d_k(1.10)^{-k} = \$4,000(0.9091) + \$8,000(0.8264) \\ &\quad + \dots + \$4,000(0.5645) = \$28,948. \end{aligned}$$

**EJEMPLO 6.16**

Se espera que el activo del ejemplo 6.15 produzca flujos netos de entrada de efectivo (utilidad neta) de \$30,000 anuales durante el periodo de seis años, y su valor final de mercado es despreciable. Si la tasa efectiva de impuesto sobre la utilidad es del 40%, ¿cuánto podría gastar la empresa por este activo y aún así ganar la TREMA? ¿Cuál es el significado de cualquier excedente del monto que puede pagar sobre la base de costo de \$100,000 que se dio en el ejemplo 6.15?

**SOLUCIÓN**

Después del impuesto sobre la utilidad, el VP de la utilidad neta es de  $(1 - 0.4)$   $(\$30,000) \cdot (P/A, 10\%, 6) = \$18,000(4.3553) = \$78,395$ . Después de agregar a esto el VP de los ahorros en impuestos que se calcularon en el ejemplo 6.15, la cantidad que puede pagar es de \$107,343. Puesto que la inversión de capital es de \$100,000, el VP neto es igual a \$7,343. Se obtiene el mismo resultado con el uso del formato general (hoja de cálculo) de la figura 6.5:

FDA	(A) FEAI	(B) Deductible por depreciación	(C) = (A) – (B) Ingreso gravable	(D) = –0.4(C) Impuestos sobre el ingreso	(E) = (A) + (D) FEDI
0	-\$100,000				-\$100,000
1	30,000	\$10,000	\$20,000	-8,000	22,000
2	30,000	20,000	10,000	-4,000	26,000
3	30,000	20,000	10,000	-4,000	26,000
4	30,000	20,000	10,000	-4,000	26,000
5	30,000	20,000	10,000	-4,000	26,000
6	30,000	10,000	20,000	-8,000	22,000
Total	\$80,000		Total \$80,000		VP(10%) del FEDI = \$7,343

**6.11 Ilustración del cálculo de los FEDI**

Los problemas que siguen (ejemplos 6.17, 6.18, 6.19 y 6.20) ilustran el cálculo de los FEDI, así como muchas situaciones comunes que afectan los impuestos sobre la utilidad. Todos los problemas incluyen el supuesto de que los gastos (o ahorros) por impuesto sobre utilidades ocurren al mismo tiempo (año) que el ingreso o gasto que los provoca. Para fines de comparación de los efectos de las distintas situaciones, en cada ejemplo se calcula la TIR o el VP después de impuestos. Con los resultados de los ejemplos 6.17 y 6.19 es evidente que cuanto más rápido (es decir, más temprano) ocurran los deducibles por depreciación, más favorables serán la TIR y el VP después de impuestos.

**EJEMPLO 6.17**

Cuando cierta maquinaria nueva se pone en servicio, su costo se estima en \$180,000. Se espera *reducir* los gastos netos de operación anual en \$36,000 por año durante 10 años, y que

la maquinaria tenga un VM de \$30,000 al final del décimo año. a) Desarrolle los flujos de efectivo antes y después de impuestos, y b) calcule la TIR antes y después de impuestos. Suponga que la empresa se encuentra en el rango de \$335,000 a \$10,000,000, y que la tasa estatal impositiva a las utilidades es del 6%. En cuanto al ingreso, los impuestos estatales son deducibles de los federales. Esta maquinaria está en la clase de propiedad de cinco años del SMRAC (SGD). c) Calcule el VP después de impuestos si la TREMA *después de impuestos* = 10% por año. En este ejemplo, el periodo de estudio es de 10 años, pero la clase de propiedad de la maquinaria es de cinco.

### SOLUCIÓN

- En la tabla 6.6 se aplica el formato que se ilustra en la figura 6.5, con la finalidad de calcular el FEAI y el FEDI de este ejemplo. En la columna *D*, la tasa efectiva de impuesto sobre las utilidades está muy próxima a 0.38 [de la ecuación 6.19] con base en la información que se acaba de dar.
- La TREMA antes de impuestos se calcula a partir de la columna *A*:

$$0 = -\$180,000 + \$36,000(P / A, i', 10) + \$30,000(P / F, i', 10).$$

Por ensayo y error se encuentra que  $i' = 16.1\%$ .

Se aprecia que la entrada en el último año es de \$30,000, ya que la maquinaria tendrá dicho VM estimado. Sin embargo, con el método SGD el activo se depreció hasta cero. Por lo tanto, cuando al final del año 10 se venda la maquinaria, habrá \$30,000 de *depresión recuperada*, o utilidad por la baja del activo [ecuación (6.20)], la cual se grava con la tasa efectiva del 38% de impuesto a la utilidad. En la columna *D* se muestra esta entrada de impuesto (FDA 10).

Por ensayo y error, para el ejemplo 6.17, la TIR después de impuestos es del 12.4%.

- Al sustituir la TREMA = 10% en la ecuación de VP al final de la tabla 6.6, se obtiene que el VP después de impuestos de esta inversión es igual a \$17,209.

Si la maquinaria del ejemplo 6.17 se hubiera ubicado en la clase de propiedad de 10 años del SMRAC (SGD) en lugar de la de cinco, los deducibles por depreciación hubieran sido menores en los primeros años del periodo de estudio, y cambiarían en los del final, como se indica en la tabla 6.7. En comparación con las entradas de la tabla 6.6, aquellas que aparecen en las columnas *C*, *D* y *E* de la tabla 6.7 son menos favorables, en el sentido de que se difiere un monto alto de FEDI hasta los últimos años, lo que produce menores TREMA y VP después de impuestos. Por ejemplo, el VP se reduce de los \$17,208 de la tabla 6.6 a los \$9,136 de la tabla 6.7. La diferencia básica entre ambas tablas es el *momento de los FEDI*, que es función del momento y magnitud de los deducibles por depreciación. De hecho, el lector interesado podrá confirmar que las sumas de las entradas de las columnas *A* a *E* de las tablas 6.6 y 6.7 son casi las mismas (excepto por el medio año de depreciación sólo en el año 10 de la tabla 6.7). Por supuesto, el momento en que ocurren los flujos de efectivo hace la diferencia.

**Tabla 6.6** Análisis de los FEAI del ejemplo 6.17

Fin del año, <i>k</i>	FEAI	Base de costo	Deductible por depreciación		(C) = (A) – (B) Utilidad gravable	(D) = -0.38(C) Flujo de efectivo para efectos del impuesto sobre la utilidad	(E) = (A) + (D)
			Tasa de recuperación SGD	= Deducible			
0	\$-180,000	—	—	—	—	—	-\$180,000
1	36,000	180,000	×	0.2000	= \$36,000	0	0
2	36,000	180,000	×	0.3200	= 57,600	-21,600	+36,000
3	36,000	180,000	×	0.1920	= 34,560	1,440	+44,208
4	36,000	180,000	×	0.1152	= 20,736	15,264	35,453
5	36,000	180,000	×	0.1152	= 20,736	15,264	30,200
6	36,000	180,000	×	0.0576	= 10,368	25,632	26,260
7-10	36,000	0			0	-13,680	22,320
10	30,000				30,000 <sup>a</sup>	-11,400 <sup>b</sup>	18,600
Total	\$210,000					VP(10%) = \$17,208	Total \$130,201

<sup>a</sup> Recuperación por depreciación =  $VM_{10} - VL_{10} = \$30,000 - 0 = \$30,000$  (ganancia o pérdida).

<sup>b</sup> Impuesto sobre la recuperación de la depreciación.

TIR después de impuestos: Fijar el VP de la columna E = 0 y resolver para *i'* en la ecuación siguiente:

$$0 = -\$180,000 + \$36,000(P/F, i', 1) + \$44,208(P/F, i', 2) + \$35,453(P/F, i', 3) + \$30,200(P/F, i', 4) + \$26,260(P/F, i', 5) + \$30,200(P/F, i', 6) + \$22,320(P/F, i', 7) + \$18,600(P/F, i', 8) + \$12,320(P/F, i', 9) + \$17,208(P/F, i', 10); TIR = 12.4\%$$

**Tabla 6.7** Ejemplo 6.17, resuelto con la maquinaria en la clase de propiedad de 10 años del SMRAC (SGD)

Fin del año, <i>k</i>	FEAI	Base de costo	Tasa de recuperación SGD	Deductible	Deductible por depreciación		(C) = (A) – Utilidad gravable	(D) = –0.38(C) Flujo de efectivo para efectos del impuesto sobre la utilidad	(E) = (A) + (D)
					(A)	(B)			
0		-\$180,000	—	—				-\$180,000	
1	36,000	\$180,000	x	0.1000	=	\$18,000	\$18,000	-\$6,840	29,160
2	36,000	180,000	x	0.1800	=	32,400	3,600	-1,368	34,632
3	36,000	180,000	x	0.1440	=	25,920	10,080	-3,830	32,170
4	36,000	180,000	x	0.1152	=	20,736	15,264	-5,800	30,200
5	36,000	180,000	x	0.0922	=	16,596	19,404	-7,374	28,626
6	36,000	180,000	x	0.0737	=	13,266	22,734	-8,639	27,361
7	36,000	180,000	x	0.0655	=	11,790	24,210	-9,200	26,800
8	36,000	180,000	x	0.0655	=	11,790	24,210	-9,200	26,800
9	36,000	180,000	x	0.0656	=	11,808	24,192	-9,193	26,807
10	36,000	180,000	x	0.0655/2	=	5,895	30,105	-11,440	24,560
10	30,000					18,201 <sup>a</sup>	-6,916		23,084
								Total \$130,196	
								VP(10%) $\approx$ \$9,136	
								TIR = 11.2%	

<sup>a</sup> Utilidad sobre la baja =  $VM_{10} - VL_{10} = \$30,000 - \left( \frac{0.0655}{2} + 0.0328 \right) (\$180,000) = \$18,201$ .

La depreciación no afecta los FEAI. La depreciación (acelerada) produce un VP de los ahorros en impuestos mayor del que generaría el mismo monto de depreciación reclamado en un momento más tardío de la vida de un activo.

Surge una pequeña complicación en el análisis de los FEDI cuando el periodo de estudio es más corto que el de recuperación SMRAC de un activo (por ejemplo, para un periodo de recuperación de cinco años, el de estudio es de cinco años o menos). En tales casos, en este libro se va a suponer que el activo se vende en su VM en el último año del periodo de estudio. Como la convención de mitad de año, sólo puede declararse la mitad de la depreciación SMRAC normal en el año de la baja o el final del periodo de estudio, por lo que generalmente habrá una diferencia entre el VL y el VM del activo. Los ajustes en el impuesto sobre la utilidad se harán en el momento de la venta (véase el último renglón de la tabla 6.7) a menos que el activo en cuestión no se venda, sino que en vez de ello se conserve para un servicio posterior. En tal caso, los deducibles por depreciación generalmente continúan hasta el final del periodo de recuperación SMRAC del activo. La suposición de que un proyecto termina al final del periodo de estudio tiene buen sentido económico, como se ilustra en el ejemplo 6.18.

### EJEMPLO 6.18

Un elemento de equipo muy especializado de equipo ORC tiene un costo inicial de \$50,000. Si se comprara esta pieza, se usaría para generar ingresos (por medio de renta) de \$20,000 por año durante sólo cuatro años. Al final del cuarto año, el equipo se vendería en una cantidad despreciable. Los gastos anuales estimados por conservarlo serían de \$3,000 durante cada uno de los cuatro años. El periodo de recuperación SMRAC (SGD) del equipo es de siete años, y la tasa efectiva de impuesto sobre la utilidad de la compañía es del 40%.

- Si la TREMA después de impuestos es del 7% anual, ¿debe comprarse el equipo?
- Vuelva a resolver el problema, suponiendo que el equipo se retira hasta que la totalidad del periodo de recuperación SMRAC de la depreciación se haya completado.

### SOLUCIÓN

a)

Fin del año, <i>k</i>	(A) FEAI	(B) Deductible por depreciación	(C) = (A) – (B) Ingreso gravable	(D) = –0.4(C) Flujo de efectivo para efec- tos del impuesto sobre la utilidad	(E) = (A) + (D) FEDI
0	-\$50,000				-\$50,000
1	17,000	-\$7,145	-\$9,855	-\$3,942	13,058
2	17,000	12,245	4,755	-1,902	15,098
3	17,000	8,745	8,255	-3,302	13,698
4	17,000	3,123 <sup>a</sup>	13,877	-5,551	11,449
4	0		-18,742 <sup>b</sup>	7,497	7,497

<sup>a</sup> La convención de mitad de año se aplica con la baja en el año cuatro.

<sup>b</sup> VL restante.

VP(7%) = \$1,026. Puesto que el VP > 0, el equipo debe comprarse.  
 b)

Fin del año, $k$	(A) FEAI	(B) Deductible por depreciación	(C) Ingreso gravable	(D) Flujo de efectivo para efectos del impuesto sobre la utilidad	(E) FEDI
0	-\$50,000				-\$50,000
1	17,000	-\$ 7,145	-\$9,855	-\$3,942	13,058
2	17,000	12,245	4,755	-1,902	15,098
3	17,000	8,745	8,255	-3,302	13,698
4	17,000	6,245	10,755	-4,302	12,698
5	0	4,465	-4,465	1,786	1,786
6	0	4,460	-4,460	1,784	1,784
7	0	4,465	-4,465	1,786	1,786
8	0	2,230	-2,230	892	892
					0

VP(7%) = \$353, por lo que el equipo debe adquirirse.

El valor presente es \$673 más alto en el inciso a), que es igual al VP de los deducibles diferidos por depreciación del inciso b). Si tuviera que elegir, una empresa seleccionaría la situación del inciso a).

Una ilustración de cómo se determina el FEDI para una oportunidad de inversión de capital más compleja, aunque realista, se presenta en el ejemplo 6.19.

### EJEMPLO 6.19

La Compañía Ajax Semiconductor trata de evaluar la rentabilidad de agregar otra línea de producción de circuitos integrados a sus operaciones actuales. La compañía necesitaría comprar dos o más acres de tierra por \$275,000 (en total). Las instalaciones costarían \$60,000,000 y no tendrían un VM neto al final de los cinco años. Las instalaciones podrían depreciarse en un periodo de recuperación SGD de cinco años. Se requeriría un incremento del capital de trabajo, y su monto estimado es de \$10,000,000. Se espera que el ingreso bruto se incremente en \$30,000,000 por año durante cinco años, y se estima que los gastos de operación sean de \$8,000,000 anuales durante cinco años. La tasa efectiva de impuesto sobre la utilidad de la empresa es del 40%. a) Construya una tabla y determine los FEDI de este proyecto. b) ¿Cuál es la UNDI en el año tres? c) Si la TREMA después de impuestos es del 12% anual, es rentable la inversión?

### SOLUCIÓN

- a) En la tabla 6.8 se emplea el formato que se recomienda en la figura 6.5 para obtener los FEDI del año cero al cinco. La adquisición del terreno, así como el capital de trabajo adicional, se tratan como inversiones de capital no sujetas a depreciación cuyos VM al final del año cinco se estima serán iguales a sus costos iniciales. (En las evaluaciones económicas se acostumbra suponer que el terreno y el capital de trabajo no sufren de in-

**Tabla 6.8** Análisis después de impuestos del ejemplo 6.19

Fin del año, <i>k</i>	(A) FEAI	(B) Deductible por depreciación	(C) = (A) – (B) Ingreso gravable	(D) = –0.4(C) Flujo de efectivo para efectos del impuesto sobre la utilidad	(E) = (A) + (D) FEDI
0	$\left\{ \begin{array}{l} -\$60,000,000 \\ -10,000,000 \\ -275,000 \end{array} \right.$				–\$70,275,000
1	22,000,000	\$12,000,000	\$10,000,000	–\$4,000,000	18,000,000
2	22,000,000	19,200,000	2,800,000	–1,120,000	20,880,000
3	22,000,000	11,520,000	10,480,000	–4,192,000	17,808,000
4	22,000,000	6,912,000	15,088,000	–6,035,200	15,964,800
5	22,000,000	3,456,000	18,544,000	–7,417,600	14,582,400
	10,275,000 <sup>a</sup>		–6,912,000 <sup>b</sup>	2,764,800 <sup>b</sup>	13,039,800

<sup>a</sup> VM del capital de trabajo y el terreno.

<sup>b</sup> Como VL<sub>5</sub> de las instalaciones de producción es de \$6,912,000 y el VM<sub>5</sub> neto = 0, se tomará una pérdida por la baja al FDA 5.

flación en su valor durante el periodo de estudio ya que no son activos “que se desechen”). Se calcula el FEDI en el año tres (como ejemplo) por medio de la ecuación 6.24, así

$$\begin{aligned} \text{FEDI}_3 &= (\$30,000,000 - \$8,000,000 - \$11,520,000)(1 - 0.40) + \$11,520,000 \\ &= \$17,808,000 \end{aligned}$$

*b)* La UNDI en el año tres se obtiene con la ecuación (6.22):

$$\text{UNDI}_3 = (\$30,000,000 - \$8,000,000 - \$11,520,000)(1 - 0.40) = \$6,288,000.$$

Esto también se obtiene directamente de la tabla 6.8 si se suman las entradas del año tres a las columnas C y D: \$10,480,000 – \$4,192,000 = \$6,288,000.

*c)* La propiedad sujeta a depreciación del ejemplo 6.19 (\$60,000,000) se dará de baja por \$0 al final del año cinco, y se declarará una pérdida de \$6,912,000 por la baja al final del año cinco. En el año cinco, puede declararse una deducción por la depreciación de solo medio año (\$3,456,000), y el VL será de \$6,912,900 al final de dicho año. Ya que el precio de venta (VM) es igual a cero, la pérdida por la baja es igual a nuestro VL de \$6,912,000. Como se ve en la figura 6.5, se genera una exención de impuestos de 0.4(\$6,912,000) = \$2,764,800 al final del año cinco. La TIR después de impuestos se obtiene de los datos de la columna E de la tabla 6.8, y resulta ser del 12.5%. El VP después de impuestos es igual a \$936,715, con una TREMA = 12% anual. Con base en las consideraciones económicas, debe recomendarse la implantación de esta línea de producción de circuitos integrados, ya que parece ser muy atractiva.

En el ejemplo que sigue se ilustra la comparación después de impuestos de alternativas mutuamente excluyentes que implican sólo costos.

### EJEMPLO 6.20

Una empresa de consultoría en ingeniería considera comprar una estación de trabajo configurada en su totalidad con Diseño Asistido por Computadora (CAD) en \$20,000. Se estima que la vida útil del equipo es de siete años, y que su VM después de siete años sería de \$2,000. Se calcula que los gastos de operación serán de \$40 por cada día de ocho horas de trabajo, y el mantenimiento se brindará bajo contrato por \$8,000 por año. La clase de propiedad SMRAC (SGD) es de cinco años, y la tasa efectiva de impuesto sobre la utilidad es del 40%.

Como alternativa, puede rentarse el tiempo necesario de computadora de una compañía de servicio, con un costo anual de \$20,000. Si la TREMA después de impuestos es del 10% anual, ¿cuántos días de trabajo por año debería necesitarse la estación de trabajo para que se justificara su *renta*?

#### SOLUCIÓN

Este ejemplo implica la evaluación después de impuestos de la compra de una propiedad sujeta a depreciación *versus* la renta de ella. Se va a determinar cuánto debe usarse la estación de trabajo para que la opción de renta sea una elección buena desde el punto de vista económico. Una suposición *clave* es que el costo del tiempo de diseño de ingeniería (es decir, tiempo del operador) no se ve afectado por la compra ni por la renta del equipo. Ocurren gastos variables por operar asociados con la propiedad, que resultan de la compra de suministros, instalaciones, etcétera. El costo de mantenimiento por el hardware y software se fija en forma contractual en \$8,000 al año. Además, se supone que el número máximo de días de trabajo por año es de 250.

Las tarifas por renta se tratan como un gasto anual, y la firma consultora (el arrendatario) *no* puede declarar la depreciación del equipo como un gasto adicional. (Es de suponerse que la compañía arrendadora haya incluido el costo de la depreciación dentro de la tarifa por renta.) El cálculo de FEDI para la opción de renta es relativamente directo y no se ve afectado por la manera en que se emplee la estación de trabajo:

$$(\text{Gasto después de impuestos de la renta})_k = -\$20,000(1-0.40) = -\$12,000; k = 1, \dots, 7.$$

Los FEDI para la opción de compra implican gastos que son fijos (no son función de la utilización del equipo), además de gastos que varían con el empleo del equipo. Si X representa al número de días de trabajo por año que se usa el equipo, el costo variable por año de operación de la estación de trabajo es de \$40X. En la tabla 6.9 se muestra el análisis después de impuestos de la alternativa de compra.

El valor anual después de impuestos de la compra de la estación de trabajo es

$$\begin{aligned} VA(10\%) &= -\$20,000(A/P, 10\%, 7) - \$24X - [\$3,200(P/F, 10\%, 1) + \dots \\ &\quad + \$4,800(P/F, 10\%, 7)](A/P, 10\%, 7) + \$1,200(A/F, 10\%, 7) \\ &= -\$24X - \$7,511. \end{aligned}$$

Para encontrar el valor de X se iguala el valor anual después de impuestos de ambas alternativas:

$$-\$12,000 = -\$24X - \$7,511.$$

**Tabla 6.9** Análisis después de impuestos de la alternativa de compra (ejemplo 6.20)

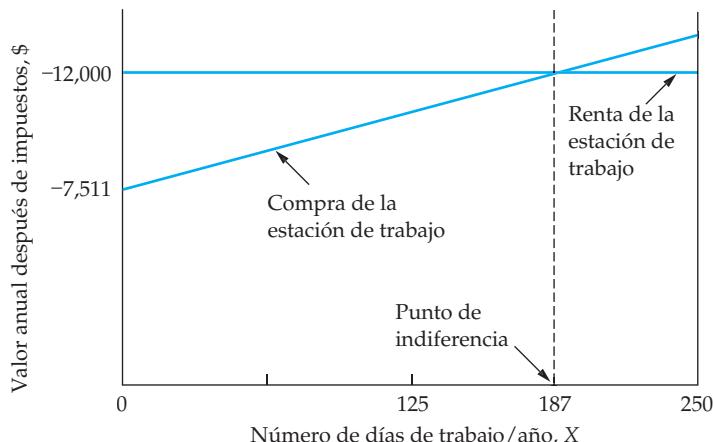
Fin del año, $k$	(A) FEAI	(B) Deductible por depreciación <sup>a</sup>	(C) = (A) – (B) Ingreso gravable	(D) = $-t(C)$ Flujo de efectivo para efectos del impuesto sobre la utilidad	(E) = (A)+(D) FEDI
0	-\$20,000				-\$20,000
1	$-40X - 8,000$	\$4,000	$-40X - \$12,000$	$\$16X + \$4,800$	$-24X - 3,200$
2	$-40X - 8,000$	6,400	$-40X - 14,400$	$16X + 5,760$	$-24X - 2,240$
3	$-40X - 8,000$	3,840	$-40X - 11,840$	$16X + 4,736$	$-24X - 3,264$
4	$-40X - 8,000$	2,304	$-40X - 10,304$	$16X + 4,122$	$-24X - 3,878$
5	$-40X - 8,000$	2,304	$-40X - 10,304$	$16X + 4,122$	$-24X - 3,878$
6	$-40X - 8,000$	1,152	$-40X - 9,152$	$16X + 3,661$	$-24X - 4,339$
7	$-40X - 8,000$	0	$-40X - 8,000$	$16X + 3,200$	$-24X - 4,800$
	2,000		2,000	-800	1,200

<sup>a</sup> Deducible por depreciación<sub>k</sub> = \$20,000 × (tasa de recuperación SGD).

Así,  $X = 187$  días por año. Por lo tanto, si la firma espera utilizar la estación de trabajo CAD en sus actividades por más de 187 días, debe rentar el equipo. El resumen gráfico del ejemplo 6.20 se muestra en la figura 6.6, y proporciona el fundamento de esta recomendación. Ahora resulta evidente la importancia de la utilización estimada de la estación de trabajo, en días de uso al año.



**Sitio Web de consulta (<http://www.pearsoneducation.net/sullivan>):** Para muchas personas o empresas, la decisión de cuál computadora personal comprar representa un dilema. Visite el sitio Web para ver una comparación de tres sistemas de PC en la que se emplea el análisis de los flujos de efectivo después de impuestos (FEDI).



**Figura 6.6.** Resumen del ejemplo 6.20

## 6.12 Valor económico agregado

En esta sección se estudia una medida económica para estimar el potencial de generación de riqueza de las inversiones de capital, que está recibiendo cada vez más atención y uso. La medida, que se denomina valor económico agregado (EVA),<sup>\*</sup> se calcula a partir de algunos de los datos disponibles en el análisis después de impuestos de los flujos de efectivo que genera una inversión de capital. A través del análisis retroactivo del valor de las acciones de una empresa, se ha establecido que en algunas empresas existe una relación estadística significativa entre la medición EVA y el valor histórico de sus acciones.<sup>†</sup> Para nuestros fines, el EVA también se utiliza para estimar el *potencial* de obtener utilidades de propuestas de inversión de capital en proyectos de ingeniería.

Dicho en forma sencilla, el EVA es la diferencia entre la utilidad operativa neta ajustada de la empresa después de impuestos (UONDI) en un año en particular y su costo de capital después de impuestos en ese año. Otra manera de definir el EVA es que se trata de “la desviación entre el rendimiento del capital y el costo de éste”.<sup>‡</sup> El parámetro EVA sirve para medir la oportunidad de generación de riqueza de las propuestas de gastos de capital, sobre una base de proyecto a proyecto (es decir, para inversiones discretas). Ahora, se define al EVA como

$$\begin{aligned} \text{EVA}_k &= (\text{utilidad neta de operación después de impuestos})_k - \\ &\quad (\text{costo de capital usado para generar la utilidad})_k \\ &= \text{UONDI}_k - i \cdot \text{VL}_{k-1}, \end{aligned} \tag{6.29}$$

donde  $k$  = subíndice para el año en cuestión ( $1 \leq k \leq N$ ),

$i$  = TREMA después de impuestos con base en el costo de capital de la empresa,

$\text{VL}_{k-1}$  = valor en libros a principio de año,

$N$  = periodo de estudio (análisis) en años.

La figura 6.5 que se presentó antes se utiliza para relacionar los montos de EVA con los del flujo de efectivo después de impuestos (FEDI), para una propuesta de inversión de capital. EL monto del EVA anual para el año  $k$  se obtiene de la figura 6.5: 1) *sumando* algebraicamente la entrada de la columna C para el año  $k$  ( $1 \leq k \leq N$ ) más la entrada correspondiente en la columna D para obtener la utilidad neta después de impuestos (UNDI), que es lo mismo que UONDI, y luego 2) *restando* el producto de la TREMA después de impuestos del proyecto (con base en el costo de capital) por su valor en libros al principio de año.

---

\* EVA es una marca registrada de Stern Stewart & Company, New York City, NY.

† Véase J. L. Dodd y S. Chen, “EVA: A New Panacea?” *B & E Review*, julio-septiembre de 1996, págs. 26-28, y W. Freedman “How Do You Add Up?” *Chemical Week*, 9 de octubre de 1996, págs. 31-34.

‡ S. Tully, “The Real Key to Creating Wealth”, *Fortune*, 30 de septiembre de 1993, pág. 38 y siguientes.

Este cálculo resulta obvio a partir de la ecuación (6.29). En la figura 6.5 está claro que se necesitan estimaciones (pronósticos) adecuadas del FEAI para realizar predicciones aceptables de los montos de FEDI y EVA.

Con el uso de la notación que se introdujo en la página 285, se encuentra que  $UON-DI_k = (1 - t)(R_k - E_k - d_k)$ , y  $EVA_k = (1 - t)(R_k - E_k - d_k) - i \cdot VL_{k-1}$ . El FEDI se define como sigue: si  $k > 0$ ,  $FEDI_k = (1 - t)(R_k - E_k - d_k) + d_k$ , y si  $k = 0$ ,  $FEDI_0 = VL_0$ . Ahora se observa que la relación entre  $FEDI_k$  y  $EVA_k$  es  $FEDI_k = EVA_k + i \cdot VL_{k-1} + d_k$ .

En el ejemplo 6.21 se demuestran la ecuación (6.29) y la figura 6.5, para determinar los montos de FEDI, VA después de impuestos y EVA, relacionados con una inversión de capital.

### EJEMPLO 6.21

Considere la siguiente propuesta de inversión de capital para un proyecto de ingeniería, y determine a) los FEDI de cada año, b) VA después de impuestos, y c) EVA anual equivalente.

Inversión de capital propuesta	= \$84,000
Valor de rescate (final del año 4)	= \$0
Gastos anuales/año	= \$30,000
Utilidad bruta/año	= \$70,000
Método de depreciación	= Línea recta
Vida útil	= 4 años
Tasa efectiva de impuesto sobre utilidades ( $t$ )	= 50%
TREMA ( $i$ ) después de impuestos	= 12% anual

#### SOLUCIÓN

a) En la tabla que sigue se muestran los montos de FEDI año por año:

FDA	FEAI	Depreciación	Utilidad gravable	Impuesto sobre la utilidad	FEDI
0	-\$84,000	—	—	—	-\$84,000
1	70,000	-30,000	\$21,000	\$19,000	-\$9,500
2	70,000	-30,000	21,000	19,000	-\$9,500
3	70,000	-30,000	21,000	19,000	-\$9,500
4	70,000	-30,000	21,000	19,000	-\$9,500

b) El valor anual equivalente de los FEDI es igual a  $-\$84,000(A / P, 12\%, 4) + \$30,500 = \$2,844$ .

c) El EVA en el año  $k$  es igual a  $\text{UONDI}_k$  (según se definió en la página 298) –  $0.12\text{VL}_{k-1}$  [ecuación (6.29)]. Los montos de EVA año por año y su valor anual equivalente (\$2,844) se muestran en la tabla siguiente. Se observa que el valor anual después de impuestos y el valor anual equivalente del EVA del proyecto son *idénticos*.

$\text{FDA}_k$	$\text{UONDI}$	$\text{EVA} = \text{UONDI} - i \cdot \text{VL}_{k-1}$
1	$\$19,000 - \$9,500 = \$9,500$	$\$9,500 - 0.12(\$84,000) = - \$580$
2	$= \$9,500$	$\$9,500 - 0.12(\$63,000) = \$1,940$
3	$= \$9,500$	$\$9,500 - 0.12(\$42,000) = \$4,460$
4	$= \$9,500$	$\$9,500 - 0.12(\$21,000) = \$6,980$

El EVA anual equivalente =  $[-\$580(P/F, 12\%, 1) + \$1,940(P/F, 12\%, 2) + \$4,460(P/F, 12\%, 3) + \$6,980(P/F, 12\%, 4)](A/P, 12\%, 4) = \$2,844$ .

En el ejemplo 6.21 se demostró que el VA(12%) después de impuestos de la propuesta de proyecto de ingeniería es idéntica al valor anual equivalente del EVA a la misma tasa de interés. Por lo tanto, el valor anual equivalente del EVA es simplemente el valor anual, con la TREMA después de impuestos, de los flujos de efectivo de un proyecto después de impuestos. Esta relación tan directa también es válida cuando en el análisis de la propuesta de un proyecto se usan métodos de depreciación acelerada (tales como el SM-RAC). Para familiarizarse con el EVA, se recomienda al lector resolver los problemas 6.40, 6.41 y 6.42, al final del capítulo.

### 6.13 Efecto después de impuestos de las deducciones en el agotamiento

En ciertos recursos naturales, el ingreso que proviene de una inversión está sujeto a las deducciones por el agotamiento antes de calcular el impuesto sobre la utilidad (véase la sección 6.6). Es notable que en ciertas condiciones, sobre todo en las que el contribuyente del impuesto se encuentra en un rango relativamente alto de impuesto sobre la utilidad, las previsiones en la ley impositiva pueden brindar ventajas económicas considerables.

Como ejemplo, considere el caso de una empresa rentable que tiene una utilidad neta gravable de \$600,000. Durante el año fiscal, la compañía gasta \$400,000 en la perforación y desarrollo de un yacimiento geotérmico, que tiene reservas estimadas de 10,000,000 de galones de agua. El agua caliente se produce y vende a \$0.20 por galón, de acuerdo con la programación que se muestra en la columna 2 de la tabla 6.10, para producir el ingreso bruto que se indica en la columna 3. La columna 4 contiene el flujo neto de efectivo después de que se han deducido los costos de producción.

La reserva en el agotamiento se deduce en un año dado se basa en un *porcentaje fijo* del ingreso bruto (15% para yacimientos geotérmicos), siempre que el deducible no exceda el 50% (100% para petróleo y gas) de la utilidad neta antes de dicha deducción (columna 5). En la columna 7 de la tabla 6.10 se indica el agotamiento calculado de la manera descrita. Otro método consiste en basar el agotamiento en el costo estimado de inversión del producto. En este caso, los 10,000,000 estimados de agua en el yacimiento, cuestan \$400,000. Si se desea, dicho *agotamiento por costo* puede cobrarse a la tasa de \$0.04 por galón, como se muestra en la columna 6 de la misma tabla.

**Tabla 6.10** Recuperación de capital que proporciona un yacimiento geotérmico, con el uso de deducciones de costo y porcentaje para el cálculo de impuestos sobre la utilidad

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
Fin del año, <i>k</i>	Galones de agua vendidos	Ingreso bruto (Flujo de efectivo)	Ingreso neto	50% del ingreso neto	Costo del agotamiento a \$0.04 por galón <sup>a</sup>	Deducción por el agotamiento, al 15% del ingreso bruto	[ = (4) – ya sea (6) o (7)], Utilidad gravable <sup>b</sup>	[ = -0.40(8)] Impuesto sobre la utilidad [ = (4)+(9)], FEDI	
1	700,000	\$140,000	\$80,000	\$40,000	\$28,000	\$21,000	\$52,000	-\$20,800	\$59,200
2	600,000	120,000	70,000	35,000	24,000	18,000	46,000	-18,400	51,600
3	450,000	90,000	48,000	24,000	18,000	13,500	30,000	-12,000	36,000
4	200,000	40,000	24,000	12,000	8,000	6,000	16,000	-6,400	17,600
5	50,000	10,000	2,500	1,250	2,000	1,500	500	-200	2,300

<sup>a</sup> Resumen del costo por agotamiento: Año 1  $\frac{700,000}{10,000,000} \times \$400,000 = \$28,000$ ,

$$\text{Año 2 } \frac{600,000 \times (\$400,000 - \$28,000)}{10,000,000 - 700,000} = \$24,000,$$

$$\text{Año 3 } \frac{450,000 \times (\$400,000 - \$24,000)}{9,300,000 - 600,000} = \$18,000,$$

$$\text{Año 4 } \frac{200,000 \times (\$400,000 - \$18,000)}{8,700,000 - 45,000} = \$8,000,$$

$$\text{Año 5 } \frac{50,000 \times (\$400,000 - \$8,000)}{8,250,000 - 300,000} = \$2,000.$$

<sup>b</sup> En el cálculo de la utilidad gravable, se elige la deducción más grande entre la de la columna 6 y la de la 7, siempre que el agotamiento porcentual no exceda el 50% de la columna 4. Si el agotamiento por costo excede el agotamiento porcentual, entonces debe usarse el agotamiento por costo durante ese año en particular.

(Nota: Por lo general no se permite el agotamiento porcentual en los yacimientos de petróleo y gas.)

En la columna 8 se muestra el ingreso gravable que resulta de la aplicación más favorable de las deducciones en el agotamiento (por medio del método del costo o del porcentaje). La ventaja de las deducciones en el agotamiento porcentual procede de lo siguiente: el agotamiento total que puede declararse excede con frecuencia la inversión de capital sujeta a depreciación. Sin embargo, esta ventaja no se aprecia en esta situación en particular ya que la fracción relativamente pequeña de capacidad del yacimiento que se vende en los años uno a cinco. De hecho, la reserva por agotamiento del costo de la columna 6 es mejor (más alta) que la tolerancia por porcentaje fijo de la columna 7. Cuando el agotamiento por costo excede el agotamiento porcentual, en el cálculo del ingreso gravable debe usarse la deducción por agotamiento por costo, puesto que la base de la propiedad no se ha agotado. Asimismo, es notable que el agotamiento por costo no se limita al 50% del ingreso neto que se muestra en la columna 5, que se determina antes de que se consideren los deducibles por agotamiento. (Recuerde que la figura 6.3 resume el procedimiento para calcular el agotamiento permisible).

Toda vez que la firma tiene un ingreso gravable de \$600,000, aun antes de considerar los rendimientos del yacimiento geotérmico, se debe suponer que la tasa impositiva incremental total ( $t$ ) es del 40%, con lo que se obtiene el impuesto sobre utilidades que aparece en la columna 9 de la tabla 6.10. En la columna 10 aparece el FEDI neto que obtiene el inversionista durante los años uno a cinco de la operación del yacimiento. Es presumible que los 8,000,000 de galones restantes de agua caliente se vendan durante los años subsiguientes 10 a 15 de la operación.

## 6.14 Aplicaciones en hoja de cálculo

Esta plantilla es el caballo de batalla para evaluar proyectos de ingeniería después de impuestos; utiliza la forma que se proporciona en la figura 6.5 para convertir los FEAI a FEDI.

La celda B8 contiene la base de costo, las celdas B9:B15 contienen los FEAI, y en la B16 está el valor de mercado. La función DVS se usa para calcular los montos de la depreciación SMRAC de la columna C. Observe el signo negativo del primer argumento en la función DVS. La celda D3, oculta, es necesaria si se emplea la depreciación SMRAC. Si la vida de clase es mayor o igual que 15, especifica que se usa el saldo decreciente con 150% para determinar  $r_k$ , de otro modo se utiliza un saldo decreciente de 200%.

Se usa cualquier otro método de depreciación (LR, SDA, etcétera) si se coloca la fórmula apropiada en la columna C. Por facilidad, la fórmula de la columna C está copiada al final de la vida de clase, que en este ejemplo es el año 6. Una vez que se llega a este punto, ya no se permite más depreciación. El resto de la tabla utiliza el mismo enfoque que se ilustró en el texto.

La columna de FEDI ajustado es necesaria porque el periodo  $N$  (en este ejemplo,  $N = 7$ ) aparece dos veces. La primera aparición representa los FEAI ordinarios para ese año, mientras que la segunda representa la consecuencia de la venta del activo. Esta columna (G) tan sólo acarrea hacia delante todos los FEDI para los años 0 a  $N - 1$ , y combina los dos renglones que representan al año  $N$ . Esta columna se emplea para calcular todas las medidas financieras de las ventajas de las alternativas que se comparan. Las medidas más comunes de la ventaja aparecen en las celdas G18 a G20.

A	B	C	D	E	F	G	H
1	Análisis después de impuestos, Depreciación SMRAC						
2							
3	Tasa de impuesto =	40%		2			
4	TREMA =	10%					
5	Vida de clase:	5					
6							
7	Año	FEAI	d(k)	Ingreso gravable	Impuesto por pagar	FEDI	FEDI ajustado
8	0	-\$ 100.000			-\$ 100.000	\$ 100.000	-\$ 100.000
9	1	\$ 20.000	\$20.000	\$0	\$0	\$20.000	\$20.000
10	2	\$ 20.000	\$32.000	-\$12.000	\$4.800	\$24.800	\$24.800
11	3	\$ 20.000	\$19.200	\$800	-\$320	\$19.680	\$19.680
12	4	\$ 20.000	\$11.520	\$8.480	-\$3.392	\$16.608	\$16.608
13	5	\$ 20.000	\$11.520	\$8.480	-\$3.392	\$16.608	\$16.608
14	6	\$ 20.000	\$5.760	\$14.240	-\$5.696	\$14.304	\$14.304
15	7	\$ 20.000	"nota"	\$20.000	-\$8.000	\$12.000	\$30.000
16	7	\$ 30.000	"nota"	\$30.000	-\$12.000	\$18.000	
17							
18						VPN =	-1.412
19						VA =	-\$290
20						TIR =	9,57%
21	CLAVE:						
22		= Entrada del usuario		"nota"			
23		= Fórmula única		copiar la fórmula de depreciación sólo para la vida de clase +1			
24							
25	Fórmulas únicas						
26	D3	=SI(B5>=15,1,5,2)					
27	F8	=B8					
28	G8	=F8					
29	C9	=SI(A9=\$B\$5+1,0,5*C8,DVS(-\$B\$8,0,\$B\$5,MAXA(0,A9-1,5),A9-0,5,\$D\$3,FALSO))					
30	D9	=B9-C9					
31	E9	=\$B\$3*D9					
32	F9	=B9-E9					
33	G15	=F15+F16					
34	G18	=VNA(B4,G9:G15)+G8					
35	G19	=PAGO(B4,7-G18)					
36	G20	=TIR(G8:G15,B4)					

Plantilla de hoja de cálculo para evaluación después de impuestos de proyectos de ingeniería

## 6.15 Resumen

En este capítulo se presentaron aspectos importantes de la legislación federal relacionada con la depreciación, agotamiento e impuesto sobre el ingreso. Es esencial comprender dichos temas para realizar evaluaciones correctas de ingeniería económica después de impuestos de propuestas de proyectos. La depreciación y los impuestos sobre utilidades también son parte integral de los capítulos siguientes del libro.

En este capítulo se describieron muchos conceptos relacionados con las leyes federales actuales sobre el impuesto las utilidades. Por ejemplo, se explicaron temas tales como el ingreso gravable, las tasas efectivas de impuesto sobre la utilidad, gravámenes de los ingresos ordinarios, y pérdidas y ganancias por la baja de activos. En la figura 6.5 se presentó un formato general para agrupar y organizar todos estos temas muy diferentes en apariencia. Este formato ofrece al estudiante o ingeniero en la práctica un medio de reunir en una hoja de cálculo la información que se requiere para determinar los FEDI y evaluar en forma apropiada los resultados financieros después de impuestos de una propuesta de inversión de capital. Luego, se empleó la figura 6.5 en ejemplos numerosos. Ahora, el reto para el estudiante es usar esta hoja de cálculo para organizar los datos que se presentan en los problemas de ejercicio al final de este capítulo y los siguientes, y responder preguntas acerca de la rentabilidad después de impuestos de la propuesta en cuestión.

## 6.16 Referencias

- AMERICAN TELEPHONE AND TELEGRAPH COMPANY, Departamento de Ingeniería. *Engineering Economy*, 3a. ed. (New York: American Telephone and Telegraph Company, 1977).
- ARTHUR ANDERSEN & CO. *Tax Reform 1986: Analysis and Planning*, Subject File AA3010, Item 27, St. Louis, Mo., 1986.
- COMMERCE CLEARING HOUSE, Inc. *Explanation of Tax Reform Act of 1986*. Chicago, 1987.
- LASSER, J. K. *Your Income Tax* [New York: Simon & Schuster (véase la última edición)].
- U.S. DEPARTMENT OF THE TREASURY. *Tax Guide for Small Business*, IRS Publication 334, Washington, DC: U. S. Government Printing Office (se revisa anualmente).
- . *Depreciating Property Placed in Service Before 1987*, IRS Publication 534, Washington, DC: U. S. Government Printing Office (se revisa anualmente).
  - . *Sales and Other Dispositions of Assets*, IRS Publication 544, Washington, DC: U. S. Government Printing Office (se revisa anualmente).
  - . *Investment Income and Expenses*, IRS Publication 550, Washington, DC: U. S. Government Printing Office (se revisa anualmente).
  - . *Basis of Assets*, IRS Publication 551, Washington, DC: U. S. Government Printing Office (se revisa anualmente).
  - . *Tax Information on Corporations*, IRS Publication 542, Washington, DC: U. S. Government Printing Office (se revisa anualmente).
  - . *How to Depreciate Property*, IRS Publication 946, Washington, DC: U. S. Government Printing Office (se revisa anualmente).

## 6.17 Problemas

Los números entre paréntesis al final de un problema se refieren a la(s) sección(es) del capítulo que se relaciona(n) más de cerca con el problema.

- 6.1.** En qué difieren las deducciones por depreciación de otros gastos de producción o servicios tales como mano de obra, material y electricidad? (6.2)
- 6.2.** ¿Qué condiciones debe satisfacer una propiedad para que se considere susceptible de depreciación? (6.2)
- 6.3.** Explique la diferencia entre la propiedad inmueble y la personal. (6.2)
- 6.4.** Explique la diferencia entre propiedad tangible e intangible. (6.2)
- 6.5.** Explique cómo se determina la base de costo de las propiedades que se deprecian. (6.2)
- 6.6.** ¿Cuál es el deducible por depreciación, con el uso de los métodos siguientes, para el segundo año, de un activo que cuesta \$35,000 y tiene un VM estimado de \$7,000 al final de sus siete años de vida útil? Suponga que su vida de clase SMRAC también es de siete años. a) SDA, b) saldo decreciente con el 200%, c) SGD (SMRAC), y d) SAD (SMRAC). (6.3, 6.4)
- 6.7.** Su compañía compró un tractocamión grande y nuevo para usarlo en carretera (activo clase 00.26). Tiene un costo básico de \$180,000. Con opciones adicionales que cuestan \$15,000, la base de costo para fines de depreciación es de \$195,000. Su valor de mercado al final de cinco años se estima en \$40,000. Suponga que se va a depreciar con el SGD: (6.4)
- a)** La depreciación acumulada al final del año tres está más cerca de
- |                     |                     |                     |
|---------------------|---------------------|---------------------|
| <b>1.</b> \$195,000 | <b>2.</b> \$187,775 | <b>3.</b> \$180,000 |
| <b>4.</b> \$151,671 | <b>5.</b> \$180,551 |                     |
- b)** La depreciación SMRAC en el año 4 está más cerca de
- |                    |                    |                    |
|--------------------|--------------------|--------------------|
| <b>1.</b> 0        | <b>2.</b> \$13,350 | <b>3.</b> \$14,450 |
| <b>4.</b> \$31,150 | <b>5.</b> \$45,400 |                    |
- c)** El valor en libros al final del año dos está más cerca de
- |                    |                     |                    |
|--------------------|---------------------|--------------------|
| <b>1.</b> \$33,000 | <b>2.</b> \$36,000  | <b>3.</b> \$42,000 |
| <b>4.</b> \$43,000 | <b>5.</b> \$157,000 |                    |
- 6.8.** ¿Por qué habría de elegir un negocio, con el SMRAC, usar el SAD en lugar del SGD? (6.4)
- 6.9.** La compañía "Big Deal" compró muebles nuevos para sus oficinas a un precio de menudeo de \$100,000. Por concepto de seguro, transporte y

manejo se cobran \$20,000 adicionales. La compañía espera usar el mobiliario durante 10 años (vida útil = 10 años) para luego venderlo a un valor de rescate (mercado) de \$10,000. (6.3, 6.4)

Usando el método SD con 200% para la depreciación (con los datos anteriores), responda las preguntas a) a c).

- a)** ¿Cuál es la depreciación durante el segundo año?
- |                       |                      |
|-----------------------|----------------------|
| <b>i</b> ) \$16,000   | <b>ii</b> ) \$17,600 |
| <b>iii</b> ) \$24,000 | <b>iv</b> ) \$19,000 |
- b)** ¿Cuál es el *valor en libros* del activo al final del primer año?
- |                       |                       |
|-----------------------|-----------------------|
| <b>i</b> ) \$96,000   | <b>ii</b> ) \$86,000  |
| <b>iii</b> ) \$88,000 | <b>iv</b> ) \$104,000 |
- c)** ¿Cuál es el valor en libros del activo después de 10 años?
- |                       |                         |
|-----------------------|-------------------------|
| <b>i</b> ) \$10,000   | <b>ii</b> ) Desconocido |
| <b>iii</b> ) \$12,885 | <b>iv</b> ) \$16,106    |
- Con el método SMRAC (con los datos anteriores), responda las preguntas d) a f).
- d)** ¿Cuál es el periodo de recuperación (clase de propiedad) del activo?
- |                     |                     |
|---------------------|---------------------|
| <b>i</b> ) 10 años  | <b>ii</b> ) 7 años  |
| <b>iii</b> ) 5 años | <b>iv</b> ) 15 años |
- e)** ¿Cuál es la depreciación del activo para el primer año?
- |                       |                      |
|-----------------------|----------------------|
| <b>i</b> ) \$17,148   | <b>ii</b> ) \$14,290 |
| <b>iii</b> ) \$12,000 | <b>iv</b> ) \$24,000 |
- f)** ¿Cuál es el valor en libros del activo al final del tercer año?
- |                       |                      |
|-----------------------|----------------------|
| <b>i</b> ) \$69,120   | <b>ii</b> ) \$52,476 |
| <b>iii</b> ) \$73,464 | <b>iv</b> ) \$57,600 |
- g)** Si se vendiera el activo al final del cuarto año, ¿cuál sería la depreciación durante el cuarto año?
- |                       |                      |
|-----------------------|----------------------|
| <b>i</b> ) \$5,352    | <b>ii</b> ) \$7,494  |
| <b>iii</b> ) \$13,842 | <b>iv</b> ) \$14,988 |

- 6.10.** Una compañía compró una máquina en \$15,000. Pagó \$1,000 por impuestos a las ventas y costos de transporte, y costos de instalación no recurrentes con un importe de \$1,200. Al final de tres años, la compañía ya no usaba la máquina, por lo que gastó \$500 en desmantelarla y la vendió en \$1,500. (6.3)
- a)** ¿Cuál es la base de costo para esta máquina?
- b)** La compañía había depreciado la máquina sobre la base LR, con el uso de una vida útil estimada en cinco años y un VR de \$1,000. ¿Cuál

es la cantidad en que fallan los deducibles por depreciación para cubrir la depreciación real?

- 6.11.** Una compañía petrolera compró y puso en servicio un activo para la perforación. Su costo base es de \$60,000 y tiene un VM estimado en \$12,000, al final de una vida útil estimada en 14 años. Calcule el monto de la depreciación en el tercer año y el VL al final del quinto año de vida con cada uno de los métodos siguientes: (6.3, 6.4)

- a) Método LR.
- b) Método SDA.
- c) Método SD con 200%, con cambio a línea recta.
- d) El SGD.
- e) El SAD.

- 6.12.** Una máquina de exploración óptica se compró en \$150,000 en el año fiscal que corre (año uno). Se va a usar para hacer reproducciones de planos de ingeniería, y su vida de clase SMRAC es de nueve años. El VM estimado de esta máquina al final de los 10 años es de \$30,000. (6.4)

- a) ¿Cuál es el periodo de recuperación SGD de la máquina?
- b) Con base en la respuesta al inciso anterior diga, ¿cuál es el deducible por depreciación en el año cuatro?
- c) ¿Cuál es el VL al comienzo del año cinco?

- 6.13.** La empresa Jones Construction Company adquirió un elemento de equipo de construcción (activo clase 15.0). La base de costo fue de \$300,000.

- a) Determine las deducciones por depreciación SGD y SAD de dicha propiedad. (6.4)
- b) Calcule la diferencia entre los valores presentes de los dos deducibles por depreciación del inciso a), si  $i = 12\%$  anual. (6.5)

- 6.14.** Una máquina de boliche cuesta \$500,000 y tiene una vida útil de 10 años. Su valor de mercado estimado al final del año 10 es de \$20,000.

- a) Determine la depreciación para los años 1 a 10, por medio de: i) el método LR, ii) el método SD con 200%, iii) el método SMRAC (vida de clase = 10 años). Más adelante se muestra una tabla con algunos de los valores de la depreciación. Complete dicha tabla. (6.5)
- b) Calcule el valor presente de los deducibles por depreciación (al FDA 0) para cada uno de los tres métodos. La TREMA es del 10% anual.
- c) Si en el inciso b) es deseable un valor presente elevado, ¿qué se concluiría acerca de cuál de los métodos es preferible?

FDA	Método LR	Método SD	Método SMRAC
1		\$100,000	\$71,450
2		\$80,000	
3			
4			
5			
6		\$32,768	\$44,600
7		\$26,214	\$44,650
8			
9			
10		\$48,000	

- 6.15.** Durante el año fiscal en curso (año uno), una compañía farmacéutica compró un tanque mezclador que tiene un valor de mercado justo de \$120,000. Dicho tanque reemplazó a otro más antiguo y pequeño que tenía un VL de \$15,000. Gracias a una promoción especial que había, el tanque anterior se negoció en la compra del nuevo, y el precio de contado (que incluyó el transporte y la instalación) se fijó en \$99,500. La vida de clase SMRAC por el tanque mezclador nuevo es de 9.5 años. (6.4, 6.3)

- a) Segundo el SGD, ¿cuál es el deducible por depreciación en el año tres?
- b) Con el SGD, ¿cuál es el VL al final del año cuatro?
- c) Si en este problema se hubiera aplicado el SD con 200% para la depreciación, ¿cuál habría sido la depreciación acumulada hasta el final del año cuatro?

- 6.16.** Una máquina de propósito especial se va a depreciar como función lineal del uso (método de las unidades de producción). Cuesta \$25,000 y se espera que produzca 100,000 unidades para luego venderse en \$5,000. Hasta el final del año tres había producido 60,000 unidades, y durante el cuarto año produjo 10,000. ¿Cuál es el deducible por depreciación para el cuarto año y el VL al final de éste? (6.3)

- 6.17.** Se compra en \$2,400,000 una mina de oro que se espera produzca 30,000 onzas del metal. El oro puede venderse a \$450 por onza; sin embargo, su extracción y procesamiento cuesta \$265 por onza. Si este año se producen 3,500 onzas, ¿cuál será la deducción por agotamiento para a) el agotamiento unitario y b) el agotamiento porcentual? (6.6)

**6.18.** Se estima que una cantera de mármol contiene 900,000 toneladas de dicha roca, y la ZARD Mining Company la acaba de comprar en \$1,800,000. Si cada año pueden venderse 100,000 toneladas de mármol y el precio promedio de venta por tonelada es de \$8.60, calcule la deducción por agotamiento del primer año para *a)* el método de agotamiento por costo y *b)* el agotamiento porcentual con 5% al año. El ingreso neto de la ZARD antes de la deducción de la reserva por agotamiento es de \$350,000. (6.6)

**6.19.** Un yacimiento de gas en Oklahoma tiene reservas de 2,000,000 mcf subterráneas. La base de costo inicial fue de \$800,000, y durante el primer año de operación se declaró una deducción por agotamiento de \$280,000. Al principio del segundo año de operación, se recalcularon las reservas y resultaron ser de 1,400,000 mcf. ¿Cuál es el valor nuevo del agotamiento unitario con el método del costo? (6.6)

**6.20.** Considere una empresa que tiene un ingreso gravable de \$90,000 en el año fiscal en curso, y utilidades brutas totales de \$220,000. Con base en esta información, responda las siguientes preguntas: (6.7, 6.10)

- a)** ¿De cuánto fue el impuesto federal sobre la utilidad en ese año fiscal?
- b)** ¿Cuál es el UNDI?
- c)** ¿Cuál fue el monto total de gastos deducibles (por ejemplo, materiales, mano de obra, combustible, interés) y las deducciones por depreciación en el año fiscal?

**6.21.** Para la Surefire Automatic Casting Company, los ingresos brutos fueron de \$7,800,000. Los gastos de operación fueron de \$4,900,000 y las deducciones por depreciación alcanzaron \$1,200,000. No hubo interés sobre dinero prestado. (6.7, 6.11)

- a)** ¿Cuánto se pagó por concepto de impuesto federal sobre la utilidad en el año fiscal?
- b)** ¿Cuál fue el UNDI?
- c)** ¿Cuál fue el FEDI de la empresa?

**6.22.** Su empresa está pensando comprar una máquina grande para hacer molduras. La máquina cuesta \$180,000. Con los costos adicionales por transporte e instalación, de \$5,000 y \$10,000, la base de costo para fines de depreciación es de \$195,000. Su VM después de cinco años se estima en \$40,000. Para simplificar, suponga que esta máquina está en la clase de propiedad de tres años del SMRAC (SGD). Las justificaciones para adquirir esta máquina incluyen ahorros de \$40,000 por año en mano de obra, y \$30,000 anuales en reducción de material. La TREMA antes de impuestos es del 20% por año, y la tasa efectiva de impuesto sobre la utilidad es del 40%. (6.4, 6.7, 6.10)

**a)** La UNDI al final del año 1 está más cerca de  
 i) -\$13,000      ii) \$3,000      iii) \$23,000  
 iv) \$68,000      v) \$130,000

**b)** La depreciación SGD en el año cuatro está más cerca de

i) \$0      ii) \$13,350      iii) \$14,450  
 iv) \$31,150      v) \$45,400

**c)** El VL al final del año dos se acerca mucho a

i) \$33,000      ii) \$36,000      iii) \$42,000  
 iv) \$43,000      v) \$157,000

**d)** El FEAI *total* en el año cinco está más cerca de (suponga que la máquina se vende al final del año cinco)

i) \$9,000      ii) \$40,000      iii) \$70,000  
 iv) \$80,000      v) \$110,000

**e)** El ingreso gravable para el año tres es más parecido a

i) \$5,010      ii) \$16,450      iii) \$28,880  
 iv) \$41,120      v) \$70,000

**f)** El VP de los *ahorros después de impuestos* de la máquina, sólo por concepto de mano de obra y materiales (es decir, si se ignora el costo inicial, la depreciación y el VM), es más cercano a (con el uso de la TREMA después de impuestos)

i) \$12,000      ii) \$95,000      iii) \$151,000  
 iv) \$184,000      v) \$193,000

**g)** Suponga que la máquina moldeadora se va a usar sólo por tres años porque se perdieron varios contratos con el gobierno. El VM al final del año tres es de \$50,000. ¿Cuál es el impuesto sobre la utilidad que se adeuda al final del año tres por causa de la depreciación (sea pérdida o ganancia)?

i) \$8,444      ii) \$14,220      iii) \$21,111  
 iv) \$35,550      v) \$20,000

**6.23.** Si la tasa de impuesto federal incremental sobre la utilidad es del 34% y la estatal es del 6%, ¿cuál es la tasa efectiva combinada de impuesto sobre la utilidad (*t*)? Si la tasa estatal sobre utilidades es del 12% del ingreso gravable, ¿cuál es ahora el valor de *t*? (6.8)

**6.24.** Una corporación estima que su ingreso gravable será de \$57,000 en el año fiscal actual. Tiene la oportunidad de invertir en un proyecto que se espera agregue \$8,000 a su ingreso gravable. ¿A cuánto ascenderá el impuesto federal *con* y *sin* el proyecto propuesto? (6.8)

**6.25.** Determine el resultado después de impuestos (es decir, TREMA sobre los FEDI) que obtiene un individuo que compra en \$10,000 un bono a 10 años con el 10% de tasa nominal de interés. Se cuenta con la siguiente información:

- El interés se paga en forma semestral, y el bono no se compró después de que el dueño anterior acababa de recibir el quinto pago.
- El precio de compra por el bono fue de \$9,000.
- Todos los ingresos (ganancias del capital, inclusive) se gravan con una tasa del 28% por impuesto sobre utilidades.
- El bono se va a conservar hasta su madurez.

**6.26.** En una instalación de flujo de cloro dentro de una compañía grande para procesar aluminio, los ingenieros piensan en el reemplazo de los acoplamientos de plástico de la tubería existente por acoplamientos de cobre, más caros, pero de mayor duración. La tabla que sigue presenta una comparación de las inversiones de capital, vidas, valores de rescate, etcétera, de las dos alternativas mutuamente excluyentes que están en consideración:

	(A) Plástico	(B) Cobre
Inversión de capital	\$5,000	\$10,000
Vida útil (de clase)	5 años	10 años
Valor de rescate para fines de depreciación	\$1,000 (=VR <sub>5</sub> )	\$5,000 (=VR <sub>10</sub> )
Gastos anuales	\$300	\$100
Valor de mercado al final de la vida útil	\$0	\$0

Los montos de la depreciación se calculan con el método LR. Suponga una tasa de impuesto sobre la utilidad del 40%, y una tasa de rendimiento mínima atractiva después de impuestos del 12% anual. ¿Cuál acoplamiento de tubería seleccionaría usted y por qué? Con cuidado, haga una lista de todas las suposiciones que realice al efectuar el análisis. (6.10, 6.11)

**6.27.** Los tanques de mantenimiento para contener una sustancia química muy corrosiva, actualmente están hechos del material Z26. La inversión de capital en un tanque es de \$30,000, y su vida útil es de ocho años. Su compañía fabrica componentes electrónicos, y usa el sistema alternativo de depreciación (SAD) con el SMRAC, para calcular los deducibles por depreciación de dichos tanques. El VM neto de los tanques al final de su vida útil es de cero. Cuando un tanque tiene cuatro años de edad, debe arreglarse con un costo de \$10,000. Este costo no es sujeto de depreciación y puede declararse como gasto durante el año cuatro.

En lugar de comprar los tanques, se tiene la opción de rentarlos. Puede celebrarse un contrato hasta por 20 años para el servicio de almacenamiento en tanques de la Rent-All Company. Si la TREMA de su empresa después de impuestos es del 12% anual, ¿cuál es el monto anual más elevado que podría aceptar pagar por el arrendamiento de los tanques sin hacer que la compra sea la alternativa más económica? La tasa efectiva de impuesto sobre la utilidad de su compañía es del 40%. Enuncie cualquier suposición que haga. (6.4, 6.10)

**6.28.** En una empresa de manufactura se consideran dos posturas para un trabajo en particular. En la tabla P6.28 se resumen los datos pertinentes para la comparación.

La tasa efectiva, federal y estatal, de impuesto sobre utilidades es del 50%. También se grava la depreciación con el 50%. Si la TREMA después de impuestos es del 8% anual, ¿cuál de las dos reparaciones debe recomendarse? Enuncie cualesquier suposiciones importantes que haga en el análisis. (6.10)

**6.29.** Para los próximos años, una compañía espera tener un ingreso gravable anual que está en el rango de \$100,000 a \$335,000. Se propone un proyecto nuevo que elevará los ingresos en \$30,000

**Tabla P6.28** Tabla para el problema P6.28

	Arreglo X	Arreglo Y
Inversión de capital	\$30,000	\$40,000
Gastos anuales de operación	\$3,000	\$2,500
Vida útil	6 años	8 años
Valor de mercado	\$6,000	\$4,000
Método de depreciación	LR a valor en libros de cero durante cinco años	SMRAC (SGD) con periodo de recuperación de 5 años

por año e incrementará los costos de las ventas en \$10,000 anuales. Si este proyecto necesita una inversión de capital total de \$50,000, y tiene un VM igual a cero al final de su vida de seis años, ¿cuál es la TIR después de que se paguen los impuestos federales? Suponga que no hay impuestos estatales y que se usa el SMRAC (SGD con periodo de recuperación de cinco años). (6.4, 6.8, 6.10)

**6.30.** Dos máquinas alternativas producirán el mismo producto, pero una es capaz de hacer el trabajo con mejor calidad, por lo que se espera que dé ingresos mayores. A continuación se presentan los datos relevantes:

	Máquina A	Máquina B
Costo inicial	\$20,000	\$30,000
Vida	12 años	8 años
VL terminal (y VM)	\$4,000	\$0
Ingresos anuales	\$150,000	\$188,000
Gastos anuales	\$138,000	\$170,000

Determine cuál es la mejor alternativa si se supone "repetición", con base en una depreciación LR, una tasa de impuesto del 40% sobre la utilidad, y una tasa de rendimiento mínima atractiva del 10% después de impuestos, por medio de los siguientes métodos: (6.10)

- a) Valor anual
- b) Valor presente
- c) Tasa interna de rendimiento

**6.31.** Una empresa debe decidir entre dos diseños de sistema, S1 y S2, que se muestran en la tabla adjunta. Su tasa efectiva de impuesto sobre utilidades es del 40%, y se usa la depreciación SMRAC (SGD). Si se desea un rendimiento después de impuestos igual al 10% anual, ¿qué diseño debe elegirse? Enuncie las suposiciones que haga. (6.10)

	Diseño	
	S1	S2
Inversión de capital	\$100,000	\$200,000
Periodo de recuperación SGD (años)	5	5
Vida útil (años)	7	6
Valor de mercado al final de la vida útil	\$30,000	\$50,000
Ingresos anuales menos gastos durante la vida útil	\$20,000	\$40,000

**6.32.** Los métodos alternativos I y II son propuestas para una planta de operación. La que sigue es la información comparativa:

	Método I	Método II
Inversión inicial	\$10,000	\$40,000
Vida útil (ADR)	5 años	10 años
Valor final de mercado	\$1,000	\$5,000
Gastos anuales		
Mano de obra	\$12,000	\$4,000
Energía	\$250	\$300
Renta	\$1,000	\$500
Mantenimiento	\$500	\$200
Impuestos sobre la propiedad y seguros	\$400	\$2,000
Gastos anuales totales	<u>\$14,150</u>	<u>\$7,000</u>

Determine cuál es la mejor alternativa con base en un análisis de costo anual después de impuestos, con una tasa efectiva sobre las utilidades del 40% y TREMA del 12% después de impuestos, con los métodos siguientes para la depreciación: (6.10)

- a) LR
- b) SMRAC

**6.33.** Su empresa considera comprar una máquina en \$12,000 para reemplazar una máquina rentada. Esta última cuesta \$4,000 por año. La máquina que se piensa adquirir tendría una vida útil de ocho años y VM de \$5,000 al final de su vida. ¿En cuánto podrían incrementarse los gastos anuales de operación y todavía arrojar un rendimiento del 10% anual después de impuestos? La empresa está en el rango del 40% de impuesto sobre utilidades, y los ingresos que producen ambas máquinas son idénticos. Suponga que se utiliza una depreciación alterna SMRAC (SAD), para recuperar la inversión que se realice sobre la máquina, y que el periodo de recuperación SAD es de cinco años. (6.4, 6.10)

**6.34.** Una máquina moldeadora de inyección puede comprarse e instalarse por \$90,000. Se encuentra en la clase de propiedad SGD de siete años, y se espera que esté en servicio durante ocho años. Se piensa que van obtenerse \$10,000 cuando la máquina se dé de baja al final del año ocho. El *valor agregado anual neto* (es decir, ingresos menos gastos) que puede atribuirse a la máquina es constante durante ocho años, y es por un total de \$15,000. La empresa utiliza una tasa efectiva del 40% por impuesto sobre utilidades, y la TREMA después de impuestos es igual al 15% anual. (6.4, 6.10)

- a)** ¿Cuál es el valor aproximado de la TREMA de la empresa antes de impuestos?
- b)** Determine los montos de depreciación SGD en los años uno a ocho.
- c)** ¿Cuál es el ingreso gravable al final del año ocho que se relaciona con la inversión de capital?
- d)** Construya una tabla y calcule los FEDI para esta máquina.
- e)** ¿Debería recomendarse comprar la máquina?
- 6.35.** Su compañía ha comprado equipo (en \$50,000) que reducirá los costos de materiales y mano de obra en \$14,000 anuales durante  $N$  años. Después de  $N$  años ya no habrá necesidad de la máquina, y como ésta es de un diseño especial, no tendrá VM en ningún momento. Sin embargo, el IRS ha establecido que se debe depreciar el equipo sobre una base LR, con una vida fiscal de cinco años. Si la tasa efectiva de impuesto sobre la utilidad es del 40%, ¿cuál es el número mínimo de años que la empresa debe operar el equipo para ganar el 10% anual después de impuestos sobre la inversión? (6.10)

- 6.36.** Un proceso de manufactura puede diseñarse con varios grados de automatización. La siguiente es información relevante sobre el costo:

Grado	Costo inicial	Gasto anual de mano de obra	Gasto anual de energía y mantenimiento
A	\$10,000	\$9,000	\$500
B	14,000	7,500	800
C	20,000	5,000	1,000
D	30,000	3,000	1,500

Determine cuál es el mejor grado de automatización por medio de un análisis después de impuestos, con el uso de una tasa de impuesto sobre utilidades del 40%, una TREMA después de impuestos del 15%, y una depreciación con línea recta. Suponga que cada uno de los grados tiene una vida de cinco años y carece de VL o VM. Utilice cada uno de los métodos siguientes:

- a)** Valor anual  
**b)** Valor presente  
**c)** Tasa interna de rendimiento

- 6.37.** A continuación se presenta información acerca de una propuesta de proyecto que proporcionará la capacidad de fabricar un producto especializado que se estima tiene una vida de mercado (venta) corta:

- La inversión de capital es de \$1,000,000 (que incluye el terreno y capital de trabajo).
- El costo de la propiedad sujeta a depreciación es de \$420,000, que es parte del \$1,000,000 que constituye el costo total estimado del proyecto.
- Por simplicidad, suponga que la propiedad depreciable está en la clase de propiedad SMRAC (SGD) de tres años.
- El periodo de análisis es de tres años.
- Los gastos anuales de operación y mantenimiento son de \$636,000 durante el primer año, y se incrementan a una tasa del 6% por año (es decir,  $f = 6\%$ ) de entonces en adelante (véase el gráfico geométrico, en el capítulo 3).
- El VM estimado de la propiedad susceptible de depreciarse del proyecto al final de tres años es de \$280,000.
- La tasa federal de impuesto sobre utilidades es del 34%; la estatal, del 4%.
- La TREMA (después de impuestos) es del 10% anual.

Con base en un análisis después de impuestos, con el método del VP, ¿cuál es la cantidad mínima de ingreso uniforme anual equivalente que se requiere para justificar económicamente el proyecto? (6.10, 6.11)

- 6.38.** La empresa de usted tiene que obtener cierto equipo nuevo de manufactura para los próximos seis años, y se está considerando la renta. Usted fue elegido para realizar un estudio después de impuestos de la opción de renta. La información pertinente es la que sigue:

Costos de renta: primer año, \$80,000; segundo año, \$60,000; años tres a seis, \$50,000 por año. Suponga que el arrendador ha ofrecido un contrato por seis años, el cual deja inalterables dichos costos durante el periodo de seis años. Otros costos (que no se cubren en el contrato) son de \$4,000 por año, y la tasa efectiva de impuesto sobre la utilidad es del 40%.

- a)** Desarrolle los FEDI para la alternativa de la renta.  
**b)** Si la TREMA después de impuestos es del 8% anual, ¿cuál es el VA para la opción de renta? (6.10, 6.11)

- 6.39.** Las industrias individuales usarán la energía en forma tan eficiente como sea posible económicamente, y existen varios incentivos para que mejoren su eficiencia del consumo de energía. Uno de ellos, para adquirir equipo más eficiente al respecto, es reducir el tiempo que se permite para deducir el costo inicial. Otro "incentivo" podría ser elevar el precio de la energía por medio de un impuesto.

Para ilustrar estos incentivos, considere la selección de una bomba nueva movida por un

motor para usarse en una refinería. La bomba va a operar durante 8,000 horas al año. La bomba A cuesta \$1,600, consume 10 hp, y tiene una eficiencia conjunta del 65% (desarrolla 6.5 hp). La otra alternativa disponible, la bomba B, cuesta \$1,000, consume 13 hp, y tiene una eficiencia conjunta del 50% (desarrolla 6.5 hp). *Nota:* 1 hp = 0.746 kW.

Calcule la tasa interna de rendimiento después de impuestos de una inversión adicional en la bomba A, suponga una tasa efectiva de impuesto sobre utilidades del 40%, una vida útil ADR de 10 años [incisos a) y c), solamente], valores de mercado igual a cero, y depreciación de LR para cada una de las situaciones siguientes: (6.10)

- a) El costo de la electricidad es de \$0.04/kWh.
- b) Se permite un periodo de cinco años para deducir la depreciación, la vida esperada de ambas bombas es de 10 años, y el costo de electricidad es de \$0.04/kWh.
- c) Vuelva a resolver el inciso a), pero con un costo de electricidad de \$0.07/kWh.

**6.40.** La empresa AMT, Inc. está pensando en comprar una cámara digital para el mantenimiento de especificaciones de diseño, que permitirá alimentar imágenes digitales directamente a una estación de trabajo en la que pueden sobreponerse archivos de diseño asistido por computadora sobre las imágenes digitales. Entonces, los ingenieros de diseño podrán detectar las diferencias entre ambas imágenes y corregirlas según convenga. (6.12)

- a) La administración ha pedido a usted que determine el valor presente del valor económico agregado (EVA) de este equipo, con las siguientes estimaciones: inversión de capital = \$345,000; valor de mercado al final del año seis = \$120,000; ingresos anuales = \$120,000; gastos anuales = \$8,000; vida del equipo = 6 años; tasa efectiva de impuesto sobre la utilidad = 50%, y TREMA después de impuestos = 10% anual. Se usará el SMRAC con un periodo de recuperación de 5 años.
- b) Calcule el VP de los flujos de efectivo después de impuestos del equipo. ¿Fue la respuesta del inciso a) la misma que la del inciso b)?

**6.41.** En relación con el ejemplo 6.17, demuestre que el valor presente de los montos anuales de *valor económico agregado (EVA)* debidos a la maquinaria nueva es el mismo que el VP de los montos FEDI (\$17,208) que se dan en la tabla 6.6. (6.11, 6.12)

**6.42.** Vuelva a resolver el ejemplo 6.21 empleando el método de depreciación SMRAC (suponga una clase de propiedad de tres años) en vez del de LR. (6.12)

**6.43.** La Greentree Lumber Company trata de evaluar la rentabilidad de agregar otra línea de corte a sus operaciones de molienda actuales. Necesitarán adquirir en \$30,000 (total) dos acres más de terreno. El equipo costaría \$130,000 y podría depreciarse durante un periodo de recuperación de cinco años, con el método SMRAC. Se espera que el ingreso bruto se incremente en \$50,000 por año durante cinco años, y los gastos anuales de operación serán de \$15,000 anuales durante cinco años. Se espera que esta línea de corte se cierre después de cinco años. La tasa efectiva de impuesto sobre utilidades de la empresa es del 50%. Si la TREMA de la compañía después de impuestos es del 50% por año, ¿es ésta una inversión rentable? (6.10)

**6.44.** En relación con la figura 6.3 y el ejemplo de agotamiento de la tabla 6.10, suponga que en los años 6 a 10 de la operación de este yacimiento puede venderse agua caliente a \$0.22 por galón, en una cantidad constante de 1,000,000 por año, y una reserva de agotamiento del 22%. La compañía espera que su ingreso neto, antes de que se haya deducido cualquier reserva por agotamiento, sea de \$80,000 por año (columna 4 de la tabla 6.10). Si la tasa efectiva de impuesto sobre la utilidad permanece en 40%, ¿cuál es el flujo de efectivo neto después de impuestos, de los años 6 a 10? (6.13)

**6.45.** Se estima que un depósito mineral grande en Wyoming contiene 1,000,000 de toneladas de mineral cuya deducción de agotamiento porcentual es del 22%. Una compañía minera ha hecho una inversión inicial de \$40,000,000 para recuperar el recurso, y el precio de mercado de este es de \$175 por tonelada. La TREMA de la empresa después de impuestos es del 12% anual, y su tasa efectiva de impuesto sobre utilidades es del 40%. Se anticipa que el mineral se venderá a razón de 100,000 toneladas por año y que los gastos de operación, sin incluir los deducibles por agotamiento, serán de \$9,000,000 por año, aproximadamente. (6.13)

- a) Determine los FEDI para esta empresa de minería si se emplea el agotamiento porcentual (o agotamiento por costo, si fuera más apropiado).
- b) Determine el VP de los FEDI del inciso a).

**6.46.** La empresa Allen International manufactura productos químicos. La compañía necesita adquirir una pieza nueva de equipo para la producción con el fin de trabajar en la fabricación de un pedido grande que recibió. El pedido es para un periodo de tres años, y al final de ese tiempo la máquina podría venderse.

Allen recibió dos cotizaciones de proveedores, quienes proporcionarían el servicio requerido.

La cotización I tiene un costo inicial de \$180,000 y valor de rescate estimado en \$50,000 al final de tres años. Su costo anual de operación y mantenimiento se estima en \$28,000 por año. La cotización II tiene un costo inicial de \$200,000 y un valor de rescate que se calcula en \$60,000 después de tres años. Su costo anual de operación y mantenimiento se estima en \$17,000 por año. La compañía paga una tasa del 40% por impuesto sobre ordinario sobre utilidades y una recuperación del 28% por depreciación. La máquina se depreciaría con el método SMRAC-SGD (activo clase

28.0). Allen usa una TREMA después de impuestos del 12% en sus análisis económicos y planea aceptar cualquiera de las cotizaciones que cueste menos. (6.10)

Para realizar un análisis después de impuestos que determine cuál de las máquinas debe adquirirse, se debe

- a)** Establecer el periodo de estudio que se emplee.
- b)** Mostrar todos los cálculos que sean necesarios para apoyar las conclusiones.
- c)** Enunciar lo que debería hacer la compañía.

# Técnicas de estimación de costos

Los objetivos de este capítulo son: 1. estudiar el enfoque integral que se usa en el desarrollo de flujos de efectivo para las alternativas que se analizan en un estudio, y 2. delinear e ilustrar técnicas selectas que serán de utilidad al realizar dichas estimaciones.

---

## En este capítulo se estudian los siguientes temas:

- Un enfoque integral para desarrollar flujos de efectivo
- Definición de una estructura de desglose de trabajo
- La estructura del costo y el ingreso
- Técnicas de estimación (modelos)
- Estimación paramétrica de costos
- Descripción del efecto de la curva de aprendizaje
- Estimación de costos durante el proceso de diseño
- Estimación de los flujos de efectivo para un pequeño proyecto típico

---

### 7.1 Introducción

En el capítulo 1 se estudió el procedimiento de análisis de la ingeniería económica en términos de siete etapas, que se listan aquí una vez más:

1. Reconocimiento y formulación del problema.
2. Desarrollo de las alternativas factibles.
3. Desarrollo del flujo neto de efectivo (y otros eventos prospectivos) de cada alternativa.
4. Selección de un criterio (o criterios) para determinar la alternativa preferible.
5. Análisis y comparación de las alternativas.

6. Selección de la alternativa preferible.
7. Vigilancia del rendimiento y postevaluación de los resultados.

En los capítulos 3 a 6 se desarrolló y demostró la metodología necesaria para llevar a cabo las etapas 4, 5 y 6. En este capítulo se vuelve a la etapa 3.

Como los estudios de ingeniería económica tienen que ver con resultados que se extienden hacia el futuro, una etapa fundamental del procedimiento de análisis es la estimación de los flujos de efectivo futuros para las alternativas factibles. Una decisión basada en el análisis es adecuada sólo en la medida en que las estimaciones de dichos costos e ingresos sean representativos de lo que ocurrirá en la posteridad.

En la etapa 1 del procedimiento, se identificó la necesidad de hacer un análisis; la situación específica (oportunidad de mejora, proyecto de diseño, negocio nuevo, etcétera) se definió en forma explícita; se desarrollaron los eventos deseables en términos de metas, objetivos y otros resultados; y se delinearon cualesquiera condiciones especiales y restricciones que se necesitara satisfacer. Luego, en la etapa 2, se seleccionaron las alternativas factibles por analizar en el estudio de ingeniería económica, y se describieron usando el enfoque de sistemas.

Entonces, para la etapa 3, *ya se han seleccionado las alternativas* por analizar, y se han *resaltado* las diferencias entre ellas. Desde las primeras dos etapas ya se contaba con otra información importante (resultados por alcanzar y requerimientos por satisfacer) necesaria para el análisis.

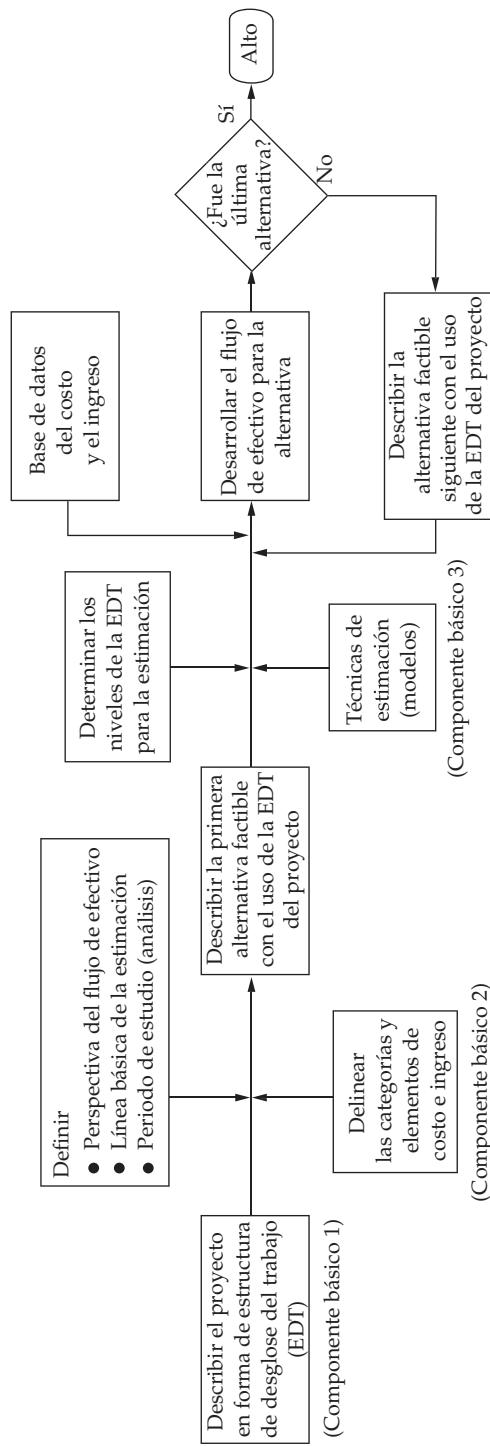
Una parte importante de la práctica de la ingeniería es la aplicación de los conceptos y la metodología que se estudian en este capítulo. Como base para algunos de los ejemplos del capítulo 7 se utiliza un proyecto de edificación comercial. Hubiera sido posible elegir cualquier otro proyecto de ingeniería, tal como la expansión de una planta de procesamiento químico o el diseño de un centro de conmutación para un sistema de distribución eléctrica.

## 7.2 Un enfoque integrado

En la figura 7.1 se muestra un enfoque integrado para desarrollar los flujos netos de efectivo para las alternativas factibles del proyecto (etapa 3). Se usará el término *proyecto* para hacer referencia a aquello que constituye el objeto del análisis. Este enfoque integrado incluye tres componentes básicos:

1. **Estructura de desglose del trabajo (EDT).** Ésta es una técnica para definir en forma explícita los elementos de trabajo de un proyecto y sus interrelaciones, con niveles de detalle sucesivos (lo que a veces se llama *estructura de los elementos de trabajo*).
2. **Estructura del costo y el ingreso (clasificación).** Se hace la delineación de las categorías de costo e ingreso para las estimaciones de los flujos de efectivo en cada nivel de la EDT.
3. **Técnicas de estimación (modelos).** Se usan modelos matemáticos seleccionados para estimar los costos e ingresos futuros durante el periodo de análisis.

Estos tres componentes básicos, junto con las etapas integradoras del procedimiento, proporcionan un enfoque organizado para desarrollar los flujos de efectivo de las alternativas.



**Figura 7.1** Enfoque integrado para desarrollar los flujos de efectivo de las alternativas

Como se aprecia en la figura 7.1, el enfoque integrado comienza con una descripción del proyecto en términos de una EDT. Esta EDT del proyecto se usa para describir al proyecto y las características únicas de cada alternativa en términos de diseño, mano de obra, requerimientos de material, etcétera. Luego, estas variaciones en diseño, requerimientos de recursos y otras características se reflejan en los costos e ingresos futuros estimados (flujo neto de efectivo) para la alternativa en cuestión.

Para estimar los costos e ingresos futuros de una alternativa, se debe establecer la perspectiva (punto de vista) del flujo de efectivo, y definir una línea base de estimación y periodo de análisis. Es normal que los flujos de efectivo se desarrollem desde el punto de vista del propietario.

El flujo neto de efectivo de una alternativa representa aquello que se supone va a ocurrir a los ingresos y costos futuros desde la perspectiva que se esté empleando. Por lo tanto, los cambios estimados en los ingresos y costos asociados con una alternativa tienen que ser relativos a una línea de base que se use en forma consistente para todas las alternativas que se estén comparando. Esta línea de base se define y se aplica en cualquiera de dos formas.

El primer método es el *enfoque del ingreso y costo totales*. Es decir, en el conjunto de alternativas se incluye de manera explícita la alternativa del no cambio (no hacer nada), y se estiman los ingresos y costos totales para ella. Así, cuando se usa el enfoque de la línea de base del costo e ingreso totales, el flujo neto de efectivo para la alternativa de no cambiar representa los ingresos y costos proyectados de la operación o situación actual. De un modo similar se estima el flujo neto de efectivo para cada una de las demás alternativas factibles.

El segundo método que se usa con frecuencia es el *enfoque diferencial*. Con el uso de éste, el flujo de efectivo de la alternativa de no cambiar se define como igual a cero sea o no una de las alternativas factibles. Entonces, el flujo de efectivo de las otras alternativas factibles representa las diferencias estimadas (cambios) en los ingresos y costos relativos a la situación actual (alternativa del no cambio).

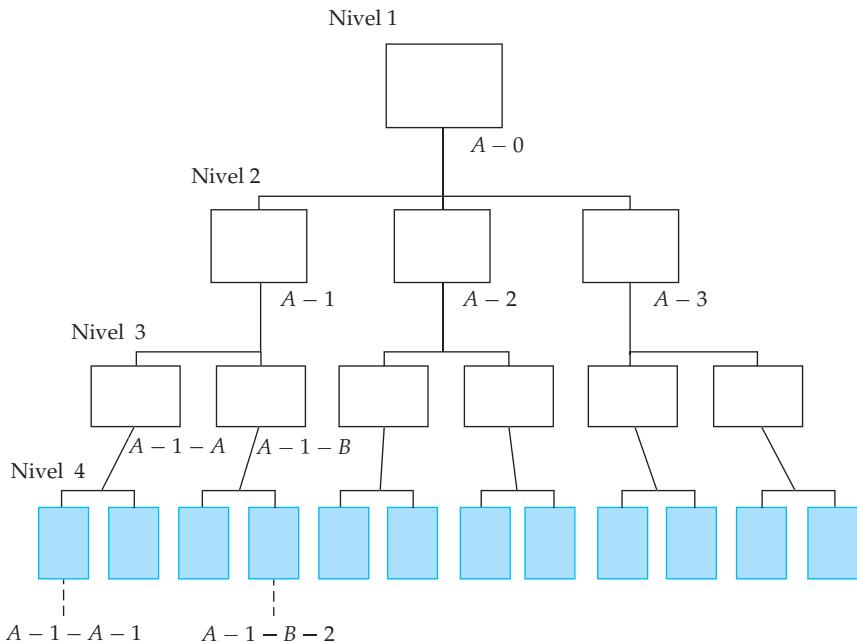
Cualquiera que sea el enfoque de la línea base que se emplee en un estudio, debe aplicarse de modo consistente para todas las alternativas factibles. *Un error común es usar en forma inadvertida ambas definiciones de línea base cuando se desarrollan los flujos de efectivo individuales.* Por ejemplo, el enfoque del ingreso y costo totales es útil para estimar los costos de mantenimiento de la alternativa de no cambiar, pero en el resto de ellas dichos costos podrían estimarse considerando las diferencias a partir de las operaciones actuales.

Antes de desarrollar los flujos de efectivo, es necesario llevar a cabo otras etapas de procedimiento. En primer lugar, se debe decidir cuál(es) nivel(es) de la EDT se va(n) a usar para desarrollar las estimaciones de costo e ingreso. En esta decisión, un factor primordial será el propósito del estudio. Si el estudio es el análisis de factibilidad de un proyecto, la estimación del costo y el ingreso será menos exacta que para el análisis económico de detalle que se utilizaría para tomar la decisión final acerca de un proyecto. (Esto se analiza con más profundidad en la sección 7.2.3).

A continuación, hay que organizar la información de costo e ingreso que proviene de fuentes internas y externas a la organización, y ordenar los datos relevantes para el estudio. Estos datos se van a usar junto con las técnicas de estimación seleccionadas (modelos) para obtener las estimaciones.

### 7.2.1 La estructura de desglose del trabajo (EDT)

En la sección 7.2 se definió en forma breve una estructura de desglose del trabajo (estructura de los elementos del trabajo), y se identificó ésta como el componente fundamental en el enfoque integrado para desarrollar flujos de efectivo.



**Figura 7.2** El diagrama EDT

La técnica EDT es una herramienta básica en la administración de proyectos, y es una ayuda fundamental en un estudio de ingeniería económica. La EDT sirve como marco de referencia para definir todos los elementos de trabajo del proyecto y las interrelaciones que guardan, para obtener y organizar información, desarrollar los datos relevantes de costo e ingreso, e integrar las actividades de administración del proyecto. Si no existe una EDT y el proyecto es de un tamaño mediano, el primer paso en la preparación de los flujos de efectivo debiera ser desarrollar una.

La EDT es esencial para garantizar que se incluyen todos los elementos de trabajo, eliminar duplicaciones y traslapos entre ellos, evitar actividades no relacionadas, e impedir la comisión de otra clase de errores que pudieran presentarse en el estudio. Para proyectos grandes, es frecuente que se prepare una definición de diccionario de la EDT para asegurar que cada elemento de trabajo de la jerarquía tenga una definición única.

La figura 7.2 muestra un diagrama de una estructura de desglose del trabajo típica de cuatro niveles. Se desarrolla desde la parte superior (nivel de proyecto) hacia la inferior en niveles de detalle sucesivos. El proyecto se divide en sus elementos de trabajo principales (nivel 2). Después se dividen estos elementos grandes para desarrollar el nivel 3, y así sucesivamente. Por ejemplo, un automóvil (primer nivel de la EDT) se divide en componentes de segundo nivel (o elementos de trabajo), tales como el chasis, transmisión y sistema eléctrico y, luego, subdividirse aún más cada componente del segundo nivel de la EDT en elementos del tercero. Por ejemplo, la transmisión puede subdividirse en componentes de tercer nivel tales como el motor, diferencial y flecha. Este proceso continúa hasta que se logra el detalle que se desea en la definición y descripción del proyecto o sistema.

Se dispone de diferentes esquemas de enumeración. Los objetivos que se persiguen al enumerar son indicar las relaciones que guardan en la jerarquía los elementos del trabajo, así como facilitar la manipulación e integración de los datos. El esquema que se ilustra en la figura 7.2 es un formato alfanumérico. Otro esquema que se emplea con frecuencia está constituido en su totalidad por números –nivel 1: 1.0; nivel 2: 1.1, 1.2, 1.3; nivel 3: 1.1.1, 1.1.2, 1.2.1, 1.2.2, 1.3.1, 1.3.2; y así sucesivamente (esto es similar a la organización de este libro). Por lo general, el nivel es igual (excepto para el nivel 1) al número de caracteres que indican el elemento de trabajo.

Otras características de la EDT de un proyecto son las siguientes:

1. En ella están incluidos elementos tanto de trabajo funcional (por ejemplo, planeación) como físico (por ejemplo, cimentación):
  - a) Los elementos de trabajo funcional son el apoyo logístico, administración del proyecto, mercadotecnia, ingeniería e integración de sistemas.
  - b) Los elementos de trabajo físico son las partes que conforman una estructura, producto, partes de equipo, sistema de armamento o elementos similares; para su producción o construcción se requiere mano de obra, materiales y otros recursos.
2. El contenido y requerimientos de recursos para un elemento de trabajo son la suma de las actividades y recursos de subelementos relacionados con aquél.
3. LA EDT de un proyecto, por lo general, incluye elementos de trabajo recurrentes (por ejemplo, mantenimiento) y no recurrentes (por ejemplo, construcción inicial).

### EJEMPLO 7.1

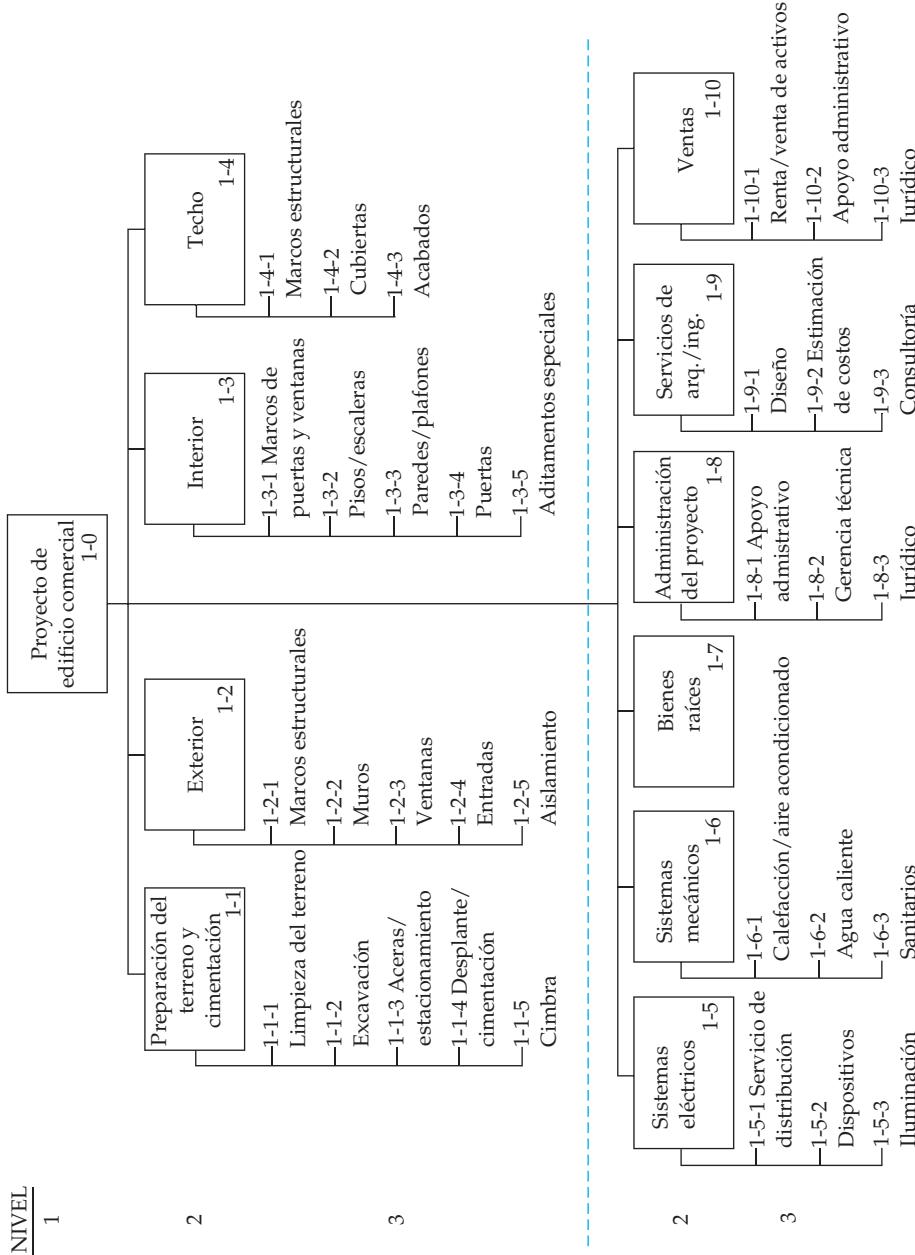
Usted fue elegido por su compañía para dirigir un proyecto que implica la construcción de un edificio comercial pequeño de dos pisos, cada uno de los cuales mide 15,000 pies cuadrados. Se planea que la planta baja albergue tiendas de ventas al menudeo, y el segundo piso alojará oficinas. Desarrolle los tres primeros niveles de una EDT representativa que sea adecuada para todas las tareas del proyecto, desde el momento en que se toma la decisión, se diseña y construye el edificio, hasta que finaliza la ocupación inicial del inmueble.

#### SOLUCIÓN

Siempre habrá variaciones en las EDT de un edificio comercial desarrolladas por individuos diferentes. Sin embargo, en la figura 7.3 se muestra una EDT representativa de tres niveles. El nivel 1 es el proyecto total. En el nivel 2, el proyecto se divide en siete elementos de trabajo físico principales y tres elementos sobresalientes de trabajo funcional. A continuación se divide cada uno de estos elementos grandes en subelementos, según se requiera (nivel 3). El esquema de enumeración que se usa en este ejemplo es numérico en su totalidad.

#### 7.2.2 La estructura del costo y el ingreso

El segundo componente básico del enfoque integrado para desarrollar flujos de efectivo (figura 7.1) es la estructura del costo y el ingreso. Esta estructura se emplea para identificar y categorizar los costos e ingresos que se necesita incluir en el análisis. Dentro de esta estructura se desarrollan y organizan datos detallados, para usarlos con las técnicas de estimación que se describen en la sección 7.3 con la finalidad de preparar las estimaciones de flujo de efectivo.



**Figura 7.3** EDT (tres niveles) para el proyecto del edificio comercial del ejemplo 7.1

El concepto de ciclo de vida se estudió e ilustró en el capítulo 2. El ciclo de vida se divide en dos períodos generales de tiempo: la fase de adquisición y la de operación. Comienza con la identificación inicial de la necesidad o deseo económico (el requerimiento) y termina con el retiro o la baja. Así, está pensado para que abarque todos los costos e ingresos futuros.

El concepto de ciclo de vida y la EDT son auxilios importantes en el desarrollo de la estructura de costo e ingreso de un proyecto. El ciclo de vida define un periodo máximo y establece un rango de elementos de costo e ingreso que necesitan considerarse en el desarrollo de los flujos de efectivo. La EDT concentra el esfuerzo del analista en los elementos específicos del trabajo funcional y físico de un proyecto, y en los costos e ingresos que implica.

Lo ideal es que el periodo de estudio de un proyecto sea igual al ciclo de vida del producto, estructura, sistema o servicio de que se trate. Esto permite que en la toma de decisiones se consideren por completo todos los costos e ingresos relevantes, tanto del presente como del futuro. Asimismo, el periodo de estudio lleva la atención a *la negociación explícita entre los costos iniciales en la fase de adquisición y todos los costos e ingresos posteriores durante la fase de operación*.

Sin embargo, la exactitud de las estimaciones de costo e ingreso disminuye con el incremento de la duración del periodo de estudio. Y con la prolongación de dicho periodo, también aumenta el esfuerzo que se requiere para desarrollar los flujos de efectivo. Entonces la selección de un horizonte de tiempo para el estudio debe hacerse con el equilibrio de estos factores y con el objetivo de brindar una base firme para la toma de decisiones.

Como se dijo antes, se requiere un buen criterio, basado en la situación de la decisión específica, para determinar el periodo de estudio y así decidir hasta dónde considerar el futuro para estimar los costos e ingresos en un estudio de ingeniería económica. Dicho criterio también debe ponderar cuáles elementos de costo e ingreso son los más importantes y merecen una atención más detallada, y cuáles otros, aun si se evaluaran de manera incorrecta, no producirían cambios significativos en los flujos de efectivo estimados.

Tal vez la fuente más seria de errores al desarrollar flujos de efectivo sea pasar por alto categorías importantes de costos e ingresos. Una manera conveniente de impedir dicha omisión es la estructura de costo e ingreso, preparada en forma de lista de verificación tabular. Para garantizar que la estructura esté completa, es esencial estar familiarizado técnicamente con el proyecto, al igual que con el uso del concepto de ciclo de vida y de la EDT al preparar aquélla.

A continuación se presenta una lista corta de algunas categorías de costos e ingresos que es típico que se necesiten en la realización de un estudio de ingeniería económica (algunos de estos términos se estudiaron en el capítulo 2):

- |                                             |                                      |
|---------------------------------------------|--------------------------------------|
| 1. Inversión de capital (fijo y de trabajo) | 6. Costos de calidad (y desperdicio) |
| 2. Costos de mano de obra                   | 7. Costos indirectos                 |
| 3. Costos de materiales                     | 8. Costos por baja de activos        |
| 4. Costos de mantenimiento                  | 9. Ingresos                          |
| 5. Impuestos sobre la propiedad y seguros   | 10. Valores de rescate o mercado     |

### 7.2.3 Técnicas de estimación (modelos)

El tercer componente básico del enfoque integrado (figura 7.1) comprende técnicas de estimación (modelos). Estas técnicas, junto con los datos detallados de costo e ingreso, se uti-

lizan para desarrollar estimaciones de flujos de efectivo individuales y del flujo neto de efectivo de cada alternativa.

El propósito de las estimaciones es desarrollar proyecciones de flujo de efectivo *–no generar datos exactos* acerca del futuro, lo cual es prácticamente imposible. No es de esperarse que una estimación preliminar u otra final sea exacta; en vez de ello, debe adaptarse en forma adecuada a lo que se necesite, a un costo razonable, y es frecuente que tenga una presentación en forma de rango de números.

Las estimaciones de costo e ingreso se clasifican como sigue, de acuerdo con el detalle, exactitud y uso que se pretenda darles:

- 1. Estimaciones del orden de magnitud:** se usan en la etapa de planeación y evaluación inicial de un proyecto.
- 2. Estimaciones de semidetalle o presupuesto:** se emplean en la etapa de diseño preliminar o conceptual de un proyecto.
- 3. Estimaciones definitivas (de detalle):** se utilizan en la etapa de ingeniería de detalle o construcción de un proyecto.

Las estimaciones del orden de magnitud se emplean en la selección de las alternativas factibles del estudio. Es frecuente que tengan una exactitud en el rango de  $\pm 30$  a 50%, y se desarrollan a través de medios semiformales tales como conferencias, cuestionarios y ecuaciones generalizadas que se aplican en el nivel 1 o 2 de la EDT.

Las estimaciones de presupuestos (semidetalladas) se compilan para dar apoyo a la tarea de diseño preliminar y toma de decisiones durante este periodo del proyecto. Por lo general, su exactitud está en el rango de  $\pm 15\%$ . Estas estimaciones difieren en el detalle del desglose del costo y el ingreso, y en la cantidad de trabajo que se dedica a su obtención. Normalmente, las ecuaciones de estimación se aplican en los niveles 2 y 3 de la EDT.

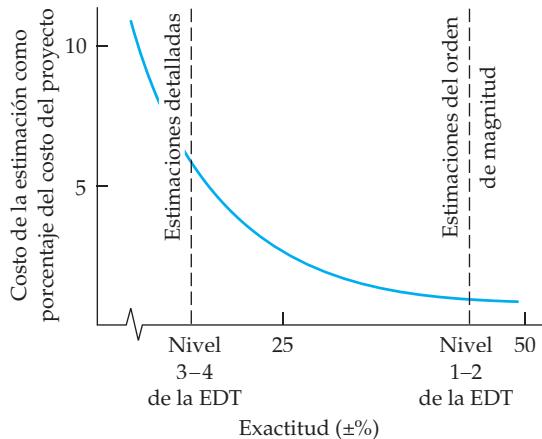
Las estimaciones de detalle se emplean como la base de los concursos y para tomar decisiones de diseño detallado. Su exactitud es de  $\pm 5\%$ . Se elaboran a partir de especificaciones, planos, visitas de campo, cuotas para vendedores y registros históricos internos; por lo general se efectúan en el nivel 3 y sucesivos de la EDT.

Así, resulta evidente que una estimación de costo o ingreso llega a variar desde un cálculo hecho por un experto “en una servilleta”, hasta un pronóstico muy detallado y exacto del futuro, elaborado por un equipo de proyecto. El nivel de detalle y exactitud de las estimaciones debiera depender de

1. El tiempo y capacidad disponible, según lo justifique la importancia del estudio.
2. Dificultad de estimar los conceptos en cuestión.
3. Métodos o técnicas que se emplean.
4. Calificación de quien(es) estima(n).
5. Sensibilidad de los resultados del estudio a factores particulares de las estimaciones.

Es común que cuanto más detalladas sean las estimaciones, la exactitud mejore, pero el costo de elaborarlas se incrementa en forma acentuada. Esta relación general se muestra en la figura 7.4; en ella se ilustra la idea de que las estimaciones de costo e ingreso deben prepararse con conocimiento completo de cuánta exactitud requiere un estudio en particular.

**Figura 7.4** Exactitud de las estimaciones de costo e ingreso versus el costo de elaborarlas



Sin importar cómo se hagan las estimaciones, los individuos que las utilizan deben aceptar que contienen un error hasta cierto grado, aun si se usaron técnicas elaboradas de estimación para prepararlas. Sin embargo, los errores en la estimación se minimizan utilizando datos confiables y métodos de estimación apropiados.

**7.2.3.1 Fuentes de los datos para la estimación** El número de fuentes de información que son de utilidad en la estimación del costo y el ingreso es demasiado grande para enlistarlo por completo. Las cuatro siguientes son las principales y se mencionan en orden de importancia aproximado:

1. Registros de contabilidad.
2. Otras fuentes dentro de la empresa.
3. Fuentes externas a la empresa.
4. Investigación y desarrollo.

**1. Registros de contabilidad.** Es la fuente principal de información para el análisis económico; sin embargo, es frecuente que no tengan la forma apropiada para su uso directo y sin ajustes.

En el apéndice A se hace un análisis breve del proceso y la información contables. En su sentido más fundamental, la contabilidad consiste en una serie de procedimientos para mantener un registro detallado de las transacciones monetarias entre categorías establecidas de activos, cada una de las cuales tiene una interpretación aceptada que es útil para sus propios fines. Es frecuente que los datos que se generan durante la función contable no sean adecuados en forma inherente para los análisis económicos, no sólo porque se basan en resultados del pasado, sino también por alguna de las siguientes limitaciones:

- a) El sistema de contabilidad está dividido en categorías rígidas. Las categorías de los diferentes tipos de activos, obligaciones, utilidades netas, ingresos y gastos de una firma dada pueden ser perfectamente apropiadas para tomar decisiones operativas y hacer resúmenes financieros, pero es raro que sean apropiadas por completo para las necesidades del análisis económico y la toma de decisiones que implica el diseño de ingeniería y las alternativas de un proyecto.
- b) Las convenciones estándar de la contabilidad generan enunciados no apropiados de cierta clase de información financiera que se introduce al sistema. Estos enunciados tienden a basarse en la filosofía de que la administración debe evitar sobreestimar el

valor de sus activos, o subestimar el valor de sus obligaciones, y por lo tanto, debería evaluarlos en forma muy conservadora.

- c) Con frecuencia, los datos de contabilidad tienen precisión y autoridad implícita que son ilusorias. Aunque es una costumbre presentar los datos redondeados a la unidad monetaria o centavo más cercanos, los registros en general no tienen ni de cerca esa exactitud.

En resumen, los registros contables son una buena fuente de datos históricos, pero tienen algunas limitaciones cuando se usan para efectuar estimaciones prospectivas destinadas al análisis de la economía de la ingeniería. Más aún, es raro que los registros de contabilidad contengan enunciados directos acerca de los costos incrementales o los costos de oportunidad, ambos esenciales en la mayoría de los análisis de ingeniería económica.

**2. Otras fuentes dentro de la empresa.** La empresa típica tiene cierto número de personas y registros que constituyen fuentes excelentes de información para realizar estimaciones. Algunos ejemplos de funciones dentro de las empresas que mantienen registros útiles para el análisis económico son las de ingeniería, ventas, producción, calidad, compras y personal.

**3. Fuentes externas a la empresa.** Existen numerosas fuentes fuera de la compañía capaces de proporcionar información útil. El problema principal es determinar cuáles aportan el beneficio mayor para las necesidades específicas. A continuación se presenta una lista de algunas fuentes externas que se emplean en forma habitual:

a) *Información que se publica.* Los directorios técnicos, índices de compradores, publicaciones gubernamentales, libros de referencia y revistas comerciales ofrecen un cúmulo de información. Por ejemplo, *Standard and Poor's Industry Surveys* proporciona información mensual acerca de industrias clave. *The Statistical Abstract of the United States* es una fuente exhaustiva notable de índices y datos de costo. El Bureau of Labor Statistics edita muchas publicaciones periódicas que constituyen buenas fuentes de costos de mano de obra, tales como *Monthly Labor Review*, *Employment and Earnings*, *Current Wage Developments*, *Handbook of Labor Statistics* y *Chartbook on Wages, Prices and Productivity*. Por su parte, R. S. Means Company, con sede en Kingston, Massachusetts, publica cada año un manual de costos de la construcción, que incluye tamaños estándar de tornillos, precios unitarios y salarios que prevalecen en diversas regiones del país.

b) Los *contactos personales* son fuentes potenciales excelentes. Es frecuente que los vendedores, personal de ventas, amigos de la profesión, clientes, bancos, agencias del gobierno, cámaras de comercio e incluso los competidores accedan a proporcionar la información que se necesita, sobre la base de una solicitud seria y respetuosa.

**4. Investigación y desarrollo (ID).** Si la información no está publicada y no es posible obtenerla consultando a alguna persona, la única alternativa es emprender ID para generarla. Algunos ejemplos clásicos son el desarrollo de una planta piloto y la conducción de un programa de pruebas de mercado. Por lo general, estas actividades son caras y no siempre podrían tener éxito; así, esta etapa final sólo se emprende si hay decisiones muy importantes de por medio, y cuando se sabe que las fuentes mencionadas con anterioridad son inadecuadas.

La evaluación del mercado y el ambiente de negocios para proyectos grandes que requieren aportaciones nuevas de capital es un área importante de análisis, al igual que las estimaciones de ventas del proyecto, precios de los productos, etcétera. R. F. de la Mare brinda un buen resumen del estudio de los pronósticos económicos y el análisis de mercado

relacionados con grandes proyectos de inversión, así como de la incorporación de estimaciones de ingresos en los flujos de efectivo.\*

**7.2.3.2 Cómo se obtienen las estimaciones** Las estimaciones se preparan de varias maneras, entre ellas las siguientes:

1. Una *conferencia* de varias personas de las que se piensa tienen información buena o basés para estimar la cantidad en cuestión. Una versión especial de esto es el *Método Delphi*, que incluye ciclos de preguntas y retroalimentación en los que las opiniones de los participantes individuales se guardan en el anonimato.
2. La *comparación* con situaciones o diseños similares de los que existe más información y de los que se extrapolan las estimaciones para las alternativas en consideración. A veces, esto se denomina *estimación por analogía*. El método de comparación se utiliza para aproximarse al costo de un diseño más complicado para un artículo nuevo. Esto se lleva a cabo suponiendo que el costo de un diseño más complicado de un artículo similar será igual al de éste, y se adopta como el límite superior; como límite inferior se establece el costo de un diseño menos complejo de diseño parecido. La aproximación que resulta podría no ser demasiado exacta, pero el método de comparación tiene la virtud de establecer límites que resultan útiles en la toma de decisiones.
3. El *uso de técnicas cuantitativas*, que no siempre tienen nombres estandarizados. En la sección siguiente se estudian algunas técnicas selectas cuyos nombres por lo general indican los enfoques que se emplean.

## 7.3 Técnicas selectas de estimación (modelos)

Los modelos de estimación que se estudian en esta sección son aplicables para obtener estimaciones del orden de magnitud y para muchas de semidetalle o presupuesto. Son útiles en la selección inicial de alternativas factibles para un análisis adicional y en la fase de diseño conceptual o preliminar de un proyecto. A veces, estos modelos se emplean en la fase de diseño detallado de un proyecto, con la finalidad de reducir el número de estimaciones de ingeniería que se basan en facturas de materiales, costos estándar y otra información de detalle.

### 7.3.1 Índices

Los costos y precios<sup>†</sup> varían con el tiempo por varias razones, entre las que se encuentran:

1. avances tecnológicos, 2. disponibilidad de mano de obra y materiales, y 3. inflación. Un *índice* es un número adimensional que indica cómo ha cambiado con el tiempo un costo o precio (casi siempre hacia arriba) con respecto a un año base. Los índices proporcionan un medio conveniente para desarrollar estimaciones presentes y futuras del costo y precio a partir de datos históricos. Una estimación del costo o precio de venta de un artículo en el año  $n$  se obtiene multiplicando el costo o precio del artículo en un punto anterior del

---

\* R. F. de la Mare, *Manufacturing Systems Economics: The Life-Cycle Cost and Benefits of Industrial Assets* (London: Holt, Rinehart y Winston, 1982), págs. 123-149.

<sup>†</sup> Es frecuente usar los términos *costo* y *precio* como sinónimos. El costo de un producto o servicio es el total de los recursos, directos e indirectos, que se requieren para producirlo. El precio es el valor del bien o servicio en el mercado. En general, el precio es igual al costo más una utilidad.

tiempo (año  $k$ ) por la razón del valor del índice en el año  $n$  ( $\bar{I}_n$ ) al valor del índice en el año  $k$  ( $\bar{I}_k$ );<sup>\*</sup> es decir,

$$C_n = C_k \left( \frac{\bar{I}_n}{\bar{I}_k} \right), \quad (7.1)$$

donde

$k$  = año de referencia (por ejemplo, 1996) para el que se conoce el costo o precio del artículo;

$n$  = año para el que se va a estimar el costo o precio ( $n > k$ );

$C_n$  = costo o precio estimado del artículo en el año  $n$ ;

$C_k$  = costo o precio del artículo en el año de referencia  $k$ .

A veces se denomina a la ecuación (7.1) como la *técnica de la razón* de actualización de los costos y precios. El empleo de esta técnica permite que el costo o precio de venta potencial de algo se tome a partir de datos históricos con un año base específico y actualizado con el índice. Este concepto se aplica a los niveles inferiores de la EDT para estimar el costo de equipo, materiales y mano de obra, así como a los niveles superiores de la EDT para estimar el costo total del proyecto de una instalación nueva, puente, etcétera.

### EJEMPLO 7.2

Cierto índice del costo de compra e instalación de calderas se refiere al año de 1974, en el que el valor base se fijó arbitrariamente como igual a 100. La compañía XYZ instaló una caldera de 50,000 lb/hr en 1996 por \$525,000, cuando el índice tenía un valor de 468. La misma empresa debe instalar otra caldera del mismo tamaño en 1999. El índice en 1999 es igual a 542. ¿Cuál es el costo aproximado de la caldera nueva?

#### SOLUCIÓN

En este ejemplo,  $n$  es 1999 y  $k$  es 1996. Según la ecuación (7.1), el costo aproximado de la caldera es

$$C_{1999} = \$525,000(542/468) = \$608,013.$$

Los índices pueden crearse para un artículo único o para varios. Para un solo artículo, el valor del índice es simplemente la razón del costo del artículo en el año corriente al costo del mismo artículo en el año de referencia, multiplicada por el factor del año de referencia (100, casi siempre). Un índice compuesto se crea promediando las razones de costos de artículos seleccionados, en un año en particular, al costo de los mismos artículos en un año de referencia. Quien desarrolle un índice puede asignar ponderaciones diferentes

---

\* Sólo en esta sección se usará  $k$  para denotar el año de referencia.

a los artículos en el índice, de acuerdo con la contribución que tengan en el costo total. Por ejemplo, un índice general ponderado está dado por la siguiente expresión

$$\bar{I}_n = \frac{W_1(C_{n1}/C_{k1}) + W_2(C_{n2}/C_{k2}) + \cdots + W_M(C_{nM}/C_{kM})}{W_1 + W_2 + \cdots + W_M} \times \bar{I}_k, \quad (7.2)$$

donde

$M$  = número total de artículos en el índice ( $1 \leq m \leq M$ );

$C_{nm}$  = costo (o precio) unitario del artículo  $m$ -ésimo en el año  $n$ ;

$C_{km}$  = costo (o precio) unitario del artículo  $m$ -ésimo en el año  $k$ ;

$W_m$  = ponderación asignada al artículo  $m$ -ésimo;

$\bar{I}_k$  = valor del índice compuesto en el año  $k$ .

La suma de las ponderaciones  $W_1, W_2, \dots, W_M$  puede ser igual a cualquier número positivo, pero es frecuente que sumen 1.00 o 100. Casi cualquier combinación de mano de obra, materiales, productos, servicios, etcétera, se utiliza para un índice compuesto de costo o precio.

### EJEMPLO 7.3

Con base en los datos siguientes, desarrolle un índice ponderado para el precio de un galón de gasolina en 1999, con 1986 como año de referencia, que tiene un índice cuyo valor es de 99.2. La ponderación asignada a la gasolina *regular sin plomo* es tres veces la de la premium o sin plomo plus, ya que en términos generales se vende el triple de regular sin plomo en comparación con la premium o sin plomo plus.

	Precio (centavos/galón) en el año		
	1986	1992	1999
Premium	114	138	120
Sin plomo plus	103	127	109
Regular sin plomo	93	117	105

#### SOLUCIÓN

En este ejemplo,  $k$  es 1996 y  $n$  es 1999. De la ecuación (7.2), el valor de  $\bar{I}_{1999}$  es

$$\frac{(1)(120/114) + (1)(109/103) + (3)(105/93)}{1+1+3} \times 99.2 = 109.$$

Ahora, si se estima que el índice en 2004, por ejemplo, es igual a 189, es sencillo determinar los precios correspondientes de la gasolina a partir de  $\bar{I}_{1999} = 109$ :

$$\text{Premium: } 120 \text{ centavos/galón} \left( \frac{189}{109} \right) = 208 \text{ centavos/galón},$$

$$\text{Sin plomo plus: } 109 \text{ centavos/galón} \left( \frac{189}{109} \right) = 189 \text{ centavos/galón},$$

$$\text{Regular sin plomo: } 105 \text{ centavos/galón} \left( \frac{189}{109} \right) = 182 \text{ centavos/galón},$$

Se publican muchos índices en forma periódica, inclusive el *Engineering News Record Construction Index*, que incorpora costos de mano de obra y materiales, y el índice de costos Marshall and Stevens. El *Statistical Abstract of the United States* publica índices del gobierno de Estados Unidos acerca de los costos anuales de materiales, mano de obra y construcción. El Bureau of Labor Statistics publica el *Producer Prices and Price Indexes* y el *Consumer Price Index Detailed Report*. En los estudios de ingeniería económica es frecuente que se usen índices de cambios de costo y precio.

### 7.3.2 Técnica unitaria

La *técnica unitaria* implica el uso de un “factor por unidad” que se estima con eficiencia. Algunos ejemplos son los siguientes:

- Costo de capital de planta por kilowatt de capacidad
- Ingresos por milla
- Costo de combustible por kilowatt-hora generado
- Ahorros anuales por cada 500 horas de operación
- Costo de capital por teléfono instalado
- Ingresos por cliente atendido
- Pérdida de temperatura por cada 1,000 pies de tubería de vapor
- Costo de operación por milla
- Ingresos por caso
- Costo de mantenimiento por hora
- Costo de construcción por pie cuadrado
- Ingresos por cada mil libras

Tales factores, cuando se multiplican por la unidad apropiada, arrojan una estimación del costo total, ahorros o ingresos.

Como ejemplo sencillo, suponga que se necesita una estimación preliminar del costo de una casa particular. Con el uso de un factor unitario, digamos de \$55 por pie cuadrado, y si se sabe que la casa tiene aproximadamente 2,000 pies cuadrados, se estima que su costo sería de  $\$55 \times 2,000 = \$110,000$ .

Si bien la técnica unitaria es muy útil para fines de estimación preliminar, los valores promedio que se obtienen llegan a ser erróneos. En general, los métodos más detallados producirán una exactitud mayor de la estimación.

### 7.3.3 Técnica del factor

La *técnica del factor* es una extensión del método unitario, dentro de una estrategia básica de segmentación, en la que se suma el producto de varias cantidades o componentes y se agrega a cualesquiera componentes estimados en forma directa. Es decir,

$$C = \sum_a c_a + \sum_m f_m v_m, \quad (7.3)$$

donde  $C$  = costo que se desea estimar;

$C_d$  = costo del componente seleccionado  $d$  que se estima en forma directa;

$f_m$  = costo por unidad del componente  $m$ ;

$U_m$  = número de unidades del componente  $m$ .

Como un ejemplo sencillo, suponga que se necesita obtener una estimación algo refinada del costo de una residencia que consta de 2,000 pies cuadrados, dos porches y una cochera. La estimación total se calcula empleando un factor unitario de \$50 por pie cuadrado, \$5,000 por porche y \$8,000 por cochera, para los dos componentes directos de la estimación:

$$(\$5,000 \times 2) + \$8,000 + (\$50 \times 2,000) = \$118,000.$$

La técnica del factor es de utilidad en particular cuando la complejidad de la situación por estimar no requiere una EDT, pero están implicadas diferentes partes. Esta técnica se ilustra con el ejemplo 7.4, y con otro que estima el costo por medio del producto que se presentará en la sección 7.5.1.

#### EJEMPLO 7.4

El diseño detallado del edificio comercial que se describió en el ejemplo 7.1 implica la utilización de la superficie bruta (y por lo tanto, del espacio por arrendar neto) disponible en cada nivel. Asimismo, el tamaño y localización del estacionamiento y el frente del inmueble hacia la vialidad primaria podrían ofrecer algunas fuentes adicionales de ingresos. Como gerente del proyecto, analice las consecuencias potenciales que tendrían en los ingresos las consideraciones siguientes.

El primer piso del edificio tiene 15,000 pies cuadrados de espacio para ventas y el segundo tiene el mismo espacio para uso de oficinas. Después de discutir con el equipo de ventas, se tiene la siguiente información:

1. El espacio al menudeo debe diseñarse para dos usos diferentes: 60% para la operación de un restaurante (ocupación = 79%) y 40% para una tienda de ropa al menudeo (ocupación = 83%).
2. Existe una probabilidad elevada de que todo el espacio para oficinas del segundo nivel se rente a un cliente (ocupación = 89%).
3. Se estima que pueden rentarse 20 lugares de estacionamiento a largo plazo, a dos negocios existentes adyacentes a la propiedad. Asimismo, puede arrendarse el espacio sobre la fachada de la vialidad primaria a una compañía de publicidad para que instale un anuncio espectacular, sin que esto afecte el uso principal de la propiedad.

#### SOLUCIÓN

Con base en esta información, el ingreso anual del proyecto ( $\hat{R}$ ) se estima como

$$\hat{R} = W(1)(12) + Y(2)(12) + \sum_{j=1}^3 S_j(u_j)(d_j),$$

donde  $W$  = número de lugares de estacionamiento;  
 $Y$  = número de anuncios;  
 $r_1$  = tarifa mensual por lugar de estacionamiento = \$22;  
 $r_2$  = tarifa mensual por anuncio = \$65;  
 $j$  = índice del tipo de uso de espacio inmobiliario;  
 $S_j$  = espacio (pies cuadrados brutos) que se dedican al uso  $j$ ;  
 $u_j$  = factor de utilización del espacio  $j$  (% arrendable neto);  
 $d_j$  = tasa por pie cuadrado (arrendable) por año de espacio inmobiliario usado para el propósito  $j$ .

Entonces,

$$\begin{aligned}\hat{R} &= [20(\$22)(12) + 1(\$65)(12)] + [9,000(0.79)(\$23) \\ &\quad + 6,000(0.83)(\$18) + 15,000(0.89)(\$14)] \\ \hat{R} &= \$6,060 + \$440,070 = \$446,130.\end{aligned}$$

El desglose del ingreso estimado anual del proyecto del ejemplo 7.4 muestra que

- el 1.4% proviene de fuentes diversas de ingreso,
- el 98.6% proviene de la renta de espacio inmobiliario.

Desde la perspectiva del diseño detallado, se calculan con facilidad los cambios en el ingreso anual del proyecto debidos a cambios en factores de utilización del espacio inmobiliario. Por ejemplo, una mejora del 1% en promedio en la razón de espacio arrendable a los pies cuadrados brutos cambiaría el ingreso anual en la forma siguiente:

$$\begin{aligned}\Delta\hat{R} &= \sum_{j=1}^3 S_j(u_j + 0.01)(d_j) - (\$446,130 - \$6,060) \\ &= \$445,320 - \$440,070 \\ &= \$5,250 \text{ por año.}\end{aligned}$$

## 7.4 Estimación paramétrica de costos

La estimación paramétrica de costos es el uso de datos históricos de costos y de técnicas estadísticas para predecir costos futuros. Las técnicas estadísticas se usan para desarrollar relaciones de estimación de costos (REC) que ligan el costo o precio de un concepto (por ejemplo, producto, bien, servicio o actividad) con una o más variables independientes (es decir, guías de costo). Hay que recordar, a partir del capítulo 2, que las guías de costo son variables de diseño a las que se debe una gran parte del comportamiento del costo total. La tabla 7.1 enumera varios conceptos y sus guías de costo asociadas. La técnica unitaria

**Tabla 7.1** Ejemplos de guías de costo que se emplean en la estimación paramétrica de costos

Producto	Guía de costo (variable independiente)
Construcción	Espacio útil, área superficial del techo, área superficial de muros
Camiones	Peso vacío, peso bruto, caballos de fuerza
Autobús de pasajeros	Peso de especificación, número de ejes, lugares para pasajeros, caballos de fuerza
Turbina	Empuje máximo, empuje de crucero, consumo de combustible específico
Motor recíproco	Desplazamiento de pistones, razón de compresión, caballos de fuerza
Lámina metálica	Peso neto, número de agujeros barrenados, número de remaches que contiene
Aeronave	Peso vacío, velocidad, superficie de sustentación
Locomotora diesel	Caballos de fuerza, peso, velocidad de crucero
Barcos	Volumen
Nave espacial	Peso
Plantas de energía eléctrica	Kilowatts
Motores	Caballos de fuerza
Computadoras	Megabytes
Software	Número de líneas de código
Documentación	Páginas
Motores a reacción	Libras de empuje

que se describió en la sección anterior es un ejemplo sencillo de estimación paramétrica de costos.

Los modelos paramétricos se emplean en las etapas iniciales del diseño para tener una idea de cuánto costará el producto (o proyecto) con base en unos cuantos atributos físicos (tales como peso, volumen y potencia). Los resultados de los modelos paramétricos (una estimación del costo) se usan para medir el impacto de las decisiones de diseño en el costo total. Es esencial no perder de vista el efecto que tienen las decisiones del diseño de ingeniería en el costo total, con la finalidad de desarrollar un producto que tenga éxito tanto desde el punto de vista técnico como económico.

Existen varias técnicas estadísticas y matemáticas para desarrollar las relaciones de estimación de costos. Por ejemplo, en el desarrollo de relaciones de estimación es frecuente usar modelos de regresión lineal simple y múltiple, que son métodos estadísticos estándar para estimar el valor de una variable dependiente (la cantidad que se desconoce) como función de una o varias variables independientes. Esta sección describe dos relaciones de estimación de uso común, la técnica de ajuste exponencial y la curva de aprendizaje, y a continuación se expone el panorama del procedimiento que se emplea para desarrollar REC.

#### 7.4.1 Técnica de ajuste de potencias

La técnica de *ajuste de potencias*, que en ocasiones recibe el nombre de *modelo exponencial*, se utiliza con frecuencia para desarrollar estimaciones de inversiones de capital para plantas

y equipos industriales. Esta REC supone que el costo varía en función del cambio de la capacidad o el tamaño elevado a alguna potencia. Es decir,

$$\frac{C_A}{C_B} = \left( \frac{S_A}{S_B} \right)^X, \\ C_A = C_B \left( \frac{S_A}{S_B} \right)^X, \quad (7.4)$$

donde  $C_A$  = costo de la planta A  
 $C_B$  = costo de la planta B } (ambas en \$ del momento para el que se desea la estimación);

$S_A$  = tamaño de la planta A  
 $S_B$  = tamaño de la planta B } (ambas en las mismas unidades físicas);  
 $X$  = factor de capacidad de costo para reflejar las economías de escala.\*

El valor del factor de la capacidad de costo dependerá del tipo de planta o equipo para el que se estima. Por ejemplo,  $X = 0.68$  para plantas de generación de energía nuclear, y 0.79 para plantas a base de combustibles fósiles. Observe que  $X < 1$  indica economías de escala decrecientes (cada unidad adicional de capacidad cuesta menos que la previa), en cambio  $X > 1^†$  indica economías de escala crecientes, (cada unidad adicional de capacidad cuesta más que la unidad anterior), y  $X = 1$  indica una relación de costo lineal como función del tamaño.

### EJEMPLO 7.5

Suponga que se desea hacer una estimación preliminar del costo de construcción de una planta de generación de energía a base de combustibles fósiles, de 600 MW. Se sabe que el costo de una planta de 200 MW fue de \$100 millones hace 20 años, cuando el índice de costo aproximado era de 400; ahora dicho índice es de 1,200. El factor de capacidad de costo para una planta de energía de combustibles fósiles es de 0.79.

#### SOLUCIÓN

Antes de usar el modelo de potencias para estimar el costo de la planta de 600 MW ( $C_A$ ), primero se debe usar la información del índice de costo para traer el costo conocido de la planta de 200 MW de hace 20 años a su costo actual. Empleando la ecuación (7.1) se encuentra que el costo hoy de una planta de 200 MW es de

$$C_B = \$100 \text{ millones} \left( \frac{1,200}{400} \right) = \$300 \text{ millones.}$$

\* Puede calcularse o estimarse a partir de la experiencia, con el uso de técnicas estadística. Véase W. R. Park, *Cost Engineering Analysis* (New York: John Wiley & Sons, 1973), pág. 137, para factores típicos.

† Las piedras preciosas son un ejemplo de economías de escala crecientes. Por ejemplo, es común que un diamante de un quilate cueste más que cuatro diamantes de un cuarto de quilate cada uno.

Ahora, con la ecuación (7.4) se obtiene la estimación siguiente para la planta de 600 MW:

$$C_A = \$300 \text{ millones} \left( \frac{600-\text{MW}}{200-\text{MW}} \right)^{0.79}$$

$$C_A = \$300 \text{ millones} \times 2.38 = \$714 \text{ millones.}$$

Observe que la ecuación (7.4) se utiliza para estimar el costo de una planta más grande (como en el ejemplo 7.5) o el de una más pequeña. Así, suponga que se necesita estimar el costo de construir una planta de 100 MW. Empleando la ecuación (7.4) y los datos para la planta de 200 MW del ejemplo 7.5 se halla que el costo hoy de una planta de 100 MW es de

$$C_A = \$300 \text{ millones} \left( \frac{100-\text{MW}}{200-\text{MW}} \right)^{0.79}$$

$$C_A = \$300 \text{ millones} \times 0.58 = \$174 \text{ millones.}$$

### 7.4.2 Aprendizaje y mejora

Una *curva de aprendizaje* es un modelo matemático que explica el fenómeno del aumento de la eficiencia de un trabajador y de la mejora del rendimiento de una organización a partir de la producción repetida de un producto o servicio. A la curva de aprendizaje a veces se le llama *curva de experiencia*, o *función del progreso de la manufactura*; en lo fundamental, se trata de una relación de estimación. El primer lugar en que se observó la curva de aprendizaje (mejora) fue en las industria aérea y aeroespacial, con respecto a las horas de trabajo por unidad.\* Sin embargo, se aplica a muchas situaciones diferentes. Por ejemplo, el efecto de la curva de aprendizaje se utiliza en la estimación de horas profesionales que dedica un equipo de ingeniería a la realización de diseños detallados sucesivos dentro de una familia de productos, así como para estimar las horas de trabajo que se requieren para ensamblar automóviles.

El concepto básico de las curvas de aprendizaje es que algunos de los insumos (por ejemplo, costos de la energía, horas de trabajo, costos de material, horas de ingeniería) disminuyen por unidad de salida, conforme se incrementa el número de unidades. La mayoría de las curvas de aprendizaje se basan en el supuesto de que ocurre una reducción porcentual constante en, por ejemplo, las horas de trabajo, conforme el número de unidades producidas se *duplica*. De esta forma, si se necesitan 100 horas de trabajo para producir la primera unidad y se supone una curva de aprendizaje del 90%, entonces se requerirán  $100(0.9) = 90$  horas de trabajo para producir la segunda unidad. En forma similar, se necesitarán  $100(0.9)^2 = 81$  horas de trabajo para producir la cuarta unidad;  $100(0.9)^3 = 72.9$  para producir la octava; y así sucesivamente. Por lo tanto, una curva de aprendizaje del 90% ocasiona una reducción del 10% en las horas de trabajo cada vez que se duplica la cantidad que se produce.

---

\* T. P. Wright, "Factors Affecting the Cost of Airplanes", *Journal of Aeronautical Sciences*, vol. 3, núm. 4 (febrero de 1936).

La suposición de que ocurre una reducción porcentual constante en la cantidad de un insumo que se emplea (por unidad de salida), cada vez que se duplica el número de unidades producidas, permite construir un modelo matemático para la función de aprendizaje (mejora). Sean

$u$  = número de unidades de salida,

$Z_u$  = número de unidades del insumo necesario para producir la unidad de salida número  $u$ ,

$K$  = número de unidades de insumo que se requieren para producir la primera unidad de salida,

$s$  = parámetro de pendiente de la curva de aprendizaje, expresado en forma decimal (para una curva de aprendizaje del 90%,  $s = 0.9$ ).

Entonces,

$$Z_u = K(s^a), \quad \text{donde } a = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Así,

$$\log Z_u - \log K = a(\log s).$$

Como  $u = 2^a$ ,

$$\log u = a(\log 2),$$

o bien,

$$a = \frac{\log Z_u - \log K}{\log s} = \frac{\log u}{\log 2}$$

y

$$\log Z_u - \log K = n(\log u), \quad \text{donde } n = \frac{\log s}{\log 2}.$$

Ahora, al tomar antilogaritmos en ambos lados, resulta

$$\frac{Z_u}{K} = u^n,$$

o bien,

$$Z_u = K(u^n). \tag{7.5}$$

### EJEMPLO 7.6

El departamento de Ingeniería Mecánica tiene un equipo de estudiantes para diseñar una auto de carreras para una competencia nacional. El tiempo que necesitó el equipo para ensamblar el primer carro fue de 100 horas. Su mejora (o tasa de aprendizaje) es de 0.8, lo que significa que cada vez que se duplica su salida, el tiempo de ensamble se reduce en un 20%. Utilice esta información para determinar *a)* el tiempo que tomará al equipo ensamblar el décimo carro, *b)* el *tiempo total* que se necesita para ensamblar los primeros 10 autos, y *c)* el *tiempo de ensamble promedio acumulado* para los primeros 10 autos.

**SOLUCIÓN**

a) A partir de la ecuación (7.5) y suponiendo una disminución proporcional en el tiempo de ensamble de las unidades de salida entre las cantidades duplicadas, se tiene que

$$\begin{aligned} Z_{10} &= 100(10)^{\frac{\log 0.8}{\log 2}} \\ &= 100(10)^{-0.322} \\ &= \frac{100}{2.099} = 47.6 \text{ horas.} \end{aligned}$$

b) El tiempo total para producir  $x$  unidades,  $T_x$ , está dado por

$$T_x = \sum_{n=1}^x Z_n = \sum_{n=1}^x K(u^n) = K \sum_{n=1}^x u^n. \quad (7.6)$$

Al emplear esta ecuación (7.6), se observa que

$$T_{10} = 100 \sum_{n=1}^{10} u^{-0.322} = 100[1^{-0.322} + 2^{-0.322} + \dots + 10^{-0.322}] = 631 \text{ horas.}$$

c) El tiempo promedio acumulado para  $x$  unidades,  $C_x$ , está dado por

$$C_x = T_x/x. \quad (7.7)$$

Con la ecuación (7.7), se obtiene

$$C_{10} = T_{10}/10 = 631/10 = 63.1 \text{ horas.}$$

**EJEMPLO 7.7**

La Betterbilt Construction Company diseña y construye viviendas residenciales unifamiliares. El gerente de compras de la empresa ha desarrollado una estrategia con la que todos los materiales de construcción para una casa se compran a un solo gran proveedor, pero se organiza un concurso entre unas cuantas compañías para seleccionar al proveedor para cada vivienda.

La compañía está a punto de construir, en secuencia, 16 casas nuevas de 2,400 pies cuadrados cada una. Se usará el mismo diseño básico, con cambios sin importancia, para todas. La oferta ganadora por los materiales de construcción para la primera residencia es de \$64,800, que es igual a \$27 por pie cuadrado. El gerente de compras cree que, con base en experiencias anteriores, es posible emprender varias acciones para reducir el costo de los materiales en un 8% cada vez que se duplique el número de viviendas. Con base en esta información, a) ¿cuál es el costo promedio acumulado de los materiales por pie cuadrado para las primeras cinco casas?, y b) ¿cuál es el costo estimado de los materiales por pie cuadrado para la última (decimosexta) residencia?

**SOLUCIÓN**

a) Con base en la tasa de disminución constante del 8% cada vez que se duplica el número de casas, se debe aplicar una curva de aprendizaje del 92% a esta situación. En la tabla siguiente se desarrolla el costo promedio acumulado de los materiales para las primeras cinco viviendas (suponiendo una disminución proporcional del costo de los materiales para las casas entre las cantidades duplicadas):

(A) Casa	(B) Costo <sup>a</sup> de materiales por ft <sup>2</sup>	(C) Suma acumulada	(D) = (C) ÷ (A) Costo promedio acumulado por ft <sup>2</sup>
1	\$27.00	\$27.00	\$27.00
2	24.84	51.84	25.92
3	23.66	75.50	25.17
4	22.85	98.35	24.59
5	22.25	120.60	24.12

<sup>a</sup> De la ecuación (7.5); por ejemplo  $Z_3 = \$27(3)^{\log 0.92/\log 2} = \$23.66$ .

b) De la ecuación (7.5) se obtiene

$$\begin{aligned}
 Z_{16} &= \$27(16)^{\log 0.92/\log 2} \\
 &= \$27(16)^{-0.1203} \\
 &= \frac{\$27}{1.3959} = \$19.34 \text{ por pie cuadrado.}
 \end{aligned}$$

### 7.4.3 Desarrollo de una relación de estimación de costos (REC)

Una relación de estimación de costos (REC) es un modelo matemático que describe el costo de un proyecto de ingeniería como función de una o más variables de diseño. Las REC son herramientas útiles porque permiten al analista desarrollar la estimación del costo en forma rápida y fácil. Más aún, es factible realizar las estimaciones al inicio del proceso de diseño, antes de que se cuente con información detallada. Como resultado, los ingenieros se valen de las REC para tomar decisiones de diseño que son económicas en costo, además de que satisfacen los requerimientos técnicos.

Para desarrollar una REC se siguen cuatro etapas:

1. Definición del problema
2. Obtención y normalización de datos
3. Desarrollo de la ecuación de la REC
4. Validación del modelo y documentación

**7.4.3.1 Definición del problema** El primer paso en cualquier estudio de ingeniería es definir el problema que se enfrenta. Un problema bien definido es mucho más fácil de resolver. Para fines de la estimación del costo, una forma excelente de describir los elementos de un problema es la EDT. La revisión de la EDT terminada también ayuda a identificar las guías de costo potenciales para el desarrollo de las REC.

**7.4.3.2 Obtención y normalización de datos** Esto constituye la etapa más crítica del desarrollo de una REC. Existe un adagio común en la actualidad que dice “entra basura, sale basura”. Sin datos confiables, las estimaciones de costo que se obtengan con la REC carecerán de significado. La EDT también es útil en la fase de obtención de datos. La EDT ayuda a organizar los datos y a garantizar que no se pase por alto ningún elemento.

Los datos pueden recopilarse tanto de fuentes internas como externas. Los costos de proyectos similares del pasado son una de las fuentes de datos. Otra fuente es la información publicada acerca de costos. Sea cual sea la fuente de procedencia, es importante que se encuentren disponibles datos técnicos, además de los de costo, que describan las características físicas y el rendimiento del sistema. Por ejemplo, si el peso del producto es una guía de costo potencial, es esencial que se conozcan los pesos asociados con los datos de costo.

Una vez recopilados, los datos deben normalizarse para que tomen en cuenta las diferencias que se deben a la inflación, localización geográfica, tarifas de mano de obra, etcétera. Por ejemplo, los índices de costo o las técnicas que se van a describir en el capítulo 8 se emplean para normalizar costos que ocurren en momentos diferentes. Otra parte importante del proceso de normalización es la definición consistente de los datos.

**7.4.3.3 Desarrollo de la ecuación de la REC** El paso que sigue en la obtención de una REC consiste en formular una ecuación que refleje con acierto la relación entre la(s) guía(s) de costo seleccionada(s) y el costo del proyecto. En la tabla 7.2 aparecen cuatro tipos de ecuaciones generales de uso común en el desarrollo de una REC. En dichas ecuaciones,  $a$ ,  $b$ ,  $c$  y  $d$  son constantes, mientras que  $x_1$ ,  $x_2$  y  $x_3$  representan variables de diseño.

Una forma sencilla pero muy efectiva de determinar la forma que tiene la ecuación apropiada para la REC es trazar la gráfica de los datos. Si la gráfica de los datos en papel normal parece seguir una línea recta, entonces se sugiere usar una relación lineal. Si aparece una línea curva, entonces hay que graficar los datos en papel logarítmico o semilogarítmico. Si en este último aparece una línea recta, entonces la relación es logarítmica o exponencial. Si en el papel logarítmico aparece una línea recta, la relación es una curva de potencias.

Una vez que se ha determinado la forma básica de la ecuación para la REC, el paso que sigue es calcular los valores de los coeficientes que aparecen en ella. La técnica más común que se emplea para obtener los valores de los coeficientes es el método de los mínimos cuadrados. Este método, en lo fundamental, trata de determinar la línea recta alrededor de la cual se agrupan los datos y que minimiza la desviación total de los datos reales de los valores que predice la recta. (La línea en sí, representa la REC.) Este método es relativamente fácil de efectuar en forma manual, aunque también está disponible en muchos paquetes comerciales de software. (La mayoría de programas de hojas de cálculo tienen la

**Tabla 7.2** Formas típicas de ecuaciones

Tipo de relación	Ecuación general
Lineal	$\text{Costo} = a + b x_1 + c x_2 + d x_3 + \dots$
Potencia	$\text{Costo} = a + b x_1^c x_2^d \dots$
Logarítmica	$\text{Costo} = a + b \log(x_1) + c \log(x_2) + \dots$
Exponencial	$\text{Costo} = a + b \exp^{cx_1} \exp^{dx_2} \dots$

capacidad de realizar el ajuste de datos por mínimos cuadrados.) El requerimiento principal para usar el método de mínimos cuadrados es que haya una relación lineal entre la variable independiente (la guía de costo) y la variable dependiente (proyección de costo).\*

Todas las ecuaciones que tienen alguna forma de las que aparecen en la tabla 7.2 pueden transformarse con facilidad a forma lineal. Es posible emplear las ecuaciones siguientes para calcular los valores de los coeficientes  $a$  y  $b$  en la ecuación lineal simple  $y = a + bx$ :

$$b = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right) \left( \sum_{i=1}^n y_i \right)}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2}, \quad (7.8)$$

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n y_i - b \sum_{i=1}^n x_i}{n}. \quad (7.9)$$

Observe que la variable  $n$  en las ecuaciones de pronóstico es igual al número de los datos que se empleen para obtener los valores de  $a$  y  $b$ .

### EJEMPLO 7.8

En las primeras etapas del diseño, se cree que el costo de una nave espacial se relaciona con su peso. Se obtuvieron y normalizaron datos de costo y peso de seis naves espaciales, los cuales se presentan en la tabla que sigue. Una gráfica de los datos sugiere que siguen una relación lineal. Determine los valores de los coeficientes para la REC.

Aeronave	Peso (lb)	Costo (millones de \$)
$i$	$x_i$	$y_i$
1	400	278
2	530	414
3	750	557
4	900	689
5	1,130	740
6	1,200	851

#### SOLUCIÓN

En este problema,  $n = 6$ . La tabla siguiente facilita los cálculos intermedios que se necesitan para calcular los valores de  $a$  y  $b$  por medio de las ecuaciones (7.8) y (7.9).

---

\* Además, las observaciones deben ser independientes. Se supone que la diferencia entre los valores que se predicen y los reales tiene una distribución normal con media igual a cero. Más aún, la varianza de la variable dependiente se supone que es igual para cada valor de la variable independiente.

<i>i</i>	$x_i$	$y_i$	$x_i^2$	$x_i y_i$
1	400	278	160,000	111,200
2	530	414	280,900	219,420
3	750	557	562,500	417,750
4	900	689	810,000	620,100
5	1,130	740	1,276,900	836,200
6	1,200	851	1,440,000	1,021,200
Totales	4,910	3,529	4,530,300	3,225,870

$$b = \frac{(6)(3,225,870) - (4,910)(3,529)}{(6)(4,530,300) - (4,910)^2} = \frac{2,027,830}{3,073,700} = 0.6597,$$

$$a = \frac{3,529 - (0.6597)(4,910)}{6} = 48.31.$$

La REC resultante que relaciona el costo de la aeronave (en millones de dólares) con el peso de ésta es

$$\text{Costo} = 48.31 + 0.6597x.$$

donde  $x$  representa al peso de la nave en libras,  $y$   $400 \leq x \leq 1,200$ .

**7.4.3.4 Validación y documentación del modelo** Una vez que se ha desarrollado la ecuación de la REC, es necesario determinar qué tan bien predece el costo (esto es, la validación del modelo) y documentar el desarrollo y el uso apropiado de la REC. La validación puede llevarse a cabo por medio de medidas estadísticas de la "bondad del ajuste", tales como el error estándar y el coeficiente de correlación. Los analistas deben usar medidas de la bondad del ajuste para inferir qué tan bien predice la REC al costo como función de la(s) guía(s) de costo seleccionadas. Es importante documentar el desarrollo de la REC para su uso futuro, así como incluir en la documentación los datos que se emplearon para desarrollarla y los procedimientos con los que se normalizaron los datos.

El error estándar (SE)\* mide el promedio de variación entre los valores de costo real y los que predice la ecuación. El SE se calcula con

$$SE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \text{Costo}_i)^2}{n}}, \quad (7.8)$$

donde  $\text{Costo}_i$  es el costo predicho por la REC con los valores de la variable independiente para el dato  $i$ , mientras que  $y_i$  es el costo real. Es preferible que el valor del error estándar sea pequeño.

El coeficiente de correlación ( $R$ ) mide la cercanía de los puntos que representan a los datos reales con respecto a la línea de regresión ( $y = a + bx$ ). Se trata simplemente de la razón de la desviación explicada a la desviación total.

\* N. del T: El empleo de las siglas SE para denotar el error estándar está muy extendido en el ejercicio de la estadística y la ingeniería.

$$R = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\left[ \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \right] \left[ \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \right]}}, \quad (7.11)$$

donde  $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$  y  $\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$ . El signo (+ o -) de  $R$  será el mismo que tenga la pendiente ( $b$ ) de la recta de regresión. Son deseables los valores de  $R$  cercanos a uno (o menos uno), porque indican una relación lineal fuerte entre las variables dependiente e independiente.

En los casos en que no queda claro cual es la "mejor" guía de costo para seleccionar la forma más adecuada de la ecuación, conviene usar las mediciones de la bondad del ajuste para hacer la elección.

En general, si todo lo demás queda igual, debe seleccionarse la REC con mejor medida de la bondad del ajuste.

### EJEMPLO 7.9

Calcule el SE y el coeficiente de correlación de la REC que se obtuvo en el ejemplo 7.8.

#### SOLUCIÓN

La REC que se construyó en el ejemplo 7.8 relaciona el costo de una nave espacial con su peso por medio de la ecuación

$$\text{Costo} = 48.31 + 0.6597x.$$

Si se emplea esta ecuación, se predice el costo de las seis naves cuyo peso se conoce:

$i$	$x_i$	$y_i$	Costo <sub><math>i</math></sub>	$(y_i - \text{Costo}_i)^2$	$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(y_i - \bar{y})^2$
1	400	278	312.19	1,168.96	129,753.42	174,999.99	96,205.43
2	530	414	397.95	257.60	50,218.44	83,134.19	30,335.19
3	750	557	543.09	193.49	2,129.85	4,668.99	97157
4	900	689	642.04	2,205.24	8,234.79	6,669.99	10,166.69
5	1,130	740	793.77	2,891.21	47,320.86	97,138.19	23,052.35
6	1,200	851	839.95	122.10	100,314.33	145,671.99	69,079.61
<b>Totales</b>	<b>4,910</b>	<b>3,529</b>	<b>3,528.99</b>	<b>6,638.60</b>	<b>337,971.69</b>	<b>512,283.34</b>	<b>229,810.84</b>

Observe que  $\bar{x} = \frac{1}{6}(4,910) = 818.33$  y  $\bar{y} = \frac{1}{6}(3,529) = 588.17$ . Con las ecuaciones (7.10) y (7.11) es posible calcular el SE y el coeficiente de correlación de la REC:

$$\text{SE} = \sqrt{\frac{6,638.60}{6}} = 33.76,$$

$$R = \frac{337,971.69}{\sqrt{(512,283.34)(229,810.84)}} = 0.965.$$

El valor del coeficiente de correlación está muy cerca de uno, lo que indica una relación lineal positiva fuerte entre el costo de la nave y su peso.

En resumen, las REC son útiles por varias razones. En primer lugar, una vez que se dispone de los datos de entrada que se requieren, pueden usarse en forma rápida y fácil. En segundo lugar, una REC por lo general necesita información poco detallada, lo que posibilita usarla en el principio del proceso de diseño. Por último, una REC es un predictor excelente del costo si se desarrolló en forma correcta con el empleo de datos históricos buenos.

## ▼ 7.5 La estimación de costos en el proceso de diseño

Las empresas de hoy enfrentan el problema de proporcionar bienes y servicios de calidad a precios competitivos. El precio de su producto se basa en el costo conjunto de fabricar el artículo más una utilidad integrada. Para asegurarse de que los productos se vendan a precios competitivos, el costo debe ser un factor principal en el proceso de diseño del producto. Como se mencionó en el prefacio del libro, un producto bien diseñado podría no generar ninguna utilidad si no es factible económicamente. (Hay que recordar el triciclo compuesto de mil dólares.) Para que un producto tenga valor para un cliente, los beneficios deben sobrepasar a los costos.

En esta sección se estudiará tanto un enfoque de “abajo-arriba”, como otro de “arriba-abajo”, para determinar los costos y el precio de venta de un producto. Cuando se usan en conjunto con los conceptos de costo objetivo, diseño por costo e ingeniería del valor, estas técnicas auxilian a los ingenieros en el diseño de sistemas efectivos en costo y de productos de precio competitivo.



**Sitio Web de consulta (<http://www.pearsoneducacion.net/sullivan>):** La estimación del costo de un intercambiador de calor implica el cálculo de un costo base, así como costos de instalación, operación y mantenimiento: un *costo del ciclo de vida*. Visite el sitio Web para que observe comparaciones de estimaciones de costo para tipos alternativos de intercambiadores de calor. Se incluye una hoja de cálculo para que el lector pueda desarrollar las estimaciones de costo para sus diseños propios.

### 7.5.1 Los elementos del costo del producto y la estimación de “abajo-arriba”

Como se estudió en el capítulo 2, los costos del producto se clasifican en directos e indirectos. Los directos se asignan con facilidad a un producto específico, mientras que los indirectos no son tan sencillos de asignar a cierto producto. Por ejemplo, la mano de obra directa consistiría en los salarios de un operador de máquina, en tanto que la supervisión sería un trabajo indirecto.

Los costos de manufactura tienen una relación distinta con el volumen de producción, en cuanto a que pueden ser fijos, variables o semivariables. Por lo general, los costos de administración son fijos sin importar el volumen; los costos de materiales varían en forma directa con el volumen; y el costo del equipo es una función escalón del nivel de producción.

Los costos principales dentro de la categoría de gastos de manufactura comprenden la ingeniería y el diseño, costos de desarrollo, herramientas, mano de obra fabril, materiales, supervisión, control de calidad, confiabilidad y pruebas, empaque, costos indirectos de la planta, generales y administrativos, distribución y mercadotecnia, finanzas, impuestos y seguros. ¿Por dónde comenzar?

Los costos de ingeniería y diseño consisten en diseño, análisis y dibujo, junto con gastos diversos tales como reproducción de documentos.

El costo de ingeniería puede asignarse a un producto sobre la base del número de horas de trabajo de ingeniería que implica. Otros tipos principales de costo que se estiman son los siguientes:

- Costos de herramientas, que consisten en la reparación y mantenimiento más el costo de cualquier equipo nuevo.
- Costos de mano de obra fabril, que se determinan a partir de datos estándar, registros históricos o el departamento de contabilidad. Es frecuente que se usen las curvas de aprendizaje para estimar la mano de obra directa.
- Costos de materiales, que se obtienen de registros históricos, cuotas de vendedores y la factura de los materiales. Deben incluirse las tolerancias de desperdicios.
- Supervisión, que es un costo fijo que se basa en los salarios del personal de supervisión.
- Indirectos de la planta, incluye las instalaciones, mantenimiento y reparaciones. Como se estudió en el capítulo 2 y el apéndice A, existen varios métodos para asignar los indirectos, tales como la proporción a las horas de mano de obra directa u horas-máquina.
- Costos generales y administrativos, que a veces se incluyen dentro de los indirectos de la planta.

Es común que las compañías utilicen un procedimiento de “abajo-arriba” para estimar el costo total del producto, que las ayuda a tomar decisiones acerca de qué producir y cómo poner precio a sus productos. Se emplea el término de “abajo-arriba” porque el procedimiento requiere estimaciones de elementos de costo a los niveles inferiores de la estructura de costos, que después se suman para obtener el costo total del producto. El ejemplo sencillo que sigue muestra el procedimiento general abajo-arriba para obtener una estimación del costo unitario del producto, además de que ilustra el empleo de un formato típico de hoja de cálculo de la estructura de costos para preparar la estimación.

La hoja de cálculo de la figura 7.5 muestra la determinación del costo de un ensamble estrangulador. En el apéndice 7.A se proporcionan las fórmulas para las celdas de EXCEL. La columna A incluye elementos de costo típicos que contribuyen al costo total del producto. La lista de elementos de costo se modifica con facilidad para satisfacer las necesidades de la empresa. Esta hoja de cálculo permite estimaciones unitarias (columna B), estimaciones por factor (columna C) y estimaciones directas (columna D). Los renglones sombreados son subtotal seleccionados.

Con frecuencia, los costos de mano de obra directa se estiman por medio de la técnica unitaria. El plan del proceso de manufactura se emplea para estimar el número de horas de mano de obra directa por unidad producida. Después se multiplica esta cantidad por la tarifa de la mano de obra compuesta para obtener el costo directo total de la mano de obra. En este ejemplo se requieren 36.48 horas de mano de obra directa para producir 50 ensambles de estranguladores, y la tarifa de la mano de obra compuesta es de \$10.54 por hora, lo que arroja un costo directo total de mano de obra de \$384.50.

Los costos indirectos, tales como el control de calidad y el trabajo de planeación, se asignan con frecuencia a los productos individuales con el empleo de estimaciones por factor. Las estimaciones se obtienen expresando el costo como porcentaje de otro costo. En este ejemplo, el trabajo de planeación y control de calidad se expresan como el 12 y 11% del costo directo de la mano de obra (renglón A), respectivamente. Esto da un costo total por mano de obra de \$472.93. Los gastos indirectos fabricación y los generales y administrativos se estiman como porcentajes del costo total de la mano de obra (fila D).

En la columna D se colocan las entradas para los elementos de costo para los que se dispone de estimaciones. El costo total de materiales para la producción de los 50 ensambles de estranguladores es de \$167.17. Se aplica una estimación directa de \$28.00 a la manufactura externa de los componentes que la requieren. Hasta este momento, el subtotal de los elementos de costo es de \$1,235.62.

A	B	C	D	E	F	G	H
1	Columna A	Columna B	Columna C		Columna D	Columna E	
2		Estimación unitaria	Estimación por factor		Estimación directa	Total del renglón	
3		Unidad	Costo/Unidad	Factor			
4				del renglón			
5							
6	A: Mano de obra fabril	36.48	\$10.54				\$384.50
7	B: Mano de obra de planeación			12%	A		46.14
8	C: Control de calidad			11%	A		42.29
9	D: TOTAL DE MANO DE OBRA						472.93
10	F: Indirectos fabriles			105%	D		496.58
11	F: Gastos generales y admin.			15%	D		70.94
12	G: Material de producción					\$167.17	167.17
13	H: Manufactura externa					28	28
14	I: SUBTOTAL						1,235.62
15	J: Costos de empaque			5%	I		61.78
16	K: TOTAL DE COSTO DIRECTO						1,297.41
17	L: Otros cargos directos			1%	K		12.97
18	M: Renta de instalaciones						
19	N: TOTAL DE COSTO DE MANUFACTURA						1,310.38
20	O: Cantidad (tamaño del lote)						50
21	P: COSTO UNITARIO DE MANUFACTURA						26.21
22	Q: Utilidad/por ciento			10%	P		2.62
23	R: PRECIO DE VENTA POR UNIDAD						\$28.83

Figura 7.5 Hoja de cálculo para estimar los costos de manufactura

Los costos de empaque se estiman como el 5% de todos los costos anteriores (renglón I), lo que da un cargo directo total de \$1,297.41. El costo de otros cargos directos varios se calcula como el 1% del subtotal actual (renglón K). Esto genera un costo total de manufactura de \$1,310.38 para el lote completo de 50 ensambles de estrangulador. El costo de manufactura por ensamble es de  $\$1,310.38/50 = \$26.21$ .

Como se dijo antes, en esta misma sección, el precio de un producto se basa en el costo conjunto de fabricar el producto más una utilidad integrada a aquél. La parte inferior de la hoja de cálculo de la figura 7.5 muestra el cálculo del precio de venta unitario con base en esta estrategia. En este ejemplo, la utilidad deseada (que con frecuencia se denomina utilidad marginal) es del 10% del costo unitario de manufactura, que corresponde a una utilidad de \$2.62 por ensamble estrangulador. El precio de venta total de un ensamble estrangulador es, entonces, de  $\$26.21 + \$2.62 = \$28.83$ .

Como ya se mencionó, es frecuente emplear las curvas de aprendizaje para estimar los costos directos de mano de obra. El ejemplo que sigue ilustra cómo se utilizaron las curvas de aprendizaje para obtener las horas de mano de obra fabriles de los ensambles de estrangulador.

### EJEMPLO 7.10

Se define un lote de 50 ensambles de estrangulador como una unidad producida. Las 36.48 horas de fabricación que se usaron para estimar el costo del ensamblado de estrangulador se basan en la decimosexta unidad producida. Si se supone una curva de aprendizaje del 90%, ¿cuál es el número de horas de mano de obra fabril que se requieren para el primer lote de 50 ensambles de estrangulador? ¿Cuál es la estimación de las horas de mano de obra necesarias para producir las unidades números 64 y 1000 (es decir, lotes)?

**SOLUCIÓN**

Sea  $K$  = número de horas de mano de obra que se requieren para producir el primer lote de ensambles de estrangulador. A partir de la ecuación (7.5) se tiene que

$$Z_{16} = K(16)^{\frac{\log 0.3}{\log 2}};$$

$$36.48 = K(16)^{-0.152};$$

$$K = 55.6 \text{ hr.}$$

Así, la estimación de 36.48 horas se obtuvo con base en el hecho de que tomó 55.6 horas ensamblar el primer lote de equipos de estrangulación. Con  $K = 55.6$ , es fácil estimar el tiempo necesario para producir las unidades números 64 y 100:

$$Z_{64} = 55.6(64)^{-0.152} = 29.54 \text{ hr.}$$

$$Z_{100} = 55.6(100)^{-0.152} = 27.61 \text{ hr.}$$

### **7.5.2 Costo objetivo y diseño por costo: enfoque de “arriba-abajo”**

Por tradición, las empresas estadounidenses obtienen una estimación inicial del precio de venta de un producto nuevo empleando el enfoque de abajo-arriba que se describió en la sección anterior. Es decir, el precio de venta estimado se obtiene mediante la acumulación de los costos fijos y las variables relevantes, para luego agregar una utilidad marginal, la cual es un porcentaje de los costos totales de manufactura. Es frecuente denominar a este proceso como *diseño por precio*. Después, el departamento de mercadotecnia se basa en el precio de venta estimado para determinar si el producto nuevo puede venderse.

En contraste, las compañías japonesas aplican el concepto de *costo objetivo*, que es un enfoque de arriba-abajo. La esencia del costo objetivo es “cuánto *debe* costar el producto”, en lugar de “cuánto *cuesta* el producto”. La finalidad del costo objetivo es diseñar los costos de los productos antes de que entren al proceso de manufactura. En este enfoque de arriba-abajo, se ve al costo como un insumo del proceso de diseño, no como un resultado de éste.

Como se aprecia en la figura 7.6, el costo objetivo se inicia con la realización de estudios de mercado para determinar el precio de venta del producto del mejor competidor. El costo objetivo se obtiene con la deducción de la utilidad que se desea del precio de venta del mejor competidor:

$$\text{Costo objetivo} = \text{precio del competidor} - \text{utilidad que se desea} \quad (7.12)$$

Como se dijo en la sección anterior, la utilidad que se desea se expresa con frecuencia como un porcentaje del costo total de manufactura, y se le llama utilidad marginal. Para un margen específico de utilidad (por ejemplo, 10%), el costo objetivo se calcula con la siguiente ecuación:

$$\text{Costo objetivo} = \frac{\text{precio del competidor}}{(1 + \text{utilidad marginal})} \quad (7.13)$$

Este costo objetivo se obtiene antes del diseño del producto, y se emplea como meta para el diseño de ingeniería, compras y producción.

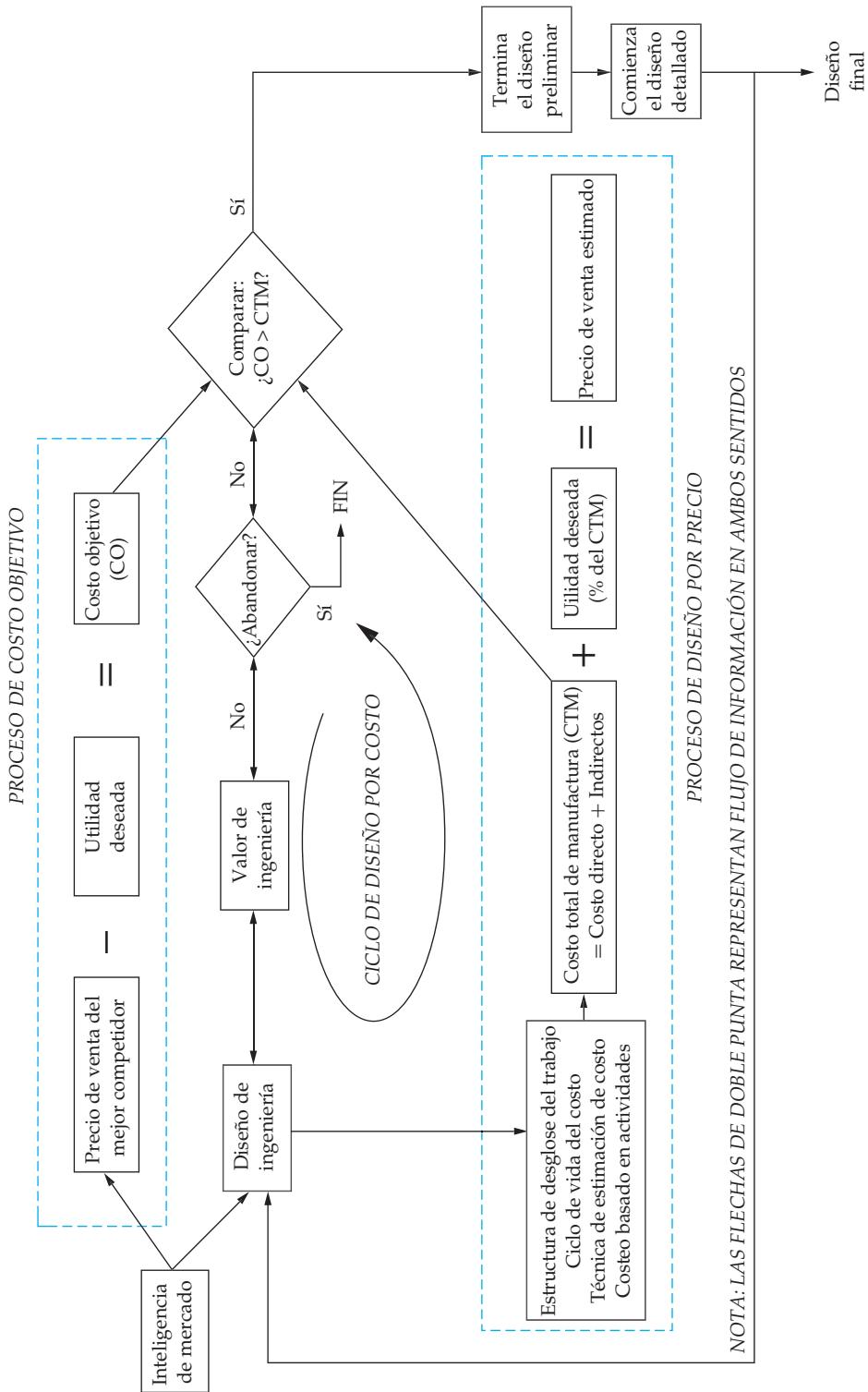


Figura 7.6 El concepto de costo objetivo y su relación con el diseño

**EJEMPLO 7.11**

En relación con los ensambles de estrangulador que se mencionaron en el ejemplo anterior, suponga que un estudio de mercado afirma que el precio de venta del mejor competidor es de \$27.50 por ensamble. Si se desea una utilidad marginal del 10% (con base en el costo total de manufactura), determine un costo objetivo para el ensamble de estrangulador.

**SOLUCIÓN**

Como la utilidad que se desea se ha expresado como un porcentaje de los costos totales de manufactura, se utiliza la ecuación (7.13) para determinar el costo objetivo:

$$\text{Costo objetivo} = \frac{\$27.50}{(1 + 0.10)} = \$25.00.$$

Observe que el costo total de manufactura que se calculó en la figura 7.5 es igual a \$26.21 por ensamble. Como este costo excede al objetivo, se necesita efectuar el rediseño del producto o del proceso de fabricación para alcanzar un precio de venta competitivo.



**Sitio Web de consulta (<http://www.pearsoneducacion.net/sullivan>):** La desconstrucción de computadoras implica desarmar computadoras anticuadas, renovarlas y donar o revender las unidades. Sin embargo, existen ciertos desechos o componentes residuales que no pueden reutilizarse, son dañinos para el ambiente y aumentan el costo de la desconstrucción. Visite el sitio Web para conocer dos aplicaciones del *costeo objetivo* que analizan asuntos implicados en el reciclado de computadoras.

Como se dijo antes, el costeo objetivo tiene lugar antes de que comience el proceso de diseño. Los ingenieros consideran el costo objetivo como un requerimiento del rendimiento del costo. Ahora, el producto final debe satisfacer tanto los requerimientos técnicos como los del rendimiento del costo. Se denomina *diseño por costo* a la práctica de considerar al rendimiento del costo tan importante como el rendimiento técnico durante el proceso de diseño. El procedimiento del diseño por costo comienza al considerar el costo objetivo como la meta de costo del producto terminado. Luego se descompone este costo objetivo en metas de costo para los subsistemas principales, componentes y subensambles. Dichas metas de costo cubrirían los costos objetivos directos de los materiales y mano de obra. Es frecuente que las metas de costo no se establezcan para las categorías de costos indirectos tales como generales y administrativos. Es importante observar que deben establecerse metas de costo razonables. Si las metas de costo son demasiado fáciles de alcanzar, los diseñadores tendrán escasa motivación para buscar la mejor alternativa. Por el contrario, si son demasiado difíciles de lograr, la gente se sentirá desanimada.

Una vez establecidas las metas de costo, se inicia el diseño de ingeniería preliminar. En la preparación de la proyección de costo total de manufactura de abajo-arriba que se

estudió en la sección anterior, se utilizan herramientas convencionales tales como la estructura desglosada del trabajo y la estimación de costos. El costo total de manufactura representa una evaluación *inicial* de lo que costaría a la empresa diseñar y fabricar el producto en estudio. Después se compara el costo total de manufactura con el costo objetivo de arriba-abajo. Si el costo de manufactura es mayor que el objetivo, entonces debe aplicarse al diseño el *proceso de ingeniería del valor* (que se estudiará en la sección 7.5.3) para evaluar la funcionalidad del diseño y tratar de reducir su costo. Este proceso iterativo es una característica clave del procedimiento de diseño por costo. Si el costo total de manufactura puede disminuirse para quedar por debajo del costo objetivo, el proceso de diseño continúa hacia el diseño detallado y termina con el diseño final que se va producir. Si el costo total de la manufactura no puede disminuirse hasta alcanzar el costo objetivo, la compañía debe considerar con seriedad la posibilidad de abandonar el producto.

La hoja de cálculo que aparece en la figura 7.7 ilustra el uso de la estimación del costo de manufactura para calcular tanto el costo objetivo como las reducciones de costo necesarias para lograrlo. Según los cálculos del ejemplo 7.11, el costo objetivo del ensamble de estrangulador es de \$25.00. Como el costo inicial total de la manufactura (que en la figura 7.5 se determinó en \$26.21) es mayor que el costo objetivo, se debe regresar al costo total de manufactura para cambiar los valores del elemento (uno a la vez) de costo seleccionado hasta el nivel que se requiera para reducir el costo y llegar al objetivo que se desea. Este método de establecer costos objetivos nuevos para los elementos individuales se obtiene por ensayo y error (mediante la manipulación de los valores que aparecen en la hoja de cálculo) o con el uso de la herramienta llamada "solver" de algún paquete de cómputo (si se cuenta con él). La figura 7.7 ilustra un resultado posible de este proceso. Si el proceso de ensamblar los estranguladores pudiera hacerse más eficiente de manera que los requerimientos de la mano de obra directa total pudieran reducirse a 34.48 horas (en lugar de 36.48), podría alcanzarse el costo objetivo. Ahora el objetivo es encontrar una forma

A	B	C	D	E	F	G	H
2	Columna A	Columna B	Columna C	Columna D	Columna E		
3		Estimación unitaria	Estimación por factor	Estimación	Total del		
4	ELEMENTOS DE COSTO DE MANUFACTURA	Unidad	Costo/Unidad	Factor del renglón	renglón		
5							
6 A:	Mano de obra fabril	34,48	\$10.54				\$363.42
7 B:	Mano de obra de planeación			12%	A		43.61
8 C:	Control de calidad			11%	A		39.98
9 D:	<b>TOTAL DE MANO DE OBRA</b>						<b>447.01</b>
10 E:	Indirectos de fabricación			105%	D		469.36
11 F:	Gastos generales y admin.			15%	D		67.05
12 G:	Material de producción					\$167.17	167.17
13 H:	Manufactura externa					20,00	20,00
14 I:	<b>SUBTOTAL</b>						<b>1.178.58</b>
15 J:	Costos de empaque			5%	I		58.93
16 K:	<b>TOTAL DE COSTO DIRECTO</b>						<b>1.237.51</b>
17 L:	Otros cargos directos			1%	K		12.38
18 M:	Renta de instalaciones						
19 N:	<b>TOTAL DE COSTO DE MANUFACTURA</b>						<b>1.249.89</b>
20 O:	Cantidad (tamaño del lote)						50
21 P:	<b>COSTO UNITARIO DE MANUFACTURA</b>						<b>25.00</b>
22							
23	Precio de venta del competidor		\$27.50				
24	Rendimiento que se desea sobre las ventas		10%				
25	Costo objetivo		\$25.00				

Figura 7.7 Estimación del costo de manufactura y costeo objetivo

de reducir los requerimientos de mano de obra directa, por medio del rediseño ya sea del producto o del proceso.

### **EJEMPLO 7.12**

Dado un costo total actual de manufactura de \$26.21, como se muestra en la figura 7.5, calcule una meta de costo para el material de producción que permitiría alcanzar un costo objetivo de \$25.00.

#### **SOLUCIÓN**

Con el uso de la hoja de cálculo de la figura 7.5 como punto de partida, un enfoque para determinar una meta de costo para el material de producción sería cambiar en forma iterativa el valor que se introduce en la celda del renglón G y la columna D, hasta que se obtenga el costo total de manufactura que se desea, es decir \$25.00. La tabla siguiente muestra una serie de costos para el material de producción y el costo resultante total de la manufactura por ensamble:

Costo del material de producción por cada 50 ensambles	Costo total de manufactura por ensamble
\$167.17	\$26.21
150.00	25.84
140.00	25.63
130.00	25.42
120.00	25.21
110.00	25.00

Como se aprecia en la tabla, un costo de \$110 del material de producción por lote de 50 ensambles generaría un costo total de manufactura de \$25.00, que es el costo objetivo. A continuación se deja que los ingenieros de diseño determinen si podría usarse un material diferente y menos costoso, o si pueden hacerse mejoras en el proceso con la finalidad de reducir el desperdicio de material. Otra posibilidad sería negociar con el proveedor del material un precio de compra nuevo, o bien, buscar a otro.

También hubiera podido emplearse la herramienta llamada “solver” que se incluye en la mayoría de los paquetes de hoja de cálculo. La figura 7.8 muestra el resultado de este enfoque.

En el apéndice 7.B se da un ejemplo adicional de costeo objetivo.

### **7.5.3 Ingeniería del valor**

En esta sección se hace la introducción a la ingeniería del valor (IV). El objetivo de la IV es muy parecido al del diseño por costo. La finalidad de la IV es proporcionar las funciones que se requieren del producto a un costo mínimo. La IV necesita el examen detallado de

A	B	C	D	E	F	G	H
	Columna A	Columna B	Columna C	Columna D	Columna E		
		Estimación unitaria	Estimación por factor	Estimación directa	Total del renglón		
2	ELEMENTOS DE COSTO DE MANUFACTURA	Unidad	Costo/Unidad				
3							
4	A: Mano de obra fabril	36,48	\$10,54				\$384,50
5	B: Mano de obra de planeación			12% A			46,14
6	C: Control de calidad			11% A			42,29
7	D: TOTAL DE MANO DE OBRA						472,93
8	E: Indirectos de fabricación			105% D			496,58
9	F: Gastos generales y admin.			15% D			70,94
10	G: Material de producción				\$110,23		110,23
11	H: Manufactura externa				20,00		20,00
12	I: SUBTOTAL						1,178,69
13	J: Costos de empaque			5% I			58,93
14	K: TOTAL DE COSTO DIRECTO						1,237,62
15	L: Otros cargos directos			1% K			12,38
16	M: Renta de instalaciones						
17	N: TOTAL DE COSTO DE MANUFACTURA						1,250,00
18	O: Cantidad (tamaño del lote)						50
19	P: COSTO UNITARIO DE MANUFACTURA						25,00
20							
21							
22							
23	Precio de venta del competidor		\$27,50				
24	Rendimiento que se desea sobre las ventas		10%				
25	Costo objetivo		\$25,00				

Figura 7.8 Meta de costo del material de producción para el ejemplo 7.12

las funciones del producto y el costo de cada una de ellas, además de una revisión completa de las especificaciones del producto. Un equipo de especialistas procedentes de varias disciplinas (diseño, manufactura, mercadotecnia, etcétera) se encarga de realizar la IV; el equipo se centra en determinar la manera más efectiva en cuanto al costo de generar un valor elevado a un costo aceptable para el cliente. La ingeniería del valor se aplica con más propiedad al comienzo del ciclo de vida, cuando existe mayor potencial para los ahorros en el costo. La IV se aplica en forma repetida durante la fase de diseño, conforme se dispone de información nueva. Observe que en la figura 7.6 la función de IV aparece dentro del ciclo de diseño por costo, y es una parte fundamental en la obtención de un costo total de manufactura que sea menor que el costo objetivo.

La clave para que la IV tenga éxito es hacer preguntas críticas y buscar darles respuestas creativas. La tabla 7.3 lista algunas preguntas de muestra que debieran incluirse en cualquier estudio de IV. Es importante preguntar todo y no dar nada por hecho. A veces, las oportunidades para reducir los costos son tan obvias que se pasan por alto. Se llega a soluciones creativas con el empleo de la lluvia de ideas clásica, o la técnica del grupo nominal (que se estudió en el capítulo 1). Deben analizarse alternativas que parezcan promisorias para determinar si es posible la reducción de costos sin poner en riesgo la funcionalidad.

Los ejemplos que siguen ilustran la forma en que se usó la IV para obtener una mejor funcionalidad y un valor más alto. Un ejemplo clásico de la IV es el rediseño del equipo de control remoto (para una TV o VCR). En la figura 7.9, el producto de la izquierda parece más una calculadora que un control remoto. Se empleó la IV para identificar muchas funciones innecesarias que los consumidores no deseaban y por las cuales no pagaría. Al eliminar dichas funciones no pedidas, se estuvo en posibilidad de recortar los costos de producción en forma significativa. El control remoto rediseñado que se muestra en el lado

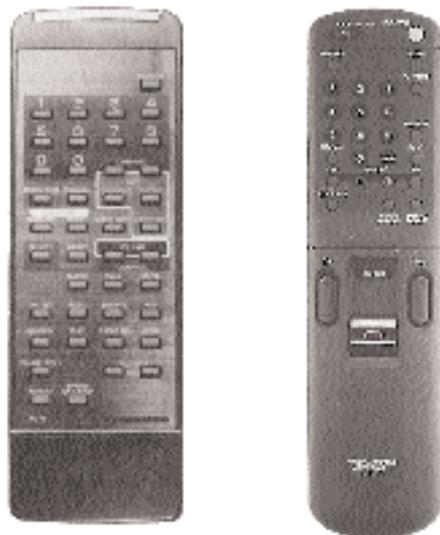
**Tabla 7.3** Lista de verificación para la ingeniería del valor

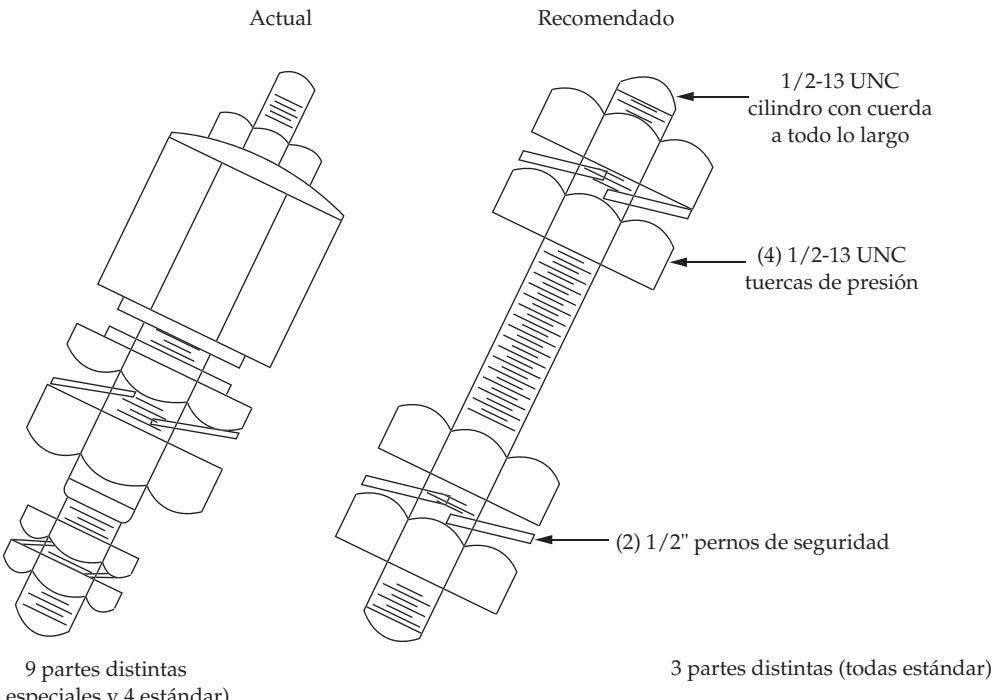
- ¿Pide el cliente todas las funciones que se proveen?
  - ¿Podrían usarse materiales menos caros?
  - ¿Sería posible reducir el número de materiales diferentes?
  - ¿Podría simplificar el diseño para disminuir el número de partes?
  - ¿Es factible emplear una parte que se diseñó para otro producto?
  - ¿Son necesarias todas las superficies maquinadas y los terminados?
  - ¿Podrían eliminarse las inspecciones de calidad redundantes?
  - ¿Eliminaría el rediseño del producto un problema de calidad?
  - ¿Es necesario el tipo actual del empaque?
- 

derecho proyecta una apariencia muy sencilla y amigable para el usuario. Así, este diseño mejora el valor de uso y el aprecio aun antes de considerar el efecto que tiene el ahorro en el costo de producción sobre el precio de venta del producto.

La figura 7.10 presenta un conector que se usa en un regulador eléctrico y que fue sujeto de la ingeniería del valor. El ensamblaje actual (a la izquierda) tiene nueve partes distintas; cinco de ellas se fabrican especialmente y cuatro pueden comprarse externamente. El importe del costo unitario de los materiales es de \$2.34, y el de la mano de obra es de \$2.93. La función básica del equipo es “conducir corriente”, y las funciones secundarias son “formar un sello” y “establecer una conexión”. Después de aplicar la metodología de la IV, se encontró que la función de “formar un sello” era innecesaria. Al eliminarse dicha función redundante, se redujo a tres el número de partes que requería el ensamblaje (como se ilustra en el lado derecho de la figura 7.10). Se redujo el costo unitario del material a \$1.99, un 15% menos; la reducción en conjunto del costo total fue del 38%. Otros benefi-

**Figura 7.9**  
Equipo de control  
remoto





**Figura 7-10** Conector eléctrico

cios indirectos fueron la disminución del costo de mantener inventario (menor número de partes) y tiempos más cortos de manufactura y ensamblado.

## 7.6 Estimación de los flujos de efectivo para un pequeño proyecto típico

Se va a considerar un pequeño proyecto típico como los que se encuentran con frecuencia en la práctica. ¿Hasta qué grado es aplicable el enfoque integrado (figura 7.1) cuando el proyecto no es grande ni complejo? La respuesta es que se aplica sin importar el tamaño ni la complejidad que tenga. Sin embargo, es posible realizar varios ajustes para reducir el nivel de detalle, con la finalidad de que se adapte a la situación específica.

1. **EDT.** Para un proyecto pequeño se puede reducir en forma significativa el número de niveles y alcance de la EDT. A veces, es posible combinar en una hoja de cálculo la EDT con la estructura de costo e ingreso para desarrollar las estimaciones. (véase el ejemplo 7.13.) El punto importante es que dicho componente inicial del enfoque integrado necesita evaluarse en forma explícita para el proyecto específico. Una EDT en forma y alcance apropiados facilitará el análisis económico de cualquier proyecto.
  2. **Estructura de costo e ingreso.** El número de categorías de costo e ingreso y los elementos requeridos pueden reducirse para la mayoría de los proyectos pequeños. Sin embargo,

es necesario estudiar en detalle este segundo componente. Por ejemplo, quizá el número de elementos necesarios de costo de operación y mantenimiento, aun para un proyecto chico, sea demasiado grande.

3. *Técnicas de estimación (modelos)*. Por lo general, la estimación de los costos e ingresos futuros es menos compleja en los proyectos pequeños. Sin embargo, todavía serán necesarias las técnicas que se estudiaron en las secciones 7.2.3 a 7.4.

Estos tres componentes básicos del enfoque integrado se aplican sin importar el tamaño del proyecto. Sin embargo, su aplicación a proyectos pequeños se reduce en alcance, junto con la base de datos de la información que se requiere. En cualquier estudio de ingeniería económica es necesario: 1. definir la perspectiva del flujo de efectivo, 2. determinar la línea base de estimación y 3. establecer la extensión del periodo de análisis (estudio). Estas partes del enfoque no varían con el tamaño del proyecto.

### EJEMPLO 7.13

Su compañía se dedica a la manufactura de componentes de la transmisión y ejes para camiones pesados, y es el proveedor principal de tres plantas que fabrican dichos vehículos. En cada una de las plantas se siguen los conceptos del inventario justo a tiempo. Por esta razón, para mantener la posición de su empresa como proveedor de las plantas es esencial ofrecer precios competitivos, confiabilidad en cuanto a la distribución para satisfacer la programación de la producción de las plantas, y alta calidad de los productos terminados. Satisfacer tales expectativas de su cliente resulta esencial para aumentar la participación en el mercado que tiene su compañía. En consecuencia, se está considerando un proyecto para reemplazar algunos equipos existentes por otros nuevos y automatizados que se requieren en la producción de ejes.

Una de las alternativas factibles incluye equipo nuevo fabricado por la compañía A. Describa el desarrollo de su FEAI con el uso del enfoque integrado que se ilustra en la figura 7.1. Analice las fuentes potenciales y la compilación de los datos necesarios (no necesita mencionar todos los detalles). Algunos datos básicos que tienen relación con el proyecto son los siguientes:

1. El costo de adquisición del equipo es de \$2,650,000 (incluye software de cómputo y los costos de instalación inicial) si se compra a la compañía A. Otros costos varios de instalación son de \$83,000 en el primer año de operación (no incluidos en la base de costo del equipo).
2. El periodo de estudio (análisis) que la compañía fija para esta clase de inversiones es de seis años.

### SOLUCIÓN

Si se compra a la compañía A, el equipo nuevo automatizado consiste en un sistema completo; es decir, el hardware y el software no necesitan separarse para definir el sistema en forma explícita para la estimación del costo y el ingreso. Por lo tanto, el nivel de la EDT que se emplea para la estimación es el proyecto total (nivel 1 de la EDT). Como resultado, la EDT y la estructura del costo y el ingreso pueden combinarse en una sola hoja de cálculo. Entonces, en esta situación no se requiere una EDT separada y en detalle.

La perspectiva del flujo de efectivo que debe usarse para este proyecto es la de la compañía (los propietarios). Como este proyecto va a aumentar una operación que ya existe, la mejor línea de base para la estimación es la operación actual, y debe utilizarse el enfoque diferencial (sección 7.2). Así, los datos de costo de la operación actual más los que se obtengan del fabricante (compañía A) son las fuentes principales de datos para fines de la estimación. Las técnicas de estimación por usar las determina la base de datos disponible.

En la figura 7.11 se observa una hoja de cálculo representativa que resume los costos e ingresos necesarios para desarrollar el flujo neto de efectivo durante seis años a partir de la compra del equipo a la compañía A. La inversión estimada de capital se basa sobre todo en los datos que proporciona el fabricante (costo del equipo y software de computadora). Las estimaciones internas que desarrolla el grupo de ingeniería del proyecto se emplean para los demás elementos de costo (costos de instalación, capital de trabajo, etcétera).

A. Costos e ingresos no recurrentes	Costos	Ingresos
1. Inversión de capital		
a) Hardware (incluye equipo de cómputo)	\$2,195,000	
b) Software de computadora	185,700	
c) Instalación inicial	269,300	
d) Otros costos de instalación	83,000	
e) Capital de trabajo	28,400	
f) Ingeniería y administración del proyecto	<u>172,400</u>	
Total:	\$2,933,900	
2. Ingreso		
a) Venta del equipo actual (año 0)		\$185,000
b) Venta del equipo nuevo (año 6)		310,000
B. Costos e ingresos anuales recurrentes	Costos	Ingresos o costos reducidos
1. Costos de operación y mantenimiento (O&M)		
a) Costos directos		
Mano de obra		\$201,000
Material		58,000
Otros costos directos		44,600
b) Costos indirectos		
Mano de obra/tiempo extra		14,300
Materiales y suministros		32,000
Costo de la calidad (durante la producción)		11,500
Herramientas/composturas		
Mantenimiento	\$18,600	
Instalaciones	4,200	
Impuestos sobre la propiedad y seguros	28,900	
Otros costos indirectos		5,900
2. Ingreso		
Aumento en las ventas		<u>525,000</u>
Total:	\$51,700	\$892,300

**Figura 7.11** Hoja de cálculo para la estimación del costo e ingreso del proyecto para el ejemplo 7.13

El equipo de ventas realizaría la estimación del ingreso incrementado, con base en la participación adicional en el mercado (volumen de ventas) como resultado del proyecto. El VM estimado del equipo que se reemplaza y del equipo nuevo al final de los seis años podría calcularse con el uso de los datos que se obtengan de las empresas implicadas en la reventa de esta clase de equipos. Los costos de operación y mantenimiento se estimarían a partir de la experiencia de la operación actual y los datos de rendimiento esperado del equipo nuevo que proporcione la compañía A.

Con base en las estimaciones de costo e ingreso que se muestran en la hoja de cálculo, el FEDI estimado durante seis años para la alternativa que implica la compra de equipo nuevo de la compañía A se muestra en la tabla siguiente:

Final del año	FEAI (compañía A)
0	$-\$2,718,900 (= -\$2,933,900 + \$185,000)$
1	\$40,600
2	\$40,600
3	\$40,600
4	\$40,600
5	\$40,600
6	$1,179,000 (= \$892,300 - \$51,700 + \$310,000 + \$28,400)$

Los montos de flujo de efectivo en los años cero y seis incluyen el ingreso por la baja de los activos, \$185,000 y \$310,000, respectivamente, como se indica en la hoja de cálculo. Asimismo, el monto al final del año seis incluye la recuperación del capital de trabajo.

## 7.7 Resumen

El desarrollo del flujo de efectivo para cada alternativa de un estudio es una etapa crucial en el procedimiento de análisis de la ingeniería económica. El enfoque integrado para desarrollar flujos de efectivo incluye tres componentes principales: 1. definición de la EDT del proyecto, 2. estructura del costo e ingreso que identifique todos los elementos de costo e ingreso implicados en el estudio, y 3. técnicas de estimación (modelos). En la figura 7.1 se ilustran otras consideraciones tales como la extensión del periodo de análisis, perspectiva y línea base de la estimación de los flujos de efectivo, así como la base de datos del costo y el ingreso, aspectos que se estudian en el capítulo.

La EDT es una técnica poderosa para definir todos los elementos de trabajo y sus interrelaciones en un proyecto. Se trata de una herramienta fundamental en la administración del proyecto y es un auxilio vital en un estudio de ingeniería económica. La comprensión de dicha técnica y sus aplicaciones es importante en el ejercicio de la ingeniería.

El desarrollo de una estructura de costo e ingreso ayudará a garantizar que un elemento de costo o una fuente de ingreso no se pase por alto en el análisis. El concepto de ciclo de vida y la EDT se usan para desarrollar esta estructura para un proyecto.

Las técnicas de estimación (modelos) se emplean para desarrollar flujos de efectivo para las alternativas según las define la EDT. Así, las técnicas de estimación constituyen un puente entre la EDT y los datos detallados de costo e ingreso, y los flujos de efectivo de las alternativas.

## 7.8 Referencias

- Engineering News-Record.* Publicación mensual de McGraw-Hill Book Co., New York.
- JELEN, F. C. y J. H. BLACK. *Cost and Optimization Engineering*, 2a. ed. (New York: McGraw-Hill Book Co., 1983).
- MATTHEWS, L. M. *Estimating Manufacturing Costs: A Practical Guide for Managers and Estimators* (New York: McGraw-Hill Book Co., 1983).
- MICHAELS, J. V. y W. P. WOOD. *Design to Cost* (New York: John Wiley & Sons, 1989).
- OSTWALD, P. F., *Engineering Cost Estimating*, 3a. ed. (Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1992).
- PARK, W. R. y D. E. JACKSON. *Cost Engineering Analysis: A Guide to Economic Evaluation of Engineering Projects*, 2a. ed. (New York: John Wiley & Sons, 1984).
- STEWART, R. D. *Cost Estimating* (New York: John Wiley & Sons, 1982).
- STEWART, R. D., R. M. WYSKIDA y J. D. JOHANNES (eds.). *Cost Estimators' Reference Manual*, 2a. ed. (New York: John Wiley & Sons, 1995)

## 7.9 Problemas

Los números entre paréntesis al final de un problema se refieren a la(s) sección(es) del capítulo que se relaciona(n) más de cerca con el problema.

**7.1.** Examine en forma visual una podadora para uso doméstico que a) no transporte al usuario, b) tenga aproximadamente 21 pulgadas de anchura de corte, y c) la impulse un motor de entre 3.5 y 5.0 hp, enfriado por aire. Desarrolle una EDT para este producto hasta el nivel 3. (7.2)

**7.2.** Usted planea construir una casa nueva con una superficie bruta de espacio habitable en una sola planta que mide aproximadamente 2,000 a 2,500 pies cuadrados. Además, usted planea una cochera adjunta para dos vehículos (con espacio para bodega) de más o menos 450 pies cuadrados. Desarrolle una estructura de costo e ingreso para el diseño y construcción, operación (ocupación) durante 10 años, y luego la venta de la casa al final del décimo año. (7.2)

**7.3.** Suponga que su cuñado decidió comenzar una compañía para producir pasto sintético destinado a los propietarios de residencias de lujo. Planea comenzar la operación dentro de 18 meses. Al estimar los flujos de efectivo futuros de la compañía, ¿cuál de los siguientes sería relativamente fácil *versus* relativamente difícil de obtener? Asimismo, sugiera cómo podría estimarse cada uno con una exactitud razonable. (7.2)

**a)** Costo del terreno para una construcción de 10,000 pies cuadrados.

- b)** Costo del edificio (construcción a base de bloques de hormigón ligero).
- c)** Capital inicial de trabajo.
- d)** Costo de la inversión de capital total.
- e)** Costos de mano de obra y material durante el primer año.
- f)** Ingresos por ventas del primer año.

**7.4.** Al final del año 2005, debe reemplazarse equipo de manufactura que se compró en el 2000 en \$200,000. ¿Cuál es el costo estimado del reemplazo, con base en el índice siguiente de costo del equipo? (7.3)

Año	Índice	Año	Índice
2000	223	2003	257
2001	238	2004	279
2002	247	2005	293

**7.5.** Prepare un índice compuesto (ponderado) para los costos de construcción de vivienda en 2004 con el uso de los siguientes datos: (7.3)

Tipo de vivienda	Porcentaje	Año de referencia $(I = 100)$		2004
		41	38	
Unifamiliares	70			62
Dúplex	5			57
Múltiples	25			53
		\$/ft <sup>2</sup>		\$/ft <sup>2</sup>
		33		53

**7.6.** En la tabla adjunta aparecen los elementos principales de la manufactura de un modelo de equipo de control de un proceso electrónico. También se muestran los índices de costo relacionados para un año de referencia y para el año actual. (7.3)

Elemento de costo	Porcentaje del costo de manufactura	Índice (año de referencia)	Índice (año corriente)
Mano de obra fabril	13%	131	176
Material directo	20	150	210
Componentes adquiridos	32	172	231
Costos indirectos	21	160	190
Ingeniería	8	135	180
Otros costos	6	140	172

- a)** Con base en esta información, desarrolle un índice compuesto (ponderado) del costo para el año de referencia y el año en curso.
- b)** Si el costo de manufactura para una unidad del equipo fue de \$314,300 en el año de referencia, ¿cuál sería la estimación semidetallada del costo de manufactura en el año en curso?
- 7.7.** En 2,000 se construyó una microcervecería con un costo total de \$650,000. En la tabla que sigue se da información adicional (todo 1995 = 100). (7.3)

Elemento de costo	Porcentaje promedio del costo total de la cervecería	Índice (2000)	Índice (2004)
Mano de obra	30	160	200
Materiales	20	145	175
Equipo	50	135	162

- a)** Calcule un índice ponderado para la construcción de la microcervecería en 2004.
- b)** Prepare una estimación de presupuesto para una microcervecería en 2004.
- 7.8.** El precio de compra de una caldera que quema gas natural (de capacidad X) fue de \$181,000 hace ocho años. En el presente, se considera la compra de otra caldera con el mismo diseño básico, pero con capacidad de  $1.42X$ . Si se adquiriera, para su operación se agregarían algunas características opcionales que en este momento cuestan \$28,000.

Si el índice de costo para este tipo de equipo fue de 162 cuando se compró la caldera de capacidad X, y hoy es de 221, y el factor aplicable de costo de capacidad es de 0.8, ¿cuál es su estimación del precio de compra para la caldera nueva? (7.3, 7.4)

- 7.9.** Utilice la técnica del factor para estimar el costo de instalación de una red de área local en un ambiente industrial que tiene las siguientes características. Un edificio grande en una sola planta que requerirá 3,000 ft de cable coaxial (de banda ancha) para conectar sus seis departamentos. Serán necesarias seis unidades de interfaz de red (UIR), y tendrán que hacerse 50 tomas para conectar todas las estaciones de trabajo y dispositivos programables que se planean. Se necesitarán dos módem, además de un gerente/analista de la red, que cuesta \$30,000. La información necesaria para hacer la estimación puede obtenerse de la hoja de cálculo que se muestra en la página siguiente. (véase la tabla P7.9.) ¿Qué tan exacta piensa usted que sería dicha estimación? (7.3)

- 7.10.** Si la construcción de una planta de amoníaco que produce 500,000 libras por año costó \$2,500,000 hace ocho años, ¿cuál sería ahora el costo de una planta de 1,500,000 libras anuales de capacidad? Suponga que el índice de costo de la construcción se ha incrementado a una tasa promedio del 12% anual durante los últimos ocho años, y que el factor de capacidad de costo (X) que refleja la economía de escala es de 0.65. (7.4)

- 7.11.** Se estima que el costo promedio anual de poseer y operar un automóvil de cuatro cilindros en el año 2002 es de \$0.42 por milla, con base en el manejo de 15,000 millas por año. En la tabla que sigue se muestra el desglose del costo: (7.3)

Elemento de costo	Costo por milla
Depreciación	\$0.210
Gasolina y aceite	0.059
Cargos financieros*	0.065
Costo del seguro (incluye colisión)	0.060
Impuestos, tarifas de licencia y registro	0.015
Llantas	0.011

\* Con base en un financiamiento del 20% abajo a 48 meses y APR del 10%.

- a)** Si una persona que posee este automóvil “promedio” planea manejar 15,000 millas durante 2002, ¿cuánto le costará ser el dueño y operar este vehículo?

**Tabla P7.9** Hoja de cálculo para el problema 7.9

1. Conexiones entre edificios	\$100–\$150 por pie	$\times \boxed{\quad} = \boxed{\quad}$
2. Conexiones en el interior del edificio	\$20–\$50 por pie	$\times \boxed{\quad} = \boxed{\quad}$
3. Instalación del cable	\$20 por pie	$\times \boxed{\quad} = \boxed{\quad}$
4. Equipo		
a. Amplificador CATV de banda ancha	\$500–\$1,500	$\times \boxed{\quad} = \boxed{\quad}$
Tomas	\$17–\$20 cada una	$\times \boxed{\quad} = \boxed{\quad}$
Codos	\$5–\$15	$\times \boxed{\quad} = \boxed{\quad}$
UIR	\$500–\$1,000 por puerto	$\times \boxed{\quad} = \boxed{\quad}$
Módem	\$1,000 cada uno	$\times \boxed{\quad} = \boxed{\quad}$
b. Bandas base		
UIR	\$600 por puerto	$\times \boxed{\quad} = \boxed{\quad}$
Repetidores	\$1,200–\$1,500 cada uno	$\times \boxed{\quad} = \boxed{\quad}$
Tomas/transceptores	\$200–\$300 cada uno	$\times \boxed{\quad} = \boxed{\quad}$
c. Gerente de la red	\$10,000–\$30,000	$= \boxed{\quad}$
Analista de la red	\$30,000	$= \boxed{\quad}$

**b)** Si la persona maneja en realidad 30,000 millas en el año 2002, exponga algunas razones de por qué su costo real no sería el doble de la respuesta que se obtuvo en el inciso a).

**7.12.** Hace seis años, un equipo diesel de 80 kW para generar electricidad costó \$160,000. El índice de costo para esta clase de equipo en aquel tiempo fue de 187, y ahora es de 194. El factor de la capacidad de costo es de 0.6. (7.4)

**a)** El equipo de ingeniería de la planta considera un equipo de 120 kW con el mismo diseño general para atender a una planta pequeña y aislada. Suponga que se desea agregar un precompresor, que (si se le aísla y estima por separado) cuesta actualmente \$18,000. Determine el costo total del equipo de 120 kW.

**b)** Estime el costo de un equipo de 40 kW con el mismo diseño general. Incluya el costo del precompresor de \$18,000.

**7.13.** El gerente de planta de MOMAX, Inc. ha decidido que se necesita un elevador hidráulico nuevo en la sección de producción. Si hace 10 años el costo de uno de 150,000 libras de capacidad era de \$200,000, y hoy se requiere otro de 125,000 libras, ¿cuál será el costo de este equipo nuevo? El índice de costo ahora es de 343.8 y el índice hace 10 años era de 171.6. El factor de la capacidad de costo para este tipo de equipo es de 0.80.

**7.14.** En 1994 se compró un intercambiador de calor de cámara y tubo de 250 ft<sup>2</sup> en \$13,500, cuando el índice de valor era de 830. Estime el costo de un equipo similar de 150 ft<sup>2</sup> en el año 2006, cuan-

do el índice de valor es 964 y el factor de la capacidad de costo es de 0.6. (7.4)

**7.15.** La sección de diseño de ingeniería estructural en el departamento de ingeniería en las instalaciones de una corporación eléctrica regional ha desarrollado varios diseños estándar para un grupo de torres de líneas de transmisión similares. El diseño detallado de cada torre se basa en uno de los diseños estándar. Se ha aprobado el proyecto de una línea de transmisión que comprende 50 torres. El número estimado de horas de ingeniería que se necesitan para completar el primer diseño detallado es de 126. Suponga una curva de aprendizaje del 95% y diga a) ¿cuál es su estimación del número de horas de ingeniería necesarias para diseñar la octava y la última torres del proyecto?, y b) ¿cuál es su estimación de las horas promedio acumuladas que se requieren para los cinco primeros diseños? (7.4)

**7.16.** El tiempo para producir la unidad número 32 de cierto producto es de 8.74 horas. Si, con base en la experiencia anterior, la curva de aprendizaje con productos similares es del 85%, a) ¿cuál fue el número de horas que se requirieron para la primera unidad, y b) ¿cuál es el número estimado de horas que fueron necesarias para producir la unidad número 1,000? (7.4)

**7.17.** Los costos indirectos de una compañía son en la actualidad de \$X por mes. El equipo de administración de la compañía, en cooperación con los empleados, está listo para implantar un programa exhaustivo de mejora para reducir dichos costos. Si a) se considera una observación de los costos

indirectos actuales para una mes y una unidad producida análogos, b) se estima que los costos indirectos para el primer mes de implantación del programa son de  $1.15X$ , por un esfuerzo adicional por el arranque, y c) se considera que una curva de mejora del 90% es aplicable a esta situación, ¿cuál es su estimación de la reducción porcentual de los costos indirectos actuales por mes, 30 meses después de haberse implantado el programa? (7.4)

- 7.18.** En relación con el problema 7.2, usted decidió construir una casa de una planta con una superficie bruta de 2,450 pies cuadrados de espacio habitable. Asimismo, la cochera adjunta para dos autos (con espacio para una bodega) tendrá 450 pies cuadrados de área bruta.

- a) Desarrolle una EDT (hasta el nivel 3) que defina los elementos de trabajo implicados en el diseño y construcción de la casa. (7.2)  
 b) Desarrolle una estimación semidetallada del costo de inversión de capital asociado con el proyecto, hasta el momento en que ocurra la ocupación inicial de la casa. (*Nota:* Su profesor le dará información adicional para resolver esta parte del problema.) (7.3)

- 7.19.** El modelo básico de potencias [ecuación (7.4)] puede modificarse para que represente una situación de estimación específica. Considere la situación de un sistema de almacenamiento automatizado para un centro de distribución nuevo que maneja artículos empacados en cajas (por ejemplo, un centro de distribución de zona de una compañía de supermercados). La ecuación (7.4) puede modificarse para mejorar su capacidad de estimar la inversión de capital que se requiere para este proyecto (sistema) mediante a) la separación de la parte de inversión del capital destinada al equipo y su instalación (que se estima mejor con un modelo exponencial) de la parte del costo del proyecto y apoyo (ingeniería, compras, administración del proyecto, etcétera) de la inversión de capital, y b) mediante el ajuste de ambas partes del costo inicial con los cambios del índice de precios de la instalación previa de sistemas parecidos (en el año de referencia). Es decir, la forma que tendría la ecuación (7.4) una vez modificada sería

$$C_A = C_{e1}(S_A \mu S_e)^X (\bar{I}_{e1}) + C_{e2}(\bar{I}_{e2}),$$

donde

$C_A$  = costo estimado del nuevo sistema de almacenamiento automatizado;

$C_{B1}$  = costo del equipo e instalación de un sistema previo comparable;

$C_{B2}$  = otros costos de proyecto y apoyo de sistemas anteriores parecidos;

$S_A$  = capacidad del sistema de almacenamiento nuevo;

$S_B$  = capacidad de un sistema similar anterior;

$X$  = factor de capacidad de costo para reflejar economías de escala;

$\bar{I}_{B1}$  = razón del índice de costo compuesto (en curso/referencia) para los costos de equipo e instalación;

$\bar{I}_{B2}$  = razón del índice de costo compuesto (en curso/referencia) para otros costos de proyecto y apoyo.

#### Costos de equipo e instalación

Elemento de costo	Índice Peso	Índice (año de ref.)	Índice (este año)
Equipo mecánico	0.41	122	201
Equipo de automatización	0.22	131	212
Hardware de inicio	0.09	118	200
Mano de obra inicial	0.28	135	184

#### Otros costos de proyecto y apoyo

Elemento de costo	Índice Peso	Índice (año de ref.)	Índice (este año)
Ingeniería	0.38	136	206
Administración del proyecto	0.31	128	194
Compras	0.11	105	162
Otros apoyos	0.20	113	179

- a) Desarrolle las razones de índice de costos para  $\bar{I}_{B1}$  y  $\bar{I}_{B2}$ , con base en los datos anteriores. (7.3)

- b) Desarrolle el costo estimado de la inversión de capital para el sistema de almacenamiento automatizado si el costo del equipo y la instalación de un sistema anterior comparable era de \$1,226,000; la capacidad del sistema nuevo es de 11,000 cajas de artículos por turno de 8 horas; la capacidad del sistema parecido anterior era de 5,800 cajas por cada 8 horas de trabajo; el factor de la capacidad de costo es de 0.7; y otros costos del proyecto y apoyo del sistema anterior comparable fueron de \$234,000. (7.3, 7.4)

- 7.20.** El costo de construcción de un supermercado se relaciona con la superficie total construida. En la tabla adjunta se muestran datos de los últimos 10 supermercados construidos por la empresa Regork, Inc.

Edificio	Superficie (ft <sup>2</sup> )	Costo
1	14,500	\$800,000
2	15,000	825,000
3	17,000	875,000
4	18,500	972,000
5	20,400	1,074,000
6	21,000	1,250,000
7	25,000	1,307,000
8	26,750	1,534,000
9	28,000	1,475,500
10	30,000	1,525,000

- a)** Desarrolle una REC para la construcción de supermercados. Utilícela para estimar el costo de la próxima tienda de Regork, que se planea tenga una superficie de 23,000 ft<sup>2</sup>. (7.4)
- b)** Calcule el error estándar y el coeficiente de correlación de la REC desarrollada en el inciso a). (7.4)
- 7.21.** En el departamento de empaque de una distribuidora grande de partes automotrices, puede obtenerse una estimación confiable de los costos de empaque y procesamiento si se conoce el peso de una orden. Así, en esta compañía, el peso es una guía de costo que influye en una fracción mensurable de los costos de empaque y procesamiento. Los datos de las últimas 10 órdenes son los que siguen: (7.4)

Costos de empaque y procesamiento (\$) y	Peso (libras) x
97	230
109	280
88	210
86	190
123	320
114	300
112	280
102	260
107	270
86	190

- a)** Calcule los coeficientes  $a$  y  $b$ , y determine la ecuación de regresión lineal que se ajuste a los datos.
- b)** ¿Cuál es el coeficiente de correlación ( $r$ )?
- c)** Si una orden pesa 250 libras, ¿cuánto costaría su empaque y procesamiento?

**7.22.** Con el uso de la hoja de cálculo que se proporciona en este capítulo (figura 7.5), estime el costo unitario y precio de venta de la manufactura de cortadores de alambre metálico en lotes de 100, si se cuenta con los datos siguientes: (7.5)

Mano de obra fabril (directa): 4.2 horas a \$11.15/hora  
 Indirectos de fabricación : 150% de la mano de obra fabril  
 Manufactura externa : \$74.87  
 Material de producción : \$26.20  
 Costos de empaque : 7% de la mano de obra fabril  
 Utilidad deseada : 12% del costo total de manufactura

**7.23.** Se le ha solicitado que *estime el precio unitario de venta* de una línea nueva de artefactos. Los datos pertinentes son los siguientes:

Tarifa de mano de obra directa:	\$15.00 m/hora
Material de producción:	\$375 por cada 100 artefactos
Indirectos de fabricación:	125% de la mano de obra directa
Costos de empaque:	75% de la mano de obra directa
Utilidad deseada:	20% del costo total de manufactura

La experiencia anterior ha demostrado que se aplica una curva de aprendizaje del 80% a la mano de obra que se requiere para producir los artefactos. El tiempo para terminar el primer artefacto se estima en 1.76 horas. Use el tiempo estimado para terminar el artefacto número 50 como el tiempo estándar para fines de estimación del precio de venta unitario. (7.4, 7.5)

**7.24.** Una compañía de manufactura electrónica planea lanzar al mercado un nuevo producto. El mejor competidor vende un artículo similar a \$420/unidad. Otros datos pertinentes se muestran a continuación:

Costo de mano de obra directa:	\$15.00/hora
Indirectos de fabricación:	120% de la mano de obra directa
Material de producción:	\$300 por unidad
Costos de empaque:	20% de la mano de obra directa

Se ha descubierto que se aplica una curva de aprendizaje del 85% a la mano de obra que se requiere. El tiempo para terminar la primera unidad se estima en 5.26 horas. La compañía decide usar el tiempo necesario para concluir la vigésima unidad como el estándar para fines de estimación del costo. El margen de utilidad se basa en los costos totales de manufactura.

- a)** Con base en la información anterior, determine el margen de utilidad máxima que puede obtener la compañía de manera que siga siendo competitiva. (7.4, 7.5)
- b)** Si la compañía desea un margen de utilidad del 15%, ¿se alcanza el costo objetivo? Si no fuera así, sugiera dos maneras en las que podría lograrse.
- 7.25.** Con la información que se da a continuación, ¿cuántas unidades deben venderse para obtener una utilidad de \$25,000? [Observe que las unidades vendidas deben tomarse en cuenta en los costos totales de producción (directos e indirectos) más la utilidad que se desea]. (7.4, 7.5)

Horas de mano de obra directa: 0.2 horas/unidad  
 Costos directos de mano de obra: \$21/hora  
 Costo directo de los materiales: \$4.00/unidad  
 Costos indirectos: 120% de la mano de obra directa  
 Costos de empaque y envío: \$1.20/unidad  
 Precio de venta: \$20.00/unidad

- 7.26.** Una compañía de computadoras personales (PC) intenta lanzar al mercado un modelo nuevo. De acuerdo con el departamento de mercadotecnia, el mejor precio de venta de un modelo similar de un competidor de clase mundial es de \$2,500 por computadora. La compañía quiere vender al mismo precio que su mejor competidor. Enseguida se muestra el desglose de costo del modelo nuevo:

Tiempo de ensamble de la primera unidad:	1.00 hora
Tiempo de manejo:	10% del tiempo de ensamble
Tarifa de mano de obra directa:	\$15/hora
Mano de obra de la planeación:	10% de mano de obra directa
Control de calidad:	50% de mano de obra directa
Indirectos de fabricación:	200% de la mano de obra total
Gastos generales y de administración:	300% de la mano de obra total
Costo directo de los materiales:	\$200/computadora
Manufactura externa:	\$2,000/computadora
Costo de empaque:	10% de la mano de obra total
Renta de instalaciones:	10% de la mano de obra total
Utilidad:	20% del costo total de manufactura
Número de unidades:	20,000

Como la compañía produce sobre todo subensambles que se compran a otros fabricantes y luego reempaca el producto, se estima que el costo directo de los materiales es de sólo \$200 por computadora. El tiempo de mano de obra directa consiste en el tiempo de manejo y tiempo de ensamble. La compañía estima que la curva de aprendizaje del ensamble del modelo nuevo es del 95%. Calcule el costo total de manufacturar 20,000 de dichas PC, y determine el precio de venta unitario. ¿Cómo reduce sus costos la compañía para lograr el costo objetivo con base en la ecuación (7.13)? (7.3, 7.4)

- 7.27.** Use la figura 7.1 y la información y resultados del problema 7.18 para desarrollar una estimación del flujo neto de efectivo para 10 años de posesión de la casa nueva. Suponga que la casa se vende (se da de baja) al final del año 10. Obtenga (en su localidad) datos representativos de operación, composturas, reventa y otros que se relacionen con la propiedad inmobiliaria, según los necesite para apoyar el desarrollo de las estimaciones del flujo de efectivo para 10 años. Indique las técnicas de estimación de costos que emplee para calcular los flujos de efectivo. Enuncie cualesquiera suposiciones que realice. (7.6)

- 7.28.** Se ha construido una planta pequeña cuyos costos se conocen. Se va a estimar una planta nueva con el modelo exponencial (elevación a una potencia) del costo. En la tabla P7.28 de la página siguiente, se muestran los equipos principales, costos y factores (observe que  $1 \text{ mW} = 10^6 \text{ Watts}$ ). Si el equipo complementario cuesta \$200,000 adicionales, encuentre el costo de la planta propuesta. (7.4)

- 7.29.** Si se requieren 846.2 horas de mano de obra para la tercera unidad producida, y 873.0 para la quinta, determine el parámetro  $s$  de la curva de aprendizaje. (7.4)

- 7.30.** Su compañía planea producir y vender discos de alta densidad de dos lados, con capacidad de almacenamiento de 2 MB. Los discos se producen por medio de la instalación de una película magnética dentro de un cartucho de plástico. Para ello, es necesario ejecutar tres operaciones:

1. Cortar discos de película magnética. Esta última se compra en rollos que cuestan \$90 cada uno. De cada rollo pueden cortarse 2,000 piezas circulares. Se requiere una persona para operar y supervisar la máquina cortadora. La instalación de un rollo nuevo toma 8 minutos, y el corte de 2,000 discos, 25 minutos.

2. Colocar piezas centrales de control del disco. Dichas piezas cuestan \$0.12 por unidad, y es necesaria una persona para ponerlas en los discos magnéticos. Aplicar la primera pieza central toma 3 segundos, y para las restantes es aplicable una curva de aprendizaje del 80%.

**Tabla P7.28 Tabla para el problema 7.28**

Equipo	Tamaño de referencia	Costo unitario de referencia	Factores de capacidad de costo	Tamaño del diseño nuevo
Dos calderas	6 mW	\$300,000	0.80	10 mW
Dos generadores	6 mW	400,000	0.60	9 mW
Tanque	80,000 gal	106,000	0.66	91,500 gal

3. Insertar dentro de los cartuchos de plástico. Estos últimos cuestan \$0.15 por unidad. Se necesita una persona que supervise la operación de inserción que se realiza en forma automática por medio de una máquina capaz de introducir 1,500 discos por hora. La película, piezas del centro y cartuchos se compran a un fabricante externo. Se va a producir un total de 10,000 discos. A continuación se presentan otros datos relevantes de los costos:

- La tarifa de mano de obra directa es de \$15.00 por hora.
- La mano de obra de planeación es el 15% de la fabril.
- El control de calidad es el 30% de la mano de obra fabril.
- Los indirectos de la fábrica son el 80% de la mano de obra total.
- Los gastos generales y administrativos son el 50% del total de mano de obra.
- Los costos de empaque son el 100% de la mano de obra total.
- El margen de utilidad es el 15% del costo total de manufactura.

- a) Con base en esta información, estime el precio de venta unitario de un disco. (7.5)
- b) Calcule el costo objetivo si el precio de venta del mejor competidor es de \$0.50 por disquete y se desea un margen de utilidad del 15%. (7.5)
- c) Investigue y elabore un reporte de cualesquier alternativas de reducción del costo que permitan lograr el costo objetivo. (7.5)

**7.31. Rompecabezas.** Se le pidió que preparara una estimación rápida del costo de construcción de una planta generadora de electricidad que utiliza carbón y de sus instalaciones complementarias. En la tabla P7.31 se muestra la estructura de desglose del trabajo (del nivel 1 al 3). Usted cuenta con la siguiente información:

En 1977 se construyó una planta a base de carbón del doble de tamaño de la que usted analiza. En ese año, la caldera (1.2) y su sistema de apoyo (1.3) costaron \$110 millones. El índice de costo para calderas fue de 110 en 1977; en el año 2000 es de 492. El factor de capaci-

dad de costo para calderas similares y sistemas de apoyo es de 0.9.

Ya se cuenta con la propiedad del sitio de 600 acres de superficie, pero las mejoras (1.1.1) y vialidades (1.1.2) costarán \$2,000 por acre, y las vías ferreas (1.1.3) van a costar \$3,000,000. Se piensa que la integración del proyecto (1.9) tendrá un costo del 3% del total de las demás construcciones.

Se espera que los sistemas de seguridad (1.5.4) cuesten \$1,500 por acre, con base en la construcción de plantas similares recientes (2000). La empresa Viscount Engineering se encargará de la construcción de todas las demás instalaciones y equipos de apoyo (1.5); la empresa ha construido las instalaciones y equipos de otras dos plantas generadoras similares. Es de esperar que su experiencia reduzca los requerimientos de mano de obra de manera sustancial; puede suponerse una curva de aprendizaje del 90%. Viscount construyó las instalaciones y equipos auxiliares de su primer trabajo en 95,000 horas. Para este proyecto, dicha empresa va a cobrar \$60/hora, y estima que los materiales de construcción de las instalaciones y equipos de apoyo (excepto el 1.5.4) costarán \$15,000,000.

La bodega para almacenar carbón (1.4) de la planta generadora que se construyó en 1977 costó \$5 millones. Aunque la planta nueva es más pequeña, requerirá una bodega para el carbón del mismo tamaño que la de la planta de 1977. Suponga que puede aplicarse el índice de costo para calderas y bodegas similares.

¿Cuál es la estimación del costo en el año 2000 de la construcción de la planta generadora a base de carbón? Haga un resumen de sus cálculos en una hoja de cálculo de costo y enuncie las suposiciones que realice.

**Tabla P7.31 Estructura de desglose del trabajo, para el problema P7.31**

Proyecto: Planta generadora de electricidad a base de carbón y sus instalaciones

Línea núm.	Nombre	Código de elemento EDT
001	Planta de energía a base de carbón	1
002	Sitio	1.1
003	Mejoramiento del terreno	1.1.1
004	Vialidades, estacionamientos y áreas pavimentadas	1.1.2
005	Vías férreas	1.1.3
006	Caldera	1.2
007	Quemador	1.2.1
008	Válvula de presión	1.2.2
009	Sistema de intercambio de calor	1.2.3
010	Generadores	1.2.4
011	Sistema de apoyo de la caldera	1.3
012	Sistema de transporte de carbón	1.3.1
013	Sistema de pulverización de carbón	1.3.2
014	Instrumentación y control	1.3.3
015	Sistema de desecho de cenizas	1.3.4
016	Transformadores y distribución	1.3.5
017	Bodega de carbón	1.4
018	Sistema de extracción del inventario	1.4.1
019	Vagón para basura	1.4.2
020	Equipo de manejo del carbón	1.4.3
021	Instalaciones y equipos auxiliares	1.5
022	Sistemas de desechos peligrosos	1.5.1
023	Equipo de apoyo	1.5.2
024	Sistema de instalaciones y comunicación	1.5.3
025	Sistemas de seguridad	1.5.4
026	Integración del proyecto	1.9
027	Administración del proyecto	1.9.1
028	Administración ambiental	1.9.2
029	Seguridad del proyecto	1.9.3
030	Aseguramiento de la calidad	1.9.4
031	Administración de pruebas, arranque y transición	1.9.5

## Apéndice 7.A Hoja de cálculo de EXCEL para la figura 7.5

La tabla 7.A.1 contiene las fórmulas para las celdas de la columna E (total del renglón) de la figura 7.5. Observe que en la hoja de cálculo real, la columna E es la H del área de trabajo de la hoja de cálculo, y el renglón A corresponde al 6 de la hoja de cálculo.

**Tabla 7.A.1**

Fórmulas para las celdas de la columna E de la figura 7.5. Obsérve que en la hoja de cálculo real, la columna E corresponde a la H del área de trabajo de la hoja, y el renglón A es el 6 de la hoja.

Columna E  
Total del  
rango

```

A: =SI($C6 > 0, $C6 * $D6, $C6)
B: =SI($C7 > 0, $C7 * $D7, SI($F7 = "A", $E7 * $H7, $G7))
C: =SI($C8 > 0, $C8 * $D8, SI($F8 = "A", $E8 * $H8, $G8)))
D: =SUMA(A6 : I8)
E: =SI($C10 > 0, $C10 * $D10, SI($F10 = "A", $E10 * $H10, SI($F10 = "C", $E10 * $H10, $I10 * $H10)))
F: =SI($C11 > 0, $C11 * $D11, SI($F11 = "A", $E11 * $H11, SI($F11 = "C", $E11 * $H11, $I11 * $H11)))
G: =SI($C12 > 0, $C12 * $D12, SI($F12 = "A", $E12 * $H12, SI($F12 = "C", $E12 * $H12, $I12 * $H12,
SI($F12 = "T", $E12 * $H12, SI($F12 = "F", $E12 * $H12, $G12))))))
H: =SUMA($H9 : $H12)
I: =SI($C15 > 0, $C15 * $D15, SI($F15 = "A", $E15 * $H15, SI($F15 = "C", $E15 * $H15, $I15 * $H15,
SI($F15 = "G", $E15 * $H12, SI($F15 = "T", $E15 * $H14, $G15))))))
K: =SUMA($H14 : $H15)
L: =SI($C17 > 0, $C17 * $D17, SI($F17 = "A", $E17 * $H16, SI($F17 = "C", $E17 * $H16, $I17 * $H16,
SI($F17 = "G", $E17 * $H12, SI($F12 = "T", $E17 * $H14, SI($F17 = "K", $E17 * $H16, $G17))))))
M: =SI($C18 > 0, $C18 * $D18, SI($F18 = "A", $E18 * $H18, SI($F18 = "C", $E18 * $H18, $I18 * $H18,
SI($F18 = "G", $E18 * $H12, SI($F12 = "T", $E18 * $H14, SI($F18 = "K", $E18 * $H16, $G18))))))
N: =SUMA($H16 : $H18)
O: =SI($C22 > 0, $C22 * $D22, SI($F22 = "A", $E22 * $H22, SI($F22 = "C", $E22 * $H22, $I22 * $H22,
SI($F22 = "T", $E22 * $H14, SI($F22 = "K", $E22 * $H16, SI($F22 = "T", $E22 * $H21, $G22))))))
P: =SUMA($H21 : $H22)

```

Los enunciados condicionales anidados SI se usan para determinar qué tipo de estimación se ha hecho para cada renglón. La fórmula en la celda primero prueba si se ha dado una unidad de la estimación. Si no se ha ingresado ningún valor en la columna de "unidades" (columna C en la fórmula), la fórmula trata de determinar si se ha dado una estimación por factor (señalado por la presencia, en la columna F, de una letra para el renglón). Si no se ha proporcionado una unidad de estimación ni una estimación por factor, el total del renglón se hace igual al valor que aparece en la columna G, que corresponde a la columna para las estimaciones directas.

## Apéndice 7.B Ejemplo adicional de costeo objetivo

El propósito de este apéndice es brindar ilustración adicional del uso iterativo de la estimación de "arriba-abajo" y de "abajo-arriba", junto con los conceptos de costo objetivo e ingeniería del valor.

El problema es estimar el costo y precio de venta de un maneral metálico. El propósito del producto es servir como agarradera común para una serie de herramientas de mano (martillo, cincel, etcétera). Un estudio de mercado mostró que el precio de venta de un producto similar del mejor competidor es de \$10.00. La compañía de usted establece un margen de utilidad del 10% (con base en el costo total de manufactura) para este tipo de producto. Así, el costo objetivo para el maneral, es

$$\text{Costo objetivo} = \frac{\$10.00}{1.10} = \$9.09$$

Un diseño preliminar requiere que el maneral se procese en una máquina a partir de un cilindro de aluminio. Se especifican un total de 13 operaciones en la máquina y se van a producir 1,000 manerales. Los datos siguientes se emplean para obtener una estimación inicial del costo total de manufactura:

Tiempo de manipulación (primera unidad):	15 min
Tiempo de máquina:	12 min/unidad
Tiempo del cambio de herramienta:	3.4 min/unidad
Costo directo del material:	\$1.40/unidad
Costo del material de herramientas:	\$5.00/herramienta
Vida promedio de la herramienta:	300 min/herramienta
Tarifa de la mano de obra directa:	\$8.00/hora
Mano de obra de planeación:	9% de mano de obra fabril
Control de calidad:	15% de mano de obra fabril
Indirectos de fabricación:	90% de la mano de obra total
Generales y administrativos:	25% de la mano de obra total
Costos de empaque:	\$0.80/unidad

### Estimación del tiempo de mano de obra directa

En la fabricación del maneral, el tiempo de mano de obra directa consiste en el tiempo de manipulación, de máquina y de cambio de herramienta. El tiempo de manipulación es aquel que dedica el operario a situar y retirar el material en las máquinas, así como el tiempo que

se requiere para ajustar éstas. El tiempo de máquina es el tiempo real de trabajo de la máquina sobre el material. El tiempo de cambio de herramientas es el que invierte el operario para cambiarlas.

Se piensa que es aplicable una curva de aprendizaje del 90% al componente de tiempo de manipulación. Conforme el maquinista se familiariza con el ritmo de trabajo, dedica menos tiempo al manejo del material. Para fines de estimación, se usará el tiempo promedio acumulado durante la producción de 1,000 manerales. Para obtener dicha estimación, se escribe un programa corto de computadora que proporciona el tiempo total de manipulación para las 1,000 unidades:

```

 $K = 15$ 
 $n = \log(0.9)/\log(2)$ 
 $T = 0$ 
FOR  $I = 1$  to 1000
 $T = T + K * I^n$ 
NEXT  $I$ 
 $C = T/1000$ 

```

Los resultados que se obtienen son  $T = 6,180$  min, y  $C = 6.18$  min. La estimación del total de horas de fábrica está dada por

$$\begin{aligned}
\text{Tiempo de fábrica} &= \text{Tiempo de manipulación} + \text{Tiempo de máquina} \\
&\quad + \text{Tiempo de cambio de herramientas} \\
&= (6.18 \text{ min} + 12 \text{ min} + 3.4 \text{ min}) \left( \frac{\text{hora}}{60 \text{ min}} \right) = 0.36 \text{ horas por unidad}
\end{aligned}$$

### Estimación de los costos de los materiales para la producción

En este ejemplo, los costos de materiales para la producción consisten en los del material directo que se usa para el maneral, y el de las herramientas que se emplean para maquinar la pieza. El costo unitario de la herramienta se basa en la vida esperada de ésta y el tiempo de maquinado para una unidad individual. La fórmula que se usa para estimar el costo de herramientas es:

$$C_t = C_{tm}(t_m / T)$$

donde  $C_t$  = costo de herramienta (\$/unidad)  
 $C_{tm}$  = costo del material de la herramienta (\$/herramienta)  
 $t_m$  = tiempo de maquinado (min/unidad)  
 $T$  = vida promedio de la herramienta (min/herramienta)

Por lo tanto, nuestra estimación del costo de la herramienta por material es

$$C_t = \left( \frac{\$5.00}{\text{herramienta}} \right) \left( \frac{12 \text{ min/unidad}}{300 \text{ min/herramienta}} \right) = \frac{\$0.20}{\text{unidad}}.$$

Entonces, el costo total del material para la producción es de \$1.40/unidad + \$0.20/unidad = \$1.60/unidad.

A	B	C	D	E	F	G	H
1							
2	Columna A		Columna B Estimación unitaria		Columna C Estimación por factor		Columna D Estimación
3		Unidad	Costo/Unidad	Factor del renglón	directa	total del	
4	ELEMENTOS DE COSTO DE MANUFACTURA						
5							
6	A: Mano de obra fabril	0.36	\$8.00				\$2.88
7	B: Mano de obra de planificación			9%	A		0.26
8	C: Control de calidad			15%	A		0.43
9	D: TOTAL DE MANO DE OBRA						3.57
10	E: Indirectos de fabricación			90%	D		3.21
11	F: Gastos generales y admin.			25%	D		0.89
12	G: Material de producción					\$1.60	1.60
13	H: Manufactura externa						0.00
14	I: SUBTOTAL						9.28
15	J: Costos de empaque					\$0.80	0.80
16	K: TOTAL DE COSTO DIRECTO						10.08
17	L: Otros cargos directos						0.00
18	M: Renta de instalaciones						0.00
19	N: TOTAL DE COSTO DE MANUFACTURA						10.08
20	O: Cantidad (tamaño del lote)						1
21	P: COSTO UNITARIO DE MANUFACTURA						10.08
22	Q: Utilidad/por ciento			10%	P		1.01
23	R: PRECIO DE VENTA POR UNIDAD						\$11.09

**Figura 7.B.1** Estimación inicial del costo de manufactura y precio de venta

La figura 7.B.1 muestra la hoja de cálculo completa de la estimación del costo de manufactura. Nuestra estimación actual del costo total de manufactura es de \$10.08, lo cual excede el costo objetivo de \$9.09. Ahora se van a identificar algunas áreas de reducción de costo y se aplicará la ingeniería del valor para obtener las disminuciones necesarias.

### Establecimiento de metas de costo para las áreas de reducción potencial de costo

Con el empleo de la herramienta *solver* de la hoja de cálculo se determinan con rapidez las metas de costo para categorías específicas. La figura 7.B.2 indica que si se reduce la mano de obra fabril a 0.3135 horas por unidad, es posible lograr el costo objetivo. Como se muestra en la figura 7.B.3, si sólo se reduce el costo de empaque, no se podría alcanzar el costo objetivo. Esto no significa que no se deba buscar disminuir el costo de empaque, sino que también se requiere hacer reducciones en otras áreas.

### Aplicación de la ingeniería del valor para obtener la reducción del costo

Se han identificado tres áreas potenciales para la reducción del costo: mano de obra fabril, material para la producción y empaque. Un estudio a profundidad de dichas áreas dio como resultado las siguientes sugerencias de cambios:

1. El rediseño de la parte reduciría el número de operaciones de máquina (y, por lo tanto, el tiempo de maquinado) que se necesitan. La estimación nueva del tiempo de maquinado es de 10.8 minutos.

**366 CAPÍTULO 7 / TÉCNICAS DE ESTIMACIÓN DE COSTOS**

A	B	C	D	E	F	G	H
2	Columna A	Columna B	Columna C	Columna D	Columna E		
3		Estimación unitaria	Estimación por factor				
4	ELEMENTOS DE COSTO DE MANUFACTURA	Unidad	Costo/Unidad	Factor del renglón		Total del	
5						Renglón	
6	A: Mano de obra fabril	0,3135	\$8,00				\$2,51
7	B: Mano de obra de planeación			9%	A		0,23
8	C: Control de calidad			15%	A		0,38
9	<b>D: TOTAL DE MANO DE OBRA</b>						<b>3,11</b>
10	E: Indirectos de fabricación			90%	D		2,80
11	F: Gastos generales y admin.			25%	D		0,78
12	G: Material de producción					\$1.60	2
13	H: Manufactura externa						0,00
14	I: SUBTOTAL						<b>8,29</b>
15	J: Costos de empaque					\$0,80	0,80
16	<b>K: TOTAL DE COSTO DIRECTO</b>						<b>9,09</b>
17	L: Otros cargos directos						0,00
18	M: Renta de instalaciones						0,00
19	<b>N: TOTAL DE COSTO DE MANUFACTURA</b>						<b>9,09</b>
20	O: Cantidad (tamaño del lote)						1
21	<b>P: COSTO UNITARIO DE MANUFACTURA</b>						<b>9,09</b>
22							
23	Precio de venta del competidor		\$10,00				
24	Rendimiento que se desea sobre las ventas		10%				
25	Costo objetivo		\$9,09				

**Figura 7.B.2** Meta de costo para la mano de obra fabril

A	B	C	D	E	F	G	H
2	Columna A	Columna B	Columna C	Columna D	Columna E		
3		Estimación unitaria	Estimación por factor				
4	ELEMENTOS DE COSTO DE MANUFACTURA	Unidad	Costo/Unidad	Factor del renglón		Total del	
5						Renglón	
6	A: Mano de obra fabril	0,36	\$8,00				\$2,88
7	B: Mano de obra de planeación			9%	A		0,26
8	C: Control de calidad			15%	A		0,43
9	<b>D: TOTAL DE MANO DE OBRA</b>						<b>3,57</b>
10	E: Indirectos de fabricación			90%	D		3,21
11	F: Gastos generales y admin.			25%	D		0,89
12	G: Material de producción					\$1.60	1,60
13	H: Manufactura externa						0,00
14	I: SUBTOTAL						<b>9,28</b>
15	J: Costos de empaque					\$0,19	0,19
16	<b>K: TOTAL DE COSTO DIRECTO</b>						<b>9,09</b>
17	L: Otros cargos directos						0,00
18	M: Renta de instalaciones						0,00
19	<b>N: TOTAL DE COSTO DE MANUFACTURA</b>						<b>9,09</b>
20	O: Cantidad (tamaño del lote)						1
21	<b>P: COSTO UNITARIO DE MANUFACTURA</b>						<b>14</b>
22							
23	Precio de venta del competidor		\$10,00				
24	Rendimiento que se desea sobre las ventas		10%				
25	Costo objetivo		\$9,09				

**Figura 7.B.3** Meta de costo para el proceso de empaque

El tiempo de manejo y de cambio de herramientas no se ven afectados por este cambio. La nueva estimación del total de horas de mano de obra fabril es:

$$\text{Mano de obra fabril} = (6.18 \text{ min} + 10.8 \text{ min} + 3.4 \text{ min}) \left( \frac{\text{hora}}{60 \text{ min}} \right) = 0.34 \text{ horas por unidad}$$

Una reducción del tiempo de máquina también ocasionará una reducción del costo de herramientas. El costo nuevo de herramientas sería:

$$C_t = \left( \frac{\$5.00}{\text{herramienta}} \right) \left( \frac{10.8 \text{ min/unidad}}{300 \text{ min/herramienta}} \right) = \frac{\$0.18}{\text{unidad}}$$

2. Las negociaciones con el proveedor de barras de aluminio llevaron a una reducción del costo de la materia prima. Esto se debe a un acuerdo para devolverle todo el material de desecho. En este caso, dicho material es significativo (durante las operaciones de maquinado se retira aproximadamente el 60% del material original). El nuevo costo directo del material es de \$1.10 por unidad. En combinación con el nuevo costo de las herramientas, la nueva estimación del material que se produce es de \$1.28 por unidad.
3. Un análisis de los requerimientos del material de empaque reveló que un menor peso del cartón proporcionaría la protección necesaria durante el envío. La nueva estimación de los costos de empaque es de \$0.55 por unidad.

El impacto de estos cambios en el costo total de manufactura por la manipulación se muestra en la figura 7.B.4. Tomados en forma individual, ninguno de estos cambios tiene el impacto deseado sobre el costo; sin embargo, de manera colectiva producen reducciones suficientes para alcanzar el costo objetivo.

A	B	C	D	E	F	G	H
1	Columna A	Columna B	Columna C	Columna D	Columna E		
2	ELEMENTOS DE COSTO DE MANUFACTURA	Estimación unitaria Unidad	Costo/Unidad	Estimación por factor Factor del renglón	Estimación directa	Total del renglón	
6 A:	Mano de obra fabril	0.34	\$8.00				\$2.72
7 B:	Mano de obra de planeación			9%	A		0.24
8 C:	Control de calidad			15%	A		0.41
9 D:	<b>TOTAL DE MANO DE OBRA</b>						<b>3.37</b>
10 E:	Indirectos de fabricación			90%	D		3.04
11 F:	Gastos generales y admin.			25%	D		0.84
12 G:	Material de producción					\$1.28	1.28
13 H:	Manufactura externa						0
14 I:	<b>SUBTOTAL</b>						<b>8.53</b>
15 J:	Gastos de empaque					\$0.55	0.55
16 K:	<b>TOTAL DE COSTO DIRECTO</b>						<b>9.08</b>
17 L:	Otros cargos directos						0.00
18 M:	Renta de instalaciones						0.00
19 N:	<b>TOTAL DE COSTO DE MANUFACTURA</b>						<b>9.08</b>
20 O:	Cantidad (tamaño del lote)						1
21 P:	<b>COSTO UNITARIO DE MANUFACTURA</b>						<b>9.08</b>
22 Q:	Utilidad/ por ciento			10%	P		0.91
23 R:	<b>PRECIO DE VENTA POR UNIDAD</b>						<b>\$9.99</b>

**Figura 7.B.4** Estimación final del costo de manufactura y precio de venta

# *Cambios de precio y tipos de cambio*

*Cuando la unidad monetaria no tiene un valor constante de intercambio en el mercado de bienes y servicios, y cuando se esperan cambios significativos en el precio, es posible que se haga una elección insatisfactoria entre las alternativas en competencia si no se toman en cuenta los efectos del cambio de precio en el estudio de ingeniería económica (antes y después de impuestos). Los objetivos de este capítulo son: 1. introducir una metodología para manejar los cambios de precio ocasionados por la inflación y deflación, 2. desarrollar e ilustrar técnicas apropiadas para tratar dichos efectos, y 3. estudiar la relación de estos conceptos con los tipos de cambio extranjeros y analizar la ingeniería económica para monedas diferentes del dólar estadounidense.*

---

**En este capítulo se estudian los siguientes temas:**

- Cambios de precio
- El Índice de Precios al Consumidor y el Índice de Precios al Productor
- Terminología y conceptos básicos
- Relación entre dólares corrientes (en circulación) y dólares constantes (reales)
- Uso de tasas de interés combinadas (mercado) *versus* tasas de interés reales
- Inflación o deflación diferencial de precios
- Modelado de los cambios de precios con secuencias geométricas de flujos de efectivo
- Estrategia de aplicación para usar el análisis de dólares corrientes y dólares reales
- Ejemplo exhaustivo
- Tipos de cambio extranjeros

## 8.1 Cambios de precio

En los capítulos anteriores, se supuso que los precios de bienes y servicios permanecían relativamente sin cambio en el mercado durante períodos largos de tiempo. Por desgracia, esta suposición no es realista en la mayor parte de los casos.

La *inflación del nivel general de precios*, que se define como el incremento del precio promedio que se paga por bienes y servicios y que provoca una disminución del poder de compra de la unidad monetaria, es una realidad de los negocios que afecta la comparación económica de las alternativas. La historia de los cambios de precio muestra que la inflación de precios es mucho más común que la *deflación* de los precios generales, que implica una reducción del precio promedio de bienes y servicios con el consecuente aumento del poder de compra de la unidad monetaria. Sin embargo, los conceptos y metodología que se exponen en este capítulo se aplican a cualquier situación de cambio de precios.

Una medida de los cambios de precios en nuestra economía (y una estimación de la inflación o deflación de los precios generales) es el Índice de Precios al Consumidor (IPC). El IPC es un índice compuesto que mide el cambio en los precios que se pagan por la comida, vivienda, atención médica, transporte, vestimenta, y otros artículos y servicios seleccionados que usan los individuos y las familias.

Otra medida de los cambios de precio en la economía (que también constituye una estimación de la inflación o deflación de los precios generales) es el Índice de Precios al Productor (IPP). En la actualidad se calculan varios índices diferentes que cubren la mayoría de las áreas de la economía estadounidense. Dichos índices son mediciones compuestas de los cambios promedio de los precios de venta de los artículos que se usan en la producción de bienes y servicios. Estos diferentes índices se calculan para cada etapa de la producción: materias primas (por ejemplo, mineral de hierro), materiales intermedios (placa de acero laminado) y bienes terminados (automóviles). También se calculan de acuerdo con la Clasificación Industrial Estándar (CIE) y con la extensión del código del censo de productos de la CIE. De esta manera, existe suficiente información disponible para satisfacer los requerimientos de la mayor parte de estudios de ingeniería económica.

El IPC y el IPP se calculan en forma mensual a partir de la información obtenida mediante los sondeos que realiza el Bureau of Labor Statistics del Departamento del Trabajo de Estados Unidos.\* Estos índices se basan en información tanto del presente como del pasado y pueden utilizarse, para representar las condiciones económicas del futuro o con fines de pronósticos de corto plazo, solamente. Asimismo, los pronósticos de largo plazo de los cambios de precio pueden comprarse a compañías privadas, especializadas en proporcionar servicios de pronósticos económicos.

En la tabla 8.1 se presentan los valores al final del año del IPC y del IPP (bienes terminados) anuales para el periodo 1988-2001. También se muestran las tasas de inflación o deflación para cada uno de los índices. Como hemos usado valores del índice al final del año, las tasas de cambio anuales reflejan lo que sucedió durante los 12 meses calendario del año. Las tasas de cambio anuales (%) se calculan como sigue:

$$(Tasa \text{ anual} \text{ de cambio del IPC o el IPP, \%})_k = \frac{(\text{Índice})_k - (\text{Índice})_{k-1}}{(\text{Índice})_{k-1}} (100\%).$$

Por ejemplo, la tasa de cambio anual (%) del IPP (bienes terminados) para 1996 es

$$\frac{(\text{IPP})_{1996} - (\text{IPP})_{1995}}{(\text{IPP})_{1995}} (100\%) = \frac{133.0 - 129.3}{129.3} (100\%) = 2.86\%$$

\* N. del T: En México la institución encargada de obtener y publicar estos índices es el Banco de México.

**Tabla 8.1** Valores y tasas de cambio anuales del IPC e IPP, 1988-2001

Año	Valor del IPC al final del año	Tasa de cambio anual (%)	Valor del IPP (bienes terminados) al final del año	Tasa de cambio anual (%)
1988	120.5	4.42	110.0	3.87
1989	126.1	4.65	115.4	4.91
1990	133.8	6.10	122.0	5.72
1991	137.9	3.06	121.9	-0.01
1992	141.9	2.90	124.2	1.89
1993	145.8	2.75	124.5	0.02
1994	149.7	2.67	126.5	1.60
1995	153.5	2.54	129.3	2.21
1996	158.6	3.32	133.0	1.86
1997	161.3	1.70	131.4	-1.95
1998	163.9	1.6	131.1	-0.2
1999	168.3	2.7	134.9	2.9
2000	174.0	3.4	139.7	3.6
2001	178.2 (est.)	2.4	143.4 (est.)	2.6

Fuente: *CPI and PPI Detailed Reports*, U.S. Department of Labor, Bureau of Labor Statistics (U. S. Government Printing Office, Washington, D. C.).

Para los años de 1991, 1997 y 1998, según el IPP, hubo deflación en los productos terminados [es decir, una estimación de la tasa general de inflación o deflación ( $f$ )].

## 8.2 Terminología y conceptos básicos

Para facilitar el desarrollo y estudio de la metodología que permite incluir cambios de precio de los bienes y servicios en los estudios de ingeniería económica, es necesario definir y analizar la terminología, así como ciertos conceptos básicos. En este libro se utiliza el dólar como la unidad monetaria, excepto cuando se estudien los tipos de cambio de monedas extranjeras.

1. **Dólares actuales\* (A\$):** El término se refiere al número de dólares que se asocian con un flujo de efectivo (o una cantidad que no es en efectivo, como la depreciación) conforme pasa el tiempo. Por ejemplo, es común que la gente hable del salario que percibirá dentro de dos años en términos de dólares actuales. A veces, los A\$ se denominan dólares *nominales*, dólares *corrientes*, dólares *corrientes en esa fecha* y dólares *inflados*, y su poder de compra relativo se ve afectado por la inflación o deflación de los precios generales.
2. **Dólares reales (R\$):** Son dólares que se expresan en términos del mismo poder de compra en relación con un momento particular. Por ejemplo, es frecuente que los precios futuros de bienes o servicios que están cambiando con rapidez se estimen en dólares reales (relativos a algún año base) para que brinden un medio consistente de comparación. A veces, los R\$ reciben el nombre de dólares *constantes*.†

\* N. del T: En México el término aceptado es “pesos (o dólares) *corrientes*”.

† N. del T: En el caso de México, todas las publicaciones económicas hablan de “pesos *constantes*”, con la mención del año base.

- 3. Tasa de inflación (o deflación) de precios generales ( $f$ ):** Es la medida del cambio promedio del poder de compra de un dólar durante un periodo específico de tiempo. La tasa de inflación o deflación está definida por un índice selecto y amplio de cambios de precios de mercado. En los análisis de ingeniería económica, la tasa se proyecta para un intervalo futuro de tiempo, y por lo general se expresa como tasa efectiva anual. Muchas organizaciones grandes tienen su propio índice seleccionado que refleja el ambiente de negocios particular en que operan.
- 4. Tasa de interés combinada (mercado) ( $i_c$ ):** El dinero que se paga por usar el capital normalmente se expresa como una tasa anual (%) que incluye un ajuste de mercado por la tasa de inflación del nivel general de precios en la economía. Así, se trata de una *tasa de interés de mercado* y representa el cambio del valor en el tiempo de los flujos de efectivo en dólares constantes que toma en cuenta tanto la capacidad real potencial del dinero para generar utilidades, como la inflación o deflación estimada de los precios generales en la economía. A veces se denomina tasa *nominal* de interés.
- 5. Tasa real de interés ( $i_r$ ):** El dinero que se paga por el uso del capital normalmente se expresa como tasa anual (%) que *no* incluye un ajuste de mercado por la tasa anticipada de precios generales en la economía. Representa el cambio de valor en el tiempo de los flujos de efectivo futuros de dólares constantes, sólo con base en el poder potencial real del dinero para generar utilidades. A veces se le llama tasa de interés *libre de inflación*.
- 6. Periodo base de tiempo ( $b$ ):** Periodo de referencia o base que se usa para definir el poder de compra constante de los dólares constantes. En la práctica, es frecuente que se designe al periodo base de tiempo como el tiempo del análisis de la ingeniería económica o tiempo de referencia 0 (es decir,  $b = 0$ ). Sin embargo,  $b$  puede ser cualquier punto designado en el tiempo.

Una vez que se comprenden estas definiciones, es posible delinear e ilustrar algunas relaciones útiles que son de importancia en los estudios de ingeniería económica.

### 8.2.1 Relación entre los dólares corrientes y los constantes

La relación entre los dólares corrientes ( $A\$$ ) y los constantes ( $R\$$ ) se define en términos de la tasa de inflación (o deflación) de precios generales; es decir, es función de  $f$ .

Los dólares corrientes de cualquier periodo (por ejemplo, un año),  $k$ , pueden convertirse a dólares constantes con un poder de compra *constante* en el mercado para cualquier periodo base,  $b$ , mediante la relación

$$(R\$)_k = (A\$)_k \left( \frac{1}{1+f} \right)^{k-b} = (A\$)_k (P/F, f\%, k-b), \quad (8.1)$$

Para un valor dado de  $b$ . Esta relación entre dólares corrientes y constantes se aplica a los precios unitarios, o costos de montos fijos de bienes o servicios individuales, que se usan para desarrollar (estimar) los flujos de efectivo individuales relacionados con un proyecto de ingeniería. La designación para un tipo específico de flujo de efectivo,  $j$ , se incluiría como

$$(P\$)_{k,j} = (A\$)_{k,j} \left( \frac{1}{1+f} \right)^{k-b} = (A\$)_{k,j} (P/F, f\%, k-b), \quad (8.2)$$

para un valor dado de  $b$ , donde los términos  $R\$_{k,j}$  y  $A\$_{k,j}$  son el precio unitario, o costo para una cantidad fija, de bienes y servicios  $j$  en el periodo  $k$  en dólares constantes y corrientes, respectivamente.

### EJEMPLO 8.1

Suponga que su salario en el año 1 es de \$35,000, que se incrementará el 6% anual hasta el año 4, y se expresa en dólares corrientes como sigue:

Final del año, $k$	Salario (A\$)
1	\$35,000
2	37,100
3	39,326
4	41,685

Si se espera que la tasa de inflación del nivel general de precios ( $f$ ) sea del 8% anual en promedio, ¿cuál es el equivalente en dólares constantes de estas cantidades corrientes de salario? Suponga que el periodo base de tiempo es el año 1 ( $b = 1$ ).

#### SOLUCIÓN

Al emplear la ecuación (8.2), observamos que los equivalentes del salario en dólares constantes se calculan rápidamente en relación al periodo base de tiempo,  $b = 1$ :

Año	Salario (R\$, $b = 1$ )
1	$\$35,000(P / F, 8\%, 0) = \$35,000$
2	$37,100(P / F, 8\%, 1) = 34,351$
3	$39,326(P / F, 8\%, 2) = 33,714$
4	$41,685(P / F, 8\%, 3) = 33,090$

En el año 1 (periodo que se designó como base para el análisis), el salario anual en dólares corrientes permanece sin cambio cuando se convierte a dólares constantes. *Esto ilustra un aspecto importante: en el periodo base de tiempo ( $b$ ), un dólar corriente y un dólar constante tienen el mismo poder de compra; es decir,  $R\$_{b,j} = A\$_{b,j}$ .* Este ejemplo también ilustra los resultados cuando la tasa real anual de incremento salarial (del 6% en este ejemplo) es menor que la tasa de inflación del nivel general de precios ( $f$ ). Como se observa, el flujo de efectivo del salario en dólares corrientes muestra cierto aumento, pero en el de dólares constantes ocurre una disminución (y por lo tanto baja su poder de compra total en el mercado). A esta situación se refiere la gente cuando dice que sus aumentos de salario no van aparejados con la inflación.

### EJEMPLO 8.2

El equipo de un proyecto de ingeniería analiza la expansión potencial de una instalación productiva existente. Se consideran alternativas diferentes para el diseño. En la columna 2 de la tabla 8.2 se muestra el flujo de efectivo después de impuestos (FEDI) en dólares corrientes

**Tabla 8.2** FEDI para el ejemplo 8.2

(1) Fin del año, <i>k</i>	(2) FEDI (A\$)	(3) $(P/F, f\%, k - b) = [1/(1.052)]^{k-0}$	(4) FEDI (R\$), <i>b</i> = 0
0	-\$172,400	1.0	-\$172,400
1	-21,000	0.9506	-19,963
2	51,600	0.9036	46,626
3	53,000	0.8589	45,522
4	58,200	0.8165	47,520
5	58,200	0.7761	45,169
6	58,200	0.7377	42,934
7	58,200	0.7013	40,816
8	58,200	0.6666	38,796

para una de las alternativas. Si se estima que la tasa de inflación del nivel general de precios (*f*) es del 5.2% anual durante los ocho años del periodo de análisis, ¿cuál es el FEDI en dólares constantes que es equivalente al FEDI en dólares corrientes? El periodo base de tiempo es el año cero (*b* = 0).

#### SOLUCIÓN

En la columna 3 de la tabla 8.2 se muestran los resultados de aplicar la ecuación (8.1). El FEDI en dólares constantes que aparece en la columna 4 tiene un poder de compra para cada año equivalente al FEDI original en dólares corrientes (columna 2).

### 8.2.2 La tasa de interés correcta que se debe usar en los estudios de ingeniería económica

En general, la tasa de interés que es apropiada para realizar cálculos de equivalencias en los estudios de ingeniería económica, depende de si se utilizan estimaciones de flujo de efectivo en dólares corrientes o constantes:

Método	Si los flujos de efectivo están en términos de	Entonces, la tasa de interés por usar es
A	Dólares corrientes (A\$)	Tasa de interés combinada (mercado), <i>i<sub>c</sub></i>
B	Dólares constantes (R\$)	Tasa real de interés, <i>i<sub>r</sub></i>

Esta tabla debería tener sentido por lo siguiente: si se estiman los flujos de efectivo en términos de dólares corrientes (inflados), entonces se usa la tasa de interés combinada (tasa de interés de mercado con una componente de inflación o deflación). En forma similar, si se estiman los flujos de efectivo en términos de dólares constantes, se emplea la tasa de interés constante (libre de inflación). Así, pueden hacerse análisis económicos ya sea en dólares corrientes o constantes con la misma validez, siempre y cuando se utilice la tasa de interés apropiada al realizar los cálculos de equivalencia.

Es importante que haya consistencia en el uso de la tasa de interés correcta para el tipo de análisis (en dólares corrientes o constantes) que se realice. Los dos errores más comunes que se cometan son los siguientes:

Tasa de interés		Tipo de análisis
(TREMA)	A\$	R\$
$i_c$	$\checkmark$ (Correcto)	Error de tipo 1 La desviación va en contra de la inversión de capital
$i_r$		Error de tipo 2 (Correcto) La desviación va hacia la inversión de capital

En el error 1, la tasa de interés combinada ( $i_c$ ), que incluye un ajuste por la tasa de inflación del nivel general de precios ( $f$ ), se usa en los cálculos de valor equivalente para flujos de efectivo estimados en dólares constantes. Debido a que los dólares constantes tienen poder de compra constante expresado en términos del periodo base de tiempo ( $b$ ) y no incluyen el efecto de la inflación del nivel general de precios, se presenta una inconsistencia. Existe una tendencia a desarrollar estimaciones de flujos de efectivo futuros en términos de dólares con el poder de compra que tienen en el momento del estudio (es decir, dólares constantes con  $b = 0$ ), y luego a usar la tasa de interés combinada en el análisis [la TREMA de una empresa por lo general es una tasa de interés combinada (mercado)]. El resultado del error del tipo 1 es una desviación en contra de la inversión de capital. Las estimaciones de flujo de efectivo en dólares constantes para un proyecto son menores numéricamente que las efectuadas en dólares corrientes con poder de compra equivalente (con la suposición de que  $f > 0$ ). Además, el valor de  $i_c$  (que es mayor que el de  $i_r$ , que debería usarse) reduce aún más (sobrestima) el valor equivalente de los resultados de una propuesta de inversión de capital.

En el error del tipo 2, las estimaciones de flujo de efectivo son en dólares constantes, lo que incluye el efecto de la inflación en el nivel general de precios ( $f$ ), pero la tasa real de interés ( $i_r$ ) se usa para hacer los cálculos de valor equivalente. Como la tasa de interés real no incluye un ajuste por la inflación del nivel general de precios, de nuevo existe una inconsistencia. El efecto de este error, en contraste con el del error del tipo 1, es una desviación en dirección de la inversión de capital con la sobreestimación del valor equivalente de los flujos de efectivo futuros.

### 8.2.3 La relación entre $i_c$ , $i_r$ y $f$

La ecuación (8.1) muestra que la relación entre la cantidad de dólares corrientes y la de dólares constantes de igual poder de compra en el periodo  $k$  es una función de la tasa de inflación general ( $f$ ). Es preferible que los estudios de ingeniería se hagan en términos tanto de dólares corrientes como de dólares constantes. Entonces, la relación entre los dos tipos de dólares es importante, así como la relación entre  $i_c$ ,  $i_r$  y  $f$ , por lo que el valor equivalente de un flujo de efectivo es igual en el periodo base de tiempo ya sea que se utilice un análisis en dólares corrientes o en dólares constantes. La relación entre estos tres factores es la siguiente (no se demuestra la derivación):

$$1 + i_c = (1 + f)(1 + i_r); \quad (8.3)$$

$$i_c = i_r + f + i_r(f); \quad (8.4)$$

$$i_r = \frac{i_c - f}{1 + f}. \quad (8.5)$$

Así, la tasa de interés combinada (mercado) [ecuación (8.4)] es la suma de la tasa de interés real ( $i_r$ ) más la tasa de inflación del nivel general de precios ( $f$ ), más el producto de estos dos términos. Asimismo, como se aprecia en la ecuación (8.5), la tasa de interés real ( $i_r$ ) se calcula a partir de la tasa de interés combinada y la tasa de inflación del nivel general de precios. En forma similar, con base en la ecuación (8.5), la TIR de un flujo de efectivo en dólares constantes se relaciona con la TIR de otro flujo de efectivo en dólares corrientes (con el mismo poder de compra en cada periodo), como sigue:  $TIR_r = (TIR_c - f)/(1 + f)$ .

### EJEMPLO 8.3

Si una compañía acepta un préstamo de \$100,000 de hoy, que va a pagar al final de tres años con una tasa de interés combinada (mercado) del 11%, ¿cuál es la cantidad de dólares corrientes que debe al final de los tres años, la TIR real del acreedor, y la cantidad de dólares constantes con poder de compra equivalente a la cantidad de dólares corrientes al final del tercer año? Suponga que el periodo base o de referencia es hoy ( $b = 0$ ) y que la tasa de inflación del nivel general de precios ( $f$ ) es del 5% por año.

#### SOLUCIÓN

En tres años, la compañía deberá los \$100,000 originales más el interés que se haya acumulado, en dólares corrientes:

$$(A\$)_3 = (A\$)_0(F/P, i_r\%, 3) = \$100,000(F/P, 11\%, 3) = \$136,763.$$

Con este pago, la tasa interna de rendimiento,  $TIR_r$ , del acreedor es del 11%. Así, la tasa de rendimiento real para el prestamista se calcula con la ecuación (8.5):

$$TIR_r = \frac{0.11 - 0.05}{1.05} = 0.05714, \text{ o } 5.714\%$$

En este ejemplo, la tasa de interés real es la misma que  $TIR_r$ . Con el empleo de este valor de  $i_r$ , la cantidad de dólares constantes con el mismo poder de compra que los dólares corrientes que se adeudan es

$$(R\$)_3 = (R\$)_0(F/P, i_r\%, 3) = \$100,000(F/P, 5.714\%, 3) = \$118,140.$$

Esta cantidad se comprueba con el siguiente cálculo, que se basa en la ecuación (8.1):

$$(R\$)_3 = (A\$)_3(P/F, f\%, 3) = \$136,763(P/F, 5\%, 3) = \$118,140.$$

### EJEMPLO 8.4

En el ejemplo 8.1, se proyectó que el salario de usted se incrementaría a una tasa del 6% anual, y se esperaba que la tasa de inflación del nivel general de precios fuera del 8% anual. El salario estimado resultante en dólares corrientes y en constantes, para los cuatro años, fue el siguiente:

Final del año, $k$	Salario (A\$)	Salario (R\$), $b = 1$
1	\$35,000	\$35,000
2	37,100	34,351
3	39,326	33,714
4	41,685	33,090

¿Cuál es el valor equivalente (VE) del salario de los flujos de efectivo de los cuatro años en dólares corrientes y constantes, al final del año uno (año base) si su TREMA personal es del 10% anual ( $i_c$ )?

#### SOLUCIÓN

a) El flujo de efectivo del salario en dólares corrientes es:

$$\begin{aligned} \text{VE}(10\%)_1 &= \$35,000 + \$37,100(P/F, 10\%, 1) + \$39,326(P/F, 10\%, 2) + \$41,685(P/F, 10\%, 3) \\ &= \$132,545. \end{aligned}$$

b) El flujo de efectivo del salario en dólares constantes es:

$$i_v = \frac{i_c - f}{1 + f} = \frac{0.10 - 0.08}{1.08} = 0.01852, \text{ o } 1.852\%;$$

$$\begin{aligned} \text{VE}(1.852\%)_1 &= \$35,000 + \$34,351 \left( \frac{1}{1.01852} \right)^1 + \$33,714 \left( \frac{1}{1.01852} \right)^2 + \$33,090 \left( \frac{1}{1.01852} \right)^3 \\ &= \$132,545. \end{aligned}$$

Así, se obtiene el mismo valor equivalente al final del año 1 (periodo base de tiempo) para los flujos de efectivo del salario de cuatro años tanto en dólares corrientes como en constantes, si se usa la tasa de interés apropiada para hacer los cálculos de equivalencia.

#### 8.2.4 Anualidades fija y responsiva

Siempre que los flujos de efectivo se predeterminan mediante un contrato, como en el caso de un bono o una anualidad fija, las cantidades no corresponden a la inflación o deflación del nivel general de precios. Sin embargo, en los casos en que los montos futuros no están predeterminados, pueden responder a los cambios del nivel general de precios. El grado de respuesta varía de uno a otro caso. Para ilustrar la naturaleza de esta situación, considere dos anualidades. La primera es fija (no responde a la inflación del nivel general de precios) y produce \$2,000 anuales en dólares corrientes durante 10 años. La segunda tiene la misma duración y genera dólares corrientes futuros en cantidad suficiente para que sean equivalentes a \$2,000 por año en dólares constantes (poder de compra). En la tabla 8.3 se muestran los valores pertinentes para las dos anualidades durante un periodo de 10 años, si se supone una tasa de inflación del nivel general de precios del 6% por año.

**Tabla 8.3** Ilustración de las anualidades fija y responsiva, con tasa de inflación del nivel general de precios del 6% anual

Final del año $k$	Anualidad fija		Anualidad responsiva	
	En dólares corrientes	En dólares constantes equivalentes <sup>a</sup>	En dólares corrientes	En dólares constantes equivalentes <sup>a</sup>
1	\$2,000	\$1,887	\$2,120	2,000
2	2,000	1,780	2,247	2,000
3	2,000	1,679	2,382	2,000
4	2,000	1,584	2,525	2,000
5	2,000	1,495	2,676	2,000
6	2,000	1,410	2,837	2,000
7	2,000	1,330	3,007	2,000
8	2,000	1,255	3,188	2,000
9	2,000	1,184	3,379	2,000
10	2,000	1,117	3,582	2,000

<sup>a</sup> Véase la ecuación (8.1).

Entonces, cuando las cantidades no varían y están en dólares corrientes (no responden a la inflación del nivel general de precios), sus montos equivalentes en dólares constantes declinan durante el intervalo de 10 años hasta ser de \$1,117 en el año final. Cuando las cantidades de flujo de efectivo futuro se establecen en dólares constantes (responden a la inflación del nivel general de precios), sus montos equivalentes en dólares corrientes se incrementan hasta \$3,582 en el año 10.

En los estudios de ingeniería económica están incluidas ciertas cantidades que no responden a la inflación del nivel general de precios, tales como la depreciación, o tarifas por renta y cargos financieros que se basan en un contrato existente o en un acuerdo de crédito. Por ejemplo, los montos de la depreciación, una vez que se determinan, no se incrementan (con las prácticas contables actuales) para estar a la par de la inflación del nivel general de precios; generalmente, los cargos por renta y financieros se establecen en forma contractual para un periodo dado. Así, al hacer análisis de dólares corrientes, es importante identificar las cantidades que no responden a la inflación de los precios, así como al efectuar un análisis de dólares constantes para convertir estas cantidades A\$ a montos R\$ mediante la ecuación (8.2).

Si no se hace esto, no todos los flujos de efectivo estarán en el mismo dominio de dólares (A\$ o R\$), y los resultados del análisis estarán distorsionados. En específico, los valores equivalentes de los flujos de efectivo para un estudio en A\$ y R\$ no estarán en el mismo año base,  $b$ , y las TIR con A\$ y con R\$ del proyecto no tendrán la relación apropiada con base en la ecuación (8.5); es decir  $TIR_r = (TIR_c - f)/(1 + f)$ .

### 8.2.5 El impacto de los cambios de precio en el análisis después de impuestos

Los estudios de ingeniería económica que incluyen los efectos de los cambios de precios, occasionados por la inflación o deflación, también podrían incluir conceptos tales como cargos

financieros, montos de la depreciación, pagos de arrendamiento, y otras cantidades contractuales que constituyen flujos de efectivo en dólares corrientes que se originan en compromisos del pasado. Por lo general *no responden* a los cambios de precio posteriores. Al mismo tiempo, muchos otros tipos de flujos de efectivo (por ejemplo, mano de obra y materiales) *sí responden* a los cambios de precios del mercado. En el ejemplo 8.5 se presenta un *análisis después de impuestos* que muestra la forma correcta de manejar estas situaciones diferentes.

### EJEMPLO 8.5

El costo de cierto equipo de commutación de circuitos eléctricos, nuevo y más eficiente, es de \$180,000. Se estima (con dólares en base anual,  $b = 0$ ) que el equipo reducirá los gastos netos de operación actuales en \$36,000 anuales (durante 10 años) y tendrá un valor de mercado de \$30,000 al final del décimo año. Por facilidad, estos flujos de efectivo se estimaron para incrementarse a la tasa de inflación del nivel general de precios ( $f = 8\%$  anual). Por las características nuevas de control por computadora del equipo, será necesario contratar cierto servicio de apoyo de mantenimiento durante los tres primeros años. El contrato de mantenimiento costará \$2,800 por año. Este equipo se depreciará con el método SMRAC (SGD), y se halla en la clase de propiedad de cinco años. La tasa efectiva de impuesto sobre la renta ( $t$ ) es del 38%; el periodo de análisis seleccionado es de 10 años; y la TREMA (después de impuestos) es  $i_c = 15\%$  anual.

- Con base en el análisis después de impuestos con dólares corrientes, ¿se justifica esta inversión de capital?
- Desarrolle el FEDI en dólares constantes.

#### SOLUCIÓN

- El análisis después de impuestos con dólares corrientes se muestra en la tabla 8.4 (columnas 1 a 7). La inversión de capital, ahorros en los gastos de operación y valor de mercado (en el décimo año) se estiman en dólares corrientes (columna 1) mediante la tasa de inflación del nivel general de precios y la ecuación (8.1). Los montos del contrato de mantenimiento durante los tres primeros años (columna 2) ya se encuentran en dólares corrientes (no responden ante los cambios de precios que pudieran ocurrir). La suma algebraica de las columnas 1 y 2 es igual al flujo de efectivo antes de impuestos (FEAI) en dólares corrientes (columna 3).

En las columnas 4, 5 y 6 se muestran los cálculos para la depreciación y el impuesto sobre la renta. Los deducibles por depreciación de la columna 4 se basan en el método SMRAC (SGD) y se trata de dólares corrientes, por supuesto. Las entradas de la columna 5 y 6 se calculan como se explicó en el capítulo 6. La tasa efectiva de impuesto sobre la renta ( $t$ ) es del 38%, como se dijo. Las entradas de la columna 6 son iguales a las de la columna 5 multiplicada por  $-t$ . La suma algebraica de las columnas 3 y 6 es igual al FE DI en dólares corrientes (columna 7). El valor actual del FEDI, con  $i_c = 15\%$  anual, es

$$i_c = 15\% \text{ anual}$$

$$\begin{aligned} VP(15\%) &= -\$180,000 + \$36,050(P/F, 15\%, 1) + \dots + \$40,156(P/F, 15\%, 10) \\ &= \$33,790. \end{aligned}$$

Por lo tanto, el proyecto tiene justificación económica.

**Tabla 8.4 Ejemplo 8.5, con tasa de inflación del nivel general de precios del 8% anual**

Final del año <i>k</i>	(1) A\$ Flujos de efectivo	(2) Contrato (A\$)	(3) FEAI (A\$)	(4) Depreciación (A\$)	(5) Ingreso gravable	(6) Impuestos sobre la renta ( <i>t</i> = 0.38)	(7) FEDI (A\$)	(8) Ajuste R\$ [1/(1 + <i>f</i> )] <sup><i>k</i>-<i>b</i></sup>	(9) FEDI (R\$)
0	-\$180,000			-\$180,000			-\$180,000	1.0000	-\$180,000
1	38,880 <sup>a</sup>	-\$2,800	36,080	\$36,000	\$80	-\$30	36,050	0.9259	33,379
2	41,990	-2,800	39,190	57,600	-18,410	+6,996	46,186	0.8573	39,595
3	45,249	-2,800	42,549	34,560	7,989	-3,036	39,513	0.7938	31,366
4	48,978		48,978	20,736	28,242	-10,732	38,246	0.7350	28,111
5	52,895		52,895	20,736	32,159	-12,220	40,675	0.6806	27,683
6	57,128		57,128	10,368	46,760	-17,769	39,359	0.6302	24,804
7	61,697		61,697		61,697	-23,445	38,252	0.5835	22,320
8	66,632		66,632		66,632	-25,320	41,312	0.5403	22,320
9	71,964		71,964		71,964	-27,346	44,618	0.5003	22,320
10	77,720		77,720		77,720	-29,534	48,186	0.4632	22,320
10	64,767 <sup>b</sup>		64,767		64,767	-24,611	40,156	0.4632	18,600

<sup>a</sup> (A\$)<sub>*k*</sub> = \$36,000(1.08)<sup>*k*-0</sup>, *k* = 1, ···, 10.

<sup>b</sup> VM<sub>10,A\$</sub> = \$30,000(1.08)<sup>10</sup> = \$64,767.

b) A continuación, se usa la ecuación (8.1) para calcular el FEDI en dólares constantes a partir de las entradas de la columna 7. Los FEDI en dólares constantes (columna 9) muestran las consecuencias económicas estimadas del equipo nuevo en dólares que tienen el poder de compra constante del año base. Los FEDI en dólares corrientes (columna 7) están en dólares con igual poder adquisitivo del año en el que ocurre el costo o ahorro. La información comparativa que proporcionan los FEDI tanto en dólares corrientes como constantes ayuda a interpretar los resultados de un análisis económico. Asimismo, como se ilustra en este ejemplo, es fácil hacer la conversión entre dólares corrientes y constantes. El VP de los FEDI en dólares corrientes (columna 9) con el uso de  $i_r = (i_c - f)/(1 + f) = (0.15 - 0.08)/1.08 = 0.06481$ , o bien, 6.48% es, entonces,

$$\begin{aligned} \text{VP}(6.48\%) &= -\$180,000 + \$33,379(P/F, 6.48\%, 1) + \dots + \$18,600(P/F, 6.48\%, 10) \\ &= \$33,790. \end{aligned}$$

Así, el VP (valor equivalente en el año base con  $b = 0$ ) de los FEDI en dólares constantes es el mismo que el valor presente que se calculó con anterioridad para los FEDI en dólares corrientes.

**8.2.5.1 Variación de la tasa promedio del cambio de precios** En el ejemplo 8.5, la tasa de inflación del nivel general de precios ( $f$ ) se proyectó para que fuera del 8% anual cada uno de los 10 años del periodo de análisis. En el caso en que variaran las tasas estimadas anuales durante el periodo de análisis, éstas se aplicarían en lo sucesivo a los costos e ingresos para los años implicados. Por ejemplo, suponga que se estima que las tasas anuales de la inflación del ejemplo 8.5 variarán según se muestra en la columna 1 de la tabla 8.5. Entonces, los ahorros en el costo de operación anual y el valor de mercado, que originalmente se estimaron en dólares del año base del ejemplo, se proyectarían en dólares corrientes (columna 3) mediante la aplicación sucesiva de las tasas anuales, como se muestra en la columna 2 (donde el símbolo  $\prod$  representa el producto iterativo).

**8.2.5.2 Cálculo de la tasa efectiva de inflación del nivel general de precios** En la tabla 8.5, las tasas proyectadas anuales de inflación del nivel general de precios varían durante el periodo de análisis de 10 años. Suponga que estas tasas son las mejores estimaciones de su compañía acerca de los cambios de precios en el futuro. Sin embargo, para el estudio de un proyecto pequeño de inversión de capital, se consideraría que la aplicación sucesiva de tasas anuales variables sería un refinamiento del análisis que no justificaría la situación. En este caso, conviene simplificar el análisis utilizando una tasa efectiva anual ( $\bar{f}$ ) en la misma forma que se empleó  $f = 8\%$  anual en la solución original del ejemplo 8.5. Suponga que el periodo de análisis es de 10 años para el proyecto pequeño. El cálculo de  $\bar{f}$  (con base en las entradas de la columna 1 de la tabla 8.5) sería el siguiente:

$$\begin{aligned} \bar{f} &= \left[ \prod_{k=1}^N (1 + f_k) \right]^{1/N} - 1 = \left[ \prod_{k=1}^{10} (1 + f_k) \right]^{1/10} - 1 \\ &= [(1.04)^2 (1.05)^2 (1.07)^3 (1.08)^4]^{\bar{f}} - 1 = (1.9292)^{\bar{f}} - 1 \\ &= 0.067917, \text{ o } 6.7917\%. \end{aligned} \tag{8.6}$$

**Tabla 8.5** Variación de la tasa de inflación del nivel general de precios

Fin del año, $k$	(1) Tasa de inflación del nivel general de precios ( $f_k$ )	(2) Factores de cambio de los precios $\left[ \prod_{t=1}^k (1+f_t) \right] \text{ para } b = 0$	(3) Flujos de efectivo A\$ estimados
0	—		-\$180,000
1	4.0	1.04	37,440 <sup>a</sup>
2	5.5	(1.04)(1.055) = 1.0972	39,499
3	5.5	(1.04)(1.055) <sup>2</sup> = 1.1576	41,674
4	7.0	(1.04)(1.055) <sup>2</sup> (1.07) = 1.2386	44,590
5	7.0	(1.04)(1.055) <sup>2</sup> (1.07) <sup>2</sup> = 1.3253	47,711
6	7.0	(1.04)(1.055) <sup>2</sup> (1.07) <sup>3</sup> = 1.4180	51,048
7	8.0	(1.04)(1.055) <sup>2</sup> (1.07) <sup>3</sup> (1.08) = 1.5315	55,134
8	8.0	(1.04)(1.055) <sup>2</sup> (1.07) <sup>3</sup> (1.08) <sup>2</sup> = 1.6540	59,544
9	8.0	(1.04)(1.055) <sup>2</sup> (1.07) <sup>3</sup> (1.08) <sup>3</sup> = 1.7863	64,307
10	8.0	(1.04)(1.055) <sup>2</sup> (1.07) <sup>3</sup> (1.08) <sup>4</sup> = 1.9292	69,451
10	{}		{ 57,876 <sup>b</sup>

<sup>a</sup>  $(A\$)_k = \$36,000$  [Col. (2)].

<sup>b</sup>  $VM_{10} = \$30,000(1.9292) = \$57,876$ .

Si se aplicara este enfoque a los cálculos originales de la tabla 8.5, las entradas de la columna 3 serían un poco diferentes para los años 1 a 9. No obstante, los ahorros en los costos de operación en el décimo año serían de  $\$36,000(1.067917)^{10} = \$69,451$ , el mismo valor que se calculó con la aplicación sucesiva de las tasas anuales variables que se usaron en la tabla.

### 8.3 Inflación o deflación diferencial de precios

En un estudio de ingeniería económica, la tasa ( $f$ ) de inflación (o deflación) del nivel general de precios podría no ser el mejor estimador de los cambios futuros de los precios para uno o más de los flujos de efectivo de los costos e ingresos. La variación entre la tasa de inflación del nivel general de precios y la mejor estimación de las modificaciones de los precios futuros para bienes y servicios específicos se llama *inflación diferencial de precios (o deflación)*, y es ocasionada por factores tales como los avances tecnológicos, cambios en la productividad, necesidades de la reglamentación, etcétera. Asimismo, una restricción en el abasto, un incremento de la demanda, o una combinación de ambos podría cambiar el valor de mercado de un bien o servicio en particular, en relación con el de otros. Los cambios de precio provocados por alguna combinación de inflación de los precios en general y por inflación (o deflación) diferencial se representan por una *tasa total de escalamiento de precios (o desescalamiento)*. Dichas tasas se definen por separado, como sigue:

1. Tasa diferencial de inflación (o deflación) de precios ( $e'$ ): incremento (%) del cambio de precios (del precio unitario o del costo en una cantidad fija), por arriba o por debajo de la tasa de inflación del nivel general de precios durante un periodo (por lo general, un año) para el bien o servicio  $j$ .

2. Tasa de escalamiento (o desescalamiento) total de precios ( $e_j$ ): tasa total (%) del cambio de precios (del precio unitario o del costo en una cantidad fija) durante un periodo (un año, normalmente), para el bien o servicio  $j$ . La tasa total de escalamiento del precio de un bien o servicio incluye los efectos sobre los cambios de precios, tanto de la tasa de inflación de los precios en general ( $f$ ) como de la tasa de inflación diferencial de precios ( $e'_j$ ).

### 8.3.1 Relación entre $e_j$ , $e'_j$ y $f$

La tasa de inflación diferencial de los precios ( $e'_j$ ) es el cambio de precio del bien o servicio  $j$  en *dólares constantes*, ocasionado por diversos factores del mercado. De manera similar, la tasa de escalamiento total ( $e_j$ ) es un cambio de precios en *dólares corrientes*. La relación entre estos dos factores ( $e_j$ ,  $e'_j$ ) y  $f$  es la siguiente (no se presenta la derivación):

$$1 + e_j = (1 + e'_j)(1 + f); \quad (8.7)$$

$$e_j = e'_j + f + e'_j(f); \quad (8.8)$$

$$e'_j = \frac{e_j - f}{1 + f}. \quad (8.9)$$

Así, como se aprecia en la ecuación (8.8), la tasa de escalamiento de precios total ( $e_j$ ) para el bien o servicio  $j$  en dólares corrientes es la suma de la tasa de inflación de los precios generales más la tasa de inflación diferencial de éstos más el producto de ambas. Asimismo, como se observa en la ecuación (8.9), la tasa de inflación diferencial de precios ( $e'_j$ ) en dólares constantes se calcula a partir de la tasa de escalamiento de precios total y la tasa de inflación de precios generales.

Por lo general, en la práctica, la tasa de inflación general de precios ( $f$ ) y la tasa de escalamiento de precios total ( $e_j$ ) para cada bien o servicio implicado se estiman para el periodo de estudio. Para cada una de dichas tasas se utilizan valores diferentes para subconjuntos de periodos dentro del periodo de análisis, si los datos de que se dispone lo justifican. Esto se ilustró en la tabla 8.5 para la tasa de inflación de precios en general. Las tasas de inflación diferencial de precios ( $e'_j$ ), cuando se requieren, por lo general no se estiman en forma directa sino con la ecuación (8.9).

#### EJEMPLO 8.6

Los gastos prospectivos de mantenimiento de un sistema de calefacción, ventilación y aire acondicionado (CVAC) se estiman en \$12,200 por año en dólares del año base (suponga que  $b = 0$ ). La tasa de escalamiento total de precios se estima es del 7.6% para los tres próximos años ( $e_{1,2,3} = 7.6\%$ ), y para los años cuatro y cinco se estima en 9.3% ( $e_{4,5} = 9.3\%$ ). La tasa de inflación de precios generales ( $f$ ) para este periodo de cinco años se estima en 4.7% anual. Obtenga estimaciones de los gastos de mantenimiento para los años uno a cinco en dólares corrientes y en dólares constantes, empleando los valores de  $e_j$  y  $e'_j$ , respectivamente.

**Tabla 8.6** Ejemplo 8.6 Cálculos

(1) Final del año, $k$	(2) Ajuste ( $e_j$ ) (A\$)	(3) Gastos de mantenimiento, A\$	(4) Ajuste R\$ ( $e'_j$ )	(5) Gastos de mantenimiento, R\$
1	\$12,200(1.076) <sup>1</sup>	\$13,127	\$12,200(1.0277) <sup>1</sup>	\$12,538
2	12,200(1.076) <sup>2</sup>	14,125	12,200(1.0277) <sup>2</sup>	12,885
3	12,200(1.076) <sup>3</sup>	15,198	12,200(1.0277) <sup>3</sup>	13,242
4	12,200(1.076) <sup>3</sup> (1.093) <sup>1</sup>	16,612	12,200(1.0277) <sup>3</sup> (1.0439) <sup>1</sup>	13,823
5	12,200(1.076) <sup>3</sup> (1.093) <sup>2</sup>	18,157	12,200(1.0277) <sup>3</sup> (1.0439) <sup>2</sup>	14,430

**SOLUCIÓN**

El desarrollo de los gastos anuales de mantenimiento en dólares corrientes se muestra en la columna 2 de la tabla 8.6. En este ejemplo, la tasa de inflación del nivel general de precios no es la mejor estimación de los cambios de los gastos futuros de mantenimiento. El periodo de cinco años se subdivide en dos subperiodos que corresponden a las dos tasas diferentes de escalamiento de precios ( $e_{1,2,3} = 7.6\%$ ;  $e_{4,5} = 9.3\%$ ). Después se usan dichas tasas con los gastos estimados en el año base;  $(A\$)_0 = (R\$)_0 = \$12,200$ .

El desarrollo de los gastos de mantenimiento en dólares constantes se muestra en la columna 4. Este desarrollo es el mismo que para los dólares corrientes, excepto que se usan los valores de  $e'_j$  [ecuación (8.9)] en lugar de los de  $e_j$ . En este ejemplo, los valores de  $e'_j$  se obtuvieron como sigue:

$$e'_{1,2,3} = \frac{0.076 - 0.047}{1.047} = 0.0277, \text{ o } 2.77\%;$$

$$e'_{4,5} = \frac{0.093 - 0.047}{1.047} = 0.0439, \text{ o } 4.39\%.$$

Esto ilustra que la inflación o deflación, también ocasiona cambios en los precios del mercado en dólares constantes, así como en dólares corrientes.

### 8.3.2 Modelado de los cambios de precios con secuencias geométricas de flujos de efectivo

En el capítulo 3, se estudiaron cálculos de equivalencia que incluían patrones de flujos de efectivo que se incrementaban a una tasa de  $\bar{f}\%$  por periodo. Cuando en los análisis de ingeniería económica se incluye el escalamiento total de precios, es posible modelar los precios proyectados de bienes y servicios como si se incrementaran a una tasa constante por periodo. Entonces, es frecuente que el patrón del flujo de efectivo al final del periodo sea una secuencia geométrica.

En la sección 8.2.2, se vio que la tasa de interés correcta por usar en un análisis de ingeniería económica depende de los términos de los dólares de los flujos de efectivo del costo y el ingreso; en específico, en un análisis con dólares corrientes se usa la tasa de interés combinada ( $i_c$ ), y en otro con dólares constantes se emplea la tasa real de interés ( $i_r$ ). Una pregunta adicional es "¿cuál valor de  $\bar{f}$  se usa para cada método de análisis cuando se incluye un escalamiento de costo y es apropiado un modelo de flujo de efectivo en secuencia geométrica?" En la tabla que sigue, se observa que  $\bar{f}$  es igual a  $e_j$  en un análisis con A\$, e igual a  $e'_j$  en otro con R\$:

Método	Flujos de efectivo	Tasa de interés ( $i$ )	Gradiente geométrico
A	Dólares corrientes (A\$)	$i_c$	$e_j$
B	Dólares constantes (R\$)	$i_r$	$e'_j$

De esto sigue que la “tasa de conveniencia” (capítulo 3) que se necesita para evaluar una secuencia geométrica de flujo de efectivo que implique escalamiento de precios sería la siguiente:

$$\begin{aligned} \text{Análisis con A\$} & \quad \text{Análisis con R\$} \\ i_{CR} &= \frac{i_c - e_j}{1 + e_j} \quad i_{CR} = \frac{i_r - e'_j}{1 + e'_j}. \end{aligned} \quad (8.10)$$

### EJEMPLO 8.7

Para las instalaciones de un distrito de servicio de agua se están considerando algunos reemplazos para el equipo de bombeo, para reducir los gastos de operación y mejorar la confiabilidad del servicio. El periodo base de tiempo es el presente, o año cero ( $b = 0$ ). Los ahorros anuales estimados en dólares del año cero son de \$78,000. La autoridad del distrito utiliza un periodo de estudio de ocho años para este tipo de estudio de sustitución de equipos; se proyecta que la tasa de inflación de precios generales sea del 4.6% anual; se prevé que la tasa de escalamiento total de precios ( $e_j$ ) para los gastos de operación sea de 6.2% por año; la autoridad del distrito emplea una TREMA (que incluye el efecto de la inflación del nivel general de precios) del 9.5% por año; el equipo antiguo no tiene valor neto de mercado; y tampoco se considera el impuesto sobre la renta. Con base en estas estimaciones, calcule la cantidad máxima que podría pagarse ahora por el equipo *a*) con un análisis con dólares corrientes, y *b*) con un análisis con dólares constantes.

#### SOLUCIÓN

*a)* El análisis con dólares corrientes es

$$i_c = \text{TREMA (como se da)} = 9.5\%; \bar{f} = e_j = 6.2\%; N = 8;$$

$$i_{CR} = \frac{i_c - e_j}{1 + e_j} = \frac{0.095 - 0.062}{1.062} = 0.03107, \text{ o } 3.11\%.$$

De los datos que se brindan, los ahorros anuales de \$78,000( $1.062)^k$  para  $1 \leq k \leq 8$  constituyen una secuencia geométrica de flujo de efectivo. Con la ecuación (3.27), se escribe

$$\begin{aligned} \text{VP}(3.11\%) \text{ de los ahorros} &= \$78,000(P/A, 3.11\%, 8) \\ &= \$78,000 \left[ \frac{(1.0311)^8 - 1}{0.0311(1.0311)^8} \right] = \$545,000, \end{aligned}$$

que es la cantidad máxima que debería pagarse por el equipo.

b) El análisis con dólares constantes es

$$\dot{i}_v = \text{TREMA (Real)} = \frac{\dot{i}_r - f}{1 + f} = \frac{0.095 - 0.046}{1.046} = 0.04685;$$

$$\bar{f} = \dot{\epsilon}_j' = \frac{\dot{i}_r - f}{1 + f} = \frac{0.062 - 0.046}{1.046} = 0.01530;$$

$$i_{CR} = \frac{\dot{i}_v - \dot{\epsilon}_j'}{1 + \dot{\epsilon}_j'} = \frac{0.04685 - 0.0153}{1.0153} = 0.03107, \text{ o } 3.11\%.$$

En este punto del análisis con dólares constantes, se observa que la tasa de conveniencia es el mismo valor que se calculó para el análisis con dólares corrientes y que, por lo tanto, el VP de los ahorros sería el mismo. Esto tiene sentido intuitivo, porque se sabe que el valor equivalente de un flujo de efectivo es el mismo en el periodo base, ya sea que se use un análisis con dólares corrientes o con dólares constantes. Entonces, el VP de los ahorros anuales para la bomba nueva sería igual a \$545,000 si se usa el método A o el B, puesto que el periodo base es el presente ( $b = 0$ ).

### EJEMPLO 8.8

Una compañía de procesamiento químico está evaluando un proyecto para control de la contaminación del aire. La inversión inicial estimada de capital que se requiere para el proyecto es de \$1,240,000 (\$1,100,000 en activos sujetos a depreciación y \$140,000 en capital adicional de trabajo). Los gastos anuales se han dividido en dos categorías: mano de obra y otros por concepto de operación y mantenimiento (O&M). En el primer año, los gastos estimados anuales por mano de obra son de \$42,000 (que se supone se incrementarán en \$2,000 anuales de ahí en adelante), y los de O&M por año son de \$68,000 (que disminuirán el 3.2% por año a partir de entonces; es decir, se espera que ocurra un *desescalamiento* de estos costos). Suponga que el periodo de análisis es de 10 años; la TREMA después de impuestos de la compañía es del 12% por año; el periodo base es el presente ( $b = 0$ ); el impuesto sobre la renta efectivo de la compañía ( $t$ ) es del 40%; la tasa de inflación general ( $f$ ) es del 2.6% anual; y, por facilidad, se usará una depreciación con el método de línea recta durante el periodo de análisis de 10 años, con un valor de rescate estimado de cero al final de los 10 años ( $VR_{10} = 0$ ). Con base en esta información y un análisis después de impuestos, a) ¿cuál es el valor futuro equivalente de los costos del proyecto al final de los 10 años en dólares corrientes y en constantes?, y b) si se generara un subproducto que tuviera valor comercial debido al proceso de control de la contaminación del aire, ¿cuál sería el valor anual equivalente que necesitarían tener los ingresos en dólares corrientes y constantes, con la finalidad de que equilibraran a los costos del proyecto?

### SOLUCIÓN

a) Paso 1: Determinar el VP de los FEDI del proyecto mediante un análisis con dólares corrientes. Entonces, se tiene que

$$\begin{aligned}
 VP(12\%)_{FEDI} &= -\$1,240,000 + \$140,000(P/F, 12\%, 10) \\
 &\quad - (1 - 0.4)[\$42,000(P/A, 12\%, 10) + \$2,000(P/G, 12\%, 10)] \\
 &\quad - (1 - 0.4) \left[ \frac{\$68,000}{1 + (-0.032)} (P/A, 15.7\%, 10) \right] \\
 &\quad + 0.4 \left[ \frac{\$1,100,000 - 0}{10} (P/A, 12\%, 10) \right] \\
 &= -\$1,319,012,
 \end{aligned}$$

donde se supone que la inversión inicial de \$140,000 en capital de trabajo se recupera al final del periodo de análisis, la tasa de conveniencia [ecuación (8.10)] para los cálculos después de impuestos en relación con el resto de gastos anuales de O&M es  $i_{cr} = [0.12 - (-0.032)]/[1 + (-0.032)] = 0.157(15.7\%)$ , y los montos de la depreciación anual con el método de la línea recta son una reducción en los costos después de impuestos del proyecto.

Paso 2: Convertir el VP de los FEDI a VF equivalente al final del periodo de análisis en ambos tipos de dólares. (Observe que en este ejemplo, el VP es el valor equivalente de los FEDI en el año base). En dólares corrientes,

$$VF(12\%)_{FEDI} = -\$1,319,012(F/P, 12\%, 10) = -\$4,096,051.$$

Sin embargo, en el tipo de dólares constantes se necesita de la tasa de interés real después de impuestos, para el cálculo del VF:  $i_r = (0.12 - 0.026)/1.026 = 0.091618$ , o 9.1618%. Entonces

$$VF(9.1618\%)_{FEDI} = -\$1,139,012(F/P, 9.1618\%, 10) = -\$3,169,244.$$

De estos cálculos de VF se observa que (con  $f = 2.6\%$ ) se requieren 4,096,051 dólares corrientes equivalentes al final de los 10 años, para tener el mismo poder adquisitivo de 3,169,244 dólares constantes equivalentes que tengan un poder de compra constante medido en dólares del presente (año base).

- b) Con base en los cálculos de VP del inciso a), el ingreso anual equivalente necesario para lograr el equilibrio con dólares corrientes, es

$$VA(12\%)_{FEDI} = \$1,319,012(A/P, 12\%, 10) = \$233,465,$$

y, en dólares constantes, es

$$VA(9.1618\%)_{FEDI} = \$1,319,012(A/P, 9.1618\%, 10) = \$206,953$$

El ejemplo 8.9 trata acerca de un bono (capítulo 4) que es un activo de ingreso fijo y se ve cómo afecta su valor actual un periodo de deflación proyectada.

**EJEMPLO 8.9**

Suponga que ocurre una deflación en la economía de Estados Unidos y se espera que el IPC (como medida de  $f$ ) decrezca un promedio del 2% anual durante los cinco próximos años. Un bono con valor nominal (de cambio) de \$10,000 y vida de cinco años (es decir, vence dentro de cinco años) paga una tasa de interés (bono) del 5% anual. El interés se paga al propietario del bono una vez al año. Si un inversionista espera que la tasa *real* de rendimiento sea del 4% anual, ¿cuál es la cantidad máxima que se debería pagar por este bono?

**SOLUCIÓN**

Los flujos de efectivo durante la vida del bono son de  $0.05(\$10,000) = \$500$  de interés anual (dólares corrientes) para los años 1 a 5, más el vencimiento de \$10,000 (el valor nominal del bono), también en dólares corrientes, al final del año cinco. Para determinar el valor corriente de este bono (es decir, la cantidad máxima que debería pagar por él un inversionista), estos flujos de efectivo deben descontarse del presente con una tasa de interés combinada (mercado). La ecuación (8.4) permite calcular  $i_c$  (donde  $f = -2\%$  anual) como sigue:

$$\begin{aligned} i_c &= i_r + f + i_r(f) = 0.04 - 0.02 - 0.04(0.02) \\ &= 0.0192, \text{ o } 1.92\% \text{ por año.} \end{aligned}$$

Por lo tanto, el valor actual de mercado del bono es

$$\begin{aligned} VP &= \$500(P/A, 1.92\%, 5) + \$10,000(P/F, 1.92\%, 5) \\ &= \$500(4.7244) + \$10,000(0.9093) \\ &= \$11,455. \end{aligned}$$

Como información adicional, si se hubiera cometido el error de descontar los flujos de efectivo futuros durante la vida del bono con la tasa del 5% anual, el valor actual habría sido de \$10,000, que es el valor nominal del documento. Asimismo, en general, si la tasa utilizada para descontar los flujos futuros de efectivo durante la vida de un bono es menor que la tasa de éste (que es la situación en este ejemplo), entonces el valor actual (mercado) sería mayor que el valor nominal del bono. Por lo tanto, durante los períodos en que haya deflación, los tenedores de bonos (o de otro tipo de activos de ingreso fijo) necesitan vigilar de cerca sus valores de mercado, porque podría ocurrir una “situación de venta” que fuera favorable.

## 8.4 Estrategia de aplicación

En la práctica, ¿debe usarse un análisis con dólares corrientes o con dólares constantes?, y ¿cuándo deben incluirse cambios de precios en un estudio de ingeniería económica? En la realidad se emplea un criterio que se basa en las estimaciones prospectivas de cambios de precio y análisis de sensibilidad. Sin embargo, puede utilizarse cualquiera de los dos métodos, con dólares corrientes o con constantes. Si se ejecutan de manera apropiada, ambos dan como resultado el mismo valor equivalente para un flujo de efectivo en el periodo base,

requieren la misma cantidad de información, y no existe una diferencia apreciable en la dificultad de su aplicación.

No obstante, hay alguna diferencia en la información disponible para interpretar los resultados económicos. Los resultados que surgen de un análisis con dólares corrientes están en un poder de compra en el mercado que varía con el tiempo, mientras que aquellos que resultan de un estudio con dólares constantes se expresan en un poder adquisitivo constante de mercado, definido por el periodo base ( $b$ ). Entonces, los análisis con dólares constantes proporcionan información en términos de unidades de medida con poder adquisitivo constante, mientras que los que se realizan con dólares corrientes brindan información sobre las cantidades monetarias que ocurrirán durante el periodo de estudio.

Un análisis o *estrategia de aplicación* que funciona bien en la práctica de la ingeniería es usar el análisis en dólares corrientes para ambos estudios, antes y después de impuestos, y después, al final del análisis, utilizar la ecuación (8.1) o la (8.2) para proporcionar flujos de efectivo seleccionados (en particular los flujos de efectivo netos antes o después de impuestos) en términos de dólares constantes. Sin demasiado esfuerzo, esta estrategia brinda información adicional que es de utilidad. En algunas organizaciones podría especificarse algún método particular de análisis; pero aun en ese caso, los flujos de efectivo seleccionados se convierten con facilidad al otro tipo de dólares para auxiliar en la interpretación de los resultados.

## 8.5 Ejemplo exhaustivo

En muchos estudios de ingeniería económica de proyectos que se realizan en la industria, tienen que considerarse los cambios de precio, además de las provisiones al impuesto sobre la renta que sea aplicable. Para ilustrar esta situación, enseguida se presenta el análisis exhaustivo de un proyecto de ingeniería.

### EJEMPLO 8.10

Una compañía considera una oportunidad de inversión que requiere el aporte de \$20,000 en equipo de control de la manufactura, con la finalidad de incrementar la producción de una línea de montaje. Como resultado, se espera que aumente el ingreso que se obtenga de la línea modificada. La siguiente información se aplica a la oportunidad de inversión:

Periodo de análisis	10 años
Periodo base	Presente ( $b = 0$ )
Vida útil estimada del equipo	10 años
Clase de propiedad SMRAC (SGD)	5 años
Tasa efectiva del impuesto sobre la renta ( $t$ )	39%
TREMA real (después de impuestos) ( $i_r$ )	6%
Tasa de inflación de precios generales ( $f$ )	8% anual
TREMA combinada (después de impuestos) ( $i_c$ )	$14.48\% = [0.06 + 0.08 + (0.06)(0.08)]100\%$
Ingreso incrementado (suponga que el ingreso escala a la tasa de inflación de precios generales del 8% por año)	\$15,000 por año en dólares del año cero
Valor de mercado dentro de 10 años	10% de la inversión de capital ( $e_{VM} = 8\%$ )

Gastos anuales		
Categoría	Estimación (dólares del año cero)	Tasa de escalamiento de precios por año ( $e_j$ )
Material	\$1,200	10%
Mano de obra	2,500	5.5%
Energía	2,500	15%
Otros gastos	500	8%

También se requiere equipo arrendado, que puede obtenerse para los primeros cinco años al precio de \$800 por año. El contrato se renegociará al comienzo del sexto año con un valor escalado con base en la tasa de inflación de precios generales.

Realice un análisis después de impuestos de este proyecto, con el método del VP, e incluya los efectos del escalamiento total de precios: *a) realice un análisis con dólares corrientes (y calcule el VP de los FEDI); b) convierta los FEDI en dólares corrientes a otros en dólares constantes; y c) calcule el VP de los FEDI en dólares constantes y demuestre que es idéntico al VP de los FEDI en dólares corrientes.*

### SOLUCIÓN

*a) Análisis en dólares constantes:* los cálculos preliminares que se requieren son los siguientes:

**1. Ingreso:** El ingreso estimado de \$15,000 anuales en dólares del año cero debe incrementarse cada año por la tasa de inflación de precios generales.

$$(\text{Ingreso})_k = \$15,000(1.08)^k$$

**2. Material, mano de obra, energía y otros gastos anuales:** Estos costos anuales, estimados en dólares del año cero, se incrementan año con año por la tasa apropiada de escalamiento total de precios ( $e_j$ ):

$$(\text{Material})_k = \$1,200(1.1)^k;$$

$$(\text{Mano de obra})_k = \$2,500(1.055)^k;$$

$$(\text{Energía})_k = \$2,500(1.15)^k;$$

$$(\text{Otros gastos})_k = \$500(1.08)^k.$$

**3. Propiedad en arrendamiento:** El arrendamiento se ajustará al final del año cinco para tomar en cuenta cinco años de inflación de precios generales del 8% por año:

$$\text{Gastos de arrendamiento (años 6 a 10)} = \$800(1.08)^5 = \$1,175.$$

**4. Depreciación:** Los montos de depreciación SMRAC (SGD) son los siguientes:

Fin del año, <i>k</i>	Base de costo	Tasas de recuperación SMRAC (SGD)	Depreciación (A\$) SMRAC (SGD)
1	\$20,000	0.2000	\$4,000
2	20,000	0.3200	6,400
3	20,000	0.1920	3,840
4	20,000	0.1152	2,304
5	20,000	0.1152	2,304
6	20,000	0.0576	1,152

**5. Valor de mercado:** El VM del 10%, con base en la inversión de capital, es una cantidad en el año cero y debe incrementarse para que se tome en cuenta la tasa de escalamiento total de precios ( $e_{VM} = f$ ).

$$VM_{10} = 0.1(\$20,000)(1.08)^{10} = \$4,318$$

**6. Utilidad por la baja:** El valor de mercado de \$4,318 en dólares corrientes representa una utilidad por la baja de activos (capítulo 6) y se grava con el 39%, como si se tratara de una utilidad ordinaria.

En la tabla 8.7 se muestra el análisis después de impuestos en dólares corrientes. El VP de los FEDI en dólares corrientes, con  $i_c = 14.48\%$ , es de \$16,780.

- b) Los FEDI en dólares constantes: La conversión de los FEDI en dólares corrientes a otros en dólares constantes se indica en las últimas dos columnas de la tabla 8.7. Para hacer la conversión se empleó la ecuación (8.1), con  $b = 0$ .

**Tabla 8.7** Análisis de flujo de efectivo en dólares corrientes (con conversión de los FEDI a dólares constantes) para el ejemplo 8.10

Final del año, <i>k</i>	Inversión de capital	Análisis después de impuestos, A\$					
		Ingresos	Material	Mano de obra	Energía	Otros gastos	Equipo en arrendamiento
0	-\$20,000						
1		\$16,200	-\$1,320	-\$2,638	-\$2,875	-\$540	-\$800
2		17,496	-1,452	-2,783	-3,306	-583	-800
3		18,896	-1,597	-2,936	-3,802	-630	-800
4		20,407	-1,757	-3,097	-4,373	-680	-800
5		22,040	-1,933	-3,267	-5,028	-735	-800
6		23,803	-2,126	-3,447	-5,783	-793	-1,175
7		25,707	-2,338	-3,637	-6,650	-857	-1,175
8		27,764	-2,572	-3,837	-7,648	-925	-1,175
9		29,985	-2,830	-4,048	-8,795	-1,000	-1,175
10		32,384	-3,112	-4,270	-10,114	-1,079	-1,175
10		4,318 <sup>a</sup>					

<sup>a</sup> VM estimado.

**Tabla 8.7** (continuación) Análisis de flujo de efectivo en dólares corrientes (con conversión de los FEDI a dólares constantes) para el ejemplo 8.10

Final del año, <i>k</i>	Análisis después de impuestos, A\$					FEDI, R\$	
	Flujo de efectivo antes de impuestos	Depreciación	Ingreso gravable	Impuestos sobre la renta	Flujo de efectivo después de impuestos, A\$	Factor de ajuste, R\$ $(1/1.08)^{k-0}$	Flujo de efectivo después de impuestos, R\$
0	-\$20,000				-\$20,000	1.0	-\$20,000
1	8,028	\$1,000	\$1,028	\$1,571	6,457	0.92593	5,979
2	8,572	6,400	2,172	847	7,725	0.85734	6,623
3	9,131	3,840	5,291	2,063	7,068	0.79383	5,611
4	9,700	2,304	7,396	2,884	6,816	0.73503	5,010
5	10,277	2,304	7,973	3,109	7,168	0.68058	4,878
6	10,479	1,152	9,327	3,638	6,841	0.63017	4,311
7	11,050		11,050	4,310	6,740	0.58349	3,933
8	11,607		11,607	4,527	7,080	0.54027	3,825
9	12,137		12,137	4,733	7,404	0.50025	3,704
10	12,634		12,634	4,927	7,707	0.46319	3,570
10	4,318 <sup>b</sup>		4,318 <sup>b</sup>	1,684	2,634	0.46319	1,220
	VP( <i>i</i> <sub>c</sub> = 14.48%) = \$16,780					VP( <i>i</i> <sub>r</sub> = 6%) = \$16,780	

<sup>b</sup> Recuperación por depreciación (utilidad sobre la baja), gravada como si fuera una utilidad ordinaria.

Este método de solución implanta la estrategia que se recomienda en la sección 8.4, de usar un análisis en dólares corrientes y después convertir los flujos de efectivo seleccionados a dólares constantes. En este caso, la revisión de los FEDI en dólares corrientes indica un flujo de efectivo anual equivalente durante el periodo de análisis de \$7,184, aproximadamente, de la inversión de \$20,000 en equipo nuevo. Sin embargo, los FEDI en dólares constantes muestran que, en términos de dólares con poder adquisitivo constante (*b* = 0), el flujo de efectivo neto de la inversión (excepto para el año 2) disminuye de \$5,979 en el año 1, a \$3,570 en el año 10.

- c) El VP de los FEDI en dólares constantes, con *i*<sub>r</sub> = 6%, es de \$16,780. Se trata del mismo valor de VP de los FEDI en dólares corrientes que se obtuvo en el inciso a) al realizar el cálculo con *i*<sub>c</sub> = 14.48%.

## 8.6 Tipos de cambio extranjeros y conceptos sobre el poder de compra

Cuando las corporaciones nacionales realizan inversiones extranjeras, los flujos de efectivo resultantes que ocurren durante el tiempo se encuentran en monedas distintas de los dólares de Estados Unidos. Con frecuencia, las inversiones foráneas se caracterizan por dos (o más) conversiones de moneda: 1. cuando se efectúa la inversión inicial, y 2. cuando los flujos de efectivo regresan a las empresas con base en Estados Unidos. Los tipos de cambio entre monedas varían (a veces demasiado) en el tiempo, por lo que una pregunta frecuente que de seguro surgirá es: "¿Qué rendimiento (utilidad) obtendremos por nuestra inversión en la planta de fibras sintéticas de Allatlán?" Para el ingeniero que diseña otra

planta en *Allatlán*, la pregunta podría traducirse como “¿cuál es el VP (o TIR) que obtendrá nuestra empresa por construir y operar la planta nueva en *Allatlán*? ”

Observe que las variaciones en el tiempo de los tipos de cambio entre dos monedas son análogas a los cambios en la tasa de inflación general, porque el poder adquisitivo entre las dos monedas está cambiando en forma similar al poder de compra relativo entre las cantidades en dólares corrientes y aquéllas en dólares constantes.

Hay que suponer lo siguiente:

$i_{\text{eua}}$  = tasa de rendimiento en términos de la tasa de interés combinada (mercado) relativa a los dólares estadounidenses.

$i_{\text{me}}$  = tasa de rendimiento en términos de una tasa de interés combinada (mercado) relativa a la moneda de un país extranjero.

$f_e$  = tasa de devaluación anual (tasa de cambio anual en el tipo de cambio) entre la moneda de un país extranjero y el dólar de EUA. En las relaciones siguientes, se usa una  $f_e$  positiva cuando la moneda extranjera se está devaluando en relación con el dólar, y una  $f_e$  negativa si es el dólar el que se devalúa frente a la moneda extranjera.

Entonces (no se presenta la derivación),

$$1 + i_{\text{eua}} = \frac{1 + i_{\text{me}}}{1 + f_e},$$

o bien

$$i_{\text{me}} = i_{\text{eua}} + f_e + f_e(i_{\text{eua}}), \quad (8.11)$$

y

$$i_{\text{eua}} = \frac{i_{\text{me}} - f_e}{1 + f_e}. \quad (8.12)$$

### EJEMPLO 8.11

La CMOS Electronics Company está considerando una inversión de capital de 50,000,000 de pesos en una planta de montaje que se localiza en un país extranjero. La moneda se expresa en pesos, y el tipo de cambio hoy es de 100 pesos por dólar.

El país ha seguido una política de devaluar su moneda con respecto del dólar en un 10% anual, para fortalecer sus exportaciones hacia Estados Unidos. Esto significa que cada año aumenta en un 10% el número de pesos que se cambian por un dólar ( $f_e = 10\%$ ), por lo que dentro de dos años se obtendrían  $(1.10)^2(100) = 121$  pesos por un dólar. La mano de obra es muy barata en el país en cuestión, por lo que la administración de CMOS Electronics Company piensa que la planta propuesta producirá los FEDI que siguen, y que encuentran muy atractivos, expresados en pesos:

Fin del año	0	1	2	3	4	5
FEDI (millones de pesos)	-50	+20	+20	+20	+30	+30

Si la CMOS Electronics requiere una TIR del 15% anual, después de impuestos, en dólares de Estados Unidos ( $i_{\text{eua}}$ ), sobre sus inversiones en el extranjero, ¿debería aprobarse esta planta de montaje? Suponga que en el país en cuestión no existen riesgos inusuales de nacionalizar las inversiones extranjeras.

### SOLUCIÓN

Para obtener una tasa de rendimiento del 15% anual en dólares de Estados Unidos, la planta en el extranjero debe ganar, según la ecuación (8.11),  $0.15 + 0.10 + 0.15(0.10) = 0.265$ , que es igual a 26.5% sobre su inversión en pesos ( $i_{\text{me}}$ ). Como se muestra a continuación, el VP (al 26.5%) de los FEDI, en pesos, es 9,165,236, y su TIR es del 34.6%. Por lo tanto, la inversión en la planta parece tener justificación económica. Al evaluar el prospecto de inversión, también se pueden convertir los pesos a dólares:

Fin del año	FEDI (pesos)	Tipo de cambio	FEDI (dólares)
0	-50,000,000	100 pesos por \$1	-500,000
1	20,000,000	110 pesos por \$1	181,818
2	20,000,000	121 pesos por \$1	165,289
3	20,000,000	133.1 pesos por \$1	150,263
4	30,000,000	146.4 pesos por \$1	204,918
5	30,000,000	161.1 pesos por \$1	186,220
TIR:	34.6%	TIR:	22.4%
VP(26.5%):	9,165,236 pesos	VP(15%):	\$91,632

El VP (al 15%) de los FEDI en dólares es de \$91,632, y su TIR es del 22.4%. Por lo tanto, de nuevo parece ser que la planta es una buena inversión, en términos económicos. Observe que las dos TIR se armonizan empleando la ecuación (8.12):

$$\begin{aligned}
 i_{\text{eua}}(\text{TIR en \$}) &= \frac{i_{\text{me}}(\text{TIR en pesos}) - 0.10}{1.10} \\
 &= \frac{0.346 - 0.10}{1.10} \\
 &= 0.224, \text{ o } 22.4\%.
 \end{aligned}$$

Hay que recordar que la devaluación de una moneda extranjera en relación con el dólar de Estados Unidos hace que las exportaciones hacia este país sean menos caras. Entonces, la devaluación significa que el dólar es más fuerte en relación con la moneda extranjera. Es decir, se necesitan menos dólares para comprar una cantidad establecida (bariles, toneladas, artículos) de bienes y servicios del país de origen o, dicho de otra manera, se requieren más unidades de la moneda extranjera para adquirir bienes de Estados Unidos. Este fenómeno se observó en el ejemplo 8.11.

A la inversa, cuando los tipos de cambio de las monedas extranjeras se fortalecen con respecto del dólar ( $f_e$  tiene un valor negativo y el dólar de Estados Unidos es más débil en relación con la moneda extranjera), aumentan los precios de los bienes y servicios importados por Estados Unidos. En una situación así, los productos de EUA son menos caros en los mercados extranjeros. Por ejemplo, en 1986 el dólar estadounidense se cotizaba en, aproximadamente, 250 yenes japoneses, pero en 1999 un dólar más débil equivalía más o menos a 110 yenes. En consecuencia, los precios de Estados Unidos por bienes y servicios de Japón casi se duplicaron en teoría (en realidad se encarecieron en proporciones menores en los Estados Unidos). Una explicación de esta anomalía es que las empresas japonesas estuvieron dispuestas a reducir sus márgenes de utilidad para conservar su participación en el mercado estadounidense.

En resumen, si la devaluación promedio de una moneda  $A$  es  $f_e\%$  anual, en relación con otra moneda  $B$ , entonces cada año se requerirá  $f_e\%$  más moneda  $A$  para cambiarse por la misma cantidad de la moneda  $B$ .

### EJEMPLO 8.12

La unidad monetaria (moneda) de cierto país,  $A$ , tiene un tipo de cambio de 10.7 unidades por dólar estadounidense. Si a) la devaluación promedio de la moneda  $A$  en el mercado internacional se estima en 4.2% anual (para los cinco años siguientes) en relación con el dólar, ¿cuál sería el tipo de cambio tres años después de hoy?; y si en lugar de ello, b) la devaluación promedio del dólar (para los cinco años próximos) se calcula en 3% por año, en relación con la moneda  $A$ , ¿cuál sería el tipo de cambio tres años después de hoy?

#### SOLUCIÓN

$$a) \quad 10.7(1.042)^3 = 12.106 \text{ unidades de } A \text{ por dólar}$$

$$b) \quad 10.7 \text{ unidades de } A = 1(1.03)^3 \text{ dólares, y;}$$

$$1 \text{ dólar} = \frac{10.7}{1.09273} = 9.792 \text{ unidades de } A.$$

### EJEMPLO 8.13

Una empresa estadounidense está analizando un proyecto de inversión potencial en otro país. El tipo de cambio actual es de 425 unidades monetarias ( $A$ ) por dólar. La mejor estimación es que la moneda  $A$  se devaluará en el mercado internacional a un promedio del 2% por año, en relación con el dólar durante los próximos años. El flujo de efectivo neto estimado antes de impuestos (expresado en moneda  $A$ ) del proyecto es el siguiente:

Final del año	Flujo neto de efectivo (moneda A)
0	-850,000,000
1	270,000,000
2	270,000,000
3	270,000,000
4	270,000,000
5	270,000,000
6	270,000,000
6(VM) <sup>a</sup>	120,000,000

<sup>a</sup> Valor de mercado estimado al final del año seis.

Si *a*) el valor de la TREMA de la empresa estadounidense (antes de impuestos y con base en el dólar) es del 20% anual, ¿se justifica el proyecto desde el punto de vista económico?; si en lugar de ello, *b*) se estima que el dólar se devaluará en el mercado internacional en un 2% en promedio anual durante los próximos años, ¿cuál sería la tasa de rendimiento con base en el dólar? ¿Tiene justificación económica el proyecto?

#### SOLUCIÓN

*a)*

$$\begin{aligned} VP(i\%) = 0 &= -850,000,000 + 270,000,00(P/A, i\%, 6) \\ &\quad + 120,000,000(P/F, i\%, 6). \end{aligned}$$

Por ensayo y error (capítulo 4) se encuentra que  $i\% = i_{me} = TIR_{me} = 24.01\%$ . Ahora, con la ecuación (8.12) se tiene que

$$i_{eua} = TIR_{me} = \frac{0.2401 - 0.02}{1.02} = 0.2158, \text{ o } 21.58\%.$$

Como en términos del dólar de Estados Unidos, esta tasa de rendimiento es mayor que la TREMA de la empresa (20% anual), el proyecto se justifica económicamente (pero muy cerca de la tasa de rendimiento mínima que se pide a la inversión).

#### OTRA SOLUCIÓN PARA EL INCISO A)

Con la ecuación (8.11), se determina el valor de la TREMA de la compañía en términos de la moneda *A*, como sigue:

$$i_{me} = TREMA_{me} = 0.20 + 0.02 + 0.02(0.20) = 0.244, \text{ o bien, } 22.4\%.$$

Con el empleo de este valor de  $TREMA_{me}$  se calcula el  $VP(22.4\%)$  del flujo neto de efectivo del proyecto (que se estima en unidades de la moneda *A*); es decir,  $VP(22.4\%) = 32,597,000$  unidades monetarias *A*. Como este VP es mayor que 0, se confirma la justificación económica del proyecto.

Un tercer enfoque de solución (que no se expone) sería usar los tipos de cambio proyectados para cada año y convertir los montos anuales estimados de flujo neto de efectivo en la moneda *A*, a montos en dólares. Después, se calcularía el VP del flujo neto de efectivo en dólares con  $TREMA_{eua} = 20\%$ , para determinar si el proyecto es aceptable económicamente. Este método de solución se demostró en el ejemplo 8.11.

b) Con la ecuación (8.12) y el valor de la  $TIR_{me}$  (24.01%) calculado en la solución del inciso a), se tiene que

$$i_{eua} = TIR_{eua} = \frac{0.2401 - (-0.02)}{1 - 0.02} = 0.2654, \text{ o bien } 26.54\%$$

Como la tasa de rendimiento en términos de dólares estadounidenses es mayor que la  $TREMA_{eua} = 20\%$  requerida, el proyecto tiene justificación económica.

Como información adicional, observe que en la primera solución del inciso a), cuando se estima que la moneda A iba a devaluarse con respecto al dólar, la  $TIR_{eua} = 21.58\%$ , mientras que en el inciso b), cuando se estimaba que el dólar se devaluaría en relación con la moneda A, la  $TIR_{eua} = 26.54\%$ . ¿Cuál es la relación entre las diferentes devaluaciones de moneda en las dos partes del problema y estos resultados?

Respuesta: Como las utilidades anuales de la empresa estadounidense a partir de la inversión originalmente se encuentran en unidades de la moneda A, y esta última se está devaluando en relación con el dólar de Estados Unidos en el inciso a), dichas utilidades se cambiarían por cantidades anuales decrecientes de dólares, con lo que se generaría un impacto desfavorable sobre la  $TIR_{eua}$ . Sin embargo, en el inciso b), el dólar es el que se está devaluando con relación a la moneda A, y estas utilidades anuales se cambiarían por montos anuales crecientes de dólares, con lo que se occasionaría un impacto favorable sobre la  $TIR_{eua}$  del proyecto.

## 8.7 Aplicaciones en hoja de cálculo

El ejemplo siguiente ilustra el uso de hojas de cálculo para convertir dólares corrientes a dólares constantes, y viceversa.

### EJEMPLO 8.4

Sara C. Bueno desea jubilarse en el año 2022 con ahorros personales de \$500,000 (con poder adquisitivo de 1997). Suponga que la tasa de inflación esperada de la economía será del 3.75%, en promedio anual durante este periodo. Sara planea invertir en una cuenta de ahorros que da 7.5% anual, y espera que su salario se incremente en 8.0% por año, entre 1997 y 2022. Suponga que el salario de Sara en 1997 era de \$60,000 y que hizo el primer depósito al final de dicho año. ¿Qué porcentaje de su salario debería apartar Sara con fines de su retiro, para que sus planes de jubilación se hagan realidad?

Este ejemplo demuestra la flexibilidad de una hoja de cálculo, aun en casos en los que todos los cálculos se basan en un solo dato (% del salario por ahorrar) que aún no se conoce. Si se trabaja en dólares corrientes, las relaciones de flujo de efectivo son directas. La fórmula de la celda F7 en la figura 8.1 convierte a dólares corrientes el balance final deseado. El salario se paga al final del año, momento en el que cierto porcentaje se deposita en una cuenta bancaria. El cálculo del interés se basa en los depósitos acumulados y en los intereses en la cuenta al comienzo del año, pero no en los depósitos realizados al final del año. El salario se incrementa y el ciclo se repite.

	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>E</b>	<b>F</b>	<b>G</b>
1	Tasa Base	Entrada de cifra		Salario inicial en 1997			\$60.000
2	10,00%	1		Incremento anual del salario			8.00%
3	1,00%	2		Tasa de interés sobre los ahorros			7.50%
4	0,10%	4		Tasa de inflación promedio			3.75%
5	0,01%	5		Monto deseado en 2022 (R\$)			\$500.000
6							
7	Tasa de ahorro	12,45%		Monto deseado en 2022 (A\$)			\$1.255.084
8				Saldo en banco en 2022			\$1.255.913
9							
10							
11							
12			Salario	Ahorros	Saldo		
		Año	(A\$)	(A\$)	en banco		
13		1997	\$60.000	\$7.470	\$7.470		
14		1998	64.800	8.068	16.098		
15		1999	69.984	8.713	26.018		
16		2000	75.583	9.410	37.380		
17		2001	81.629	10.163	50.346		
18		2002	88.160	10.976	65.098		
19		2003	95.212	11.854	81.834		
20		2004	102.829	12.802	100.774		
21		2005	111.056	13.826	122.158		
22		2006	119.940	14.933	146.253		
23		2007	129.535	16.127	173.349		
24		2008	139.898	17.417	203.767		
25		2009	151.090	18.811	237.861		
26		2010	163.177	20.316	276.016		
27		2011	176.232	21.941	318.658		
28		2012	190.330	23.696	366.253		
29		2013	205.557	25.592	419.314		
30		2014	222.001	27.639	478.402		
31		2015	239.761	29.850	544.132		
32		2016	258.942	32.238	617.180		
33		2017	279.657	34.817	698.286		
34		2018	302.030	37.603	788.261		
35		2019	326.192	40.611	887.991		
36		2020	352.288	43.860	998.450		
37		2021	380.471	47.369	1.120.703		
38		2022	\$410.909	\$51.158	\$1.255.913		

**Figura 8.1** Hoja de cálculo para el ejemplo 8.14

En la figura 8.1 se muestra el modelo de hoja de cálculo. Para el gráfico geométrico, pueden introducirse las fórmulas que representan el aumento de salario (columna C), el porcentaje del salario (celda B7) que va hacia los ahorros (columna D), y el saldo bancario al final del año (columna E), sin que se conozca el porcentaje que se ahorra del salario.

La mayoría de hojas de cálculo tienen una herramienta llamada *solver* que determina en forma automática la estrategia de ahorro que se desea. Este ejemplo ilustra un enfoque que no es tan elegante, pero sí rápido y que funcionará para el software que carezca de la herramienta *solver*.

El enfoque consiste en revisar la tasa base de ahorros en forma sistemática y comparar el saldo bancario final (se copió a la celda F8 para verlo con facilidad en la pantalla del monitor) con el balance deseado en el año 2022. Para ahorrar trabajo, la tasa base se desglosa en potencias de 10 en celdas separadas, en el rango B2:B5. La tasa base se recombinara con la fórmula en la celda B7. Se comienza con la potencia de 10 más grande (celda B2), se encierra entre paréntesis la tasa de ahorro que hará iguales (o casi iguales) a las celdas F7 y F8. Las fórmulas en las celdas resaltadas de la figura 8.1 son las siguientes:

Celda	Contenido
B7	=A2+B2+A3+B3+A4+B4+A5+B5
F7	=F8*(1+B7)^-25
R8	=F38
C13	=F1
C16	=C15*(1+\$B\$2)
D16	=C16+\$B\$7
E16	=E15*(1+\$B\$3)+D16

Una vez que se ha formulado el problema en una hoja de cálculo, se determina el impacto que tienen diferentes tasas de interés, tasas de inflación, etcétera, sobre el plan de retiro, con cambios y esfuerzo mínimos.

## 8.8 Resumen

Los cambios de precio ocasionados por la inflación o deflación son una realidad económica y comercial que llega a afectar la comparación de alternativas. En efecto, desde 1920, la tasa de inflación histórica en Estados Unidos ha sido del 4% en promedio, aproximadamente. Gran parte de este capítulo se dedicó a estudiar la forma de incorporar los cambios de precio en los estudios de ingeniería económica antes y después de impuestos.

Para ello, se debe estar seguro de si los flujos de efectivo se estimaron en dólares corrientes o dólares constantes. La tasa de interés apropiada por usar cuando se descapitalicen o capitalicen montos de dólares corrientes es la combinada, o de mercado, mientras que la que se aplica en el análisis en dólares constantes es la tasa de interés real de la empresa.

Es frecuente que los estudios de ingeniería económica incluyan cantidades que no responden ante la inflación, tales como los montos por depreciación, cargos financieros y tarifas de arrendamiento, así como otras cantidades que se establecen por contrato. Es necesario identificar dichas cantidades y manejarlas en forma apropiada en el análisis, para evitar resultados económicos erróneos. También se usaron los conceptos básicos del capítulo para tratar con tipos de cambio extranjeros.

## 8.9 Referencias

- FREIDENFELDS, J. y M. KENNEDY. "Price Inflation and Long Term Present Worth Studies", *The Engineering Economist*, vol. 24, núm. 3, primavera de 1979, págs. 143-160.
- Industrial Engineering*, vol. 12, núm. 3, marzo de 1980. Se dedica la edición completa a "The Industrial Engineer and Inflation". Los artículos siguientes revisten interés particular:
- ESTES, C. B., W. C. TURNER y K. E. CASE. "Inflation —Its Role in Engineering Economic Analysis", págs. 18-22.
  - SULLIVAN, W. G. y J. A. BONTADELLI. "How an IE Can Account for Inflation in Decision Making", págs. 24-33.
  - WARD, T. L. "Leasing During Inflation: A Two Edged Sword", págs. 34-37.
- JONES, B. W., *Inflation in Engineering Economic Analysis* (New York: John Wiley & Sons, 1982).
- LEE, P. M. y W. G. SULLIVAN. "Considering Exchange Rate Movements in Economic Evaluation of Foreign Direct Investments", *The Engineering Economist*, vol. 40, núm. 2, invierno de 1995, págs. 171-199.
- WATSON, F. A. y F. A. HOLLAND, "Profitability Assessment of Projects Under Inflation", *Engineering and Process Economics*, vol. 2, núm. 3, 1976, págs. 207-221.

## 8.10 Problemas

Los números entre paréntesis al final de un problema se refieren a la(s) sección(es) del capítulo que se relaciona(n) más de cerca con el problema.

**8.1.** Usted tiene una tía rica que le va a dar un regalo de fin de año, que consiste en \$1,000 durante los próximos 10 años.

a) Si se espera que la inflación de precios generales sea del 6% anual en promedio durante los 10 años siguientes, ¿cuál es el valor equivalente de estos regalos en el momento presente? La tasa de interés real es del 4% anual.

b) Suponga que su tía especifica que los regalos anuales de \$1,000 van a incrementarse un 6% para mantenerse a la par de la inflación. Con una tasa real de interés del 4% anual, ¿cuál es el VP actual de los regalos? (8.2)

**8.2.** Debido a la inflación del nivel general de precios en nuestra economía, el poder adquisitivo del dólar se desploma con el paso del tiempo. Si se espera que la tasa de inflación de los precios en general sea del 4% anual en promedio para el futuro previsible, ¿cuántos años tomará para que el poder adquisitivo del dólar sea la mitad de lo que es hoy? (Es decir, ¿en qué momento del tiempo futuro se requerirán \$2 para comprar lo que hoy se adquiere con \$1?) (8.2)

**8.3.** ¿Cuál situación preferiría usted de las siguientes? (8.2)

a) Usted invierte \$2,500 en un certificado de depósito que rinde una tasa efectiva de interés del 8% anual. Usted planea dejar solo el dinero por cinco años, y se espera que la tasa de inflación de los precios generales sea del 5% en promedio anual. Los impuestos sobre la renta no afectan.

b) Usted gasta \$2,500 en una pieza de mobiliario antiguo. Usted cree que en cinco años puede venderla en \$4,000. Suponga que la tasa de inflación del nivel general de los precios es del 5% anual. De nuevo, los impuestos sobre la renta no influyen.

**8.4.** Los gastos anuales de dos alternativas se estiman sobre bases diferentes, como sigue:

Final del año	Alternativa A Gastos anuales estimados en dólares	Alternativa B Gastos anuales estimados en dólares constantes con $b = 0$
1	\$120,000	\$100,000
2	\$132,000	\$110,000
3	\$148,000	\$120,000
4	\$160,000	\$130,000

Si es de esperar que la tasa de inflación de los precios generales sea del 6% en promedio anual, y la tasa real de interés es del 9% por año, demuestre cuál alternativa tiene el valor equivalente menos negativo en el periodo base. (8.2)

- 8.5.** Una compañía desea determinar la programación más económica de reparación de equipo, alternativa a proporcionar el servicio durante los próximos nueve años de operación. La tasa de rendimiento mínima atractiva de la empresa es del 8% anual, y la tasa de inflación se estima en 7% al año. Las siguientes son las alternativas con todos los costos expresados en dólares constantes (valor constante). (8.2)

- a) Reparar por completo ahora por \$10,000.
- b) Reparación mayor por \$7,000 ahora, con lo que podría esperarse un servicio por seis años y después hacer una reparación menor que cuesta \$5,000 al final de seis años.
- c) Una reparación menor que cuesta \$5,000 ahora, así como al final del año tres y después de seis años a partir de hoy.

- 8.6.** Un recién egresado de ingeniería recibió los salarios anuales que se indican en la tabla siguiente durante los últimos cuatro años. Durante ese tiempo, el IPC se ha comportado como se señala. Determine los salarios anuales del ingeniero en dólares del año 0 ( $b = 0$ ), con el empleo del IPC como indicador de la inflación de los precios en general. (8.2)

Final del año	Salario (A\$)	IPC
1	\$34,000	7.1%
2	36,200	5.4%
3	38,800	8.9%
4	41,500	11.2%

- 8.7.** Una empresa grande de electricidad factura \$400 millones. Durante los 10 años siguientes, se espera que el consumo eléctrico se incremente un 75%, y la facturación estimada por electricidad 10 años después de hoy se ha proyectado en \$920 millones. Suponga que el consumo de electricidad y las tarifas se incrementan a tasas uniformes anuales durante los 10 años siguientes, ¿cuál es la tasa de inflación anual de los precios de la electricidad que espera la corporación? (8.2)

- 8.8.** Una egresada de la universidad ha decidido invertir el 5% de su salario del primer año en un fondo mutualista. Esto asciende a \$1,000 en el primer año. Le dijeron que sus ahorros se elevarían con los aumentos de salario esperados, por lo que planea invertir una cantidad *adicional* del 8% cada año, durante un periodo de 10 años. Así, al final

del año 1 ella invierte \$1,000; en el año dos, \$1,080; en el año tres, \$1,166.40; y así sucesivamente hasta el año 10. Si la tasa promedio de inflación se espera sea del 5% durante los 10 años que siguen y si ella espera un rendimiento *real* del 2% sobre su inversión, ¿cuál es el valor futuro del fondo mutualista al final del décimo año? (8.2)

- 8.9.** La construcción del diseño de un edificio comercial costó \$89/ft<sup>2</sup> hace ocho años (por un inmueble de 80,000 ft<sup>2</sup>). A partir de entonces, este costo de construcción ha escalado 5.4% anual. En el presente, su compañía está considerando la construcción de un edificio de 125,000 ft<sup>2</sup> con el mismo diseño. El factor de la capacidad de costo es  $X = 0.92$ . Además, se estima que el capital de trabajo corresponderá al 5% de los costos de construcción, y que la administración del proyecto, servicios de ingeniería e indirectos serán de 4.2%, 8%, y 31%, respectivamente del costo de la construcción. Asimismo, se estima que los gastos anuales en el primer año de operación serán de \$5/ft<sup>2</sup>, y se piensa que esto se incrementará un 5.66% anual a partir de entonces. Se cree que la tasa de inflación futura de los precios en general será de 7.69% por año, y la TREMA con base en el mercado es TREMA<sub>c</sub> = 12% por año. (capítulo 7 y 8.2)

- a) ¿Cuál es la inversión estimada de capital para el edificio de 125,000 ft<sup>2</sup>?
- b) Con base en un análisis antes de impuestos, ¿cuál es el VP por los primeros 10 años de posesión del edificio?
- c) ¿Cuál es el VA para los primeros 10 años de posesión, en dólares constantes (R\$)?

- 8.10.** El presupuesto de operación estimado de un despacho de ingeniería para el año fiscal 2004 es de \$1,780,000. Los gastos presupuestales reales del despacho durante los dos años fiscales previos, así como los estimados para los dos años siguientes, se muestran en la página siguiente. Se trata de cantidades en dólares corrientes. Sin embargo, la administración también desea montos anuales del presupuesto para esos años, utilizando una perspectiva de dólares corrientes. Para ello, se va a usar el año fiscal 2004 ( $b = 2004$ ). La tasa estimada de inflación del nivel general de precios es del 5.6%. ¿Cuáles son los montos anuales en dólares constantes (reales) del presupuesto? (8.2)

Año fiscal	Monto presupuestal (A\$)
2002	\$1,615,000
2003	1,728,000
2004	1,780,000
2005	1,858,300
2006	1,912,200

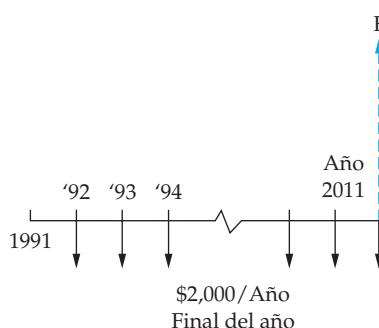
**8.11.** Un individuo desea tener una cantidad planeada con anticipación en una cuenta de ahorros para su jubilación dentro de 20 años. Esta cantidad va a ser equivalente a \$30,000 en poder adquisitivo de hoy. Si la tasa de inflación esperada es del 7% anual en promedio, y la cuenta de ahorros rinde el 5% de interés, ¿cuál es la suma en una sola exhibición que debe depositarse hoy en la cuenta de ahorros? (8.2)

**8.12.** La AZROC Corporation necesita adquirir un sistema de cómputo para una de sus oficinas regionales de ingeniería. El precio de compra del sistema se estableció en \$50,000, y reducirá los gastos anuales en \$18,000 por año en dólares constantes. Históricamente, estos gastos anuales han escalado a una tasa promedio del 8% anual, y se espera que esto continúe así en el futuro. Los servicios de mantenimiento se contratarán, y su costo anual (en dólares corrientes) es constante de \$3,000. Asimismo, suponga que  $f = 8\%$  anual.

¿Cuál es la vida mínima (dé un valor entero) del sistema de manera que se justifique económicamente? Suponga que el valor de mercado de la computadora es de cero en todo momento. La TREMA de la empresa es del 25% anual (lo que incluye un ajuste por la inflación prevista de la economía). Demuestre todos sus cálculos. (8.2)

**8.13.** Un inversionista da en préstamo \$10,000 hoy, para que se lo paguen en una sola exhibición al final de 10 años con un interés del 10% ( $= i_c$ ) compuesto anual. ¿Cuál es la tasa de rendimiento real, si se supone que la tasa de inflación de los precios en general es del 8% anual? (8.2)

**8.14.** Un inversionista abrió en 1991 una cuenta de ahorros individual que comprende una serie de 20 depósitos, como se aprecia en la figura adjunta.



Se espera que la cuenta se capitalice a una tasa de interés promedio del 12% anual hasta el año 2011. Es de esperar que durante este tiempo la tasa de inflación de precios en general sea del 6% en promedio. (8.2)

**a)** ¿Cuál es el VP de la cuenta de ahorros al final del año 2011?

**b)** ¿Cuál es el VF de la cuenta de ahorros en poder adquisitivo de 1991 (periodo base)?

**8.15.** Considere un proyecto que requiere una inversión de \$20,000 y del cual se espera tenga un rendimiento, en dólares corrientes, de \$6,000 al final del primer año, \$8,000 al final del segundo, y \$12,000 al final del tercero. La tasa de inflación del nivel general de precios es del 5% anual, y la tasa real de interés es del 10% por año. Compare el VP de este proyecto con un análisis antes de impuestos en dólares corrientes y en dólares constantes (suponga que  $b = 0$ ). (8.2)

**8.16.** En tabla siguiente se listan los cambios anuales de precios estimados, en porcentajes, para dos productos durante los próximos siete años. Usted desea simplificar el modelado de los efectos que estos cambios de precios tienen en ciertos análisis de costo por hacer. ¿Cuál es la tasa de interés única para cada producto que debería usarse en el modelo simplificado para este periodo de siete años? (8.2)

Año	Cambio de precios (%)	
	Producto A	Producto B
1	4.6	8.3
2	4.8	7.5
3	6.1	9.0
4	6.9	8.0
5	5.8	7.0
6	7.2	9.0
7	6.6	9.5

**8.17.** Su empresa *debe* obtener cierto equipo de producción nuevo para los próximos seis años y considera arrendarlo. Se le ha pedido que realice un estudio después de impuestos en dólares corrientes del enfoque de arrendamiento. La información pertinente para el estudio es la siguiente:

**Costos de arrendamiento:** primer año, \$80,000; segundo año, \$60,000; años tres a seis, \$50,000 anuales. Suponga que un arrendador ofrece un contrato por seis años que fija estos costos por un periodo de seis años.

**Otros costos (no cubiertos por el contrato):** \$4,000 dólares en el año 0, los que se estima crezcan un 10% cada año.

**Tasa efectiva de impuesto sobre la renta:** 40% (8.5)

- a)** Desarrolle el FEDI en dólares constantes para la alternativa de arrendamiento.
- b)** Si la TREMA ( $i_c$ ) después de impuestos es del 5% anual y la tasa de inflación anual ( $f$ ) es del 9.524% por año, ¿cuál es el costo anual equivalente en dólares corrientes para la alternativa de arrendamiento?
- 8.18.** La inversión de capital para una máquina nueva de pavimentación es de \$838,000. El gasto anual estimado, en dólares del año cero, es de \$92,600. Se piensa que este gasto va a incrementarse al 6.3% anual. Suponga que  $f = 4.5\%$ ,  $N = 7$  años, el VM al final del año siete es del 15% de la inversión de capital, y la TREMA (en términos constantes) es del 10.05% por año. ¿Cuál es el ingreso uniforme anual (antes de impuestos) en dólares corrientes que necesitaría la máquina para generar el equilibrio? (8.3)
- 8.19.** Se espera que una unidad de calefacción por combustión de gas tenga una demanda anual de energía térmica de 500 millones de Btu, y que tenga una eficiencia del 80%. Suponga que cada 1,000 pies cúbicos de gas natural, si se queman con el 100% de eficiencia, pueden liberar un millón de Btu. Además, suponga que el gas natural se vende hoy en \$2.50 por 1,000 pies cúbicos. ¿Cuál es el VP del costo del combustible para esta unidad de calefacción durante un periodo de 10 años, si es de esperar que los precios del gas natural escalen a una tasa promedio del 10% por año? La TREMA de la firma ( $= i_c$ ) es del 18% anual. (8.3)
- 8.20.** Su empresa usa el mismo gran motor impulsado por electricidad en sus plantas de generación de energía en varias localidades. Se encuentra disponible un motor nuevo, mucho más eficiente. El precio de mercado del modelo nuevo es de \$71,000. Suponga lo siguiente:
- El periodo de análisis es de 10 años.
  - La tasa de inflación general es de 3.2%
  - La tasa de escalamiento total sobre los ahorros anuales en los gastos de operación es del 5.7% por año. Suponga que cualquier ahorro en el año uno escalaría con esta tasa, de ahí en adelante.
  - La TREMA antes de impuestos es del 12% anual (no incluye el componente por inflación).
  - El periodo base es el año cero ( $b = 0$ ).
- Si se ignora cualquier valor de mercado y de impuestos sobre la renta, ¿cuáles necesitarían ser los *ahorros anuales en el año 1* por motor para que hubiera equilibrio, si se comprara al precio de mercado de \$71,000? (Use un análisis en dólares corrientes.) (8.38)
- 8.21.** Comprar e instalar una bomba de calor pequeña, que incluye el sistema de ductos, cuesta \$2,500.
- Tiene una vida útil de 15 años e incurre en gastos anuales de mantenimiento de \$100 por año en dólares constantes (año cero) durante su vida útil. Se requiere un reemplazo para un compresor al final del octavo año con un costo de \$500 en dólares constantes. El costo anual de la electricidad para la bomba de calor es de \$680 con base en los precios actuales. Se proyecta que los precios de la electricidad escalen a una tasa anual del 10%. Todos los demás costos se espera que escalen al 6%, que es la tasa de inflación esperada de los precios en general. La TREMA de la empresa, que incluye una tolerancia para la inflación de precios generales, es del 15% al año. No existe valor de mercado para la bomba de calor al final de los 15 años. (8.3)
- a)** ¿Cuál es el VA, expresado en dólares corrientes, de poseer y operar la bomba de calor?
- b)** ¿Cuál es el VA en dólares constantes de poseer y operar la bomba de calor?
- 8.22.** Una compañía tiene dos máquinas diferentes que puede adquirir para ejecutar cierta tarea. Ambas máquinas harán el mismo trabajo. La máquina A cuesta \$150,000 inicialmente, mientras la máquina B (el modelo de lujo) cuesta \$200,000. Se ha estimado que los costos para la máquina A serían de \$1,000, y para la B, de \$500 en el primer año. La administración cree que estos costos se incrementarán con la inflación, que se piensa será del 10% anual en promedio. La compañía usa un periodo de estudio de 10 años, y su tasa efectiva de impuesto sobre la renta es del 50%. Ambas máquinas califican como una propiedad de cinco años en el SMRAC (SGD). ¿Cuál máquina debería comprar la compañía? (8.5)
- 8.23.** Una compañía de instalaciones eléctricas en la región noreste de Estados Unidos está tratando de decidir si cambia de petróleo a carbón en una de sus estaciones generadoras. Después de mucho trabajo de investigación, el problema se ha reducido a estas negociaciones económicas:
- |                                                         | Petróleo           | Carbón             |
|---------------------------------------------------------|--------------------|--------------------|
| Costo de adaptar las calderas para combustión de carbón | —                  | ?                  |
| Gasto anual de combustible (dólares del año 0)          | $\$25 \times 10^6$ | $\$17 \times 10^6$ |
| Tasa de escalamiento ( $e_j$ )                          | 10%/año            | 6%/año             |
| Vida de la planta                                       | 25 años            | 25 años            |

Determine el costo de adaptar las calderas (para quemar carbón) que podría justificarse en es-

ta estación de generación. La TREMA real para la instalación es del 3% por año, y la tasa de inflación de precios en general en la economía es del 6% anual durante los siguientes 25 años. (8.2, 8.3)

- a)** Resuelva usando un análisis en dólares corrientes.
- b)** Dé la solución con un análisis en dólares constantes.

**8.24.** Suponga que se modifica el problema 5.2 de manera que los ingresos estimados menos los gastos para los tres diseños son los siguientes:

Diseño	Ingresos anuales menos gastos
1	\$5,500 en el año 1, con un incremento de \$300 por año de ahí en adelante.
2	\$3,300 en los años 1 y 2, con un aumento a la tasa del 10% por año, de entonces en adelante.
3	\$4,800 en los años 1 a 4, y un incremento del 7% anual de ahí en adelante.

Vuelva a resolver el problema 5.2 usando el método de VP para determinar cuál es el diseño preferible. (5.4, 8.3)

**8.25.** Debido a regulaciones estrictas, debe instalarse un sistema mejorado de filtración de aire en una planta que produce un compuesto químico muy corrosivo. La inversión de capital en el sistema es de \$260,000 en dólares del presente. El sistema tiene una vida útil de 10 años y se encuentra en la clase de propiedad SMRAC (SGD) de cinco años. Se espera que el VM del sistema al final de su vida de 10 años sea de \$50,000 en dólares del presente. Los gastos anuales, estimados en dólares del presente se estiman en \$6,000 por año, y no incluyen un impuesto anual sobre la propiedad del 4% del costo de la inversión (*no se infla*). Suponga que la *planta* tiene una vida remanente de 20 años, y que los costos de reemplazo, gastos anuales y VM escalan al 6% anual.

Si la tasa efectiva de impuesto sobre la renta es del 40%, construya una tabla para determinar el FEDI para el sistema durante un periodo de 20 años. La tasa de rendimiento de mercado después de impuestos que se desea sobre la inversión de capital es del 12% anual. ¿Cuál es el VP de los costos de este sistema después de tomar en cuenta los impuestos sobre la renta? Desarrolle el FEDI después de impuestos. (Suponga que la tasa de inflación de los precios en general es del 4.5% durante el periodo de 20 años). (capítulo 6 y sec. 8.4 y 8.5)

**8.26.** Cierto motor para torno puede comprarse en \$150,000 y depreciarse con el método LR durante tres años hasta un valor de rescate de cero. Esta

máquina producirá partes metálicas que generarán ingresos de \$80,000 (dólares del tiempo cero) por año. Es política de la compañía que los ingresos anuales se escalen cada año para estar a la par de la tasa de inflación de los precios generales, que se espera sea del 5% anual en promedio  $f = 0.05$ . El total de mano de obra, materiales e instalaciones es de \$20,000 (dólares del tiempo cero) por año, y se espera que todo eso se incremente al 9% anual. La tasa efectiva de impuesto sobre la renta de la compañía es del 50%, y su TREMA ( $i_c$ ) después de impuestos es del 26% anual.

Lleve a cabo un análisis en dólares corrientes (A\$) y determine los FEDI anuales de la oportunidad de inversión descrita. Utilice una vida de tres años y redondee al dólar más cercano. ¿Qué tasa de interés se usaría para fines de descuento? (8.5)

**8.27.** Su compañía manufactura tarjetas de circuitos y otras partes electrónicas para varios productos comerciales. Ciertos cambios en el diseño de una parte de la línea de producción, que se espera incrementen las ventas, requieren que se modifique la operación de manufactura. La base de costo requerida del equipo nuevo es de \$220,000 (SMRAC con propiedad de clase de cinco años). Los ingresos anuales incrementados, en dólares del año cero, se estiman en \$360,000. Los gastos anuales incrementados, en dólares del año cero, se estiman en \$239,000. El valor estimado de mercado del equipo en dólares corrientes al final del periodo de análisis de seis años es de \$40,000. Se cree que la tasa de inflación de precios generales será del 4.9% anual; la tasa de escalamiento total sobre los ingresos anuales es del 2.5%, y para los gastos anuales es del 5.6%; la TREMA después de impuestos (en términos de mercado) es del 10% anual; y  $t = 39\%$ . (capítulo 6 y sec. 8.4, 8.5)

- a)** Con base en un análisis después de impuestos, en dólares corrientes, ¿cuál es la cantidad máxima que pagaría su compañía sobre el proyecto total (es decir, cambiando las operaciones de manufactura)? Use el método de análisis del VP.
- b)** Desarrolle (muestre) su FEDI en dólares constantes.

**8.28.** Se le ha asignado el trabajo de analizar si su empresa debe comprar o rentar cierto equipo de transporte. El periodo de análisis es de seis años, y el año base es el cero ( $b = 0$ ). En la tabla P8.28 se da más información pertinente. Asimismo,

- a)** Los términos del contrato para el arrendamiento especifican un costo de \$300,000 en el primer año y de \$200,000 anuales en los años dos a seis [el contrato, (es decir, estas tasas) no cubre los conceptos de gastos anuales].

**Tabla P8.28** Tabla para el problema P8.28

Concepto de flujo de efectivo	Estimación de dólares del año 0		Mejor estimación del cambio de precio (% por año, $e_j$ )
	Compra	Arrendamiento	
Inversión de capital	\$600,000	—	—
VM al final de seis años	90,000	—	2%
Gastos anuales de operación, seguros y otros	26,000	\$26,000	6
Gastos anuales de mantenimiento	32,000	32,000	9

- b)** La TREMA después de impuestos (que *no* incluye la inflación) es del 13.208% al año.  
**c)** La tasa de inflación general ( $f$ ) es del 6%.  
**d)** La tasa efectiva de impuesto sobre la renta ( $t$ ) es del 34%.  
**e)** Suponga que el equipo se encuentra en la clase de propiedad SMRAC (SGD) de cinco años. ¿Cuál alternativa es preferible (use un análisis en dólares corrientes después de impuestos y el criterio del VF)? (capítulo 6 y sec. 8.4, 8.5)
- 8.29.** Una corporación internacional que se localiza en el país  $A$  está considerando un proyecto en Estados Unidos. La moneda del país  $A$ , digamos  $X$ , se ha venido fortaleciendo con respecto al dólar; en específico, la devaluación promedio del dólar estadounidense ha sido del 2.6% al año (se piensa que esto continuará). Suponga que el tipo de cambio actual es de 6.4 unidades de  $X$  por dólar. *a)* ¿Cuál es el tipo estimado de cambio dentro de dos años, y *b)* si en lugar de lo anterior, la moneda  $X$  se estuviera devaluando a la misma tasa (2.6% por año) en relación con el dólar, ¿cuál sería el tipo de cambio dentro de tres años?

**8.30.** Una compañía requiere una tasa interna de rendimiento del 26% (antes de impuestos) en dólares de Estados Unidos sobre proyectos de inversión en países extranjeros. (8.6)

- a)** Si se prevé que la moneda del país  $A$  tenga una devaluación anual del 8% en relación con el dólar, ¿qué tasa de rendimiento (en términos de la moneda ahí) se requeriría para un proyecto?  
**b)** Si se proyecta que el dólar se devalúe un 6% anualmente en relación con la moneda del país  $B$ , ¿qué tasa de rendimiento (en términos de la moneda de ahí) se requeriría para el proyecto?

**8.31.** Una compañía estadounidense está considerando un proyecto de alta tecnología en un país

extranjero. Los resultados económicos estimados para el proyecto (después de impuestos) en la moneda extranjera (T-marcos) se incluyen en la tabla siguiente para el periodo de análisis de siete años que se está usando. La compañía requiere una tasa de rendimiento del 18% en dólares estadounidense (después de impuestos) sobre cualquier inversión en este país del extranjero. (8.6)

Final del año	Flujo de efectivo (T-marcos después de impuestos)
0	-3,600,000
1	450,000
2	1,500,000
3	1,500,000
4	1,500,000
5	1,500,000
6	1,500,000
7	1,500,000

**a)** ¿Debería aprobarse el proyecto sobre la base de un análisis de VP en dólares, si se estima que la devaluación del T-marco en relación con el dólar sea del 12% en promedio anual, y el tipo de cambio actual es de 20 T-marcos por dólar?

- b)** ¿Cuál es la TIR del proyecto en T-marcos?  
**c)** Con base en la respuesta del inciso *b*), ¿cuál es la TIR en dólares de Estados Unidos?

**8.32.** Una compañía fabricante de automóviles en el país  $X$  está considerando la construcción y operación de una planta grande en la costa oriental de Estados Unidos. Su TREMA es del 20% anual sobre una base antes de impuestos. (Ésta es una tasa de mercado relativa a su moneda en el país  $X$ ). El pe-

riodo de estudio que usa la empresa para este tipo de inversiones es de 10 años. Se proporciona la información adicional que sigue:

- La moneda circulante en el país X es la Z-corona.
- Se estima que el dólar de Estados Unidos se debilita en relación con la Z-corona durante los próximos 10 años. Específicamente, se estima que el dólar se devaluará a una tasa promedio del 2.2% por año.
- La tasa actual de intercambio es de 92 Z-coronas por dólar.
- El flujo neto de efectivo estimado antes de impuestos es como sigue:

FDA	Flujo neto de efectivo (dólares de EUA)
0	-\$168,000,000
1	-32,000,000
2	69,000,000
:	:
10	69,000,000

Con base en un análisis antes de impuestos, ¿satisfará este proyecto el criterio de decisión económico de la compañía? (8.6)

**8.33.** El software XYZ de prototipos rápidos (PR) cuesta \$20,000, dura un año y luego se encarecerá (es decir, fenece dentro de un año). El costo de las actualizaciones aumentará un 10% anual al comienzo del año dos. ¿Cuánto puede gastarse hoy en un acuerdo de actualización del software PR que dura tres años y debe depreciarse con el método LR hasta cero en tres años? La TREMA es del 20% anual ( $i_c$ ), y la tasa efectiva de impuesto sobre la renta ( $t_f$ ) es del 34%. (8.5)

**8.34. Rompecabezas** Este caso de estudio es una justificación de un sistema de cómputo para una empresa imaginaria, la ABC Manufacturing Company. Se conocen los datos siguientes:

- El costo inicial del hardware y software es de \$80,000.
- Se han establecido costos contingentes de \$15,000 (en los que no necesariamente se va a incurrir).
- Un contrato de servicios al hardware cuesta \$500 por mes.
- La tasa efectiva de impuesto sobre la renta es del 38%.
- La dirección de la empresa estableció una tasa bruta por superar de 15% ( $= i_c$ ) por año (TREMA).

Además, se hacen las suposiciones y proyecciones siguientes:

- Buscando apoyar al sistema sobre una base operativa, se requerirá un programador/analista. El salario inicial (primer año) es de \$28,000, y los incentivos constituyen el 30% del salario base. Se espera que los salarios aumenten un 6% cada año subsiguiente.
- Se espera que el sistema produzca ahorros en el equipo de tres personas (que se reduciría en forma normal) con un salario promedio de \$16,200 por año por persona (salario base más incentivos) en dólares del año 0 (año base). Se anticipa que una persona se retirará durante el segundo año, otra en el tercero y una tercera en el cuarto año.
- Es de esperarse una reducción del 3% en el precio de compra; en el primer año las compras son de \$1,000,000 en dólares del año 0, y se espera que crezcan a una tasa compuesta del 10% anual.
- Se espera que la vida del proyecto sea de seis años, y la inversión de capital en la computadora se depreciará por completo durante dicho periodo [SMRAC (SGD) con clase de propiedad de cinco años].

Con base en la información anterior, realice un análisis de FEDI en dólares corrientes. ¿Es aceptable esta inversión, con base exclusivamente en los factores económicos? (8.2, 8.5)

# Análisis del reemplazo

Las decisiones acerca de un reemplazo tienen importancia crucial para las organizaciones en funcionamiento. Los objetivos de este capítulo son: 1. estudiar las consideraciones que implican los estudios de reemplazo, y 2. plantear la pregunta clave de si debe conservarse un activo durante uno o más años o sustituirlo de inmediato con el retador de mejor disponibilidad.

---

## En este capítulo se estudian los siguientes temas:

- Razones para reemplazar activos
- Factores que deben considerarse en los estudios de reemplazo
- Problemas típicos de reemplazo
- Determinación de la vida económica de un retador
- Determinación de la vida económica del defensor
- Comparaciones en las que la vida útil del defensor difiere de la del retador
- Retiro sin reemplazo (abandono)
- Estudios de reemplazo después de impuestos
- Ejemplo exhaustivo (incluye aumento)

### 9.1 Introducción

Una situación que a menudo enfrentan tanto las empresas de negocios, las organizaciones gubernamentales y los individuos es decidir si un activo debe dejar de usarse, continuar en servicio, o reemplazarse por un activo nuevo. Este tipo de decisión es cada vez más frecuente a medida que continúa el aumento de las presiones de la competencia de todo el mundo, se requieren bienes y servicios de mayor calidad, tiempos de respuesta más cortos, y otros cambios parecidos. De este modo, el *problema del reemplazo*, como se denomina

en forma común, requiere estudios cuidadosos de ingeniería económica para obtener la información necesaria que permita tomar decisiones apropiadas, con la finalidad de mejorar la eficiencia de operación y la posición competitiva de la empresa.

Los estudios de ingeniería económica de las disyuntivas de reemplazo se llevan a cabo usando los mismos métodos básicos de otros análisis económicos que implican dos o más alternativas. Sin embargo, la situación en que debe tomarse una decisión adopta formas diferentes. A veces, se busca retirar un activo sin sustituirlo (*abandono*), o bien, conservarlo como respaldo en lugar de darle el uso primordial. En otras ocasiones hay que decidir si los requerimientos nuevos de la producción pueden alcanzarse con el *aumento* de la capacidad o eficiencia del activo(s) existente(s). No obstante, es frecuente que la decisión esté en reemplazar o no un activo (antiguo) con el que ya se cuenta, al que se denomina *defensor*, por otro nuevo. Los activos (nuevos) que constituyen una o más alternativas de reemplazo se llaman *retadores*.

## 9.2 Razones del análisis de reemplazo

La necesidad de evaluar el reemplazo, retiro o aumento de los activos surge de varios cambios en la economía de su uso en el ambiente de operación. Hay varias razones tras estos cambios, los cuales por desgracia a veces van acompañados de acontecimientos financieros desagradables. A continuación se describen cuatro razones de peso que resumen la mayor parte de los factores que intervienen:

1. *Inadecuación física (desgaste)*. El término se refiere a cambios que suceden en la condición física del activo. Es normal que por el uso continuo (envejecimiento) se dé una operación menos eficiente del activo. Se incrementan los costos del mantenimiento rutinario y las descomposturas, aumenta el uso de la energía, tal vez sea necesario más tiempo de operación, entre otros hechos. O bien, ocurre algo inesperado, como un accidente, que afecta la condición física y la economía de la posesión y uso del activo.
2. *Modificación de los requerimientos*. Los activos modificados se usan para producir bienes y servicios que satisfacen las necesidades humanas. Cuando la demanda de éstos aumenta o disminuye, o cambia su diseño, quizás se modifique la economía de los activos implicados.
3. *Tecnología*. El impacto de los cambios tecnológicos varía para diferentes tipos de activos. Por ejemplo, a la eficiencia relativa del equipo pesado para construir carreteras la afectan menos los cambios tecnológicos que al equipo de manufactura automatizado. En general, los costos por unidad de producción, así como la calidad y otros factores, se ven influídos en forma favorable por los cambios tecnológicos, que dan origen a que los activos que ya existen se sustituyan con más frecuencia por retadores nuevos y mejores.
4. *Financiamiento*. Los factores financieros implican cambios económicos de oportunidad externos a la operación física o uso de los activos, y llegan a implicar consideraciones impositivas.\* Por ejemplo, la renta (arrendamiento) de activos podría verse más atractiva que su posesión.

\* En este capítulo, será frecuente hacer referencia al capítulo 6 en cuanto a los detalles de los métodos de depreciación y el análisis después de impuestos.

En ocasiones se hace referencia a las razones 2 (modificación de los requerimientos) y 3 (tecnología), como categorías distintas de *obsolescencia*. Incluso los cambios financieros (razón 4) podrían considerarse una forma de obsolescencia. Sin embargo, en cualquier problema de reemplazo pueden estar implícitos factores procedentes de más de una de las cuatro áreas principales que se describieron. Sin que importen las consideraciones específicas, e incluso aunque existe una tendencia a mirarlos con cierta aprensión, el reemplazo de activos representa con frecuencia una oportunidad económica para la empresa.

Para los propósitos de nuestro análisis de los estudios del reemplazo, a continuación se hará una distinción entre varios tipos de vidas de activos típicos.

*Vida económica* es el lapso de tiempo (años) que da origen al costo anual uniforme equivalente (CAUE) mínimo de la posesión y operación de un activo.\* Si se supone que la administración de un activo es buena, la vida económica debería coincidir con el periodo que va de la fecha de su adquisición a aquella en que se abandona, deja de usarse, o reemplaza en el servicio principal que tenía.

*Vida de la posesión* es el periodo entre la fecha de adquisición y la fecha en que un propietario específico la da de baja. Un activo dado implica categorías diferentes de uso por parte de su poseedor durante dicho periodo. Por ejemplo, un carro sirve durante varios años como el medio de transporte principal de una familia, y después se utiliza para viajes dentro de la localidad por otros años.

*Vida física* es el tiempo que pasa entre la adquisición original y la baja final de un activo, a lo largo de la sucesión de propietarios. Por ejemplo, el carro que se acaba de mencionar pudo haber tenido varios dueños mientras existió.

*Vida útil* es el lapso de tiempo (años) que un activo se mantiene en servicio productivo (principal o de respaldo). Es una estimación del tiempo que se espera que un activo se use en un comercio o negocio para generar ingreso.

### 9.3 Factores que deben considerarse en los estudios de reemplazo

Son varios los factores que deben tomarse en cuenta en los estudios de reemplazo. Una vez que se ha establecido la perspectiva apropiada para ellos, no debería haber gran dificultad para llevarlos a cabo. En esta sección se estudian seis factores y los conceptos que se relacionan con ellos:

1. Reconocimiento y aceptación de los errores del pasado
2. Costos sumergidos
3. Valor del activo existente y el *punto de vista externo*
4. Vida económica del activo que se propone para el reemplazo (retador)
5. Vida (económica) restante del activo antiguo (defensor)
6. Consideraciones de impuesto sobre la renta

---

\* Al patrón del VA del flujo de efectivo de un costo principal, a veces se le llama costo anual uniforme equivalente (CAUE). Como es común que este término se aplique en la definición de la vida económica de un activo, en este capítulo se usará con frecuencia.

### 9.3.1 Errores de estimaciones pasadas

El centro de atención económica en un estudio de reemplazo es el futuro. Cualesquiera errores de estimación que se hayan cometido en un estudio anterior relacionado con el defensor no son relevantes (a menos que esté implicado algún impuesto sobre la renta). Por ejemplo, si el valor en libros (VL) de un activo es mayor que su valor de mercado (VM) actual, es frecuente que a la diferencia se le considere como un error de estimación. Tales "errores" también se originan porque la capacidad es inadecuada, los gastos de mantenimiento son más altos que lo previsto, etcétera.

Esta asociación es desafortunada porque en la mayoría de los casos dichas diferencias no son el resultado de errores, sino de la incapacidad de prever condiciones futuras en el momento en que se hicieron las estimaciones originales. La aceptación de las realidades económicas desfavorables resulta más fácil si se plantea una pregunta hipotética: "¿Cuáles serán los costos de mi competidor, quien no cometió errores en el pasado?" En otras palabras, se debe decidir si se desea vivir en el *pasado*, con sus errores y discrepancias, o estar en una posición competitiva buena en el *futuro*. Una reacción común es "no puedo enfrentar la pérdida de valor del activo existente en que incurriré si se efectúa el reemplazo". El hecho es que la pérdida ya sucedió, se enfrente o no, y seguirá existiendo se haga o no la sustitución.

### 9.3.2 La trampa del costo sumergido

En los estudios de reemplazo sólo deben considerarse los flujos de efectivo del presente y el futuro. Cualesquiera valores no amortizados (esto es, valores no asignados a una inversión de capital) de un activo existente cuyo reemplazo se considere, estrictamente son el resultado de decisiones del *pasado*, es decir, de la decisión inicial de invertir en ese activo y de las decisiones tales como el método y el número de años que se usaron para fines de la depreciación. Para los propósitos de este capítulo, un *costo sumergido* se define como la diferencia entre el VL de un activo y su VM en un momento particular del tiempo. Los costos sumergidos no tienen relevancia para las decisiones de reemplazo que deben tomarse (*excepto en el grado en que afecten a los impuestos sobre la renta*). Cuando están implicadas consideraciones de impuesto sobre la renta, se debe incluir en el estudio de ingeniería económica el costo sumergido. Es claro que en la práctica pueden cometerse errores serios si en los estudios de reemplazo se manejan en forma incorrecta los costos sumergidos.

### 9.3.3 Valor de la inversión de activos existentes y el punto de vista externo

El reconocimiento de la irrelevancia del VL y de los costos sumergidos conducen a la adopción del punto de vista acertado por usar al asignar valor a los activos existentes para los fines de los estudios de reemplazo. En este capítulo, se usa el llamado "*punto de vista externo*" para obtener una aproximación del monto de inversión de un activo existente (el defensor). En particular, el punto de vista externo\* es la perspectiva que tendría un tercero imparcial para establecer el VM justo de un activo usado (de segunda mano). Este punto de vista fuerza al analista a centrarse en los flujos de efectivo presentes y futuros en el estudio de reemplazo, con lo que se evita la tentación de quedarse con los costos del pasado (sumergidos).

---

\* Al punto de vista externo también se le conoce como el enfoque del costo de oportunidad para determinar el valor del defensor.

El VM *presente realizable* es el monto correcto de la inversión de capital que debe asignarse en los estudios de reemplazo a un activo existente.\* Una buena razón por la que esto se cumple es el uso del *costo de oportunidad* o *principio de la oportunidad perdida*. Es decir, si se decide conservar el activo existente, se renuncia a la oportunidad de ganar su VM neto que puede obtenerse en ese momento. Por lo tanto, esto representa el *costo de oportunidad* de conservar al defensor.

A este razonamiento se agrega otro: si se necesita hacer cualquier gasto de inversión nueva (tal como una reparación mayor) para actualizar al activo existente, con la finalidad de que pueda estar en un nivel competitivo ante el retador, el monto adicional debe agregarse al VM presente realizable para determinar la inversión total en el activo que ya existe para fines del estudio de reemplazo.

Cuando se usa el punto de vista externo, la inversión total por hacer en el defensor es el costo de oportunidad de no vender el activo existente en su VM *más* el costo de actualizarlo hasta un nivel competitivo contra el mejor retador disponible (se van a considerar todos los retadores factibles).

Es claro que el VM del defensor no debe tomarse sólo como una reducción en la inversión de capital del retador, porque así se daría una ventaja injusta a éste debido a la consideración doble del precio de venta del defensor.

### EJEMPLO 9.1

El precio de compra de cierto automóvil nuevo (retador) que se piensa utilizar en su empresa es de \$21,000. El automóvil actual de la compañía (defensor) puede venderse en el mercado abierto en \$10,000. El defensor se compró con efectivo hace tres años, y su valor actual en libros es de \$12,000. Para que el defensor fuera comparable con el retador en cuanto a continuar en servicio, la firma necesitaría hacerle algunas reparaciones que tienen un costo estimado de \$1,500.

Con base en la información anterior, cuáles son *a)* ¿la inversión total de capital según el punto de vista externo?, y *b)* ¿el valor sin amortizar del defensor?

### SOLUCIÓN

- La inversión total de capital en el defensor (si se conservara) es su valor de mercado actual (un costo de oportunidad) más el costo de modernizarlo para hacerlo comparable con el retador en cuanto a capacidad de prestar servicio. Además, la inversión total de capital en el defensor es de  $\$10,000 + \$1,500 = \$11,500$  (desde el punto de vista de alguien externo). Esto representa un buen punto de inicio de la estimación del costo que tiene que conservar al defensor.
- El valor no amortizado del defensor es la pérdida en libros (si la hubiera) que se asocia con darlo de baja. Dado que el defensor se vendería en \$10,000, el valor sin amortizar

---

\* En estudios de reemplazo después de impuestos, el VM se modifica por los efectos del impuesto sobre la renta relacionados con las ganancias (o pérdidas) potenciales que se pierden si se mantiene en servicio al defensor.

(pérdida) es  $\$12,000 - \$10,000 = \$2,000$ . Ésta es la diferencia entre el valor de mercado y el valor en libros, ambos en la actualidad, del defensor. Como se estudió en la sección 9.3.2, esta cantidad representa un costo sumergido y no es relevante para fines de la decisión acerca del reemplazo, excepto si tuviera un impacto en los impuestos sobre la renta (lo que se analizará en la sección 9.9).

### 9.3.4 Vida económica del retador

La vida económica de un activo minimiza el CAUE de poseerlo y operarlo, y con frecuencia es menor que la vida útil o física. Es esencial conocer la vida económica de un retador en vista del principio de que los activos existentes y nuevos deben compararse en relación con las vidas económicas (óptimas) de ambos. Los datos económicos relativos a los retadores se actualizan en forma periódica (con frecuencia, cada año) y entonces se repiten los estudios de reemplazo para garantizar una evaluación continua de las oportunidades de mejora.

### 9.3.5 Vida económica del defensor

Como se verá en una parte posterior de este capítulo, es frecuente que la vida económica del defensor sea de un año. En consecuencia, debe tenerse cuidado cuando se compara un activo defensor con otro retador, en relación con las *vidas diferentes* que intervienen en el análisis. Se verá que el defensor debe conservarse más tiempo que su vida económica aparente en tanto su *costo marginal* sea menor que el CAUE mínimo del retador a lo largo de su vida económica. ¿Qué *suposiciones* están implícitas cuando se comparan dos activos que tienen vidas económicas distintas en apariencia, si se sabe que el defensor es un activo sin repetición? Conceptos como éste se estudiarán en la sección 9.7.

### 9.3.6 La importancia de las consecuencias de los impuestos sobre el ingreso

Es frecuente que el reemplazo de los activos origine ganancias o pérdidas a partir de la venta de *propiedades sujetas a depreciación*, como se estudió en el capítulo 6. En consecuencia, para realizar un análisis económico apropiado de tales casos, los estudios deben realizarse sobre una *base después de impuestos*. Es evidente que la existencia de una pérdida o ganancia gravable, en relación con un reemplazo, tiene un efecto considerable en los resultados de un estudio de ingeniería económica. Una ganancia potencial debida a la baja de activos llega a reducirse tanto como un 40% o un 50%, en función de la tasa efectiva de impuesto sobre la renta que se aplique en un estudio en particular. Por lo tanto, la decisión acerca de dar de baja o conservar un activo existente se ve influida por las consideraciones de impuestos sobre la renta.

## 9.4 Problemas típicos de reemplazo

Las situaciones típicas que siguen, acerca de reemplazos, ilustran varios factores que deben considerarse en los estudios al respecto. Estos análisis utilizan el punto de vista externo para determinar si se invierte o no en los defensores.

### EJEMPLO 9.2

Una compañía posee una nave de presión que planea sustituir. La antigua nave de presión incurre en gastos anuales de operación y mantenimiento de \$60,000 por año, y puede conservarse por cinco años más, momento en el que tendrá un valor de mercado igual a cero. Se piensa que si la antigua nave se vendiera hoy, podrían obtenerse \$30,000.

Una nave nueva podría adquirirse por \$120,000. Además, ésta tendría un valor de mercado de \$50,000 dentro de cinco años y ocasionaría gastos anuales de operación y mantenimiento de \$30,000 por año. Con el empleo de una TREMA del 20% anual, determine si debe reemplazarse o no la nave de presión antigua. Es apropiado utilizar un periodo de estudio de cinco años.

#### SOLUCIÓN

El primer paso en el análisis es determinar el valor de la inversión del defensor (nave de presión antigua). Desde un punto de vista externo, el valor del defensor sería de \$30,000, que es su VM actual. Ahora es posible calcular el VP (o VF o VA) de cada alternativa y decidir si debe conservarse en servicio la antigua nave o sustituirla de inmediato.

$$\begin{aligned} \text{Defensor: } \text{VP}(20\%) &= -\$30,000 - \$60,000(P/A, 20\%, 5) \\ &= -\$209,436. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Retador: } \text{VP}(20\%) &= -\$120,000 - \$30,000(P/A, 20\%, 5) + \$50,000(P/F, 20\%, 5) \\ &= -\$189,623. \end{aligned}$$

El VP del retador es mayor (menos negativo) que el del defensor. Así, debe sustituirse de inmediato la nave de presión antigua (el CAUE del defensor es de \$70,035, y el del retador es de \$63,410).

### EJEMPLO 9.3

El gerente de una planta de fabricación de asfalto está preocupado por la operación de una bomba que tiene importancia crítica en uno de los procesos. Después de estudiar la situación con el supervisor de ingeniería de la planta, decidieron que debería realizarse un estudio de reemplazo, y que sería adecuado utilizar un periodo de estudio de nueve años para esta situación. La compañía que es dueña de la planta emplea una TREMA del 10% anual antes de impuestos en todos sus proyectos de inversión de capital.

La bomba existente, bomba A, que incluye un motor de impulso con controles integrados, costó \$17,000 hace cinco años. Si esta bomba se vendiera hoy, podría obtenerse un valor de mercado de \$750. La bomba A ha presentado algunos problemas de confiabilidad, que implicaron la sustitución del impulsor y rodamientos con un costo de \$1,750. El promedio de gastos de operación y mantenimiento ha sido de \$3,250. Los gastos de seguros anual e impuestos sobre la propiedad son del 2% de la inversión de capital inicial. Parece

**Tabla 9.1** Resumen de información del ejemplo 9.3

TREMA (antes de impuestos) = 10% anual	
<i>Bomba A existente (defensor)</i>	
Inversión de capital cuando se compró hace cinco años	\$17,000
Gastos anuales:	
Reemplazo del impulsor y rodamientos	\$1,750
Operación y mantenimiento	3,250
Impuestos y seguros: $\$17,000 \times 0.02$	<u>340</u>
Gastos totales anuales	\$5,340
Valor de mercado actual	\$750
Valor de mercado estimado al final de nueve años adicionales	\$200
<i>Bomba B de reemplazo (retador)</i>	
Inversión de capital	\$16,000
Gastos anuales:	
Operación y mantenimiento	\$3,000
Impuestos y seguros: $\$16,000 \times 0.02$	<u>320</u>
Gastos totales anuales	\$3,320
Valor de mercado estimado al final de nueve años: $\$16,000 \times 0.20$	\$3,200

que la bomba podría prestar servicio adecuado durante otros nueve años si continúa la práctica actual de mantenimiento y reparación. Se estima que si la bomba siguiera en servicio, su VM final después de nueve años sería de \$200.

Una alternativa a la conservación en servicio de la bomba existente sería venderla de inmediato y comprar otra de reemplazo, la bomba *B*, en \$16,000. Un valor de mercado estimado al final del periodo de nueve años sería del 20% de la inversión de capital inicial. Los gastos de operación y mantenimiento para la bomba nueva se estiman en \$3,000 por año. Los impuestos y seguros anuales serían por un total del 2% de la inversión inicial de capital. En la tabla 9.1 se resumen los datos para este ejemplo.

Con base en dichos datos, ¿debería conservarse al defensor (bomba *A*) [y no comprarse al retador (bomba *B*)], o debería adquirirse ahora al retador (y vender al defensor)? Use un análisis después de impuestos con el punto de vista externo para la evaluación.

### SOLUCIÓN

En un análisis del defensor y el retador, hay que tener cuidado para identificar correctamente el monto de la inversión de la bomba existente. Con base en un punto de vista externo, dicho monto sería el VM actual de \$750; es decir, el *costo de oportunidad* de conservar el defensor. Observe que el monto de la inversión de la bomba *A* ignora el precio de compra original de \$17,000. Con los principios estudiados hasta ahora, es posible hacer el análisis antes de impuestos del CAUE de la bomba *A* y la bomba *B*.

A continuación se presenta la solución del ejemplo 9.3, utilizando del CAUE (antes de impuestos) como criterio de decisión:

Periodo de estudio = 9 años	Conservar bomba A	Reemplazar bomba B
CAUE (10%):		
Gastos anuales	\$5,340	\$3,320
Costo de recuperación de capital (ecuación 4.7):		
$[(\$750 - \$200)(A/P, 10\%, 9) + \$200(0.10)]$	115	
$[(\$16,000 - \$3,200)(A/P, 10\%, 9) + \$3,200(0.10)]$		2,542
CAUE Total (10%)	\$5,455	\$5,862

Como la bomba *A* tiene el CAUE más pequeño ( $\$5,455 < \$5,862$ ), es evidente que no se justifica la sustitución, por lo que debe conservarse al defensor por lo menos un año más. Podría efectuarse el análisis con el empleo de otros métodos (por ejemplo, el VP), y la elección sería la misma.

## 9.5 Determinación de la vida económica de un activo nuevo (retador)

*A veces, en la práctica no se conocen las vidas útiles del defensor ni del retador o retadores, ni tampoco puede estimárseles en forma razonable. El tiempo que un activo permanece en servicio productivo podría extenderse en forma indefinida con el mantenimiento adecuado y otras acciones. En una situación así, es importante conocer la vida económica, el CAUE mínimo, y los costos totales año por año (marginales) tanto del retador mejor como del defensor, de manera que puedan compararse con base en la evaluación de sus vidas económicas y los costos más favorables de cada uno.*

En la sección 9.2 se definió la vida económica de un activo como el tiempo que hace que el CAUE de poseer y operar al activo sea mínimo. Asimismo, la vida económica se denomina a veces vida de costo mínimo o intervalo óptimo de reemplazo. El CAUE de un activo nuevo se calcula si se conocen o es posible estimar la inversión de capital, gastos anuales y los valores de mercado de cada año. En la práctica, las dificultades aparentes de estimar dichos valores podrían desanimar la realización de los cálculos de la vida económica y el costo equivalente. Sin embargo, en la mayoría de los estudios de ingeniería económica se encuentran dificultades parecidas cuando se estiman las consecuencias económicas futuras de cursos de acción alternativos. Por lo tanto, los problemas de estimación en el análisis del reemplazo no son excepcionales y en la mayoría de los estudios de aplicación es posible superarlos.

Las estimaciones de inversión de capital inicial, así como del gasto anual y valor de mercado, resultan útiles para determinar el VP que tienen en el año  $k$  los costos totales,  $VP_k$ . Es decir, sobre una base *antes de impuestos*,

$$VP_k(i\%) = I - VM_k(P/F, i\%, k) + \sum_{j=1}^k E_j(P/F, i\%, j) \quad (9.1)$$

el cual es la suma de la inversión inicial de capital,  $I$ , (VP de los montos de inversión inicial, si alguno ocurriera después del tiempo cero) ajustado por el VP del VM al final del año  $k$ , y del VP de los gastos anuales ( $E_j$ ) en el año  $k$ . El *costo marginal total* para cada año  $k$ ,  $CT_k$ , se calcula con la ecuación (9.1) para encontrar el incremento del VP del costo total del año  $k-1$  al año  $k$ , y determinar posteriormente el valor equivalente de dicho incremento al final del año  $k$ . Es decir,  $CT_k = (VP_k - VP_{k-1})(F/P, i\%, k)$ . La simplificación algebraica de esta relación da lugar a la fórmula

$$CT_k(i\%) = VM_{k-1} - VM_k + iVM_{k-1} + E_k. \quad (9.2)$$

la cual es la suma de la pérdida de VM durante el año de servicio, el costo de oportunidad del capital invertido en el activo al principio del año  $k$ , y los gastos anuales en que se incurre durante el año  $k$  ( $E_k$ ). Luego, estos costos totales marginales (o año por año) se usan para encontrar el CAUE en cada uno de los años anteriores al año  $k$  e inclusive en éste, con base en la ecuación (9.2). El valor de  $CAUE_k^*$  mínimo durante la vida útil del activo identifica su vida económica,  $N_C^*$ . En el ejemplo 9.4 se ilustra este procedimiento.

### EJEMPLO 9.4

Un nuevo trascavo (vehículo provisto de una cuchilla para excavar o mover tierra) requerirá una inversión de \$20,000 y se espera que tenga los valores de mercado a fin de año y gastos anuales que se indican en las columnas 2 y 5, respectivamente, de la tabla 9.2. Si la TREMA antes de impuestos es del 10% anual, ¿cuánto tiempo deberá tenerse en servicio?

**Tabla 9.2** Determinación de la vida económica  $N^*$  de un activo nuevo (ejemplo 9.4)

(1) Fin del año, $k$	(2) VM, fin del año, $k$	(3) Pérdida del valor de mercado (VM) durante el año $k$	(4) Costo de capital = 10% del VM al principio del año	(5)	(6) [=(3)+(4)+(5)] Costo total (marginal) para el año, $(TC_k)$	(7) CAUE <sup>a</sup> hasta el año $k$
0	\$20,000	—	—	—	—	—
1	15,000	\$5,000	\$2,000	\$2,000	\$9,000	\$9,000
2	11,250	3,750	1,500	3,000	8,250	8,643
3	8,500	2,750	1,125	4,620	8,495	8,598
4	6,500	2,000	850	8,000	10,850	9,084
5	4,750	1,750	650	12,000	14,400	9,954

<sup>a</sup>CAUE<sub>k</sub> =  $\left[ \sum_{j=1}^k CT_j(F/P, 10\%, j) \right] (A/F, 10\%, k)$

**SOLUCIÓN**

La solución de este problema se obtiene completando las columnas 3, 4, 6 [ecuación (9.2)] y 7 de la tabla 9.2. En la solución, se supone la ocurrencia habitual al final del año de todos los flujos de efectivo. La pérdida de valor de mercado durante el año  $k$  es simplemente la diferencia entre el que tiene al comienzo de año,  $VM_{k-1}$ , y el que tiene al final del año,  $VM_k$ . El costo de oportunidad en el año  $k$  es el 10% del capital no recuperado (invertido en el activo) al principio de cada año. Los valores que aparecen en la columna 7 son los costos anuales uniformes equivalentes en que se incurría en cada año (del 1 al  $k$ ) si el activo se mantuviera en servicio hasta el año  $k$  y luego se reemplazara (o se diera de baja) al final del año. El CAUE mínimo ocurre al final del año  $N_C^*$ .

De los valores que se muestran en la columna 7, es evidente que el nuevo trascavo alcanzará su CAUE mínimo si se conserva en servicio tan sólo durante tres años (es decir,  $N_C^* = 3$ ).

El enfoque de cálculo del ejemplo anterior, según se muestra en la tabla 9.2, consistió en determinar el costo total marginal para cada año y después convertir estos en el CAUE hasta el año  $k$ . También es posible calcular el CAUE antes de impuestos para cualquier vida mediante las fórmulas de recuperación de capital que se presentaron en el capítulo 4 y que son más familiares. Por ejemplo, para una vida de dos años, el CAUE se obtiene con la ayuda de la ecuación (4.5), como sigue:

$$\begin{aligned} CAUE_2(10\%) &= \$20,000(A/P, 10\%, 2) - \$11,250(A/F, 10\%, 2) \\ &\quad + [\$2,000(P/F, 10\%, 1) + \$3,000(P/F, 10\%, 2)](A/P, 10\%, 2) \\ &= \$8,643. \end{aligned}$$

Esto está de acuerdo con el renglón correspondiente en la columna 7 de la tabla 9.2.

## 9.6 Determinación de la vida económica de un defensor

En el análisis del reemplazo, también hay que determinar la vida económica ( $N_D^*$ ) que sea más favorable para el defensor. Esto brinda la opción de conservar el defensor en tanto su CAUE en  $N_D^*$  sea menor que el CAUE mínimo del retador. Cuando se necesita un arreglo importante o reparación mayor que modificará al defensor, es probable que la vida que hará que el CAUE sea mínimo sea el periodo por transcurrir antes de que se requiera otra adaptación o compostura mayor. En forma alternativa, *cuando no existe un VM del defensor ni ahora ni después (ni alteración o reparación previsibles), y cuando se espera que los gastos de operación del defensor se incrementen en forma anual, la vida restante que hará que el CAUE sea mínimo será de un año*.

Cuando los VM son mayores que cero y se espera que declinen de un año a otro, es necesario calcular la vida económica aparente, lo que se hace del mismo modo que en el ejemplo 9.4 para un activo nuevo. Con el empleo del punto de vista externo, se considera que el valor de la inversión del defensor es su VM actual susceptible de obtenerse.

No importa cómo se determine la vida económica restante de un defensor, la decisión de conservarlo no significa que esto deba hacerse sólo para este periodo; por el contrario, el defensor debería mantenerse más tiempo que la vida económica aparente mientras su *costo marginal* (costo total para un año adicional de servicio) sea menor que el CAUE mínimo del mejor retador.

Este principio tan importante en el análisis del reemplazo se ilustra en el ejemplo 9.5.

### EJEMPLO 9.5

Se desea determinar cuánto tiempo debe conservarse en servicio un trascavo antes de reemplazarlo por otro nuevo (retador), cuyos datos se expusieron en el ejemplo 9.4 y la tabla 9.2. En este caso, el defensor tiene dos años de edad, tuvo un costo original de \$13,000 y tiene un VM actual posible de obtenerse de \$5,000. Si se mantuviera en servicio, se espera que sus valores de mercado y gastos anuales sean los siguientes:

Fin del año, $k$	VM al final del año $k$	Gastos anuales, $E_k$
1	\$4,000	\$5,500
2	3,000	6,600
3	2,000	7,800
4	1,000	8,800

Determine el periodo más económico que debe conservarse al defensor antes de sustituirlo (si esto fuera a ocurrir) por el retador actual del ejemplo 9.4. El costo del capital antes de impuestos (TREMA) es del 10% anual.

### SOLUCIÓN

La tabla 9.3 muestra el cálculo del costo total para cada año (costo marginal) y el CAUE al final de cada uno de ellos para el defensor, con base en el formato que se utilizó en la tabla 9.2. Observe que el CAUE mínimo de \$7,000 corresponde a la conservación del defensor por un año más. Sin embargo, el costo marginal de conservarlo por el segundo año es de \$8,000, que aún es menos que el CAUE mínimo del retador (es decir, \$8,598, del ejemplo 9.4). El *costo marginal* de conservar al defensor por el tercer año o más tiempo es mayor que el CAUE mínimo de \$8,598 del retador. Con base en los datos disponibles que se muestran, sería más económico conservar al defensor por dos años más y luego sustituirlo por el retador. Esta situación se ilustra en forma gráfica en la figura 9.1.

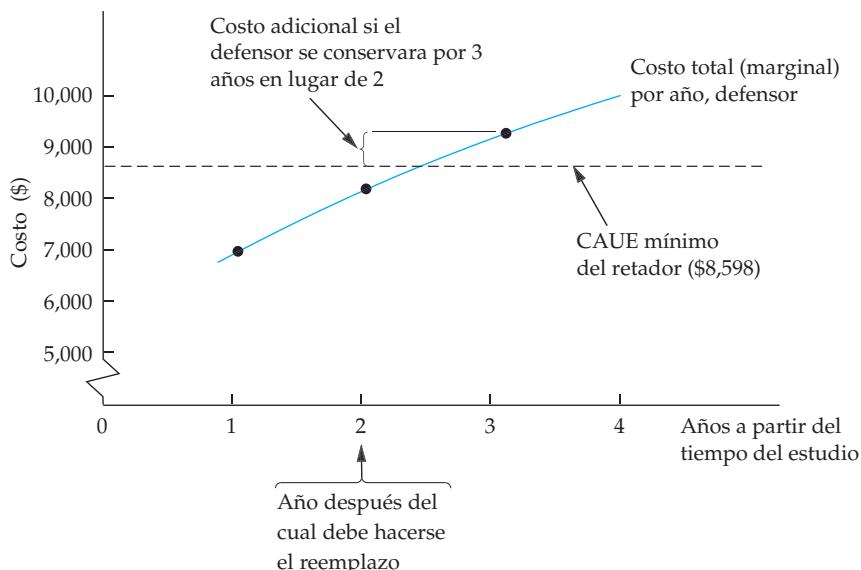
El ejemplo 9.5 supone que se hace la comparación con la alternativa del mejor retador disponible. En esta situación, si se conservara al defensor más allá del punto en el que sus costos marginales excedieran el CAUE mínimo del retador, la diferencia de costos continuaría su crecimiento y el reemplazo se tornaría más urgente. Esto se ilustra en la figura 9.1, a la derecha de la intersección.

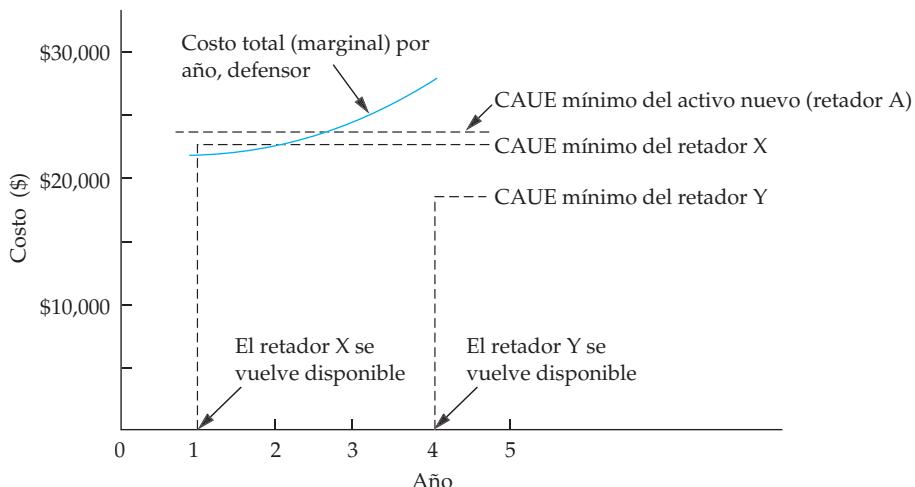
**Tabla 9.3** Determinación de la vida económica  $N^*$  de un activo antiguo (ejemplo 9.5)

(1) Final del año, $k$	(2) VM, final del año $k$	(3) Pérdida de valor de mercado (VM) durante el año $k$	(4) Costo de capital = 10% del VM al principio de año	(5) Gastos anuales ( $E_k$ )	(6) [=(3)+(4)+(5)] Costo total (marginal) para el año, ( $CT_k$ )	(7) CAUE <sup>a</sup> hasta el año $k$
0	\$5,000	—	—	—	—	—
1	4,000	\$1,000	\$500	\$5,500	\$7,000	\$7,000 ( $N_B^* = 1$ )
2	3,000	1,000	400	6,600	8,000	7,476
3	2,000	1,000	300	7,800	9,100	7,966
4	1,000	1,000	200	8,800	10,000	8,405

$$\text{CAUE}_k = \left[ \sum_{j=1}^k CT_j / (P/F, 10\%, j) \right] (A/P, 10\%, k)$$

La figura 9.2 ilustra el efecto de nuevos retadores mejores en el futuro. Si un retador mejorado  $X$  estuviera disponible antes de que ocurriera el reemplazo con el activo nuevo de la figura 9.1, entonces debería realizarse un estudio de reemplazo nuevo para tomar en consideración al retador mejorado. Si existiera alguna posibilidad de que apareciera un retador aún mejor  $Y$ , por ejemplo cuatro años más tarde, sería mejor posponer la sustitución hasta que el retador estuviera disponible. Aunque la retención del activo antiguo más allá de su punto de equilibrio con el mejor retador disponible tuviera un costo que bien podría aumentar con el tiempo, a veces el costo por esperar sería tolerable si permitiera la compra de un activo mejor que ofreciera economías que permitieran compensarlo. Por supues-

**Figura 9.1** Trascavo defensor versus retador (con base en los ejemplos 9.4 y 9.5)



**Figura 9.2** Costos del activo antiguo *versus* el nuevo con retadores mejorados que se vuelven disponibles en el futuro

to, la decisión de posponer un reemplazo también podría ser la “compra de tiempo e información”. Debido a que el cambio tecnológico tiende a ser súbito y profundo en lugar de uniforme y gradual, esporádicamente podrían surgir nuevos retadores con características significativamente mejores que cambiarán mucho los planes de reemplazo.

Si el estudio de ingeniería económica no aconseja un reemplazo, podría disponerse de más información antes del análisis siguiente del defensor. Entonces, el próximo estudio debería incluir cualesquiera datos adicionales. Por lo general, *posposición* debería significar posponer la decisión acerca de cuándo hacer el reemplazo, no la decisión de posponer el reemplazo hasta una fecha específica del futuro.

## 9.7 Comparaciones en las que la vida útil del defensor difiere de la del retador

En la sección 9.4 se estudió una situación típica de reemplazo en la que las vidas útiles del defensor y el retador se conocían y eran iguales entre sí y al periodo de estudio. Cuando ocurre una situación así, se utiliza cualquiera de los métodos de análisis, si se aplican con propiedad.

En las dos secciones anteriores (9.5 y 9.6), se estudiaron las vidas económicas de un activo nuevo y de un defensor, y la forma en que se usan dichos resultados (junto con el costo asociado con la información) en los análisis de reemplazo en los que las vidas útiles de los activos pueden conocerse o no.

*Una tercera situación ocurre cuando las vidas útiles del mejor retador y el defensor se conocen, o pueden estimarse, pero no son iguales.* El tema de esta sección es la comparación del retador y el defensor en dichas circunstancias.

En el capítulo 5 se estudiaron dos supuestos que se hacen al efectuar comparaciones económicas de las alternativas, incluyendo las que tienen vidas útiles diferentes: **1. repetición** y **2. terminación simultánea**. Con cada suposición, el periodo de análisis empleado es el

mismo para todas las alternativas en estudio. Sin embargo, el supuesto de repetición implica dos estipulaciones principales:

1. El periodo de servicio necesario para el que se comparan las alternativas es o bien indefinidamente largo, o un lapso de tiempo igual a un múltiplo común de las vidas útiles de ellas.
2. Para cada alternativa, lo que se estima que sucederá en la primera extensión de vida útil ocurrirá en todas las extensiones sucesivas, si las hubiera.

Para los análisis de reemplazo, la primera suposición podría ser aceptable, pero normalmente no es razonable hacer la segunda suposición para el defensor. Es común que el defensor sea un equipo más antiguo y usado. Un sustituto idéntico, aun si pudiera encontrarse, tendría un costo de instalación adicional al VM actual del defensor.

La imposibilidad de satisfacer la segunda estipulación podría evitarse si se supusiera que el periodo de servicio necesario es indefinidamente largo y *si se acepta que el objetivo del análisis en realidad consiste en determinar si ahora es el momento de reemplazar al defensor*. Cuando el defensor se sustituya, ya sea ahora o en alguna fecha futura, se dará paso al retador (el mejor reemplazo disponible).

El ejemplo 9.5, que trata de un análisis del defensor *versus* un trascavo retador, hizo uso implícito de la suposición de *repetición*. Es decir, se supuso que el retador particular que se analizó en la tabla 9.2 tendría un CAUE mínimo de \$8,598 sin que importara cuándo reemplazaría al defensor. La figura 9.3 muestra los diagramas de tiempo de las consecuencias en el costo por conservar al defensor durante dos años más *versus* adoptar al retador ahora, con los costos de éste por repetirse en un futuro indefinido. Hay que recordar que la vida económica del retador es de tres años. *En la figura 9.3 queda claro que la única diferencia entre las alternativas ocurre en los años 1 y 2.*

Si se aplica el supuesto de repetición posible a problemas de reemplazo que incluyen activos con vidas útiles o económicas distintas, no es raro que se simplifique la comparación de alternativas. Por ejemplo, la comparación de los valores de VP de las alternativas que aparecen en la figura 9.3 *durante un periodo de análisis infinito* (recuerde el cálculo del valor capitalizado en el capítulo 5) confirmará la respuesta anterior que se dio al ejemplo 9.5, acerca de que era preferible la alternativa A (conservar al defensor por dos años más) sobre la alternativa B (reemplazar ahora por el retador). Usando una TREMA = 10%, se tiene que

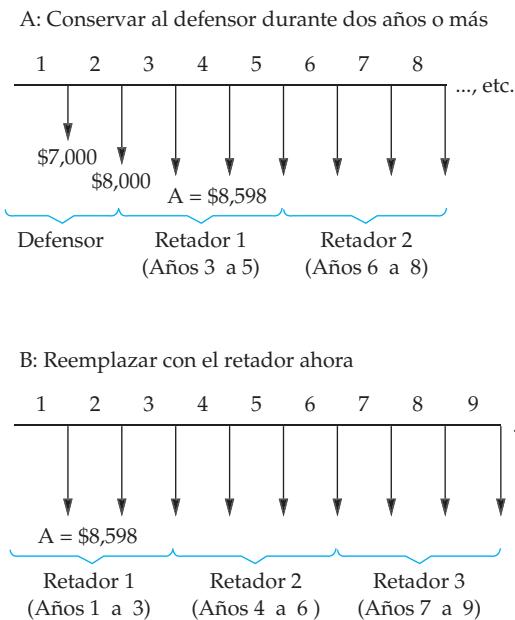
$$\begin{aligned} VP_A(10\%) &= -\$7,000(P/F, 10\%, 1) - \$8,000(P/F, 10\%, 2) - \frac{\$8,598}{0.10}(P/F, 10\%, 2) \\ &= -\$84,029; \end{aligned}$$

$$VP_B(10\%) = -\frac{\$8,598}{0.10} = -\$85,980.$$

La diferencia ( $VP_B - VP_A$ ) es igual a  $-\$1,951$ , lo que confirma que el costo adicional del retador durante los dos años próximos no se justifica, y es mejor conservar al defensor por dos años más antes de sustituirlo con el retador.

**Figura 9.3**

Efecto de la suposición de repetición posible cuando se aplica a las alternativas del ejemplo 9.5



Siempre que no sea aplicable la suposición de *repetición* posible, habrá de usarse el supuesto de *terminación simultánea*; esto implica el empleo de un periodo finito de estudio para todas las alternativas. Como se mencionó en el capítulo 5, el uso de la suposición de *terminación simultánea* requiere detallar cuáles flujos de efectivo, y cuándo, se espera que ocurran para cada alternativa, para luego determinar cuál es la más económica de ellas usando cualquiera de los métodos de análisis económico adecuados. *Cuando en los estudios de reemplazo se vayan a tomar en cuenta los efectos de los cambios de precio y de los impuestos, se recomienda utilizar la suposición de terminación simultánea.*

### EJEMPLO 9.6

Suponga el lector que se enfrenta al mismo problema de reemplazo que se presentó en el ejemplo 9.5, excepto que el periodo durante el que se requiere el servicio es de *a) tres años o b) cuatro años*. Es decir, se estará usando un periodo finito de análisis con el supuesto de terminación simultánea. En cada caso, ¿cuál alternativa debería seleccionarse?

#### SOLUCIÓN

- a) Para un horizonte de planeación de tres años, podría pensarse en forma intuitiva que el defensor debe conservarse por tres años, o bien, que debe sustituirse de inmediato con el retador, con la finalidad de que éste sirviera durante los tres años próximos. En la tabla 9.3, se observa que el CAUE por tres años del defensor es de \$7,966, y de la tabla 9.2, el CAUE del retador para tres años es de \$8,598. Entonces, con este razonamiento, debe conservarse al defensor por tres años. Sin embargo, esto no es tan cierto. Al poner atención en las columnas "Costo total (marginal) para el año", se detecta que el defensor tiene*

**Tabla 9.4** Determinación de cuándo reemplazar al defensor, para un horizonte de planeación de cuatro años [ejemplo 9.6, inciso b)]

Conservar al defensor durante	Conservar al retador durante	Costos marginales (totales) para cada año				CAUE al 10% para 4 años
		1	2	3	4	
0 años	4 años	\$9,000 <sup>a</sup>	\$8,250 <sup>a</sup>	\$8,495 <sup>a</sup>	\$10,850 <sup>a</sup>	\$9,084
1	3	7,000	9,000	8,250	8,495	8,140
2	2	7,000	8,000	9,000	8,250	8,005 ← Alternativa de menor costo
3	1	7,000	8,000	9,100	9,000	8,190
4	0	7,000 <sup>b</sup>	8,000 <sup>b</sup>	9,100 <sup>b</sup>	10,000 <sup>b</sup>	8,405

<sup>a</sup> Columna 6 de la tabla 9.2.<sup>b</sup> Columna 6 de la tabla 9.3.

el costo más bajo en los dos primeros años, pero en el tercero su costo es de \$9,100; el CAUE de un año de servicio del retador es de sólo \$9,000. Entonces, sería más económico sustituir al defensor después del segundo año. Esta conclusión puede confirmarse con la enumeración de todas las posibilidades de reemplazo y sus costos respectivos, para después calcular el CAUE de cada una, como se hará en el inciso b) para un horizonte de planeación de cuatro años.

- b) Para un horizonte de planeación de cuatro años, las alternativas y costos respectivos para cada año, así como el CAUE, se dan en la tabla 9.4. Así, la alternativa más económica es conservar al defensor por dos años y luego reemplazarlo con el retador, para quedarse con este último durante los dos años siguientes. La decisión de conservar al defensor por dos años es la misma que cuando se empleó la suposición de repetición posible, lo cual en general no es cierto, por supuesto.

Cuando un análisis de reemplazo implica un defensor que no puede continuar en uso debido a cambios tecnológicos, necesidades del servicio, etcétera, debe hacerse una selección entre dos o más retadores. En esta situación, un enfoque de modelado económico conveniente es la suposición de repetición posible, con la finalidad de comparar las alternativas y tomar una decisión en el presente. Observe que cuando el defensor no constituye una alternativa factible, el problema de reemplazo no es distinto de cualquier otro análisis para estudiar alternativas mutuamente excluyentes.

## 9.8 Retiro sin reemplazo (abandono)

Considere un proyecto para el que el periodo de servicio es finito y que tiene flujos netos de efectivo *positivos* que siguen a una inversión inicial de capital. Se estiman los valores de mercado, o de abandono, al final de cada uno de los años que restan a la vida del proyecto. En vista de que se tiene un costo de oportunidad (TREMA) de  $i\%$  por año, ¿debería aceptarse el proyecto? Si se decide implantar el proyecto, ¿cuál sería el mejor año para abandonarlo? En otras palabras, ¿cuál es la “vida económica” del proyecto?

Para este tipo de problema son aplicables las siguientes suposiciones:

1. Una vez que se ha hecho una inversión de capital, la compañía desea posponer la decisión de abandonar el proyecto en tanto no disminuya su valor presente equivalente (VP).
2. El proyecto existente terminará en el mejor momento para abandonarlo y la compañía no lo sustituirá.

La solución del problema de abandono es similar a la determinación de la vida económica de un activo. Sin embargo, en los problemas de abandono existen beneficios anuales (flujos de entrada de efectivo), pero en el análisis de vida económica dominan los costos (flujos de salida de efectivo). En ambos casos, el objetivo es incrementar la riqueza total de la empresa mediante el cálculo de la vida que maximiza las utilidades o, en forma equivalente, que minimiza los costos.

### **EJEMPLO 9.7**

La compañía XYZ está pensando comprar una máquina de \$50,000 para reciclar papel. Se han estimado los ingresos anuales menos los gastos y los valores de abandono (mercado) al final del año para la máquina en proyecto. La TREMA de la empresa es del 12% anual. ¿Cuándo es el mejor momento para abandonar el proyecto si la firma ya decidió adquirir la máquina y usarla por no más de siete años?

	Fin del año						
	1	2	3	4	5	6	7
Ingresos anuales menos gastos	\$10,000	\$15,000	\$18,000	\$13,000	\$9,000	\$6,000	\$5,000
Valor de abandono de la máquina <sup>a</sup>	40,000	32,000	25,000	21,000	18,000	17,000	15,000

<sup>a</sup> Valor de mercado estimado

### **SOLUCIÓN**

Los VP que resultan de decidir ahora que la máquina se va a conservar exactamente uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis y siete años son los que siguen:

*Conservarla por un año:*

$$\begin{aligned} \text{VP}(12\%) &= -\$50,000 + (\$10,000 + \$40,000)(P/F, 12\%, 1) \\ &= -\$5,355 \end{aligned}$$

*Conservarla por dos años:*

$$\begin{aligned} \text{VP}(12\%) &= -\$50,000 + \$10,000(P/F, 12\%, 1) + (\$15,000 + \$32,000)(P/F, 12\%, 2) \\ &= -\$3,603 \end{aligned}$$

Del mismo modo se calcula el VP para los años tres a siete. Los resultados son los siguientes:

<i>Conservarla por tres años:</i>	$VP(12\%) = \$1,494$
<i>Conservarla por cuatro años:</i>	$VP(12\%) = \$5,306$
<i>Conservarla por cinco años:</i>	$VP(12\%) = \$7,281$
<i>Conservarla por seis años:</i>	$VP(12\%) = \$8,719$
<i>Conservarla por siete años:</i>	$VP(12\%) = \$9,153$

Como se observa, el VP es máximo (\$9,153) si se conserva la máquina durante el total de siete años. Así, el mejor momento de abandono sería dentro de siete años.

En ciertos casos, la dirección podría decidir que aunque fuera a retirarse un activo del uso que se le da, no se sustituiría ni se eliminaría por completo del servicio. Aunque el activo existente podría no ser competitivo desde el punto de vista económico en el momento presente, podría ser deseable e incluso rentable, conservarlo como unidad de reserva o darle algún otro uso. El costo de conservar al defensor en tales condiciones podría ser muy bajo debido al VM relativamente escaso que podría obtenerse por él, y a los gastos anuales tal vez bajos. También es frecuente que deban tomarse en cuenta el papel que desempeñan las consideraciones de impuesto sobre la renta (que se estudiarán en la sección que sigue) en el costo verdadero de la retención del defensor.

## 9.9 Estudios de reemplazo después de impuestos

Como se estudió en el capítulo 6, en ocasiones los impuestos sobre las utilidades que se asocian con una propuesta de proyecto representan para una compañía un flujo de efectivo importante. Por esa razón, los impuestos sobre utilidades deben considerarse junto con todos los demás flujos de efectivo relevantes al evaluar la rentabilidad económica de un proyecto. Esto también es verdad en las decisiones de reemplazo. Es frecuente que el reemplazo de un activo dé como resultado ganancias o pérdidas debidas a la venta de un bien existente (el defensor). El impuesto sobre la renta que resulta como consecuencia de la ganancia (o pérdida) que se asocia con la venta (o retención) del defensor tiene el potencial de influir en la decisión de conservarlo o venderlo y comprar el reemplazador. El resto de esta sección se dedica a ilustrar el procedimiento para efectuar estudios de reemplazo sobre una base después de impuestos. Observe que el análisis del reemplazo después de impuestos requiere del conocimiento de la programación de la depreciación que ya es pertinente para el defensor, así como del esquema de depreciación apropiado que se va a usar para el reemplazador.

### 9.9.1 La vida económica después de impuestos

En las secciones anteriores se determinó la vida económica de un activo nuevo (ejemplo 9.4) y la vida económica de uno ya existente (ejemplo 9.5) sobre una base antes de impuestos. Sin embargo, también se utiliza el análisis *después de impuestos* para determinar la vi-

da económica de un activo mediante la extensión de la ecuación (9.1), con la finalidad de tomar en cuenta los efectos del impuesto sobre la renta:

$$VP_k(\bar{\gamma}\%) = I + \sum_{j=1}^k [(1-t)E_j - t d_j](P/F, \bar{\gamma}\%, j) - [(1-t)VM_k + t(VL_k)](P/F, \bar{\gamma}\%, k). \quad (9.3)$$

Con este cálculo se obtiene el VP de los flujos de efectivo después de impuestos (expresados como costos) hasta el año  $k$ ,  $VP_k$ . 1. sumando la inversión inicial de capital,  $I$ , (VP de los montos de inversión si ocurriera alguno después del tiempo cero) y la suma del VP después de impuestos de los gastos anuales hasta el año  $k$ , incluidos los ajustes debidos a los montos anuales por depreciación ( $d_j$ ), para después 2. ajustar este VP después de impuestos de los costos mediante las ganancias o pérdidas después de impuestos resultantes por dar de baja el activo al final del año  $k$ . En forma similar al análisis anterior antes de impuestos que usaba la ecuación (9.1), la ecuación (9.3) se emplea para determinar el costo total marginal después de impuestos para cada año  $k$ ,  $CT_k$ . Es decir,  $CT_k = (VP_k - VP_{k-1})(F/P, i\%, k)$ . La simplificación algebraica de esta relación da como resultado la ecuación (9.4):

$$CT_k(\bar{\gamma}\%) = (1-t)(VM_{k-1} - VM_k + tVM_{k-1} + E_k) + t(i)(VL_{k-1}). \quad (9.4)$$

La ecuación (9.4) es  $(1-t)$  veces la ecuación (9.2) más el interés sobre el ajuste por impuestos a partir del valor en libros del activo al comienzo del año  $k$ . En la solución del ejemplo siguiente, se usa un formato tabular que incorpora la ecuación (9.4) para encontrar la vida económica de un activo nuevo sobre una base después de impuestos ( $N_{DL}^*$ ). Este mismo procedimiento también resulta útil para calcular la vida económica después de impuestos de un activo existente.

### EJEMPLO 9.8

Encuentre la vida económica sobre una base después de impuestos para el trascavo nuevo (retador) que se describió en el ejemplo (9.4). Suponga que el trascavo se deprecia como si fuera un activo con clase de propiedad de tres años según el SMRAC (SGD),\* la tasa efectiva de impuesto sobre la renta es del 40%, y la TREMA después de impuestos es del 6% anual.

#### SOLUCIÓN

En la tabla 9.5 se muestran los cálculos con la ecuación (9.4). Se repiten los valores de mercado y gastos anuales que se esperan año por año a partir del ejemplo 9.4 en las columnas 2 y 5, respectivamente. En la columna 6, la *suma* de la pérdida de VM durante el año  $k$ , el costo de capital con base en el VM al principio del año (PA) $k$ , y los gastos anuales en el año  $k$  se multiplican por  $(1-t)$ , con la finalidad de determinar el costo total marginal *aproximado* después de impuestos en el año  $k$ .

\* En el capítulo 6 se estudian el SGD (sistema general de depreciación) y el SAD (sistema alternativo de depreciación).

**Tabla 9.5** Determinación de la vida económica después de impuestos del activo que se describió en el ejemplo 9.4

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
Fin del año, $k$	VM, fin del año $k$	Pérdida de VM durante el año $k$	Costo de capital = 6% del VM a PA de la col. 2	Gastos anuales	Costo total (marginal) aproximado después de impuestos para el año $k$ $(1-t) \cdot (\text{col. 3} + \text{col. 4} + \text{col. 5})$
0	\$20,000	0	0	0	0
1	15,000	\$5,000	\$1,200	\$2,000	\$4,920
2	11,250	3,750	900	3,000	4,590
3	8,500	2,750	675	4,620	4,827
4	6,500	2,000	510	8,000	6,306
5	4,750	1,750	390	12,000	8,484

(7)	(8)	(9)	(10)	
Fin del año, $k$	VL según el SMRAC al final del año $k$	Interés sobre el ajuste por impuestos = $6\% \cdot t \cdot VL_{PA}$ de la col. 7	Costo total (marginal) ajustado después de impuestos ( $CT_k$ ) (col. 6 + col. 8)	CAUE <sup>a</sup> (después de impuestos) hasta el año $k$
0	\$20,000	0	0	0
1	13,334	\$180	\$5,400	\$5,400
2	4,444	320	4,910	5,162
3	1,482	107	4,931	5,090
4	0	36	6,342	5,377
5	0	0	8,484	5,928

<sup>a</sup>  $CAUE_k = [\sum_{j=1}^k (Col. 7)_j \cdot (t/F, 6\%, j)](A/P, 6\%, k)$

Los montos del VL al final de cada año, con base en que el trascavo nuevo es un activo de la clase de propiedad de tres años en el SMRAC (SGD), se muestran en la columna 7. Despues se usan estos montos en la columna 8 para determinar un ajuste anual por impuesto [último término de la ecuación (9.4)], con base en los valores en libros a PA ( $VL_k - 1$ ). Este ajuste anual por impuestos se suma algebraicamente a la entrada de la columna 6 para obtener un costo total marginal *ajustado* después de impuestos en el año  $k$ ,  $CT_k$ . Las cantidades de costo total marginal se usan en la columna 10 para calcular, en forma sucesiva, el costo anual uniforme equivalente,  $CAUE_k$ , de retirar el activo al final del año  $k$ . En este caso, la vida económica después de impuestos ( $N_{DI}^*$ ) es de tres años, el mismo resultado que se obtuvo en el ejemplo 9.4 sobre una base antes de impuestos.

No es raro que las vidas económicas de un activo sean las mismas antes y después de impuestos (como ocurrió en los ejemplos 9.4 y 9.8).

### 9.9.2 Valor de inversión después de impuestos del defensor

En este capítulo se ha usado el punto de vista externo para establecer el valor de la inversión antes de impuestos de un activo ya existente. Con el empleo de esta perspectiva, el VM actual que puede obtenerse por el defensor es el valor de inversión apropiado antes de impuestos. Este valor (aunque no se trata de un flujo de efectivo real) representa el costo de oportunidad de conservar al defensor. En la determinación del valor de la inversión después de impuestos también debe incluirse el costo de oportunidad de las ganancias (o pérdidas) que no se obtienen si se conserva al defensor.

Por ejemplo, considere una rotativa que se compró hace tres años en \$30,000. Tiene un valor de mercado presente de \$5,000 y un valor actual en libros de \$8,640. Si la rotativa se vendiera hoy, la compañía tendría una pérdida por la baja de  $\$5,000 - \$8,640 = -\$3,640$ . Si se supone una tasa efectiva de impuesto sobre la renta del 40%, esta pérdida se convertiría en un ahorro por impuestos de  $(-0.40)(-\$3,640) = \$1,456$ . Así, si se decidiera conservar la rotativa, la compañía no sólo perdería la oportunidad de obtener los \$5,000 del valor de mercado, sino que también dejaría pasar la oportunidad de obtener el ahorro de \$1,456 en impuestos que resultaría de venderla a un precio menor que su VL actual. Entonces, el valor total de la inversión después de impuestos de la rotativa existente es de  $\$5,000 + \$1,456 = \$6,456$ .

El cálculo del valor de la inversión después de impuestos de un activo existente es muy directo. Con el empleo del formato general para calcular flujos de efectivo después de impuestos (FEDI) que se presentó con anterioridad, en la figura 6.5, se tendrían las entradas siguientes si el defensor se vendiera hoy (año 0). Observe que el  $VM_0$  y el  $VL_0$  representan el VM y el VL, respectivamente, del defensor en el momento del análisis.

Fin del año, $k$	FEAI	Depreciación	Ingreso gravable	Flujo de efectivo para el impuesto sobre la renta	FEDI (si el defensor se vendiera)
0	$VM_0$	Ninguno	$VM_0 - VL_0$	$-t(VM_0 - VL_0)$	$VM_0 - t(VM_0 - VL_0)$

Ahora, si se decidiera conservar el activo, las entradas anteriores se convertirían en los costos de oportunidad que se asocian con la conservación del defensor. En la figura 9.4 se muestran las entradas apropiadas del año 0 para analizar las consecuencias después de impuestos de conservar al defensor. Observe que las entradas de dicha figura son simplemente los valores que se indican arriba pero con el signo cambiado para tomar en cuenta el cambio de perspectiva (conservar *versus* vender).

Fin del año, $k$	(A) FEAI	(B) Depreciación	(C) Ingreso gravable	(D) = $-t(C)$ Flujo de efectivo para el impuesto sobre la renta	(E) = (A) + (D) FEDI (si el defensor se conservara)
0	$-VM_0$	Ninguno	$(-VM_0 - VL_0)$	$-t[(-VM_0 - VL_0)]$ $=t(VM_0 - VL_0)$	$-VM_0 + t(VM_0 - VL_0)$

**Figura 9.4** Procedimiento general para calcular el valor de la inversión después de impuestos de un defensor

### EJEMPLO 9.9

Un activo existente que se considera para su reemplazo tiene un valor de mercado actual de \$12,000 y un valor actual en libros de \$18,000. Calcule el valor de la inversión después de impuestos del activo existente (si se conservara) con el empleo del punto de vista externo y una tasa efectiva de impuesto sobre la renta del 34%.

#### SOLUCIÓN

A partir del  $VM_0 = \$12,000$ ,  $VL_0 = \$18,000$  y  $t = 0.34$ , es fácil calcular el FEDI asociado con la conservación del activo existente por medio del formato de la figura 9.4.

Fin del año, $k$	FEAI	Depreciación	Ingreso gravable	Flujo de efectivo para el impuesto sobre la renta	FEDI
0	-\$12,000	Ninguno	$-(\$12,000 - \$18,000)$ = \$6,000	$(-0.34)(\$6,000)$ = -\$2,040	$-\$12,000 - \$2,040$ = -\$14,040

El valor de la inversión apropiado después de impuestos del activo existente es de \$14,040. Observe que esta cifra es mayor que el valor de la inversión antes de impuestos, de \$12,000, debido al ahorro en impuestos que se pierde por *no* vender la máquina existente con una pérdida.

### EJEMPLO 9.10

Una empresa de consultoría de ingeniería está pensando en el reemplazo de su estación de trabajo CAD, que se compró hace cuatro años en \$20,000. Los deducibles por depreciación han seguido el SMRAC (SGD) con el esquema de clase de propiedad de cinco años. La estación de trabajo puede venderse ahora en \$4,000. Si se supone una tasa efectiva de impuesto sobre la renta del 40%, calcule el valor de la inversión después de impuestos de la estación de trabajo CAD, en el caso de que se conservara.

#### SOLUCIÓN

Para calcular el FEDI asociado con la conservación del defensor, primero se debe calcular el VL actual,  $VL_0$ . La estación de trabajo ha estado sujeta a depreciación durante cuatro años con el sistema SMRAC (SGD) con una clase de propiedad de cinco años. Entonces,

$$VL_0 = \$20,000(1 - 0.2 - 0.32 - 0.192 - 0.1152) = \$3,456^*$$

Con el empleo del formato que se presenta en la figura 9.4, se encuentra que el FEDI asociado con la conservación del defensor se calcula como sigue:

\* La legislación fiscal actual dice que las ganancias y pérdidas deben gravarse como una utilidad ordinaria. Como resultado de esto, no es necesario tomar en cuenta explícitamente la convención de medio año del SMRAC cuando se calcule el VL “si se vendiera” (el incremento en el ingreso gravable debido a un VL mayor se ignora a través de la depreciación de medio año que podría declararse si se conservara al defensor). Esto permite simplificar el procedimiento de cálculo del valor de la inversión después de impuestos del defensor.

Fin del año, $k$	FEAI	Depreciación	Ingreso gravable	Flujo de efectivo para el impuesto sobre la renta	FEDI
0	-\$4,000	Ninguno	$= -\$4,000 - \$3,456$ = -\$544	$= (-0.4)(-\$544)$ = \$218	$= -\$4,000 + \$218$ = -\$3,782

El valor después de impuestos de la inversión por conservar la estación de trabajo de CAD existente es de \$3,782. Observe que en el caso de que el  $VM_0$  sea mayor que el  $VL_0$ , el valor de la inversión después de impuestos será menor que el que tiene antes de impuestos. Esto se debe a que la ganancia por la baja (y la obligación fiscal que resulta de ella) no ocurre en este momento si se conserva al defensor.

### 9.9.3 Ilustración del análisis de reemplazo después de impuestos

Los ejemplos siguientes representan análisis de reemplazo típicos después de impuestos. Ilustran el método apropiado para incluir el efecto de los impuestos sobre la renta, así como varios factores que deben considerarse en los estudios de reemplazo en general.

#### EJEMPLO 9.11 (Repetición del ejemplo 9.3 con información sobre impuestos)

El gerente de una planta de fabricación de asfalto está preocupado por la operación de una bomba que tiene importancia crítica en uno de los procesos. Después de estudiar la situación con el supervisor de ingeniería de la planta, se decidió que debería realizarse un estudio de reemplazo, y que sería adecuado utilizar un periodo de estudio de nueve años para esta situación. La compañía que es dueña de la planta emplea una TREMA del 6% anual después de impuestos en todos sus proyectos de inversión de capital. La tasa efectiva de impuesto sobre la renta es del 40%.

La bomba existente, bomba  $A$ , que incluye un motor de impulso con controles integrados, costó \$17,000 hace cinco años. Los registros contables indican que el esquema de depreciación sigue el de un activo con el SMRAC (SGD) con periodo de recuperación de nueve años. La bomba  $A$  ha presentado algunos problemas de confiabilidad, que incluyen la sustitución del impulsor y rodamientos con un costo de \$1,750. El promedio de gastos de operación y mantenimiento ha sido de \$3,250. Los gastos de seguros anuales y de impuestos sobre la propiedad son del 2% de la inversión de capital inicial. Parece que la bomba podría prestar servicio adecuado durante otros nueve años si continúa la práctica actual de mantenimiento y reparación. Se estima que si la bomba se vendiera hoy, el valor de mercado que podría obtenerse sería de \$750. Se cree que si la bomba continuara en servicio, su VM final después de nueve años sería de \$200, aproximadamente.

Una alternativa a la conservación en servicio de la bomba existente es venderla de inmediato y comprar otra de reemplazo, la bomba  $B$ , en \$16,000. Para la bomba nueva sería aplicable una vida de clase de nueve años (clase de propiedad de cinco años con el SMRAC) con el SGD. Un valor de mercado estimado al final del periodo de nueve años sería del 20% de la inversión de capital inicial. Los gastos de operación y mantenimiento de la bomba nueva se estiman en \$3,000 por año. Los impuestos y seguros anuales serían por un total del 2% de la inversión inicial de capital. En la tabla 9.6 se resumen los datos para este ejemplo.

**Tabla 9.6** Resumen de información del ejemplo 9.11

TREMA (antes de impuestos) = 6% anual

Tasa efectiva del impuesto sobre la renta = 40%

*Bomba A existente (defensor)*

Periodo de recuperación SMRAC (SGD)	9 años
Inversión de capital cuando se compró hace cinco años	\$17,000
Gastos totales anuales	\$5,340
Valor de mercado actual	\$750
Valor de mercado estimado al final de nueve años adicionales	\$200

*Bomba B de reemplazo (retador)*

Clase de propiedad SMRAC (SGD)	5 años
Inversión de capital	\$16,000
Gastos totales anuales	\$3,320
Valor de mercado estimado al final de nueve años	\$3,200

Con base en estos datos, ¿debería conservarse al defensor (bomba A) [y no comprar el retador (bomba B)], o debería adquirirse ahora al retador (y venderse el defensor)? Use un análisis después de impuestos con el punto de vista externo para la evaluación.

**SOLUCIÓN**

En la tabla 9.7 se presentan los cálculos después de impuestos para conservar al defensor (bomba A) y no comprar al retador (bomba B). El año 0 del periodo de análisis está *al final del año en curso (quinto) de servicio* del defensor. Las entradas para el año 0 en la tabla 9.7 se calculan utilizando el formato general que se presentó en la figura 9.4, y se explican a continuación:

**Tabla 9.7** Cálculos de los FEDI para el defensor (bomba A existente) del ejemplo 9.11

Fin del año, k	(A) FEAI <sup>a</sup>	(B) Depreciación SMRAC (SGD)	(C) = (A) – (B) Ingreso gravable	(D) = – 0.4(C) Impuestos sobre la renta, al 40%	(E) = (A) + (D) FEDI
0	-\$750	Ninguno	\$7,750	-\$3,100	-\$3,850
1-4	-5,310	\$1,889	-7,229	2,892	-2,448
5	-5,310	944	-6,284	2,514	-2,826
6-9	-5,310	0	-5,340	2,136	-3,204
9	200		200 <sup>b</sup>	-80	120

<sup>a</sup> Flujo de efectivo antes de impuestos (FEAI).<sup>b</sup> Ganancia sobre la baja (gravable con la tasa del 40%).

- 1. FEAI ( $-\$750$ ):** Se usa la misma cantidad que en el análisis antes de impuestos del ejemplo 9.3. Esta cantidad se basa en el punto de vista externo y es el costo de oportunidad de conservar al defensor en lugar de reemplazarlo (y venderlo en el VM presente estimado en  $\$750$ ).
- 2. Ingreso gravable ( $\$7,750$ ):** Esta cantidad es el resultado de un incremento en el ingreso gravable de  $\$7,750$  debido a las consecuencias de conservar al defensor en vez de venderlo. En específico, *si el defensor se vendiera ahora*, la pérdida sobre la baja sería la siguiente:

$$\text{Ganancia o pérdida sobre la baja (si se vendiera ahora)} = MV_0 - VL_0;$$

$$VL_0 = \$17,000[1 - 0.0556 - 4(0.1111)] = \$8,500;$$

$$\text{Pérdida sobre la baja (si se vendiera ahora)} = \$750 - \$8,500 = -\$7,750.$$

Pero *como en esta alternativa se está conservando al defensor (bomba A)*, se tiene el efecto inverso sobre el ingreso gravable, un incremento de  $\$7,750$  debido a una oportunidad perdida.

- 3. Flujo de efectivo por impuestos sobre la renta ( $-\$3,100$ ):** El incremento en el ingreso gravable debido a las consecuencias impositivas de conservar al defensor ocasiona un incremento de las obligaciones fiscales (o bien, un ahorro perdido en los impuestos) de  $-0.4(\$7,750) = -\$3,100$ .
- 4. FEDI ( $-\$3,850$ ):** El valor de la inversión después de impuestos del defensor es el resultado de dos factores: el VM presente ( $\$750$ ) y el ahorro en los impuestos ( $\$3,100$ ) que se perdió por conservar la bomba *A* existente. Por lo tanto, el FEDI que representa la inversión en el defensor (con base en el punto de vista externo) es  $-\$750 - \$3,100 = -\$3,850$ .

Los cálculos restantes de los FEDI durante los nueve años del periodo de análisis para la alternativa de conservar al defensor aparecen en la tabla 9.7. Los cálculos después de impuestos para la alternativa de comprar al retador (bomba *B*) se presentan en la tabla 9.8.

El paso que sigue en un estudio de reemplazo después de impuestos consiste en realizar cálculos de equivalencias con una TREMA después de impuestos. A continuación se muestra el análisis del CAUE después de impuestos para el ejemplo 9.11:

$$\begin{aligned}
 \text{CAUE}(6\%) \text{ de la bomba } A \text{ (defensor)} &= \$3,850(A/P, 6\%, 9) \\
 &\quad + \$2,448(P/A, 6\%, 4)(A/P, 6\%, 9) \\
 &\quad + [\$2,826(F/P, 6\%, 4) \\
 &\quad \quad + \$3,204(F/A, 6\%, 4) - \$120](A/F, 6\%, 9) \\
 &= \$3,332;
 \end{aligned}$$

**Tabla 9.8** Cálculos de los FEDI para el retador (bomba *B* de reemplazo), para el ejemplo 9.11

Fin del año, <i>k</i>	(A) FEAI	(B) Depreciación SMRAC (SGD)	(C) = (A) – (B) Ingreso gravable	(D) = – 0.4(C) Impuestos sobre la renta, al 40%	(E) = (A) + (D) FEDI
0	–\$16,000	Ninguno			–\$16,000
1	–3,320	\$3,200	–\$6,520	\$2,608	–712
2	–3,320	5,120	–8,440	3,376	56
3	–3,320	3,072	–6,392	2,557	–763
4	–3,320	1,843	–5,163	2,065	–1,255
5	–3,320	1,843	–5,163	2,065	–1,255
6	–3,320	922	–4,242	1,697	–1,623
7-9	–3,320	0	–3,320	1,328	–1,992
9	3,200		3,200 <sup>a</sup>	–1,280	1,920

<sup>a</sup> Ganancia sobre la baja (gravable con la tasa del 40%).

$$\begin{aligned}
 \text{CAUE}(6\%) \text{ de la bomba } B \text{ (retador)} &= \$16,000(A/P, 6\%, 9) \\
 &\quad + [\$712(P/F, 6\%, 1) - \$56(P/F, 6\%, 2) \\
 &\quad + \$763(P/F, 6\%, 3) \\
 &\quad + \dots + \$1,992(P/F, 6\%, 9)](A/P, 6\%, 9) \\
 &\quad - \$1,920(A/F, 6\%, 9) \\
 &= \$3,375.
 \end{aligned}$$

Como los CAUE de las dos bombas son muy parecidos, consideraciones adicionales, como por ejemplo la confiabilidad mayor de la bomba nueva, podrían disminuir el ligero atractivo económico de la bomba *A*. Los costos anuales después de impuestos de ambas alternativas son considerablemente menores que sus costos antes de impuestos.

Para este problema, el análisis después de impuestos no *invierte* los resultados del que se hace antes de impuestos (véase el ejemplo 9.3). Sin embargo, debido a las consideraciones de impuesto sobre la renta, no deben esperarse necesariamente recomendaciones idénticas antes y después de los gravámenes.

El ejemplo siguiente implica la determinación de la vida económica del defensor sobre una base después de impuestos, y el uso de costos marginales después de estos para determinar el momento más económico de reemplazar al defensor.

### EJEMPLO 9.12

La Hokie Metal Stamping Company estudia la sustitución de un sistema de rociado. El sistema nuevo y mejorado costará \$60,000 una vez instalado y tendrá una vida económica que se estima en 12 años. Se espera que el valor de mercado del sistema nuevo al final del año 12 sea de \$6,000.

Además, se estima que los gastos de operación y mantenimiento sean de \$32,000 por año, en promedio, para el sistema nuevo, y que se usará el método de depreciación de línea recta (con un valor de mercado terminal de \$6,000).

El sistema existente tiene una vida útil remanente de tres años. Tiene un valor en libros de \$12,000, y es posible obtener un valor de mercado presente de \$8,000. Los gastos de operación, valores de mercado y valores en libros, que se estiman para el sistema actual durante los tres años próximos, son los siguientes:

Año	Valor de mercado al final del año	Valor en libros al final del año	Gastos de operación durante el año
1	\$6,000	\$9,000	\$40,000
2	5,000	6,000	50,000
3	4,000	3,00	60,000

En tanto la compañía permanezca en el negocio (que espera sea un tiempo muy, muy largo), necesitará un sistema de rociado. Realice un análisis después de impuestos para determinar el periodo más económico que se debe conservar al defensor *antes* de reemplazarlo con el sistema nuevo. La TREMA después de impuestos es del 15% anual, y la tasa efectiva de impuesto sobre la renta es del 50%.

### SOLUCIÓN

Este análisis comienza con la determinación de la vida económica después de impuestos del sistema actual (la vida económica del retador está dada como de 12 años). En la tabla 9.9 se muestran los cálculos de los costos marginales año con año [ecuación (9.4)] del defensor y el CAUE correspondiente. En la columna 10 se observa que la vida económica del defensor es de un año.

La tabla 9.10 contiene los cálculos de FEDI para el retador. Los FEDI se usan para calcular el CAUE después de impuestos del retador, del modo siguiente:

$$\text{CAUE} = \$60,000(A/P, 15\%, 12) + \$13,750 - \$6,000(A/F, 15\%, 12) = \$24,613.$$

Con la sola comparación de los CAUE del defensor y del retador, podría estarse tentado a concluir que debe conservarse el sistema antiguo por lo menos un año más, quizás incluso dos. Sin embargo, en esta situación deben examinarse los costos marginales. El criterio económico válido cuando los gastos de operación se incrementan con el tiempo es mantener al sistema antiguo mientras el costo marginal de un año de servicio adicional sea menor que el costo anual uniforme equivalente del sistema nuevo. El costo marginal de conservar el sistema anterior durante el primer año es de \$22,500. Esta cantidad es menor que el CAUE de \$24,613 del sistema nuevo, con lo que se justifica conservar al sistema existente durante el primer año. El costo marginal de mantener en servicio al sistema antiguo durante el segundo año es de \$26,625. Esta cifra es mayor que el costo promedio anual de \$24,613 del sistema nuevo, lo que indica que el sistema existente no debe conservarse para el segundo año, sino reemplazarse al final del primer año.

**Tabla 9.9** Determinación de la vida económica después de impuestos para el defensor que se describió en el ejemplo 9.12

(1)	(2)	(3)	(4) Costo de capital = 15% del VM a PA de la col. 2	(5)	(6) Costo total (marginal) aproximado después de impuestos para el año $k$ $(1-t) \cdot (\text{Col. 3} + \text{Col. 4} + \text{Col. 5})$
Final del año, $k$	VM, final del año $k$	Pérdida de VM durante el año $k$		Gastos anuales	
0	\$8,000	0	0	0	0
1	6,000	\$2,000	\$1,200	\$40,000	\$21,600
2	5,000	1,000	900	50,000	25,950
3	4,000	1,000	750	60,000	30,875

**Tabla 9.9** (continuación)

(7)	(8)	(9)	(10)	
Final del año, $k$	VL al final del año $k$	Interés sobre el ajuste por impuestos = $15\% \cdot t \cdot VL$ a PA de la col. 7	Costo total (marginal) ajustado después de impuestos ( $CT_k$ ) (col. 6 + col. 8)	CAUE <sup>a</sup> (después de impuestos) hasta el año $k$
0	\$12,000	0	0	0
1	9,000	\$900	\$22,500	\$22,500
2	6,000	675	26,625	24,418
3	3,000	450	31,325	26,408

<sup>a</sup>CAUE<sub>k</sub> = [  $\sum_{j=1}^k (Col. 9)_j \cdot (P/F, 15\%, j)$  ]  $(A/P, 15\%, k)$

**Tabla 9.10** Cálculos de los FEDI para el retador del ejemplo 9.12

Final del año, $k$	(A) FEAI	(B) Depreciación con línea recta	(C) = (A) - (B) Ingreso gravable	(D) = $-0.4(C)$ Impuestos sobre la renta al 40%	(E) = (A) + (D) FEDI
0	-\$60,000	Ninguno			-\$60,000
1-12	-32,000	\$4,500 <sup>a</sup>	-\$36,500	\$14,600	-13,790
12	6,000		0 <sup>b</sup>	0	6,000

<sup>a</sup> Monto de la depreciación con línea recta =  $(\$60,000 - \$6,000)/12 = \$4,500$ .

<sup>b</sup> VL<sub>12</sub> = \$60,000 - (12)(\$4,500) = \$6,000; VM<sub>12</sub> - VL<sub>12</sub> = 0.

## 9.10 Un ejemplo exhaustivo

A veces, en el ejercicio de la ingeniería, un reemplazo implica un activo existente que no puede satisfacer los requerimientos de servicio futuro sin *aumentar* sus capacidades. Si tal es el caso, el defensor con capacidad incrementada debería ser competitivo con el mejor retador disponible. En el ejemplo exhaustivo siguiente, se hace el análisis de esta situación.

### EJEMPLO 9.13

Una corporación de servicios médicos posee un hospital que tiene un sistema de suministro eléctrico de emergencia, basado en un generador con potencia de 80 kW impulsado por diesel, y que entró en servicio hace cinco años [inversión de capital = \$210,000; clase de propiedad de siete años, en el SMRAC (SGD)]. Como parte de un proyecto de expansión, una empresa de ingeniería está diseñando modificaciones a los sistemas eléctrico y mecánico del hospital. El sistema rediseñado de suministro eléctrico de emergencia requerirá una capacidad de generación de 120 kW para atender a la demanda en aumento. Se están considerando dos diseños preliminares para el sistema. El primero supone el aumento del generador de 80 kW que ya existe, con una unidad nueva de 40 kW, movida por diesel (clase de propiedad de siete años, en el SGD). Esta alternativa representa al defensor incrementado. El segundo diseño incluye el reemplazo del generador actual por la mejor alternativa de que se dispone, que es una unidad nueva impulsada por turbina con 120 kW de capacidad de generación (el retador). Ambas alternativas proveerán el mismo nivel de servicio para la operación del sistema de emergencias para suministrar electricidad.

Si se seleccionara el retador, el hospital lo rentaría por un periodo de 10 años. En ese momento, el contrato de arrendamiento se renegociaría ya fuera por el elemento original de equipo o por un generador de reemplazo con la misma capacidad. Se han generado las estimaciones adicionales que siguen para usarlas en el análisis del reemplazo.

	Alternativa		
	Defensor		
	80-kW	40-kW	Retador
Inversión de capital	\$90,000 <sup>a</sup>	\$140,000	\$10,000 <sup>b</sup>
Monto de la renta anual	0	0	\$39,200
Horas de operación / año	260	260	260
Gastos anuales (en \$ del año cero):			
Gastos por hora de operación y mantenimiento (O&M)	\$80	\$35	\$85
Otros gastos	\$3,200	\$1,000	\$2,400
Vida útil	10 años	15 años	15 años

<sup>a</sup> Costo de oportunidad con base en el valor de mercado actual del defensor (punto de vista externo).

<sup>b</sup> Depósito requerido en los términos del contrato de arrendamiento del retador. Es reembolsable al final del periodo de estudio.

El monto de la renta anual del retador no cambiará durante el periodo de contratación de 10 años. El gasto de operación y mantenimiento (O&M) por hora de funcionamiento y los demás gastos anuales para ambas alternativas están estimados en dólares del año cero, y se espera que escalen a la tasa del 4% por año. (Suponga que el año base,  $b$ , es el año 0; consulte el capítulo 8 para estudiar el manejo de los cambios de precio.)

El valor estimado de mercado actual del generador de 80 kW es de \$90,000, y el valor de mercado que se estima tenga al final de 10 años más es de \$30,000, en dólares del año cero. El valor de mercado estimado del generador nuevo de 40 kW, dentro de 10 años y en dólares del año cero, es de \$38,000. Se piensa que ambos valores de mercado tengan un escalamiento a la tasa del 2% anual.

La TREMA ( $i_c$ ) de la corporación es del 12% anual, y su tasa efectiva de impuesto sobre la renta es del 40%. Para esta situación de toma de decisiones, se considera que es apropiado un horizonte de planeación (periodo de estudio) de 10 años (observe que al incluir en el análisis los impuestos y cambios de precio, se usa un periodo de estudio que se basa en la suposición de terminación simultánea).

Con base en un análisis en dólares corrientes después de impuestos, ¿cuál alternativa (aumento del defensor o renta del retador) debe seleccionarse como parte del diseño del sistema modificado de suministro eléctrico de emergencia?

### SOLUCIÓN

En la tabla 9.11 se muestra el análisis después de impuestos de la primera alternativa (el defensor), que consiste en conservar el generador existente de 80 kW y aumentar su capacidad con otro nuevo de 40 kW. El monto de \$230,000 de la inversión inicial de capital antes de impuestos es la suma de 1) el valor de mercado actual de \$90,000 del generador

**Tabla 9.11** Defensor aumentado con un nuevo generador de 40 kW (ejemplo 9.13)

Final del año, $k$	FEAI	Depreciación		Ingreso gravable	Flujo de efectivo para impuestos sobre utilidades	FEDI
		80-kW	40-kW			
0	-\$230,000	Ninguno		-\$43,149 <sup>c</sup>	\$17,260	-\$212,740
1	-35,464	\$18,732	\$20,006	-74,202	29,681	-5,783
2	-36,883 <sup>d</sup>	18,753	34,286	-89,922	35,969	-914
3	-38,358	9,366	24,486	-72,210	28,891	-9,474
4	-39,892		17,486	-57,378	22,951	-16,941
5	-41,488		12,502	-53,990	21,596	-19,892
6	-43,147		12,488	-55,635	22,254	-20,893
7	-44,873		12,502	-57,375	22,950	-21,923
8	-46,668		6,244	-52,912	21,165	-25,503
9	-48,535			-48,535	19,414	-29,121
10	-50,476			-50,476	20,190	-30,286
10	82,892 <sup>e</sup>			82,892	-33,157	49,735

<sup>c</sup> - [240(\$80 + \$35) + (\$3,200 + \$1,000)](1.04)<sup>0</sup> = -\$43,149

<sup>d</sup> VM<sub>10</sub> = (\$30,000 + \$28,000)(1.02)<sup>10</sup> = \$62,832

<sup>e</sup> Si el defensor se vendiera ahora, ganancia de la baja = \$90,000 - \$46,851 = \$43,149; donde VL<sub>0</sub> = \$46,851.

existente de 80 kW, que es un costo de oportunidad con base en el punto de vista externo, y 2) la inversión de capital de \$140,000 por el generador nuevo de 40 kW. El ingreso gravable de  $-\$43,149$  del año cero se debe a la ganancia sobre la baja, *en la que no se incurre si el generador de 80 kW se conserva o vende.*

El VP después de impuestos de la alternativa de conservar el defensor y elevar su capacidad es de

$$\begin{aligned} \text{VP}_D(12\%) &= -\$212,740 - \$5,783(P/F, 12\%, 1) - \dots \\ &\quad + (\$49,735 - \$30,286)(P/F, 12\%, 10) \\ &= -\$282,468. \end{aligned}$$

En los términos del contrato de arrendamiento del defensor, existe un depósito inicial de \$10,000 que se reembolsa por completo al final del periodo de 10 años. No hay consecuencias impositivas asociadas con la transacción del depósito. El flujo de efectivo anual antes de impuestos (FEAI) para el retador es la suma de 1. el monto anual del arrendamiento, que permanece constante durante el periodo de contratación de 10 años, y 2. los gastos anuales de O&M y de otro tipo, que tienen un escalamiento a la tasa del 4% anual. Por ejemplo, el FEAI para el retador en el año uno es de  $-\$39,200 - [\$/85(260) + \$2,400](1.04) = -\$64,680$ . Estos montos anuales del FEAI para los años uno a 10 también constituyen las cantidades de ingreso gravable para la alternativa (la corporación no puede declarar ninguna depreciación sobre el retador porque no se trata de un equipo de su propiedad). Entonces, el VP después de impuestos de seleccionar al retador, suponiendo que se renta en los términos mencionados, es

$$\begin{aligned} \text{VP}_C(12\%) &= -\$10,000 + \$10,000(P/F, 12\%, 10) \\ &\quad - (1 - 0.4)(\$39,200)(P/A, 12\%, 10) \\ &\quad - (1 - 0.4)[\$85(260) + \$2,400](P/A, i_{CR} = 7.69\%, 10) \\ &= -\$239,705, \end{aligned}$$

donde  $i_{CR} = (0.12 - 0.04) / (1.04) = 0.0769$ , y  $(P/A, 7.69\%, 10) = 6.8049$ .

Con base en un análisis después de impuestos, el retador es preferible económicamente para usarlo en el sistema de suministro eléctrico de emergencia, debido a que su VP tiene el valor menos negativo.

## 9.11 Aplicaciones en hoja de cálculo

Un elemento fundamental de muchos estudios de reemplazo es la vida económica de un activo. El ejemplo que sigue proporciona un modelo general de hoja de cálculo que resulta útil para determinar la vida económica de un activo, dada la inversión inicial de capital, los valores de mercado año por año y los gastos anuales de operación. Esta hoja de cálculo también sirve para determinar el mejor momento para abandonar un proyecto.

A	B	C	D	E	F	G	H
1 TREMA	15%						
2							
3					Flujo neto de efectivo		
4					para el año	Flujo de efectivo total	
5 Final del	VM al final	VM durante	Costo del	para el año	(marginal)	Valor anual	
6 año	del año	el año k	capital	(R-E)	(R-E-RC)	equivalente	
7 0	\$ 15.000					hasta el año	
8 1	\$ 12.000	\$ 3.000	\$ 2.250	-\$ 1.000	-\$ 6.250		
9 2	\$ 10.000	\$ 2.000	\$ 1.800	-\$ 1.100	-\$ 4.900		-\$5.622 Vida Económica,
10 3	\$ 7.000	\$ 3.000	\$ 1.500	-\$ 1.300	-\$ 5.800		-\$5.673
11 4	\$ 3.000	\$ 4.000	\$ 1.050	-\$ 2.000	-\$ 7.050		-\$5.949
12 5	\$ 500	\$ 2.500	\$ 450	-\$ 2.500	-\$ 5.450		-\$5.875

**Figura 9.5** Hoja de cálculo para determinar la vida económica del activo del ejemplo 9.14.

### EJEMPLO 9.14

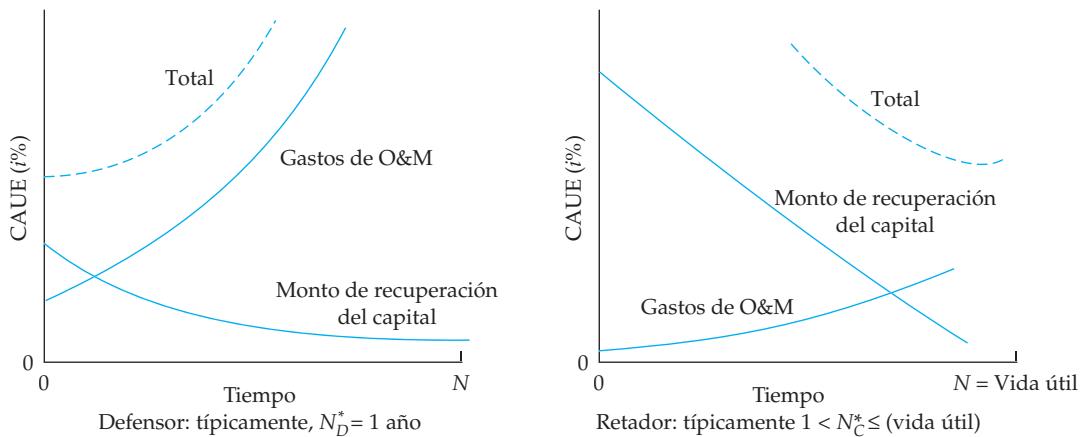
En la figura 9.5 se muestran los valores de mercado estimados año por año y los gastos de operación para un elemento de equipo de reemplazo (columnas B y E, respectivamente). Los valores de mercado se usan para calcular la pérdida de valor año por año (columna C) y el costo del capital (columna D). La cantidad resultante de recuperación del capital se combina con los gastos para el año (que se muestran como flujo neto de efectivo en la columna E), con la finalidad de determinar el costo marginal total para el año (columna F). En la columna G se calcula el valor anual equivalente de los flujos de efectivo que aparecen en la columna F, en forma sucesiva para cada año. La columna H contiene una función SI() que imprime la etiqueta "Vida Económica" junto al valor anual equivalente máximo (que corresponde al costo anual uniforme equivalente mínimo) que se encuentre en la columna G. Las fórmulas para las celdas que en la figura 9.5 están resaltadas, se dan en la tabla que sigue:

Celda	Contenido
C10	= B9 - B10
D10	= B9 * \$B\$1
E10	El usuario introduce el flujo neto de efectivo del año
F10	= E10 - (C10 + D10)
G10	= -PAGO(\$B\$1, A10, VNA(\$B\$1, F\$8 : F10))
H10	= SI(G10 = MAX(G\$8: G\$12), "Vida Económica,")

### 9.12 Resumen

En resumen, hay varios puntos importantes que recordar cuando se efectúe un estudio de reemplazo o abandono:

El VM del defensor *no* debe deducirse también del precio de compra del retador *cuando se use el punto de vista externo* para analizar un problema de reemplazo. Este error hace que se tome en cuenta dos veces el VM del defensor y sesga la comparación a favor del retador.



**Figura 9.6** Patrón típico del CAUE para un defensor y un retador

Un costo sumergido (es decir,  $VM - VL < 0$ ) que esté asociado con la conservación del defensor, *no* debe sumarse al precio de compra del mejor retador disponible. Este error ocasiona un castigo incorrecto que sesga el análisis a favor de retener al defensor.

En la sección 9.6 se mencionó que la vida económica del defensor con frecuencia es de un año, lo que por lo general es cierto si los gastos anuales son altos en relación con el costo de inversión del defensor cuando se emplea un punto de vista externo. Entonces, para responder a la pregunta fundamental “¿debe conservarse al defensor por uno o más años, o darse de baja ahora?”, debe compararse el costo marginal del defensor con el CAUE en la *vida económica* del retador. En la figura 9.6 se ilustran los patrones típicos del CAUE para un defensor y un retador.

No deben ignorarse los efectos que tienen los impuestos sobre la renta en las decisiones de reemplazo. Los ahorros perdidos en impuesto sobre la renta que se asocian con la conservación del defensor pueden cambiar la preferencia de éste hacia el retador, como la mejor elección.

Debe determinarse el(las) mejor(es) retador(es) disponible(s). No hacerlo constituye una práctica inaceptable en la ingeniería.

Cualquier mejora de la capacidad, confiabilidad, flexibilidad, seguridad, etcétera, del retador, podría ser valiosa para el propietario y una sola unidad monetaria que pueda estimarse para ella debe declararse. De otro modo, su valor habrá de tratarse como un beneficio *no monetario*.

## 9.13 Referencias

- BARISH, N. N. y S. KAPLAN. *Economic Analysis for Engineering and Managerial Decision Making* (New York: McGraw-Hill Book Co., 1978).
- BEAN, J. C., J. R. LOHMAN y R. L. SMITH. “A Dynamic Infinite Horizon Replacement Economy Decision Model”, *The Engineering Economist*, vol. 30, núm. 2, 1985, págs. 99-120.
- BERNHARD, R. H. “Improving the Economic Underlying Replacement Age Decisions for Municipal Garbage Trucks: Case Study”, *The Engineering Economist*, vol. 35, núm. 2, invierno de 1990, págs. 129-147.

- HARTMAN, J. C. "A General Procedure for Incorporating Asset Utilization Decisions into Replacement Analysis", *The Engineering Economist*, vol. 44, núm. 3, 1999, págs. 217-238.
- LAKE, D. H. y A. P. MUHLEMANN. "An Equipment Replacement Problem", *Journal of the Operational Research Society*, vol. 30, núm. 5, 1979, págs. 405-411.
- LEUNG, L. C. y J. M. A. TANCHOCO. "Multiple Machine Replacement within an Integrated Systems Framework", *The Engineering Economist*, vol. 32, núm. 2, 1987, págs. 89-114.
- MATSUO, H. "A Modified Approach to the Replacement of an Existing Asset", *The Engineering Economist*, vol. 33, núm. 2, invierno de 1988, págs. 109-120.
- MORRIS, W. T. *Engineering Economic Analysis* (Reston, VA: Publishing Co., 1976).
- NAIK, M. D. y K. P. NAIR. "Multistage Replacement Strategies", *Journal of the Operations Research Society of America*, vol. 13, núm. 2, marzo-abril de 1965, págs. 279-290.
- OAKFORD, R. V., J. R. LOHMANN y A. SALAZAR. "A Dynamic Replacement Economy Decision Model", *IIE Transactions*, vol. 16, núm. 1, 1984, págs. 65-72.
- PARK, C. S. y G. P. SHARP-BETTE. *Advanced Engineering Economics* (New York: John Wiley & Sons, 1990).

## 9.14 Problemas

Los números entre paréntesis al final de un problema, se refieren a la(s) sección(es) del capítulo que se relaciona(n) más de cerca con el problema.

**9.1.** Un montacargas industrial ha estado en servicio durante varios años y la administración planea reemplazarlo. Para el estudio respectivo va a usarse un horizonte de planeación de cinco años. El montacargas viejo (defensor) tiene un valor de mercado actual de \$1,500. Si el defensor se conservara, se prevé que generaría costos anuales de operación y mantenimiento de \$7,300. Tendría un valor de mercado de cero al final de cinco años adicionales de servicio. El montacargas nuevo (retador) costará \$10,000 y tendrá costos de operación y mantenimiento por un total de \$5,100. Al final del horizonte de planeación tendrá un valor de mercado de \$2,500. Determine la alternativa preferible comparando el valor presente y la tasa de rendimiento mínimo aceptable (antes de impuestos) del 20% anual. (9.4)

**9.2.** Suponga el lector que posee un carro viejo, que es un devorador de gasolina. Tiene 10 años de antigüedad y podría venderse en \$400 en efectivo a un distribuidor local. Suponga que su VM dentro de dos años es de cero. Durante el futuro previsible, los gastos de mantenimiento anual serán de \$800, en promedio, y el rendimiento del carro es de sólo 10 millas por galón. La gasolina cuesta \$1.50 por galón, y el auto se usa un promedio de 15,000 millas por año. El lector tiene ahora la

oportunidad de reemplazar su carro viejo por otro mejor que cuesta \$8,000. Si lo comprara, lo pagaría en efectivo. Se espera que los gastos de mantenimiento sean despreciables debido a que tiene una garantía de dos años. Este auto rinde en promedio 30 millas por galón. Utilice el método de la TIR para determinar cuál alternativa se debe seleccionar. Utilice un periodo de análisis de dos años y suponga que el vehículo nuevo puede venderse en \$5,000 al final del año dos. La TREMA es del 15% anual. Mencione cualquier otra suposición que haga. (9.4)

**9.3.** La Ajax Corporation posee una grúa con una vida remanente que se estima en 10 años. La grúa puede venderse ahora en \$8,000. Si se mantiene en servicio debe recibir una reparación mayor que cuesta \$4,000. Después del arreglo, tendrá costos de operación y mantenimiento de \$3,000 por año. Una vez reparada, la grúa tendrá un valor de mercado igual a cero al final del periodo de estudio de 10 años. Una grúa nueva costaría \$18,000, duraría 10 años y tendría un valor de mercado de \$4,000 al finalizar dicho plazo. Los gastos de operación y mantenimiento de esta nueva máquina serían de \$1,000 por año. Para evaluar sus alternativas de inversión, la compañía utiliza una tasa de interés del 10% anual antes de impuestos. ¿La empresa debería reemplazar la grúa antigua? (9.4)

**9.4.**

- a) Calcule la vida económica de un activo para el que se proyectan los flujos de efectivo siguientes:

Inversión de capital = \$5,000  
 $VM = \$0$  (en todo momento)  
 Gastos anuales = \$3,000 (FDA 1),  
 \$4,000 (FDA 2),  
 \$5,000 (FDA 3),  
 y \$6,000 (FDA 4).

La TREMA es del 0% anual. (9.5)

- b) Encuentre la vida económica de otro activo que tiene las estimaciones de flujo de efectivo que siguen:

Inversión de capital = \$10,000  
 $VM = \$10,000$  (en todo momento)  
 Gastos anuales = \$3,000 (FDA 1),  
 \$4,000 (FDA 2),  
 \$5,000 (FDA 3),  
 y \$6,000 (FDA 4).

La TREMA es del 12% anual. (9.5)

- c) Repita el inciso b), excepto que  $VM = \$0$  en todo momento. (9.5)

- 9.5.** Robert Roe acaba de comprar un automóvil que se ha utilizado durante cuatro años, y pagó por él \$3,000. Un amigo le sugirió que determinara por adelantado el tiempo que conservaría en su poder el vehículo para que asegurara la mayor economía total. Robert decidió que debido a los cambios de la moda, no quería tener el carro por más de cuatro años, y ha estimado que los gastos anuales y valores de mercado para los años 1 a 4 son los siguientes:

	Año 1	Año 2	Año 3	Año 4
Gastos anuales	\$950	\$1,050	\$1,100	\$1,550
Valor de mercado al final del año	2,250	1,800	1,450	1,160

Si el capital de Robert tiene un rendimiento del 12% anual, al final de cuál año debería deshacerse del automóvil? (9.5)

- 9.6.** Un activo existente (defensor) tiene un valor de mercado actual de \$87,000 ( $VM_0$ ). Con base en el mercado de equipos de segunda mano, se estima que los valores de mercado al final de los tres años próximos son  $VM_1 = \$76,000$ ,  $VM_2 = \$60,000$ ,  $VM_3 = \$40,000$ . Los gastos anuales son de \$18,000 en dólares del presente (año 0), y se estima que se van a incrementar al 4.1% anual. La TREMA antes de impuestos es del 10% por año. El mejor retador de que se dispone tiene una vida económica de seis años, y su CAUE durante este periodo es de \$44,210. Con base en la información anterior y un análisis antes de impuestos, ¿cuándo se debería planear la sustitución del defensor por el retador? (9.6, 9.7)

- 9.7.** La Reardorn Furniture Company está considerando el reemplazo de una máquina aplanadora (existe una necesidad indefinida para esta clase de equipo). El mejor retador costaría \$30,000 una vez instalado, y tendría una vida económica que se estima en 12 años, momento en el cual su VM sería de \$2,000. Se estima que los gastos anuales serían de \$16,000 en promedio. El defensor tiene un VL de \$6,000 y un VM de \$4,000. Los datos del defensor para los tres años próximos son los siguientes:

Año	VM al final del año	VL al final del año	Gastos durante el año
1	\$3,000	\$4,500	\$20,000
2	2,500	3,000	25,000
3	2,000	1,500	30,000

- a) Con una tasa de interés del 15% anual antes de impuestos, haga una comparación para determinar si es económico efectuar ahora el reemplazo.

- b) Si los gastos anuales de la máquina actual se han estimado en \$15,000, \$18,000 y \$23,000, para los años uno, dos y tres, respectivamente, ¿cuál estrategia de reemplazo sería recomendable? (9.6, 9.7)

- 9.8.** Una empresa constructora posee en la actualidad un tractor pesado que tiene un valor de mercado (VM) de \$80,000. Los gastos estimados de operación y mantenimiento (O&M) del tractor y su VM al final de cada uno de los seis años que le quedan de vida útil se presentan en la tabla P9.8a:

**Tabla P9.8a** Gastos de operación y mantenimiento del tractor del problema P9.8

	Fin del año <i>k</i>					
	1	2	3	4	5	6
Gastos de O&M	\$20,000	\$25,000	\$38,000	\$45,000	\$47,000	\$50,000
Valor de mercado	70,000	60,000	50,000	40,000	30,000	20,000

**Tabla P9.8b** Precio de compra y gastos de O&M y VM del tractor nuevo del problema P9.8

	Fin del año <i>k</i>					
	1	2	3	4	5	6
Gastos de O&M	\$10,000	\$12,000	\$16,000	\$17,000	\$20,000	\$25,000
Valor de mercado	180,000	150,000	120,000	100,000	90,000	75,000

La compañía está pensando en reemplazar con un tractor pesado nuevo al que posee actualmente. El precio de compra del nuevo es de \$220,000, y sus gastos de O&M y VM para cada uno de los próximos seis años del periodo de estudio aparecen en la tabla P9.8b.

Si la TREMA es del 0% por año, ¿debería adquirirse el tractor nuevo? Si así fuera, ¿cuándo? (9.5, 9.6)

- 9.9.** En un laboratorio de material comercial, se usa un robot del que se dispone para manejar muestras de cerámica en un ambiente de alta temperatura que es parte de varios procedimientos de prueba. Debido a las necesidades cambiantes de los consumidores, el robot no satisfará los requerimientos de servicio futuros a menos que se actualice a un costo de \$2,000. Por esta situación, se ha seleccionado un robot nuevo de tecnología avanzada como reemplazo potencial del que ya existe. Las estimaciones que se adjuntan se desarrollaron a partir de información que proveyeron algunos usuarios actuales del robot nuevo, y de datos que proporcionó el fabricante. La TREMA de la compañía antes de impuestos es del 25% anual. Con base en dicha información, ¿debería reemplazarse el robot del que ya se dispone? Suponga que se necesita un robot por un periodo indefinido. (9.4, 9.7)

#### Defensor

Valor de mercado actual	\$38,200
Costo de actualización (año 0)	2,000
Gastos anuales	\$1,400 en el año uno, y se incrementa al 8% anual de ahí en adelante.
Vida útil (años)	6
Valor de mercado al final de su vida útil	-\$1,500

	Retador
Precio de compra	\$51,000
Costo de instalación	\$5,500
Gastos anuales	\$1,000 en el año uno, y se incrementa en \$150 al año a partir de entonces.
Vida útil (años)	10
Valor de mercado al final de su vida útil	\$7,000

- 9.10.** Hace 10 años se instaló una máquina diesel (defensor) que costó \$50,000. Tiene un VM realizable de \$14,000. Si se conservara, puede esperarse que dure otros cinco años, con gastos anuales de \$14,000 y al final de dicho lapso tendría un valor de mercado de \$8,000. Esta máquina podría reemplazarse por una versión mejorada que cuesta \$65,000 y tiene una vida esperada de 20 años. Este retador incurriría en gastos anuales de \$9,000 y un valor de mercado final de \$13,000. Se piensa que se necesita una máquina en forma indefinida y que los resultados del estudio económico no se verían afectados por consideraciones impositivas sobre la renta. Con el empleo de una TREMA del 15% por año, realice un análisis, con la finalidad de determinar si la máquina antigua se conserva o reemplaza. (9.4, 9.7)

- 9.11.** Un paso peatonal elevado de acero debe reforzarse o sustituirse. El refuerzo costaría \$22,000 y haría que el paso fuera adecuado para otros cinco años de servicio. Si se demoliera ahora, el valor de la chatarra de acero sería superior al costo de retirarlo en \$14,000. Si se reforzara, se estima que su valor neto de rescate (mercado) sería de \$16,000 en el momento en que se retire del servicio. Un paso nuevo de concreto pretensado ten-

dría un costo de \$140,000 y satisfaría los requerimientos previsibles de los 40 años próximos. Un diseño como ése no tiene valor neto o de mercado como desperdicio. Se estima que los gastos anuales del paso de concreto son de \$3,200. Suponga que el dinero cuesta al estado el 10% anual y que éste no paga impuestos. ¿Qué recomendaría usted? (9.4, 9.7)

**9.12.** Una pequeña máquina centrifugadora comercial de alta velocidad tiene los siguientes flujos de efectivo y valores de abandono durante su vida útil (véase la tabla P9.12).

La TREMA de la empresa es del 10% anual. Determine el momento óptimo de abandonar la centrifugadora si se adquiriera en \$7,500 y no se usara por más de cinco años. (9.8)

**9.13.** Considere un elemento de equipo que tiene un costo inicial de \$8,000 y se estima que los gastos y valor de mercado por año son los siguientes:

Fin del año, $k$	Gastos anuales	VM al final del año
1	\$3,000	\$4,700
2	3,000	3,200
3	3,500	2,200
4	4,000	1,450
5	4,500	950
6	5,250	650
7	6,250	300
8	7,750	0

Si la TREMA después de impuestos es del 7% anual, determine la vida económica después de impuestos de este equipo. Se está empleando el SMRAC (SGD) para depreciar al elemento (clase de propiedad de cinco años). La tasa efectiva del impuesto sobre la renta es del 40%. (9.9)

**9.14.** Se está evaluando el reemplazo potencial de un activo actual (defensor). Se compró hace cuatro años y tuvo un costo de \$62,000. Ha estado sujeto a depreciación con el SMRAC (SGD) como activo de clase de propiedad de cinco años. El valor de mercado presente del defensor es de \$12,000. Se estima que su vida útil remanente es de cuatro años, pero va a requerir trabajos adicionales de reparación ahora (con un costo de \$4,000 en una sola exhibición) para que continúe proporcionando un servicio equivalente al del retador. La tasa efectiva actual de impuesto sobre la renta es del 39%, y la TREMA después de impuestos es del 15% anual. Con base en el punto de vista externo, ¿cuál es la inversión inicial después de impuestos que se haría en el defensor si se conservara (*no* se reemplazara ahora)? (9.9)

**9.15.** En la tabla que sigue se muestran los valores presentes de los flujos de efectivo después de impuestos hasta el año  $k$ ,  $VP_k$ , de un defensor (tres años de vida útil remanente) y un retador (cinco años de vida útil):

VP del FEDI hasta el año $k$ , $VP_k$		
Año	Defensor	Retador
1	-\$14,020	-\$18,630
2	-28,100	-34,575
3	-43,075	-48,130
4		-65,320
5		-77,910

Suponga que la TREMA después de impuestos es del 12% anual. Con base en la información anterior,

**a)** ¿Cuál es la vida económica y el costo anual uniforme equivalente mínimo relacionado, CAUE, cuando  $k = N_{DL}^*$ , tanto para el defensor como para el retador? (9.5, 9.6)

**b)** ¿Cuándo debe reemplazar (con base en el análisis presente) el retador al defensor? ¿Por qué? (9.5, 9.6)

**c)** ¿Qué suposición (o suposiciones) hizo para contestar el inciso b)?

**Tabla P9.12** Flujos de efectivo y valores de abandono para el problema P9.12

	Fin del año				
	1	2	3	4	5
Ingresos menos gastos anuales	\$2,000	\$2,000	\$2,000	\$2,000	\$2,000
Valor de abandono de la máquina <sup>a</sup>	\$6,200	\$5,200	\$4,000	\$2,200	0

<sup>a</sup> Valor de mercado estimado.

**9.16.** Hace cuatro años, la Altaboy Lawn Mower Company adquirió un elemento de equipo para su línea de montaje. Debido al incremento en los costos de mantenimiento de dicho equipo, se está considerando la compra de otro elemento nuevo de maquinaria. En la tabla siguiente se presenta la información acerca del defensor (el equipo actual) y el retador:

Defensor	Retador
Costo original = \$9,000	Costo de compra = \$13,000
Mantenimiento = \$300 en el primer año de uso de hace cuatro años, con un incremento del 10% anual en adelante	Mantenimiento = \$100 en el año uno, con un aumento del 10% por año a partir de entonces
SMRAC (SAD) con un periodo de recuperación de nueve años	SMRAC (SGD), clase de propiedad de cinco años
VM = 0, dentro de cinco años	VM = \$3,000, al final del año cinco

Suponga que puede conseguirse para el defensor un VM de \$3,200. Realice un análisis después de impuestos con el empleo de una TREMA después de impuestos del 10% anual, y un periodo de análisis de cinco años, para determinar cuál alternativa conviene seleccionar. La tasa efectiva de impuesto sobre la renta es del 40%. (9.9)

**9.17.** Se está decidiendo si se reemplaza o no un elemento de equipo existente, por otro más nuevo y productivo que cuesta \$80,000 y tiene un VM estimado de \$20,000 al final de sus seis años de vida útil. Los costos de instalación para el equipo nuevo importarán \$3,000; esto no se agrega a la inversión de capital, pero será un concepto de gasto durante el primer año de operación. Se usará el SMRAC (SGD). El equipo nuevo reducirá los costos directos (trabajo, mantenimiento, repeticiones, etcétera) en \$10,000 durante el primer año, y se espera que esta cantidad se incremente en \$500 cada año a partir de entonces durante su vida de seis años. También se sabe que el VL de la máquina antigua que se depreció por completo es de \$10,000, pero que su VM justo es en el presente de \$14,000. El VM de la máquina antigua será de cero dentro de seis años. La tasa efectiva de impuesto sobre la renta es del 40%. (9.9)

**a)** Determine el flujo de efectivo prospectivo después de impuestos que se asocia con el equipo nuevo, si se piensa que la máquina existente podría funcionar en forma satisfactoria durante seis años más.

**b)** Suponga que la TREMA después de impuestos es del 12% anual. Con base en el método de la TER, ¿debería reemplazarse al defensor por el retador? Suponga que  $\epsilon = \text{TREMA}$ .

**9.18.** Hace 10 años, una corporación construyó instalaciones que tuvieron un costo de \$400,000, en una zona que a partir de esa época se desarrolló como un área comercial de importancia. En el momento en que se erigió la instalación, se estimó que tendría una vida sujeta a depreciación de 20 años sin valor de mercado, de acuerdo con el método de la línea recta. Ahora, a la corporación le parece que sería más conveniente estar ubicada en una zona menos congestionada y vender su inmueble antiguo en \$250,000. Una instalación nueva en la localidad que desea le costaría \$500,000, y se estaría en la clase de propiedad de 10 años según el SMRAC (SGD). Se ahorraría \$4,000 en los gastos anuales. Los impuestos y seguros de la edificación anterior han sido del 5 % de la inversión de capital inicial por año, mientras que para la instalación nueva se estima que serían de sólo el 3% de la inversión de capital inicial por año. El periodo de estudio es de 10 años, y el VM estimado del edificio nuevo es de \$200,000 al final de dicho plazo. La corporación tiene una tasa de impuesto sobre la renta del 40%, y el rendimiento después de impuestos de su capital es igual al 12%. ¿Qué recomendaría usted sobre la base de un análisis de la TIR después de impuestos? (9.9)

**9.19.** Utilice el método del VP para seleccionar la mejor de las alternativas siguientes:

Gastos anuales	Defensor: alternativa A	Retador: alternativa B
Trabajo	\$300,000	\$250,000
Material	250,000	100,000
Seguros e impuestos sobre la propiedad	4% de la inversión inicial de capital	Ninguno
Mantenimiento	\$8,000	Ninguno
Costo de arrendamiento	Ninguno	\$100,000

Suponga que el defensor se instaló hace cinco años y que su clase de propiedad SMRAC (SGD) es de siete años. La TREMA después de impuestos es del 10% anual, y la tasa efectiva de impuesto sobre la renta es del 40%. (9.9, 9.10)

Definición de alternativa:

A: Mantener en servicio durante ocho años más a la máquina que ya se posee (defensor).

B: Vender al defensor y arrendar una nueva (retador) por ocho años.

Alternativa A (información adicional):

Costo del defensor hace cinco años = \$500,000  
 VL ahora = \$111,550  
 Valor de mercado estimado dentro de ocho años = \$50,000  
 VM presente = \$150,000

**9.20.** Suponga que se desea realizar un análisis después de impuestos de la situación que se planteó en el problema 9.10. El defensor está siendo sujeto de depreciación con el método de la línea recta durante 15 años; para dicho propósito se estima un valor de mercado de \$8,000. Se supone que si se efectuara el reemplazo, el retador se depreciaría con el SMRAC (SGD) como activo de clase de propiedad de cinco años. Asimismo, suponga que la tasa efectiva de impuesto sobre la renta es del 40%. Utilice el método del VA para determinar si se justifica el reemplazo con la percepción de una TREMA después de impuestos del 10% o más. (9.7, 9.9)

**9.21.** Se tiene una máquina que se compró hace cuatro años y se depreció mediante el SMRAC (SAD) con un periodo de recuperación de cinco años. El costo original fue de \$150,000, y la máquina puede durar otros 10 años o más en su aplicación actual. Está disponible otra máquina nueva que cuesta sólo \$100,000. Se depreciaría con el método del SMRAC, SGD, (clase de propiedad de cinco años). Los gastos anuales del retador son de sólo \$5,000, mientras que los del defensor son de \$20,000. El retador tiene una vida útil superior a 10 años. Se encuentra que el mejor precio que podría obtenerse si se vendiera la máquina actual sería de \$40,000. La mejor proyección para el futuro es que se necesitará el servicio que proporciona una de las dos máquinas durante los cinco años próximos. El VM del defensor se estima en \$2,000 dentro de cinco años, pero se calcula que el del retador será de \$5,000, también en cinco años. Si la TREMA después de impuestos es del 10% anual, ¿se debería vender al defensor y comprar al retador? No se necesitan ambos. Suponga que la compañía se encuentra en el rango del 40% de impuesto sobre la renta. (9.9)

**9.22.** Hace cinco años, una línea aérea instaló en una terminal una banda transportadora de equipaje, sabiendo que dentro de unos cuantos años tendría retirarla. El costo original de la instalación fue de \$120,000, y usando métodos de depreciación acelerada, la compañía ha podido depreciar el costo total. Ahora se da cuenta de que retirar y modernizar la banda transportadora costaría \$40,000. Este costo capitalizado se recuperaría durante los seis años próximos [se em-

plearía el SMRAC (SAD) con la convención de medio año y periodo de recuperación de cinco años], lapso que la aerolínea considera una buena estimación de la vida útil restante del sistema, si se cambiara. Como alternativa, la línea puede comprar un sistema transportador un poco más eficiente cuyo costo es de \$120,000, ya instalado. El sistema nuevo daría origen a una reducción estimada de los gastos anuales de \$6,000, en dólares del año 0. Se espera que los gastos anuales tengan un escalamiento del 6% anual. El sistema nuevo está en la clase de propiedad de cinco años del SMRAC (SGD), y se estima que su valor de mercado dentro de seis años será del 50% del costo de instalación, en dólares del año 0. Se cree que este VM va a escalar un 3% por año. Una línea aérea pequeña, que ocupará el espacio actual, ofrece comprar la banda antigua en \$90,000.

Los impuestos anuales sobre la propiedad y los seguros del equipo actual han sido de \$1,500, pero se estima que se incrementarán a \$1,800 si el equipo se retirara y modernizara. Para el sistema nuevo, se piensa que estos costos serían de \$2,750 anuales, aproximadamente. Todos los demás gastos serían más o menos iguales para las dos alternativas. La compañía está en el rango del 40% de impuesto sobre la renta. Se desea obtener por lo menos el 10% por año, después de impuestos, de cualquier capital que se invierta. ¿Qué recomendaría usted que se hiciera? (9.9, 9.10)

**9.23.** Una compañía manufacturera tiene cierto equipo semiautomático de producción al que está pensando reemplazar. Este equipo tiene un VM actual de \$57,000, y un VL de \$27,000. Con el SMRAC (SAD), tiene cinco años más de depreciación disponible, de \$6,000 anuales durante cuatro años, y \$3,000 en el año cinco. (El periodo original de recuperación fue de nueve años.) El VM estimado del equipo dentro de cinco años (en dólares del año cero) es de \$18,500. La tasa de escalamiento del VM de este tipo de equipo ha sido del 3.2% en promedio anual. El total de gastos anuales es de \$27,000, en promedio.

Después, se arrendaría equipo nuevo automático para reemplazar al anterior. Los gastos anuales estimados para este equipo nuevo son de \$12,200 por año. Los costos de arrendamiento anual serían de \$24,300. La TREMA (después de impuestos) es del 9% por año,  $t = 40\%$ , y el periodo de análisis es de cinco años. (Recuerde: El propietario declara depreciación, y considera al costo de arrendamiento un gasto de operación.)

Con base en un análisis después de impuestos en dólares corrientes, ¿debería arrendarse el

equipo nuevo? Fundamente su respuesta en la TIR del flujo de efectivo incremental. (9.9, 9.10)

**9.24.** Una empresa está considerando la sustitución de un taladro de torre (defensor) por una máquina de tornillo sencillo (retador). El taladro de torre se compró hace cuatro años en \$80,000, y la depreciación se basa en cálculos para una clase de propiedad de cinco años, según el SMRAC (SGD). Puede venderse hoy en \$15,000, pero si se conservara, operaría en forma satisfactoria durante cuatro años más y tendría un valor de mercado igual a cero. La vida útil de la máquina de tornillo se estima en 10 años. Se usaría la depreciación con el SMRAC, SGD, (clase de propiedad de cinco años). Requeriría la atención al 50% de un operador que gana \$12.00 por hora. Las máquinas tendrían igual capacidad y operarían ocho horas diarias y 250 días al año. El mantenimiento del taladro de torre ha tenido un costo de \$3,000 por año; y se estima que para la máquina de tornillo sería de \$1,500 anuales. Para ambas máquinas, los impuestos y seguros serían del 2% anual de la inversión inicial de capital. Si el capital rinde a la compañía el 10% por año después de impuestos, y ésta tiene una tasa de impuesto sobre la renta del 40%, ¿cuál es el precio máximo que pagaría por la máquina de tornillo? Suponga un periodo de análisis de cuatro años y un valor de mercado que se imputa (capítulo 5) al retador al final de cuatro años. (9.9)

**9.25. Rompecabezas:** Existen dos clientes que requieren servicio de electricidad trifásica, uno de ellos ya existe en la localidad A, el otro es nuevo y está en la B. Se sabe que la carga en la ubicación A es de 110 KVA, y se contrató que en la B fuera de 280 KVA. Se espera que ambas cargas permanezcan constantes durante un futuro indefinido. En la localidad A ya están en servicio tres transformadores de 100 KVA, que se instalaron hace algunos años cuando la carga era mucho mayor. Así, las alternativas son las siguientes:

Alternativa A: Instalar ahora tres transformadores (nuevos) de 100 KVA en la localidad B y reemplazar los que se encuentran en A con tres transformadores de 37.5 KVA sólo cuando se retiren los existentes.

Alternativa B: Quitar ahora los tres transformadores de 100 KVA que están en A, y volverlos a colocar en la localidad B. Después, instalar tres transformadores (nuevos) de 37.5 KVA en A.

En la tabla P9.25 se incluyen los datos para ambas alternativas. Los transformadores existentes tienen una vida remanente de 10 años. Suponga que la TREMA antes de impuestos es del 8% anual. Después de calcular con un criterio de comparación apropiado para las alternativas, recomienda el lector cuál curso de acción tomar. Liste todas las suposiciones necesarias e ignore los impuestos sobre la renta. (9.7)

**Tabla P9.25** Tabla para el problema P9.25

Transformadores existentes y nuevos		
	Tres de 37.5 KVA	Tres de 100 KVA
Inversión de capital:		
Equipo	\$900	\$2,100
Instalación	\$340	\$475
Impuestos a la propiedad	2% de la inversión de capital	2% de la inversión de capital
Costo del retiro	\$100	\$110
Valor de mercado	\$100	\$110
Vida útil (años)	30	30

# Manejo de la incertidumbre

*El objetivo de este capítulo es presentar y estudiar métodos no probabilistas que resultan útiles en el análisis de las consecuencias económicas de proyectos de ingeniería en los que existe incertidumbre.*

---

**En este capítulo se estudian los siguientes temas:**

- Naturaleza del riesgo, la incertidumbre y la sensibilidad
- Fuentes de la incertidumbre
- Análisis de sensibilidad:
  - Análisis del equilibrio
  - Gráficas de sensibilidad
  - Combinaciones de factores
  - Estimación optimista, más probable y pesimista
- TREMA ajustada por riesgo
- Reducción de la vida útil

## 10.1 Introducción

En los capítulos anteriores, se hicieron suposiciones específicas que concernían a ingresos, costos y otras cantidades importantes aplicables a un análisis de ingeniería económica. Se supuso que había un grado elevado de confianza en todos los valores estimados. Dicho grado de confianza a menudo se conoce como *incertidumbre aceptada*. Las decisiones que se toman sólo sobre la base de esta clase de análisis en ocasiones se denominan *decisiones bajo incertidumbre*. El término es algo confuso porque es raro el caso en el que el mejor de los valores estimados se tome como cierto.

Prácticamente en todas las situaciones existe duda en los resultados económicos definitivos que se obtendrán de un proyecto de ingeniería. Ahora se van a examinar técnicas

aplicables a la etapa 5 del procedimiento de siete etapas para realizar estudios de ingeniería económica (capítulo 1). La motivación para manejar el riesgo y la incertidumbre es establecer los límites del error en nuestras estimaciones, de manera que alguna otra de las alternativas en estudio se revele como una elección mejor que aquella que era recomendable cuando se suponía certeza.

## 10.2 ¿Qué son el riesgo, la incertidumbre y la sensibilidad?

Tanto el *riesgo* como la *incertidumbre* en las actividades de toma de decisiones se originan por la falta del conocimiento preciso de las condiciones de los negocios futuros, desarrollos tecnológicos, sinergias entre los proyectos para los que se asignan fondos, etcétera. Las *decisiones bajo riesgo* son aquellas en las el analista modela el problema de decisión en términos de los posibles resultados futuros (o escenarios) que se aceptan, y cuyas probabilidades de ocurrencia pueden calcularse. En contraste, una *decisión bajo incertidumbre* es un problema de decisión que se caracteriza por varios futuros desconocidos para los cuales no pueden calcularse las probabilidades de ocurrencia.

En realidad, la diferencia entre riesgo e incertidumbre es algo arbitraria. Una escuela de pensamiento contemporánea afirma que los resultados representativos y probables, así como sus probabilidades, siempre pueden desarrollarse en forma subjetiva.\* Entonces, no es absurdo sugerir que la toma de decisiones bajo riesgo es la estructura más plausible y manejable para lidiar con la falta de conocimiento perfecto acerca del futuro. Aunque llega a haber una diferencia técnica entre el riesgo y la incertidumbre, ambos ocasionan que los resultados del estudio varíen, y es raro que se obtenga una ventaja significativa al intentar manejarlos por separado. Por lo tanto, en lo que resta de este libro, los términos *riesgo* e *incertidumbre* se usarán indistintamente.

### PRINCIPIO 6 —HACER EXPLÍCITA LA INCERTIDUMBRE (CAPÍTULO 1)

Al tratar con la incertidumbre, a menudo resulta útil determinar hasta qué grado afectarán a una decisión de inversión de capital los cambios de un valor estimado, es decir, saber qué tan *sensible* es una inversión a los cambios de los factores particulares que no se conocen con certeza. Si un factor tal como la vida de un proyecto, o el ingreso anual, varía dentro de un rango amplio sin tener mucho efecto sobre la decisión de inversión, entonces se dice que la decisión *no* es sensible a ese factor particular. A la inversa, si un pequeño cambio en la magnitud relativa de un factor revierte una decisión de inversión, se dice que tal decisión es muy sensible a dicho factor.

En este capítulo, se estudian técnicas no probabilísticas para tomar en cuenta la incertidumbre en los análisis de ingeniería económica. En el capítulo 13 se hace la introducción al uso de modelos probabilistas.

\* R. Schlaifer, *Analysis of Decisions Under Uncertainty* (New York: McGraw-Hill, 1969).

### 10.3 Fuentes de la incertidumbre

Es útil considerar algunos de los factores que afectan a la incertidumbre implícita en los análisis de las consecuencias económicas futuras de un proyecto de ingeniería. Sería casi imposible enumerar y estudiar todos los factores potenciales. Sin embargo, existen cuatro fuentes principales de incertidumbre, que casi siempre se encuentran presentes en los estudios de ingeniería económica.

La primera fuente que siempre hace acto de presencia es la *possible inexactitud de las estimaciones de los flujos de efectivo que se utilizan en el estudio*. Si se dispone de información representativa acerca de los conceptos de ingresos y gastos, la exactitud resultante será buena. Si, por el contrario, hay poca información procedente de hechos sobre la cual basar las estimaciones, su exactitud puede ser alta o baja.

La exactitud de las estimaciones de los flujos de entrada de efectivo siempre es difícil de determinar. Si se basan en experiencias del pasado o se han determinado mediante estudios de mercado adecuados, es posible depositar en ellos un grado alto de confianza. Por otro lado, si se basan en información limitada y contienen una cantidad considerable de esperanza, es probable que tengan un elemento considerable de incertidumbre.

Sin embargo, un ahorro en los gastos de operación debería incluir poca incertidumbre. Por lo general es más fácil determinar de cuánto será el ahorro porque se tiene un cúmulo de experiencia e historia pasada como base para las estimaciones. En forma similar, no debería haber un error grande en la mayoría de las estimaciones del capital que se requiere. La incertidumbre en los requerimientos de inversión de capital con frecuencia se refleja como una *contingencia* sobre el costo real de la planta y el equipo.

La segunda fuente principal de la incertidumbre es el *tipo de negocio implicado en relación con el buen estado futuro de la economía*. Ciertos tipos de operaciones de negocios son menos estables que otros. Por ejemplo, la mayoría de las empresas de minería son más riesgosas que las de manufactura. No obstante, no se afirma de manera arbitraria que una inversión en estas últimas operaciones siempre implique menos incertidumbre que una inversión en minería. Siempre que vaya a invertirse capital en un proyecto de ingeniería, debe tomarse en cuenta la naturaleza del negocio, así como las expectativas de las condiciones futuras de la economía (por ejemplo, tasas de interés), para decidir qué cantidad de riesgo está presente.

Una tercera fuente que afecta la incertidumbre es el *tipo de planta física y equipo implicado*. Ciertos tipos de estructuras y equipos tienen más bien vidas económicas y valores de mercado conocidos en definitiva. De otros, se conoce poco acerca de sus vidas económicas o físicas, y casi no tienen valor de reventa. Una buena maquinaria de torno por lo general se utiliza para muchos propósitos en casi cualquier taller de manufactura. La situación es muy diferente para un tipo especial de torno que se fabricó para realizar un solo trabajo poco común. Su valor dependería casi por completo de la demanda de la actividad especial que puede realizar. Así, el tipo de propiedad física en cuestión afecta la exactitud de los patrones estimados de flujo de efectivo. Ahí donde se va a invertir dinero en una planta y equipo especializados, este factor debe considerarse con mucho cuidado.

La cuarta fuente de importancia de la incertidumbre que debe considerarse es la *longitud del periodo de estudio* que se emplea en el análisis. Las condiciones que se hayan supuesto al establecer los flujos de entrada y salida de efectivo deben perdurar durante todo el periodo de estudio, con la finalidad de obtener un rendimiento satisfactorio de la inversión de capital. Es natural que un periodo largo de estudio disminuya la probabilidad de todos los factores que se obtuvieron mediante estimaciones. Por lo tanto, un periodo largo

de estudio, si todo lo demás permanece igual, incrementa la incertidumbre de una inversión de capital.

## 10.4 Análisis de sensibilidad

En el análisis económico de la mayor parte de los proyectos de ingeniería, resulta útil determinar cuán sensible es la situación a los distintos factores que entran en juego, de manera que se les tome en cuenta en forma apropiada en el proceso de decisión. En general, *sensibilidad* significa la magnitud relativa del cambio en la medición de la ventaja (tal como el VP o la TIR) que ocasiona uno o más cambios en los valores estimados de los factores del estudio. A veces, la sensibilidad se define de manera más específica como la magnitud relativa del cambio en uno o más factores que revertiría la decisión entre las alternativas de un proyecto o decisión acerca de la aceptación económica de un proyecto.

En los estudios de ingeniería económica, el análisis de sensibilidad es una metodología no probabilista, asequible con facilidad, para obtener información sobre el impacto potencial de la incertidumbre en las estimaciones de factores seleccionados. Su uso rutinario es fundamental para el desarrollo de la información económica que es útil en los procesos de toma de decisiones.

Como se dijo en la sección anterior (10.3), existen varias fuentes potenciales que contribuyen al aumento de la incertidumbre en las estimaciones de flujo de efectivo de un proyecto de ingeniería. Los factores específicos de atención variarán de un proyecto a otro, pero lo normal es que uno o varios de ellos requieran un análisis más profundo antes de que pueda tomarse la mejor decisión. Dicho en forma sencilla, los estudios de ingeniería económica se centran en el futuro, y no puede evitarse la incertidumbre en las estimaciones de los resultados prospectivos.

En un análisis de sensibilidad de ingeniería económica, por lo general se incluyen varias técnicas. Aquí se estudiará el tema en términos de tres de ellas:

1. *Análisis del equilibrio*. Es común que esta técnica se use cuando la selección entre las alternativas del proyecto o la aceptación económica de un proyecto de ingeniería depende en gran medida de un solo factor, por ejemplo la utilización de la capacidad instalada, que es incierta.
2. *Gráfica de sensibilidad (de tela de araña)*. Este enfoque se emplea si dos o más factores del proyecto generan preocupación y se necesita una comprensión de la sensibilidad de las mediciones de la ventaja económica ante los cambios de *cada uno* de ellos.
3. *Combinación de factores*. Esta herramienta se emplea cuando necesitan examinarse los efectos combinados de la incertidumbre en dos o más factores del proyecto. Lo normal es que primero se desarrolle un gráfico de tela de araña para identificar los factores más sensibles; esto ayuda a determinar cuál es la combinación (o combinaciones) de factores por analizar.

### 10.4.1 Análisis del equilibrio

Si la selección entre dos alternativas de proyecto de ingeniería depende mucho de un solo factor, se calcula el valor que adopta ese factor en el que la conclusión es indiferente.

Dicho valor se conoce como el *punto de equilibrio*, es decir, el valor en el que somos indiferentes ante las dos alternativas. (En el capítulo 2 se estudió el uso de puntos de equilibrio con respecto a los volúmenes de producción y ventas.) Después, si la mejor estimación del resultado real del factor común es más alta o más baja que el punto de equilibrio, y se acepta que hay incertidumbre, se vuelve evidente la alternativa que es mejor.

En términos matemáticos, se tiene que

$$\text{VE}_A = f_1(y) \text{ y } \text{VE}_B = f_2(y),$$

donde  $\text{VE}_A$  = un cálculo de valor equivalente para el flujo neto de efectivo de la alternativa A;

$\text{VE}_B$  = el mismo cálculo de valor equivalente para el flujo neto de efectivo de la alternativa B;

$y$  = un factor común de interés que afecta a los valores equivalentes de las alternativas A y B.

Por lo tanto, el punto de equilibrio entre la alternativa A y la B es el valor del factor  $y$  para el que los dos valores equivalentes son iguales. Es decir,  $\text{VE}_A = \text{VE}_B$ , o bien,  $f_1(y) = f_2(y)$ , que se resuelve para  $y$ .

De manera similar, si la aceptación económica de un proyecto de ingeniería depende del valor de un solo factor, por ejemplo  $z$ , se establece en términos matemáticos un valor equivalente del flujo neto de efectivo del proyecto para el periodo de análisis que es igual a cero [ $\text{VE}_p = f(z) = 0$ ] y se resuelve para el valor de equilibrio de  $z$ . Es decir, el valor de  $z$  para el que seríamos indiferentes (desde el punto de vista económico) entre implantar o rechazar el proyecto. Entonces, si la mejor estimación del valor de  $z$  es más alta o más baja que el valor del punto de equilibrio, y se acepta la incertidumbre, se conocerá qué tan aceptable económicamente es el proyecto.

Los siguientes son algunos ejemplos de factores en común para los que el análisis del equilibrio podría brindar puntos de vista útiles para el problema de toma de decisiones:

1. *Ingresos y gastos anuales.* Resolver para el ingreso anual que se requiere para igualar (estar en equilibrio con) los gastos anuales. También pueden determinarse los gastos anuales de equilibrio de una alternativa en una comparación parecida cuando los ingresos son idénticos para las dos alternativas que están en estudio.
2. *Tasa de rendimiento.* Resolver para la tasa de rendimiento sobre el incremento del capital invertido para el que dos alternativas dadas son igualmente atractivas.
3. *Valor de mercado (o rescate).* Resolver para el valor de reventa futuro que causaría la indiferencia en cuanto a preferir una alternativa.
4. *Vida económica.* Resolver para la vida útil que necesita tener un proyecto de ingeniería para que tenga justificación económica.
5. *Utilización de la capacidad.* Resolver para las horas de utilización por año, por ejemplo, para las cuales se justifica una alternativa, o bien, para las que dos alternativas tienen igual atractivo.

Al problema habitual de punto de equilibrio para dos alternativas se le da un enfoque más sencillo, desde el punto de vista de las matemáticas, si se iguala el valor equivalente de las dos alternativas expresadas como función del factor de interés. Al emplear el mismo enfoque para el atractivo económico de un proyecto de ingeniería, un valor equivalente del proyecto se vuelve igual a cero, matemáticamente, como función del factor en estudio. En los estudios del equilibrio, las vidas del proyecto pueden ser iguales o no, por lo que debe tenerse cuidado para determinar cuál de las dos suposiciones se adapta mejor a la situación, la de terminación simultánea o la de repetición posible.

Los siguientes ejemplos ilustran soluciones tanto matemáticas como gráficas de problemas de equilibrio que se presentan con frecuencia.

### EJEMPLO 10.1

Suponga que hay dos alternativas de motores eléctricos que dan una salida de 100 hp. El motor Alfa puede adquirirse en \$12,500 y tiene una eficiencia del 74%, su vida útil se estima en 10 años, y los gastos de mantenimiento en \$500 por año. El motor Beta cuesta \$16,000 y tiene una eficiencia de 92%, vida útil de 10 años y gastos de mantenimiento de \$250. Los impuestos anuales y gastos de seguros de cada motor serán el  $1\frac{1}{2}\%$  de la inversión. Si la TREMA es del 15% anual, ¿cuántas horas por año tendrían que operar los motores a toda su capacidad para que los costos anuales fueran iguales? Suponga que los valores de mercado de ambos motores al final de los 10 años son despreciables y que la electricidad tiene un costo de \$0.05 por kiloWatt·hora.

#### SOLUCIÓN CON MATEMÁTICAS

*Observación:* 1 hp = 0.746 kW, y entrada = salida/eficiencia. Si  $X$  = número de horas de operación por año, los componentes del valor anual equivalente,  $VA_\alpha$ , para el motor Alfa serán los siguientes:

Monto de la recuperación de capital:

$$\$12,500(A/P, 15\%, 10) = \$12,500(0.1993) = \$2,490 \text{ por año;}$$

Gastos de energía por la operación:

$$(100)(0.746)(\$0.05)X/0.74 = \$5.04X \text{ por año;}$$

Gastos de mantenimiento:

$$\$500 \text{ por año;}$$

Impuestos y seguros:

$$\$12,500(0.015) = \$187 \text{ por año.}$$

En forma similar, los componentes del valor anual equivalente  $VA_\beta$  para el motor Beta son los siguientes:

Monto de la recuperación de capital:

$$\$16,000(A/P, 15\%, 10) = \$16,000(0.1993) = \$3,190 \text{ por año;}$$

Gastos de energía por la operación:

$$(100)(0.746)(\$0.05)X/0.92 = \$4.05X \text{ por año;}$$

Gastos de mantenimiento:

$$\$250 \text{ por año;}$$

Impuestos y seguros:

$$\$16,000(0.015) = \$240 \text{ por año;}$$

Como en este ejemplo sólo se están manejando costos (se supone que los ingresos son iguales), se usa la medición del costo anual uniforme equivalente (CAUE) para encontrar el punto de equilibrio.

En el punto de equilibrio, se cumple que  $\text{CAUE}_\alpha = \text{CAUE}_\beta$ . Entonces,

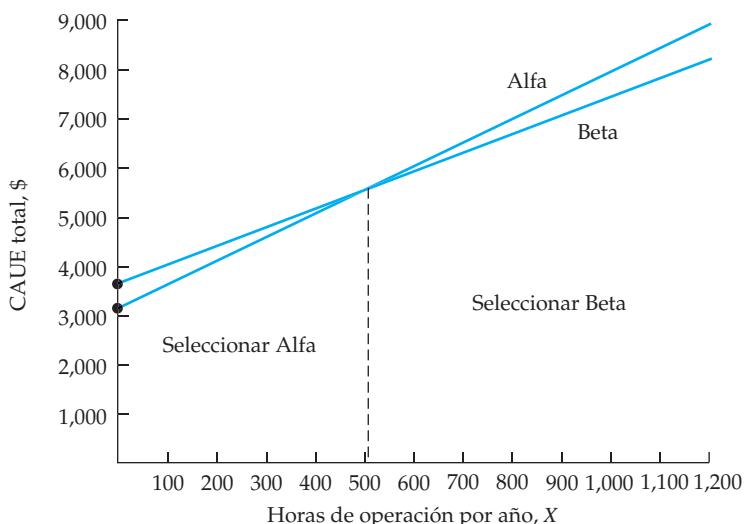
$$\$2,490 + \$5.04X + \$500 + \$187 = \$3,190 + \$4.05X + \$250 + \$240$$

$$\$5.04X + \$3,177 = \$4.05X + \$3,680$$

$$\hat{X} \simeq 508 \text{ hr/año.}$$

#### GRÁFICA DE LA SOLUCIÓN MATEMÁTICA

En la figura 10.1 se aprecia una gráfica del CAUE total de cada motor, como función del número de horas de operación por año. Los costos anuales constantes (intersección de CAUE) son de \$3,177 y \$3,680 para Alfa y Beta, respectivamente, y los gastos que varían directamente con las horas de operación por año (pendientes de las rectas) son de \$5.04 y \$4.05, para Alfa y Beta, respectivamente. (Vea la solución matemática anterior.) Por supuesto,



**Figura 10.1** Gráfica del punto de equilibrio para el ejemplo 10.1

el punto de equilibrio es el valor de la variable independiente,  $X$ , para el que se intersecan las funciones lineales del CAUE de las dos alternativas (en aproximadamente 508 horas por año). Por lo tanto, la mejor estimación de las horas de operación por año es  $> 508$ , por lo que se prefiere el motor Beta.

En el ejemplo 10.1, la medida de la actividad del negocio fueron las horas de operación por año, que se usó como variable para la que se encontró el punto de equilibrio. Asimismo, en el ejemplo 10.1 se aplicó el análisis del equilibrio donde sólo había dos alternativas en juego. Sin embargo, el análisis del equilibrio puede extenderse a alternativas múltiples, como se ilustra en el ejemplo 10.2.

### EJEMPLO 10.2

El Universal Postal Service está considerando la posibilidad de colocar deflectores de viento en la parte superior de las cabinas de sus 500 tráileres con exceso de largo. Están en estudio tres tipos de deflectores, con las características siguientes (TREMA = 10% por año):

	Windshear	Blowby	Air-vantage
Inversión de capital	\$1,000	\$400	\$1,200
Reducción del arrastre	20%	10%	25%
Mantenimiento/año	\$10	\$5	\$5
Vida útil	10 años	10 años	5 años

Si un 5% de reducción en el arrastre significa un ahorro de combustible del 2% por milla, ¿cuántas millas tienen que manejarse los tráileres para que el modelo Windshear sea preferible por sobre los otros dos? ¿En qué rango de millas recorridas por año es el Air-vantage la mejor elección? (*Observación:* Se espera que el costo de combustible sea de \$1.00 por galón, y el consumo promedio de combustible es de cinco millas por galón, sin los deflectores.) Mencione cualesquiera suposiciones que haga.

### SOLUCIÓN

A continuación se calculan los gastos anuales de operación de los tráileres con exceso de largo para los diferentes deflectores, como función de las millas recorridas por año,  $X$ :

$$\text{Windshear: } [(X \text{ millas/año}) (0.92) (0.2 \text{ gal/mi}) (\$1.00/\text{gal})] = \$0.184X/\text{año};$$

$$\text{Blowby: } [(X \text{ millas/año}) (0.96) (0.2 \text{ gal/mi}) (\$1.00/\text{gal})] = \$0.192X/\text{año};$$

$$\text{Air-vantage: } [(X \text{ millas/año}) (0.90) (0.2 \text{ gal/mi}) (\$1.00/\text{gal})] = \$0.180X/\text{año}.$$

En la figura 10.2 se muestra la gráfica de los CAUE de los deflectores, que conduce a la determinación de los valores de los puntos de equilibrio,  $X$ . En resumen, si  $X \leq 12,831$ , debe seleccionarse el Blowby. Si  $X \geq 37,203$ , debería elegirse el Air-vantage; en otro caso, la alternativa preferible sería el Windshear. Los valores exactos se calculan en forma matemática.

tica para cada par de ecuaciones de CAUE (Windshear *versus* Blowby, Windshear *versus* Air-vantage, y Blowby *versus* Air-vantage). Por ejemplo, el valor de equilibrio entre el deflector Windshear y el Blowby es

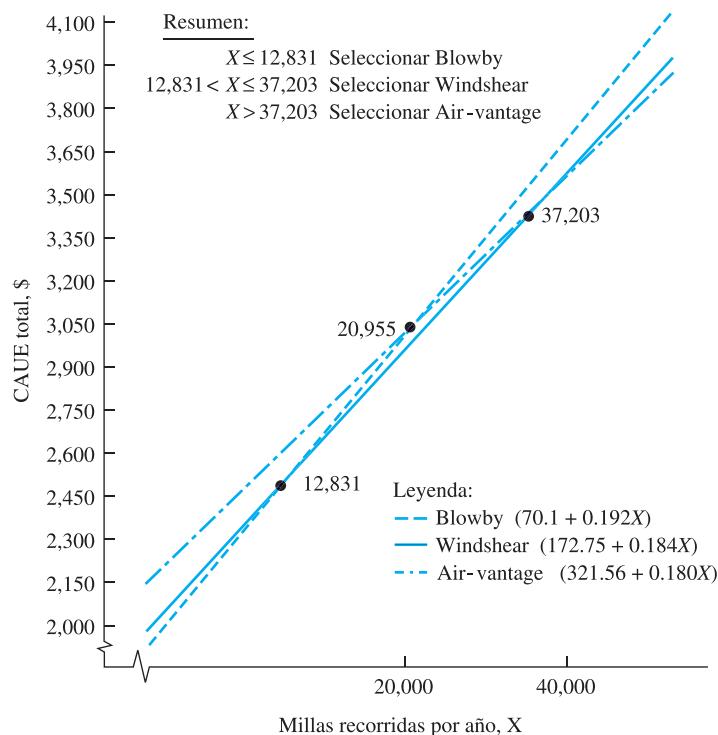
$$\$1,000(A/P, 10\%, 10) + \$10 + 0.184X = \$400(A/P, 10\%, 10) + \$5 + 0.192X$$

$$172.75 + 0.184X = 70.1 + 0.192X$$

$$X = \frac{102.65}{0.008} = 12,831 \text{ millas/año.}$$

La suposición de repetibilidad, que es apropiada para esta situación, permite que los CAUE se comparan durante períodos diferentes de tiempo.

Con frecuencia es de ayuda conocer en qué fecha del futuro se necesitará hacer una inversión diferida de manera que una alternativa que permite el uso de ésta se encontrará en equilibrio con otra que satisface de inmediato todos los requerimientos del futuro. En los casos en que sólo necesitan considerarse los costos de adquisición de los activos de las dos alternativas, o en los que los gastos anuales durante toda la vida no se ven afectados por la fecha en que se adquiera el activo diferido, el punto de equilibrio se determina con mucha facilidad y tal vez ayude a tomar una decisión entre las alternativas. El ejemplo 10.3 ilustra este tipo de estudio del equilibrio.



**Figura 10.2** Gráfica del análisis del equilibrio del ejemplo 10.2

### EJEMPLO 10.3

En la planeación de un edificio pequeño de dos plantas para oficinas, el arquitecto estudia dos diseños. El primero contiene detalles en la cimentación y estructura de manera que en una fecha posterior podrían agregarse dos plantas adicionales a las primeras dos que se requieren, sin tener que modificar la estructura original. Este edificio costaría \$1,400,000. El segundo diseño, que no contiene las previsiones antes mencionadas, sólo costaría \$1,250,000. Si se adoptara el primer plan, más adelante podrían agregarse las dos plantas adicionales con un costo de \$850,000. Sin embargo, si se eligiera el segundo plan, sería necesario reforzar y remodelar a fondo el edificio, lo cual agregaría \$300,000 al costo de añadir dos plantas. Si se supone que el edificio se necesitará durante 75 años, ¿en qué fecha tendrían que construirse las dos plantas adicionales para que se justificara adoptar el primer diseño? (La TREMA es del 10% anual).

#### SOLUCIÓN

El periodo de equilibrio de diferir,  $\hat{t}$ , se determina de la manera siguiente:

	Prever ahora	No prever
VP del costo:		
Primera unidad	\$1,400,000	\$1,250,000
Segunda unidad	\$850,000( $P/F, 10\%, \hat{t}$ )	\$1,150,000( $P/F, 10\%, \hat{t}$ )
Al igualar los VP totales de los costos, queda:		
	$$1,400,000 + \$850,000(P/F, 10\%, \hat{t}) = \$1,250,000 + \$1,150,000(P/F, 10\%, \hat{t})$	

Si se examina la *diferencia* entre las dos alternativas, queda claro que se negocian \$150,000 ahora contra \$300,000 en una fecha posterior. La pregunta es ¿cuál “fecha posterior” constituye el punto de equilibrio?

Al resolver se tiene que

$$(P/F, 10\%, \hat{t}) = 0.5.$$

De la tabla de interés con el 10%, en el apéndice C,  $\hat{t} =$  siete años (aproximadamente). Entonces, si el espacio adicional se requiriera en menos de siete años, sería más económico hacer las previsiones en los detalles de la cimentación y estructura. Si el agregado fuera a necesitarse después de siete años, se lograrían mejores resultados económicos si no se tomaran provisiones en la primera estructura.

#### 10.4.2 Gráfica de sensibilidad (de tela de araña)

La técnica de la gráfica de sensibilidad (de tela de araña) es una herramienta de análisis que resulta aplicable cuando el análisis del equilibrio no se “ajusta” a la situación del proyecto. Este enfoque hace explícito el impacto de la incertidumbre en las estimaciones de cada factor en estudio sobre la medición de la ventaja económica. En el ejemplo 10.4 se demuestra esta técnica graficando los efectos que tienen los cambios en las estimaciones de varios factores, tomados por separado, sobre el valor presente de un proyecto de ingeniería.

**EJEMPLO 10.4**

A continuación se presentan las mejores estimaciones (más probables) de un elemento nuevo de equipo que está en consideración para instalarse de inmediato:

Inversión de capital, $I$	\$11,500
Ingresos/año } A	5,000
Gastos/año }	2,000
Valor de mercado, VM	1,000
Vida útil, $N$	6 años

A causa de la tecnología nueva que hay en esta máquina, se desea investigar su VP en un rango de  $\pm 40\%$  de cambio en las estimaciones de *a)* inversión de capital, *b)* flujo neto de efectivo anual, *c)* valor de mercado y *d)* vida útil. Con base en dichas mejores estimaciones, dibuje un diagrama que resuma la sensibilidad del valor presente a cambios porcentuales de desviación en cada estimación del factor por separado, si la TREMA = 10% anual.

**SOLUCIÓN**

El VP de este proyecto (instalación del equipo nuevo) con base en las mejores estimaciones de los factores que se dieron previamente es

$$\begin{aligned} \text{VP}(10\%) &= -\$11,500 + (\$5,000 - \$2,000)(P/A, 10\%, 6) + \$1,000(P/F, 10\%, 6) \\ &= \$2,130. \end{aligned}$$

En la figura 10.3, este valor del VP ocurre en el punto de intersección común de las gráficas porcentuales de desviación para los cuatro factores separados del proyecto ( $I$ ,  $A$ ,  $N$  y  $VM$ ).

*a)* Si la inversión de capital ( $I$ ) varía en  $\pm p\%$ , el VP es

$$\text{VP}(10\%) = -(1 \pm p\% / 100)(\$11,500) + \$3,000(P/A, 10\%, 6) + \$1,000(P/F, 10\%, 6).$$

Si se hace que  $p\%$  varíe en incrementos de 10% a  $\pm 40\%$ , los cálculos resultantes del  $\text{VP}(10\%)$  pueden graficarse como se muestra en la figura 10.3.

*b)* La ecuación del VP se modifica para que refleje cambios de  $\pm a\%$  en el flujo neto de efectivo anual,  $A$ :

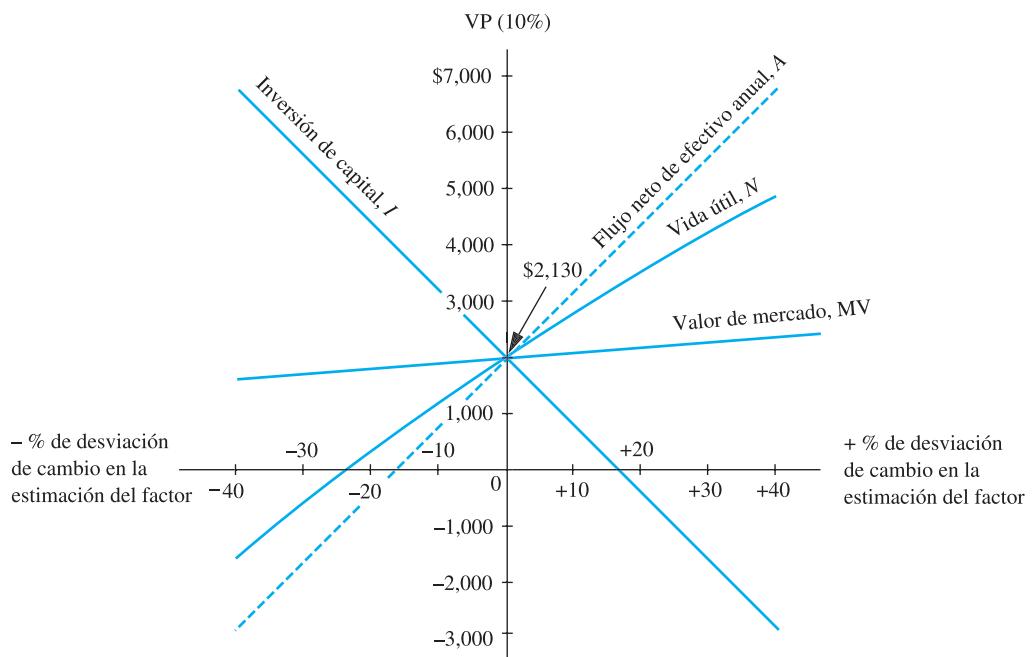
$$\text{VP}(10\%) = -\$11,500 + (1 \pm a\% / 100)(\$3,000)(P/A, 10\%, 6) + \$1,000(P/F, 10\%, 6).$$

En la figura 10.3 aparece la gráfica de los resultados para incrementos de 10% en el valor de  $A$  dentro del intervalo prescrito de  $\pm 40\%$ .

*c)* Si el valor de mercado (VM) varía en  $\pm s\%$ , el VP es

$$\begin{aligned} \text{VP}(10\%) &= -\$11,500 + \$3,000(P/A, 10\%, 6) \\ &\quad + (1 \pm s\% / 100)(\$1,000)(P/F, 10\%, 6). \end{aligned}$$

En la figura 10.3 se aprecian los resultados para cambios en el VM en el intervalo de  $\pm 40\%$ .



**Figura 10.3** Gráfica de sensibilidad (tela de araña) de cuatro factores en el ejemplo 10.4

- d) Los cambios en más y menos  $n\%$  en la vida útil ( $N$ ), según afectan al  $VP(10\%)$ , se representan con la ecuación:

$$\begin{aligned} VP(10\%) = & -\$11,500 + \$3,000[P/A, 10\%, 6(1 \pm n\%/100)] \\ & + \$1,000[P/F, 10\%, 6(1 \pm n\%/100)]. \end{aligned}$$

Cuando  $n\%$  varía en incrementos de 10% dentro del intervalo deseado de  $\pm 40\%$ , los cambios resultantes en el  $VP(10\%)$  se calculan y grafican como queda patente en la figura 10.3.

En resumen, la gráfica de tela de araña de la figura 10.3 muestra la sensibilidad del valor presente a cambios en la desviación porcentual en la mejor estimación de cada factor. Se supone que los demás factores permanecen en sus valores de mejor estimación. *El grado de sensibilidad relativo del valor presente a cada factor está indicado por la pendiente de las curvas* (cuanto más “abrupta” sea la pendiente de una curva, más sensible es el valor presente al factor en cuestión). Asimismo, la intersección de cada curva con la abscisa muestra el cambio porcentual en la mejor estimación de cada factor para el que el valor presente se hace igual a cero.

Con base en el gráfico de tela de araña, se observa que el valor presente no es sensible al VM, pero lo es mucho ante cambios de  $I$ ,  $A$  y  $N$ . Por ejemplo, está claro que la inversión de capital puede incrementarse aproximadamente en \$2,130 (a \$13,630) sin provocar que el valor presente del proyecto se vuelva negativo. Se trata de un incremento del 18.5%, que se aproxima mediante la figura 10.3.

Como información adicional, considere el uso de la técnica de la gráfica de sensibilidad para comparar dos o más alternativas mutuamente excluyentes del proyecto. Si sólo van a compararse dos alternativas, es posible utilizar un gráfico de tela de araña con base en el flujo de efectivo incremental entre ellas, con la finalidad de seleccionar la que es preferible. Si este enfoque se extiende a tres alternativas, conviene usar dos comparaciones secuenciales por pares para ayudar a seleccionar la que es preferible. Otro enfoque consiste en graficar (sobreponer) en la misma figura una gráfica de sensibilidad de cada alternativa. Es evidente que si esto se usa para comparar, por ejemplo, más de tres alternativas (con dos o tres factores cada una), la interpretación de los resultados resultará problemática.

### 10.4.3 Combinaciones de factores

Es frecuente que exista preocupación acerca de los *efectos combinados* que ejercen dos o más factores del proyecto en la medición de la ventaja económica. Cuando se presenta esta situación, debe emplearse el siguiente enfoque para obtener información adicional que ayude a la toma de decisiones:

1. Desarrolle una gráfica de sensibilidad para el proyecto, como se estudió en la sección 10.4.2. Asimismo, para la mayoría de factores de sensibilidad, intente desarrollar estimaciones mejoradas para reducir el rango de incertidumbre antes de continuar con el análisis.
2. Seleccione los factores más sensibles del proyecto, con base en la información de la gráfica de sensibilidad. Analice los efectos combinados de estos factores sobre la medición de la ventaja económica del proyecto *a)* usando una técnica gráfica adicional para hacer más explícito el impacto combinado de los dos factores más sensibles, y *b)* determinando el impacto de combinaciones seleccionadas de tres o más factores (estas combinaciones a veces se llaman *escenarios*).

La primera técnica se demuestra en el ejemplo 10.5, mientras que la segunda se ilustra en el ejemplo 10.6.

#### EJEMPLO 10.5

Vea el proyecto de ingeniería del ejemplo 10.4. Dicha situación, con suposiciones adicionales, se empleará para demostrar una técnica gráfica que haga más explícito el impacto combinado de los dos factores más sensibles sobre el valor presente.

En el ejemplo 10.4 se usó un rango común de incertidumbre ( $\pm 40\%$  de la mejor estimación de cada factor) para los cuatro factores en estudio del proyecto: inversión de capital,  $I$ ; flujo neto de efectivo anual,  $A$ ; vida útil,  $N$ ; y valor de mercado,  $VM$ . Para el ejemplo, suponga los nuevos rangos de estimación que siguen: inversión de capital, de  $-10\%$  a  $+15\%$ ; flujo neto de efectivo anual, de  $-40\%$  a  $+25\%$ ; y vida útil, de  $-10\%$  a  $+20\%$ . El valor de mercado se elimina como factor de preocupación y se usará la mejor estimación de su valor, que es de \$1,000. Asimismo, en lugar de volver a dibujar la gráfica de sensibilidad de la figura 10.3, se usarán las partes de las curvas que quedan dentro de los nuevos rangos de estimación de la incertidumbre. Esto es factible puesto que las mejores estimaciones de los valores son las mismas. El valor presente del proyecto aún tiene sensibilidad máxima a  $I$  y  $A$ , y es un poco menos sensible a  $N$ .

Por lo tanto, en este ejemplo, nos vamos a centrar en el impacto combinado que tienen estos factores ( $I, A$ ) en el valor presente neto,  $VP(10\%)$ .

### SOLUCIÓN

Se graficará el valor presente neto del proyecto,  $VP(10\%)$ , como función de ambos factores ( $I, A$ ) suponiendo que la vida útil y el valor de mercado siguen siendo los valores de la mejor estimación, de seis años y \$1,000, respectivamente. Se necesita la siguiente información:

Factor del proyecto (variable)	Rango de desviación <sup>a</sup>	Mejor estimación	Rango de estimación <sup>b</sup> Mínimo	Máximo
Inversión de capital, $I$	-10% a +15%	\$11,500	\$10,350	\$13,225
Flujo neto de efectivo anual, $A$	-40% a +25%	3,000	1,800	3,750

<sup>a</sup> Nuevo rango de estimación de las desviaciones porcentuales a partir del valor de la mejor estimación.

<sup>b</sup> Con base en los valores mínimo y máximo de desviación porcentual y el valor de la mejor estimación.

En la figura 10.4 se aprecia la gráfica bidimensional usando esta información. El flujo neto de efectivo anual ( $A$ ) se representa como la variable de la abscisa. La otra variable, inversión de capital ( $I$ ), se representa mediante un conjunto de curvas, y la ordenada refleja el valor presente del proyecto. Las dos curvas que aparecen en la gráfica se basan en los valores mínimo y máximo de la inversión de capital, y delinean los límites del conjunto de curvas que representan a esta variable. Las dos curvas son la gráfica de

$$VP(10\%) = -\$10,350 + A(P/A, 10\%, 6) + \$1,000(P/F, 10\%, 6)$$

y

$$VP(10\%) = -\$13,225 + A(P/A, 10\%, 6) + \$1,000(P/F, 10\%, 6).$$

El área sombreada que aparece en la figura 10.4 refleja los valores de valor presente que resultan de todas las combinaciones de valores de  $I$  y  $A$ , y define la región de incertidumbre. También aparece el valor máximo (\$6,547) y el mínimo (-\$4,820) del valor presente. Como no toda la región sombreada queda sobre la abscisa,  $VP(10\%) > 0$ , ni tampoco queda en su totalidad bajo la abscisa,  $VP(10\%) < 0$ , la decisión es sensible al impacto combinado de estos dos factores. Sin embargo, no es correcto interpretar las proporciones de la región sombreada que se ubican arriba y debajo de la abscisa, como la probabilidad de que el valor presente sea mayor o menor que cero, a menos que se suponga que todas las combinaciones de valores de  $I$  y  $A$  tienen la misma probabilidad de ocurrir, lo que es muy improbable.

El impacto combinado de cambios en los valores de la mejor estimación para tres o más factores sobre la medición de la ventaja económica de un proyecto de ingeniería puede analizarse empleando combinaciones seleccionadas de los cambios. En el ejemplo 10.6 se ilustran tanto este enfoque como lo que se denomina *Técnica de estimación optimista más probable y pesimista (O-MP-P)* de valores de los factores.

La estimación optimista de un factor es aquella que va en la dirección favorable (por ejemplo, el costo mínimo de inversión de capital en el ejemplo 10.5). Para nuestros propó-

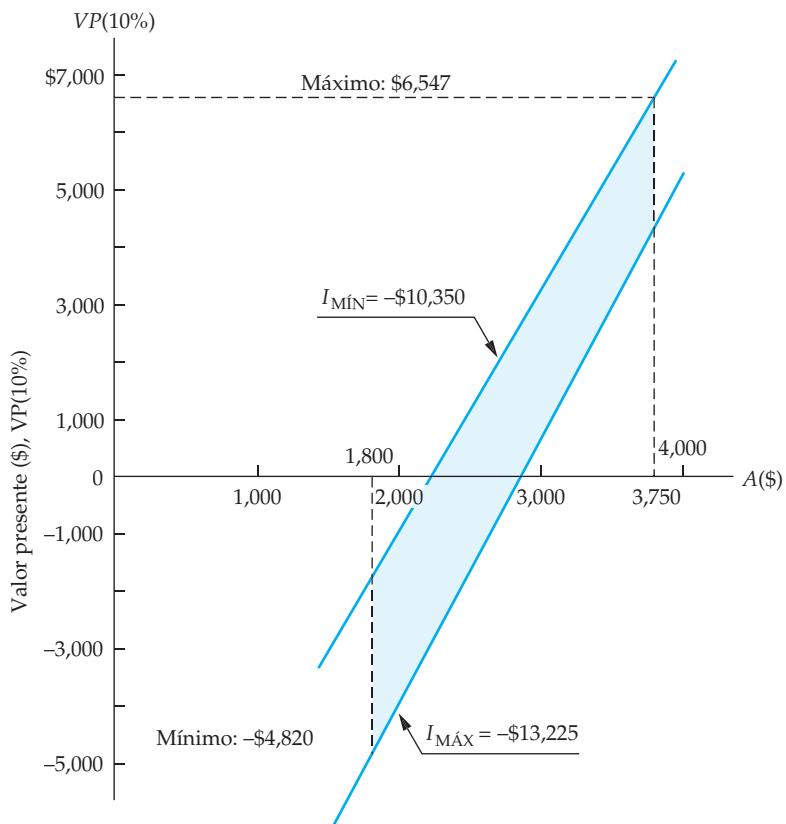


Figura 10.4 Impacto combinado de dos factores ( $I, A$ ) sobre el VP en el ejemplo 10.5

sitos, el valor más probable de un factor se define como el valor de la mejor estimación. Esta definición se utilizó en el ejemplo 10.4. La estimación pesimista de un factor es aquella que va en la dirección desfavorable (por ejemplo, el costo máximo de inversión de capital en el ejemplo 10.5). En las aplicaciones de esta técnica, es frecuente que se especifique la condición optimista de un factor como el valor que tiene 19 oportunidades entre 20 de ser mejor que el resultado real. En forma similar, la condición pesimista tiene 19 posibilidades entre 20 de ser peor que el resultado real. En términos operativos, la condición optimista de un factor es el valor que adopta cuando las cosas ocurren tan bien como sea razonable esperar, y la pesimista es el valor que adopta cuando suceden tan mal como pueda esperarse en forma razonable.

### EJEMPLO 10.6

Considere la propuesta de un aparato de inspección ultrasónica para el que las estimaciones más optimista, más pesimista y más probable, son las que aparecen en la tabla 10.1. La TREMA es del 8% anual. Asimismo, al final de la tabla 10.1 se muestran los VA de las tres condiciones que se estiman. Con base en esta información, analice los efectos combinados que tiene la incertidumbre en los factores, sobre el valor del VA.

**Tabla 10.1** Estimaciones más optimista, más probable y más pesimista, y los VA de la propuesta de un aparato de inspección ultrasónica (ejemplo 10.6)

	Condición de la estimación		
	Optimista (O)	Más probable (M)	Pesimista (P)
Inversión de capital, $I$	\$150,000	\$150,000	\$150,000
Vida útil, $N$	18 años	10 años	8 años
Valor de mercado, VM	0	0	0
Ingresos anuales, $R$	\$110,000	\$70,000	\$50,000
Gastos anuales, $E$	20,000	43,000	57,000
VA(8%):	+\$73,995	+\$4,650	-\$33,100

### SOLUCIÓN

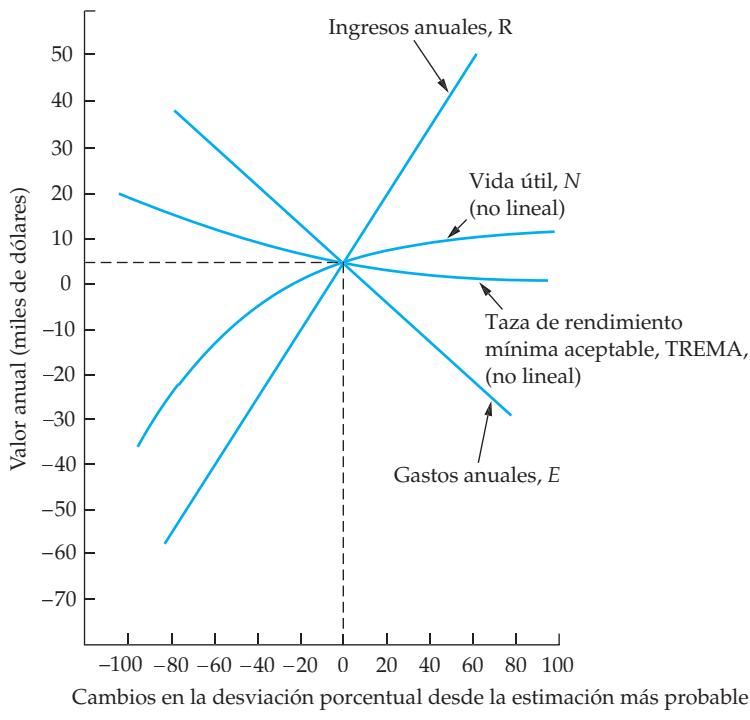
*Paso 1:* Antes de proceder a la solución, es necesario evaluar los dos valores extremos del VA. Como se observa al final de la tabla 10.1, el VP de las estimaciones optimistas es muy favorable (\$73,995), mientras que el VA de las pesimistas es sumamente desfavorable (-\$33,100). Si ambos valores extremos del VA fueran positivos, se tomaría la decisión de “adelante” con respecto al aparato, sin más análisis porque ninguna combinación de valores de los factores basada en las estimaciones provocaría un  $VA < 0$ . Con un razonamiento similar, si ambos VA fueran negativos, se tomaría una decisión de “no seguir” con el aparato. Sin embargo, en este ejemplo, la decisión es sensible a otras combinaciones de resultados, y se procede con los pasos 2 y 3.

*Paso 2:* Se necesita una gráfica de sensibilidad (tela de araña) para esta situación, con la finalidad de mostrar en forma explícita la sensibilidad del VA a los tres factores en estudio: vida útil,  $N$ ; ingresos anuales,  $R$ ; y gastos anuales,  $E$ . En la figura 10.5 se muestra el gráfico de tela de araña. Las curvas de cambio porcentual de  $N$ ,  $R$  y  $E$ , cambian desde la estimación más probable (la mejor), en el rango de valores definidos por las estimaciones optimistas y pesimistas de cada factor, *versus* VA. Como información adicional, también se muestra una curva para la TREMA *versus* el VA. Con base en el gráfico de tela de araña, el VA del aparato de ultrasonido propuesto parece ser muy sensible a los ingresos anuales y bastante sensible a los gastos anuales y reducciones de la vida útil. Sin embargo, aunque se cambiara la TREMA (8%) en forma significativa, esto tendría poco impacto en el VA.

*Paso 3:* Las diferentes combinaciones de los valores optimista, más probable y pesimista para los factores (resultados) de los ingresos anuales, vida útil y gastos anuales necesitan analizarse por su impacto combinado sobre el VA. En la tabla 10.2 se presentan los resultados para estas 27 ( $3 \times 3 \times 3$ ) combinaciones.

### HACER LOS RESULTADOS DE VA MÁS FÁCILES DE INTERPRETAR

Como los valores de VA que están en la tabla 10.2 son el resultado de estimaciones sujetas a grados variables de incertidumbre, se perdería poca información valiosa si los números se redondearan al millar de dólares más cercano. Además, suponga que la administración tiene más interés en el número de combinaciones de resultados para los que el VA es, por



**Figura 10.5** Gráfica de sensibilidad para la propuesta del aparato de ultrasonido

ejemplo, 1. más de \$50,000 y 2. menos de \$0. La tabla 10.3 muestra cómo podría cambiarse la tabla 10.2 para hacerla más fácil de interpretar y usarla para comunicar los resultados de VA a la dirección de la empresa.

A partir de la tabla 10.3 es evidente que hay cuatro combinaciones que provocan que  $VA > \$50,000$ , mientras que nueve producen un  $VA < \$0$ . Cada combinación de condiciones no necesariamente tiene la misma probabilidad de ocurrencia. Por esto, de nuevo, no son apropiados enunciados tales como "Hay nueve posibilidades entre 27 de que se perderá dinero con este proyecto".

**Tabla 10.2** VA (\$) para todas las combinaciones de resultados estimados<sup>a</sup> para ingresos anuales, gastos anuales y vida útil: propuesta del aparato de ultrasonido (ejemplo 10.6)

Ingresos anuales, $R$	Gastos anuales, $E$								
	O			M			P		
	Vida útil, $N$			Vida útil, $N$			Vida útil, $N$		
Ingresos anuales, $R$	O	M	P	O	M	P	O	M	P
O	73,995	67,650	63,900	50,995	44,650	40,900	36,995	30,650	26,900
M	34,000	27,650	23,900	10,995	4,650	900	-3,005	-9,350	-13,100
P	14,000	7,650	3,900	-9,005	-15,350	-19,100	-23,005	-29,350	-33,100

<sup>a</sup> Estimaciones: O, optimista; M, más probable; P, pesimista.

**Tabla 10.3** Resultados de la tabla 2 expuestos de una forma más fácil de interpretar  
(VA en miles de \$)<sup>a,b</sup>

Ingresos anuales, $R$	Gastos anuales, $E$								
	O			M			P		
	Vida útil, $N$			Vida útil, $N$			Vida útil, $N$		
O	O	M	P	O	M	P	O	M	P
O	74	68	64	51	45	41	37	31	27
M	34	28	24	11	5	1	-3	-9	-13
P	14	8	4	-9	-15	-19	-23	-29	-33

<sup>a</sup> Estimaciones: O, optimista; M, más probable; P, pesimista.

<sup>b</sup> Los números dentro de un cuadro indican un VA > \$50,000 (4 de 27 combinaciones); los números subrayados, indican un VA < \$0 (9 de 27 combinaciones).

Otra forma de resultados de sensibilidad que con frecuencia es muy valiosa es determinar el cambio relativo (o absoluto) en uno o más factores que revertiría la decisión. Aun cuando pueda estimarse el cambio en un gráfico de tela de araña, es mejor calcularlo para cada factor en estudio. Si se aplica al ejemplo 10.6, esto significa determinar el cambio relativo en cada factor que disminuiría el VA en \$4,650 de manera que llegue a cero. La tabla 10.4 muestra esta aplicación con una tabulación y barras de longitud variable, para destacar en que el VA del aparato es 1. más sensible a cambios en los ingresos anuales estimados, y 2. menos sensible a cambios en el valor de la TREMA.

Está claro que aun cuando se utilicen unos pocos factores, el empleo de la técnica O-MP-P puede conducir a que el número de combinaciones posibles de condiciones del análisis de sensibilidad se vuelva demasiado grande, y el trabajo de investigar todas requerirá mucho tiempo. Una meta del análisis de sensibilidad progresivo es eliminar del estudio detallado aquellos factores para los que la medición de la ventaja es muy insensible, y resaltar las condiciones de otros factores que ameritan un estudio más profundo de acuerdo con la sensibilidad de cada uno de ellos. Así, el número de combinaciones de las condiciones incluidas en el análisis quizás pueda mantenerse en un tamaño manejable.

**Tabla 10.4** Sensibilidad de revertir la decisión ante cambios de las estimaciones seleccionadas

	Estimación más probable	Vida útil, $N$ requerido <sup>a</sup>	Cantidad de cambio	Cantidad de cambio como porcentaje de la estimación más probable	
Inversión de capital	\$150,000	\$181,000	\$31,200	+20.8%	_____
Vida útil	10 años	7.3 años	-2.7 años	-27.0%	_____
Ingresos anuales	70,000	65,350	-4,650	-6.6%	_____
Gastos anuales	43,000	47,650	4,650	+10.8%	_____
TREMA	8%	12.5%	+4.5%	+56%	_____

<sup>a</sup> Para revertir la decisión (disminuir el VA a \$0). Observe que la reversión del VA es más sensible al cambio de los ingresos anuales.



**Sitio Web de consulta (<http://www.pearsoneducation.net/sullivan>):** Muchas compañías de aislamiento mecánico están utilizando sistemas computerizados para estimación de costos; sin embargo, es indispensable una decisión de inversión antes de comprar un sistema así. Visite el sitio Web para ver una comparación económica de los métodos de estimación económica manuales *versus* computerizados que demuestra un *análisis de sensibilidad* utilizando varias relaciones dinero-tiempo.

## 10.5 Análisis de la propuesta de un negocio nuevo

Otra ilustración del uso del análisis de sensibilidad aparece en el ejemplo 10.7, en el que se analiza un nuevo negocio. El ejemplo incluye varios factores cuyos resultados son cruciales para el éxito del negocio. Se utilizan pantallas tabulares para resumir los resultados de los análisis.

### EJEMPLO 10.7

Un pequeño grupo de inversionistas está considerando comenzar una planta chica de concreto premezclado, ubicada en una zona suburbana que crece con rapidez a 15 millas de una ciudad grande. El grupo cree que habrá un buen mercado para el concreto premezclado en esta área por lo menos durante los 10 años siguientes, y que si establecen una planta local como la que planean, es improbable que otra planta se establezca. Por supuesto, las plantas existentes en la ciudad adyacente de mayor tamaño continuarían atendiendo esta área. Los inversionistas creen que la planta podría operar al 75% de su capacidad 250 días al año, ya que se localizaría en una zona en la que el clima es templado durante todo el año.

La planta costaría \$100,000 y tendría una capacidad máxima de 72 yardas cúbicas de concreto por día. Su valor de mercado al final de 10 años se estima en \$20,000, que corresponde al valor del terreno. Para distribuir el concreto se van a adquirir cuatro camiones de segunda mano, que cuestan \$8,000 cada uno y tienen una vida estimada de cinco años y valor de mercado de \$500 al acabar dicho plazo. Además de los cuatro choferes de los camiones, que percibirían un salario de \$50.00 diarios cada uno, se necesitarían cuatro personas para operar la planta y oficinas, con un costo total de \$175.00 por día. Los gastos anuales de operación y mantenimiento de la planta y oficinas se estiman en \$7,000 y los de cada camión en \$2,250, ambos en vista de la utilización al 75% de la capacidad. Los costos de las materias primas se estiman en \$27.00 por yarda cúbica de concreto. Los impuestos sobre la nómina, vacaciones y otras prestaciones compensatorias totalizarían el 25% de la nómina anual. Los impuestos y seguros anuales de cada camión serían de \$500, y los de la planta, \$1,000 por año. Los inversionistas no aportarían ningún trabajo al negocio, sino que se emplearía a un gerente con un salario anual de \$20,000.

El concreto premezclado, una vez en la obra, se vende en la actualidad a un promedio de \$45 por yarda cúbica. Se espera una vida útil de 10 años para la planta, y el capital que invertirían los accionistas rendiría en cualquier otro lado, el 15% anual antes de impuestos sobre la renta. Se desea encontrar el VA para las condiciones esperadas descritas y realizar análisis de sensibilidad para ciertos factores.

**SOLUCIÓN CON EL MÉTODO DEL VA**

Ingreso anual:

$$72 \times 250 \times \$45 \times 0.75 = \$607,500$$

Gastos anuales:

**1. Monto de recuperación del capital**

Planta: \$100,000( $A/P, 15\%, 10$ )	=	\$18,940
-\$20,000( $A/F, 15\%, 10$ )	=	
Camiones: $4[\$8,000(A/P, 15\%, 5)]$	=	<u>9,250</u>
-\$500( $A/F, 15\%, 5$ )]		

\$28,190

**2. Mano de obra:**

Planta y oficina: \$175 × 250	=	43,750
Choferes de camiones: $4 \times \$50 \times 250$	=	50,000
Gerente	=	<u>20,000</u>

113,750

**3. Impuestos sobre nómina, prestaciones compensatorias, etc.:**

\$113,750 × 0.25	=	28,438
------------------	---	--------

**4. Impuestos y seguros:**

Planta	=	1,000
Camiones: \$500 × 4	=	<u>2,000</u>

3,000

**5. Operaciones y mantenimiento al 75% de la capacidad:**

Planta y oficina	=	7,000
Camiones: \$2,250 × 4	=	9,000

16,000

**6. Materiales:**  $72 \times 0.75 \times 250 \times \$27.00$ 

364,500

Gastos totales \$553,878

El VA neto para estas estimaciones más probables es de  $\$607,500 - \$553,878 = \$53,622$ . Parece que el proyecto es una oportunidad atractiva de inversión.

En el ejemplo 10.7, existen cuatro factores que son de gran importancia y que deben estimarse: la *capacidad de utilización*, el *precio de venta del producto* y la *vida útil de la planta*. Es importante un cuarto factor, los costos de las materias primas, pero cualquier cambio significativo en este factor sería probable que tuviera un impacto igual en los competidores y también es probable que se reflejara en el cambio correspondiente del precio de venta del concreto mezclado. Los otros elementos de costo podrían determinarse con una exactitud considerable. Por lo tanto, se requiere investigar el efecto de las variaciones en la utilización de la planta, precio de venta y vida útil. En esta situación, se hace necesario un análisis de sensibilidad.

### 10.5.1 Sensibilidad a la utilización de la capacidad

Como primer paso, se determinará de qué forma variarían los gastos, si lo hicieran, como varió la utilización de la capacidad en el ejemplo 10.7. En este caso, es probable que los

**Tabla 10.5** VA con  $i = 15\%$  anual para la planta de concreto premezclado del ejemplo 10.7 para varias utilizaciones de capacidad. (El precio promedio de venta es de \$45 por yarda cúbica)

	50% de capacidad	65% de capacidad	90% de capacidad
Ingreso anual	\$405,000	\$526,500	\$729,000
Gastos anuales:			
Recuperación de capital	28,190	28,190	28,190
Mano de obra	113,750	113,750	113,750
Impuestos sobre la nómina y conceptos similares	28,438	28,438	28,438
Impuestos y seguros	3,000	3,000	3,000
Operación y mantenimiento <sup>a</sup>	13,715	15,086	17,372
Materiales	243,000	315,900	437,400
Gastos totales	\$430,093	\$504,364	\$628,150
VA(15%)	-\$25,093	+\$22,136	+\$100,850

<sup>a</sup> Sea  $x$  = gastos anuales de operación y mantenimiento. Se supone que el 50% de los costos varía directamente con la utilización de la capacidad. Con el 75% de utilización de la capacidad,  $x/2+(x/2)(0.75) = \$16,000$ , por lo que  $x = \$18,286$  al 100% de utilización de la capacidad. Por lo tanto, al 50% de utilización, los gastos de operación y mantenimiento serían de  $\$9,143+0.5(\$9,143)=\$13.715$ .

conceptos de gasto anual que se listan en los grupos 1, 2, 3 y 4, en la tabulación previa, virtualmente no resultarían afectados si la utilización de la capacidad variara en un rango muy amplio, por ejemplo, del 50% al 90%. Para alcanzar las demandas pico, es probable que se requiriera la misma cantidad de planta, camiones y personal. Los gastos de operación y mantenimiento (grupo 5) resultarían algo afectados. Para este factor, se trata de determinar cuál variación sería razonable suponer como la probable. En este caso, se *spondrá* que la mitad de los gastos será fija y que la otra mitad variará según la utilización de la capacidad en una relación lineal. Otros factores, tales como el costo de los materiales en este caso, variarán en proporción directa a la utilización de la capacidad.

Con el empleo de estas suposiciones, la tabla 10.5 muestra cómo cambiarían el ingreso, los gastos y el VA neto con diferentes utilizaciones de la capacidad. Se observa que el VA es moderadamente sensible a este factor. La planta podría operar a un poco menos del 65% de su capacidad, en lugar del 75% supuesto, y aún así producir un VA mayor que cero. Asimismo, es muy claro que si fuera capaz de operar por arriba del 75% presumible de su capacidad, el VA sería muy bueno. Este tipo de estudio brinda al analista una idea clara de cuánta capacidad ociosa puede tener la compañía en la utilización de su planta y aún así tener un negocio aceptable.

### 10.5.2 Sensibilidad al precio de venta

El examen de la sensibilidad del proyecto al precio de venta del concreto revela la situación mostrada en la tabla 10.6. Los valores de la tabla suponen que la planta operaría al 75% de su capacidad; de ese modo, los gastos permanecerían constantes y sólo variaría el

**Tabla 10.6** Efecto de varios precios de venta sobre el VA de la planta de concreto premezclado del ejemplo 10.7 cuando opera al 75% de su capacidad

	Precio de venta			
	\$45.00	\$43.65(3%) <sup>a</sup>	\$42.75(5%) <sup>a</sup>	\$40.50(10%) <sup>a</sup>
Ingreso anual	\$607,500	\$589,275	\$577,125	\$546,750
Gastos anuales	553,878	553,878	553,878	553,878
VA(15%)	\$53,622	\$35,397	\$23,217	-\$7,128

<sup>a</sup> Los valores porcentuales que se muestran entre paréntesis son reducciones del precio por debajo de \$45.

precio de venta. Se observará que el proyecto es muy sensible al precio. Una disminución del 10% en el precio reduciría la TIR a menos del 15% (es decir, VA < 0). Como una disminución del 10% no es muy grande, los inversionistas querrán efectuar un estudio profundo de la estructura del precio del concreto en la zona en que se propone la planta, en particular con respecto al efecto posible del aumento de la competencia que generaría la planta nueva. Si tal estudio revela una inestabilidad en los precios en el mercado del concreto, la planta podría ser una inversión riesgosa.

### 10.5.3 Sensibilidad a la vida útil

El efecto del tercer factor, la vida útil que se supone para la planta, se investiga con facilidad. Si se supusiera una vida de cinco años para la planta, en lugar de 10, el único factor que cambiaría en el estudio sería el costo de la recuperación del capital. Si se supone que el valor de mercado permanece constante, el monto de recuperación de capital durante un periodo de cinco años es de

$$\$100,000(A/P, 15\%, 5) - \$20,000(A/F, 15\%, 5) = \$26,866 \text{ por año.}$$

que es \$7,926 más caro que el valor inicial de \$18,940. En este caso, el VA se reduciría a \$45,696, lo que representa una disminución del 14.8%. Entonces, una reducción del 50% en la vida útil ocasiona sólo el 14.8% de disminución del VA. Es claro que el negocio es más bien insensible a la vida útil que se supone para la planta.

Con la información adicional que proporcionó el análisis de sensibilidad que se acaba de describir, quienes tomen la decisión de invertir en la planta de concreto estarán en una posición mucho mejor que si sólo hubieran contado con los resultados del estudio inicial, basado en el supuesto del empleo del 75% de la capacidad.

Asimismo, se obtiene información adicional de utilidad para los inversionistas (acerca de los efectos combinados de varios resultados de los tres factores) mediante el empleo de la técnica gráfica ilustrada en el ejemplo 10.5, y con el análisis de combinaciones seleccionadas de los resultados de los factores, que se explicó en el ejemplo 10.6. El problema 10.23 de la sección 10.11 tiene por objetivo llevar a cabo un análisis adicional de este tipo.

## 10.6 Tasas de rendimiento mínimo atractivas ajustadas por riesgo

La incertidumbre hace que ciertos factores inherentes a los estudios de ingeniería económica, tales como los flujos de efectivo y la vida del proyecto, se vuelvan variables aleatorias para efectos de análisis. (Dicho en palabras sencillas, una variable aleatoria es una función que asigna un valor numérico único a cada resultado posible de una cantidad probabilística.) Una práctica industrial que se emplea a menudo para tomar en cuenta en cierto grado a la incertidumbre es incrementar la TREMA cuando se piensa que un proyecto es relativamente incierto. Así, ha surgido un procedimiento que emplea tasas de interés *ajustadas por riesgo*. Sin embargo, debe observarse que se han identificado muchos errores en la realización de estudios de rentabilidad financiera con las TREMA ajustadas por riesgo.\* También se observa que el procedimiento no hace explícita la incertidumbre en las estimaciones del proyecto.

En general, la práctica que se prefiere para tomar en cuenta la incertidumbre en las estimaciones (flujos de efectivo, vida del proyecto, etcétera) es manejarla en forma directa (explícita) con las variaciones que se sospecha que aparecerán, en términos de enunciados probabilistas (capítulo 13), en lugar de manipular la TREMA como un medio de reflejar lo que es virtualmente cierto *versus* el estado muy incierto de un proyecto. El procedimiento de la tasa de interés ajustada por riesgo puede ser defendible en forma intuitiva porque existe mayor certidumbre sobre la rentabilidad conjunta de un proyecto durante sus primeros años, que en los dos últimos años de su vida, por ejemplo. El incremento de la TREMA hace énfasis en los primeros flujos de efectivo, y no en los beneficios de largo plazo, lo que parecería ayudar a compensar las incertidumbres del proyecto asociadas con el tiempo. En el ejemplo que sigue se ilustra la forma en que este método de manejar la incertidumbre conduce a hacer una recomendación ilógica.

### EJEMPLO 10.8

La Atlas Corporation está considerando dos alternativas, ambas con incertidumbre en grados diferentes, para incrementar la recuperación de un metal precioso a partir de su proceso de beneficio. Los datos que siguen conciernen a los requerimientos de ambas alternativas en cuanto a inversión de capital y ahorros anuales estimados.

Fin del año, $k$	Alternativa	
	P	Q
0	-\$160,000	-\$160,000
1	120,000	20,827
2	60,000	60,000
3	0	120,000
4	60,000	60,000

La TREMA de la empresa para sus inversiones libres de riesgo es del 10% anual. En función de ciertas consideraciones técnicas implicadas, se piensa que en la alternativa P hay

\* A. A. Robichek y S. C. Myers, "Conceptual Problems in the Use of Risk-Adjusted Discount Rates", *Journal of Finance*, vol. 21, diciembre de 1966, págs. 727-730.

más incertidumbre que en la alternativa Q. Por lo tanto, de acuerdo con el manual de ingeniería económica de la Atlas Corporation, la TREMA ajustada por riesgo que se va a aplicar a P será del 20% anual, y la de Q, también ajustada por riesgo, del 17% anual. ¿Cuál alternativa es la más recomendable?

#### SOLUCIÓN

Con la TREMA libre de riesgo del 10%, ambas alternativas tienen el mismo VP de \$39,659. Si todo lo demás permanece igual, se elegiría la alternativa Q porque es menos incierta que la P. Ahora, la Atlas Corporation realiza un análisis del VP con el empleo de las TREMA ajustadas por riesgo que se mencionan para ambas opciones:

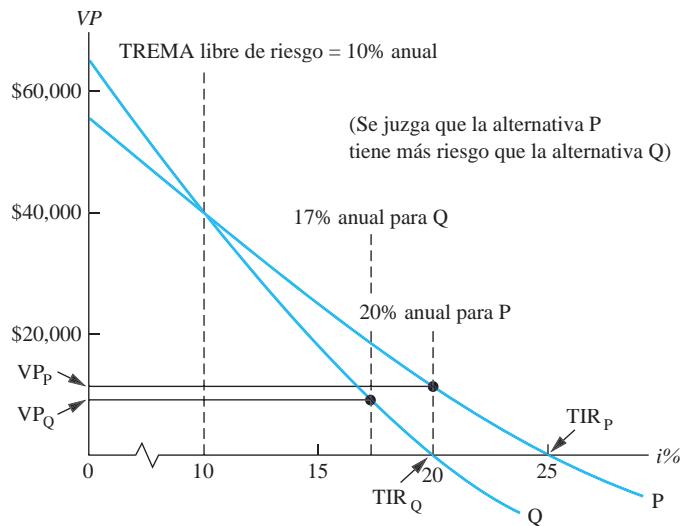
$$\begin{aligned} VP_p(20\%) &= -\$160,000 \\ &\quad + \$120,000(P/F, 20\%, 1) + \$60,000(P/F, 20\%, 2) \\ &\quad + \$60,000(P/F, 20\%, 4) = \$10,602; \\ VP_Q(17\%) &= -\$160,000 + \$20,827(P/F, 17\%, 1) \\ &\quad + \$60,000(P/F, 17\%, 2) \\ &\quad + \$120,000(P/F, 17\%, 3) \\ &\quad + \$60,000(P/F, 17\%, 4) = \$8,575. \end{aligned}$$

Sin considerar la incertidumbre económica (es decir, TREMA = 10% anual) y con base en consideraciones técnicas, se vio que la selección se inclinaba por la alternativa Q. Pero cuando a causa de las consideraciones técnicas se “penaliza” a la alternativa P, mediante la aplicación de una TREMA más elevada ajustada por riesgo para calcular su VP, la comparación de las alternativas favorece a la P. Se hubiera esperado que el procedimiento que se siguió favoreciera a la alternativa Q. El resultado contradictorio se percibe con claridad en la figura 10.6, que demuestra la situación general en la que son de esperar resultados contradictorios.

Aunque la finalidad de la TREMA ajustada por riesgo es hacer que los proyectos con más incertidumbre parezcan menos atractivos económicamente, el ejemplo 10.8 demostró que ocurre lo opuesto. Es más, una desventaja relacionada con el método de la TREMA ajustada por riesgo es que los proyectos que sólo comprenden costos parecen más atractivos (tienen un VP menos negativo, por ejemplo) conforme la tasa de interés se ajusta al alza para compensar la incertidumbre. Con tasas elevadas en extremo, se favorecerá a la alternativa que tenga el requerimiento de inversión más bajo, sin que importen los flujos de efectivo de los costos subsecuentes. Dificultades como las que se mencionan hacen que este procedimiento no sea recomendable, en general, como una forma aceptable para manejar la incertidumbre.

## 10.7 Reducción de la vida útil

Algunos de los métodos de tratamiento de la incertidumbre que se han estudiado hasta este momento intentan compensar las pérdidas potenciales en que se incurriría si no se



**Figura 10.6** Representación gráfica de tasas de interés ajustadas por riesgo

siguieran prácticas conservadoras en la toma de decisiones. Entonces, el manejo de la incertidumbre en los estudios de ingeniería económica hace que se tienda a la adopción de estimaciones conservadoras de los factores, con la finalidad de reducir los riesgos de tomar una decisión equivocada.

El método que se estudia en esta sección hace uso de una vida del proyecto truncada, considerablemente menor que la vida útil estimada. Al eliminar del estudio aquellos ingresos (ahorros) y gastos que habrían ocurrido después del periodo de estudio reducido, el énfasis recae en la recuperación rápida de la inversión de capital durante los primeros años de la vida del proyecto. En consecuencia, este método se relaciona de cerca con la técnica del pago descontado que se estudió en el capítulo 4 y adolece de la mayoría de las deficiencias de dicha técnica.

### EJEMPLO 10.9

Suponga que la Atlas Corporation que se mencionó en el ejemplo 10.8 decidió no utilizar tasas de interés ajustadas por riesgo como medio para manejar la incertidumbre en sus estudios de ingeniería económica. En lugar de ello, decidió acortar el periodo de estudio al 75% de la estimación más probable de la vida útil. Entonces, todos los flujos de efectivo después del tercer año van a ignorarse en el análisis de las alternativas. Con este método, ¿debería seleccionarse la alternativa P o la Q, si la TREMA es del 10% por año?

#### SOLUCIÓN

Con base en el criterio del VP, es evidente que con este procedimiento de manejo de la incertidumbre no va a seleccionarse ninguna alternativa:

$$VP_P(10\%) = -\$160,000 + \$120,000(P/F, 10\%, 1)$$

$$\begin{aligned}
 & + \$60,000(P/F, 10\%, 2) = -\$1,324; \\
 VP_Q(10\%) &= -\$160,000 + \$20,827(P/F, 10\%, 1) \\
 & + \$60,000(P/F, 10\%, 2) \\
 & + \$120,000(P/F, 10\%, 3) = -\$1,324.
 \end{aligned}$$

### EJEMPLO 10.10

Una nueva línea de producción que se propone requiere de \$2,000,000 en inversión de capital durante un periodo de construcción de dos años. Los ingresos y gastos durante la vida comercial de ocho años que se anticipa para el producto, así como los requerimientos de capital, son los siguientes:

Tipo de flujo de efectivo	Fin del año (millones de \$)									
	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Inversión de capital	0.9	1.1	0	0	0	0	0	0	0	0
Ingresos	0	0	1.8	2.0	2.1	1.9	1.8	1.8	1.7	1.5
Gastos	0	0	0.8	0.9	0.9	0.9	0.8	0.8	0.8	0.7

El periodo de recuperación simple máximo de la compañía es de cuatro años (después de impuestos), y su TREMA después de impuestos es del 15% anual. Esta inversión se depreciará usando el método SMRAC (SGD) y la clase de propiedad de cinco años (capítulo 6). Para este producto nuevo se aplica una tasa efectiva de impuesto sobre la renta del 40% sobre el ingreso gravable que se genera.

La dirección de la empresa está muy preocupada por el atractivo financiero de este negocio si ocurrieran circunstancias imprevistas (por ejemplo, pérdida de mercado o cambios tecnológicos). La empresa actúa con prudencia en cuanto a la inversión de una suma de importancia en el producto porque la competencia es muy fuerte y porque las compañías que esperan para entrar al mercado podrían adquirir tecnología de mayor eficiencia en los costos. El lector ha recibido la tarea de estudiar la rentabilidad del producto si la preocupación principal es la fuerza con que se permanezca (vida) en el mercado. Es decir, hay que determinar la vida mínima del producto que produciría una TIR aceptable después de impuestos. Construya una gráfica de los resultados y enuncie todas las suposiciones apropiadas.

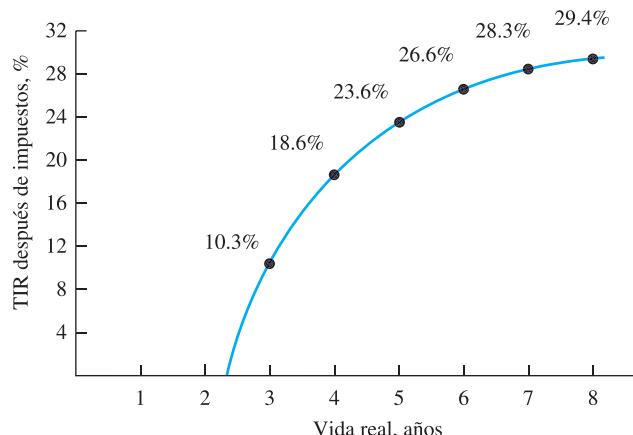
### SOLUCIÓN

En la tabla 10.7 se presenta el análisis de los flujos de efectivo después de impuestos para la vida más probable del producto, que es de ocho años.

**Tabla 10.7** Análisis después de impuestos del ejemplo 10.10

Fin del año, $k$	(A) FEAI	(B) Deductible por depreciación	(C) = (A) – (B) Ingreso gravable	(D) = $-0.4(C)$ Flujo de efectivo para los impuestos sobre la renta	(E) = (A) + (D) FEDI
-1	-900,000	—	—	—	-900,000
0	-1,100,000	—	—	—	-1,100,000
1	1,000,000	\$100,000	\$600,000	240,000	760,000
2	1,100,000	640,000	460,000	184,000	916,000
3	1,200,000	384,000	816,000	326,400	873,600
4	1,000,000	230,400	769,600	307,840	692,160
5	1,000,000	230,400	769,600	307,840	692,160
6	1,000,000	115,200	884,800	353,920	646,080
7	900,000	0	900,000	360,000	540,000
8	800,000	0	800,000	320,000	480,000

Se ha supuesto que el valor residual (mercado) de la inversión es de cero. Es más, se supone que los deducibles por depreciación con el SMRAC no resultan afectados por la vida útil de este producto y comienzan en el primer año de operación comercial (año uno). En la figura 10.7 se ha trazado una gráfica de la TIR después de impuestos *versus* la vida real de la línea del producto. Para obtener por lo menos el 15% anual después de impuestos con este negocio, la vida del producto debe ser de cuatro años o más. A partir de la tabla 10.7 se determina con facilidad que el periodo de recuperación *simple* después de impuestos es de tres años. En consecuencia, este producto nuevo parecería ser una inversión razonable en tanto su vida real sea de cuatro años o más.

**Figura 10.7** TIR para diferentes vidas del producto del ejemplo 10.10

## ▼ 10.8 Aplicaciones en hoja de cálculo

Las aplicaciones en hoja de cálculo brindan una capacidad excelente para responder a preguntas del tipo “qué pasa si”. En el ejemplo que sigue se emplea una de ellas para determinar la sensibilidad del valor presente de un proyecto ante varios factores.

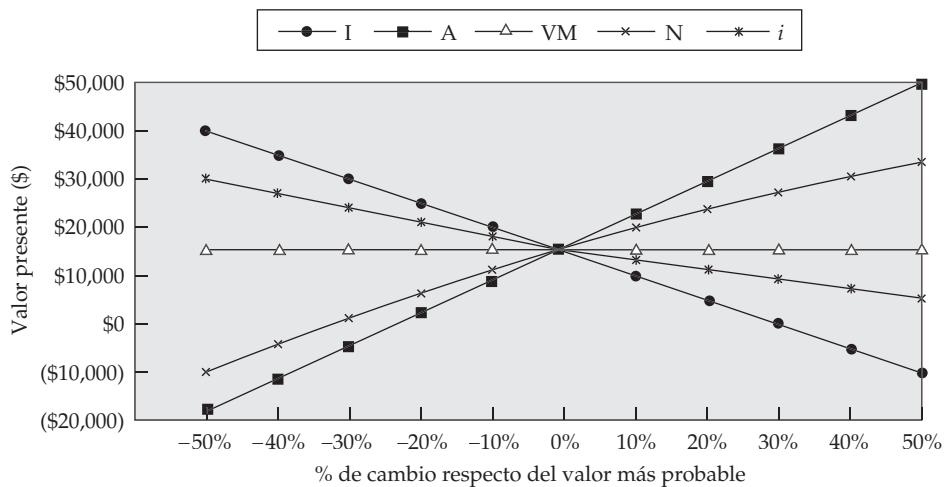
### EJEMPLO 10.11

En este ejercicio se explora el impacto que tienen los cambios relacionados con la inversión de capital, ahorros anuales, valor de mercado, periodo de estudio y TREMA en el valor presente de un proyecto de ingeniería.

La figura 10.8 es la tabla resultante de los valores presentes que se obtienen conforme cambia cada factor (variable) del cálculo respectivo, en un rango de  $\pm 50\%$  de la estimación más probable. Cada columna tiene una fórmula única que hace referencia a los factores que se localizan en el rango C2:C6, para determinar el valor presente. Por ejemplo, si el factor particular de interés es el periodo de estudio en la columna E, se multiplica por el factor ( $1 + \%$  de cambio) para formar la tabla. El lector puede verificar sus fórmulas si observa que todas las columnas del renglón 15 son iguales, pues contienen el valor más

	A	B	C	D	E	F
2	Inversión de capital (I):		-\$50.000			
3	Ahorros anuales (A):		\$12.000			
4	Valor de mercado (VM):		\$5.000			
5	Periodo de estudio (N):		\$8			
6	TREMA ( $i$ ):		10%			
7						
8	% de cambio	I	A	VM	N	$i$
9						
10	-50%	41.352	-15.658	15.185	-8.547	30.943
11	-40%	36.352	-9.256	15.419	-2.780	27.655
12	-30%	31.352	-2.854	15.652	2.563	24.566
13	-20%	26.352	3.548	15.885	7.514	21.661
14	-10%	21.352	9.950	16.118	12.101	18.927
15	0%	16.352	16.352	16.352	16.352	16.352
16	10%	11.352	22.754	16.585	20.290	13.923
17	20%	6.352	29.155	16.818	23.940	11.631
18	30%	1.352	35.557	17.051	27.321	9.466
19	40%	-3.648	41.959	17.285	30.454	7.419
20	50%	-8.648	48.361	17.518	33.357	5.482

Figura 10.8 Hoja de cálculo para realizar análisis de sensibilidad (en la tabla aparece el VP)



**Figura 10.9** Análisis de sensibilidad de los cinco factores del ejemplo 10.11

probable (cambio en % = 0). Las fórmulas que se encuentran en las celdas resaltadas en la figura 10.8 son las siguientes:

Celda	Contenido
B10	=C\$2 * (1+A10)+VA(\$C\$6, \$C\$5, -\$C\$3)+\$C\$4/(1+\$C\$6)^\$C\$5
C10	=C\$2+VA(\$C\$6, \$C\$5, -\$C\$3 * (1+A10))+\$C\$4/(1+\$C\$6)^\$C\$5
D10	=C\$2+VA(\$C\$6, \$C\$5, -\$C\$3)+\$C\$4 * (1+A10)/(1+\$C\$6)^\$C\$5
E10	=C\$2+VA(\$C\$6, \$C\$5 * (1+A10), -\$C\$3)+\$C\$4/(1+\$C\$6)^(\$C\$5 * (1+A10))
F10	=C\$2+VA(\$C\$6 * (1+A10), \$C\$5, -\$C\$3)+\$C\$4/(1+\$C\$6 * (1+A10))^\$C\$5

Para facilitar la interpretación, resulta útil graficar los resultados del análisis de sensibilidad, un trabajo sencillo si se emplea la herramienta de graficación que existe en casi todos los paquetes de hojas de cálculo. Los resultados gráficos (de tela de araña) del análisis se aprecian en la figura 10.9. La gráfica utiliza la columna "% de cambio" como la variable independiente (X) para el eje horizontal, y las columnas B a F como los rangos de graficación.

Esta gráfica indica que el valor presente es más sensible a los ahorros anuales. El factor que le sigue en influencia es la inversión de capital, y el menos sensible es el valor de mercado (lo que era de esperarse por su pequeño monto en dólares y porque se descuenta con más intensidad, ya que ocurre al final del periodo de estudio).

## 10.9 Resumen

La ingeniería económica comprende la toma de decisiones entre usos que compiten por recursos escasos. Las consecuencias que resultan de las decisiones por lo general se extienden a fechas lejanas en el futuro. En este capítulo se usaron técnicas no probabilistas para

manejar el hecho de que las consecuencias (flujos de efectivo, vidas útiles, etcétera) de los proyectos de ingeniería nunca pueden conocerse con certeza absoluta. Esta situación se conoce como *toma de decisiones con incertidumbre*.

En este capítulo se presentaron varios de los procedimientos no probabilistas que son más comunes y útiles de aplicar cuando se trata de manejar la incertidumbre en los estudios de ingeniería económica: 1. análisis de sensibilidad por medio del estudio del equilibrio, gráficas de sensibilidad y combinaciones de factores; 2. estimaciones optimista y pesimista; 3. TREMA ajustadas por riesgo; y 4. reducción de la vida útil. El análisis del equilibrio determina el valor de un factor clave común, tal como la utilización de la capacidad instalada, con el que el atractivo económico de dos alternativas es igual, o bien, el proyecto se justifica desde el punto de vista económico. Luego, dicho punto de equilibrio se compara con una estimación independiente del valor más probable del factor (mejor estimación) con el fin de auxiliar en la selección entre las alternativas o a que se tome una decisión acerca del proyecto. La técnica de la gráfica de sensibilidad hace explícito el impacto que tiene la incertidumbre en las estimaciones de cada factor en estudio del proyecto sobre la medición de la ventaja económica, y constituye una herramienta valiosa del análisis. Las técnicas que se estudiaron en la sección 10.4.3 para evaluar el impacto combinado de los cambios en dos o más de los factores son importantes cuando se necesita obtener información adicional para ayudar a la toma de decisiones. Los procedimientos restantes para el manejo de la incertidumbre tienen por objetivo la selección del mejor curso de acción cuando se carece de precisión en la estimación de una o más de las consecuencias de las alternativas que se evalúan.

Es lamentable que no haya una respuesta rápida ni fácil a la pregunta de “¿cuál es la mejor forma de manejar la incertidumbre en un análisis de ingeniería económica?”. Por lo general, los procedimientos sencillos (como el análisis de sensibilidad) permiten hacer una discriminación razonable entre las alternativas, o determinar lo aceptable que resulta un proyecto sobre la base de que hay incertidumbre presente; además, la aplicación de dichos procedimientos es relativamente barata. Con procedimientos más elaborados que utilizan conceptos de probabilidad (capítulo 13) es posible efectuar una elección más rigurosa entre alternativas o dictaminar si un proyecto es aceptable, pero la dificultad de aplicarlos y lo costosos que resultan pueden hacerlos prohibitivos.

## 10.10 Referencias

- CANADA, J. R., W. G. SULLIVAN y J. A. WHITE, *Capital Investment Decision Analysis for Engineering and Management*, 2a. ed. (Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, Inc., 1996).
- CHURCHMAN, C. W., R. L. ACKOFF y E. L. ARNOFF, *Introduction to Operations Research* (New York: John Wiley & Sons, 1957).
- FLEISCHER, G. A. *Introduction to Engineering Economy* (Boston; PWS Publishing Company, 1994).
- GRANT, E. L., W. G. IRESON y R. S. LEAVENWORTH. *Principles of Engineering Economy* (New York: John Wiley & Sons, 1990).
- MORRIS, W. T. *The Analysis of Management Decisions* (Homewood, IL: Richard D. Irwin Co., 1964).

## 10.11 Problemas

Los números entre paréntesis al final de un problema se refieren a la(s) sección(es) del capítulo que se relaciona(n) más de cerca con el problema.

**10.1.** ¿Por qué deben considerarse los efectos de la incertidumbre en los estudios de ingeniería económica? ¿Cuáles son algunas de las fuentes probables de incertidumbre en dichos estudios? (10.3)

**10.2.** Construya su propio problema de análisis de equilibrio *no lineal*, desarrolle una solución para él y escriba un resumen de una página sobre el caso para presentarlo en su clase con la finalidad de someterlo a análisis. (10.4)

**10.3.** Consulte el ejemplo 10.3. Esta pregunta es idéntica a la del ejemplo 10.3, en el que el costo *adicional* de reforzar la estructura para que albergue dos plantas más es de \$300,000. Este costo adicional es incierto. Todos los demás se suponen ciertos. Para el diseño 2, no se hace previsión ahorra para que se agreguen plantas en el futuro.

¿Cuál es la sensibilidad de la elección entre el diseño 1 y el 2 ante cambios de  $\pm 30\%$  de esta estimación incierta de costo? Exprese dicha sensibilidad en términos de  $\Delta$ . Construya una gráfica que ilustre la respuesta. La TREMA es del 10% anual.

**10.4.** Ciertos proyectos potenciales de inversión tienen importancia crítica para una empresa. Las siguientes son las estimaciones "mejor" y "más probable"

Inversión:	\$100,000
Vida:	10 años
Valor de rescate:	\$20,000
Flujo neto de efectivo anual:	\$30,000
TREMA:	10%

Se desea demostrar la sensibilidad de una medida de la ventaja (valor anual neto) a la variación, en un rango de  $\pm 50\%$  de los valores esperados, en los siguientes elementos: a) vida, b) flujo neto de efectivo anual y c) tasa de interés. Construya una gráfica de los resultados. ¿A cuáles elementos es más sensible la decisión? (10.4)

**10.5.** Considere estas dos alternativas:

	Alternativa 1	Alternativa 2
Inversión de capital	\$4,500	\$6,000
Ingresos anuales	\$1,600	\$1,850
Gastos anuales	\$400	\$500
Valor estimado de mercado	\$800	\$1,200
Vida útil	8 años	10 años

a) Suponga que el valor de mercado de la alternativa 1 se conoce con certeza. ¿En cuánto tendría que variar la estimación del valor de mercado para la alternativa 2 para que se revirtiera la decisión *inicial* que se basa en esos datos? La TREMA anual es del 15% por año. (10.4.1)

b) Determine la vida de la alternativa 1, para la que los VA son iguales. (10.4.1)

**10.6.** Está en estudio el empleo de dos motores de 100 caballos de fuerza, según las características que aparecen en la tabla adjunta:

	Marca ABC	Marca XYZ
Precio de compra	\$1,900	\$6,200
Vida útil en años	10	10
Valor de mercado	ninguno	ninguno
Gasto anual de mantenimiento	\$170	\$310
Eficiencia	80%	90%

a) Si el costo de la energía es de \$0.10 por kWh, y la tasa de interés es del 12% anual, ¿cuántas horas de operación por año se requieren para que se justifique la compra del motor marca XYZ? (1 hp = 0.746 kW) (10.5)

b) Para la respuesta del inciso a), ¿cuál motor se elegiría si se espera que opere 2,000 horas por año? Explique por qué. (10.4.1)

**10.7.** Las alternativas siguientes tienen la capacidad de satisfacer una necesidad, que se espera que exista en forma indefinida:

	Plan A	Plan B	Plan C
Inversión inicial:	\$2,000	\$6,000	\$12,000
Vida útil:	6 años	3 años	4 años
Gastos anuales:	\$3,500	\$1,000	\$400

Se espera que cada plan tenga un valor de mercado igual a \$0 al final de cada ciclo de vida.

a) Analice la sensibilidad del plan preferible ante errores de  $\pm 30\%$  en la estimación de los gastos anuales. Use una TREMA del 10%. (10.4)

b) Estudie la sensibilidad del plan que se prefiere ante errores de  $\pm 50\%$  en la estimación de la TREMA (es decir, si la TREMA variara de un 5% a un 15%).

**10.8.** Se están considerando dos motores eléctricos para energizar un elevador industrial. Cada uno es capaz de proporcionar 90 hp. Los datos pertinentes de cada motor son los siguientes:

	Motor	
	D-R	Westhouse
Inversión de capital	\$2,500	\$3,200
Eficiencia eléctrica	0.74	0.89
Mantenimiento por año	\$40	\$60
Vida útil	10 años	10 años

Si se espera que el elevador se use 500 horas por año, ¿cuál tendría que ser el costo de la energía eléctrica (en centavos por kilowatt·hora) para que la decisión favorezca al motor D-R y no al Westhouse? La TREMA es del 12% por año. [Nota: 1 hp = 0.746 kW]. (10.4.1)

**10.9.** Su compañía opera una flota de camiones ligeros que se usan para brindar servicios de transporte por contrato. Como usted es el gerente de ingeniería y técnica, está analizando la compra de 55 camiones nuevos para agregarlos a la flota. Estos camiones se usarían para un nuevo contrato que el equipo de ventas está tratando de obtener. Si se compran, cada camión costaría \$21,200; su uso estimado es de 20,000 millas por año por camión; se estima que los gastos de operación, mantenimiento y otros similares (en dólares del año cero) sean de \$0.45 por milla, para los que se pronostica un escalamiento (aumento) a la tasa del 5% por año; los camiones son un activo con clase de propiedad de tres años, según el SMRAC (SGD). El periodo de análisis es de cuatro años;  $t = 38\%$ ; la TREMA es del 15% anual (después de impuestos; incluye un componente por inflación); y el VM que se estima para el final de los cuatro años (en dólares del año cero) es el 35% del precio de compra de los vehículos. Para esta estimación se espera un escalamiento del 2% anual.

Con base en un análisis después de impuestos, en dólares corrientes, ¿cuál es el ingreso anual proveniente del contrato que requiere la compañía para justificar los gastos antes de considerar cualquier utilidad? El monto que se calcule es el punto de equilibrio entre la compra de los camiones y ¿cuál otra alternativa? (10.4.1)

**10.10.** Una cadena nacional de moteles piensa abrir uno nuevo en Bigtown, Estados Unidos. El costo de la construcción de un motel de 150 cuartos (sin incluir muebles) es de \$5 millones. La empresa utiliza un horizonte de planeación de 15 años

para evaluar las inversiones de ese tipo. Los muebles para este motel deben reemplazarse cada cinco años a un costo estimado de \$1,875,000 (en  $k = 0, 5$  y 10). Los muebles viejos no tienen valor de mercado. Se estima que los gastos de operación y mantenimiento anuales del inmueble sean de \$125,000. El valor de mercado que se estima para el motel después de 15 años es el 20% del costo de la construcción original.

Se proyecta que los cuartos del motel se renten a una tarifa promedio de \$45 por noche. En promedio, el motel rentará el 60% de sus cuartos cada noche. Suponga que el motel abrirá los 365 días del año. La TREMA es del 10% anual. (10.4)

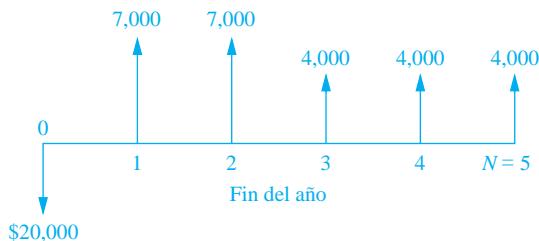
- a)** Con el empleo del valor anual como medición de sus ventajas, ¿es atractivo el proyecto desde el punto de vista económico?
- b)** Investigue la sensibilidad de revertir la decisión para los tres factores siguientes: 1. inversión de capital, 2. TREMA y 3. tasa de ocupación (porcentaje promedio de cuartos que se rentan por noche). ¿A cuál de estos factores es más sensible la decisión?
- c)** Investigue en forma gráfica la sensibilidad del valor anual ante cambios en los tres factores mencionados. Investigue los cambios en el intervalo de  $\pm 40\%$ . En la gráfica, use como eje  $x$  al cambio porcentual y como eje  $y$  al valor anual.

**10.11.** Se propone una instalación mejorada que cuesta \$50,000. El tiempo de construcción será de dos años con gastos de capital de \$20,000 durante el primer año y \$30,000 el segundo. Los flujos de efectivo son los siguientes:

Año	Ahorros
-1	-\$20,000
0	-\$30,000
1	10,000
2	14,000
3	18,000
4	22,000
5	26,000

La instalación no se va a requerir después de cinco años y tendrá un valor de mercado de \$5,000. Analice la sensibilidad del valor anual ante errores en las estimaciones tanto de los ahorros en el primer año como de la magnitud de la cantidad gradiente. Use una tabla en la que se consignen los resultados de cambios de  $\pm 50\%$  en ambas variables. La TREMA es del 10% por año. (10.4)

**10.12.** Considere el siguiente diagrama de flujo de efectivo:



Graifique los cambios del VP a  $\pm 20\%$  y  $\pm 40\%$  en la vida del proyecto,  $N$ . Sea  $i = 10\%$  anual, y suponga que el VM = 0. Enuncie las suposiciones que haga. (10.4.2)

- 10.13.** Un gobierno municipal debe comprar de inmediato un equipo nuevo para vigilar el flujo de vapor. Un grupo de ingenieros ha desarrollado las estimaciones más probables (mejores) que siguen:

Inversión de capital	\$140,000
Ahorros anuales	\$25,000
Vida útil	12 años
Valor de mercado (final del año 12)	\$40,000
TREMA	10% anual

Como existe mucha incertidumbre en estas estimaciones, se desea evaluar la sensibilidad del VP a cambios de  $\pm 50\%$  en los valores más probables de *a)* ahorros anuales, *b)* vida útil y *c)* tasa de interés (TREMA). Construya una gráfica de los resultados y determine a cuál factor es más sensible la decisión. (10.4.2)

- 10.14.** Se desea determinar el espesor más económico del aislamiento para un salón grande de almacenamiento frío. Se espera que el aislamiento cueste \$150 por cada 1,000 pies cuadrados de área de muros por pulgada de espesor instalada, y que requiera impuestos sobre la propiedad y seguros del 5% de la inversión de capital. Es de esperarse que después de 20 años tenga un valor de mercado de \$0. Las siguientes son estimaciones de la pérdida de calor por cada 1,000 pies cuadrados de área de muros para varios espesores:

Aislamiento, pulg.	Pérdida de calor, Btu por hora
3	4,400
4	3,400
5	2,800
6	2,400
7	2,000
8	1,800

El costo por la eliminación (pérdida) de calor se estima en \$0.02 por cada 1,000 Btu. La TREMA es del 20% por año. Suponga una operación continua durante todo el año y analice la sensibilidad del espesor óptimo ante los errores en la estimación del costo de la eliminación de calor. Use la técnica del VA. (Puede utilizar para ello la hoja de cálculo de computadora que se proporcionó aquí.) (10.4, 10.9)

- 10.15.** Una máquina industrial que cuesta \$10,000 va a producir ahorros netos de efectivo de \$4,000 por año. La máquina tiene una vida útil de cinco años, pero debe regresar a la fábrica para recibir reparaciones mayores después de tres años de operación. Dichos arreglos cuestan \$5,000. La TREMA de la compañía es del 10% por año. ¿Qué tasa interna de rendimiento va a percibirse en la compra de esta máquina? Analice la sensibilidad de la tasa interna de rendimiento a cambios de  $\pm 2,000$  en el costo de la reparación. (10.4)

- 10.16.** Se desea determinar la altura óptima de un edificio propuesto que es esperada dure 40 años y luego se demuele con un valor neto de mercado igual a cero. En la tabla P10.16 se incluyen los datos pertinentes. Además de la inversión de capital por la construcción, se requieren \$50,000 para el terreno, y se espera que éste conserve tal valor durante todo el periodo de vida útil. Analice la sensibilidad de la decisión a cambios de entre 10%, 15% y 20% en las estimaciones de la TREMA. Utilice el método del VP e ignore los impuestos sobre la utilidad. (10.4)

**Tabla P10.16** Datos para el problema P10.16

	Número de plantas			
	2	3	4	5
Inversión de capital	\$200,000	\$250,000	\$320,000	\$400,000
Ingreso anual	40,000	60,000	85,000	100,000
Gastos anuales	15,000	25,000	25,000	45,000

**10.17.** En un edificio de oficinas se está considerando convertir una caldera de combustión de carbón, en otra que consuma gasolina o gas natural. El costo de la conversión para gasolina se estima en \$80,000, inicialmente; los gastos estimados de operación anual son de \$4,000 menos que los que se tienen con la caldera de carbón. Se producen aproximadamente 140,000 Btu por galón de gasolina; se prevé que ésta tenga un costo de \$1.10 por galón.

El costo de la conversión para que consuma gas natural se estima en \$60,000, inicialmente; además, los gastos anuales de operación y mantenimiento se calculan en \$6,000 menos que los del consumo a base de carbón. Cada pie cúbico de gas natural produce aproximadamente 1,000 Btu; se estima que el gas natural cueste \$0.02 por pie cúbico.

Se va a utilizar un horizonte de planeación de 20 años. Son apropiados un valor de mercado igual a cero y una TREMA del 10% anual. Realice un análisis de sensibilidad para el requerimiento anual de Btu para el sistema de calefacción. (*Recomendación:* Primero calcule el número de equilibrio (en miles) de Btu. Después determine los VA si el requerimiento de Btu varía en  $\pm 30\%$  de la cantidad de equilibrio.) (10.4)

**10.18.** Suponga que las estimaciones optimista, más probable y pesimista para un proyecto de ingeniería son las que se indican en la tabla adjunta. (10.4.3)

	Optimista	Más probable	Pesimista
Inversión de capital	\$80,000	\$95,000	\$120,000
Vida útil	12 años	10 años	6 años
Valor de mercado	\$30,000	\$20,000	\$0
Flujo neto anual de efectivo	\$35,000	\$30,000	\$20,000
TREMA	12% anual	12% anual	12% anual

a) ¿Cuál es el VA para cada una de las tres condiciones de estimación?  
 b) Se cree que los elementos más críticos son la vida útil y el flujo neto anual de efectivo. Desarrolle una tabla en la que se muestre el VA para todas las combinaciones de las estimaciones de esos dos factores, suponiendo que todos los demás permanecen en sus valores más probables.

**10.19.** Suponga que, para cierto proyecto de inversión potencial, las estimaciones optimista, más probable y pesimista son las que se aparecen en la tabla adjunta. (10.4.3)

	Optimista	Más probable	Pesimista
Inversión de capital	\$90,000	\$100,000	\$120,000
Vida útil	12 años	10 años	6 años
Valor de mercado	\$30,000	\$20,000	\$0
Flujo neto anual de efectivo	\$35,000	\$30,000	\$20,000
TREMA (por año)	10%	10%	10%

a) ¿Cuál es el valor anual para cada una de las tres condiciones de estimación?

b) Se piensa que los factores más críticos son la vida útil y el flujo neto anual de efectivo. Desarrolle una tabla que muestre el valor neto anual para todas las combinaciones de estos dos factores, suponiendo que los demás permanecen en sus valores "más probables".

**10.20.** Como parte de una carretera nueva se va a construir ahora un puente. Los ingenieros han determinado que la densidad del tráfico en la nueva vía justificaría dos carriles y un puente en el momento presente. A causa de la incertidumbre que rodea el uso futuro del camino, está en estudio el momento en que se requerirán otros dos carriles.

El puente con dos carriles costaría \$200,000, y con cuatro, si se construyera así desde el principio, \$350,000. El costo futuro de ampliarlo de dos a cuatro carriles sería de \$200,000 adicionales más \$25,000 por cada año que se retrase la ampliación. La TREMA que utiliza el departamento de carreteras es del 12% anual. Se han hecho las estimaciones siguientes para el momento en que se requeriría el puente de cuatro carriles:

Estimación pesimista	4 años
Estimación más probable	5 años
Estimación optimista	7 años

En vista de tales estimaciones, ¿cuál es la recomendación que haría el lector? ¿Qué dificultad tendría, si existe alguna, para interpretar los resultados? Liste algunas ventajas y desventajas de este método de preparación de estimaciones. (10.4.3)

**10.21.** Cada industria individual usará energía en forma tan eficiente como sea económico. Existen varios incentivos para mejorar la eficiencia del consumo.

Para ilustrar lo anterior, considere la selección de una nueva bomba de agua movida por un motor eléctrico. La bomba va a operar 800 horas por año. La bomba A cuesta \$2,000, tiene una eficiencia conjunta del 82.06%, y proporciona 11 hp. La

otra alternativa disponible, la bomba B, cuesta \$1,000, tiene una eficiencia total del 45.13% y proporciona 12.1 hp. Ambas bombas tienen una vida útil de cinco años y van a venderse en ese momento. (Recuerde que 1 hp = 0.746 kW.) Suponga que no hay cabida para la capacidad adicional de bombeo de la bomba B.

Para la bomba A se va a usar depreciación mediante LR durante cinco años, con un VR de cero. Para depreciar la B se empleará el método SMRAC con clase de propiedad de tres años. Después de cinco años, la bomba A tendrá un VM de \$400 y la B, de \$200.

Empleando el método de la TIR con base en los FEDI y una TREMA *antes de impuestos* del 16.667%, ¿se justifica desde el punto de vista económico la *inversión incrementada* en la bomba A? La tasa efectiva de impuesto sobre la renta es del 40%. El costo de la electricidad es de \$0.05 por kWh, y las bombas están sujetas a un periodo de estudio de cinco años. Resuelva este problema sobre una base después de impuestos. (10.7)

**10.22.** El motor XYZ del problema 10.6 se fabrica en un país extranjero y se cree que es menos confiable que el motor ABC. Para manejar esta incertidumbre se emplea una TREMA ajustada por riesgo del 20% para calcular su VA. Si el total de horas de operación por año es de 1,000, ¿cuál motor se debería seleccionar? ¿Qué dificultad encuentra en este método? (10.6)

**10.23.** Consulte el ejemplo 10.7, en la sección 10.5. Para la planta pequeña de concreto premezclado, haga lo que se pide a continuación: (10.4.2, 10.4.3)

a) Desarrolle una gráfica de sensibilidad apropiada (de tela de araña). Incluya cuantos valores adicionales de los factores considere necesarios. Asimismo, incluya los costos de la materia prima como un factor adicional en la gráfica de sensibilidad con el supuesto de que en este problema no todos los competidores responderían a dichos costos de la misma forma.

b) Para los dos factores del proyecto que individualmente tengan más impacto sobre el VA (los dos factores más sensibles), utilice la técnica gráfica que se aplicó en el ejemplo 10.5 para mostrar en forma más explícita su impacto combinado en el VA.

c) Para los tres factores más sensibles, analice con más detalle el efecto combinado de sus resultados sobre el VA. (Determine cómo formular del mejor modo las combinaciones de los resultados de los factores. En el ejemplo 10.6 se ilustra un enfoque con la estimación O-MP-P; sin embargo, es posible desarrollar tres o cuatro esce-

narios con cambios seleccionados en factores específicos).

#### 10.24. Rompecabezas (10.4, 10.7, 10.8)

Considere estas dos alternativas para la eliminación de desechos sólidos:

*Alternativa A:* Construir una instalación de procesamiento de desechos sólidos. Las variables financieras son las siguientes:

Inversión de capital	\$108 millones en 2004 (la operación comercial comienza en 2004)
Vida esperada de la instalación	20 años
Gastos anuales de operación	\$3.46 millones (expresados en dólares de 2004)
Valor de mercado estimado	40% del costo de capital inicial en todo momento

*Alternativa B:* Contratar con proveedores de eliminación de desechos sólidos después de una recolección intermedia. Las variables financieras son las siguientes:

Inversión de capital	\$17 millones en 2004 (Esto es por la recolección <i>intermedia</i> desde la línea de desechos sólidos)
Periodo esperado de la contratación	20 años
Gastos anuales de operación	\$2.10 millones (en dólares de 2004)
Costos de reparación del sistema de recolección intermedia cada cinco años	\$3.0 millones (en dólares de 2004)
Pago anual a proveedores	\$10.3 millones (en dólares de 2004)
Valor estimado de mercado en cualquier momento	\$0

#### Datos relacionados:

Clase de propiedad SMRAC (SGD)	15 años (capítulo 6)
Periodo de estudio	20 años
Tasa efectiva de impuesto sobre la renta	40%
TREMA de la compañía	10% por año (después de impuestos)
Tasa de inflación	0% (ignore la inflación)

- a)** ¿Cuánto más cara podría resultar (sólo en términos de inversión de capital) la alternativa B para equilibrarse con la alternativa A?
- b)** ¿Qué tan sensible es el VP después de impuestos de la alternativa B para la terminación simultánea de ambas al final del *año 10*?
- c)** ¿Se revertiría la decisión de adoptar la alternativa B en el inciso a) si los gastos de operación de la empresa para ella (\$2.10 millones por año) sólo se duplicaran en forma inesperada? Explique por qué (o por qué no).
- d)** Utilice una hoja de cálculo de que disponga para resolver este problema.

# *Temas adicionales de la ingeniería económica*

- 
- 
- 11. Evaluación de proyectos con el método de la razón beneficio/costo
  - 12. Estudios de ingeniería económica con las utilidades propiedad del inversionista
  - 13. Análisis probabilista del riesgo
  - 14. Financiamiento y asignación del capital
  - 15. Manejo de las decisiones con atributos múltiples

---

*El dinero es la semilla del dinero, y a veces es más difícil ganar la primera guinea que el segundo millón.*

— Jean Jacques Rousseau, “Discurso sobre economía política”, en *El Contrato Social*, 1762.

# *Evaluación de proyectos con el método de la razón beneficio/costo*

Los objetivos de este capítulo son: **1.** describir muchas de las características únicas de los proyectos públicos y **2.** aprender a usar la razón beneficio costo (B/C) como criterio para la selección de proyectos. Se presenta el análisis de proyectos que son tanto independientes como mutuamente excluyentes.

---

## **En este capítulo se estudian los siguientes temas:**

- La perspectiva y terminología que se asocia con los proyectos públicos
- Proyectos autofinanciables y de propósitos múltiples
- Dificultades en la evaluación de los proyectos del sector público
- Tasa de interés adecuada para proyectos públicos
- El método de la razón beneficio/costo
- Evaluación de proyectos independientes mediante las razones B-C
- Comparación de alternativas mutuamente excluyentes
- Críticas y deficiencias del método de la razón B-C

---

### **11.1 Introducción**

Los proyectos públicos son aquellos que autorizan, financian y operan instituciones gubernamentales federales, estatales o locales. Tales trabajos públicos son numerosos y aunque varían en tamaño, es frecuente que sean mucho más grandes que los negocios privados. Como requieren el gasto de capital, dichos proyectos están sujetos a los principios de la ingeniería económica con respecto a su diseño, adquisición y operación. Sin embargo, como se trata de proyectos públicos, existe cierto número de factores de importancia especial que no es común encontrar en los negocios financiados y operados por empresas privadas. En la tabla 11.1 se resumen las diferencias entre los proyectos públicos y los privados.

**Tabla 11.1** Algunas diferencias básicas entre proyectos de propiedad privada y pública

	Propósito	Privados
Propósito	Proporcionar bienes y servicios que generen una utilidad; maximizar utilidades o minimizar el costo	Proporcionar salud; proteger vidas y propiedades; brindar servicios (sin obtener utilidades); crear empleos
Fuentes de capital	Inversionistas privados y prestamistas	Impuestos; prestamistas privados
Método de financiamiento	Propiedad individual; sociedades; corporaciones	Pago directo o impuestos; préstamos sin intereses; préstamos con intereses bajos; bonos de autofinanciamiento; garantía de préstamos privados
Propósitos múltiples	Moderados	Comunes (por ejemplo, proyecto de una presa para controlar inundaciones, generación de energía eléctrica, irrigación, recreación, educación)
Vida del proyecto	Por lo general es corta (de 5 a 20 años)	En general es relativamente larga (de 20 a 60 años)
Relación de los proveedores del capital con el proyecto	Directa	Indirecta o ninguna
Naturaleza de las "utilidades"	Monetaria o relativamente fácil de traducir a términos monetarios	Con frecuencia no es monetaria, difícil de cuantificar, difícil de traducir a términos monetarios
Beneficiarios del proyecto	En primer lugar, la entidad a cargo del proyecto	El público en general
Conflicto entre los propósitos	Moderado	Muy común (presas para control de inundaciones <i>vs.</i> preservación del ambiente)
Conflicto de intereses	Moderado	Muy común (entre instituciones)
Efecto de la política	Poco o moderado	Factores frecuentes; pertenencia en el corto plazo para quienes toman decisiones; grupos de presión; restricciones financieras y residenciales; etc.
Medida de la eficiencia	Tasa de rendimiento del capital	Muy difícil; no hay comparación directa con los proyectos privados

Como consecuencia de estas diferencias, con frecuencia es difícil realizar estudios de ingeniería económica y decisiones de inversión para proyectos de obras públicas de un modo exactamente igual que para los proyectos de propiedad privada. A menudo se emplean diferentes criterios de decisión, lo que crea problemas para el público (que paga la cuenta), para quienes toman las decisiones y para los que administran los proyectos de obra pública.

El método de la razón beneficio/costo, que por lo general se utiliza para evaluar los proyectos públicos, tiene sus raíces en la legislación federal. En específico, en Estados Unidos, el Acta de 1936 para el Control de Inundaciones requiere que para que se justifique un proyecto financiado con fondos federales, sus beneficios deben exceder sus costos. En términos generales, el análisis beneficio/costo es un método sistemático de evaluación del atractivo de proyectos o políticas gubernamentales, en los casos en que es importante adoptar la perspectiva del largo plazo en los efectos futuros, y un punto de vista amplio de los posibles

bles efectos colaterales. Para satisfacer los requerimientos de dicho mandato, el método B/C evolucionó hacia el cálculo de la razón de los beneficios a los costos de un proyecto. En lugar de permitir que el analista aplique los criterios que son de uso común para evaluar los proyectos privados (TIR, VP, etcétera), la mayoría de instituciones gubernamentales piden que se emplee el método B/C.

## ▼ 11.2 Perspectiva y terminología para el análisis de proyectos públicos

Antes de aplicar el método de la razón beneficio/costo para evaluar un proyecto público, es necesario establecer la perspectiva apropiada. Al realizar el análisis de ingeniería económica de cualquier proyecto, sea público o privado, la perspectiva adecuada es maximizar los beneficios netos para los propietarios de la empresa que lo lleva a cabo. Este proceso requiere que se aclare la cuestión de quién es el propietario del proyecto. Por ejemplo, considere un proyecto que implica la expansión de la carretera I-80 de cuatro carriles a seis. Como el proyecto se paga sobre todo con fondos federales a través del Departamento del Transporte, nos sentiríamos inclinados a decir que el “propietario” es el gobierno federal. Sin embargo, los fondos tienen su origen en dinero recaudado mediante impuestos -entonces, los dueños verdaderos del proyecto son los contribuyentes.

Como se dijo antes, el método beneficio/costo requiere que se calcule la razón de los beneficios a los costos. Los *beneficios* del proyecto se definen como las consecuencias favorables del proyecto para el público, pero los *costos* representan el desembolso monetario que se requiere del gobierno. No obstante, es posible que un proyecto tenga consecuencias desfavorables para el público. Si se piensa de nuevo en la ampliación de la I-80, algunos de los *propietarios* del proyecto (campesinos que viven a lo largo de la carretera) perderían parte de su tierra cultivable, al igual que una parte de sus ingresos anuales. Como esta consecuencia financiera negativa recae sobre el público (un segmento de éste), no puede clasificarse ni como beneficio ni como costo. Para denominar las consecuencias negativas que tiene un proyecto para el público, por lo general se utiliza el término *desventajas*.

### EJEMPLO 11.1

Se propone un centro de convenciones y deportivo nuevo ante el Consejo de Ciudad Gótica. Si se aprueba este proyecto del sector público, se financiaría con la emisión de bonos municipales. Las instalaciones se ubicarían en el Parque Metropolitano, cerca del centro de la ciudad en un área boscosa, e incluirían una ciclopista, un sendero natural y un estanque. Como la ciudad ya posee el sitio, no es necesario comprar ningún terreno. Liste por separado los *beneficios* de proyecto, sus *costos* y cualquier *desventaja*.

#### SOLUCIÓN

##### BENEFICIOS

- Mejoría de la imagen de la zona centro de Ciudad Gótica.
- Potencial para atraer conferencias y convenciones a la Ciudad.
- Potencial de atracción para franquicias de deportes profesionales hacia la Ciudad.
- Ingresos por renta de las instalaciones.
- Aumento en los ingresos de los comerciantes del centro de la Ciudad.
- Uso de las instalaciones para eventos cívicos.

<b>COSTOS</b>	Diseño arquitectónico de las instalaciones. Construcción de las instalaciones. Diseño y construcción del estacionamiento adyacente a las instalaciones. Operación de las instalaciones y costos de mantenimiento. Costo de los seguros para la infraestructura.
<b>DESBENEFICIOS</b>	Pérdida del uso de una parte del Parque Metropolitano para los habitantes de Ciudad Gótica, incluida la ciclopista, el sendero natural y el estanque. Disminución del hábitat de la vida salvaje en la zona urbana.

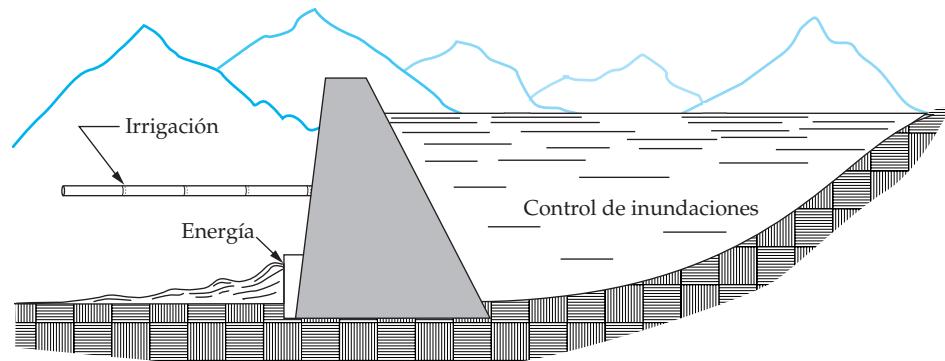
### ▼ 11.3 Proyectos autofinanciables

El término *projeto autofinanciable* se aplica a proyectos gubernamentales que se espera que generen ingresos directos suficientes para pagar su costo en un periodo específico. La mayoría de estos proyectos proporcionan servicios públicos, por ejemplo, una presa hidroeléctrica proporciona agua potable, energía eléctrica, agua para riego y disposición de aguas negras. Otros ejemplos de proyectos autofinanciables incluyen puentes y autopistas de cuota.

Por regla general, se espera que los proyectos autofinanciables obtengan ingresos directos suficientes que superen sus costos, pero no se espera que generen utilidades o paguen impuestos sobre la renta. Aunque tampoco pagan impuestos sobre la propiedad, en algunos casos se hacen pagos sustitutos a los gobiernos estatales o municipales, en lugar de los impuestos sobre la propiedad que se pagarían si el proyecto hubiera estado en manos privadas. Por ejemplo, el gobierno de Estados Unidos accedió a pagar a los estados de Arizona y Nevada \$300,000 anuales durante 50 años en lugar de los impuestos que habrían recaudado si la construcción y operación de la presa Hoover hubiera estado en manos de una empresa privada. Estos pagos sustitutos por lo general son considerablemente menores de lo que habrían sido los impuestos reales sobre la propiedad y operación. Es más, una vez que se acuerdan dichos pagos, casi siempre al comenzar el proyecto, virtualmente nunca se modifican. La invariabilidad de estos pagos no es el caso de los impuestos sobre la propiedad, que se basan en el valor que se dictamina de la propiedad.

### ▼ 11.4 Proyectos de propósitos múltiples

Una característica importante de los proyectos del sector público es que muchos de ellos tienen propósitos u objetivos múltiples. Un ejemplo de esto sería la construcción de una presa para formar un almacenamiento sobre un río (vea la figura 11.1). Este proyecto tendría propósitos múltiples: 1. ayudaría a controlar inundaciones, 2. proporcionaría agua para riego, 3. generaría energía eléctrica, 4. brindaría instalaciones recreativas y 5. proveería de agua potable. El desarrollo de un proyecto que persigue más de un objetivo asegura que pueda lograrse una economía mayor en su conjunto. La construcción de una presa implica grandes sumas de capital y el uso de recursos naturales valiosos (un río), así que es probable que el proyecto no se justifique por sí solo a menos que atienda a muchos propósitos. Generalmente es deseable este tipo de situación, pero al mismo tiempo genera problemas económicos y administrativos debidos al traslape de la utilización de las instalaciones y a la posibilidad de un conflicto de intereses entre los diversos fines y las instituciones relacionadas.



**Figura 11.1** Representación esquemática de un proyecto de propósitos múltiples relacionados con el control de inundaciones, irrigación y energía

Los problemas básicos que surgen con frecuencia en la evaluación de proyectos públicos se ejemplifican al analizar de nuevo la presa de la figura 11.1. El proyecto en estudio contempla su construcción en la región semiárida del centro de California, con la finalidad de tener control sobre las inundaciones de primavera que resultan de la fusión de la nieve en la Sierra Nevada. Si una parte del agua almacenada por la presa pudiera derivarse hacia los terrenos adyacentes aguas abajo de la presa, el líquido utilizado para irrigación incrementaría mucho la productividad y, por lo tanto, el valor de esa tierra, lo que redundaría en un aumento de los recursos de la nación. Por esto, los objetivos del proyecto deberían expandirse para que incluyeran tanto el control de inundaciones como la irrigación.

La existencia de una presa con un nivel del agua elevado en un lado de ella y otro muy por debajo en el lado opuesto también sugiere que algunos de los recursos nacionales se desperdiciarían a menos que una parte del líquido se derivara para mover turbinas que generaran energía eléctrica. Esta electricidad podría venderse a los consumidores de las áreas que circundan la presa, lo que daría al proyecto su tercer propósito, la generación de energía eléctrica.

En esta región semiárida, la creación de un almacenamiento grande aguas arriba de la presa brindaría instalaciones valiosas para la caza, pesca, navegación, natación y campismo. Así, el proyecto tendría un cuarto propósito, el de facilitar instalaciones recreativas. Un quinto objetivo sería abastecer de agua potable en forma confiable y con estabilidad.

Cada uno de los objetivos que se mencionaron del proyecto tiene valor económico y social atractivo; de esta manera, lo que comenzó como un proyecto de propósito único, ahora tiene cinco. El fracaso en la consecución de los cinco objetivos significaría que se estarían desperdiando recursos nacionales valiosos. Por otro lado, existen ciertos *desbeneficios* para el público que también deben considerarse. La más evidente de ellas es la pérdida de tierra cultivable aguas arriba de la presa, en la zona inundada por el almacenamiento. Otros desbeneficios consisten en: 1. perder una zona de rápidos que disfrutan los aficionados al canotaje, a los kayak y al descenso de ríos, 2. pérdida de los depósitos de suelo fértil que se genera cada año en la cuenca del río aguas abajo de la presa, a causa de las inundaciones primaverales, y 3. impacto ecológico negativo por la obstrucción del flujo del río.

Si el proyecto se construye para atender estos cinco propósitos, el hecho de que la presa sirva a todos ellos provoca al menos tres problemas básicos. El primero de éstos es la asignación del costo de la obra a cada uno de los objetivos que se persiguen. Por ejemplo,

suponga que los costos estimados del proyecto son de \$35,000,000. Esta cifra incluye los costos en que se incurre por la compra y preparación del terreno que va a cubrir el líquido aguas arriba de la presa; la construcción en sí de la obra, el sistema de irrigación, la planta de generación de energía, y las estaciones de purificación y bombeo de agua potable; y el diseño y desarrollo de las instalaciones recreativas. La asignación de algunos de estos costos a propósitos específicos es obvio (por ejemplo, el costo de la construcción del sistema de riego), pero, ¿qué proporción del costo de la compra y preparación del terreno debe asignarse a la irrigación, generación de energía, agua potable y recreación?

El segundo problema básico es el conflicto de intereses entre los diferentes propósitos del proyecto. Considere la decisión del nivel del agua que debe mantenerse aguas arriba de la presa. Si se ha de cumplir el primer propósito (control de inundaciones), el embalse debe mantenerse casi vacío, con la finalidad de tener la mayor capacidad de almacenamiento durante los meses del deshielo primaveral. Este nivel bajo estaría en conflicto directo con el propósito de la generación de energía, que se maximizaría si el nivel del agua se mantiene tan alto como sea posible en todo momento. Además, para que los beneficios recreativos sean también máximos, es recomendable que el nivel del agua se mantenga constante durante todo el año. Así, surgen conflictos de interés entre los propósitos múltiples, y deben tomarse decisiones de compromiso. Al final, tales decisiones afectan la magnitud de los beneficios derivados del proyecto.

Un tercer problema con los proyectos públicos de propósitos múltiples es la sensibilidad política. Como es probable que algún segmento de la población o distintos grupos de interés que podrían resultar afectados favorezcan o rechacen cada uno de los distintos objetivos, o incluso el proyecto mismo, es inevitable que tales proyectos se conviertan con frecuencia en asuntos políticos.\* Es frecuente que este conflicto tenga un efecto sobre las asignaciones de costo y, por lo tanto, sobre la economía conjunta de estos proyectos.

*El resultado neto de los tres factores que se mencionan es que las asignaciones de costo que se efectúan en los proyectos del sector público de propósitos múltiples tiendan a ser arbitrarias. En consecuencia, también son arbitrarios los costos de la producción y venta de los servicios que proporcionan. Por esa razón, no se consideran como referentes válidos con los que puedan compararse proyectos similares del sector privado para determinar las eficiencias relativas de la propiedad pública y la privada.*

## 11.5 Dificultades en la evaluación de los proyectos del sector público

Con todas las dificultades que se han mencionado para evaluar proyectos del sector público, podría preguntarse el lector si debería intentarse la realización de estudios de ingeniería económica sobre ellos. En la mayoría de los casos, no es posible realizar los estudios económicos en forma tan completa, exhaustiva y satisfactoria como en el caso de los estudios de proyectos con financiamiento privado. En el sector privado, la empresa que lleva a cabo el proyecto cubre los *costos*, y los *beneficios* son los resultados favorables del proyecto que recibe la misma

\* La construcción de la Presa Tellico sobre el Río Little Tennessee sufrió un retraso considerable a causa de dos *desbeneficios* importantes: 1) preocupación acerca del impacto que tendría el proyecto sobre el ambiente de un pequeño pez, el martín pescador, y 2) la inundación de cementerios que la Nación Cherokee consideraba sagrados.

empresa. Cualesquiera costos y beneficios que sucedan fuera de la compañía, por lo general se ignoran en las evaluaciones, a menos que se prevea que factores externos la afectarán de manera indirecta. Pero en el caso de los proyectos del sector público, sucede lo contrario. Según las palabras del Acta de 1936 para el Control de Inundaciones, "si los beneficios para cualquiera que los reciba sobrepasan los costos estimados", todos los beneficios potenciales de un proyecto público son relevantes y deben considerarse. Tan sólo la enumeración de todos los beneficios de un proyecto público de gran tamaño es una tarea formidable. Además, debe estimarse de algún modo el valor monetario de dichos beneficios para todos los segmentos del público que los reciben. No obstante, es insoslayable la tarea de tomar decisiones sobre la inversión de capital en proyectos públicos, ya sea por parte de los funcionarios electos o designados, los administradores, o por el público en general mediante referendos. La magnitud del capital y las consecuencias de largo plazo que se asocian con muchos de dichos proyectos hacen que resulte vital seguir un enfoque sistemático para evaluar su rentabilidad.

Existe cierto número de dificultades que son inherentes en los proyectos públicos, que deben considerarse al realizar estudios de ingeniería económica y tomar decisiones en relación con ellos. Entre ellas están las siguientes:

1. No existe un beneficio estándar que se utilice como medida de su eficiencia financiera.  
La mayor parte de los proyectos públicos no están planeados para ser lucrativos.
2. El impacto monetario de muchos de los beneficios de los proyectos públicos es difícil de cuantificar.
3. Existe poca o ninguna relación entre el proyecto y el público, que es el propietario del proyecto.
4. Es frecuente que exista una fuerte influencia política alrededor del uso de fondos públicos.  
Cuando funcionarios electos que pronto estarán buscando su reelección toman decisiones respecto de proyectos públicos, *los beneficios y costos inmediatos se intensifican, por lo general con escasa o ninguna consideración de las consecuencias más importantes en el largo plazo*.
5. Está ausente el motivo habitual de la búsqueda de utilidades como estímulo para proporcionar una operación eficiente; esto no equivale a afirmar que todos los proyectos públicos son ineficientes o que los administradores y empleados no tratan de efectuar sus trabajos con eficiencia. Pero se considera que los estímulos en forma de utilidades directas que existen en las compañías de propiedad privada tienen un impacto favorable en la eficiencia de los proyectos del sector privado.
6. Los proyectos públicos por lo general están mucho más sujetos a restricciones legales que los privados. Por ejemplo, la zona de operaciones de una compañía de energía de propiedad municipal puede estar restringida de tal manera que sólo pueda vender su producto dentro de los límites de la ciudad, sin importar que exista mercado para cualquier exceso de capacidad fuera de la urbe.
7. La aptitud de las instituciones gubernamentales para obtener capital está mucho más limitada que la de las empresas privadas.
8. La tasa de interés apropiada para descontar los beneficios y costos de los proyectos públicos con frecuencia es sensible a las controversias y la política. Es evidente que las bajas tasas de interés favorecen los proyectos de largo plazo que tienen sus mayores beneficios monetarios o sociales en el futuro, mientras que las tasas altas promueven una perspectiva de corto plazo, por lo que las decisiones se toman principalmente con base en las inversiones iniciales y los beneficios inmediatos.

En la sección que sigue se incluye un análisis de varios puntos de vista y consideraciones que se emplean con frecuencia para establecer una tasa de interés apropiada para los proyectos públicos.

## 11.6 ¿Cuál es la tasa de interés adecuada para los proyectos públicos?

Cuando se evalúan los proyectos del sector público, las tasas de interés juegan el mismo papel de considerar el valor del dinero en el tiempo que desempeñan en la evaluación de proyectos en el sector privado. Sin embargo, la racionalidad para el uso de tasas de interés es un poco diferente. La elección de una tasa de interés en el sector privado conduce de manera directa a la selección de proyectos con miras a maximizar la utilidad o minimizar el costo. Por otro lado, en el sector público los proyectos no se ven como negocios que generen utilidades. En lugar de ello, la meta consiste en la *maximización de los beneficios sociales*, en el supuesto de que éstos se miden en forma apropiada. La selección de una tasa de interés en el sector público busca determinar cómo asignar del mejor modo los fondos disponibles a proyectos que compiten entre sí para alcanzar metas sociales. En la figura 11.2 se ilustran las diferencias relativas en la magnitud de las tasas de interés entre las instituciones gubernamentales, monopolios regulados y empresas privadas.

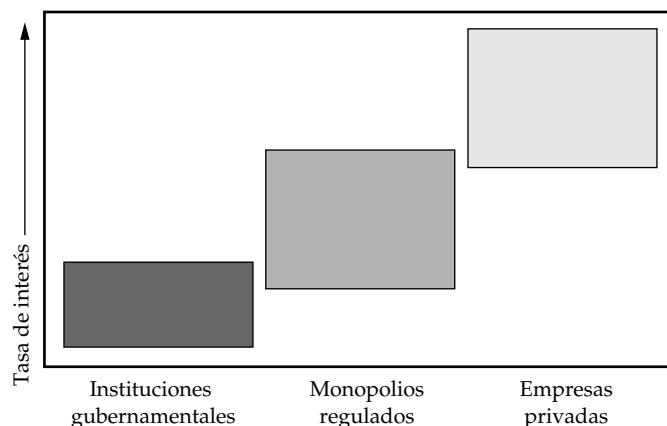
Son tres las consideraciones que determinan cuál tasa de interés conviene emplear en los estudios de ingeniería económica de los proyectos del sector público:

1. La tasa de interés sobre el capital de préstamo.
2. El costo de oportunidad del capital para la institución gubernamental.
3. El costo de oportunidad del capital para los contribuyentes.

Por regla general, es apropiado utilizar aquella tasa de interés sobre el capital de préstamo que se usa en los casos en que el dinero se presta de manera específica para el proyecto (o proyectos) en consideración. Por ejemplo, si se emiten bonos municipales específicos para financiar una escuela nueva, la tasa de interés efectiva sobre ellos debe ser la tasa de interés que se emplee en el estudio de ingeniería económica.

Para proyectos del sector público, el costo de oportunidad del capital para una institución gubernamental incluye la tasa anual de *ganancia* ya sea para la finalidad de la institución o la composición de contribuyentes que pagarán eventualmente el proyecto. Si los proyectos se seleccionan de manera que el *rendimiento estimado* (en términos de ganancias) de todos los proyectos que se aceptan es mayor que la de los que se rechazan, entonces

**Figura 11.2**  
Diferencias relativas  
de las tasas de interés  
para instituciones  
gubernamentales,  
monopolios regulados  
y empresas privadas



la tasa de interés que se emplea en los análisis económicos es aquella que se asocia con la mejor oportunidad perdida. Si este proceso se efectúa para todos los proyectos y capital disponible dentro de una institución gubernamental, el resultado es *un costo de oportunidad del capital para la institución en cuestión*. Sin embargo, un argumento fuerte en contra de esta filosofía es que los distintos niveles de financiamiento de las diferentes instituciones y la naturaleza variada de los proyectos que dirige cada una de ellas dará como resultado tasas de interés diferentes para cada una, aun cuando todas compartan la fuente común principal de fondos, es decir, los gravámenes de la población.

La tercera consideración, el costo de oportunidad del capital para los contribuyentes, se basa en la filosofía de que todo gasto gubernamental obtiene de los contribuyentes el capital de inversión potencial. El costo de oportunidad de los contribuyentes por lo general es mayor tanto del costo del capital de préstamo como del costo de oportunidad para las instituciones gubernamentales, y existe un argumento a favor de aplicar la más grande de estas tres tasas en la evaluación de los proyectos públicos; no tiene atractivo económico tomar dinero de un contribuyente para invertirlo en un proyecto gubernamental que reditúe ganancias con una tasa menor que la que podría percibir el contribuyente.

Una directriz del gobierno federal de Estados Unidos emitida en 1992 (y aún tiene vigencia) a través de la Oficina de Administración y Presupuesto (OMB, por sus siglas en inglés)\* apoyó este argumento. De acuerdo con esta directriz, en las evaluaciones económicas de un rango amplio de proyectos federales debe usarse una tasa de interés del 7%, con ciertas excepciones (por ejemplo, se aplica una tasa menor en la evaluación de proyectos de recursos hidráulicos). Este 7%, podría argumentarse, por lo menos es una aproximación burda del rendimiento en dólares constantes que los contribuyentes podrían obtener por usar su dinero en inversiones privadas. Esto corresponde a un rendimiento nominal (de mercado) del 10% anual aproximadamente.

Otra teoría acerca del establecimiento de tasas de interés para los proyectos federales sostiene que la “tasa de descuento social” que se usa en ellos debe ser la tasa *libre de riesgo* que determine el mercado para las inversiones privadas.<sup>†</sup> De acuerdo con esta teoría, debe emplearse una tasa de interés nominal del orden del 3% al 4% anual.

El análisis precedente se centra en las *consideraciones* que tienen un papel importante en el establecimiento de la tasa de interés para los proyectos públicos. Al igual que en el caso del sector privado, no hay una fórmula sencilla para determinar la tasa de interés apropiada para los proyectos públicos. Con la excepción de los proyectos que caen en el ámbito de la directriz de 1992 de la OMB, la fijación de la tasa de interés es en último caso una decisión política discrecional de la institución gubernamental que realice el análisis.

## 11.7 El método de la razón beneficio/costo

Como indica su nombre, el método de la razón beneficio/costo implica el cálculo de una razón de los beneficios a los costos. Ya sea que se evalúe un proyecto del sector privado o del

\* Oficina de Administración y Presupuesto, “Guidelines and Discount Rates for Benefit-Costs analysis of Federal Programs”, *OMB Circular* núm. A-94 (revisada), 21 de febrero de 1997. La dirección electrónica de la página principal de la OMB es <http://www.whitehouse.gov/WH/EOP/omb>.

<sup>†</sup> K. J. Arrow y R. C. Lind, “Uncertainty and the Evaluation of Public Investment Decisions”, *American Economic Review*, vol. 60, junio de 1970, págs. 364–378.

público, debe tomarse en cuenta el valor del dinero en el tiempo en el ritmo de los flujos de efectivo (o ganancias) que ocurren después del arranque del proyecto. Entonces, la razón B/C en realidad es una razón de las *ganancias descontadas* a los *costos descontados*.

Cualquier método para evaluar formalmente los proyectos del sector público debe considerar la rentabilidad de la asignación de recursos para el logro de metas sociales. Durante más de 60 años el método de la razón B/C ha sido el procedimiento aceptado para tomar las decisiones de emprender o no proyectos independientes, y para comparar proyectos que son mutuamente excluyentes del sector público, aun cuando los otros métodos que se estudiaron en el capítulo 4 (VP, VA, TIR, etcétera) conduzcan a recomendaciones idénticas, *siempre y cuando todos ellos se apliquen en forma apropiada*.

De acuerdo con lo anterior, el propósito de esta sección es describir e ilustrar la mecánica del método de la razón B/C. Se presentarán dos diferentes razones B/C porque son las que utilizan varias instituciones gubernamentales y municipales. Ambas razones conducen a la *decisión idéntica* de cuál es el mejor proyecto si se comparan alternativas mutuamente excluyentes.

La razón B/C se define como la razón del valor equivalente de los beneficios al valor equivalente de los costos. Las medidas de valor equivalentes que podrían aplicarse son el valor presente, valor anual o valor futuro, aunque por costumbre se emplean el VP o el VA. En los cálculos de valor equivalente se usa la tasa de interés para proyectos públicos según se estudió en la sección anterior. La razón beneficio/costo también se conoce en algunas instituciones de gobierno como la *razón ahorros/inversión (RAI)*.

Se han desarrollado varias formulaciones diferentes de la razón B/C. En esta sección se presentan dos de las que se emplean más comúnmente y se ilustra el uso tanto del valor presente como del valor anual.

#### Razón B-C convencional VP

$$B-C = \frac{VP(\text{beneficios del proyecto propuesto})}{VP(\text{costos totales del proyecto propuesto})} = \frac{VP(B)}{I + VP(O\&M)} \quad (11.1)$$

donde  $VP(\cdot)$  = valor presente de  $(\cdot)$ ;

$B$  = beneficios del proyecto propuesto;

$I$  = inversión inicial del proyecto propuesto;

$O\&M$  = costos de operación y mantenimiento del proyecto propuesto.

#### Razón B-C modificada con el VP:

$$B-C = \frac{VP(B) - VP(O\&M)}{I} \quad (11.2)$$

El numerador de la razón modificada beneficio/costo expresa el valor equivalente de los beneficios menos el valor equivalente de los costos de operación y mantenimiento, y el denominador incluye los costos de inversión iniciales. Un proyecto es aceptable si la razón B/C, tal como se define en las ecuaciones 11.1 y 11.2, es mayor o igual que 1.0.

Las ecuaciones (11.1) y (11.2) se reescriben en términos del valor anual equivalente como sigue:

**Razón B-C convencional con el VA:**

$$B-C = \frac{VA(\text{beneficios del proyecto propuesto})}{VA(\text{costos totales del proyecto propuesto})} = \frac{VA(B)}{RC + VA(O\&M)} \quad (11.3)$$

donde  $VA(\cdot)$  = valor anual de  $(\cdot)$ ;

$B$  = beneficios del proyecto propuesto;

$RC$  = monto de recuperación del capital (es decir, costo anual equivalente de la inversión inicial,  $I$ , que incluye tolerancia por el valor de mercado, o de rescate si lo hubiera)

$O\&M$  = costos de operación y mantenimiento del proyecto propuesto

**Razón B-C modificada con el VA:**

$$B-C = \frac{VA(B) - VA(O\&M)}{RC} \quad (11.4)$$

Observe que si se usa el enfoque del valor anual, el equivalente anualizado de cualquier *valor de mercado* asociado con la inversión en efecto se sustrae del denominador en el cálculo del monto de la recuperación de capital (RC) en las ecuaciones (11.3) y (11.4). De manera similar, cuando se usa el enfoque del valor presente para calcular la razón beneficio/costo, es costumbre reducir la inversión en el denominador por medio del equivalente descontado de cualquier valor de mercado. Con la finalidad de que incorporen el valor de mercado de una inversión, las ecuaciones (11.1) y (11.2) se reescriben como sigue:

**Razón B-C convencional con el VP, incluido el valor de mercado:**

$$B-C = \frac{VP(\text{beneficios del proyecto propuesto})}{VP(\text{costos totales del proyecto propuesto})} = \frac{VP(B)}{I - VP(VM) + VP(O\&M)} \quad (11.5)$$

donde

$VP(\cdot)$  = valor presente de  $(\cdot)$ ;

$B$  = beneficios del proyecto propuesto;

$I$  = inversión inicial del proyecto propuesto;

$VM$  = valor de mercado de la inversión;

$O\&M$  = costos de operación y mantenimiento del proyecto propuesto.

**Razón B-C modificada con el VP, incluido el valor de mercado:**

$$B-C = \frac{VP(B) - VP(O\&M)}{I - VP(VM)} \quad (11.6)$$

Las razones resultantes B/C para todas las formulaciones anteriores darán resultados idénticos en la determinación de lo aceptable que resulta un proyecto (ya sea que  $B/C \geq 1.0$  o  $B/C < 1.0$ ). La razón convencional B/C dará resultados numéricos idénticos para ambas formulaciones de VP y VA; en forma similar, la razón modificada B/C arroja resultados numéricos que son idénticos, ya sea que se use VP o VA. Aunque la magnitud de la razón B/C diferirá entre la convencional y la modificada, las decisiones de emprender o no emprender no se ven afectadas por el enfoque que se elija, como se ilustra en el ejemplo 11.2.

En los ejemplos que se presentan en el resto del capítulo 11, se supone que se usa una tasa nominal (mercado) de interés para descontar los flujos de efectivo en "dólares corrientes". El lector interesado debe consultar en el capítulo 8 las definiciones de estos términos.

### EJEMPLO 11.2

La ciudad de Bugtussle está pensando en ampliar las pistas de su aeropuerto municipal, con la finalidad de que puedan utilizarlo aviones comerciales. El terreno necesario para ampliar las pistas está ocupado en la actualidad por una granja, que puede comprarse en \$350,000. Los costos de construcción de las pistas se proyectan en \$600,000, y los costos del mantenimiento anual de la terminal se estiman en \$22,500. Si las pistas se extienden, se construirá una pequeña terminal con un costo de \$250,000. Los costos anuales de operación y mantenimiento por la terminal se estiman en \$75,000. Por último, el aumento que se proyecta en los vuelos requerirá agregar dos controladores de tráfico aéreo, con costo anual de \$100,000. Los *beneficios* anuales de la ampliación de las pistas se estiman como sigue:

\$325,000	Ingresos por renta de espacios de las instalaciones a las aerolíneas
\$65,000	Impuesto de uso de aeropuerto, se cobra a los pasajeros
\$50,000	Beneficio por la conveniencia, para residentes de Bugtussle
\$50,000	Dólares por turismo adicional para Bugtussle

Debe aplicarse el método de la razón B/C con un periodo de estudio de 20 años y tasa nominal de interés del 10% anual, con la finalidad de determinar si las pistas del Aeropuerto Municipal de Bugtussle deben ampliarse.

#### SOLUCIÓN

<b>B-C convencional:</b> Ec. 11.1	$B-C = VP(B)/[I + VP(O&dM)]$ $B-C = \$190,000 (P/A, 10\%, 20)/[\$1,200,000 + \$197,500 (P/A, 10\%, 20)]$ $B-C = 1.448 > 1$ ; ampliar las pistas.
<b>B-C modificada:</b> Ec. 11.2	$B-C = [VP(B) - VP(O&dM)]/I$ $B-C = [\$190,000 (P/A, 10\%, 20) - \$197,500 (P/A, 10\%, 20)]/\$1,200,000$ $B-C = 2.075 > 1$ ; ampliar las pistas.
<b>B-C convencional:</b> Ec. 11.3	$B-C = VA(B)/[CR + VA(O&dM)]$ $B-C = \$190,000/[\$1,200,000 (A/P, 10\%, 20) + \$197,500]$ $B-C = 1.448 > 1$ ; ampliar las pistas.
<b>B-C modificada:</b> Ec. 11.4	$B-C = [VA(B) - VA(O&dM)]/RC$ $B-C = [\$190,000 - \$197,500]/[\$1,200,000 (A/P, 10\%, 20)]$ $B-C = 2.075 > 1$ ; ampliar las pistas.

Como se observa en el ejemplo anterior, la diferencia entre las razones B/C convencional y modificada se debe en esencia a la sustracción de la medida del valor equivalente de los costos de operación y mantenimiento tanto del numerador como del denominador de la razón B/C. Si la razón B/C ha de ser mayor que 1.0, el numerador debe ser mayor que el denominador. En forma similar, el numerador debe ser menor que el denominador para que la razón B/C sea menor que 1.0. La sustracción de una constante (el valor equivalente de los costos de operación y mantenimiento) tanto del numerador como del denominador no altera las magnitudes *relativas* de éstos. Entonces, la aceptación del proyecto no se ve afectada por la elección de la razón B/C convencional o de la modificada. Lo anterior se establece en forma matemática como sigue, para el caso en que  $B/C > 1.0$ :

Sea       $N = \text{numerador de la razón B-C convencional};$   
                $D = \text{denominador de la razón B-C convencional};$   
                $O&M = \text{valor equivalente de los costos de operación y mantenimiento}.$

$$\text{Si } B-C = \frac{N}{D} > 1.0, \text{ entonces } N > D.$$

$$\text{Si } N > D, \text{ y } [N - O&M] > [D - O&M], \text{ entonces } \frac{N - O&M}{D - O&M} > 1.0.$$

Observa que  $\frac{N - O&M}{D - O&M}$  es la razón B-C modificada, por lo que si B-C convencional  $> 1.0$ , entonces B-C modificada  $> 1.0$ .

Dos temas adicionales dignos de estudiarse son el tratamiento de los *desbeneficios* en el análisis beneficio/costo y la decisión de si ciertos conceptos de flujo de efectivo deben tratarse como *beneficios adicionales* o como *costos reducidos*. El primero surge cuando se definen formalmente los desbeneficios en la evaluación B/C de un proyecto del sector público. Un ejemplo del segundo sería la propuesta de un proyecto público para reemplazar un activo existente que tiene costos anuales elevados de operación y mantenimiento por otro activo nuevo con menores costos de operación y mantenimiento. Como se verá en las secciones 11.7.1 y 11.7.2, la recomendación final sobre un proyecto no se altera ya sea que el enfoque incorpore los desbeneficios o que un concepto se clasifique como costo reducido o beneficio adicional.

### 11.7.1 El tratamiento de los desbeneficios en la razón B/C

En una sección anterior se definió a los desbeneficios como las consecuencias negativas para el público que resultan de la implantación de un proyecto del sector público. En enfoque tradicional de incorporar los desbeneficios en un análisis de beneficio/costo es reducir los beneficios en una cantidad igual a los desbeneficios (es decir, restar los desbeneficios a los beneficios del numerador de la razón B/C). En forma alternativa, los desbeneficios podrían recibir el tratamiento de costos (al agregar los desbeneficios a los costos del denominador). Las ecuaciones (11.7) y (11.8) ilustran los dos enfoques para incorporar los desbeneficios en la razón B/C convencional, con los beneficios, costos y desbeneficios en términos del VA

equivalente. (También podrían desarrollarse ecuaciones similares para la razón B/C modificada, o para el VP como la medida del valor equivalente.) De nuevo, la *magnitud* de la razón B/C será diferente en función del enfoque que se use para incluir los desbeneficios, pero la aceptación del proyecto (es decir, si la razón B/C es mayor o menor que 1.0) no se verá afectada, como se verá en el ejemplo 11.3.

**Razón B-C convencional con el VA, beneficios reducidos en una cantidad igual a los desbeneficios:**

$$B-C = \frac{VA(\text{beneficios}) - VA(\text{desbeneficios})}{VA(\text{costos})} = \frac{VA(B) - VA(D)}{RC + VA(O\&M)}, \quad (11.7)$$

En donde,  $VA(\cdot)$  = valor anual de  $(\cdot)$ ;

$B$  = beneficios del proyecto propuesto;

$D$  = desbeneficios del proyecto propuesto;

$RC$  = monto de la recuperación de capital (es decir, costo anual equivalente de la inversión inicial,  $I$ , que incluye una tolerancia para el valor de mercado, si lo hubiera);

$O\&M$  = costos de operación y mantenimiento del proyecto propuesto.

**Razón B-C convencional con el VA, los costos incrementados en una cantidad igual a los desbeneficios:**

$$B-C = \frac{VA(\text{beneficios})}{VA(\text{costos}) + VA(\text{desbeneficios})} = \frac{VA(B)}{RC + VA(O\&M) + VA(D)} \quad (11.8)$$

### EJEMPLO 11.3

Consulte el ejemplo 11.2. Además de los beneficios y los costos, suponga que existen desbeneficios asociados con el proyecto de ampliación de las pistas. En específico, el aumento del nivel de ruido como resultado del tráfico de aviones comerciales será una molestia seria para los residentes que habitan cerca de la trayectoria de acercamiento al Aeropuerto Municipal de Bugtussle. La desventaja anual para los ciudadanos de Bugtussle ocasionada por esta “contaminación por ruido” se estima en \$100,000. Dada esta información adicional, vuelva a aplicar la razón B/C convencional, con el valor equivalente anual, con la finalidad de determinar si esta desventaja afecta la recomendación acerca del atractivo del proyecto.

#### SOLUCIÓN

<i>Reducción de los desbeneficios</i>	$B-C = [VA(B) - VA(D)]/[RC + VA(O\&M)]$
<i>Beneficios</i>	$B-C = [\$490,000 - \$100,000]/[\$1,200,000(A/P, 10\%, 20) + \$197,500]$
<i>Eg 11.7</i>	$B-C = 1.152 > 1$ ; ampliar las pistas.
<i>Desbeneficios tratados como costos adicionales</i>	$B-C = VA(B)/[CR + VA(O\&M) + VA(D)]$
<i>Eg 11.8</i>	$B-C = \$490,000/[\$1,200,000(A/P, 10\%, 20) + \$197,500 + \$100,000]$ $B-C = 1.118 > 1$ ; ampliar las pistas.

Al igual que en el caso de las razones convencional y modificada, el tratamiento de los desbeneficios tal vez afecte la magnitud de la razón B/C, pero no tiene ningún efecto en el atractivo de las decisiones para emprender o no el proyecto. Se deja al lector el desarrollo matemático de lo anterior, parecido al que se realizó en el estudio de la razón B/C convencional *versus* la modificada.

### 11.7.2 Beneficios agregados *versus* costos reducidos en el análisis B/C

Es frecuente que al calcular la razón B/C, el analista necesite clasificar ciertos flujos de efectivo como beneficios agregados, o bien, como costos reducidos. Surgen dos preguntas: “¿Qué tan crítica es la asignación apropiada de un flujo de efectivo particular como beneficio agregado o costo reducido?” y “¿afecta al resultado del análisis la clasificación como costo reducido o como beneficio?” *La decisión arbitraria de clasificar un flujo como beneficio o costo no tiene ningún impacto en la aceptación de un proyecto.* La demostración matemática de esto se presenta más adelante, en el ejemplo 11.4.

Sea

$B$  = valor anual equivalente de los beneficios del proyecto;

$C$  = valor anual equivalente de los costos del proyecto;

$X$  = valor anual equivalente de un flujo de efectivo (como beneficio agregado o como costo reducido) no incluido ni en  $B$  ni en  $C$ .

Si  $X$  se clasifica como un beneficio agregado, entonces  $B-C = \frac{B+X}{C}$ .  
En forma alternativa,

si  $X$  se clasifica como un costo reducido, entonces  $B-C = \frac{B}{C-X}$ .

En el supuesto de que el proyecto es aceptable, es decir,  $B-C \geq 1.0$ ,

$\frac{B+X}{C} \geq 1.0$ , lo que indica que  $B+X \geq C$ , y

$\frac{B}{C-X} \geq 1.0$ , lo que indica que  $B \geq C-X$ , que puede rescribirse como  $B+X \geq C$ .

#### EJEMPLO 11.4

El Departamento del Transporte de Tennessee está considerando un proyecto para reemplazar un puente viejo en una autopista estatal que cruza el río Cumberland. El mantenimiento del puente actual de dos carriles es caro y crea embotellamientos en el tráfico, ya que la autopista tiene cuatro carriles a cada lado del puente. El puente nuevo puede construirse con un costo de \$300,000, y los costos estimados de mantenimiento anual son de \$10,000. El puente existente tiene costos anuales de mantenimiento de \$18,500. El beneficio anual del puente nuevo de cuatro carriles para los conductores, gracias a la eliminación de

los embotellamientos, se ha estimado en \$25,000. Realice un análisis de beneficio/costo, con el uso de una tasa nominal de interés del 8% y un periodo de estudio de 25 años, con la finalidad de determinar si conviene construir el puente nuevo.

#### SOLUCIÓN

**Si se trata la reducción de los costos anuales de mantenimiento como un *costo reducido*:**

$$B-C = \$25,000 / [\$300,000(A/P, 8\%, 25) - (\$18,500 - \$10,000)]$$

$$B-C = 1.275 > 1; \text{ construir el puente nuevo.}$$

**Si se trata la reducción de los costos anuales de mantenimiento como un *beneficio incrementado*:**

$$B-C = [\$25,000 + (\$18,500 - \$10,000)] / [\$300,000(A/P, 8\%, 25)]$$

$$B-C = 1.192 > 1; \text{ construir el puente nuevo.}$$

Por lo tanto, la decisión para clasificar un concepto del flujo de efectivo como beneficio adicional o como costo reducido afectará la magnitud del valor de la razón B/C, pero no la aceptación de un proyecto.

## 11.8 Evaluación de proyectos independientes mediante las razones B/C

Los proyectos independientes se consideran como agrupaciones de proyectos para los que la elección de cualquiera de ellos en particular es *independiente* de las elecciones respecto de cualquiera de los demás proyectos dentro del grupo. Por lo tanto, es permisible seleccionar ningún proyecto, cualquier combinación de ellos, o todos los de un grupo independiente. (Observe que esto no se cumple en condiciones de *racionamiento del capital*.) En tanto que es factible seleccionar todos los proyectos de un conjunto independiente, son innecesarias las comparaciones formales de proyectos independientes. La cuestión de si un proyecto es *mejor* que otro no es importante si son independientes; el único criterio para seleccionar cada uno de los proyectos es que sus razones B/C respectivas sean iguales o mayores que 1.0.

Un ejemplo típico de un estudio económico de proyecto federal, que emplea el método de la razón B/C, es el del proyecto para control de inundaciones y generación de energía sobre el río White, en Missouri y Arkansas. Como se aprecia en la tabla 11.2, en ciertos tramos del río ha habido inundaciones de importancia con los daños consecuentes. Además, el flujo sin control del agua aumentó las condiciones de inundación en la parte baja del Río Mississippi. En este caso, había opciones independientes para construir una presa y/o mejorar un canal para aliviar el problema. En la tabla 11.3 se muestran resúmenes de costo y beneficio para la presa Table Rock y la mejora del canal Bull Shoals.

**Tabla 11.2** Pérdidas anuales como resultado de las inundaciones en tres tramos del río White

Concepto	Valor anual de las pérdidas	Pérdida anual por acre de tierra mejorada en la planicie de inundación	Pérdida anual por acre por área total en la planicie de inundación
Cultivos	\$1,951,714	\$6.04	\$1.55
Ganancias (diferentes de los cultivos)	215,561	0.67	0.17
Vías férreas y carreteras	119,800	0.37	0.09
Diques <sup>a</sup>	87,234	0.27	0.07
Otras pérdidas	168,326	0.52	0.13
<b>TOTALES:</b>	<b>\$2,542,635</b>	<b>\$7.87</b>	<b>\$2.01</b>

<sup>a</sup> Gastos de Estados Unidos por reparaciones de diques y mantenimiento por niveles altos de agua.

El hecho de que el proyecto para mejorar el canal Bull Shoals tenga una razón beneficio/costo más elevada es irrelevante; ambas opciones son aceptables porque sus razones B/C son mayores que uno.

Cabe resaltar varios hechos interesantes en relación con este estudio. *En primer lugar*, no se hizo ningún intento de distribuir el costo de los proyectos entre el control de inundaciones y la generación de energía. *En segundo*, se demostró que proporciones muy grandes de los beneficios del control de inundaciones estaban relacionadas con el Río Mississippi pero no aparecen en la tabla 11.2; esto no se mencionaba en el reporte principal, pero sí en el apéndice. Tan sólo con una disminución moderada del valor de los beneficios habría cambiado en forma considerable la relación B/C. *En tercer lugar*, sin la combinación de los objetivos del control de inundaciones y la generación de energía, ningún proyecto habría sido económico para algún propósito aislado. Estos hechos resaltan las ventajas de los propósitos múltiples para hacer factibles económicamente los proyectos destinados a controlar inundaciones, y la necesidad de enumerar con cuidado y de evaluar los beneficios prospectivos de un proyecto del sector público.

## 11.9 Comparación de proyectos mutuamente excluyentes mediante las razones B/C

Hay que recordar que se definió un grupo de *proyectos mutuamente excluyentes* como *un grupo de proyectos de los que puede seleccionarse, a lo sumo, un proyecto*. Si se usa un método de valor equivalente para seleccionar de entre un conjunto de alternativas mutuamente excluyentes (AME), puede seleccionarse la “mejor” alternativa que maximiza el VP (o el VA o el VF). En tanto que el método de la razón beneficio costo proporciona una razón de beneficios a costos en lugar de una medida de la *utilidad potencial* de cada proyecto, la selección del proyecto que maximiza la razón B/C no garantiza que se seleccione el mejor proyecto. Además de que es *incorrecto* el hecho de maximizar la razón B/C para alternativas mutuamente excluyentes, cualquier intento de hacerlo resultaría confundido por el potencial de clasificar en forma inconsistente los proyectos mediante la razón B/C versus la modificada (es decir, la razón B/C convencional podría favorecer un proyecto diferente del que favorecería la razón B/C modificada). En el ejemplo 11.5 se ilustra este fenómeno. (El

**Tabla 11.3** Estimaciones de costos, pagos y beneficios anuales para los proyectos de la presa Table Rock y de la mejora del canal Bull Shoals

Concepto	Presas Table Rock	Mejora del canal Bull Shoals
Costo de la presa, obras auxiliares y almacenamiento:		
Presa, incluyendo preparación del terreno, caminos de acceso, explotación para la cimentación y tratamiento	\$20,447,000	\$25,240,000
Planta de generación y su equipo	6,700,000	6,650,000
Instalaciones para transmisión de energía hacia centros de distribución de carga existentes	3,400,000	4,367,000
Terreno	1,200,000	1,470,000
Reubicación de carreteras	2,700,000	140,000
Reubicación del cementerio	40,000	18,000
Daños a asentamientos humanos	6,000	94,500
Daños a varias estructuras	7,000	500
Costo total de construcción (asignación estimada de fondos públicos necesarios para ejecutar el proyecto)	\$34,500,000	\$36,000,000
Inversión federal:		
Costo total de la construcción	\$31,500,000	\$38,000,000
Intereses durante la construcción	\$1,811,300	1,995,000
Total	\$36,311,300	\$39,995,000
Valor presente de las propiedades federales	1,200	300
Inversión federal total	\$36,312,500	\$39,995,300
Costos totales anuales	\$1,642,200	\$1,815,100
Beneficios anuales:		
Pérdidas directas por inundaciones impedidas en la cuenca del río White:		
Condiciones presentes	60,100	266,900
Desarrollos futuros	19,000	84,200
Pérdidas indirectas por inundaciones ocurridas en la cuenca del río White	19,600	67,800
Mejoría de los valores de las propiedades en el valle del río White	7,700	34,000
Pérdidas por las inundaciones impedidas en el río Mississippi	220,000	980,000
Beneficios anuales por inundaciones	326,000	1,452,900
Valor potencial	1,415,600	1,403,400
Beneficios totales anuales	\$1,742,200	\$2,856,300
Razón B-Cconvencional = beneficios totales anuales ÷ costos anuales	1.06	1.57

enfoque de manejar *desbeneficios* o clasificaciones de flujo de efectivo como *beneficios agrégados* versus *costos reducidos*, también podría cambiar la preferencia de una AME sobre otra.) Al igual que con los procedimientos de tasa de rendimiento del capítulo 5, la evaluación de alternativas mutuamente excluyentes mediante la razón B/C requiere que se realice un análisis de beneficio/costo *incremental*.

### EJEMPLO 11.5

A continuación se muestran las inversiones que se requieren, costos anuales de operación y mantenimiento, y beneficios anuales para dos alternativas de proyectos mutuamente excluyentes. Para cada uno se incluye la razón B/C tanto convencional como modificada. Observe que el **proyecto A** tiene la B/C *convencional* mayor, pero el **proyecto B** tiene la B/C *modificada* mayor, ¿cuál proyecto debería seleccionarse?

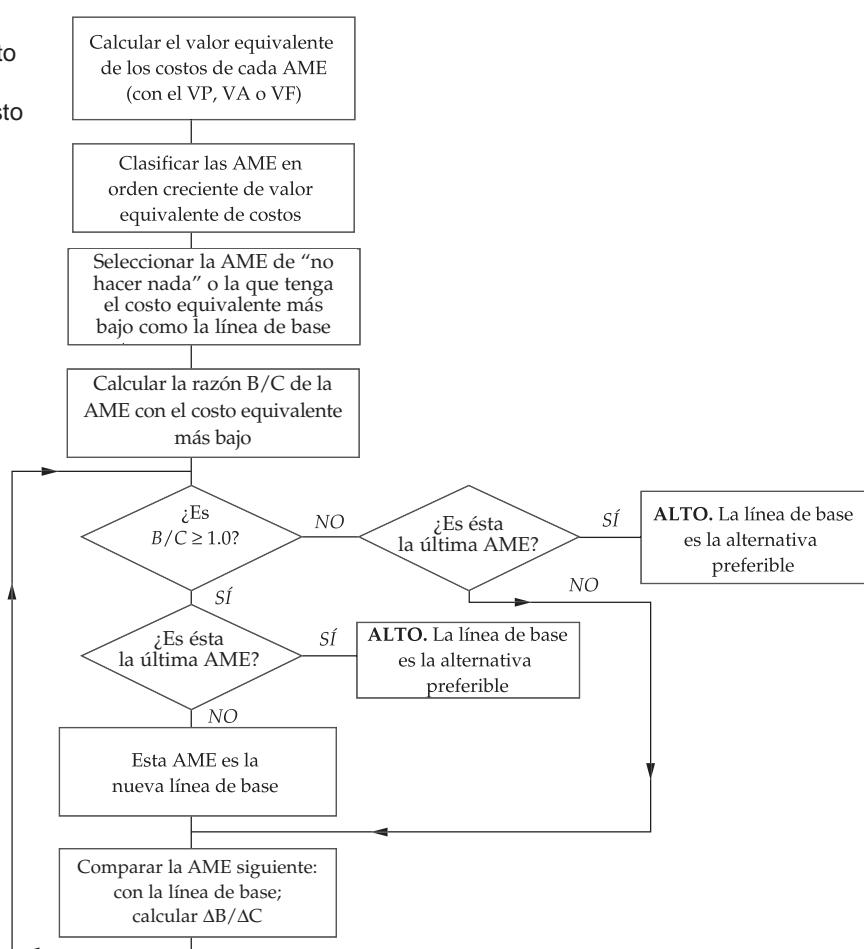
	Proyecto A	Proyecto B	
Inversión de capital	\$110,000	\$135,000	Tasa nominal de interés = 10% anual
Costo de O&M anual	12500	45,000	Periodo de estudio = 10 años
Beneficio anual	37,500	80,000	
B-C convencional	1.475	1.315	
B-C modificada	1.935	2.207	

### SOLUCIÓN

El análisis B/C se ha hecho en forma equivocada. Aunque cada una de las razones B/C es *numéricamente correcta*, la comparación de alternativas mutuamente excluyentes requiere de un análisis incremental.

Al comparar alternativas mutuamente excluyentes por medio del método de la razón B/C, *primero se clasifican en orden creciente del valor equivalente total de los costos*. Este ordenamiento será idéntico si se basa en el VP, VA o VF de los costos. La alternativa de “no hacer nada” se selecciona como la línea de base. Después, se calcula la razón B/C para la alternativa que tiene el costo equivalente más bajo. Si la razón B/C de esta alternativa es mayor o igual que 1.0, entonces ésta se convierte en la nueva línea de base; de otro modo, permanece la de “no hacer nada”. Después se selecciona la alternativa con el costo equivalente menor que sigue, y la diferencia ( $\Delta$ ) entre los beneficios y costos respectivos de esta alternativa con la de línea de base se usa para calcular la razón B/C incremental ( $\Delta B/\Delta C$ ). Si esa razón es mayor o igual que 1.0, entonces la alternativa con el costo equivalente más alto se convierte en la nueva línea de base; de otra forma se mantiene la última alternativa de línea de base. Se determinan las razones B/C incrementales para cada alternativa sucesiva con el costo equivalente más alto hasta que se ha comparado la última de ellas. En la figura 11.3 aparece el diagrama de flujo de este procedimiento, que se ilustra en el ejemplo 11.6.

**Figura 11.3**  
Procedimiento de la razón beneficio/costo incremental



### EJEMPLO 11.6

Están en estudio tres alternativas mutuamente excluyentes de proyectos de obra pública. En la tabla que sigue se presentan sus costos y beneficios respectivos. Cada uno de los proyectos tiene una vida útil de 50 años, y la tasa nominal de interés es del 10% anual. ¿Cuál de esos proyectos, si acaso alguno, debe seleccionarse?

	A	B	C
Inversión de capital	\$8,500,000	\$10,000,000	\$12,000,000
Costos anuales de O&M	750,000	725,000	700,000
Valor de mercado	1,250,000	1,750,000	2,000,000
Beneficio anual	2,150,000	2,265,000	2,500,000

**SOLUCIÓN**

$$\begin{aligned} VP(\text{Costos, } A) &= \$8,500,000 + \$750,000(P/A, 10\%, 50) \\ &\quad - \$1,250,000(P/F, 10\%, 50) = \$15,925,463 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} VP(\text{Costos, } B) &= \$10,000,000 + \$725,000(P/A, 10\%, 50) \\ &\quad - \$1,750,000(P/F, 10\%, 50) = \$17,173,333 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} VP(\text{Costos, } C) &= \$12,000,000 + \$700,000(P/A, 10\%, 50) \\ &\quad - \$2,000,000(P/F, 10\%, 50) = \$18,923,333 \end{aligned}$$

$$VP(\text{Beneficio, } A) = \$2,150,000(P/A, 10\%, 50) = \$21,316,851$$

$$VP(\text{Beneficio, } B) = \$2,265,000(P/A, 10\%, 50) = \$22,457,055$$

$$VP(\text{Beneficio, } C) = \$2,750,000(P/A, 10\%, 50) = \$24,787,096$$

$$B-C(A) = \$21,316,851/\$15,925,463$$

$= 1.3385 > 1.0 \therefore$  el proyecto A es aceptable

$$\Delta B/\Delta C(B - A) = (\$22,457,055 - \$21,316,851)/(\$17,173,333 - \$15,925,463)$$

$= 0.9137 < 1.0 \therefore$  el incremento que se requiere para el proyecto B no es aceptable

$$\Delta B/\Delta C(C - A) = (\$24,787,096 - \$21,316,851)/(\$18,923,333 - \$15,925,463)$$

$= 1.1576 > 1.0 \therefore$  el incremento que se requiere para el proyecto C no es aceptable

**Decisión:** Recomendar el proyecto C.

No es raro que en un conjunto de proyectos de obras públicas mutuamente excluyentes, algunos de ellos tengan vidas diferentes. Recuerde a partir del capítulo 5 que el criterio de VA permite seleccionar entre alternativas con vidas diferentes mientras sea válida la suposición de *repetición posible*. En forma similar, si un conjunto mutuamente excluyente de proyectos de obras públicas incluye algunos cuyas vidas útiles sean distintas, es posible realizar un análisis incremental B/C que emplee el VA de los beneficios y costos de los proyectos. En el ejemplo 11.7 se ilustra este análisis.

**EJEMPLO 11.7**

Están en estudio dos proyectos de obras públicas mutuamente excluyentes. En la tabla siguiente aparecen sus costos y beneficios respectivos. Se prevé que el proyecto I tenga una vida de 35 años, y la vida útil del proyecto II se estima en 25 años. Si la tasa nominal de interés es del 9%, ¿cuál de los proyectos, si acaso alguno, conviene seleccionar? El efecto de la inflación es despreciable.

	Proyecto I	Proyecto II
Inversión de capital	\$750,000	\$625,000
Costos anuales de O&M	120,000	110,000
Beneficios anuales	245,000	230,000
Vida útil de los proyectos (años)	35	25

**SOLUCIÓN**

$$VA(\text{Costos, I}) = \$750,000(A/P, 9\%, 35) + \$120,000 = \$190,977$$

$$VA(\text{Costos, II}) = \$625,000(A/P, 9\%, 25) + \$110,000 = \$173,629$$

$$B-C(II) = \$230,000/\$173,629 = 1.3247 > 1.0 \therefore \text{el proyecto II es aceptable}$$

$$\begin{aligned} \Delta B/\Delta C(I-II) &= (\$245,000 - \$230,000)/(\$190,977 - \$173,629) \\ &= 0.8647 < 1.0 \therefore \text{el incremento requerido para el proyecto I} \\ &\text{no es aceptable} \end{aligned}$$

**Decisión:** Debe seleccionarse el proyecto II.

En una sección anterior se presentó el cálculo de las razones B/C para proyectos independientes, y se dijo que era irrelevante la cuestión de si un proyecto era superior al otro. Entonces, ¿cómo es posible seleccionar entre un conjunto de proyectos de obras públicas en condiciones de racionamiento de capital? Recuerde que en el capítulo 5 se desarrollaban combinaciones de proyectos mutuamente excluyentes (CME) cuando las restricciones presupuestales impedían que se seleccionaran todos los proyectos viables económicamente. Un análisis de ese tipo también se realiza con la razón B/C aunque, al igual que con las alternativas mutuamente excluyentes, el procedimiento debe aplicarse en forma incremental, como se ilustra en el ejemplo 11.8.

### EJEMPLO 11.8

Una institución gubernamental está considerando cuatro proyectos independientes, cada uno de los cuales tiene una vida útil de 30 años. El presupuesto actual de la institución no le permite gastar más de \$35,000,000, en términos de inversiones iniciales, y la tasa nominal de interés es del 10% anual. Con el uso del método de la razón B/C, ¿cuál de los proyectos cuyos detalles se muestran a continuación debe seleccionarse?

Proyecto	Inversión inicial	Costos anuales	Beneficios anuales
A	\$12,000,000	\$1,250,000	\$3,250,000
B	20,000,000	4,500,000	8,000,000
C	10,000,000	250,000	1,250,000
D	14,000,000	1,850,000	4,050,000

**SOLUCIÓN**

Primero se elimina el proyecto C de cualquier consideración adicional, pues su razón B/C es menor que 1.0. Con los tres que restan se hace un total de  $2^3 = 8$  combinaciones mutuamente excluyentes. Una de ellas, la combinación de los tres proyectos, no es factible por la restricción de presupuesto. Al comparar en forma incremental las combinaciones mutuamente excluyentes, comenzando con la que tiene el menor VP de los costos, se obtiene que debe seleccionarse la combinación de los proyectos A y B.

Proyecto	VP(Costos)	VP(Beneficios)	Razón B-C	¿Aceptable?
A	\$23,783,643	\$30,637,472	1.2882	sí
B	62,421,115	75,415,316	1.2082	sí
C	17,070,186	11,783,643	0.6903	NO
D	31,439,792	38,179,004	1.2144	sí

CME	Proyectos	Inversión total	VP de los costos	VP de los beneficios	¿Factible?
1	no hacer nada	0	0	0	sí
2	A	\$12,000,000	\$23,783,643	\$30,637,472	sí
3	B	20,000,000	62,421,115	75,415,316	sí
4	D	14,000,000	31,439,792	38,179,004	sí
5	AB	32,000,000	86,204,758	106,052,788	sí
6	AD	26,000,000	55,223,435	68,816,476	sí
7	BD	34,000,000	93,860,907	113,594,319	sí
8	ABD	46,000,000	117,644,550	144,231,791	NO

## Comparación incremental de

las CME	$\Delta$ VP (Costos)	$\Delta$ VP (Beneficios)	$\Delta$ Razón B-C	¿Se justifica el incremento?
1 $\Rightarrow$ 2	\$23,783,643	\$30,637,472	1.2882	Se acepta la CME 2
2 $\Rightarrow$ 4	7,656,149	7,541,532	0.9850	No se acepta la CME 4
2 $\Rightarrow$ 6	31,439,792	38,179,004	1.2144	Se acepta la CME 6
6 $\Rightarrow$ 3	7,197,680	6,598,840	0.9168	No se acepta la CME 3
6 $\Rightarrow$ 5	30,981,323	37,236,312	1.2019	Se acepta la CME 5
5 $\Rightarrow$ 7	7,656,149	7,541,532	0.9850	No se acepta la CME 7

Al aplicar la razón B/C en forma incremental a combinaciones mutuamente excluyentes de proyectos independientes, se demuestra que el conjunto óptimo de proyectos es la CME 5. Observe que aunque este enfoque es aceptable si se aplica en forma adecuada, conducirá a la selección del "mejor" conjunto de proyectos, resultado que se alcanza de manera más directa si se emplea el VP (o el VA o VF) y se selecciona la CME factible que maximiza el criterio de valor equivalente, sin necesidad de hacer el análisis incremental.

## 11.10 Críticas y deficiencias del método de la razón del beneficio/costo\*

Aunque el método de la razón beneficio/costo está anclado con firmeza como *el* procedimiento que emplean la mayoría de instituciones las gubernamentales, ha recibido muchas críticas durante años. Entre tales críticas se afirma que: 1. se usa con frecuencia como herramienta para una justificación después de los hechos, y no como una metodología para evaluar proyectos, 2. podrían ignorarse algunas desigualdades serias (es decir, un grupo recibe los beneficios mientras otro incurre en los costos) en la obtención de B/C, y 3. es frecuente que se ignore la información cualitativa en los estudios de B/C.

Respecto de la primera crítica, la razón beneficio/costo es a los ojos de muchos un método que permite usar los números para apoyar los puntos de vista e intereses del grupo que paga por que se haga el análisis. Alguna vez, un subcomité del Congreso hizo eco de esta crítica con la siguiente conclusión:

... el factor más significativo en un estudio de evaluación por medio del beneficio/costo es el nombre de quién lo patrocina. Por lo general, los estudios de beneficio/costo se realizan después de que las partes que participan en un proyecto han ocupado sus posiciones fundamentales. Los resultados de los estudios que compiten entre sí reflejan en forma predecible las posturas respectivas de las partes que intervienen. (pág. 55 de Campen).

El análisis que hizo en 1967 la Oficina de Reclamaciones (Bureau of Reclamation) para apoyar al Proyecto Nebraska Mid-State ilustra un estudio B/C deficiente como los que se mencionan. El propósito de este proyecto fue desviar agua del río Platte para irrigar tierras de cultivos, y la razón B/C que se obtuvo para él fue de 1.24, lo que indicaba que el proyecto debería emprenderse. Esta razón favorable se basaba, en parte, en las falacias siguientes (pág. 53):

1. Se usó una tasa de interés baja hasta lo irreal, de sólo un 3.125% anual.
2. El análisis consideró una vida de proyecto de 100 años, en lugar de la que por lo general se supone de 50 años y que tiene más aceptación.
3. El análisis contaba a la vida silvestre y los peces entre los beneficiarios, cuando en realidad el proyecto sería devastador para ellos. Para un registro hidrológico de 30 años (1931-1960), la derivación propuesta del agua habría ocasionado una desecación sustancial en el río Platte durante más de la mitad de dicho periodo y la consecuente destrucción de la vida y hábitat acuáticos en 150 millas del río. Esta destrucción de ambientes habría afectado en forma adversa a poblaciones de especies en peligro de extinción, como el águila calva, la grulla gigante y la grulla de las dunas.
4. Los beneficios de la producción agrícola se basaban en precios establecidos por el gobierno que habrían requerido de un subsidio federal importante.

Camben afirma que “el núcleo que tienen en común estas críticas no es tanto el hecho de que el análisis beneficio/costo se use para justificar posiciones particulares, sino que se presente como un método científico no sesgado de análisis” (págs. 52-53). Para que el análisis sea justo y confiable, debe basarse en una evaluación exacta y realista de todos los

---

\* J. T. Campen, *Benefit, Cost, and Beyond: The Political Economy of Benefit-Cost Analysis* (Cambridge, MA: Ballinger, 1986). Todas las citas que aparecen en la sección 11.10 provienen de esta fuente bibliográfica.

beneficios y costos relevantes. Para ello, el análisis debe llevarse a cabo ya sea por un grupo sin sesgo, o bien, por un conjunto representativo de miembros de todos los grupos de interés implicados. Por ejemplo, cuando el Proyecto Nebraska Mid-State se reevaluó por un tercero imparcial, se obtuvo una razón B/C más realista de tan sólo 0.23. Por desgracia, en ocasiones los análisis de los proyectos del sector público están en manos de participantes que ya tienen opiniones muy establecidas acerca del beneficio que tendrán dichos proyectos.

Otra deficiencia del método de la razón B/C es que los beneficios y los costos en realidad se cancelan unos con otros sin importar quién goza los primeros ni quién padece los segundos, lo cual, en el sector privado, no causa mayores dificultades pues los propietarios de la empresa son quienes enfrentan tanto los beneficios como los costos. Sin embargo, hay que recordar que en el sector público deben considerarse "los beneficios para cualquiera que los reciba", lo que provocará que los estudios de beneficio/costo contengan desigualdades serias en la distribución. Existen dos razones para esta carencia potencial en la igualdad distributiva, que son: 1. la política pública por lo general "opera para reducir la desigualdad económica mediante la elevación del bienestar de los grupos vulnerables", y 2. existe escasa preocupación por la igualdad o desigualdad entre personas que se encuentran en general en las mismas circunstancias económicas. (pág. 56 de Campen).

Generalmente se percibe a la política pública como un método de reducción de las desigualdades económicas de los desposeídos, que viven en zonas subdesarrolladas, y las minorías raciales. Por supuesto, hay muchos casos en los que no es posible emitir juicios acerca de la distribución, pero hay otros en los que sí está clara. Es concebible que un proyecto pueda tener consecuencias adversas para el grupo A, que es vulnerable, y beneficios para otro, el grupo B, que sobrepasan por mucho los desbeneficios para el A. Si el proyecto tiene una razón  $B/C > 1$ , es probable que se acepte sin que importen las consecuencias para el grupo A, en particular si el grupo B incluye a miembros ricos e influyentes en la política.

La falta de cuidado al prever las consecuencias distributivas de un proyecto también podría generar desigualdades para los individuos que se encuentran en las mismas circunstancias económicas. Por ejemplo, considere la desigualdad que existe en la siguiente situación:

Existe una propuesta para aumentar los impuestos sobre la propiedad al 50% de viviendas que tienen números impares en su dirección, y en forma simultánea disminuirlos a las que tienen números pares. Un análisis convencional de beneficio/costo de esta propuesta concluiría que sus beneficios netos son de cero, aproximadamente, y el estudio de su impacto en el nivel conjunto de desigualdad en la distribución del ingreso tampoco mostraría efectos significativos. No obstante, una propuesta así generalmente, y con razón, sería condenable por redistribuir el ingreso en forma arbitaria e injusta. (pág. 56 de Campen).

Otro ejemplo más realista de consecuencias distributivas adversas sería la propuesta de un proyecto de construcción de una planta química nueva en la *ciudad A*. La planta química daría empleo a cientos de trabajadores en una zona de economía deprimida, pero, según un grupo de ciudadanos preocupados, también liberaría residuos peligrosos que podrían contaminar el agua subterránea y un río cercano que provee la mayor parte del agua que beben los habitantes de la *ciudad B*. Así, los beneficios de este proyecto consistirían en el aumento de empleos y el impulso a la economía local en la *ciudad A*, pero la *ciu-*

dad B tendría un incremento en sus costos de tratamiento de agua y sus residentes podrían estar expuestos a daños en su salud a largo plazo, con el consecuente aumento de sus gastos médicos. Por desgracia, un análisis de la razón B/C sólo mostraría el efecto monetario neto del proyecto, sin tomar en cuenta las desigualdades distributivas tan serias.

En el ejemplo que se mencionó antes sobre el proyecto Nebraska Mid-State del Bureau of Reclamation, el problema de emplear valores monetarios irreales para consideraciones que no eran monetarias (irreductibles) quedó de manifiesto en el estudio de los "beneficios" para la vida silvestre y los peces. Pero el resultado del análisis B/C también habría sido objeto de sospecha si no hubiera intentado cuantificar esos aspectos del proyecto. Si en el análisis se incluye sólo información cuantificable con facilidad, la importancia de otros factores se pasa por alto completamente. Esto ocasiona que resulten favorecidos los proyectos con más beneficios monetarios, mientras se rechazan sin mayor consideración los que ofrecen menos beneficios tangibles. Desafortunadamente, quienes toman las decisiones demandan contar con un número para basar en él su aceptación o rechazo de un determinado proyecto. No importa cuánto se haga énfasis en los aspectos no monetarios de un proyecto durante su análisis, la mayoría de los administradores pasarán directamente al renglón inferior del reporte para fijarse en el número aislado que aparece ahí y usarlo para tomar su decisión. En 1980, un comité del Congreso de Estados Unidos concluyó que "siempre que se hacen cuantificaciones, no importa si son especulativas o limitadas, el número tiende a quedarse en el dominio público y las calificaciones tienden a caer en el olvido... El número es el objetivo" (pág. 68 de Campen).

Aunque es frecuente que estas críticas se hagan al método de beneficio/costo en sí, los problemas en su uso (y abuso) se deben sobre todo a las dificultades inherentes de evaluar proyectos públicos (vea la sección 11.5) y a la forma en que se aplica el procedimiento. Observe que las mismas críticas podrían hacerse a un análisis mal hecho basado en el método del valor equivalente o la tasa interna de rendimiento.

## 11.11 Aplicaciones en hoja de cálculo

Con el fin de mostrar el uso de hojas de cálculo en un análisis de beneficio/costo, se consideran los tres proyectos mutuamente excluyentes que se mencionaron en el ejemplo 11.6. Sus beneficios y costos respectivos son las entradas del modelo de hoja de cálculo que se reproduce en la figura 11.4. La razón B/C se calcula para cada alternativa, con el empleo de las formas convencional y modificada de la razón. Como en todos los proyectos  $B/C > 1$ , se debe realizar un análisis incremental para determinar cuál es el mejor proyecto de obras públicas.

El análisis incremental aparece en la parte inferior de la figura 11.4. El proyecto A es la alternativa base porque tiene el valor equivalente más pequeño de los costos y su razón B/C es mayor o igual que 1. La primera comparación se hace entre A y B. Los beneficios y costos incrementales se encuentran restando las estimaciones para el proyecto A de las estimaciones para el B. La razón de los beneficios incrementales a los costos incrementales,  $\Delta B/\Delta C$ , es menor que uno, lo que indica que no se justifica el incremento.

Después se compara el proyecto C con el proyecto A en una forma similar. Resulta que  $\Delta B/\Delta C$  es mayor que uno, lo que significa que los beneficios incrementales del proyecto C sobrepasan sus costos incrementales. Se recomienda adoptar la alternativa C del proyecto porque es la última en el estudio. Observe que 1. se llega a la misma conclusión sin que

	A	B	C	D
1	TREMA	10%		
2	Periodo de estudio	50		
3				
4		Proyecto A	Proyecto B	Proyecto C
5	Costos iniciales	\$ 8.500.000	\$ 10.000.000	\$ 12.000.000
6	Costos anuales de O y M	\$ 750.000	\$ 725.000	\$ 700.000
7	Valor de mercado	\$ 1.250.000	\$ 1.750.000	\$ 2.000.000
8	Beneficio anual	\$ 2.150.000	\$ 2.265.000	\$ 2.500.000
9				
10	Monto de la RC	\$856.229	\$1.007.088	\$1.208.592
11				
12	Razón B/C convencional	1,3385	1,3077	1,3099
13	Razón B/C modificada	1,6351	1,5292	1,4893
14				
15	Análisis incremental			
16		$\Delta(B-A)$	$\Delta(C-A)$	
17	$\Delta$ Costos iniciales	\$ 1.500.000	\$ 3.500.000	
18	$\Delta$ Costos anuales de O y M*	\$ 25.000	\$ 50.000	* Ahorros
19	$\Delta$ Valor de mercado	\$ 500.000	\$ 750.000	
20	$\Delta$ Beneficio anual	\$ 115.000	\$ 350.000	
21				
22	$\Delta$ Monto de la RC	\$150.859,17	\$352.362,73	
23				
24	$\Delta B/\Delta C$ (convencional)	0,9137	1,1576	
25	$\Delta B/\Delta C$ (modificada)	0,9280	1,1352	
26	¿Incremento justificado?	No	Sí	

Figura 11.4 Hoja de cálculo para comparar AME con el uso de la razón B/C incremental

importe si se usa la razón B/C convencional o la modificada y 2. el proyecto A, que tiene la razón B/C más elevada, no es el proyecto que se recomienda. Las fórmulas para las celdas que se resaltan en la figura 11.4 se muestran en la tabla que sigue:

Celda	Contenido
B10	= -PAGO(\$B\$1,\$B\$2,B5-B7/(1+\$B\$1)^-\$B\$2)
B12	=B8/(B10+B6)
B13	=(B8-B6)/B10
B17	=C5-B5
C17	=D5-B5
B22	=-PMT(\$B\$1,\$B\$2,B17-B19/(1+\$B\$1)^-\$B\$2)
B24	=B20/(B22-B18)
B25	=(B20+B18)/B22
B26	=SI(B24 >= 1,"Sí","No")

## 11.12 Resumen

A partir del análisis y los ejemplos de proyectos públicos que se presentaron en este capítulo, es evidente que como resultado de los métodos de financiamiento, la ausencia de impuestos y requerimientos de utilidades, y factores sociales y políticos, los criterios que se usan para evaluar proyectos con financiamiento privado con frecuencia no son aplicables a las obras públicas. Tampoco es recomendable utilizar los proyectos públicos como puntos de referencia con los cuales comparar los proyectos privados. No obstante, siempre que sea posible, los trabajos públicos deben justificarse sobre una base económica para garantizar que la sociedad obtenga el rendimiento máximo del dinero de los gravámenes que paga. Siempre que un ingeniero trabaje en tales proyectos, ya sea que se le llame como consultor o que auxilie en la realización de un análisis de beneficio/costo, quedará sujeto a la ética profesional y tendrá que hacer su mejor esfuerzo para dilucidar si los proyectos y los análisis asociados con ellos se llevan a cabo del mejor modo posible y dentro de las limitaciones de la legislación concerniente a su autorización.

La razón B/C ha permanecido como un método popular para evaluar el rendimiento financiero de los proyectos públicos. Se explicó e ilustró el método convencional y el modificado de la razón B/C para el caso de proyectos *independientes* y *mutuamente excluyentes*. Un llamado final a la precaución: El mejor proyecto de un conjunto de proyectos *mutuamente excluyentes* no es necesariamente el que tiene la razón B/C más elevada. En este capítulo se vio que para garantizar que la selección sea correcta, es necesario utilizar el enfoque del análisis incremental para evaluar los beneficios y costos.

## 11.13 Referencias

- CAMPEN, J. T. *Benefit, Cost, and Beyond* (Cambridge, MA: Ballinger, 1986).
- DASGUPTA, AGIT K. y D. W. PEARCE. *Cost-Benefit Analysis: Theory & Practice* (New York: Harper & Row, 1972).
- MISHAN, E. J. *Cost-Benefit Analysis* (New York: Praeger, 1976).
- OFFICE OF MANAGEMENT AND BUDGET, "Guidelines and Discount Rates for Benefit-Cost Analysis of Federal Programs", OMB Circular A-94 (revisado), 21 de febrero de 1997.
- PREST, A. R. y R. TURVEY, "Cost-Benefit Analysis: A Survey", *The Economic Journal*, vol. 75 núm. 300, diciembre de 1965, págs. 683-735.
- SASSONE, PETER G. y WILLIAM A. SCHAFFER. *Cost-Benefit Analysis: A Handbook* (New York: Academic Press, 1978).
- SCHWAB, B. y P. LUSZTIG. "A Comparative Analysis of the Net Present Value and the Benefit-Cost Ratio as Measure of Economic Desirability of Investment", *Journal of Finance*, vol. 24, 1969, págs. 507-516.

## 11.14 Problemas

Los números entre paréntesis al final de un problema se refieren a la(s) sección(es) del capítulo que se relaciona(n) más de cerca con el problema.

- 11.1.** Una oficina de gobierno está considerando la compra de un lote en \$500,000 para construir un edificio de oficinas. Se analizan tres diseños diferentes de edificio (vea la tabla P11.1).

**Tabla P11.1** Diferentes diseños de edificio para el problema P11.1

	Diseño A 2 plantas	Diseño B 5 plantas	Diseño C 10 plantas
Costo de la edificación (se excluye el costo del terreno)	\$800,000	\$1,200,000	\$3,000,000
Valor de reventa* del terreno y el edificio al final de los 20 años del periodo de estudio	500,000	900,000	2,000,000
Ingreso por arrendamiento después de reducir todos los gastos de operación	120,000	300,000	450,000

\*El valor de reventa se considera una reducción en el costo y no un beneficio.

Con el empleo del método de la razón beneficio/costo y una TREMA del 10% anual, determine cuál alternativa, si acaso alguna, conviene seleccionar. (11.9)

**11.2.** Se está pensando en cinco alternativas mutuamente excluyentes para contar con una instalación de tratamiento de aguas residuales. Los costos equivalentes anuales y los beneficios estimados de las alternativas son los siguientes:

Alternativa	Equivalente anual: (en miles)	
	Costo	Beneficios
A	\$1,050	\$1,110
B	900	810
C	1,230	1,390
D	1,350	1,500
E	990	1,140

¿Cuál plan, si hubiera alguno, debería adoptarse si la Oficina de Drenaje desea invertir si, y sólo si, la razón B/C con cualquier costo es por lo menos 1.0? (11.9)

**11.3.** Realice un análisis convencional B/C para las seis alternativas mutuamente excluyentes que aparecen en la tabla P11.3. Asimismo, calcule los valores convencionales B/C para cada alternativa

individual y compárelos con los que se obtienen con la B/C modificada. La TREMA es del 10% por año. (11.9)

**11.4.** Se consideran cinco máquinas mutuamente excluyentes para un trabajo en particular. Se espera que cada una tenga un valor de rescate del 50% del monto de la inversión al final del periodo de estudio de cuatro años. Con el uso de un análisis B/C, ¿cuál máquina debe seleccionarse sobre la base de los datos de la tabla P11.4? (11.9)

**11.5.** Una corporación gubernamental no lucrativa estudia dos alternativas para generar energía:

*Alternativa A:* Construir una instalación generadora a base de carbón, con un costo de \$20,000,000. Se espera que las ventas anuales de energía sean de \$1,000,000 por año. Los costos anuales de operación y mantenimiento son de \$200,000 por año. Un beneficio de esta alternativa es que se espera atraer a la región industrias nuevas, con un valor de \$500,000 por año.

*Alternativa B:* Construir una instalación de generación hidroeléctrica. La inversión de capital, ventas de energía y costos de operación son de \$30,000,000, \$800,000 y \$100,000 por año, respectivamente. Los beneficios anuales de esta alternativa son los siguientes:

**Tabla P11.3** Diferentes diseños de edificio para el problema P11.1

	Alternativa de proyecto					
	A	B	C	D	E	F
Invención	\$1,000	\$1,500	\$2,500	\$4,000	\$5,000	\$7,000
Ahorros anuales en desembolsos de efectivo	150	375	500	925	1,125	1,425
Valor de rescate	1,000	1,500	2,500	4,000	5,000	7,000

**Tabla P11.4** Datos para el problema P11.4

	Alternativas				
	A	B	C	D	E
Inversión	\$2,100	\$3,400	\$1,000	\$2,700	\$1,400
Flujo neto de efectivo por año	280	445	110	340	180
TREMA = 12% anual					

Ahorros por control de inundaciones	\$600,000
Irrigación	\$200,000
Recreación	\$100,000
Capacidad para atraer industrias nuevas	\$400,000

La vida útil de ambas alternativas es de 50 años. Con el uso de una tasa de interés del 5%, determine cuál alternativa (si acaso alguna) debe seleccionarse de acuerdo con el método de la razón B/C convencional. (11.7, 11.9)

- 11.6.** Hay cinco proyectos independientes disponibles para ser financiados por cierta institución pública. La siguiente tabla muestra los beneficios y costos equivalentes anuales de cada uno: (11.8)

Proyecto	Beneficios anuales	Costos anuales
A	\$1,800,000	\$2,000,000
B	5,600,000	4,200,000
C	8,400,000	6,800,000
D	2,600,000	2,800,000
E	6,600,000	5,400,000

- a) Suponga que los proyectos son del tipo en el que los beneficios se determinan con bastante certidumbre, y que la institución desea invertir dinero en tanto la razón B/C sea por lo menos igual a uno. ¿Cuál alternativa debe seleccionarse para recibir financiamiento?
  - b) ¿Cuál es el orden de los proyectos, del mejor al peor?
  - c) Si los proyectos implicaran beneficios intangibles que requieren mucho criterio para asignarles un valor, ¿afectaría esto a su recomendación?
- 11.7.** En el desarrollo de una zona litoral comercial de propiedad pública se consideran tres posibles

planes independientes. Sus costos y beneficios estimados son los que siguen (11.8)

Plan	VP (en miles de \$)	
	Costos	Beneficios
A	\$123,000	\$139,000
B	135,000	150,000
C	99,000	114,000

- a) ¿Cuál plan debe adoptarse, si acaso alguno, considerando que el organismo de control desea invertir cualquier cantidad que se requiera siempre y cuando la razón B/C de la inversión necesaria sea al menos 1.0?
- b) Suponga que el 10% de los costos de cada plan se reclasifica como "desbeneficios". ¿Qué porcentaje de cambio de la razón B/C de cada plan es resultado de la reclasificación?
- c) Comente por qué el orden de la clasificación del inciso a) no se ve afectado por el cambio del inciso b).

- 11.8.** Considere los dos tipos de equipo que aparecen en la tabla siguiente y determine cuál elección es mejor si una compañía desea invertir en tanto la razón B/C sea mayor o igual a uno. La TREMA de la empresa es del 10% anual. Suponga que hay repetición posible y fundamental todo su trabajo. (11.9)

	Tipo de equipo	
	RS-422	RS-511
Inversión de capital	\$500	\$1,750
Vida útil (años)	6	12
Valor de mercado (rescate)	\$125	\$375
Beneficios anuales	\$238	\$388
Costos anuales de O&M	\$108	\$113

**Tabla P11.9** Alternativas mutuamente excluyentes para el problema P11.9

Alternativa	Costo equivalente anual del proyecto	Diseño esperado anual por inundaciones	Beneficios anuales
I. Sin control de inundaciones	0	\$100,000	0
II. Construir diques	\$30,000	80,000	\$112,000
III. Construir diques pequeños	\$100,000	5,000	110,000

**11.9.** Considere las alternativas mutuamente excluyentes que aparecen en la tabla P11.9. ¿Cuál de ellas se elegiría de acuerdo con los criterios de decisión que se mencionan en seguida?

- a) Beneficio máximo
  - b) Costo máximo
  - c) Beneficios máximos menos costos
  - d) Inversión más grande que genere la razón incremental B/C mayor que uno
  - e) Razón B/C más grande
- ¿Cuál proyecto se elegiría? (11.9)

**11.10.**\*Un río que pasa a través de terrenos privados está formado por cuatro afluentes que provienen de un bosque nacional. Cada año ocurren algunas inundaciones, y una muy grande se presenta por lo general cada cinco años. Si se colocaran presas pequeñas de tierra en cada uno de los cuatro afluentes prácticamente se eliminaría la posibilidad de la inundación mayor. La construcción de una o más presas reduciría el tamaño de la inundación en varios grados.

Otros beneficios potenciales de las presas serían la reducción de daños por incendio y la apertura de caminos en el bosque, el valor del agua almacenada por la protección que representa contra incendios y el aumento del uso recreativo. La

tabla adjunta indica los beneficios y costos estimados que se asocian con la construcción de una o más presas.

La ecuación que se emplea para calcular las razones B/C es la siguiente:

$$\text{Razón B/C} = \frac{\text{ahorros anuales en inundaciones y fuego} + \text{beneficios recreativos}}{\text{costos anuales equivalentes de la construcción} + \text{mantenimiento}}$$

Los beneficios y costos van a compararse con el empleo del método del VA, con una tasa de interés del 8%; las vidas útiles de las presas son de 100 años. Vea la tabla P11.10 (11.7, 11.9)

- a) ¿Cuál de las cuatro opciones recomendaría el lector? Demuestre por qué.
- b) Si los beneficios por incendio se reclasifican como costos reducidos, ¿se afectaría la elección que se obtuvo en el inciso a)? Demuestre su trabajo.

**11.11.** Una institución financiada por el estado, Forest Management Bureau, está evaluando trazados para una carretera nueva en una región inaccesible. Tres planes que son mutuamente excluyentes para el trazado de la carretera brindan beneficios diferentes, como se indica en la tabla P11.11. Se supone que los caminos tienen una vida económica de 50 años, y la tasa nominal de in-

**Tabla P11.10** Costos y beneficios para el problema P11.10

Opción	Sistemas parapresa	Costos		Beneficios		
		Construcción	Mantenimiento anual	Inundación anual	Incendio anual	Recreación anual
A	1	3,120,000	52,000	520,000	52,000	78,000
B	1 & 2	3,900,000	91,000	630,000	104,000	78,000
C	1, 2 & 3	7,020,000	130,000	728,000	156,000	156,000
D	1, 2, 3 & 4	9,100,000	156,000	780,000	182,000	182,000

\*Poblacionado after a problem from James L. Riggs, *Engineering Economics* (New York: McGraw-Hill, 1972), page 432-434.

**Tabla P11.11** Planes mutuamente excluyentes para el problema P11.11

Trazado	Costos de Construcción	Costo anual de mantenimiento	Ahorros anuales en daños por incendio	Beneficio anual por recreación	Beneficio anual por acceso a recursos silvícolas
A	185,000	2,000	5,000	3,000	500
B	220,000	3,000	7,000	6,500	1,500
C	290,000	4,000	12,000	6,000	2,800

terés es del 8% anual. ¿Cuál trazado debería elejirse de acuerdo con el método de la razón B/C? (11.7, 11.9)

**11.12.** Una zona del río Colorado está sujeta a inundaciones periódicas que causan daños, ocurren en promedio cada dos años y ocasionan pérdidas por \$2,000,000. Se ha propuesto que el cauce del río se refuerce y profundice, con un costo de \$2,500,000, con la finalidad de reducir el daño probable a no más de \$1,600,000 cada vez que ocurra, durante un periodo de 20 años, antes de profundizarse de nuevo. Este procedimiento también representaría gastos anuales de \$80,000 por un mantenimiento mínimo. Un legislador local propuso que una solución mejor sería construir una presa para control de inundaciones, con un costo de \$8,500,000, que duraría en forma indefinida y tendría costos anuales de mantenimiento de no más de \$50,000. El legislador estima que este proyecto disminuiría el daño anual por inundación probable, el cual no iría más allá de \$450,000. Además, esta solución brindaría un volumen sustancial de agua para riego que produciría ingresos anuales de \$175,000, y facilidades para la recreación, que se estiman por un valor de al menos \$45,000 por año para la población vecina. Un segundo legislador cree que la presa debería construirse y que también se debería reforzar y profundizar el cauce del río, con la observación de que el costo total de \$11,000,000 reduciría la pérdida anual por inundación probable, de manera que ésta no iría más allá de \$350,000 y brindaría los mismos beneficios de irrigación y

recreación. Si se fija en un 10% el rendimiento del capital del estado, determine las razones B/C y la razón incremental B/C. Recomience cuál alternativa debería adoptarse. (11.9)

**11.13.** Hace 10 años, el puerto de Secoma construyó un muelle nuevo que contenía una gran cantidad de acero, con un costo de \$300,000; en ese entonces se estimaba que tendría una vida de 50 años. El costo anual de mantenimiento, gran parte del cual es por pintura y reparaciones ocasionadas por daños ambientales, se ha vuelto muy alto en forma inesperada, y es de \$27,000, en promedio. El administrador del puerto ha propuesto a la comisión respectiva que se reemplace de inmediato a dicho muelle por otro de concreto reforzado, que tiene un costo de construcción de \$600,000. Asegura que la vida del muelle sería de al menos 50 años, y sus costos anuales de mantenimiento no excederían los \$2,000. Él presenta la información que aparece en la tabla P11.13 como justificación para el reemplazo, y determina que el valor neto de mercado del muelle que ya existe es de \$40,000.

El administrador estableció que como el puerto genera un beneficio neto de más de \$3,000,000 por año, el proyecto podría financiarse con las ganancias anuales. De ese modo no habría costo por interés y se tendrían ahorros anuales de \$19,000 si se hiciera el reemplazo. (11.9)

- Haga comentarios acerca del análisis que presenta el administrador del puerto.
- Lleve a cabo su propio análisis y efectúe recomendaciones acerca de la propuesta.

**Tabla P11.13** Costo de reemplazar el muelle del problema P11.13

Costo anual del muelle actual		Costo anual del muelle propuesto	
Depreciación (\$300,000/50)	\$6,000	Depreciación (\$600,000/50)	\$12,000
Costo de mantenimiento	27,000	Costo de mantenimiento	2,000
Total	\$33,000	Total	\$14,000

**11.14.** Se está considerando un puente de cuota sobre el río Mississippi como reemplazo del que está sobre la carretera I-40 que une Tennessee con Arkansas. Como este puente, si se aprobara, se convertiría en parte del Sistema de Autopistas Interestatales de Estados Unidos, habrá que aplicar el método de la razón B/C para evaluarlo. Los costos de la inversión en la estructura se estiman en \$17,500,000, y se estiman \$325,000 anuales por operación y mantenimiento. Además, el puente debe pavimentarse cada cinco años durante su vida proyectada de 30 años, con un costo de \$1,250,000 cada vez que se haga (en el año 30 no hay costo por repavimentación). Se prevé que los ingresos provenientes de las cuotas sean de \$2,500,000 en el primer año de operación, con una tasa anual de incremento que se proyecta en un 2.25% anual, como resultado del aumento de tráfico que se espera que se registre cada año por el puente. Si el valor de mercado (rescate) del puente es de cero al final de los 30 años, y se usa una TREMA del 10% anual, ¿debería construirse el puente? (11.7)

**11.15.** Consulte el problema 11.14. Suponga que el puente de cuota puede rediseñarse de manera que tenga una vida (virtualmente) infinita. La TREMA permanece en el 10% anual. Los costos e ingresos (beneficios) revisados son los siguientes: (11.7, 11.9)

Inversión de capital: \$22,500,000

Costos anuales de operación y mantenimiento: \$250,000

Costo de repavimentar, cada siete años: \$1,000,000

Costo de reparar la estructura, cada 20 años: \$1,750,000

Ingresos (tratados como constante, sin tasa de incremento): \$3,000,000

- a) ¿Cuál es el valor capitalizado del puente?
- b) Determine la razón B/C del puente durante un horizonte infinito de tiempo.
- c) ¿Debería seleccionarse el diseño original (*problema 11.14*) o el nuevo?

**11.16.** Después del huracán Thelma, el Cuerpo de Ingenieros del Ejército de Estados Unidos está considerando dos enfoques alternativos para proteger un área de humedales de agua dulce contra la intrusión de agua del mar durante las mareas altas. La primera alternativa, construir un terraplén de 5 millas de longitud y 20 pies de elevación, tendría un costo de inversión de \$25,000,000 con costos estimados de conservación anual de \$725,000. Una carretera en la corona del dique tendría dos "beneficios" importantes: 1. acceso mejorado para los practicantes de la pesca

deportiva y 2. reducción de 11 millas en la distancia de manejo entre las poblaciones en los extremos del terraplén propuesto. El beneficio anual por el terraplén se ha estimado en \$1,500,000. La segunda alternativa, una operación de dragado de un canal, tendría un costo de inversión de \$15,000,000. El costo anual de mantenimiento del canal se estima en \$375,000. No hay "beneficios" documentados para el proyecto de dragado del canal. Con el uso de una TREMA del 8% y la suposición de una vida de 25 años para ambas alternativas, aplique el método de la razón B/C incremental ( $\Delta B/\Delta C$ ) para determinar cuál alternativa debería escogerse. (NOTA: La alternativa nula, "no hacer nada", no es viable). (11.9)

**11.17.** Se considera construir un túnel a través de una montaña como sustituto de una carretera angosta que ya existe en el sur de Kentucky. La carretera es de dos carriles, abrupta, estrecha, está expuesta al viento y ha sido escenario de numerosos accidentes fatales: un promedio de 2.05 fatalidades y 3.35 "heridas de consideración" por año. Se ha proyectado que el túnel reduzca mucho la frecuencia de accidentes, que se estima que no rebasarán las cifras de 0.15 fatalidades y 0.35 "heridas de consideración" por año. Los requerimientos de la inversión inicial de capital se han estimado en \$45,000,000, lo que incluye compra de terrenos, excavación del túnel, iluminación, preparación de la carpeta, etcétera. Los costos anualizados de conservación para el túnel serán significativamente menores que para la carretera existente, lo que dará origen a ahorros anuales de \$85,000. Para propósitos de este análisis, se aplicará un "valor por vida salvada" de \$1,000,000, y una estimación de \$750,000 por gastos médicos, incapacidad, etcétera, por las "heridas de consideración". (11.7)

**a)** Aplique el método de la razón beneficio/costo, con una vida esperada del proyecto de túnel de 50 años y una tasa de interés del 8% anual, con la finalidad de determinar si debe construirse el túnel.

**b)** Si se supone que el costo por "heridas de consideración" no cambia, determine el "valor por vida salvada" con el que el proyecto de túnel se justifica marginalmente (es decir,  $B/C = 1.0$ ).

**11.18.** El lector ha recibido la tarea de comparar los resultados económicos de tres diseños alternativos para un proyecto de obras públicas del gobierno del estado. Los valores estimados para varios factores económicos relacionados con los tres diseños aparecen en la tabla P11.18. La TREMA es del 9% y el periodo de análisis es de 15 años. (11.9)

**Tabla P11.18** Valores estimados para el problema P11.18

Factor	Alternativa de Diseño		
	1	2	3
Inversión de capital	\$1,210,000	\$1,763,000	\$1,475,000
Valor de mercado (final del año 15)	90,000	150,000	120,000
Costos anuales O&M	215,000	204,000	201,000
Beneficios anuales para el grupo A de usuarios	315,000	367,000	355,000
Beneficios anuales para otros grupos usuarios	147,800	155,000	130,500

- a) Use el método de la razón B/C convencional con el VA como medición de costo equivalente para seleccionar el diseño preferible del proyecto.
- b) Utilice el método de la razón B/C modificada con el VA como medición de costo equivalente para seleccionar el diseño preferible del proyecto.

**11.19.** Al río Fox lo bordea por el oriente la carretera 25 de Illinois, y por el oeste la 31 de Illinois. En un estrecho del río, la distancia que existe entre dos cruces adyacentes es de 16 millas. Se ha propuesto un cruce adicional en esa zona, y están en estudio tres diseños alternativos de puente. Dos de los diseños tienen vidas útiles de 25 años, y el tercero de 35. Cada puente debe volverse a pavimentar en forma periódica, y la carpeta de cada puente se va a reemplazar al final de su vida útil, con un costo que es significativamente menor que los costos de construcción inicial. Los beneficios anuales de cada diseño difieren sobre la base de la interrupción del tráfico normal que pasa por las

carreteras 25 y 31. Dada la información que aparece en la tabla P11.19, utilice el método de la razón B/C para determinar cuál diseño de puente conviene seleccionar. Suponga que el diseño elegido se usará en forma indefinida, y emplee una tasa nominal de interés del 10% anual. (11.9)

**11.20.** El Municipio de Jackson está planeando hacer mejoras viales en una sección de una de sus carreteras. Se identificaron dos alternativas. La alternativa A requiere un desembolso inicial de \$100,000 al final del año 0, y costos anuales (fin del año) de mantenimiento de \$15,200 de ahí en adelante. Va a generar beneficios para el público que se valoran en \$34,400 por año (final del año 1 y a partir de entonces). La alternativa B requiere un gasto inicial de \$210,000 al final del año 0 y costos de mantenimiento por año (al final de este) de \$10,600, de ahí en adelante. Producirá beneficios para el público que se valúan en \$36,500 por año (final del año 1 y los sucesivos). También

**Tabla P11.18** Información sobre el diseño del puente para el problema P11.19

	Diseño de puente		
	A	B	C
Inversión de capital	\$17,000,000	\$14,000,000	\$12,500,000
Costo anual de mantenimiento*	12,000	17,500	20,000
Reparación/revertación (cada cinco años)*	—	40,000	40,000
Reparación/revertación (cada siete años)*	40,000	—	—
Costo de sustituir el puente	3,000,000	3,500,000	3,750,000
Beneficio anual	2,150,000	1,900,000	1,750,000
Vida útil del puente (años)**	35	25	25

\* No se incurre en este costo en el último año de la vida útil del puente.

\*\* Se aplica sólo a la carpeta del puente; la porción estructural tiene vida útil indefinida.

sería posible no hacer nada, lo que no costaría nada ni tendría beneficios para el público. El municipio utiliza una TREMA del 12% y desea tomar la decisión sobre la base del costo. Analice este

problema con el empleo del método de la razón beneficio/costo y explique cuál sería la recomendación para el municipio. Exponga las razones que considere para efectuar su recomendación. (11.9)

# *Estudios de ingeniería económica de empresas de propiedad privada de servicios públicos*

*En este capítulo, nuestro objetivo es presentar la técnica de evaluación económica llamada método del ingreso requerido, que se emplea a menudo en las compañías cuando hay que hacer una selección entre proyectos mutuamente excluyentes. Como se espera que las empresas públicas minimicen los ingresos que se requiere que los consumidores paguen por los servicios, normalmente se recomendará el proyecto que implique el menor requerimiento de ingresos, en tanto brinde un nivel aceptable de servicio.*

---

## **En este capítulo se estudian los siguientes temas:**

- Características generales de las empresas de propiedad privada de servicios públicos
- Desarrollo del método del ingreso requerido
- Suposiciones del método del ingreso requerido
- Regulación de la tarifa del servicio
- Ilustración del método del ingreso requerido
- Inversión inmediata *versus* diferida
- Análisis del ingreso requerido en condiciones de inflación

### **12.1 Introducción**

Los servicios públicos de propiedad privada proporcionan servicios tales como gas, energía eléctrica, agua, comunicaciones telefónicas, protección ambiental y ciertos tipos de transporte. Generalmente, los servicios públicos constituyen monopolios, y es costumbre que su financiamiento y administración sean responsabilidad de los gobiernos. Sin embargo, las tres últimas décadas se han caracterizado por una fuerte tendencia a la privatización que ha incluido la generación de energía y el transporte. Por ejemplo, en el Reino Unido, la British Electric Board se vendió por completo a inversionistas privados.

En Estados Unidos, el gobierno ha urgido y apoyado a inversionistas para que incursionen en el sector de servicios públicos, mediante el Acta de los Productores Privados.

Históricamente, las ciudades, estados y gobiernos federales, en nombre del interés público, han tenido una posición de monopolio de las empresas de servicios públicos, por lo que conservan el derecho de regular y controlar los precios de estos últimos. Así, se establece un cuerpo regulatorio, por lo general en forma de una *comisión de servicios públicos*, para ejercer las funciones de regulación y control necesarias. Aunque en su forma original las comisiones de servicios públicos se establecieron para impedir que las entidades discriminaran a ciertos consumidores con respecto a los servicios que proporcionaban y los precios que cobraban, sus funciones se han expandido. Ahora incluyen la fijación y mantenimiento de estándares de servicio, así como el establecimiento de tarifas, de manera que las utilidades excesivas se eliminan. Por ejemplo, durante la década de 1970, los temas relacionados con la energía se volvieron críticos, y en 1979 en Estados Unidos se emitió el Acta de Políticas Regulatorias de las Empresas de Servicios Públicos (PURPA, por sus siglas en inglés), la pieza principal de legislación acerca del uso eficiente de la energía. Esta ley obligaba a las entidades a comprar energía de las fuentes industriales disponibles y a pagar por el kiloWatt·hora lo mismo que hubieran pagado si lo hubieran generado ellas.

Una tendencia reciente en Estados Unidos es desregular las compañías de energía eléctrica de manera que, por ejemplo, una empresa de servicios eléctricos con sede en Nueva York pueda vender su producto (electricidad) y poseer plantas en Oklahoma y California. Un asunto muy importante que encara la Comisión Federal de Regulación de Energía es cómo mantener una confiabilidad elevada de los servicios entre tales compañías desreguladas de energía eléctrica.\*

En lo que resta del capítulo 12 se estudiará el método del ingreso requerido para evaluar inversiones de capital. Por tradición, este método se ha empleado en compañías de servicios públicos para minimizar los costos del ciclo de vida durante el que proporcionan sus servicios. Aun cuando el proceso de desregulación se acelere en los años por venir, es probable que el método del ingreso requerido siga siendo popular para medir la rentabilidad económica de las propuestas de inversión de capital. De hecho, los resultados que brinda dicho método por lo general son equivalentes a los que se obtienen con el análisis de valor presente de los flujos de efectivo después de impuestos de un proyecto.<sup>†</sup> (Véase el capítulo 6.)

## 12.2 Características generales de las empresas de propiedad privada de servicios públicos

Como resultado de la naturaleza de los servicios que proporcionan, su posición monopólica y la regulación a la que están sujetas, las empresas de propiedad privada de servicios públicos tienen cierto número de características económicas únicas que deben tomarse en cuenta al realizar estudios de ingeniería económica. Algunas de esas características se mencionan en los párrafos siguientes:

\* "De-regulation Puts Electricity Reliability in Question", *USA Today*, 10 de julio de 1998, pág. B-1.

<sup>†</sup> T. L. Ward y W. G. Sullivan, "Equivalence of the Present Worth and Revenue Requirement Method of Capital Investment Analysis", *AIIE Transactions*, vol. 13, núm. 1, págs. 29-40.

1. La inversión de capital por trabajador y la razón de los costos fijos a los variables son muy altas. Esto significa que debe ponerse mucha atención a los problemas de inversión y al aseguramiento de un flujo adecuado del capital destinado a la expansión.
2. Las empresas de utilidad pública *deben* atender cualquier demanda de servicio de los consumidores dentro de la programación establecida de los niveles. Sujeta a las salvaguardas de regulación, una empresa debe expandirse para satisfacer el crecimiento de la comunidad a la que sirve.
3. Se *requiere* que una empresa de servicio público adopte desarrollos técnicos en su campo con la finalidad de permitir la reducción en el costo de sus servicios y mejorar la confiabilidad del servicio. Esto debe hacerse, aun cuando no sea una demanda inmediata de los consumidores, para mantener el bienestar público y proteger la posición monopolista de la entidad.
4. Las tarifas que se cobran por los servicios de una compañía se basan en los costos totales, que incluyen un rendimiento justo después de los impuestos sobre la renta, sobre el valor de la tarifa base por su propiedad. La así llamada tarifa base es, en forma burda, igual al valor en libros de la planta y equipo que la empresa tiene en servicio.
5. Un concepto básico en el establecimiento de las tarifas de pago por los servicios públicos es que la compañías deben ser capaces de obtener utilidades suficientes de manera que puedan pagar dividendos suficientes con la finalidad de atraer el capital necesario para la prestación del servicio. Si no se obtiene una tasa adecuada de utilidad, el capital necesario dejará de fluir de los inversionistas, y, como resultado, el público no podrá disponer del servicio en cuestión.
6. Las ganancias de una empresa de servicio público están limitadas por la tarifa base. Como resultado, la utilidad sobre las ventas es muy poco significativa. Si las ventas se incrementan como resultado de la disminución de los costos de operación (por ejemplo, con medidas más eficaces de ahorro de energía) podrían no producir ningún incremento de las utilidades en el largo plazo. Podría haber utilidades para el año en curso, pero si la comisión reguladora juzga que el incremento es más alto de lo necesario, ordenaría una disminución de las tarifas. Así, se eliminarían los beneficios de la mejora en la operación en términos de ganancia financiera para la compañía.
7. Las empresas de servicios públicos tienen estabilidad mucho mayor que la de otras compañías. Por lo general, no se permite que el límite superior de las utilidades, después de impuestos, rebase el 12% al 16% sobre el capital propio. Debe observarse que aun cuando exista un límite máximo para las utilidades, no hay ninguna garantía de que éstas se generen, ni tampoco existe la seguridad de no perder. Sin embargo, si la empresa demuestra que está operando con eficiencia, es probable que obtenga permiso para aumentar sus tarifas cuando sea necesario para obtener una utilidad justa, y con esto atraer el capital necesario.
8. A causa de la naturaleza estable de sus negocios y ganancias, las empresas de servicios públicos por lo común financian sus gastos de capital con un porcentaje más elevado de capital en préstamo que el que utilizan las compañías que no son de ese tipo. La mayor parte de las empresas rara vez adeudan más del 30% de su capital, pero muchas de las de servicios públicos emplean de un 50% a un 60% de capital en préstamo como porcentaje de su capitalización total.
9. Los activos de las empresas de servicios públicos, en promedio, tienen períodos de vencimiento más largos que las compañías de otra clase. Esto se debe a la naturaleza física de los activos y al hecho de que la situación monopolista ocasiona una depreciación menos funcional.
10. Las compañías de servicios públicos están mucho menos limitadas en términos de la disponibilidad de capital que otras empresas, a causa de su estabilidad mayor en sus

ingresos y utilidades, y al hecho de que las instituciones reguladoras reconocen que debe permitírseles obtener un rendimiento que les garantice un flujo de capital adecuado.

### ▼ 12.3 Conceptos generales de los estudios económicos de los servicios públicos

Existen varios conceptos que por lo general son inherentes a los estudios de ingeniería económica de las compañías reguladas de servicios públicos. Son los siguientes:

1. Generalmente, los estudios económicos de las empresas reguladas reflejan los intereses del consumidor, mientras que los de aquellas que no prestan un servicio público reflejan el punto de vista del propietario.
2. Los estudios económicos de las empresas de propiedad privada de servicios públicos implican de manera habitual formas alternativas, o programas alternativos, de *hacer algo*. En tanto que la entidad de servicios públicos está obligada a proporcionar el servicio que demandan sus consumidores, es raro que los estudios se enfoquen en la economía de hacer *versus* no hacer. En lugar de ello, es más frecuente que planteen el modo de cómo hacer algo de la manera más económica.
3. Es frecuente que no se incluyan los gastos administrativos y de supervisión general. Puesto que tales gastos serán los mismos para todas las alternativas, es común que se omitan.
4. Generalmente, los costos del dinero, depreciación, impuestos sobre la renta y sobre la propiedad se expresan en términos del capital invertido.

### ▼ 12.4 Métodos de la ingeniería económica de los proyectos de empresas de servicios públicos de propiedad privada

El método de evaluación económica que se emplea con mayor profusión en las empresas reguladas de servicios públicos es el del *ingreso requerido*. Este método proporciona una base para comparar alternativas mutuamente excluyentes. Puede aplicarse a un espectro amplio de negocios regulados que tienen las características que se mencionaron en las secciones anteriores.

En esencia, el método del ingreso requerido calcula los ingresos que debe generar un proyecto tan sólo para igualar los costos que implica, lo que incluye un rendimiento justo para los inversionistas.

En la figura 12.1 se muestra la relación entre los ingresos que requiere un proyecto y sus costos. En tanto que las comisiones regulatorias actúan en nombre del interés de los consumidores de los servicios que presta una empresa, la selección de los proyectos de inversión debe hacerse de tal forma que los requerimientos de ingresos sean mínimos.

En las secciones que siguen se desarrolla e ilustra el método del ingreso requerido. Se emplearán varios ejemplos para explicar las diferentes facetas de este método cuando se aplica a las empresas reguladas de servicios públicos de propiedad privada.

## 12.5 Desarrollo del método del ingreso requerido\*

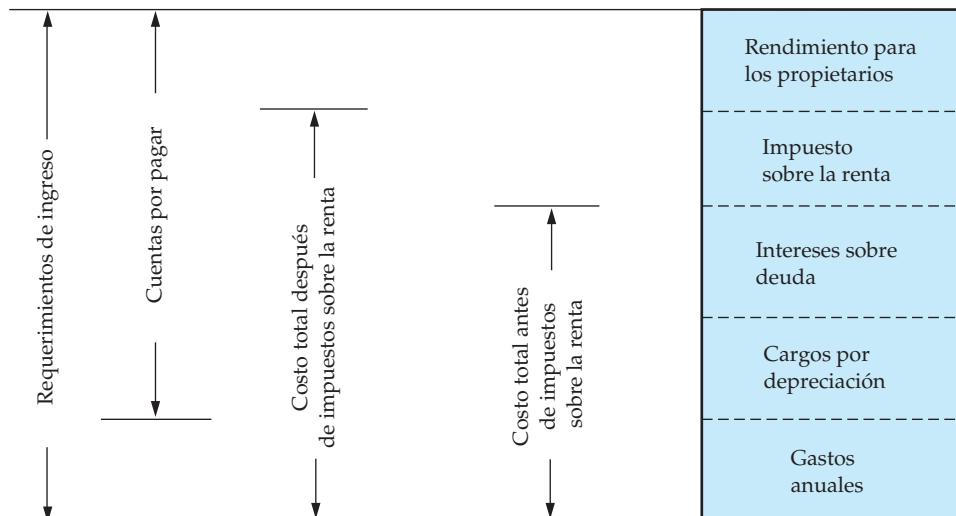
Como se aprecia en la figura 12.1, el mínimo ingreso requerido consiste en contabilizar los gastos por pagar que resultan de las inversiones de capital que deben recuperarse, más todos los gastos asociados que ocurren en forma periódica (es decir, combustible, gastos de operación y mantenimiento, impuestos sobre la propiedad y seguros). Estas cuentas por pagar también se denominan *gastos fijos totales*. Incluyen lo siguiente:

- Intereses sobre los documentos que se usan para financiar parte del proyecto
- Requerimientos de rendimiento del capital propio para los accionistas
- Impuestos sobre la renta por pagar al estado y gobiernos locales
- Cargos por depreciación sobre la inversión

El concepto de tasa de gastos fijos se usa ampliamente en la industria de los servicios públicos. La tasa de gastos fijos se define como el costo anual por la propiedad de una inversión (cuentas por pagar), expresado como porcentaje de la inversión.

La ecuación que se emplea para calcular los gastos fijos anuales en el año  $k$  o cuentas por pagar,  $CP_k$ , es la siguiente:

$$CP_k = D_{k,a} + [(1 - \lambda)\epsilon_a + \lambda\dot{\epsilon}_p] \cdot INR_k + ISR_k \quad (12.1)$$



**Figura 12.1 Relación de los ingresos requeridos y los costos para una empresa de servicios públicos de propiedad privada**

\* La notación que se usa en el capítulo 12 difiere de la que se emplea en el resto del libro, ya que aquí se requieren varios costos de capital de deuda y propio, así como ciertos costos resultantes del capital total. Muchos de estos mismos conceptos se utilizan en otros capítulos, pero no se desarrollan ni emplean tan rigurosamente como en el capítulo 12.

donde  $D_{Lk}$  = depreciación en libros tomada en el año  $k$ ,  $1 \leq k \leq N$ ;  
 $\lambda$  = fracción del dinero prestado en la capitalización total de la empresa;  
 $e_a$  = rendimiento sobre el capital propio (en forma decimal);  
 $i_p$  = costo del capital en préstamo (en forma decimal);  
 $INR_k$  = inversión no recuperada al comienzo del año  $k$ ;  
 $INR_k = \begin{cases} I \text{ (inversión inicial), } k = 1 \\ INR_{k-1} - D_{L_{k-1}}, 2 \leq k \leq N \end{cases}$ ;  
 $ISR_k$  = impuestos sobre la renta pagados en el año  $k$ .

Como la depreciación que se declara para fines de impuesto sobre la renta y el interés que se paga sobre la deuda son deducibles de impuestos, el impuesto sobre la renta en cualquier año específico se determina mediante la ecuación siguiente:

$$ISR_k = t(CP_k - \lambda \cdot i_p \cdot INR_k - D_{Ik}), \quad (12.2)$$

donde  $D_{Ik}$  es la depreciación impositiva para fines de impuesto sobre la renta en el año  $k$ , y  $t$  es la tasa efectiva de impuesto sobre la renta.

Observe que en la ecuación (12.1), las cuentas por pagar ( $CP_k$ ) son función de los impuestos sobre la renta ( $ISR_k$ ), y que en la ecuación (12.2), los impuestos sobre la renta ( $ISR_k$ ) son función de las cuentas por pagar ( $CP_k$ ). Esto se ve con claridad en la figura 12.1. El ingreso requerido se determina si se conocen los impuestos sobre la renta y, a la inversa, los impuestos sobre la renta se calculan si se sabe cuál es el ingreso requerido. Hay dos ecuaciones y dos incógnitas ( $CP_k$  e  $ISR_k$ ). Al resolver para  $ISR_k$  queda

$$ISR_k = [t/(1-t)] [(1-\lambda)e_a \cdot INR_k + D_{Ik} - D_{Lk}]. \quad (12.3)$$

El ingreso requerido en el año  $k$ ,  $IR_k$ , es

$$IR_k = CP_k + C_k \quad (12.4)$$

donde  $C_k$  representa todos los gastos anuales en que se incurre en el año  $k$ .

## 12.6 Suposiciones del método del ingreso requerido

Cuando se usa el método del ingreso requerido, son comunes los supuestos que siguen:

1. La inversión total en un activo durante cualquier año es igual a su valor en libros al principio del año.
2. El monto del capital de deuda invertido en un activo durante cualquier año es una fracción constante de su valor en libros ese año, y esta fracción permanece constante a lo largo de la vida del activo.
3. El capital propio y el de deuda implican tasas de rendimiento constantes durante la vida del proyecto.
4. Los montos de la depreciación en libros se usan para retirar cada año acciones y bonos del capital, en proporción a la mezcla de capital de deuda del financiamiento que se emplea.
5. La tasa efectiva del impuesto sobre la renta es constante durante la vida del proyecto.

## 12.7 Regulación de la tarifa del servicio

Las tarifas de los servicios públicos se establecen mediante un procedimiento de regulación de tarifas. Cuando ocurren cambios en el costo o ingreso de una compañía de servicios públicos a causa de un cambio en la planta física de la empresa, tiene lugar un procedimiento de regulación de la tarifa para considerar si debe establecerse una tarifa nueva. En primer lugar, se determina un rendimiento aceptable sobre el capital propio del inversorista, sobre la base de factores tales como lo que se requiere para inspirar confianza financiera en la empresa, lo que se permite a otras compañías cuando operan en el mismo ambiente de riesgo en los negocios, y lo que es justo y razonable. Luego se calculan los ingresos para llegar al rendimiento requerido de la empresa.

H. G. Stoll, de General Electric Company, hace la distinción entre dos criterios para regular las tarifas eléctricas: el rendimiento del capital propio y el rendimiento sobre la tarifa base.\* Con el criterio del rendimiento acerca del capital propio común, se calcula la razón del ingreso neto disponible para las acciones comunes (a partir de la declaración de ingresos de la compañía) al capital propio común promedio o de fin de año (a partir del balance de la compañía). Luego, el ingreso requerido se aumenta o disminuye de manera que se alcance el objetivo de rendimiento sobre el capital propio. En forma alternativa, el rendimiento sobre la tarifa base es un criterio más tradicional de regulación de tarifas. La tarifa base se define como sigue:

Tarifa base = planta total en servicio

- reserva de depreciación acumulada
- + materiales y suministros (opcional)
- + inventario de combustibles fósiles (opcional)
- + tolerancia en el capital de trabajo (opcional)
- impuestos sobre la renta diferidos (opcional)
- ahorros en los impuestos sobre la inversión diferidos (opcional)
- + obras de construcción en proceso (opcional).

El costo de capital en una empresa de servicios públicos y la estructura de capitalización para el ingreso mínimo requerido desempeñan un importante papel, por lo que a continuación se estudian aspectos seleccionados de una operación de financiamiento de una empresa de servicios públicos de propiedad privada. En primer lugar, el interés que se paga sobre el capital en préstamo (deuda) es deducible de impuestos. Por lo tanto, el costo de la deuda después de impuestos es

$$\begin{aligned} i'_d &= i'_p - t i'_p \\ &= (1 - t)[(1 + i_p)(1 + \bar{f}) - 1], \end{aligned} \quad (12.5)$$

donde  $i'_p$  = costo ajustado por inflación del capital en préstamo;

$$= [(1 + i_p)(1 + \bar{f}) - 1];$$

$t$  = tasa efectiva de impuesto sobre la renta;

$\bar{f}$  = tasa de inflación anual promedio.

---

\* Stoll, H. G., *Least-Cost Electric Utility Planning* (New York: John Wiley & Sons, 1987).

En segundo lugar, el costo que tiene el capital para la compañía depende de la proporción y costo tanto del capital de deuda como del propio. El *costo después de impuestos del capital*, que incluye un ajuste por inflación, es

$$\begin{aligned} K'_o &= \lambda i'_p + (1 - \lambda)e'_o \\ &= \lambda(1 - t)i'_p + (1 - \lambda)e'_o, \end{aligned} \quad (12.6)$$

donde  $\lambda$  = fracción del dinero tomado en préstamo en la capitalización total de la empresa;

$(1 - \lambda)$  = fracción del capital propio en la capitalización total;

$e'_o$  = tasa del capital propio ajustada por la inflación  $= [(1 + e_o)(1 + f) - 1]$ .

El costo real (libre de inflación) después de impuestos es

$$\begin{aligned} K_o &= \frac{1 + K'_o}{1 + f} - 1 \\ &= \frac{\lambda(1 - t)i'_p + (1 - \lambda)e_o - \lambda t f}{1 + f}, \end{aligned} \quad (12.7)$$

donde  $e_o$  es la tasa real de capital propio.

## 12.8 Contabilidad por medio del flujo y normalizada

El método del ingreso requerido por un proyecto, que se presenta en la sección 12.9, utiliza el método de contabilidad *por medio del flujo*. La contabilidad por medio del flujo requiere ahorros en el impuesto sobre la renta (acreditados) que resultan de 1. depreciación acelerada, 2. créditos en la inversión (si se aplican), y 3. intereses pagados sobre los fondos usados durante la construcción, que se van a transferir a los clientes de una compañía de propiedad privada de servicios públicos en el año en que ocurren. Por ejemplo, la depreciación con el método de la línea recta para fines de establecer tarifas y la depreciación acelerada para determinar los impuestos federales sobre la renta comúnmente deben combinarse para *reducir* los requerimientos de ingresos de un proyecto cuando se usan métodos contables por medio del flujo. Sin embargo, este método de contabilidad también se emplea con frecuencia para comparar las economías relativas de proyectos que compiten entre sí, y produce requerimientos de ingresos que son equivalentes a aquellos de los métodos de flujo de efectivo descontado después de impuestos, que se ilustran en el capítulo 6.

Por otro lado, la contabilidad normalizada requiere que los ahorros en el impuesto sobre la renta declarados con anterioridad se amorticen (deprecien) durante la vida del proyecto. La contabilidad normalizada se utiliza en la mayoría de las empresas de propiedad privada de servicios públicos como una forma de protegerse contra cambios imprevistos de las tasas futuras del impuesto sobre la renta y las leyes estatales o federales que rigen su operación. Además, la contabilidad normalizada se emplea casi exclusivamente para establecer las tarifas de los servicios que se prestan a los consumidores. Dicho método de contabilidad produce requerimientos de ingresos que con frecuencia son más altos que aquellos que se obtienen con el método por medio del flujo. Como son muchos los detalles asociados con la contabilidad normalizada, se eligió estudiar en este capítulo sólo el método por medio del flujo para determinar los requerimientos de ingresos.

## 12.9 Ilustración del método del ingreso requerido: un procedimiento tabular

El uso de un formato tabular para calcular el ingreso requerido anual de un proyecto de servicios públicos ofrece un formato computacional fácil de manipular y de comprender. El analista puede usar columnas tabulares, según lo requiera un problema, para tomar en cuenta los diversos componentes de los requerimientos de ingresos de la figura 12.1.

### EJEMPLO 12.1

Este ejemplo, que evalúa un solo proyecto de inversión, utiliza los siguientes datos de proyecto y las operaciones columna por columna que se muestran en la tabla 12.1 para determinar el  $IR_k$ :

Vida del proyecto,  $N =$  vida en libros = 4 años;

Inversión de capital inicial,  $I = $7,500$ ;

Valor de mercado,  $VM = $1,500$ ;

Gastos anuales de O&M,  $C = $500$ ;

Costo real (libre de inflación) del dinero tomado en préstamo,  $i_p = 5\%$  anual;

Rendimiento real (libre de inflación) del capital propio,  $e_a = 16.07\%$  anual;

Razón de deuda,  $\lambda = 0.3$ ;

Tasa efectiva de impuesto sobre la renta,  $t = 50\%$ ;

Método de depreciación en libros = línea recta;

Método de depreciación de impuestos = línea recta;

Tasa de inflación anual promedio,  $\bar{f} = 0\%$ .

Para cada año,  $k$ ,  $1 \leq k \leq 4$ , se calcula el ingreso requerido en el año  $k$ ,  $IR_k$ , mediante la ecuación (12.4). Se reserva una columna para cada concepto de las cuentas por pagar [véase la ecuación (12.1)], y se emplea una columna adicional para los gastos anuales recurrentes asociados con el proyecto.

**Tabla 12.1 Requerimiento de ingresos anuales para el ejemplo 12.1**

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
Año, $k$	$INR_k$	$D_{Lk}$	$D_{I_k}$	Rendimiento del capital de deuda, $\lambda i_p   INR_k$	Rendimiento del capital propio, $(1 - \lambda)e_a   INR_k$	Impuesto sobre la renta, $ISR_k$	$IR_k = $ cols. $2 + 4 + 5$ $+ 6 + 7$
1	\$7,500	\$1,500	\$1,500	\$113	\$844	\$844	\$500 \$3,780
2	6,000	1,500	1,500	90	675	675	500 3,440
3	4,500	1,500	1,500	68	506	506	500 3,080
4	3,000	1,500	1,500	45	337	337	500 2,720

Por ejemplo, el  $IR_2$  se calcula como sigue:

$$\begin{aligned}
 \text{Columna 1:} \quad & INR_2 = INR_1 - D_{L1} \\
 & = \$7,500 - \$1,500 = \$6,000 \\
 \text{Columnas 2} & \quad D = (I - VM)/N \\
 \text{y 3:} & \quad = (\$7,500 - \$1,500)/4 = \$1,500 \\
 \text{Columna 4:} \quad & \lambda i_p \cdot INR_2 = 0.3(0.05)(\$6,000) = \$90 \\
 \text{Columna 5:} \quad & (1 - \lambda)e_a \cdot INR_2 = 0.7(0.1607)(\$6,000) = \$674.94 \\
 \text{Columna 6:} \quad & ISR_2 = [t/(1-t)][(1 - \lambda)e_a \cdot INR_2 + D_{L2} - D_{I2}] \\
 & = [0.5/(1 - 0.5)] \cdot [0.7 \cdot 0.1607 \cdot \$6,000 + \$1,500 - \$1,500] \\
 & = \$674.94 \\
 \text{Columna 7:} \quad & C_2 = \$500 \\
 \text{Columna 8:} \quad & IR_2 = \$1,500 + \$500 + \$90 + \$674.94 + \$674.94 \\
 & = \$3,439.88
 \end{aligned}$$

Los cálculos para los años restantes se efectúan de manera similar. La tabla 12.1 proporciona un resumen de los resultados del ejemplo 12.1. Advierta que no se deja inversión no recuperada después del final del año 4.

Es costumbre expresar los requerimientos anuales de ingresos (columna 8) como una sola medición de valor para el proyecto en estudio.

Las tres mediciones que las empresas de servicios públicos usan con más frecuencia para reportar la ventaja económica de un proyecto dado son el valor presente acumulado, el valor anual equivalente (también llamado *ingreso requerido nivelado*,  $\bar{IR}$ ) y el valor capitalizado. Para calcular estas cantidades, se necesita un factor de descuento para tomar en cuenta el valor del dinero en el tiempo. La tasa de interés que se emplea para dichos cálculos cuando  $\bar{f} = 0$  es el costo real del capital después de impuestos de la empresa,  $K_a$ .

En el ejemplo 12.1,  $K_a$  se determina con la ecuación (12.7), con una tasa de inflación de  $\bar{f} = 0$ :

$$\begin{aligned}
 K_a &= 0.3 \cdot (1 - 0.5) \cdot 0.05 + (1 - 0.3) \cdot 0.1607 - 0.3 \cdot 0.5 \cdot 0/(1+0) \\
 &= 0.12 \text{ (12%).}
 \end{aligned}$$

Entonces, el valor presente del  $IR$  como función de  $K_a$  es

$$\begin{aligned}
 VPIR(K_a) &= \sum_{k=1}^N IR_k \cdot (P/F, K_a\%, k) \\
 &= [\$3,799.86(P/F, 12\%, 1) + \$3,439.88(P/F, 12\%, 2) \\
 &\quad + \$3,079.92(P/F, 12\%, 3) + \$2,719.94(P/F, 12\%, 4)] \\
 &= \$10,055.59.
 \end{aligned}$$

Entonces, el ingreso requerido nivelado es

$$\begin{aligned}\overline{IR}(K_a) &= VPIR(K_a) \cdot (A/P, K_a\%, N) \\ &= \$10,055.59 \cdot (A/P, 12\%, 4) \\ &= \$3,310.70\end{aligned}$$

Por último, el ingreso requerido capitalizado es

$$\begin{aligned}IRC(K_a) &= \overline{IR}(K_a) \div K_a \\ &= \$3,310.70 \div 0.12 \\ &= \$27,589.17.\end{aligned}$$

Al seleccionar entre proyectos de inversión alternativos, estas tres medidas cuantitativas son equivalentes. La alternativa que minimiza el ingreso requerido seleccionado presenta la elección más económica. Como la empresa privada de servicios públicos está obligada a proporcionar servicios al público, presentaría una solicitud de incremento de tarifa ante la comisión reguladora si sus inversionistas consideran que son insatisfactorios los ingresos que genera un proyecto.

### EJEMPLO 12.2

Una empresa de servicios públicos debe extender el servicio de energía eléctrica hasta un centro comercial pequeño. Debe tomarse la decisión sobre si se utiliza una línea polar o un sistema subterráneo. La instalación del sistema de línea polar costaría sólo \$158,000, pero por los numerosos cambios que se prevén en el desarrollo y usos en el centro comercial, se estima que los gastos de mantenimiento serían de \$29,000. Instalar un sistema subterráneo costaría \$315,000, pero los gastos de mantenimiento no excederían de \$5,500. Los impuestos sobre la propiedad son el 1.5% de la inversión de capital. La compañía opera con el 33% de su capital en préstamo, sobre lo cual paga un 8% anual. El capital debe rendir el 11% anual después de impuestos. En este problema, dicho rendimiento se interpreta como el valor de  $K_a$ . Se va a emplear un periodo de estudio de 20 años, y se ignorarán los efectos de la inflación sobre los flujos de efectivo. Para fines de la depreciación tanto en libros como en impuestos, se utilizará el método de la línea recta. Por último, la tasa efectiva de impuesto sobre la renta es del 39.94%.

Antes de que pueda calcularse la columna 5 (rendimiento sobre el capital propio) del procedimiento tabular, debe determinarse el valor rendimiento sobre el capital propio,  $e_a$ . Con la ecuación (12.7) se escribe

$$\begin{aligned}e_a &= \{K_a - \lambda \cdot [(1-t) \cdot i_p - t \cdot \bar{f} \cdot (1-\bar{f})]\} / (1-\lambda) \\ &= \{0.11 - 0.33 \cdot [(1 - 0.3994) \cdot 0.08 - 0.3994 \cdot 0 \cdot (1-0)]\} / (1 - 0.33) \\ &= 0.1405.\end{aligned}$$

**Tabla 12.2** Cálculos para el sistema de línea polar para el ejemplo 12.2

Año, $k$	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
	Inversión no recuperada	Depreciación en libros	Depreciación de impuestos	Rendimiento sobre el capital de deuda	Rendimiento sobre el capital propio	Impuesto sobre la renta	Gastos anuales	$IR_k = \text{cols.}$ $2 + 4 + 5$ $+ 6 + 7$
1	\$158,000	\$7,900	\$7,900	\$1,171	\$14,875	\$9,892	\$31,370	\$68,208
2	150,100	7,900	7,900	3,963	14,131	9,397	31,370	66,761
3	142,200	7,900	7,900	3,754	13,387	8,902	31,370	65,313
4	134,300	7,900	7,900	3,546	12,644	8,408	31,370	63,867
5	126,400	7,900	7,900	3,337	11,900	7,914	31,370	62,420
6	118,500	7,900	7,900	3,128	11,156	7,419	31,370	60,974
7	100,600	7,900	7,900	2,920	10,412	6,924	31,370	59,526
8	102,700	7,900	7,900	2,711	9,669	6,430	31,370	58,080
9	94,800	7,900	7,900	2,503	8,925	5,935	31,370	56,632
10	86,900	7,900	7,900	2,294	8,181	5,440	31,370	55,185
11	79,000	7,900	7,900	2,086	7,437	4,946	31,370	53,739
12	71,000	7,900	7,900	1,877	6,694	4,452	31,370	52,292
13	63,200	7,900	7,900	1,668	5,950	3,957	31,370	50,845
14	55,300	7,900	7,900	1,460	5,206	3,462	31,370	49,399
15	47,400	7,900	7,900	1,251	4,462	2,967	31,370	47,951
16	39,500	7,900	7,900	1,043	3,719	2,473	31,370	46,504
17	31,600	7,900	7,900	834	2,975	1,978	31,370	45,057
18	23,700	7,900	7,900	626	2,231	1,481	31,370	43,611
19	15,800	7,900	7,900	417	1,487	989	31,370	42,163
20	7,900	7,900	7,900	209	714	495	31,370	40,717
								$\bar{IR} = \$59,497$

Las tablas 12.2 y 12.3 muestran los resultados del IR anual para los sistemas de línea polar y subterráneo, respectivamente. Los valores de  $\bar{IR}$  para cada alternativa se dan en la parte inferior de la tabla del IR correspondiente. De acuerdo con lo anterior, el sistema de línea polar muestra un  $\bar{IR}$  menor, y por lo tanto es el sistema que debe elegirse con base, exclusivamente, en consideraciones financieras.

## 12.10 Inversión inmediata versus diferida

Como las empresas de servicios públicos siempre deben estar preparadas para satisfacer las demandas de servicio que se le planteen, muchos estudios de ingeniería económica que se realizan en ellas implican la inversión inmediata *versus* la diferida con el fin de satisfacer las demandas futuras. A continuación se muestra un ejemplo de lo anterior.

**Tabla 12.3** Cálculos para el sistema subterráneo para el ejemplo 12.2

Año, $k$	(1) Inversión no recuperada	(2) Depreciación en libros	(3) Depreciación de impuestos	(4) Rendimiento sobre el capital de deuda	(5) Rendimiento sobre el capital propio	(6) Impuesto sobre la renta	(7) Gastos anuales	(8) $IR_k = \text{cols.}$ $2 + 4 + 5$ $+ 6 + 7$
1	\$315,000	\$15,750	\$15,750	\$8,316	\$29,655	\$19,721	\$10,225	\$83,667
2	299,250	15,750	15,750	7,900	28,173	18,735	10,225	80,783
3	283,500	15,750	15,750	7,484	26,690	17,719	10,225	77,899
4	267,750	15,750	15,750	7,069	25,207	16,763	10,225	75,014
5	252,000	15,750	15,750	6,653	23,724	15,777	10,225	72,129
6	236,250	15,750	15,750	6,237	22,242	14,791	10,225	69,245
7	220,500	15,750	15,750	5,821	20,759	13,805	10,225	66,360
8	204,750	15,750	15,750	5,405	19,276	12,819	10,225	63,476
9	189,000	15,750	15,750	4,990	17,793	11,832	10,225	60,590
10	173,250	15,750	15,750	4,574	16,310	10,846	10,225	57,705
11	157,500	15,750	15,750	4,158	14,828	9,861	10,225	54,822
12	141,750	15,750	15,750	3,742	13,345	8,874	10,225	51,936
13	126,000	15,750	15,750	3,326	11,862	7,888	10,225	49,052
14	110,250	15,750	15,750	2,911	10,379	6,902	10,225	46,167
15	94,500	15,750	15,750	2,495	8,897	5,917	10,225	43,283
16	78,750	15,750	15,750	2,079	7,414	4,930	10,225	40,398
17	63,000	15,750	15,750	1,663	5,931	3,944	10,225	37,513
18	47,250	15,750	15,750	1,247	4,448	2,958	10,225	34,629
19	31,500	15,750	15,750	832	2,966	1,972	10,225	31,744
20	15,750	15,750	15,750	416	1,483	986	10,225	28,859
$\bar{IR} = \$66,305$								

### EJEMPLO 12.3

Una compañía que ofrece el servicio de agua debe decidir si instalar una nueva planta de bombeo ahora y abandonar el sistema por gravedad, que ya se ha depreciado por completo, o esperar cinco años para instalar la planta nueva ante el deterioro de las tuberías del sistema por gravedad. Los gastos de operación y mantenimiento y los impuestos para el sistema por gravedad son de \$45,000. La instalación de la planta de bombeo costará \$375,000, y se estima que tendría un valor de mercado del 5% de la inversión de capital en el momento en que se retire del servicio 20 años más tarde, cuando se instale un sistema nuevo más grande. Los gastos de operación y mantenimiento y los impuestos sobre la propiedad para la planta que se propone serían de \$30,000. El sistema por gravedad no tiene valor de mercado ni ahora ni después.

Si se instala la planta de bombeo ahora, ésta tendría una vida útil de 20 años. Si se instala dentro de cinco años, su vida útil sólo sería de 15 años, pero su valor de mercado seguiría siendo del 5% de la inversión de capital. Mediante el método del ingreso requerido,

determine cuál es la mejor alternativa. Para fines de la depreciación tanto en libros como de impuestos, se supone el empleo del método de la línea recta. La compañía opera con el 50% de capital en préstamo, sobre el que paga una tasa de interés del 7% anual. Se espera que la tasa de capital propio sea del 14% por año, y la compañía paga una tasa efectiva de impuesto sobre la renta del 50%.

### SOLUCIÓN

En primer lugar, mediante la ecuación (12.7), se determina que  $K_a$  es igual a  $0.5[(1-0.5)(0.07)] + 0.5(0.14) = 0.0875$ . A continuación, con la tabla 12.4, se encuentra que el ingreso requerido nivelado de la planta de bombeo nueva usando el costo ajustado por impuestos de capital es de

$$\overline{IR}(8.75\%) = \$92,135$$

A partir de la tabla 12.5, se obtiene que el ingreso requerido nivelado de la instalación diferida es

$$\overline{IR}(8.75\%) = \$74,876.$$

**Tabla 12.4** Instalación de la nueva planta de bombeo ahora para el ejemplo 12.3

Año, $k$	(1)		(2)		(3)		(4)		(5)		(6)		(7)		(8)	
	Inversión no recuperada	Depreciación en libros	Depreciación de impuestos			Rendimiento sobre el capital de deuda		Rendimiento sobre el capital propio		Impuesto sobre la renta		Gastos anuales		$IR_k = \text{cols.}$ $2 + 4 + 5$		$2 + 4 + 5 + 6 + 7$
1	\$375,000.00	\$17,812.50	\$17,812.50			\$13,125.00		\$26,250.00		\$26,250		\$30,000		\$113,438		
2	357,187.50	17,812.50	17,812.50			12,501.56		25,003.13		25,003		30,000		110,320		
3	339,375.00	17,812.50	17,812.50			11,878.13		23,756.25		23,756		30,000		107,203		
4	321,562.50	17,812.50	17,812.50			11,254.69		22,509.38		22,509		30,000		104,086		
5	303,750.00	17,812.50	17,812.50			10,631.25		21,262.50		21,263		30,000		100,970		
6	285,937.50	17,812.50	17,812.50			10,007.81		20,015.62		20,016		30,000		97,852		
7	268,125.00	17,812.50	17,812.50			9,384.38		18,768.76		18,769		30,000		94,735		
8	250,312.50	17,812.50	17,812.50			8,760.94		17,521.88		17,522		30,000		91,618		
9	232,500.00	17,812.50	17,812.50			8,137.50		16,275.00		16,275		30,000		88,501		
10	214,687.50	17,812.50	17,812.50			7,514.06		15,028.12		15,028		30,000		85,383		
11	196,875.00	17,812.50	17,812.50			6,890.63		13,781.26		13,781		30,000		82,266		
12	179,062.50	17,812.50	17,812.50			6,267.19		12,534.38		12,534		30,000		79,148		
13	161,250.00	17,812.50	17,812.50			5,643.75		11,287.50		11,288		30,000		76,033		
14	143,437.50	17,812.50	17,812.50			5,020.31		10,040.62		10,041		30,000		72,915		
15	125,625.00	17,812.50	17,812.50			4,396.88		8,793.76		8,794		30,000		69,798		
16	107,812.50	17,812.50	17,812.50			3,773.44		7,546.88		7,547		30,000		66,680		
17	90,000.00	17,812.50	17,812.50			3,150.00		6,300.00		6,300		30,000		63,563		
18	72,187.50	17,812.50	17,812.50			2,526.56		5,063.12		5,063		30,000		60,446		
19	54,375.00	17,812.50	17,812.50			1,903.31		3,806.26		3,806		30,000		57,328		
20	36,562.50	17,812.50	17,812.50			1,279.69		2,559.38		2,559		30,000		54,210		
															$\overline{IR} = \$92,135$	

**Tabla 12.5** Instalación de la planta de bombeo nueva dentro de cinco años para el ejemplo 12.3

Año, $k$	(1) Inversión		(2)		(3)		(4) Rendimiento sobre el capital de deuda		(5) Rendimiento sobre el capital propio		(6) Impuesto sobre la renta		(7) Gastos anuales	(8) $IR_k = \text{cols. } 2 + 4 + 5 + 6 + 7$
	no recuperada	Depreciación en libros	Depreciación de impuestos											
1	\$ 0	\$ 0	\$ 0				\$ 0	\$ 0	\$ 0	\$ 0	\$ 0	\$ 0	\$ 45,000	\$ 45,000
2	0	0	0				0	0	0	0	0	0	45,000	45,000
3	0	0	0				0	0	0	0	0	0	45,000	45,000
4	0	0	0				0	0	0	0	0	0	45,000	45,000
5	0	0	0				0	0	0	0	0	0	45,000	45,000
6	375,000	23,750	23,750				13,125.00	26,250	26,250	30,000	30,000	119,375		
7	351,250	23,750	23,750				12,298.75	24,588	24,588	30,000	30,000	115,220		
8	327,500	23,750	23,750				11,462.50	22,925	22,925	30,000	30,000	111,063		
9	303,750	23,750	23,750				10,631.25	21,263	21,263	30,000	30,000	106,907		
10	280,000	23,750	23,750				9,800.00	19,600	19,600	30,000	30,000	102,750		
11	256,250	23,750	23,750				8,968.75	17,938	17,938	30,000	30,000	98,595		
12	232,500	23,750	23,750				8,137.50	16,275	16,275	30,000	30,000	94,438		
13	208,750	23,750	23,750				7,306.25	14,673	14,673	30,000	30,000	90,402		
14	185,000	23,750	23,750				6,475.00	12,950	12,950	30,000	30,000	86,125		
15	161,250	23,750	23,750				5,643.75	11,288	11,288	30,000	30,000	81,970		
16	137,500	23,750	23,750				4,812.50	9,625	9,625	30,000	30,000	77,813		
17	113,750	23,750	23,750				3,981.25	7,963	7,963	30,000	30,000	73,657		
18	90,000	23,750	23,750				3,150.00	6,300	6,300	30,000	30,000	69,500		
19	66,250	23,750	23,750				2,318.75	4,638	4,638	30,000	30,000	65,345		
20	42,500	23,750	23,750				1,487.50	2,975	2,975	30,000	30,000	61,188		
													IR = \$74,876	

Por último, la comparación de los requerimientos de ingreso nivelado de ambas alternativas muestra que es más económico diferir cinco años la instalación de la nueva planta de bombeo.

## 12.11 Análisis del ingreso requerido en condiciones de inflación\*

Como se vio en el capítulo 8, es frecuente que haya demasiada confusión cuando se considera el efecto de la inflación en los estudios de ingeniería económica, pues la depreciación y otras anualidades en dólares corrientes no son sensibles a ella. También surge esta misma dificultad en relación con el método del ingreso requerido. El ejemplo 12.4 ilustra el tratamiento correcto de la inflación en los estudios del ingreso requerido.

\* Los ejemplos que siguen incluyen la depreciación con el SMRAC en la columna de la “depreciación de impuestos” para ilustrar la situación en que la depreciación en libros y la impositiva son diferentes.

### EJEMPLO 12.4

Ahora se va a volver a resolver el ejemplo 12.1 con una inflación de los gastos anuales del 10% anual, y con la misma tasa de inflación sobre el costo del dinero tomado en préstamo y el rendimiento del capital propio. También se supondrá que el valor de mercado no es sensible a la inflación. Además, los montos estimados para los gastos anuales se expresan en el poder de compra del año cero.

La tabla del ingreso requerido se obtiene con las ecuaciones que se emplearon en el ejemplo 12.1, *excepto* que todas las cantidades del año 0 (constantes) se reemplazan por sus valores ajustados por la inflación equivalentes, y en la columna 3 se incluye la depreciación con el SMRAC (clase de propiedad de tres años en el SGD). En particular, el costo ajustado por la inflación del dinero en préstamo se calcula así:

$$\begin{aligned} i'_p &= (1 + i_p) \cdot (1 + \bar{f}) - 1 \\ &= (1 + 0.05) \cdot (1 + 0.1) - 1 \\ &= 0.155, \end{aligned}$$

y la tasa de capital propio ajustada por la inflación es

$$\begin{aligned} e'_a &= (1 + e_a) \cdot (1 + \bar{f}) - 1 \\ &= (1 + 0.1607) \cdot (1 + 0.1) - 1 \\ &= 0.27677. \end{aligned}$$

En forma similar, los gastos anuales en el año  $k$  son

$$C_k = \$500 \cdot (1 + \bar{f})^k, \quad 1 \leq k \leq 4.$$

Los resultados del análisis del ingreso requerido se sintetizan en la tabla 12.6, y algunos de sus cálculos representativos son los siguientes:

Columna 4:	Rendimiento de la deuda en el año $k$ :	$= \lambda i'_p \cdot \text{INR}_k$
	Rendimiento de la deuda en el año 1	$= (0.3)(0.155)(\$7,500)$
		$= \$348.75;$
Columna 5:	Rendimiento del capital propio en el año $k$ :	$= (1 - \lambda)e'_a \cdot \text{INR}_k$
	Rendimiento del capital propio en el año 1	$= (1 - 0.3)(0.27677)(\$7,500)$
		$= \$1,453.04;$
Columna 6:	Impuesto sobre la renta $ISR_k = [t/(1-t)][(1 - \lambda)e'_a \cdot \text{INR}_k + D_{L_k} - D_{I_k}]$	
	Impuesto sobre la renta en el año 1	$= [0.5/(1-0.5)][(1-0.3)(0.27677)(\$7,500) + \$1,500 - \$2,500] = \$453.$

El costo ajustado por inflación del capital después de impuestos calculado con la ecuación (12.6) es de

$$\begin{aligned} K'_a &= \lambda(1 - t)i'_p + (1 - \lambda)e'_a \\ &= 0.3(1 - 0.5)(0.155) + (1 - 0.3)(0.27677) \\ &= 0.216989 \\ &\cong 21.7\%. \end{aligned}$$

**Tabla 12.6** Solución del ejemplo 12.1 con  $\bar{f} = 10\%$  (ejemplo 12.4)

	(1) Inversión no recuperada	(2) Depreciación en libros	(3) Depreciación de impuestos	(4) Rendimiento sobre el capital de deuda	(5) Rendimiento sobre el capital propio	(6) Impuesto sobre la renta	(7) Gastos anuales	(8) $IR_k = \text{cols.}$ $2 + 4 + 5$ $+ 6 + 7$
Año, $k$								
1	\$7,500	\$1,500	\$2,500	\$319	\$1,153	\$ 453	\$550	\$4,305
2	6,000	1,500	3,334	279	1,162	-671	605	2,875
3	4,500	1,500	1,111	209	872	1,261	666	4,508
4	3,000	1,500	556	140	581	1,525	733	4,479

Así, el ingreso requerido nivelado del proyecto en condiciones de inflación es

$$\begin{aligned}\overline{IR}(K'_s) &= [\$4,305.08 \cdot (P/F, 21.7\%, 1) + \$2,875.11 \cdot (P/F, 21.7\%, 2) \\ &\quad + \$4,507.66 \cdot (P/F, 21.7\%, 3) + \$4,478.69 \cdot (P/F, 21.7\%, 4)] \\ &= \$3,996.43.\end{aligned}$$

## 12.12 Resumen

Como resultado de las características especiales de las compañías de servicios públicos, es frecuente que aquellas que son de propiedad privada tengan garantizada una posición monopolista en su clientela. En contraparte, se espera que dichas entidades satisfagan las demandas de sus consumidores bajo el control de una institución reguladora que actúa en nombre del público.

Se introdujo el método del ingreso requerido como la técnica de evaluación apropiada para los proyectos de servicios públicos. Un principio fundamental que subyace a la regulación de la tarifa que se cobra por los servicios es el hecho de que los ingresos deben generarse tan sólo para cubrir los gastos de la prestación de los mismos y proporcionar un rendimiento justo a los inversionistas.

Las elecciones que resultan recomendables con el método del ingreso requerido son las mismas que las que se obtienen con los métodos convencionales del VP y el VA con una tasa de descuento igual al costo ponderado del capital después de impuestos del servicio.

El método del ingreso requerido es equivalente al análisis después de impuestos con el VP o el VA de alternativas que compiten entre sí. Sólo cambia la perspectiva. Es decir, los métodos del VP y VA evalúan al proyecto desde el punto de vista del accionista, mientras que el método del ingreso requerido se basa el punto de vista del consumidor porque las tarifas son reguladas por representantes del público.

## 12.13 Referencias

- COMMONWEALTH EDISON COMPANY. *Engineering Economics* (Chicago: Commonwealth Edison Company, 1975).
- JEYNES, P. H. *Profitability and Economic Choice* (Ames: Iowa State University Press, 1968).
- MAYER, R. R. "Finding Your Minimum Revenue Requirement", *Industrial Engineering*, vol. 9, núm. 4, abril de 1977, págs. 16-22.
- STOLL, H. G., *Least Cost Electric Utility Planning* (New York: John Wiley & Sons, 1987).
- WARD, T. L. y W. G. SULLIVAN. "Equivalence of the Present Worth and Revenue Requirements Method of Capital Investment Analysis", *AIEE Transactions*, vol. 13, núm. 1, págs. 29-40.

## 12.14 Problemas

Los números entre paréntesis al final de un problema se refieren a la(s) sección(es) del capítulo que se relaciona(n) más de cerca con el problema.

### 12.1.

- a) Describa los tipos de regulación a los que están sujetas las empresas privadas de servicios públicos y no las que sólo son propiedad privada. ¿Por qué es necesaria la regulación? (12.1)
- b) ¿En qué difieren los estudios económicos de una empresa de propiedad pública en comparación con otra de propiedad privada? (12.2)

### 12.2.

- a) ¿Qué ventajas tienen para el público las empresas de servicios públicos? (12.1)
- b) ¿Qué desventajas podría haber para los servicios? (12.1)
- c) ¿Cómo es la regulación de las empresas de servicios públicos que operan sólo dentro de un estado individual en comparación con las que prestan servicios a muchos estados (por ejemplo, compañías telefónicas y de suministro de gas por tubo)? (12.2)

**12.3.** Haga un breve resumen de las características básicas que diferencian a las empresas privadas de servicios públicos de las industrias no reguladas, tales como la del acero, la automotriz y la de productos químicos. (12.3)

**12.4.** ¿Por qué se financia a la mayoría de las compañías de servicios públicos sobre todo con capital en préstamo? ¿Cuáles son las características de esta industria que hacen posible la atracción de grandes montos de capital prestado, y cuáles ventajas (o desventajas) se asocian con tomar dinero en préstamo? (12.2)

**12.5.** Explique por qué es en nombre de los mejores intereses del público que una institución reguladora permite que una empresa de servicios públicos cobre tarifas suficientemente elevadas para generar un rendimiento adecuado de su capital. (12.7)

### 12.6.

- a) En cierto estado, un miembro de la Comisión Reguladora de Empresas de Servicios Públicos afirmó lo siguiente: "Me opondré a todo aumento de tarifas. Sólo me interesan aquellas que los consumidores tienen que pagar hoy." Haga comentarios acerca de los resultados que podrían obtenerse si todos los miembros de la Comisión adoptaran con rigidez esta filosofía. (12.7)

**b)** Comente el siguiente enunciado: "A ninguna compañía que proporcione un servicio exclusivo y necesario, como la energía eléctrica, debería permitírsele obtener utilidades." (12.7)

**12.7.** ¿Existe justificación para que a una empresa privada de servicios públicos, regulada, se le permita incluir en sus tarifas el costo de la publicidad (para estimular al público a que aumente la utilización de su servicio)? (12.7)

*Nota:* Resuelva los problemas restantes utilizando el costo del capital después de impuestos,  $K_a$  o  $(K'_a)$ .

**12.8.** Una compañía telefónica debe elegir entre dos alternativas para contar con ciertas instalaciones que tienen una vida de 10 años y valor de mercado igual a cero. La alternativa A requiere una inversión de capital de \$70,000 y \$3,000 anuales



**12.12.** Una compañía telefónica debe poner en servicio en el año 2002 una unidad de baterías de corriente directa para una nueva región de servicio. La alternativa A requiere una inversión de capital de \$75,000 y sus gastos de operación y mantenimiento son de \$8,000 por año. El valor de mercado para fines impositivos es de cero, al igual que el que se espera que podría obtenerse. Se declara una vida fiscal de cinco años, y con propósitos de impuestos va a emplearse una depreciación con el SMRAC (SGD con una propiedad de cinco años). Sin embargo, para fines de establecer las tarifas (es decir, depreciación en libros) se considerará la depreciación con el método de la línea recta durante siete años.

El costo después de impuestos del capital ( $K'_d$ ) es del 12% anual, con el 40% en préstamo al 8% por año. La tasa efectiva de impuesto sobre la renta es del 40%, y la de la inflación general es del 6% anual. La inflación sólo afecta a los gastos de operación y mantenimiento, y los costos del capital que se dieron incluyen una tolerancia para las presiones inflacionarias previstas en la economía.

Responda las siguientes preguntas para la alternativa A. Asegúrese de mencionar todas las suposiciones que considere apropiadas y necesarias. (12.10)

- a) ¿Cuál es el FEDI en dólares corrientes en el año cinco de la vida útil de esta alternativa?
- b) ¿Cuál es la entrada del *impuesto sobre la renta* en una tabla de IR para el año cinco?

**12.13.** En 2002, el costo de instalación de un transformador nuevo en la OPEC Utility Company es de \$50,000. Los gastos de mantenimiento anual, de los que se espera tengan un escalamiento del 5% anual, son de \$1,500 en dólares de hoy. Se va a usar un periodo de recuperación de cinco años para el SMRAC (SGD), para fines de depreciación fiscal, y la vida esperada del transformador es de ocho años. El VM terminal es despreciable. Para propósitos de establecer la tarifa de VL se usa la depreciación con el método de la línea recta. El capital en préstamo representa el 40% de la capitalización de la compañía, y cuesta el 10% por año antes de impuestos. El rendimiento del capital propio es del 15% anual, aproximadamente. (12.10)

- a) Si la tasa efectiva de impuesto sobre la renta es del 40% para la empresa, calcule el IR en el año tres.
- b) ¿En cuánto se incrementa el IR en el año tres, si para la empresa la tasa efectiva de impuesto sobre la renta es del 50%?

**12.14.** Una compañía de servicio público de electricidad tiene la oportunidad de construir una planta pequeña de generación hidroeléctrica, de 20,000 kW de capacidad, en un arroyo de montaña en el que la corriente es estacional. En consecuencia, la producción de energía sería de sólo 40,000,000 kWh. La inversión de capital sería de \$2,000,000, y se estima que los gastos anuales de mantenimiento y operación serían de \$32,000 durante la vida económica estimada de 30 años. Se cree que la propiedad tendría un valor de mercado de \$200,000 al final del periodo de 30 años. Una alternativa es construir una planta de generación geotérmica, que tendría la misma capacidad anual, con un costo de \$1,600,000. Como la compañía tendría que pagar a los dueños de la propiedad por el vapor geotérmico, el gasto estimado anual por éste y la operación y mantenimiento sería de \$120,000. Puede firmarse un contrato por 30 años para el suministro de vapor, y se cree que éste es un periodo realista de la vida económica de la planta, que en ese momento tendría un valor de mercado casi igual a cero. Los impuestos sobre la propiedad y el seguro de cualquier planta ascenderían al 2% de la inversión de capital por año. La compañía emplea el 40% de capital de préstamo por el que paga el 8.5% de interés anual. Gana un 13% anual después de impuestos sobre el capital total y tiene una tasa efectiva de impuesto sobre la renta del 50%. ¿Cuál desarrollo debería emprenderse? Enuncie todas las suposiciones que haga. (12.8)

**12.15.** Utilice el método del IR para comparar las alternativas A y B del problema 12.8, si la tasa de inflación promedio del mantenimiento es del 6% por año. Suponga que los impuestos sobre la propiedad no son sensibles a la inflación, y ajuste el costo del capital de manera que se tome en cuenta esta última. (12.10)

**12.16.** Una compañía que vende gas natural por tubo está considerando brindar el servicio que se requiere de acuerdo con la demanda actual y el crecimiento que se pronostica en ella para los 18 años siguientes. La alternativa A requiere una inversión inmediata de \$700,000 en propiedades que tienen una vida estimada de 18 años, con valor de mercado terminal del 10% de la inversión de capital. Los gastos anuales serán de \$25,000. Los impuestos sobre la propiedad serán del 2% de la inversión de capital. La alternativa B requiere una inversión inmediata de \$400,000 en propiedades cuya vida estimada es de 18 años, con el 20% de la inversión de capital como el valor de mercado final. Los gastos anuales de operación y

mantenimiento durante los primeros ocho años serán de \$42,000. Después de ocho años, se va a requerir una inversión adicional de \$450,000 en propiedades con vida que se estima en 10 años y valor final de mercado del 50% de la inversión adicional. Después de que se instalen estas propiedades adicionales, los gastos de operación y mantenimiento por año (para los años 9 a 18) de las propiedades combinadas serán de \$72,000.

Los impuestos sobre la propiedad anual serán del 2% de la inversión inicial de capital de la propiedad en servicio en cualquier momento. La comisión reguladora permite un rendimiento que considera justo del 10% anual, sobre el VL depreciado para cubrir el costo del dinero ( $K_a$ ) para la empresa. Suponga que esta tasa de rendimiento va a continuar durante los 18 años. La tasa efectiva de impuesto sobre la renta para la compañía es del 50%. Se empleará depreciación con el método de la línea recta para fines de libros en el establecimiento de tarifas, y con el SMRAC (SGD) para propósitos de impuestos. El periodo de recuperación para el SMRAC es de siete años para todos los activos sujetos a depreciación. La mitad del financiamiento de la compañía es mediante deuda con intereses del 8% anual. Determine cuál es el plan que minimiza los requerimientos anuales equivalentes de ingreso después de tomar en cuenta los impuestos sobre la propiedad y la renta. (12.9)

**12.17.** Una compañía telefónica, al hacer sus pronósticos de los requerimientos de cierta zona para los próximos 30 años, ha determinado que se necesitan de inmediato 600 pares de cables, y para el final del año 15 se requerirá un total de 16,000 pares. Ahora se va a instalar un ducto subterráneo de tamaño suficiente para manejar las necesidades de cable, con un costo de \$10,000. Si ahora se instalaran 1,000 pares de cables, costarían \$30,000. Como alternativa, pueden instalarse de inmediato 600 pares de cable con un costo de \$20,000, e instalar 400 pares adicionales al final del año 15, con un costo que se estima en \$16,000. A causa de la obsolescencia técnica, es política de la empresa considerar que la vida económica de cualquier instalación es de 30 años a partir del momento actual. Para cualquiera de las alternativas, los impuestos anuales sobre la propiedad son del 2% del costo de instalación, y el valor de mercado tanto del ducto como del cable al final del periodo de 30 años, se estima en el 10% del costo de instalación. La compañía utiliza el 40% de capital de préstamo por el que paga el 8% anual. Gana el 12% después de impuestos sobre el capital total y tiene una tasa efectiva de impuesto sobre la renta del 50%. ¿Cuál alternativa recomienda el lector? Suponga que la depreciación para fines impositivos y de libros se calcula con el método de la línea recta durante 15 años para ambas alternativas. (12.9)

# *Análisis probabilista del riesgo*

*Los objetivos de este capítulo son: 1. introducir el uso de conceptos de estadística y probabilidad para tomar decisiones cuando hay riesgo e incertidumbre implicados, 2. ilustrar cómo se aplican en el análisis económico de la ingeniería, y 3. estudiar las consideraciones y limitaciones relacionadas con su aplicación.*

---

## **En este capítulo se estudian los siguientes temas:**

- La distribución de las variables aleatorias
- Las características básicas de las distribuciones de probabilidad
- Evaluación de proyectos con variables aleatorias discretas
- Árboles de probabilidad
- Evaluación de proyectos con variables aleatorias continuas
- Descripción de la simulación con métodos de Monte Carlo
- Simulación con métodos de Monte Carlo por computadora
- Análisis con árboles de decisión

---

### **13.1 Introducción**

En este capítulo se emplean conceptos selectos de estadística y probabilidad para analizar las consecuencias económicas de ciertas situaciones de toma de decisiones que implican riesgo e incertidumbre y requieren conocimientos y datos de ingeniería. En general, se considera que la probabilidad de que ocurra un costo, ingreso, vida útil u otro factor (o de que suceda un valor equivalente o tasa de rendimiento en particular para un flujo de efectivo) es la frecuencia relativa con la que dicho evento (valor) ocurre en el largo plazo, o bien, la medición subjetiva de qué tan posible es que acontezca. Factores como los que se mencionan, que tienen resultados probabilistas, se denominan *variables aleatorias*.

Como se estudió en el capítulo 1, una situación de toma de decisiones, tal como una tarea de diseño, negocio nuevo, proyecto de mejora, o cualquier trabajo similar que requiera conocimientos de ingeniería, tiene una o más alternativas asociadas. Es frecuente que los montos del flujo de efectivo de cada alternativa provengan de la suma, resta, multiplicación o división de variables aleatorias tales como inversiones de capital inicial, gastos de operación, ingresos, cambios en el capital de trabajo y otros factores económicos. En estas circunstancias, las mediciones de la rentabilidad (por ejemplo, valor equivalente y tasa de rendimiento) de los flujos de efectivo también serán variables aleatorias.

Los datos acerca de las variables aleatorias que resultan de utilidad particular en la toma de decisiones son su valor esperado y varianza, en especial para las medidas económicas de las ventajas de las alternativas. Dichas cantidades derivadas para las variables aleatorias se utilizan para volver más explícita la incertidumbre que se asocia con cada alternativa, lo que incluye cualquier probabilidad de pérdida. Así, siempre que se considera a la incertidumbre, es normal que en el proceso de toma de decisiones se emplee la variabilidad de las mediciones económicas del atractivo y la probabilidad de que ocurra una pérdida en asociación con las alternativas.

## 13.2 La distribución de las variables aleatorias

Es costumbre emplear letras mayúsculas tales como  $X$ ,  $Y$  y  $Z$  para representar variables aleatorias, y minúsculas ( $x$ ,  $y$ ,  $z$ ) para denotar los valores particulares que estas adoptan en el espacio muestral (es decir, el conjunto de todos los resultados posibles de cada variable). Cuando se piensa que una variable aleatoria  $X$  sigue cierta distribución de probabilidad *discreta*, su función de distribución de probabilidad por lo general se indica como  $p(x)$ , y su función de distribución acumulada por  $P(x)$ . Cuando se considera que una variable aleatoria sigue una distribución de probabilidad *continua*, su función densidad de probabilidad y su función de distribución acumulada generalmente se indican por  $f(x)$  y  $F(x)$ , respectivamente.

### 13.2.1 Variables aleatorias discretas

Se dice que una variable aleatoria es *discreta* si puede tomar un número contable (finito) máximo de valores ( $x_1, x_2, \dots, x_L$ ). La probabilidad de que una variable aleatoria discreta  $X$  tome un valor  $x_i$  está dado por

$$\Pr\{X = x_i\} = p(x_i), \text{ para } i = 1, 2, \dots, L \quad (i \text{ es un índice secuencial de los valores discretos, } x_i, \text{ que toma la variable}),$$

donde  $p(x_i) \geq 0$  y  $\sum_j p(x_i) = 1$ .

La probabilidad de eventos relacionados con una variable aleatoria se calcula a partir de su función de distribución  $p(x)$ . Por ejemplo, la probabilidad del evento en que el valor de  $X$  esté contenido en el intervalo cerrado  $[a, b]$  está dado por la expresión siguiente (en la que los dos puntos se leen “tal que”)

$$\Pr\{a \leq X \leq b\} = \sum_{i:a \leq x_i \leq b} p(x_i). \quad (13.1)$$

La probabilidad de que el valor de  $X$  sea menor o igual a  $x = h$ , que es la función de distribución acumulada  $P(x)$  para el caso discreto, está dada por

$$\Pr\{X \leq h\} = P(h) = \sum_{x_i \leq h} p(x_i). \quad (13.2)$$

En la mayoría de las aplicaciones prácticas, las variables aleatorias discretas representan datos *contables* tales como la vida útil de un activo medida en años, número de trabajos de mantenimiento realizados por semana, o número de empleados expresado en números enteros positivos.

### 13.2.2 Variables aleatorias continuas

Se dice que una variable aleatoria  $X$  es continua si existe una función no negativa  $f(x)$  tal que para cualquier conjunto de números reales  $[c, d]$ , donde  $c < d$ , la probabilidad del evento de que el valor de  $X$  esté contenido en el conjunto está dada por

$$\Pr\{c \leq X \leq d\} = \int_c^d f(x) dx \quad (13.3)$$

y

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1.$$

Así, la probabilidad de eventos relacionados con la variable aleatoria continua  $X$  se calcula a partir de su función densidad de probabilidad, y la probabilidad de que  $X$  adopte un valor exacto en particular es igual a 0. Asimismo, la probabilidad de que el valor de  $X$  sea menor o igual que uno de  $x = k$ , que es la función de distribución acumulada  $F(x)$  para el caso continuo, está dada por

$$\Pr\{X \leq k\} = F(k) = \int_{-\infty}^k f(x) dx. \quad (13.4)$$

Asimismo, para el caso continuo,

$$\Pr\{c \leq X \leq d\} = \int_c^d f(x) dx = F(d) - F(c). \quad (13.5)$$

En la mayoría de las aplicaciones prácticas, las variables aleatorias continuas representan datos tales como el tiempo, costo e ingreso *medidos* sobre una escala continua. Dependerá de la solución el que el analista decida modelar como discretas o continuas a las variables aleatorias de los estudios de ingeniería económica.

### 13.2.3 Esperanza matemática y momentos estadísticos seleccionados

El valor esperado de una sola variable aleatoria  $X$ ,  $E(X)$ , es un promedio ponderado de los valores distribuidos  $x$  que toma, y también una medida de la localización del centro de la distribución (tendencia central de la variable aleatoria). La  $E(X)$  es el primer momento de la variable aleatoria en relación con el origen, y se llama la *media* (momento central) de la distribución. El valor esperado es

$$E(X) = \left\{ \begin{array}{ll} \sum_i x_i p(x_i) & \text{para } x \text{ discreta e } i = 1, 2, \dots, L \\ \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx & \text{para } x \text{ continua.} \end{array} \right\} \quad (13.6)$$

Si bien  $E(X)$  proporciona una medición de la tendencia central, no mide cómo están agrupados alrededor de la media los valores distribuidos. La *varianza*  $V(X)$ , que es no-negativa, de una sola variable aleatoria  $X$  es una medida del cuadrado de la diferencia entre los valores  $x$  y la media, que es el segundo momento de la variable aleatoria respecto de la media:

$$E\{(X - E(X))^2\} = V(X) = \left\{ \begin{array}{ll} \sum_i [x_i - E(X)]^2 p(x_i) & \text{para } x \text{ discreta} \\ \int_{-\infty}^{\infty} [x - E(X)]^2 f(x) dx & \text{para } x \text{ continua.} \end{array} \right\} \quad (13.7)$$

A partir del desarrollo del binomio  $[X - E(X)]^2$ , se demuestra con facilidad que  $V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$ . Es decir,  $V(X)$  es igual al segundo momento de la variable aleatoria respecto del origen, que es el valor esperado de  $X^2$ , menos el cuadrado de su media. La forma que se usa con frecuencia para calcular la varianza de una variable aleatoria  $X$  es la siguiente:

$$V(X) = \left\{ \begin{array}{ll} \sum_i x_i^2 p(x_i) - [E(X)]^2 & \text{para } x \text{ discreta} \\ \int_{-\infty}^{\infty} x_i^2 f(x) dx - [E(X)]^2 & \text{para } x \text{ continua.} \end{array} \right\} \quad (13.8)$$

La *desviación estándar* de una variable aleatoria,  $DE(X)$ , es la raíz cuadrada positiva de la varianza; es decir,  $DE(X) = [V(X)]^{1/2}$ .

### 13.2.4 Multiplicación de una variable aleatoria por una constante

Una operación común que se realiza sobre una variable aleatoria es multiplicarla por una constante, por ejemplo, el gasto esperado de los trabajos de mantenimiento para un periodo,  $Y = cX$ , si el número de horas de trabajo por periodo ( $X$ ) es una variable aleatoria y el costo por hora de trabajo ( $c$ ) es una constante. Otro ejemplo es el cálculo del VP de un proyecto cuando los montos del flujo de caja antes o después de impuestos,  $F_k$ , son variables aleatorias, y después se multiplica cada uno de ellos por una constante que es el factor ( $P/F, i\%, k$ ), para obtener la cifra de VP.

Cuando se multiplica una variable aleatoria  $X$  por una constante  $c$ , el valor esperado  $E(cX)$  y la varianza  $V(cX)$  son

$$E(cX) = cE(X) = \left\{ \begin{array}{ll} \sum_i c x_i p(x_i) & \text{para } X \text{ discreta} \\ \int_{-\infty}^{\infty} cx f(x) dx & \text{para } X \text{ continua} \end{array} \right\} \quad (13.9)$$

y

$$\begin{aligned} V(cX) &= E([cX - E(cX)]^2) \\ &= E(c^2 X^2 - 2c^2 X \cdot E(X) + c^2 [E(X)]^2) \\ &= c^2 E([X - E(X)]^2) \\ &= c^2 V(X). \end{aligned} \quad (13.10)$$

### 13.2.5 Multiplicación de dos variables aleatorias independientes

Una variable aleatoria que represente un flujo de efectivo, llamémosla  $Z$ , puede resultar del producto de otras dos variables aleatorias,  $Z = XY$ . A veces, se tratan a  $X$  y  $Y$  como variables aleatorias independientes. Por ejemplo, considere el caso de los gastos anuales estimados  $Z = XY$  de una refacción que se suministra en forma repetida durante el año sobre una base competitiva, donde el precio unitario ( $X$ ) y el número de unidades que se usan por año ( $Y$ ) se modelan como variables aleatorias independientes.

Si una variable aleatoria  $Z$  es el producto de dos variables aleatorias independientes  $X$  y  $Y$ , el valor esperado  $E(Z)$  y la varianza  $V(Z)$  son

$$Z = XY$$

$$\begin{aligned} E(Z) &= E(X)E(Y); \\ V(Z) &= E[XY - E(XY)]^2 \\ &= E(X^2 Y^2 - 2XYE(XY) + [E(XY)]^2) \\ &= E(X^2)E(Y^2) - [E(X)E(Y)]^2. \end{aligned} \quad (13.11)$$

Pero la varianza de cualquier variable aleatoria,  $V(RV)$  (del inglés *random variable*), es

$$\begin{aligned} V(RV) &= E[(RV)^2] - [E(RV)]^2, \\ E[(RV)^2] &= V(RV) + [E(RV)]^2. \end{aligned}$$

Entonces,

$$V(Z) = (V(X) + [E(X)]^2)(V(Y) + [E(Y)]^2) - [E(X)]^2[E(Y)]^2$$

o bien,

$$V(Z) = V(X)[E(Y)]^2 + V(Y)[E(X)]^2 + V(X)V(Y). \quad (13.12)$$

### 13.3 Evaluación de proyectos con variables aleatorias discretas

Los conceptos de valor esperado y varianza se aplican en forma teórica a condiciones en el largo plazo en las que se supone que el evento va a ocurrir de manera repetida. Sin embargo, la aplicación de ellos a menudo resulta útil aun cuando las inversiones no vayan a efectuarse repetidamente en el largo plazo. En esta sección se emplean varios ejemplos para ilustrar dichos conceptos con factores económicos selectos que se modelan como variables aleatorias.

#### EJEMPLO 13.1

Ahora se aplicarán los conceptos de valor esperado y varianza al proyecto de la planta pequeña de premezclado de concreto que se estudió en el ejemplo 10.7. Suponga que las probabilidades estimadas de la utilización de varias capacidades son las siguientes:

Capacidad (%)	Probabilidad
50	0.10
65	0.30
75	0.50
90	0.10

Se desea determinar el valor esperado y la varianza del *ingreso anual*. El valor esperado y la varianza del VA del proyecto pueden calcularse posteriormente. Con la obtención de  $E(VA)$  y  $V(VA)$  para la planta de concreto, es posible calcular la rentabilidad promedio del negocio y su incertidumbre. En las tablas 13.1 y 13.2 se presentan los cálculos.

#### SOLUCIÓN

Valor esperado del ingreso anual:  $\sum(A \times B) = \$575,100$ .

Varianza del ingreso anual:  $\sum(A \times C) - (\$575,100)^2 = 6,360 \times 10^6 (\$)^2$ .

**Tabla 13.1** Solución para el ingreso anual (ejemplo 13.1)

$i$	Capacidad (%)	(A) Probabilidad $p(x_i)$	(B) Ingreso <sup>a</sup> $x_i$	(A) $\times$ (B) Ingreso esperado	(C) = (B) <sup>2</sup> $x_i^2$	(A) $\times$ (C)
1	50	0.10	\$105,000	\$10,500	$1.64 \times 10^{11}$	$0.164 \times 10^{11}$
2	65	0.30	526,500	157,950	$2.77 \times 10^{11}$	$0.831 \times 10^{11}$
3	75	0.50	607,500	303,750	$3.69 \times 10^{11}$	$1.845 \times 10^{11}$
4	90	0.10	729,000	72,900	$5.31 \times 10^{11}$	$0.531 \times 10^{11}$
				\$575,100		$3.371 \times 10^{11} (\$)^2$

<sup>a</sup> De la tabla 10.5, con el ingreso por capacidad = 75% adicional.

**Tabla 13.2** Solución para el VA (ejemplo 13.1)

<i>i</i>	Capacidad (%)	(A) p(x <sub>i</sub> )	(B) VA, <sup>a</sup> x <sub>i</sub>	(A) × (B) VA esperado	(C) = (B) <sup>2</sup> (VA) <sup>2</sup>	(A) × (C)
1	50	0.10	-\$25,093	-\$2,509	0.63 × 10 <sup>9</sup>	0.063 × 10 <sup>9</sup>
2	65	0.30	22,136	6,641	0.49 × 10 <sup>9</sup>	0.147 × 10 <sup>9</sup>
3	75	0.50	53,622	26,811	2.88 × 10 <sup>9</sup>	1.440 × 10 <sup>9</sup>
4	90	0.10	100,850	10,085	10.17 × 10 <sup>9</sup>	1.017 × 10 <sup>9</sup>
				\$41,028		2667 × 10 <sup>9</sup> (\$) <sup>2</sup>

<sup>a</sup> De la tabla 10.5, con VA por capacidad = 75% adicional.

$$\text{Valor esperado del VA: } \sum (A \times B) = \$41,028$$

$$\text{Varianza del VA: } \sum (A \times C) - (41,028)^2 = 9,837 \times 10^5 (\$)^2$$

$$\text{Desviación estándar del VA: } \$31,364$$

La desviación estándar del VA, DE(VA), es menor que el valor esperado del VA,  $E(VA)$ , e igual a sólo el 50% de la capacidad de utilización, lo que da como resultado un VA negativo. En consecuencia, con esta información adicional y ante esta disyuntiva, los inversionistas podrían juzgar que el negocio es aceptable.

Existen proyectos, tales como el de la situación de control de inundaciones que se presenta en el ejemplo que sigue, en los que las pérdidas futuras causadas por riesgos naturales o por actividades humanas disminuirán si se incrementa el monto del capital que se invierte. Por ejemplo, los canales de drenaje o las presas que se erigen para controlar flujos de agua podrían construirse en tamaños distintos, que tienen costos diferentes. Si se diseñan y usan en forma correcta, cuanto mayor sea su tamaño, menores serán las pérdidas por daños que ocasiona una inundación. Como cabe esperar, el tamaño más económico brindaría protección suficiente contra la mayoría de inundaciones, aunque es posible anticipar que, eventualmente, algunas de ellas sobrepasarán a las presas y provocarán daños.

### EJEMPLO 13.2

Un canal de drenaje ubicado en cierta comunidad en la que se experimentan inundaciones repentinas tiene capacidad suficiente para conducir 700 pies cúbicos por segundo. Los estudios de ingeniería generan los siguientes datos acerca de la probabilidad de que se rebase una avenida determinada en cualquier año y el costo de aumentar la capacidad de conducción del canal:

Avenida (ft <sup>3</sup> /s)	Probabilidad de que suceda una avenida mayor en cualquier año	Inversión de capital para aumentar la capacidad del canal lo suficiente para manejar esta avenida
700	0.20	—
1,000	0.10	\$20,000
1,300	0.05	30,000
1,600	0.02	44,000
1,900	0.01	60,000

**Tabla 13.3** Costo anual equivalente esperado (ejemplo 13.2)

Avenida (ft <sup>3</sup> /s)	Monto de la recuperación de capital	Daño anual esperado en las propiedades <sup>a</sup>	Costo anual uniforme equivalente total esperado
700	Ninguno	\$20,000(0.20) = \$4,000	\$4,000
1,000	\$20,000(0.0839) = \$1,678	20,000(0.10) = 2,000	3,678
1,300	30,000(0.0839) = 2,517	20,000(0.05) = 1,000	3,517
1,600	44,000(0.0839) = 3,692	20,000(0.02) = 400	4,092
1,900	60,000(0.0839) = 5,094	20,000(0.01) = 200	5,294

<sup>a</sup> Estas cantidades se obtienen al multiplicar \$20,000 por la probabilidad de que ocurra una avenida más grande.

Los registros indican que cuando ocurre una avenida de importancia, el daño a las propiedades es por \$20,000, en promedio. Se cree que esta cantidad sería el costo promedio de los daños siempre que haya una avenida *mayor* que la capacidad del canal. La reconstrucción del canal se financiaría a través de bonos que rinden el 8% de interés anual. Así, se calcula que el monto de la recuperación del capital para el pago de la deuda (el principal del bono más los intereses) sería el 8.39% de la inversión, puesto que  $(A/P, 8\%, 40) = 0.0839$ . Se desea calcular las dimensiones más económicas del canal (capacidad de conducción).

### SOLUCIÓN

El costo anual uniforme equivalente total esperado de la estructura y los daños en las propiedades para todas las capacidades del canal se indican en la tabla 13.3. Estos cálculos muestran que el costo anual uniforme equivalente mínimo esperado se alcanzaría si las dimensiones del canal fueran tales que pudiera conducir 1,300 pies por segundo, con la esperanza de que una avenida más grande tuviera lugar en uno de cada 20 años, en promedio, y ocasionara daños por \$20,000.

Observe que cuando puede haber pérdidas de vidas o daños corporales, como en el ejemplo 13.2, existe gran presión para desechar las consideraciones exclusivamente económicas y construir dichos proyectos en atención a los valores no monetarios asociados con la seguridad de los seres humanos.

El siguiente ejemplo ilustra los mismos principios que los del ejemplo 13.2, excepto que se aplica a alternativas de seguridad respecto de circuitos eléctricos.

### EJEMPLO 13.3

Se están evaluando tres alternativas para la protección de circuitos eléctricos, con las inversiones que se requieren y probabilidades de falla siguientes:

Alternativa	Inversión de capital	Probabilidad de pérdida en cualquier año
A	\$90,000	0.40
B	100,000	0.10
C	160,000	0.01

**Tabla 13.4** Valor anual equivalente esperado (ejemplo 13.3)

Alternativa	Monto de la recuperación de capital = Inversión de capital × $(A / P, 12\%, 8)$	Gasto anual de mantenimiento = Inversión de capital × (0.10)	Costo anual esperado de la falla	Costo anual equivalente total esperado
A	$\$90,000(0.2013) = \$18,117$	\$9,000	$\$94,000(0.10) = \$37,600$	<b>\$64,717</b>
B	$100,000(0.2013) = 20,130$	10,000	$94,000(0.10) = 9,400$	39,530
C	$160,000(0.2013) = 32,208$	16,000	$94,000(0.01) = 940$	49,148

Si ocurriera una falla, tendría un costo de \$80,000 con una probabilidad de 0.65, y \$120,000 con probabilidad de 0.35. Las probabilidades de falla en cualquier año son independientes de las probabilidades asociadas con el costo resultante de una falla si ésta sucediera. Cada alternativa tiene una vida útil de ocho años y carece de valor de mercado estimado en ese momento. La TREMA es del 12% por año, y se espera que los gastos de mantenimiento anuales sean del 10% de la inversión de capital. Se desea determinar cuál es la mejor alternativa con base en los costos anuales totales esperados (tabla 13.4).

### SOLUCIÓN

El valor esperado de una falla, si ocurriera, se calcula como sigue:

$$\$80,000(0.65) + \$120,000(0.35) = \$94,000.$$

Así, la alternativa B resulta ser la mejor, con base en el costo anual uniforme equivalente esperado total, que es un costo promedio a largo plazo. Sin embargo, habría racionalidad si se eligiera la alternativa C para disminuir en forma significativa la posibilidad de que ocurriera una pérdida de \$80,000 o \$120,000 en cualquier año a cambio de un incremento del 24.3% en el costo anual uniforme equivalente total esperado.

En los ejemplos 13.1 a 13.3, el factor de costo o el ingreso se modelaron como si se tratara de variables aleatorias discretas, suponiendo que la vida del proyecto carece de incertidumbre. Otro tipo de situación es aquel en el que las estimaciones de flujo de efectivo se toman como invariables, pero la vida del proyecto se modela como variable aleatoria. Esto se ilustra en el ejemplo 13.4, en el que se emplea un modelo de variable aleatoria discreta para representar la vida del proyecto.

### EJEMPLO 13.4

El sistema de calefacción, ventilación y acondicionamiento de aire (CVAA) de un edificio comercial se ha vuelto ineficiente y falto de confiabilidad. Los ingresos por rentas van a la baja y los gastos anuales del sistema se elevan en forma continua. Los dueños del edificio contrataron a su empresa de ingeniería para 1. realizar un análisis técnico del sistema, 2. desarrollar un diseño preliminar para reconstruirlo y 3. efectuar un análisis económico de ingeniería que ayude a los propietarios a tomar una decisión. En la tabla que sigue se

muestran el costo estimado de la inversión de capital y los ahorros anuales en gastos de operación y mantenimiento, con base en el diseño preliminar. El equipo de marketing del propietario ha desarrollado una estimación del incremento anual en las rentas con un sistema moderno de CVAA que se proporciona en la tabla siguiente. Dicha estimación se considera confiable, pues se apoya en mucha información disponible. Sin embargo, la vida útil del sistema reconstruido es muy incierta. Se cuenta con las probabilidades estimadas de varias vidas útiles. Se supone que la TREMA es igual al 12% anual y que el valor de mercado estimado del sistema reconstruido al final de su vida útil es de cero. Con base en esta información, ¿cuáles son los valores de  $E(VP)$ ,  $V(VP)$  y  $E[(VP)^2]$  de los flujos de efectivo del proyecto? Asimismo, ¿cuál es la probabilidad de que el  $VP \geq 0$ ? ¿Qué decisión tomaría en torno al proyecto y cómo la justificaría de acuerdo con la información disponible?

Factor económico	Estimación	Vida útil, año ( $N$ )	$p(N)$	
Inversión de capital	\$521,000	12	0.1	
Ahorros anuales	48,600	13	0.2	
Incremento en el ingreso anual	31,000	14	0.3	
		15	0.2	
		16	0.1	
		17	0.05	
		18	0.05	
				$\sum = 1.00$

### SOLUCIÓN

El VP de los flujos de efectivo del proyecto, como función de la vida de éste ( $N$ ), es

$$VP(12\%)_N = -\$521,000 + \$79,600(P/A, 12\%, N).$$

En la tabla 13.5 se muestra el cálculo del valor de la  $E(VP) = \$9,984$ , y el de  $E[(VP)^2] = 577.527 \times 10^6 (\$)^2$ . Entonces, según la ecuación (13.8), la varianza del VP es

**Tabla 13.5** Cálculo de la  $E(VP)$  y  $E[(VP)^2]$  (ejemplo 13.4)

(1) Vida útil ( $N$ )	(2) $VP(N)$	(3) $p(N)$	(4) = (2) × (3) $E[VP(N)]$	(5) = (2) <sup>2</sup> $[VP(N)]^2$	(6) = (3) × (5) $p(N)[VP(N)]^2$
12	-27,926	0.1	-2,793	779.86 × 10 <sup>6</sup>	779.86 × 10 <sup>6</sup>
13	-9,689	0.2	-1,938	93.88 × 10 <sup>6</sup>	18.776 × 10 <sup>6</sup>
14	6,605	0.3	1,982	43.63 × 10 <sup>6</sup>	13.089 × 10 <sup>6</sup>
15	21,148	0.2	4,230	447.24 × 10 <sup>6</sup>	89.448 × 10 <sup>6</sup>
16	34,130	0.1	3,413	1,164.86 × 10 <sup>6</sup>	116.486 × 10 <sup>6</sup>
17	45,720	0.05	2,286	2,090.32 × 10 <sup>6</sup>	104.516 × 10 <sup>6</sup>
18	56,076	0.05	2,804	3,144.52 × 10 <sup>6</sup>	157.226 × 10 <sup>6</sup>

$$E(VP) = \$9,984$$

$$E[(VP)^2] = 577.527 \times 10^6 (\$)^2$$

$$\begin{aligned}
 V(\text{VP}) &= E[(\text{VP})^2] - [E(\text{VP})]^2 \\
 &= 577.527 \times 10^6 - (\$9,984)^2 \\
 &= 477.847 \times 10^6 (\$)^2.
 \end{aligned}$$

La DE(VP) es igual a la raíz cuadrada positiva de la varianza,  $V(\text{VP})$ :

$$\begin{aligned}
 \text{DE}(\text{VP}) &= [V(\text{VP})]^{1/2} = (477.847 \times 10^6)^{1/2} \\
 &= \$21,859.
 \end{aligned}$$

Con base en el VP del proyecto como función de  $N$ (columna 2), y la probabilidad de que ocurra cada  $\text{VP}(N)$  (columna 3), la probabilidad de que el  $\text{VP} \geq 0$  es

$$\Pr\{\text{VP} \geq 0\} = 1 - (0.1 + 0.2) = 0.7.$$

Los resultados del análisis de ingeniería económica indican que el proyecto es cuestionable como acción de negocios. La  $E(\text{VP})$  del proyecto es positiva ( $\$9,984$ ), pero relativamente pequeña en relación con la gran inversión de capital. Asimismo, aun cuando la probabilidad de que el VP sea mayor que cero es algo favorable (0.7), el valor de la  $\text{DE}(\text{VP})$  es elevado [más de dos veces el de la  $E(\text{VP})$ ].

### 13.3.1 Árboles de probabilidad

A veces ocurre que los flujos de efectivo tienen una distribución discreta en cada periodo del tiempo. En tal caso, los *diagramas de árbol de probabilidades* son útiles para describir los flujos de efectivo prospectivos y la probabilidad de que suceda cada uno de ellos. El ejemplo 13.5 es un problema de este tipo.

#### EJEMPLO 13.5

En el diagrama de árbol de probabilidades de la figura 13.1 se describen los flujos de efectivo inciertos para un proyecto pequeño de mejora. (Observe que las probabilidades que surgen de cada nodo son iguales a uno.) El periodo de análisis es de dos años, y la TREMA es del 12% anual. Con base en esta información, a) ¿cuáles son los valores de  $E(\text{VP})$ ,  $V(\text{VP})$  y  $\text{DE}(\text{VP})$  del proyecto?, b) ¿cuál es la probabilidad de que el  $\text{VP} \leq 0$ ?, y c) ¿cuál(es) resultado(s) del análisis favorece(n) la aprobación del proyecto y cuál(es) no la favorece(n)?

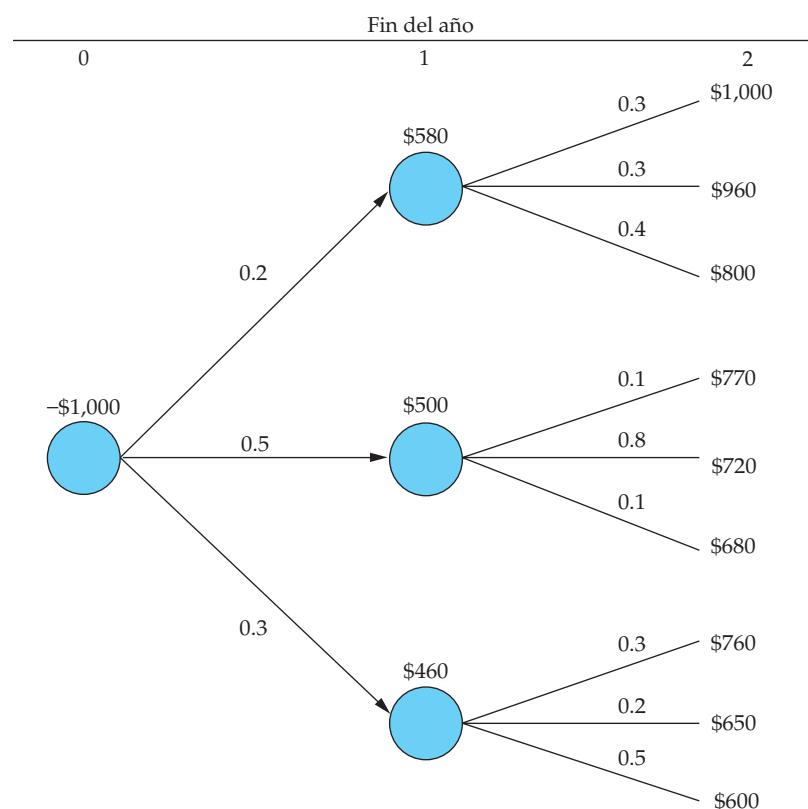
#### SOLUCIÓN

a) El cálculo de los valores de  $E(\text{VP})$  y de  $E[(\text{VP})^2]$  se presenta en la tabla 13.6. En la columna 2,  $\text{VP}_j$  es el VP de la rama  $j$  del diagrama de árbol. La probabilidad de que suceda cada rama,  $p(j)$ , aparece en la columna 3. Por ejemplo, si se procede del nodo de la derecha al de la izquierda para cada flujo de efectivo de la figura 13.1, se tiene que  $p(1) = (0.3)(0.2) = 0.06$ , y  $p(9) = (0.5)(0.3) = 0.15$ . Entonces,

$$E(\text{VP}) = \sum_j (\text{VP}_j) p(j) = \$39.56.$$

**Figura 13.1**

Diagrama de árbol de probabilidades para el ejemplo 13.5

**Tabla 13.6** Cálculo de la  $E(VP)$  y  $E[(VP)^2]$  (ejemplo 13.5)

$j$	(1) Flujo neto de efectivo			(2)	(3)	$(4) = (2) \times (3)$	$(5) = (2)^2$	$(6) = (3) \times (5)$
	0	1	2	$VP_j$	$p(j)$	$E(VP_j)$	$(VP_j)^2$	$E[(VP_j)^2]$
1	-\$1,000	\$580	\$1,000	\$3.15	0.06	\$18.90	99.225\$ <sup>2</sup>	5.953\$ <sup>2</sup>
2	-1,000	580	960	283	0.06	16.99	80.089	4.805
3	-1,000	580	800	156	0.08	12.45	21.336	1.947
4	-1,000	500	770	60	0.05	3.04	3.600	180
5	-1,000	500	720	20	0.40	8.17	400	160
6	-1,000	500	680	-11	0.05	-0.57	121	6
7	-1,000	460	760	17	0.09	1.49	289	26
8	-1,000	460	650	-71	0.06	-4.27	5.044	302
9	-1,000	460	600	-111	0.15	-16.64	12.321	1.848
						$E(VP) = \$39.56$	$E[(VP)^2] = 15,227\$^2$	

Así,

$$\begin{aligned} V(\text{VP}) &= E[(\text{VP})^2] - [E(\text{VP})]^2 \\ &= 15,227 - (\$39.56)^2 \\ &= 13,662(\$)^2, \end{aligned}$$

y

$$\text{DE}(\text{VP}) = [V(\text{VP})]^{1/2} = (13,662)^{1/2} = \$116.88.$$

- b) Con base en las entradas de la columna 2,  $\text{VP}_j$ , y la columna 3,  $p(j)$ , se tiene que

$$\begin{aligned} \Pr\{\text{VP} \leq 0\} &= p(6) + p(8) + p(9) \\ &= 0.05 + 0.06 + 0.15 \\ &= 0.26. \end{aligned}$$

- c) Los resultados del análisis que favorecen la aprobación del proyecto son  $E(\text{VP}) = \$39.56$ , que es mayor que cero sólo por muy poco, y  $\Pr\{\text{VP} > 0\} = 1 - 0.26 = 0.74$ . Sin embargo, la  $\text{DE}(\text{VP}) = \$116.92$  es aproximadamente tres veces el valor de la  $E(\text{VP})$ . Esto indica una variabilidad relativamente elevada de la medición de las ventajas económicas, ( $\text{VP}$ ) del proyecto, lo que por lo general constituye un indicador desfavorable de la aceptabilidad del proyecto.

### 13.3.2 Perspectiva de aplicación

Uno de los mayores problemas para calcular los valores esperados es la determinación de las probabilidades. En muchas situaciones no existe un precedente del negocio en particular. Por lo tanto, es raro que las probabilidades puedan basarse en datos históricos y procedimientos estadísticos rigurosos. En la mayoría de los casos, el analista o la persona que toma la decisión debe formarse un juicio con base en toda la información de que disponga, con la finalidad de estimar las probabilidades. Este hecho hace que algunas personas duden en utilizar el concepto de valor esperado, pues no perciben el valor de aplicar dicha técnica para mejorar la evaluación de la incertidumbre cuando pareciera que hay tanta subjetividad presente.

Aunque este argumento posee fuerza, el hecho es que los estudios de ingeniería económica tienen que ver con eventos futuros sobre los que debe hacerse demasiada estimación. Es más, aunque las probabilidades pudieran basarse con exactitud en la historia del pasado, sería muy raro que hubiera seguridad de que el futuro repetirá al pasado. Entonces, es frecuente que en la práctica se usen métodos estructurados para calcular probabilidades subjetivas.\* Asimismo, incluso cuando se tienen que estimar las probabilidades, el mero proceso de hacerlo requiere que se haga explícita la incertidumbre que es inherente a todas las estimaciones que están presentes en el análisis. Es probable que dicho modo de pensamiento estructurado produzca mejores resultados que poco o nada de reflexión acerca de tales aspectos.

\* Para tener más información, véase W. G. Sullivan y W. W. Claycombe, *Fundamentals of Forecasting* (Reston, VA; Reston Publishing Co., 1977), capítulo 6.

## 13.4 Evaluación de proyectos con variables aleatorias continuas

En la sección 13.1 se estudió el empleo de la varianza de una variable aleatoria y de su valor esperado en la toma de decisiones. De esa manera es posible representar en forma más realista la incertidumbre asociada a cada alternativa. Esto se ilustró en los ejemplos 13.1, 13.4 y 13.5, con la modelación de un factor de ingreso, factor de costo y la vida del proyecto, respectivamente, como variables aleatorias *discretas*. En cada uno de dichos ejemplos, al evaluar el proyecto, se calculó y utilizó el valor esperado y la varianza del valor equivalente del proyecto. Asimismo, en los últimos dos ejemplos se determinó la probabilidad de que el VP fuera mayor o menor que cero.

En esta sección continúa el cálculo matemático de valores esperados y varianzas de factores probabilistas, sólo que ahora se modelan como variables aleatorias *continuas*. En cada ejemplo se hacen suposiciones simplificadoras acerca de la distribución de la variable aleatoria y la relación estadística entre los valores que toma. Cuando la situación es más complicada, como en los problemas que comprenden flujos de efectivo y vidas del proyecto aleatorios, normalmente se utiliza otro procedimiento general que emplea la simulación con métodos de Monte Carlo. Este tema se aborda en la sección 13.5.

A menudo se hacen dos suposiciones acerca de los montos inciertos de flujo de efectivo:

- 1.** que siguen una distribución normal\* y **2.** que son estadísticamente independientes. El fundamento de estas suposiciones es la característica general que tienen muchos flujos de efectivo de que son el resultado de varios factores distintos y numerosos.

La ventaja de usar la independencia estadística como suposición simplificadora, cuando proceda, es que se da por hecho que no hay correlación entre los montos de flujo de efectivo (por ejemplo, las cantidades de flujo neto anual para una alternativa). En consecuencia, si se tiene una combinación lineal de dos o más cifras de flujo de efectivo, por ejemplo  $VP = c_0F_0 + \dots + c_NF_N$ , donde los valores  $c_k$  son coeficientes y los  $F_k$  son flujos netos de efectivo periódicos, y con base en la ecuación (13.10), la expresión de la  $V(VP)$  se reduce a

$$V(VP) = \sum_{k=0}^N c_k^2 V(F_k). \quad (13.13)$$

Y según la ecuación (13.9), se tiene que

$$E(VP) = \sum_{k=0}^N c_k E(F_k). \quad (13.14)$$

### EJEMPLO 13.6

Para las siguientes estimaciones de flujo de efectivo anual, encuentre los valores de  $E(VP)$ ,  $V(VP)$  y  $D(E)(VP)$  del proyecto. Suponga que los montos de flujo de efectivo neto anual tienen

\* Cualquier buen libro de estadística contiene el estudio de esta función continua de probabilidad, la cual aparece con frecuencia. Un ejemplo es el de R. E. Walpole y R. H. Myers, *Probability and Statistics for Engineers and Scientists* (New York: Macmillan Publishing Co., 1989), págs. 139-154.

una distribución en la que los valores esperados y desviaciones estándar están dados y presentan independencia estadística. La TREMA es del 15% anual.

Final del año, $k$	Valor esperado del flujo neto de efectivo, $F_k$	DE del flujo neto de efectivo, $F_k$
0	-\$7,000	0
1	3,500	\$600
2	3,000	500
3	2,800	400

En la figura 13.2 se observa la apariencia gráfica de estos flujos de efectivo que siguen la distribución normal.

### SOLUCIÓN

Con base en la ecuación (13.14), el VP esperado se calcula como sigue, donde  $E(F_k)$  es el flujo neto de efectivo esperado en el año  $k$  ( $0 \leq k \leq N$ ) y  $c_k$  es el factor de VP de un solo pago ( $P/F, 15\%, k$ ):

$$\begin{aligned}
 E(\text{VP}) &= \sum_{k=0}^3 (P/F, 15\%, k) E(F_k) \\
 &= -\$7,000 + \$3,500(P/F, 15\%, 1) + \$3,000(P/F, 15\%, 2) \\
 &\quad + \$2,800(P/F, 15\%, 3) \\
 &= \$153.
 \end{aligned}$$

Para determinar la  $V(\text{VP})$ , se usa la ecuación (13.13). Así,

$$\begin{aligned}
 V(\text{VP}) &= \sum_{k=0}^3 (P/F, 15\%, k)^2 V(F_k) \\
 &= 0^2 1^2 + 600^2 (P/F, 15\%, 1)^2 + 500^2 (P/F, 15\%, 2)^2 \\
 &\quad + 400^2 (P/F, 15\%, 3)^2 \\
 &= 484,324\$\text{s}^2
 \end{aligned}$$

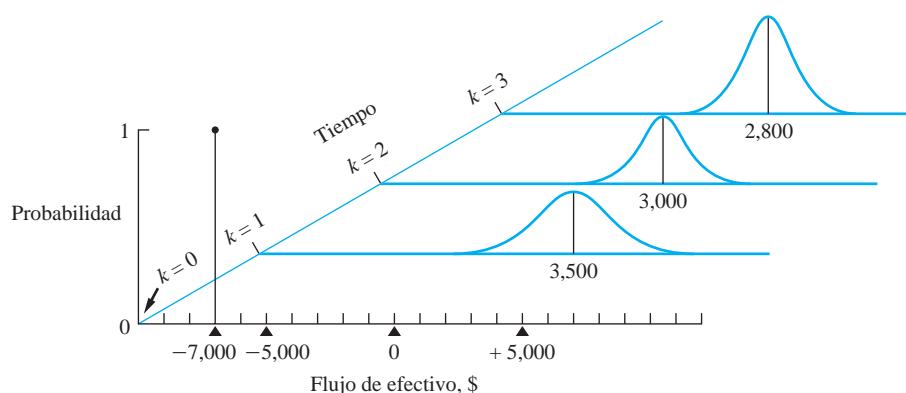


Figura 13.2 Flujos de efectivo probabilistas a lo largo del tiempo (ejemplo 13.6)

y

$$\text{DE(VP)} = [V(\text{VP})]^{1/2} = \$696.$$

Si se supone que una variable aleatoria, por ejemplo el VP de un flujo de efectivo, tiene distribución normal con media  $E(\text{VP})$  y varianza  $V(\text{VP})$ , es factible calcular la probabilidad de eventos relacionados con la ocurrencia de la variable aleatoria. Por ejemplo, es posible mantener esta suposición si se tiene cierto conocimiento de la forma de la distribución de la variable aleatoria, y si es apropiado hacerlo. Asimismo, dicha suposición tiene fundamento si una variable aleatoria, como el valor del VP de un proyecto, es una combinación lineal de otras variables aleatorias independientes (por ejemplo, los montos de flujo de efectivo,  $F_k$ ), sin que importe si se conoce la forma de la distribución (o distribuciones) de probabilidad.\*

### **EJEMPLO 13.7**

Consulte el ejemplo 13.6. Para dicho problema, ¿cuál es la probabilidad de que la TIR de las estimaciones de flujo de efectivo sea menor que la TREMA,  $\Pr\{\text{TIR} < \text{TREMA}\}$ ? Suponga que el VP del proyecto es una variable aleatoria con distribución normal, con media y variancia iguales a los valores que se calcularon en el ejemplo 13.6.

#### **SOLUCIÓN**

Para una función decreciente  $\text{VP}(i)$  que tiene una sola TIR, la probabilidad de que ésta sea menor que la TREMA es la misma que la probabilidad de que el VP sea menor que cero. En consecuencia, con el empleo de los valores de la distribución normal estandarizada que se dan en el apéndice E, es posible calcular la probabilidad de que el VP sea menor que cero.<sup>†</sup>

$$Z = \frac{\text{VP} - E(\text{VP})}{\text{DE(VP)}} = \frac{0 - 153}{696} = -0.22;$$

$$\Pr\{\text{VP} \leq 0\} = \Pr\{Z \leq -0.22\}.$$

A partir del apéndice E, se encuentra que  $\Pr\{Z \leq -0.22\} = 0.4129$ .

\* La base teórica de esta suposición es el Teorema del Límite Central de la estadística. Para un estudio resumido de los fundamentos de ella en condiciones diferentes, consulte a C. S. Park y G. P. Sharpe-Bette, *Advanced Engineering Economics* (New York: John Wiley & Sons, 1990), págs. 420-421.

† Una variable aleatoria  $X$  tiene distribución normal con media  $\mu$  y desviación estándar  $\sigma$ , de acuerdo con la ecuación siguiente:

$$f(X) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\left[\frac{(X-\mu)^2}{2\sigma^2}\right]\right\}.$$

La distribución normal estandarizada  $f(Z)$  de la variable  $Z = (X - \mu)/\sigma$  tiene media igual a 0 y desviación estándar igual a 1.

**EJEMPLO 13.8**

En la tabla adjunta se muestran datos de las estimaciones del flujo de efectivo de un proyecto, para el periodo de estudio de cinco años que va a usarse. Cada monto de flujo neto anual de efectivo  $F_k$  es una combinación lineal de dos variables aleatorias con independencia estadística,  $X_k$  y  $Y_k$ , donde  $X_k$  es un factor de ingresos y  $Y_k$  es un factor de gastos. Los montos de flujo de efectivo  $X_k$  son independientes estadísticamente uno de otro, al igual que los montos  $Y_k$ . Tanto  $X_k$  como  $Y_k$  son variables aleatorias continuas, pero no se conoce la forma de sus distribuciones de probabilidad. La TREMA es del 20% anual. Con base en esta información, *a) ¿cuáles son los valores de  $E(F_k)$ ,  $V(F_k)$  y  $DE(F_k)$  de los flujos de efectivo del proyecto?*, y *b) ¿cuál es la probabilidad de que el VP sea menor que cero, es decir,  $\Pr\{VP \leq 0\}$ , y que el proyecto tenga atractivo económico?*

Fin del año, $k$	Flujo neto de efectivo $F_k = a_k X_k - b_k Y_k$	Valor esperado		Desviación estándar (DE)	
		$X_k$	$Y_k$	$X_k$	$Y_k$
0	$F_0 = X_0 + Y_0$	\$0	-\$100,000	\$0	\$10,000
1	$F_1 = X_1 + Y_1$	60,000	-20,000	4,500	2,000
2	$F_2 = X_2 + 2Y_2$	65,000	-15,000	8,000	1,200
3	$F_3 = 2X_3 + 3Y_3$	40,000	-9,000	3,000	1,000
4	$F_4 = X_4 + 2Y_4$	70,000	-20,000	4,000	2,000
5	$F_5 = 2X_5 + 2Y_5$	55,000	-18,000	4,000	2,300

**SOLUCIÓN**

- a) En la tabla 13.7 se muestran los cálculos de los valores de  $E(F_k)$  y  $V(F_k)$  de los flujos netos anuales de efectivo del proyecto. La  $E(VP)$  se calcula mediante la ecuación (13.4), como sigue:*

**Tabla 13.7** Cálculo de  $E(F_k)$  y  $V(F_k)$  (ejemplo 13.8)

Final del año, $k$	$F_k$	$E(F_k) = a_k E(X_k) + b_k E(Y_k)$	$V(F_k) = a_k^2 V(X_k) + b_k^2 V(Y_k)$
0	$\bar{F}_0$	$\$0 - \$100,000 = -\$100,000$	$0 + (1)^2(10,000)^2 = 100.0 \times 10^6 \$^2$
1	$\bar{F}_1$	$60,000 - 20,000 = 40,000$	$(4,500)^2 + (1)^2 (2,000)^2 = 24.25 \times 10^6$
2	$\bar{F}_2$	$65,000 - 2(15,000) = 35,000$	$(8,000)^2 + (2)^2 (1,200)^2 = 69.76 \times 10^6$
3	$\bar{F}_3$	$2(40,000) - 3(9,000) = 53,000$	$(2)^2(3,000)^2 + (3)^2 (1,000)^2 = 45.0 \times 10^6$
4	$\bar{F}_4$	$70,000 - 2(20,000) = 30,000$	$(4,000)^2 + (2)^2 (2,000)^2 = 32.0 \times 10^6$
5	$\bar{F}_5$	$2(55,000) - 2(18,000) = 74,000$	$(2)^2(4,000)^2 + (2)^2 (2,300)^2 = 85.16 \times 10^6$

$$\begin{aligned}
 E(VP) &= \sum_{k=0}^5 (P/F, 20\%, k) E(F_k) \\
 &= -\$100,000 + \$40,000(P/F, 20\%, 1) + \dots \\
 &\quad + \$74,000(P/F, 20\%, 5) \\
 &= \$32,517.
 \end{aligned}$$

Luego se calcula la  $V(VP)$  con la ecuación (13.13), como sigue:

$$\begin{aligned}
 V(VP) &= \sum_{k=0}^5 (P/F, 20\%, k)^2 V(F_k) \\
 &= 1000 \times 10^6 + (24.25 \times 10^6)(P/F, 20\%, 1)^2 + \dots \\
 &\quad + (85.16 \times 10^6)(P/F, 20\%, 5)^2 \\
 &= 186.75 \times 10^6 (\$)^2.
 \end{aligned}$$

Por último,

$$\begin{aligned}
 DE(VP) &= [V(VP)]^{1/2} \\
 &= [186.75 \times 10^6]^{1/2} \\
 &= \$13,666.
 \end{aligned}$$

- b) El VP del flujo neto de efectivo del proyecto es una combinación lineal de los montos de flujo neto anual de efectivo  $F_k$ , que son variables aleatorias independientes. A su vez, cada una de dichas variables aleatorias es una combinación lineal de las variables aleatorias independientes  $X_k$  y  $Y_k$ . En la tabla 13.7 también se observa que el cálculo de  $V(VP)$  no incluye ningún valor dominante de  $V(F_k)$ . Por lo tanto, se tiene una base razonable para suponer que el VP del flujo neto de efectivo del proyecto tiene una distribución que se aproxima a la normal, con  $E(VP) = \$32,517$  y  $DE(VP) = \$13,666$ .

Con base en esta suposición, se tiene que

$$\begin{aligned}
 Z &= \frac{VP - E(VP)}{DE(VP)} = \frac{0 - \$32,517}{\$13,666} = -2.3794; \\
 \Pr(VP \leq 0) &= \Pr(Z \leq -2.3794).
 \end{aligned}$$

En el apéndice E se encuentra que  $\Pr(Z \leq -2.3794) = 0.0087$ . Por lo tanto, la probabilidad de perder dinero con este proyecto es insignificante. Con base en este resultado, la  $E(VP) > 0$  y la  $DE(VP) = 0.42[E(VP)]$ ; por lo tanto, el proyecto tiene atractivo económico y poco riesgo de fracasar en el aporte de valor para la compañía.

### 13.5 Evaluación de la incertidumbre mediante la simulación con métodos de Monte Carlo\*

El desarrollo moderno de las computadoras y el software correspondiente ha dado lugar a un aumento del uso de la simulación con métodos de Monte Carlo como herramienta de análisis de las incertidumbres de los proyectos. Para problemas difíciles, la simulación de Monte Carlo genera resultados aleatorios provenientes de factores probabilistas, de forma tal que se imita la aleatoriedad inherente al problema original. De esta manera, la solución de un problema muy complejo puede inferirse a partir de dichos resultados aleatorios.

Para efectuar un estudio de simulación, el primer paso es construir un modelo analítico que represente la situación real de toma de decisiones. Esto quizás sea tan simple como desarrollar una ecuación del VP de la propuesta de un robot industrial para una línea de ensamble, o tan complejo como examinar los efectos económicos de propuestas de regulaciones ambientales para las operaciones típicas de refinerías petroleras. El segundo paso es desarrollar una distribución de probabilidad de cada factor de incertidumbre presente en el modelo, a partir de datos subjetivos o históricos. Mediante la distribución de probabilidad de cada cifra con incertidumbre, se generan en forma aleatoria resultados muestrales de ella, y después éstos se utilizan para determinar el resultado de una *salida* del modelo. Al repetir muchas veces este proceso de muestreo, se llega a una distribución de frecuencia de las salidas para una medida deseada de atractivo, por ejemplo el VP o el VA. Luego, la distribución de frecuencia resultante puede emplearse para obtener conclusiones probabilísticas acerca del problema original.

Para ilustrar el procedimiento de simulación con técnicas de Monte Carlo, se supondrá que se ha estimado la distribución de probabilidad de la vida útil de cierta pieza de maquinaria, según se indica en la tabla 13.8. La vida útil se simula con la asignación de números aleatorios a cada valor, de manera que sean proporcionales a las respectivas probabilidades. (Los números aleatorios se seleccionan de manera que cualquiera de ellos tiene igual probabilidad de ocurrencia.) Como en la tabla 13.8 se dan probabilidades con dos dígitos, los números aleatorios pueden asignarse a cada resultado como se muestra en la tabla 13.9. A continuación, se simula un resultado con la elección de un número al azar de la tabla de números aleatorios.<sup>†</sup> Por ejemplo, si se elige cualquier número aleatorio entre

**Tabla 13.8** Distribución de probabilidad para la vida útil

Número de años, $N$	$p(N)$
3	0.20
5	0.40
7	0.25
10	0.15
<b>valores posibles</b>	
	$\sum p(N) = 1.00$

\* Adaptado de W. G. Sullivan y R. Gordon Orr, "Monte Carlo Simulation Analyzes Alternatives in Uncertain Economy", *Industrial Engineering*, vol. 14, núm. 11, noviembre de 1982. Reimpreso con permiso de la publicación *Industrial Engineering*. Copyright Institute of Industrial Engineers, Inc., 25 Technology Park / Atlanta, Norcross, Georgia, 30092-2988.

<sup>†</sup> Si de un directorio se toman al azar números telefónicos, los últimos dos dígitos de ellos por lo general están muy cerca de ser números aleatorios.

**Tabla 13.9** Asignación de números aleatorios

Número de años, $N$	Números aleatorios
3	00-19
5	20-59
7	60-84
10	85-99

**Tabla 13.10** Desviaciones aleatorias normales (DAN)

-1.565	0.690	-1.724	0.705	0.090
0.062	-0.072	0.778	-1.431	0.240
0.183	-1.012	-0.844	-0.227	-0.448
-0.506	2.105	0.983	0.008	0.295
1.613	-0.225	0.111	-0.642	-0.292

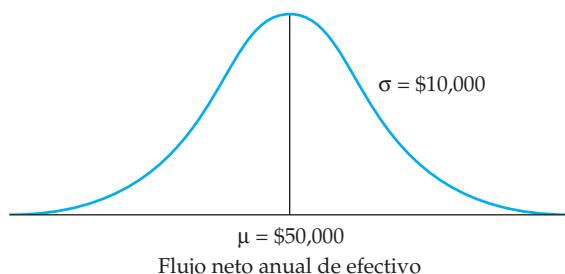
00 y 19 (ambos incluidos), la vida útil es de tres años. Otro ejemplo: el número aleatorio 74 corresponde a una vida de siete años.

Si la distribución de probabilidad que describe una variable aleatoria es *normal*, se sigue un enfoque ligeramente distinto. Aquí, el resultado simulado se basa en la media y la desviación estándar de la distribución de probabilidad, y en una desviación normal aleatoria que es el número aleatorio de desviaciones estándar a la derecha o a la izquierda de la media de una distribución normal estandarizada. En la tabla 13.10 aparece una lista abreviada de desviaciones aleatorias normales típicas. Para variables aleatorias con distribución normal, el resultado simulado se basa en la ecuación (13.15):

$$\text{Valor del resultado} = \text{media} + [\text{desviación aleatoria normal} \times \text{desviación estándar}]. \quad (13.15)$$

Por ejemplo, suponga que un flujo de efectivo neto *anual* tiene distribución normal, con media igual a \$50,000 y desviación estándar de \$10,000, según se ilustra en la figura 13.3.

**Figura 13.3**  
Flujo de efectivo  
anual con distribución  
normal



**Tabla 13.11 Ejemplo del uso de DAN**

Año	DAN	Flujo neto anual de efectivo [\$50,000 + DAN(\$10,000)]
1	0.090	\$50,900
2	0.240	52,400
3	-0.148	45,520
4	0.295	52,950
5	-0.292	47,080

En la tabla 13.11 se listan flujos de efectivo simulados para un periodo de cinco años. Observe que el promedio de ellos es de \$248,850/5, que es igual a \$49,770. Este se approxima a la media conocida de \$50,000, con un error de 0.46%.

Si la distribución de probabilidad que describe un evento aleatorio es *uniforme* y continua, con valor mínimo de  $A$  y máximo de  $B$ , debe seguirse un procedimiento diferente para determinar el resultado simulado. En este caso, el resultado se obtiene mediante la fórmula

$$\text{Resultado de la simulación} = A + \frac{NA}{NA_m}[B - A], \quad (13.16)$$

donde  $NA_m$  es el número aleatorio máximo posible (9, si se emplea un dígito, 99 si dos, etcétera) y  $NA$  es el número aleatorio seleccionado en la realidad. Esta ejecución debe usarse cuando se conozcan el resultado mínimo,  $A$ , y el máximo,  $B$ .

Por ejemplo, suponga que el valor de mercado en el año  $N$  tiene distribución uniforme y continua entre \$8,000 y \$12,000. Un valor de esta variable aleatoria se generaría como sigue, para el número aleatorio 74:

$$\text{Resultado de la simulación} = \$8,000 + \frac{74}{99} (\$12,000 - \$8,000) = \$10,990.$$

El uso apropiado de los procedimientos que se describen, junto con el modelo adecuado, dará como resultado una aproximación del resultado real. Pero, ¿cuántas repeticiones de la simulación se necesitan para obtener una aproximación *exacta* de, por ejemplo, el resultado promedio? En general, cuanto mayor sea el número de experimentos, más exacta será la aproximación a la media y la desviación estándar. Un método de determinar si se ha efectuado un número suficiente de simulaciones es calcular en cada simulación el promedio de los resultados. Al principio, este promedio cambiará mucho de un experimento a otro. La cantidad de cambio entre los promedios sucesivos debería disminuir conforme se incrementa el número de experimentos de simulación. Eventualmente, dicho promedio (acumulado) debería estabilizarse en una aproximación exacta.

### EJEMPLO 13.9

La simulación con técnicas de Monte Carlo también permite simplificar la solución de problemas más complicados. Las siguientes estimaciones se relacionan con un proyecto de ingeniería que está considerando un conocido fabricante de equipos de aire acondicionado. Se han estimado funciones de probabilidad subjetiva para cuatro factores independientes de incertidumbre, según se indica a continuación:

**INVERSIÓN DE CAPITAL** Distribución normal con media de \$50,000 y desviación estándar de \$1,000.

**VIDA ÚTIL** Distribución uniforme continua, con vida útil mínima de 10 años y máxima de 14.

**INGRESO ANUAL**

\$35,000, con probabilidad de 0.4

\$40,000, con probabilidad de 0.5

\$45,000, con probabilidad de 0.1

**GASTOS ANUALES** Distribución normal, con media de \$30,000 y desviación estándar de \$2,000.

La administración de esta empresa desea determinar si será rentable la inversión de capital en el proyecto. La tasa de interés es del 10% por año. Para conocer la respuesta, se hará la simulación del VP del negocio.

### SOLUCIÓN

Con la finalidad de ilustrar el procedimiento de simulación con técnicas de Monte Carlo, se obtuvieron a mano los cinco resultados que se muestran en la tabla 13.12. Con base en esa muestra tan pequeña, la estimación del valor presente promedio es de  $\$19,010/5 = \$3,802$ . Para tener resultados más exactos, son necesarias cientos o incluso miles de repeticiones.

Las aplicaciones de la simulación de Monte Carlo para estudiar la incertidumbre son muy variadas. Sin embargo, hay que recordar que los resultados no pueden ser más exactos que el modelo y las estimaciones de probabilidad que se emplean en ella. En todos los casos, el procedimiento y las reglas son las mismas: estudiar con cuidado el problema y desarrollar el modelo; asignar en forma apropiada las probabilidades que están implicadas; obtener resultados con aleatoriedad verdadera, como se requiere en el procedimiento de simulación de Monte Carlo; y calcular y analizar los resultados. Además, siempre debería usarse un número suficientemente grande de simulaciones para reducir el error de la estimación a un nivel aceptable.

## 13.6 Desarrollo en computadora de la simulación con métodos de Monte Carlo\*

A partir de lo expuesto en la sección anterior, es evidente que la simulación con técnicas de Monte Carlo de un proyecto complejo que requiera miles de experimentos, sólo se lleva a cabo con la ayuda de una computadora. Para ello, existen numerosos programas de simulaciones que es posible obtener de compañías de software y que está disponible en las universidades. Con la finalidad de ilustrar las características computacionales y la salida de un programa de simulación típico, el ejemplo 13.9 se ha desarrollado mediante un pro-

\* La hoja de cálculo MS-Excel<sup>TM</sup> tiene herramientas de simulación que pueden generar números aleatorios para siete distribuciones de probabilidad distintas.

**Tabla 13.12** Simulación de Monte Carlo de un VP que incluye cuatro factores independientes (ejemplo 13.9)

Número de experimento	Desviación aleatoria normal (DAN <sub>1</sub> )	Inversión de capital, $I$ [\$50,000 + DAN <sub>1</sub> (\$1,000)]	Números aleatorios con tres dígitos	Vida del proyecto, $N$ [10 + $\frac{\text{NA}}{999}(14 - 10)$ ]	Vida del proyecto, $N$ (entero más cercano)
1	-1.003	\$48,997	807	13.23	13
2	-0.358	49,642	657	12.63	13
3	+1.294	51,294	488	11.95	12
4	-0.019	49,981	282	11.13	11
5	+0.147	50,147	504	12.02	12
Número aleatorio con un dígito	Ingreso anual, $I$		DAN <sub>2</sub>	Gasto anual, $E$ [\$30,000 + DAN <sub>2</sub> (\$2,000)]	VP = $-I + (R-E)(P/A, 10\%, N)$
1 2	\$35,000 para 0–3 40,000 para 4–8 45,000 para 9				
2 0	35,000		-0.036	\$29,928	-\$12,969
3 4	40,000		+0.605	31,210	-22,720
4 9	45,000		+1.470	32,940	-3,189
5 8	40,000		+1.864	33,728	+23,232
			-1.223	27,554	+34,656
				Total	+\$19,010

grama de cómputo. (En la sección 13.8 se presenta un ejemplo de simulación de Monte Carlo mediante hoja de cálculo.) En la figura 13.4 aparecen las entradas para la computadora y respuestas al usuario (en cajas). En la figura 13.5 se muestran los resultados de la simulación de 3,160 experimentos. (Fue necesario este número de simulaciones para que el VP promedio acumulado se estabilizara con una variación de  $\pm 0.5\%$ .)

El VP promedio es de \$7,759.60, que es mayor que la cifra de \$3,801 que se obtuvo con la tabla 13.12. Esto subraya la importancia de realizar un número suficiente de experimentos de simulación que garantice una exactitud razonable para los estudios de simulación de Monte Carlo.

El histograma de la figura 13.5 indica que la *mediana* del VP de esta inversión es de \$6,700, y que hay una dispersión considerable de los resultados simulados del VP. Una manera de medir dicha dispersión es la desviación estándar de los experimentos de simulación. Con base en la figura 13.5, el 59.5% de los resultados de las simulaciones tienen un VP de \$0 o más. En consecuencia, este proyecto es demasiado riesgoso para que lo emprenda la compañía, pues el riesgo de no obtener al menos el 10% anual como rendimiento de la inversión de capital se presenta en cuatro de cada 10 intentos. Quizá debería considerarse otro proyecto de inversión.

Una aplicación muy común de la simulación tiene lugar en el análisis de varias alternativas mutuamente excluyentes. En tales estudios, ¿cómo se hacen las comparaciones entre las alternativas si tienen distintos valores esperados y desviaciones estándar para el VP, por ejemplo? Un enfoque consiste en seleccionar la alternativa que *minimiza* la probabilidad de obtener un VP que sea menor que cero. Otra respuesta popular a esta pregunta

EL SIGUIENTE PROGRAMA UTILIZA SIMULACIÓN CON TÉCNICAS DE MONTE CARLO APLICADAS A PROBLEMAS DE ANÁLISIS DEL RIESGO EN LA INGENIERÍA ECONÓMICA.

¿USARÁ UNA IMPRESORA REMOTA PARA LAS SALIDAS?  
(S O N) S

INGRESE UN NÚMERO ALEATORIO ENTRE 1 Y 1000. 199

¿CUÁL ES EL NÚMERO MÁXIMO DE ITERACIONES QUE DESEA EFECTUAR? 1000

¿QUÉ TASA DE INTERÉS (EN PORCENTAJE) VA A EMPLEAR? 10

LOS DATOS PARA CADA VARIABLE ALEATORIA QUE INTERVENGA PUEDEN FORMULARSE COMO SIGUE:

1. UN SOLO VALOR O ANUALIDAD
2. UN SOLO VALOR CON GRADIENTE UNIFORME
3. UN SOLO VALOR CON GRADIENTE GEOMÉTRICO
4. DISTRIBUCIÓN DISCRETA
5. DISTRIBUCIÓN UNIFORME
6. DISTRIBUCIÓN NORMAL
7. SERIE DE FLUJOS DE EFECTIVO ANUALES
8. VALOR DE RESCATE QUE DEPENDE DE LA VIDA DEL PROYECTO
9. DISTRIBUCIÓN TRIANGULAR

INFORMACIÓN PARA EL FLUJO DE EFECTIVO INICIAL:

NÚMERO DE IDENTIFICACIÓN DE LA DISTRIBUCIÓN = 6

VALOR DE LA MEDIA = -50000

DESVIACIÓN ESTÁNDAR = 1000

INFORMACIÓN PARA EL FLUJO DE EFECTIVO ANUAL:

ESTE FLUJO DE EFECTIVO PODRÍA CONSISTIR EN CIERTO NUMERO DE ELEMENTOS DIFERENTES QUE SIGUEN DISTRIBUCIONES DISTINTAS.

POR FAVOR, INTRODUZCA LOS DATOS ELEMENTO POR ELEMENTO, Y SE LE SOLICITARÁ INFORMACIÓN ADICIONAL.

NÚMERO DE IDENTIFICACIÓN DE LA DISTRIBUCIÓN = 4

NÚMERO DE VALORES = 3

(continúa)

**Figura 13.4** Ejemplo de simulación de Monte Carlo. Entradas para la computadora y respuestas para el usuario

VALORES DE ENTRADA EN ORDEN ASCENDENTE:

VALOR 1 = 35000  
CON PROBABILIDAD 0.4

VALOR 2 = 40000  
CON PROBABILIDAD 0.5

VALOR 3 = 45000  
CON PROBABILIDAD 0.1

¿EXISTEN DATOS ADICIONALES DE FLUJO DE EFECTIVO ANUAL?  
(S O N) S

NÚMERO DE IDENTIFICACIÓN DE LA DISTRIBUCIÓN = 6

VALOR DE LA MEDIA = -30000

DESVIACIÓN ESTÁNDAR = 2000

¿EXISTEN DATOS ADICIONALES DE FLUJO DE EFECTIVO ANUAL?  
(S O N) N

INFORMACIÓN PARA EL VALOR DE RESCATE:

NÚMERO DE IDENTIFICACIÓN DE LA DISTRIBUCIÓN = 1

VALOR EN EFECTIVO = 0

INFORMACIÓN PARA LA VIDA DEL PROYECTO:

NÚMERO DE IDENTIFICACIÓN DE LA DISTRIBUCIÓN = 5

VALOR MÍNIMO = 10

VALOR MÁXIMO = 14

VALOR ESPERADO DE VALOR PRESENTE = 7759.60

VARIANZA DEL VALOR ESPERADO = 680623960.00

DESVIACIÓN ESTÁNDAR DEL VALOR PRESENTE = 26088.77

PROBABILIDAD DE QUE EL VALOR PRESENTE SEA MAYOR QUE CERO = 0.595

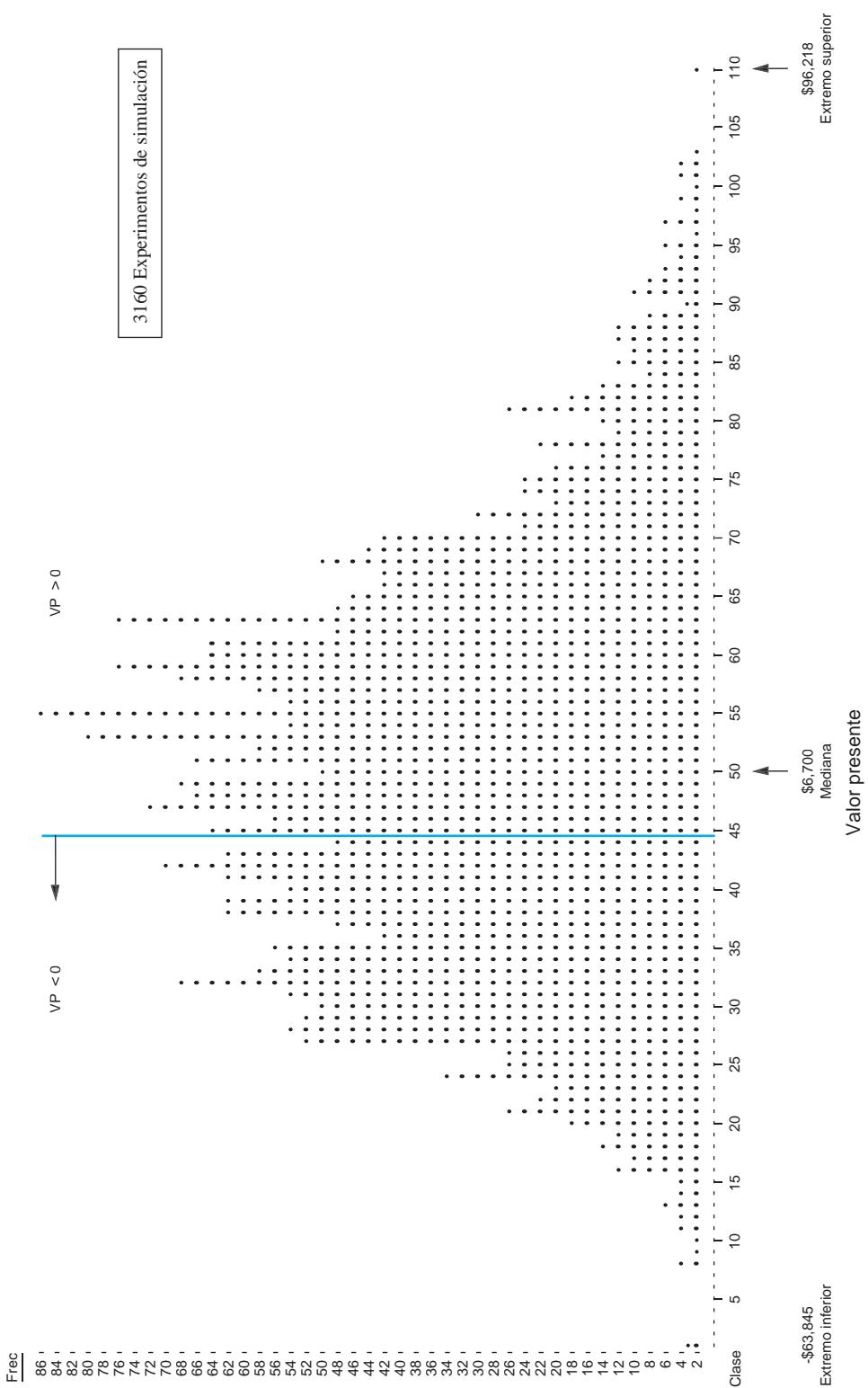
VALOR ESPERADO DEL VALOR ANUAL = 1114.15

VARIANZA DEL VALOR ANUAL = 14611587.00

DESVIACIÓN ESTÁNDAR DEL VALOR ANUAL = 3822.51

PROBABILIDAD DE QUE EL VALOR ANUAL SEA MAYOR QUE CERO = 0.595

**Figura 13.4 (continuación)** Ejemplo de simulación de Monte Carlo. Entradas para la computadora y respuestas para el usuario



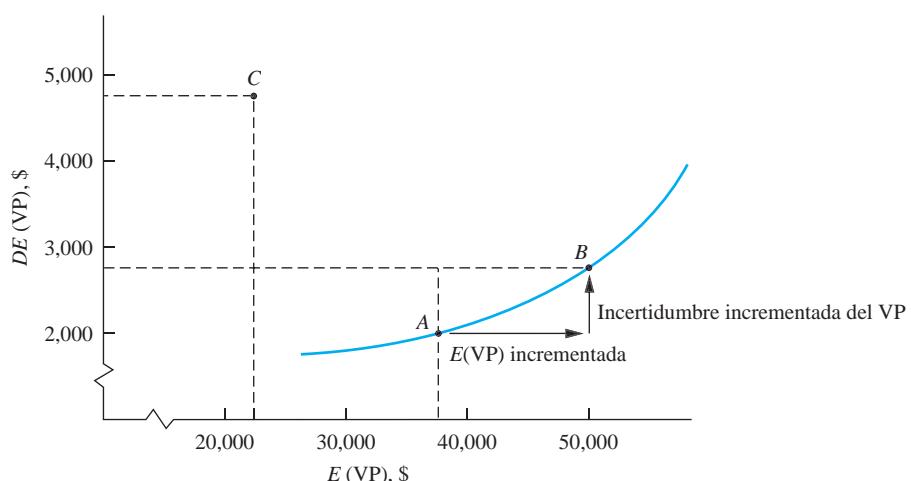
**Figura 13.5** Histograma del  $VP$  para el ejemplo 13.9

**Tabla 13.13 Resultados de la simulación para tres alternativas mutuamente excluyentes**

Alternativa	$E(VP)$	$DE(VP)$	$E(VP) \div DE(VP)$
A	\$37,382	\$1,999	18.70
B	49,117	2,842	17.28
C	21,816	4,784	4.56

utiliza la gráfica del valor esperado (medición de la recompensa) contra la desviación estándar (indicador del riesgo) de cada alternativa. Luego se hace un intento para efectuar negociaciones subjetivas con la selección entre una alternativa y otra, tomadas por pares.

Para ilustrar el concepto anterior, suponga que mediante la simulación de Monte Carlo a través de una computadora, se estudiaron tres alternativas que tienen distintos grados de incertidumbre, cuyos resultados se presentan en la tabla 13.13. Los resultados aparecen graficados en la figura 13.6, en la que es evidente que la alternativa C es inferior a las alternativas A y B a causa de su  $E(VP)$  más pequeña y su desviación estándar más grande. Por lo tanto, la alternativa C ofrece un VP más pequeño ¡que tiene riesgo más alto asociado! Desafortunadamente, la selección entre B y A no está muy clara, ya que el aumento en el VP de B tiene que balancearse contra el aumento en su riesgo. Esta negociación *podría favorecer o desfavorecer a B*, en función de la actitud de la administración acerca de aceptar la incertidumbre más grande que se asocia con la recompensa esperada también mayor. Un procedimiento sencillo para elegir entre A y B es ordenar las alternativas con base en la razón de  $E(VP) \div DE(VP)$ . En este caso, se elegiría la alternativa A porque tiene una razón más favorable (más grande).



**Figura 13.6** Resumen gráfico de los resultados de la simulación en computadora

## 13.7 Árboles de decisión\*

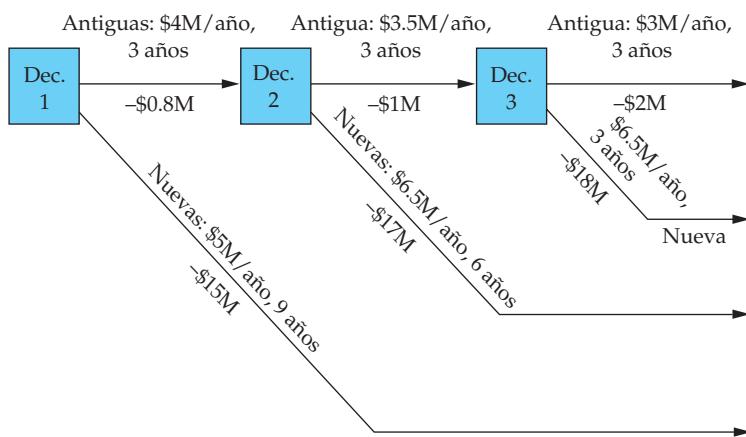
Los árboles de decisión, también conocidos como *redes de flujo de decisiones* y *diagramas de decisión*, son medios poderosos para ilustrar y facilitar el análisis de problemas importantes, en especial aquellos que suponen decisiones secuenciales y resultados que cambian con el tiempo. Los árboles de decisión se emplean en la práctica porque permiten descomponer un problema grande y complicado en una serie de problemas más pequeños y sencillos. Asimismo, permiten el análisis objetivo y la toma de decisiones que incluye la consideración del riesgo y el efecto del futuro.

El nombre de *árbol de decisión* es adecuado porque el diagrama tiene ramas para cada alternativa posible de una decisión dada, y una rama para cada resultado posible (evento) que puede ocurrir en cada alternativa. Tales redes reducen el pensamiento abstracto a un patrón visual lógico de causa y efecto. Cuando hay costos y beneficios asociados con cada rama, y se estiman las probabilidades de cada resultado posible, el análisis de la red de flujo de las decisiones permite aclarar las elecciones y sus riesgos.

### 13.7.1 Ejemplo determinista

La forma más sencilla de árbol de decisión se da cuando se asume que cada alternativa sólo tiene un resultado, es decir, cuando se supone que hay certidumbre. Esta situación se ilustra en la figura 13.7 con un problema de reemplazo. Tal como aparece, el problema refleja que la decisión de reemplazar al defensor (máquina antigua) por una máquina nueva (retador) no se tiene que tomar tan sólo una vez en cierto momento, sino que se presenta en forma periódica. Es decir, si la decisión consiste en conservar la máquina antigua en el punto 1, entonces habrá que tomar otra decisión más tarde, en el punto 2. En forma similar, si se elige la máquina antigua en el punto 2, deberá tomarse otra decisión en el punto tres. Para cada alternativa, arriba de la flecha se muestran el flujo de entrada de efectivo y la duración del proyecto, y por debajo de ella se indica la inversión de capital.

**Figura 13.7**  
Ejemplo de reemplazo  
determinista



\* Adaptado (excepto la sección 13.7.3) de John R. Canada y William G. Sullivan, *Economic and Multiattribute Evaluation of Advanced Manufacturing Systems*, 1989, págs. 341-343, 347. Reimpreso con permiso de Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ.

Para este problema, la pregunta inicial parece ser cuál alternativa elegir en el punto uno de decisión. Pero una elección inteligente en dicho punto implica tomar en cuenta las alternativas posteriores y las decisiones que surgen de ellas. De ese modo, el procedimiento correcto de analizar este tipo de problemas es comenzar con el punto de decisión más distante, determinar la mejor alternativa y su resultado cuantitativo, y después "ir de regreso" a cada punto de decisión precedente, repitiendo el procedimiento hasta que al final se determine la decisión en el punto inicial o presente. Con esta manera de proceder, es posible tomar una decisión actual que considere en forma directa las alternativas y decisiones esperadas en el futuro.

Para simplificar este ejemplo, en un principio se ignoran el tiempo y los resultados monetarios, lo que significa que un dólar tiene el mismo valor sin importar el año que sea. En la tabla 13.14 se muestran los cálculos necesarios y las decisiones con base en un periodo de estudio de nueve años. Observe que el resultado monetario de la mejor alternativa en el punto tres de decisión (\$7.0 M para la *antigua*) se vuelve parte del resultado de la alternativa anterior en el punto de decisión dos. En forma similar, la alternativa que es mejor en el punto dos de decisión (\$22.0 M para la *nueva*) se convierte en parte del resultado para la alternativa del defensor en el punto uno de decisión.

Los cálculos de la tabla 13.14 demuestran que la respuesta es conservar ahora la máquina antigua y planear sustituirla por la nueva después de tres años (en el punto dos de decisión). Pero esto no significa que la máquina antigua deba conservarse necesariamente durante tres años y que al final de ese periodo se compre la nueva sin mayor cuestionamiento. En cualquier momento pueden cambiar las condiciones y hacer que sea necesario un análisis nuevo (tal vez con un árbol de decisión) con base en estimaciones razonables a la luz de las condiciones en ese momento.

**13.7.1.1 Ejemplo determinista que considera el tiempo** En el estudio de árboles de decisión, que implica trabajar del punto de decisión más lejano al más cercano, la manera más fácil de tomar en cuenta el dinero a lo largo del tiempo es usar el enfoque del VP y así *descontar todos los resultados monetarios en los puntos de decisión en cuestión*. Para ilustrar esto, la tabla 13.15 muestra los cálculos para el mismo problema de reemplazo de la figura 13.7, empleando una tasa de interés del 25% anual.

**Tabla 13.14** Resultados monetarios y decisiones en cada punto.  
Ejemplo de reemplazo determinista de la figura 13.7<sup>a</sup>

Punto de decisión	Alternativa	Resultado monetario	Elección
3	{ Antigua Nueva	\$3M(3) – \$2M \$6.5M(3) – \$18M	= <u><u>\$7.0M</u></u> Antigua = <u><u>\$1.5M</u></u>
2	{ Antigua Nueva	\$7M + \$3.5M(3) – \$1M \$6.5M(6) – \$17M	= <u><u>\$16.5M</u></u> = <u><u>\$22.0M</u></u> Nueva
1	{ Antigua Nueva	\$22.0M + \$4M(3) – \$0.8M \$5M(9) – \$15M	= <u><u>\$33.2M</u></u> = <u><u>\$30.0M</u></u> Antigua

<sup>a</sup> Interés = 0% anual, es decir, se ignora el efecto del tiempo en los flujos de efectivo.

**Tabla 13.15** Decisión en cada punto con interés del 25% anual para el ejemplo de reemplazo determinista de la figura 13.7

Punto de decisión	Alternativa	VP del resultado monetario	Elección
3	Antigua	$\$3M(P/A, 3) - \$2M$ $\$3M(1.95) - \$2M$	= <u><u>\$3.85M</u></u>
	Nueva	$\$6.5M(P/A, 3) - \$18M$ $\$6.5M(1.95) - \$18M$	= <u><u>-\$5.33M</u></u>
2	Antigua	$\$3.85M(P/F, 3) + \$3.5M(P/A, 3) - \$1M$ $\$3.85M(0.512) + \$3.5M(1.95) - \$1M$	= <u><u>\$7.79M</u></u>
	Nueva	$\$6.5M(P/A, 6) - \$17M$ $\$6.5M(2.95) - \$17M$	= <u><u>\$2.18M</u></u>
1	Antigua	$\$7.79M(P/F, 3) + \$4M(P/A, 3) - \$0.8M$ $\$7.79M(0.512) + \$4M(1.95) - \$0.8M$	= <u><u>\$10.99M</u></u>
	Nueva	$\$5.0M(P/A, 9) - \$15M$ $\$5.0M(3.46) - \$15M$	= <u><u>\$2.30M</u></u>

Observe en la tabla 13.15 que al tomar en cuenta el efecto del tiempo en el cálculo de los VP en cada punto de decisión, la elección recomendable no sólo es conservar la máquina antigua en el punto uno de decisión, sino también conservarla en los puntos dos y tres. Este resultado no es sorprendente, ya que la tasa de interés tan alta tiende a favorecer las alternativas con menores inversiones de capital, y también tiende a poner menos énfasis en los rendimientos de largo plazo (beneficios).

### 13.7.2 Principios generales de diagramación

En general, el proceso mismo de dibujar un diagrama apropiado es muy útil para comprender el problema y es esencial para corregir los estudios posteriores.

La colocación de los puntos de decisión (nodos) y los nodos de probabilidad de los resultados desde el punto de decisión inicial a la base de cualquier alternativa posterior debe dar una representación exacta de la información de que se dispondrá y de la que no, cuando deba tomarse la decisión representada por el punto de decisión en cuestión. Un diagrama de árbol de decisiones debe contener lo siguiente (por lo general, un cuadrado representa un nodo de decisión, y un círculo es un nodo de incertidumbre):

1. todas las alternativas iniciales e inmediatas entre las cuales desea elegir quien toma la decisión;
2. todos los resultados inciertos y alternativas futuras que quiere tener en cuenta quien decide, ya que afectan en forma directa las consecuencias de las alternativas iniciales;
3. todos los resultados inciertos que desea considerar la persona que decide porque dan información que afecta sus elecciones entre las alternativas y, por esto, influyen de modo indirecto en las consecuencias de las alternativas iniciales.

Observe que las alternativas en cualquier punto de decisión y los resultados en cualquier resultado probabilista deben ser

1. mutuamente excluyentes (es decir, no puede elegirse más de una posibilidad);
2. exhaustivos en forma colectiva (es decir, debe elegirse un evento u ocurrir algo si se alcanza el punto de decisión o de incertidumbre).

### 13.7.3 Árboles de decisión con resultados aleatorios

El problema de reemplazo determinista que se estudió en la sección 13.7.1 introduce el concepto de decisiones secuenciales asumiendo que existe certidumbre para los resultados de las alternativas. Sin embargo, es frecuente que un problema de ingeniería que requiere decisiones secuenciales incluya resultados aleatorios, y los árboles de decisión son muy útiles al estructurar este tipo de situación. El diagrama de árbol de decisiones ayuda a que el problema quede explícito y auxilia en su análisis. En los ejemplos 13.10 a 13.12 se ilustra lo anterior.

#### EJEMPLO 13.10

La corporación Ajax fabrica compresores para sistemas comerciales de aire acondicionado. Se está evaluando un diseño nuevo de compresor como reemplazo potencial para la unidad de uso más frecuente. El diseño nuevo incluye cambios importantes que tienen la ventaja esperada de una eficiencia de operación mejor. Desde la perspectiva de un usuario típico, el compresor nuevo (como componente del ensamblaje en un sistema de aire acondicionado) tendría una incremento en la inversión de \$8,600 en relación con la unidad presente, y un ahorro en los gastos anuales que depende del grado en que se alcancen las metas del diseño para las operaciones actuales.

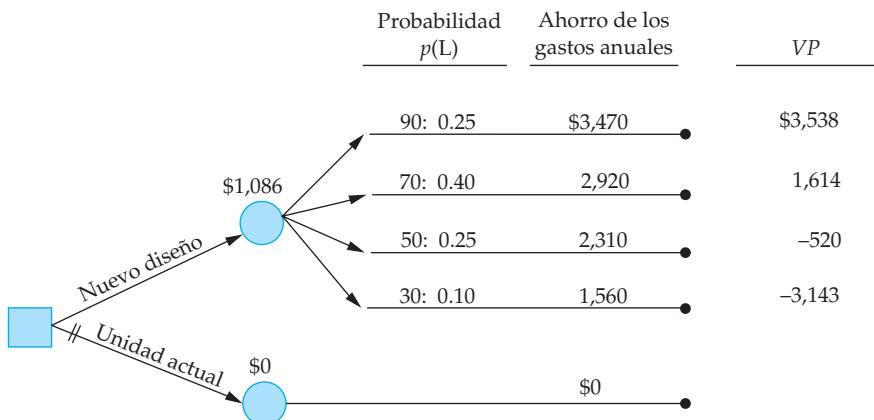
Las estimaciones que ha realizado el equipo multidisciplinario de diseño del compresor nuevo para cuatro niveles (porcentajes) de la meta de eficiencia del diseño y sus probabilidades, y para el ahorro en el gasto anual para cada nivel son las siguientes:

Nivel (porcentaje) en que se alcanza la meta de diseño (%)	Probabilidad $p(L)$	Ahorro en el gasto anual
90	0.25	\$3,470
70	0.40	2,920
50	0.25	2,310
30	0.10	1,560

Con base en un análisis antes de impuestos (con TREMA del 18% anual, periodo de análisis de 6 años y valor de mercado igual a cero) y la  $E(VP)$  como el criterio de decisión, ¿es preferible desde el punto de vista económico el diseño del compresor nuevo por sobre la unidad actual?

#### SOLUCIÓN

En la figura 13.8 se aprecia el diagrama de árbol de decisiones de una sola etapa para las alternativas de diseño. Los VP asociados con cada uno de los niveles de logro de eficiencia del diseño que se consiguen son los siguientes:



**Figura 13.8** Árbol de decisiones de una etapa (ejemplo 13.10)

$$VP(18\%)_{90} = -\$8,600 + \$3,470(P/A, 18\%, 6) = \$3,538$$

$$VP(18\%)_{70} = -\$8,600 + \$2,920(P/A, 18\%, 6) = \$1,614$$

$$VP(18\%)_{50} = -\$8,600 + \$2,310(P/A, 18\%, 6) = -\$520$$

$$VP(18\%)_{30} = -\$8,600 + \$1,560(P/A, 18\%, 6) = -\$3,143$$

Con base en estos valores, la  $E(VP)$  de cada unidad instalada del compresor nuevo es la siguiente:

$$\begin{aligned} E(VP) &= 0.25(\$3,538) + 0.40(\$1,614) + 0.25(-\$520) + 0.10(-\$3,143) \\ &= \$1,086 \end{aligned}$$

La  $E(VP)$  de la unidad actual es igual a cero, toda vez que las estimaciones de flujo de efectivo para el diseño nuevo son cantidades incrementales relativas al diseño presente. Por lo tanto, el análisis indica que, desde el punto de vista económico, el diseño nuevo es preferible sobre el diseño presente. (En el diagrama, las líneas paralelas que cruzan la trayectoria de la unidad actual indican que ésta no se seleccionó.)

**13.7.3.1 Valor esperado de la información perfecta (VEIP)** Las estimaciones de probabilidad de alcanzar las metas de eficiencia del diseño,  $p(L)$ , que desarrolló el equipo de diseño del ejemplo 13.10, reflejan la incertidumbre acerca del rendimiento futuro de la operación del compresor nuevo. Estas probabilidades se basan en la información presente y son anteriores a la obtención de datos adicionales provenientes de pruebas.

Si se obtuvieran más datos de prueba para reducir la incertidumbre, se incurría en costos adicionales. Por lo tanto, estos costos adicionales deben balancearse contra el valor de reducir la incertidumbre. Es obvio que si se dispusiera de información perfecta sobre la eficiencia futura de operación del compresor nuevo, toda incertidumbre desaparecería y

podría tomarse una decisión óptima entre la unidad actual y el diseño nuevo. Aun si la información perfecta no es asequible, su valor esperado indica la cantidad máxima (límite superior) que podría estarse dispuesto a pagar por información adicional.

### EJEMPLO 13.11

Consulte el ejemplo 13.10. ¿Cuál es el VEIP acerca del rendimiento futuro de la operación del compresor nuevo para el usuario típico de un sistema de aire acondicionado?

#### SOLUCIÓN

Es posible calcular el VEIP si se compara la decisión óptima basada en información perfecta con la decisión original del ejemplo 13.10, con la finalidad de seleccionar el compresor nuevo. Esta comparación se muestra en la tabla 13.16. Con base en ella, el VEIP para el usuario típico de una unidad es:

$$\text{VEIP} = \$1,530 - \$1,086 = \$444.$$

**13.7.3.2 El uso de información adicional para reducir la incertidumbre** La solución del ejemplo 13.11 demuestra que existe cierto valor potencial que se obtiene a partir de información adicional proveniente de pruebas del rendimiento operativo del compresor nuevo. Desde el punto de vista del usuario típico de una unidad nueva *versus* la unidad actual, el valor estimado máximo de información adicional es de \$444.

Los miembros del equipo de administración de la corporación Ajax se enfocan mucho en el cliente y desean rebasar las expectativas que tienen los consumidores en el rendimiento de sus productos. Entonces, piden al equipo de diseño que estime el valor de los datos que podrían obtenerse a partir de una prueba adicional exhaustiva de los prototipos del compresor nuevo. La información que aportaría la prueba no sería perfecta, porque no puede determinar con exactitud el rendimiento operativo de largo plazo del nuevo diseño

**Tabla 13.16** Valor esperado de la información perfecta (ejemplo 13.11)

Nivel (%) en que se alcanza la meta de diseño	Probabilidad $p(L)$	Decisión con información perfecta		Decisión anterior (nuevo diseño)
		Decisión	Resultado	
90	0.25	Nuevo	\$3,538	\$3,538
70	0.40	Nuevo	1,614	1,614
50	0.25	Actual	0	-520
30	0.10	Actual	0	-\$3,143
		Valor esperado:	\$1,530	\$1,086

para las aplicaciones de diferentes clientes. Sin embargo, la información imperfecta de la prueba podría reducir la incertidumbre y merecer el costo adicional de su obtención.

*Podemos evaluar el valor de la información adicional antes de obtenerla sólo si es posible estimar la confiabilidad del experimento por realizar.* Por lo tanto, el equipo de diseño se enfoca en la confiabilidad de información adicional de pruebas para predecir el rendimiento futuro de la operación del compresor nuevo. En el ejemplo 13.12 se estudian las estimaciones que desarrolló el equipo de diseño, las *probabilidades revisadas* que se calcularon para el logro de la meta de los niveles de eficiencia del diseño, y el valor de información adicional de las pruebas desde la perspectiva del usuario.

### EJEMPLO 13.12

Consulte los ejemplos 13.10 y 13.11. Los miembros del equipo de diseño tienen confianza en que los datos que provienen de una prueba adicional exhaustiva con prototipos del compresor van a aclarar si el rendimiento futuro de la operación será favorable (si se alcanza el 60% o más de la meta de diseño) o no (si no se logra el 60% de la meta de diseño). Con base en la obtención de estos resultados a partir de la prueba y por medio del empleo de datos actuales de ingeniería en poder de la corporación Ajax, el equipo de diseño desarrolló las siguientes estimaciones de la *probabilidad condicional*:

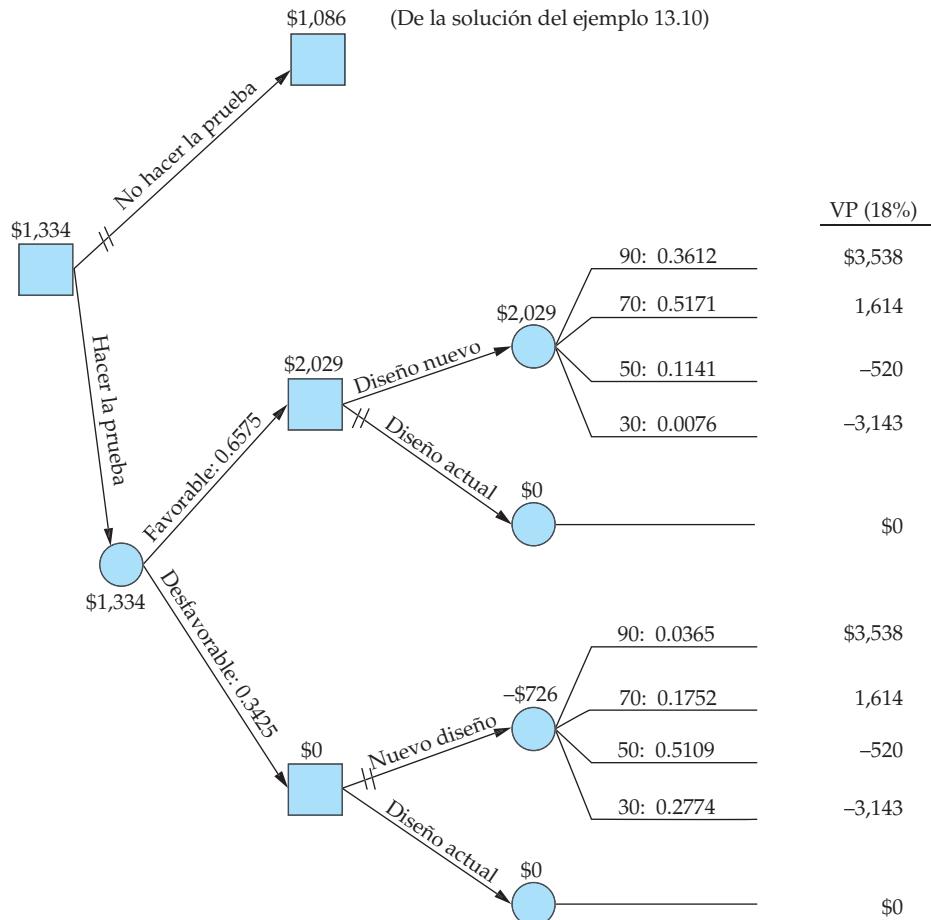
Resultado de la prueba exhaustiva	Probabilidades condicionales de los resultados de la prueba dado el nivel (%) que se alcanza de la meta de diseño			
	90	70	50	30
Favorable (F)	0.95	0.85	0.30	0.05
Desfavorable (D)	0.05	0.15	0.70	0.95
Suma:	1.00	1.00	1.00	1.00

Por ejemplo, si el rendimiento futuro de la operación del compresor nuevo es el 90% de la meta de diseño, se estima que la probabilidad condicional de que la prueba exhaustiva resulte favorable es de 0.95, y la probabilidad condicional de que la prueba resulte desfavorable es de 0.05. Es decir,  $p(F|90)=0.95$ , y  $p(D|90)=0.05$ , donde el símbolo | significa “dado”.

Con base en estas probabilidades condicionales (estimaciones de la confiabilidad de los resultados de la prueba) y la elección de realizar la prueba o no, *a*) calcule las probabilidades revisadas de los cuatro niveles de la meta de eficiencia del diseño que se alcanzan, y *b*) estime el valor de realizar la prueba exhaustiva para el usuario típico de una unidad de compresión nueva.

### SOLUCIÓN

- a)* En la figura 13.9 se presenta el diagrama de árbol de decisión de dos etapas, que incluye una decisión adicional acerca de si se realiza la prueba. Para calcular las probabilidades revisadas, es necesario determinar las probabilidades conjuntas de cada nivel de la meta de eficiencia del diseño que se alcanza y de cada resultado que se obtiene de la prueba, así como la probabilidad marginal de cada resultado de ésta. Dichas proba-



**Figura 13.9** Árbol de decisiones de dos etapas (ejemplo 13.12)

bilidades se indican en la tabla 13.17. Por ejemplo, las probabilidades conjuntas de que se alcance el 90% de la meta de diseño y de que ocurra cada resultado de la prueba se calculan como sigue:

$$p(90, F) = p(F | 90) \cdot p(90) = (0.95)(0.25) = 0.2375;$$

$$p(90, NF) = p(NF | 90) \cdot p(90) = (0.05)(0.25) = 0.0125.$$

Las seis probabilidades conjuntas restantes se determinan en forma similar. La suma de las probabilidades conjuntas para los cuatro niveles de la meta de diseño proporciona la probabilidad marginal de que suceda cada resultado de la prueba. Esto equivale a decir que  $p(F) = 0.6575$  y  $p(D) = 0.3425$ . De manera similar, las sumas de las probabilidades conjuntas de los resultados de la prueba son las probabilidades marginales de alcanzar los nuevos niveles de eficiencia de la meta de diseño [y son iguales que las probabilidades anteriores,  $p(L)$ , del ejemplo 13.10]. En la figura 13.9 también se señalan las probabilidades revisadas de cada nivel que se alcanza de la meta de diseño, con base en la tabla 13.17, [por ejemplo,  $p(90) = p(90, F)/p(F) = 0.2375/0.6575 = 0.3612$ ].

**Tabla 13.17** Probabilidades conjuntas y marginales (ejemplo 13.12)

Nivel (%) que se alcanza de la meta de diseño	Probabilidades conjuntas		Probabilidades marginales, $p(L)$
	Favorable (F)	Desfavorable (D)	
90	0.2375	0.0125	0.25
70	0.3400	0.0600	0.40
50	0.0750	0.1750	0.25
30	0.0050	0.0950	0.10
Probabilidades marginales del resultado de la prueba:	0.6575	0.3425	1.00 (Suma)

- b) El valor estimado (para el usuario típico de una unidad nueva de compresión) de efectuar la prueba exhaustiva adicional se calcula utilizando los datos que aparecen en la figura 13.9. Si comenzamos por el lado derecho de la figura 13.9 y trabajamos hacia la izquierda, podemos calcular la  $E(VP)$  del nuevo diseño tanto para el resultado favorable (\$2,029) como para el desfavorable (-\$726). Con base en estos resultados, las selecciones en los dos nodos de decisión son la alternativa del diseño nuevo para un resultado favorable de la prueba, y la del diseño actual para uno desfavorable, respectivamente.

Según estas selecciones de alternativas de diseño en los dos nodos de decisión, la  $E(VP)$  en el nodo de incertidumbre para la opción de “hacer la prueba” es de \$1,334. El valor esperado de la prueba exhaustiva, antes de que se considere el costo adicional, es de  $\$1,334 - \$1,086 = \$248$ , donde \$1,086 es la  $E(VP)$  del diseño nuevo sin información adicional de la prueba (ejemplo 13.10).

El equipo de administración de la corporación Ajax utilizó esta información para ayudar a tomar la decisión final respecto de la prueba exhaustiva adicional del diseño nuevo del compresor. Como el costo total estimado de la prueba fue menor que el valor esperado para el usuario típico de una unidad (\$248) por el número estimado de unidades para venderse en un año, y por su fuerte enfoque en el cliente, la dirección decidió realizar la prueba adicional.

## 13.8 Aplicaciones en hoja de cálculo

Al principio de este capítulo, se estudió la manera en que la simulación de Monte Carlo permite simplificar el análisis de problemas relativamente complejos. Para reducir el error de estimación, se recomienda realizar un número grande de experimentos (varios miles de ellos). Si esto tuviera que realizarse con cálculos hechos a mano sería una tarea gigantesca. En esta sección se presenta un modelo de hoja de cálculo para la simulación de Monte Carlo.

En el núcleo de la simulación de Monte Carlo se encuentra la generación de números aleatorios. La mayoría de paquetes de hojas de cálculo incluyen una función =ALEATORIO() que genera un número aleatorio entre cero y uno. Otras funciones estadísticas avanzadas, tales como =DISTR.NORM.INV(), producen el inverso de una función de distribución acumulada (en este caso, la distribución normal estándar). Esta función se emplea para generar valores aleatorios con distribución normal. El modelo de hoja de cálculo

que se muestra en la figura 13.10 utiliza estas funciones con la finalidad de realizar una simulación de Monte Carlo del proyecto que se evaluó en el ejemplo 13.9.

En el modelo de hoja de cálculo se incluyen las funciones probabilistas para los cuatro factores de incertidumbre independientes. La inversión de capital que se requiere y los gastos anuales tienen distribución normal con las medias y desviaciones estándar que se indican. Se espera que la vida del proyecto tenga distribución uniforme entre 10 y 14 años. Para los ingresos anuales, se ha compilado una distribución discreta de probabilidad. La distribución de probabilidad acumulada asociada (que se muestra en la columna I, renglones 4 a 6) se calculó por medio del modelo de hoja de cálculo.

Los valores normales aleatorios se generan en la columna B y en la H para calcular los valores que adoptan en cada experimento la inversión de capital y los gastos anuales. En la columna D se genera un número aleatorio con distribución uniforme para obtener la vida del proyecto. El experimento de generar la vida del proyecto utiliza la función ROUND(redondear) para producir valores enteros. Para obtener los ingresos anuales se genera un segundo número aleatorio con distribución uniforme. El número aleatorio se compara con la función de distribución acumulada para los ingresos anuales, y el valor apropiado se coloca en la columna G. El valor presente de cada experimento se calcula en la columna J.

La figura 13.10 muestra sólo 10 experimentos. El valor presente promedio de dichos experimentos resultó ser de \$6,164. Pueden efectuarse más experimentos con sólo copiar bloques de celdas. El valor presente promedio que se encontró mediante este modelo de hoja de cálculo para más de 1000 experimentos fue de \$7,949 (que está muy cerca del valor esperado del valor presente). En la tabla que sigue se proporcionan las fórmulas para las celdas que se resaltan en la figura 13.10.

Celda	Contenido
I5	=I4 + H5
B11	=DISTR.NORM.INV(ALEATORIO())
C11	=(\$D\$3 + \$E\$3 * B11)
D11	=ALEATORIO()
E11	=REDONDEAR(\$D\$7 + D11(\$E\$7 - \$D\$7))
F11	=ALEATORIO()
G11	=SI(F11 <= I\$4, G\$4, SI(F11 <= I\$5, G\$5, G\$6))
H11	=DIST.NORMAL.INV(ALEATORIO())
I11	=(\$D\$4 + \$E\$4 * H11)
J11	=-C11 - VP(\$B\$1, E11, G11 - I11)
J22	=PROMEDIO(J11 : J20)

## 13.9 Resumen

La ingeniería económica implica tomar decisiones entre usos que compiten entre sí por recursos escasos de capital. Por lo general, las consecuencias de las decisiones que se adoptan se extienden hasta un futuro lejano. En este capítulo se presentaron varios conceptos estadísticos y de probabilidad dirigidos al hecho de que nunca pueden conocerse con certidumbre las consecuencias (flujos de efectivo, vidas de proyecto, etcétera) de las alternativas de ingeniería, incluyendo las técnicas de simulación de Monte Carlo por computadora y los árboles de decisión. Los flujos de entrada y salida de efectivo, así como la vida del proyecto, se modelaron como variables aleatorias discretas y continuas. Se analizó el impacto que produce la incertidumbre en las medidas de rendimiento económico de una

B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	10%							
2								
3	Inversión de capital							
4	Gastos anuales							
5								
6								
7	Vida del proyecto							
8								
9	Inversión de capital	NA uniforme	Vida del proyecto	NA uniforme	NA uniforme	Ingresos anuales	Gastos anuales	
10	DAN1	[0,1]	14	0.315	35,000	+0.268	30536	VP
11	+0.346	50346	0.912	14	0.413	-1.397	27206	\$17,461
12	-0.453	49547	0.213	11	0.146	-0.382	29236	\$33,551
13	-1.092	48908	0.992	14	0.898	-0.807	28386	\$6,446
14	+0.064	50064	0.688	13	0.212	35,000	29684	\$32,434
15	-0.983	49017	0.638	13	0.477	12	29622	\$11,256
16	-1.274	48726	0.477	12	0.895	40,000	-0.189	\$21,986
17	+1.083	51083	0.157	11	0.766	40,000	+0.003	\$13,829
18	-0.535	49465	0.771	13	0.239	35,000	+0.513	31026
19	-0.167	49833	0.488	12	0.470	40,000	+1.168	\$21,236
20	+0.499	50499	0.073	10	0.982	45,000	-1.061	\$2,387
21								\$54,708
22							Promedio	\$6,164

Figura 13.10 Modelo de hoja de cálculo para la simulación con técnicas de Monte Carlo

alternativa. Se incluyeron en dicho estudio varias consideraciones y limitaciones relacionadas con el uso en la práctica de dichos métodos.

Es lamentable que no haya una respuesta rápida y fácil a la pregunta “¿Cuál es el mejor modo de tomar en cuenta la incertidumbre en las evaluaciones de ingeniería económica?” Por lo general, los procedimientos sencillos (como el análisis de punto de equilibrio y el análisis de sensibilidad, que se estudiaron en el capítulo 10) permiten hacer cierta discriminación entre las alternativas sobre la base de las incertidumbres existentes; además, su aplicación es relativamente barata. Una mayor discriminación entre las alternativas es posible si se emplean procedimientos más complicados que utilizan conceptos de probabilidad. Sin embargo, dichos procedimientos son más difíciles de aplicar y requieren más tiempo y dinero.

### 13.10 Referencias

- BONINI, C. P. “Risk Evaluation of Investment Projects”, OMEGA, vol. 3, núm. 6, 1975, págs. 735-750.
- HERTZ, D. B. y H. THOMAS. *Risk Analysis and Its Applications* (New York: John Wiley & Sons, 1983).
- HILLIER, F. S. *The Evaluation of Risky Interrelated Investments* (Amsterdam: North-Holland, 1969).
- HULL, J. C. *The Evaluation of Risk in Business Investment* (New York: Pergamon Press, 1980).
- MAGEE, J. F. “Decision Trees for Decision Making”, *Harvard Business Review*, vol. 42, núm. 4, julio-agosto de 1964, págs. 126-138.
- PARK, C. S. y SHARPE-BETTE. *Advanced Engineering Economics*. (New York: John Wiley & Sons, 1990).
- ROSE, L. M. *Engineering Investment Decisions: Planning Under Uncertainty*. (Amsterdam: Elsevier, 1976).
- WALPOLE, R. E. y R. H. MYERS. *Probability and Statistics for Engineers*, 4a. ed. (New York: Macmillan Publishing Company, 1989).

### 13.11 Problemas

Los números entre paréntesis al final de un problema se refieren a la(s) sección(es) del capítulo que se relaciona(n) más de cerca con el problema.

**13.1.** Suponga que los beneficios estimados anuales netos de un proyecto durante cada uno de los años de su vida tienen las siguientes probabilidades de ocurrir:

Beneficios netos anuales (BNA)	$p(BNA)$
\$2,000	0.40
3,000	0.50
4,000	0.10

Es seguro que la vida sea de tres años y la inversión inicial de capital es de \$7,000, con valor de rescate despreciable. La TREMA es del 15% anual. Determine la  $E(VP)$  y la probabilidad de que el VP sea mayor o igual que cero [es decir,  $Pr(VP \geq 0)$ ]. (13.3)

**13.2.** Va a construirse un puente como parte de una carretera nueva. Un estudio demostró que la densidad de tráfico en ella justificaría un puente de dos carriles en el momento presente. En virtud de la incertidumbre que existe acerca del uso futuro de la carretera, se está estudiando el momento en que se requerirían dos carriles más. Las probabilidades que se estiman de tener que ampliar en el futuro el puente a cuatro carriles son las siguientes:

Ampliar el puente	Probabilidad
3 años	0.1
4 años	0.2
5 años	0.3
6 años	0.4

El costo presente estimado del puente de dos carriles es de \$2,000,000. Si se construyera hoy, el puente de cuatro carriles costaría \$3,500,000. El costo futuro de ampliar el puente de dos carriles sería de \$2,000,000 adicionales más \$250,000 por cada año que se posponga la ampliación. Si el dinero puede dar un rendimiento del 12% anual, ¿cuál sería la recomendación de usted? (13.3)

**13.3.** Para el problema 13.2, realice un análisis para determinar qué tan sensible es a la tasa de interés la decisión de construir un puente de cuatro carriles hoy *versus* la de construirlo en dos etapas. Una tasa de interés del 15% anual, ¿revertiría la decisión inicial? ¿A qué tasa de interés sería preferible construir hoy el puente de dos carriles? (13.3)

**13.4.** En un proyecto de construcción, hay incertidumbre acerca de la cantidad de concreto que debe colarse la semana próxima. Un analista estimó las siguientes probabilidades:

Cantidad (yardas cúbicas)	Probabilidad
1,000	0.1
1,200	0.3
1,300	0.3
1,500	0.2
2,000	0.1

Determine el valor esperado (monto) del concreto que debe colarse la semana próxima. Asimismo, calcule la varianza y desviación estándar de la cantidad de concreto por colar. (13.3)

**13.5.** Considere las dos variables aleatorias  $P$  y  $Q$  que se dan en la tabla siguiente:

Precio, $P$	$p(P)$	Cantidad vendida, $Q$	$p(Q)$
\$6	$\frac{1}{3}$	10	$\frac{1}{3}$
5	$\frac{1}{3}$	15	$\frac{1}{3}$
4	$\frac{1}{3}$	20	$\frac{1}{3}$

Suponga que  $P$  y  $Q$  son independientes. ¿Cuáles son los valores de la media, varianza y desviación estándar de la distribución de probabilidad del ingreso? (13.3)

**13.6.** Se planea construir una presa pequeña para un río tributario propenso a suscitar inundaciones frecuentes. De experiencias anteriores, se conocen las probabilidades de que el flujo del agua exceda la capacidad de diseño de la presa durante un año, así como los costos relevantes asociados, lo que se presenta a continuación:

	Probabilidad de que haya un flujo de agua mayor en un año	Inversión de capital
A	0.100	\$180,000
B	0.050	195,000
C	0.025	208,000
D	0.013	214,000
E	0.006	224,000

Los daños que se estima ocurrirían si el flujo de agua excediera la capacidad de diseño son de \$150,000, \$160,000, \$175,000, \$190,000 y \$210,000, para los diseños A, B, C, D y E, respectivamente. Se espera que la vida de la presa sea de 50 años, con valor de mercado insignificante. Determine cuál diseño es el que conviene implantar para una tasa de interés del 8% por año. ¿Cuáles consideraciones no monetarias podrían ser importantes para la selección? (13.3)

**13.7.** Se necesita un generador diesel para proporcionar energía auxiliar en caso de que se interrumpe la fuente principal de ella. Están disponibles varios diseños de generador, y los más caros tienden a tener confiabilidades más elevadas en la generación de energía. En la tabla P13.7 se presentan las estimaciones de confiabilidad, costos de la inversión de capital, gastos de operación y mantenimiento, valor de mercado y de los daños que ocasionaría una falla total de la energía (es decir, si el generador detiene su operación) para las tres alternativas. Si la vida de cada generador es de 10 años y la TREMA del 10% anual, ¿qué generador debería seleccionarse si se supone una falla importante al año en la generación de energía? ¿Cambiaría la selección si se supusieran dos fallas de importancia por año (los gastos de operación y mantenimiento permanecen igual)? (13.3)

**13.8.** El propietario de un centro de esquí piensa instalar un funicular nuevo, que costaría \$900,000. Los gastos de operación y mantenimiento del funicular se estiman en \$1,500 por día de operación. El Servicio Meteorológico de Estados Unidos estima que existe un 60% de probabilidad de que haya 80 días con clima propicio para la práctica del esquí por año, 30% de que haya

**Tabla P13.7** Tres diseños de generador, para el problema P13.7

Alternativa	Inversión de capital	Gastos anuales de O&M	Confiabilidad	Costo de que falle la energía	Valor de mercado
R	\$200,000	\$5,000	0.96	\$400,000	\$40,000
S	170,000	7,000	0.95	400,000	25,000
T	214,000	4,000	0.98	400,000	38,000

100 días al año, y 10% de que se presenten esas condiciones 120 días en un año. Los operadores del centro de esquí estiman que durante los primeros 80 días con nieve apropiada de una temporada, en promedio 500 personas usarán el funicular por día, con tarifa de \$10 por cada una. Si hubiera otros 20 días propicios, sólo 400 personas al día usarían el equipo durante el periodo extendido, y si hubiera 20 días más aptos para esquiar, sólo 300 personas emplearían el funicular en ese lapso. Los propietarios desean recuperar en cinco años cualquier capital que inviertan, y tener una tasa de rendimiento de por lo menos el 25% anual antes de impuestos. Con base en un análisis antes de impuestos, ¿debería instalarse el funicular? (13.3)

**13.9.** Consulte el problema 13.8. Suponga que se modifica lo siguiente: el periodo de estudio es de ocho años; el funicular se depreciará con el uso del SMRAC con el Sistema Alternativo de Depreciación (SAD); el periodo de recuperación del SAD es de siete años; la TREMA es del 15% anual (después de impuestos); y la tasa efectiva de impuesto sobre la renta ( $i$ ) es del 40%. Con base en la información anterior, ¿cuál es la  $E(VP)$  y la  $DE(VP)$  del FEDI? Interprete los resultados del análisis y haga las recomendaciones pertinentes acerca de la instalación del funicular. (13.3)

**13.10.** Un proyecto de conservación de energía está en evaluación. En la tabla que sigue se presentan las probabilidades estimadas para cada nivel de rendimiento y los ahorros estimados antes de impuestos durante el primer año:

Nivel de rendimiento ( $L$ )	$p(L)$	Ahorros en los costos (primer año; antes de impuestos)
1	0.15	\$22,500
2	0.25	35,000
3	0.35	44,200
4	0.25	59,800

Suponga lo siguiente:

- Inversión de capital inicial: \$100,000 [80% está constituido por propiedades sujetas a depreciación, y el resto (20%) son costos que pueden gastarse de inmediato para fines de impuestos].

• Se usa el SAD con el SMRAC. El periodo de recuperación del SAD es de cuatro años.

• Se estima que los ahorros antes de impuestos se incrementarán un 6% por año después del primer año.

•  $TREMA_{DI} = 12\%$  anual; el periodo de análisis es de cinco años;  $VM_5 = 0$ .

• La tasa efectiva de impuesto sobre la renta es del 40%.

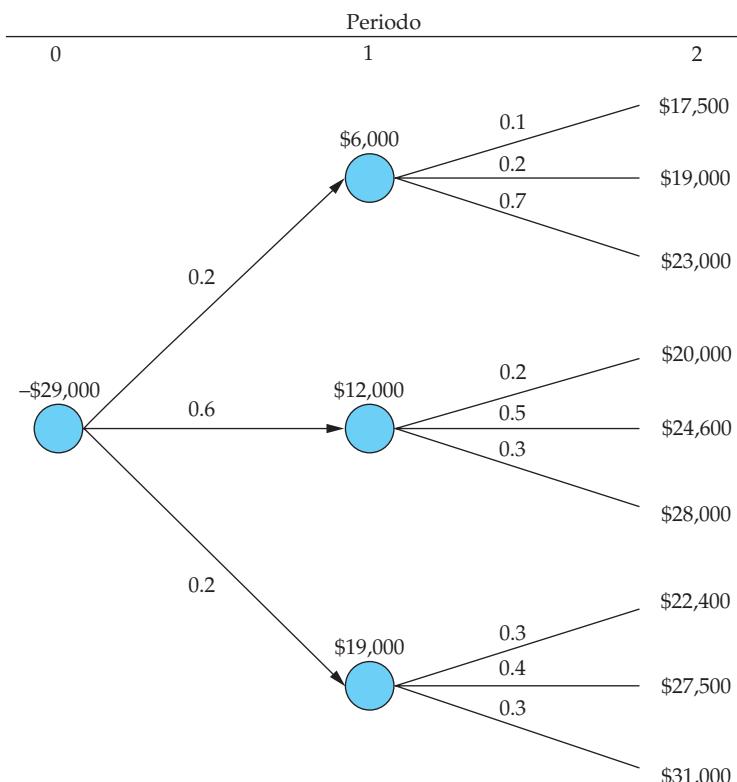
Con base en la  $E(VP)$  y un análisis después de impuestos diga si debería implantarse el proyecto. (13.3)

**13.11.** Se está considerando la compra de una pieza nueva de un equipo de medición electrónica que se usa en un proceso continuo de conformación de metal. Si este equipo se comprara, el costo de capital sería de \$418,000, y los ahorros se estiman en \$148,000 por año. La vida útil del equipo es incierta para esta aplicación. En la tabla adjunta se muestran las probabilidades que se estiman para las diversas vidas útiles que podrían ocurrir. Suponga que la TREMA es del 15% anual antes de impuestos, y que el valor de mercado al final de su vida útil es igual a cero. Con base en un análisis antes de impuestos *a)* ¿cuáles son los valores de  $E(VP)$ ,  $V(VP)$  y  $DE(VP)$  que se asocian con la compra del equipo?, y *b)* ¿cuál es la probabilidad de que el VP sea menor que cero? Haga una recomendación y explique su fundamento lógico con base en los resultados del análisis. (capítulo 8 y 13.3)

Vida útil, años ( $N$ )	$p(N)$
3	0.1
4	0.1
5	0.2
6	0.3
7	0.2
8	0.1

**13.12.** El diagrama de árbol que aparece en la figura P13.12 describe los flujos de efectivo inciertos

**Figura P13.12**  
Diagrama de árbol de probabilidades para el problema P13.12



de un proyecto de ingeniería. El periodo de análisis es de dos años, y la TREMA es del 15% anual. Con base en esta información, a) ¿cuáles son los valores de la  $E(VP)$ ,  $V(VP)$  y  $DE(VP)$  del proyecto?, y b) ¿cuál es la probabilidad de que  $VP \geq 0$ ? (13.3)

**13.13.** Un proyecto potencial tiene una inversión inicial de capital de \$100,000. Se estima que los ingresos anuales menos los gastos arrojan \$40,000 (A\$) en el primer año, y que se incrementan a razón del 6.48% por año. Sin embargo, la vida útil del equipo principal es incierta, según se muestra en la tabla que sigue:

Vida útil, años ( $N$ )	$p(N)$
1	0.03
2	0.10
3	0.30
4	0.30
5	0.17
6	0.10

(Suponga que  $i_c = \text{TREMA} = 15\%$  por año, y que  $f = 4\%$  anual.) Con base en esta información, a) ¿cuáles son los valores de  $E(VP)$  y  $DE(VP)$  de este proyecto?, b) ¿cuál es la  $\Pr\{VP \geq 0\}$ ?, y c) ¿cuál es la  $E(VA)$  en R\$? ¿Considera usted que el proyecto es económicamente aceptable, cuestionable o inaceptable, y por qué? (capítulo 8, 13.3)

**13.14.** La propuesta de un negocio tiene una inversión inicial de capital de \$80,000, los ingresos anuales menos los gastos dan \$30,000, y hay incertidumbre en su vida útil, como se indica a continuación:

$N$	Probabilidad de $N$
1	0.05
2	0.15
3	0.20
4	0.30
5	0.20
6	0.05
7	0.05

Determine el valor de  $E(VP)$  y  $DE(VP)$  de esta inversión, si la TREMA es del 20% anual. Asimismo, ¿cuál es la  $\Pr\{VP \leq 0\}$  (13.3)

**13.15.** Suponga que una variable aleatoria (por ejemplo, valor de mercado de cierta pieza de equipo) tiene distribución normal, con media igual a \$175 y varianza de  $25^2$ . ¿Cuál es la probabilidad de que el valor de mercado real sea *por lo menos* \$171? (13.4)

**13.16.** El VA del proyecto R-2 tiene distribución normal, con media de \$1,500 y varianza de  $810,000(\$)^2$ . Determine la probabilidad de que el VA de este proyecto sea menor de \$1,700. (13.4)

**13.17.** Para las estimaciones siguientes de flujo de efectivo, determine la  $E(VP)$  y la  $V(VP)$ . Asimismo, encuentre la probabilidad de que el VP exceda de \$0. Los flujos de efectivo tienen distribución normal e independencia estadística, y la TREMA es del 12% por año. (13.4)

Fin del año, $k$	Valor esperado del flujo de efectivo	Desviación estándar del flujo de efectivo
0	-\$14,000	0
1	6,000	\$800
2	4,000	400
3	4,000	400
4	8,000	1,000

**13.18.** El uso de tres estimaciones (que aquí se definen como  $A = \text{alta}$ ,  $B = \text{baja}$  y  $M = \text{más probable}$ ) para las variables aleatorias es una técnica práctica para modelar la incertidumbre en ciertos estudios de ingeniería económica. Suponga que la media y varianza de la variable aleatoria,  $X_k$ , en esta situación se estiman mediante  $E(X_k) =$

$(1/6)(A+4M+B)$ , y  $V(X_k) = [(A-B)/6]^2$ . En la tabla P13.18 aparecen los datos de flujo neto de efectivo estimado para una de las alternativas que se asocian con el proyecto.

Se supone que las variables aleatorias,  $X_k$ , tienen independencia estadística, y la TREMA aplicable es del 15% por año. Con base en esta información, a) ¿cuáles son los valores de media y varianza del VP, b) ¿cuál es la probabilidad de que  $VP \geq 0$ ? (haga todas las suposiciones que necesite), y c) ¿se trata de la misma probabilidad de que la TIR sea aceptable? Explique. (13.4)

**13.19.** Considere que en el problema 13.8, además de que hay incertidumbre en el número de días al año que son propicios para esquiar, la vida útil del negocio *también* es incierta, de acuerdo con lo siguiente:

Vida útil, años ( $N$ )	$p(N)$
4	0.2
5	0.6
6	0.2

Por último, el valor de mercado (VM) del funicular es función de la vida del negocio, según la relación:

$$VM = \$10,000(7-N)$$

- a) Construya una tabla y use técnicas de simulación de Monte Carlo para determinar cinco resultados de experimentos del VA del negocio antes de impuestos. Recuerde que la TREMA es del 25% anual.  
 b) Con base en los resultados de su simulación, ¿debe instalarse el funicular? Haga todas las suposiciones que requiera. (13.5, 13.6)

**Tabla P13.18** Estimaciones para el problema P13.18

Fin del año, $k$	Flujo neto de efectivo	Tres puntos de estimación para $X_k$		
		B	M	A
0	$\bar{x}_0 = X_0$	-\$38,000	-\$41,000	-\$45,000
1	$\bar{x}_1 = 2X_1$	-1,900	-2,200	-2,550
2	$\bar{x}_2 = X_2$	9,800	10,600	11,400
3	$\bar{x}_3 = 4X_3$	5,600	6,100	6,400
4	$\bar{x}_4 = 5X_4$	4,600	4,800	5,100
5	$\bar{x}_5 = X_5$	16,500	17,300	18,300

**Tabla P13.20** Estimaciones del equipo para el problema P13.20

Factor	Valor esperado	Tipo de distribución de probabilidad
Inversión de capital	\$150,000	Conocida con certeza
Valor de mercado	\$2,000( $13-N$ )	Normal, $\sigma = \$500$
Ahorros anuales	\$70,000	Normal, $\sigma = \$4,000$
Gastos anuales	\$43,000	Normal, $\sigma = \$2,000$
Vida útil, $N$	13 años	Uniforme en [8, 18]
TREMA	8% anual	Conocida con certeza

**13.20.** Consideré las estimaciones de una pieza nueva de equipo de manufactura que se listan en la tabla P13.20. (13.5, 13.6)

- a) Construya una tabla y simule cinco experimentos del VP del equipo.
- b) Calcule la media de los cinco experimentos y haga una recomendación acerca de si debe comprarse el equipo.

**13.21.** Se dispone de los resultados de una simulación para dos alternativas mutuamente excluyentes. Se corrió en una computadora un gran número de experimentos, con los resultados que se muestran en la figura P13.21.

Analice los aspectos que pueden surgir cuando se trate de decidir entre estas dos alternativas. (13.5, 13.6)

**13.22.** Si ocurriera una avalancha de lodo provocada por lluvias intensas, costaría al condado de Sabinio \$1,000,000 por la pérdida de ingresos sobre la propiedad. En cualquier año dado la probabilidad de que suceda una avalancha de importancia es de 1 en 100.

Un ingeniero civil propuso construir un drenaje en una montaña en la que son probables las avalanchas. El drenaje reduciría casi a cero la probabilidad de que sucediera una. La inversión de

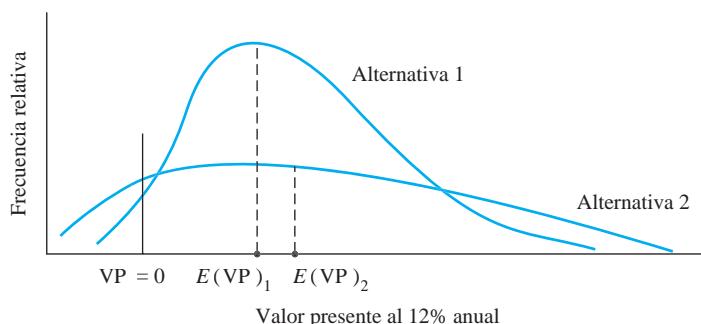
capital sería de \$50,000, y los gastos de mantenimiento anual serían de \$2,000 en el primer año, con un incremento del 5% anual a partir de entonces.

Si se espera que la vida del drenaje sea de 20 años y el costo del capital para el condado de Sabinio es del 7% anual, ¿debería construirse el drenaje? (13.3)

**13.23.** Una compañía está considerando un proyecto de ingeniería para cierta mejora con resultados inciertos. Las mejores estimaciones en el presente, que incluyen probabilidades *a priori* del éxito, son las siguientes:

Categoría de éxito	Probabilidad de éxito	Beneficios netos anuales
A	0.35	\$200,000
B	0.35	100,000
C	0.30	20,000

Los beneficios netos anuales estimados están relacionados con las operaciones actuales. Suponga que la inversión inicial en el proyecto es de \$280,000; los impuestos no se consideran; la TREMA (antes de impuestos) es del 15% anual; y a

**Figura P13.21** Resultados de la simulación para el problema P13.21

este tipo de proyecto se aplica un periodo de análisis de seis años.

En virtud de los resultados inciertos, el gerente responsable ha ordenado que se evalúe una prueba experimental potencial, antes de considerar con más profundidad el proyecto. La confiabilidad de la prueba experimental es la que sigue:

Resultado de la prueba	Probabilidades condicionales del resultado de la prueba dada la categoría de éxito		
	A	B	C
Bueno (B)	0.90	0.25	0.05
Muy deficiente (D)	0.10	0.75	0.95
Suma:	1.0	1.0	1.0

Con base en el análisis de un árbol de decisión y la  $E(VP)$  como la medición económica de interés, ¿cuál es el valor estimado de la información adicional que proporcionaría en este caso la prueba experimental? (13.7)

**13.24.** Se está desarrollando un diseño mejorado de una pieza computarizada de un equipo de medición continua de la calidad, que se usa para controlar el espesor de productos de lámina. Se estima que va a venderse en \$125,000 más que el diseño actual. Sin embargo, con base en datos experimentales del presente, el usuario típico tiene las siguientes probabilidades de lograr resultados de rendimiento diferentes y ahorros en los costos (relativos a la unidad presente) en el primer año de operación. (Suponga que estos ahorros en los

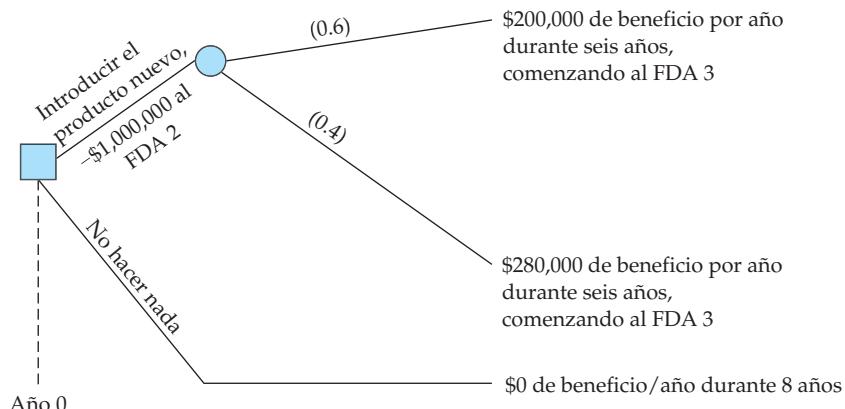
costos anuales tendrían un escalamiento del 5% anual de ahí en adelante; para esta situación es apropiado un periodo de análisis de cinco años; la TREMA de mercado antes de impuestos es del 18% por año; y el VM neto después de cinco años es de 0):

Resultados del rendimiento	Probabilidad	Ahorros en los costos en el primer año
Optimista	0.30	\$60,000
Más probable	0.55	40,000
Pesimista	0.15	18,000

Con base en la  $E(VP)$ , ¿es preferible el diseño nuevo sobre la unidad actual (construya un árbol de decisión de una sola etapa para esta situación)? ¿Cuál es el VEIP? ¿Qué le dice a usted el VEIP? (13.7)

**13.25.** Si la tasa de interés es del 8% anual, ¿qué decisión tomaría con base en el diagrama de árbol de decisión que aparece en la figura P13.25 (13.7)

**13.26.** El vicepresidente de operaciones en una planta que manufactura componentes de sistemas hidráulicos está considerando una mejora en la capacidad actual de producción. La situación de toma de decisiones se reduce a tres alternativas. La primera alternativa tendría como resultado cambios significativos en las operaciones actuales, que incluyen el aumento de la automatización. La segunda alternativa implicaría cambios menores en las operaciones del presente y ninguna automatización. La tercera alternativa es no hacer cambios (no hacer nada).



**Figura P13.25** Diagrama de árbol de decisión para el problema P13.25

En la tabla adjunta se incluyen la inversión incremental de capital y el ingreso anual incremental para las primeras dos alternativas, en relación con las operaciones del presente. Las estimaciones de ingreso anual se basan en las ventas futuras de los componentes. Las estimaciones del departamento de ventas para las probabilidades de tener ventas futuras buenas, promedio y bajas son de 0.30, 0.60 y 0.10, respectivamente.

Alternativa	Inversión de capital	Ventas futuras	Ingresa anual
1	\$300,000	Buenas	\$142,000
		Promedio	119,000
		Bajas	50,000
2	85,000	Buenas	66,000
		Promedio	46,000
		Bajas	17,000

Construya un árbol de decisión de una sola etapa para esta situación. Después, con base en un análisis antes de impuestos (TREMA del 20% por año, periodo de análisis de cinco años y valor de mercado igual a cero para todas las alternativas) y la  $E(VP)$  como criterio de decisión, determine cuál alternativa es preferible. ¿En este caso, cuál sería el valor esperado de la información perfecta (VEIP) respecto de las ventas futuras? (13.7)

**13.27.** Consulte el problema 13.26. Al final del análisis del diagrama de árbol de decisión de una so-

la etapa por parte del vicepresidente de operaciones, el equipo de administración de la planta se da cuenta de que si se contara con información adicional acerca de las ventas futuras de los componentes hidráulicos, se reduciría la incertidumbre implícita. Así que solicitan al departamento de ventas que realice sondeos entre sus clientes y mejore la información sobre las condiciones de las ventas del futuro. Las estimaciones del equipo de administración respecto de las *probabilidades condicionales* de los resultados de los sondeos para cada condición potencial de ventas son las que aparecen en la tabla siguiente.

Probabilidades condicionales de los resultados del sondeo dada la condición futura de las ventas			
Resultado del sondeo	Buenas (B)	Promedio (P)	Malas (M)
Optimista (O)	0.85	0.60	0.10
Desfavorable (D)	0.15	0.40	0.90
Suma:	1.00	1.00	1.00

Con base en esta información, desarrolle un árbol de decisiones de dos etapas para la situación. Calcule las probabilidades revisadas de que ocurran las tres condiciones de ventas futuras. ¿Cuál es el valor estimado para la planta por realizar el sondeo de las ventas (antes de considerar cualquier costo adicional implícito)? (13.7)

# *Financiamiento y asignación del capital*

Para facilitar la presentación y el estudio, este capítulo se dividió en dos partes principales: 1. las fuentes de capital de largo plazo para una compañía (*financiamiento de capital*), y 2. el gasto del capital a través del desarrollo, selección e implantación de proyectos específicos (*asignación de capital*). Nuestro objetivo es ayudar al estudiante a comprender estos componentes básicos del proceso de elaborar el presupuesto de capital, de manera que quede claro el papel tan importante que desempeña el ingeniero en esta función compleja y estratégica.

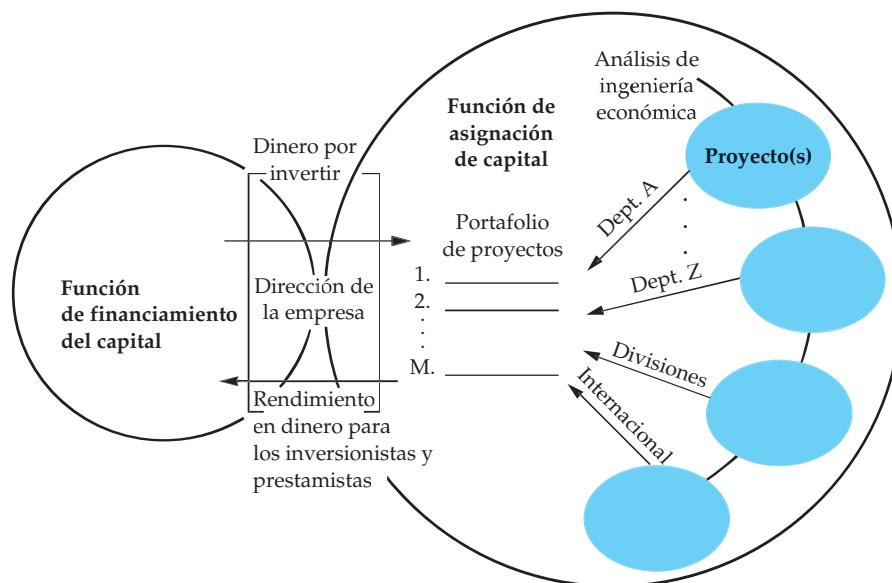
---

## **En este capítulo se estudian los siguientes temas:**

- Las funciones de financiamiento y asignación del capital
- Diferencias entre las fuentes de capital
- Costo del capital de deuda
- Costo del capital propio
- Costo de capital promedio ponderado
- El arrendamiento como fuente de capital
- Asignación de capital
- Panorama del proceso típico de asignación presupuestal del capital corporativo

### **14.1 Introducción**

Una compañía emprendedora debe obtener los fondos de su capital de sus inversionistas y prestamistas (*financiamiento del capital*), para luego invertirlos en equipo, herramientas y otra clase de recursos (*asignación de capital*) con la finalidad de producir los bienes y servicios que vende. Si la empresa ha de lograr tener crecimiento económico y ser competitiva en el futuro, los ingresos de los proyectos de ingeniería y de otros proyectos importantes que desarrolle deben percibir un rendimiento adecuado sobre los fondos invertidos en términos de ganancia (riqueza adicional). Así, la decisión que tome una compañía acerca de implantar un proyecto de ingeniería implica el gasto de fondos de capital del presente para obtener beneficios económicos futuros, o para satisfacer requerimientos de seguridad,



**Figura 14.1** Panorama de las actividades de financiamiento y asignación del capital en una organización típica

regulación o de otro tipo. Normalmente, en una compañía bien administrada, esta decisión de implantar se realiza como parte del proceso de elaborar el presupuesto de capital (sección 14.8). Las funciones de financiamiento y asignación del capital son componentes principales de este proceso.

Las actividades de financiamiento y asignación del capital están muy ligadas, como se ilustra en la figura 14.1, y se administran en forma simultánea como parte del proceso de elaborar el presupuesto de capital. Mediante la función de financiamiento del capital, se determinan las cantidades de fondos nuevos que se necesita obtener de los inversionistas y prestamistas, así como la cantidad de fondos de que se dispone a partir de fuentes internas (depreciación y utilidades no repartidas\*) con la finalidad de apoyar proyectos nuevos de capital. Asimismo, como parte de dicha función también se deciden las *fuentes* de cualesquier fondos nuevos externos (emisión de acciones, venta de bonos, obtención de préstamos, etcétera). El total de dichas cantidades, al igual que la razón del capital de deuda al capital propio, debe estar en armonía con el estado financiero de la empresa y en balance con los requerimientos de inversión presentes y futuros.

La selección de proyectos de ingeniería por implementarse se da en la función de asignación del capital. La inversión total de capital en los proyectos nuevos está restringida por la cantidad que se destinó para este fin a través de consideraciones de financiamiento del capital. Las actividades de asignación del capital comienzan en las diversas entidades organizativas de la empresa, como departamentos (por ejemplo, de ingeniería), divisiones de operación, investigación y desarrollo, etcétera. Durante cada ciclo de la elaboración del presupuesto de capital, estas entidades planean, evalúan y hacen recomendaciones acerca de

\* Las utilidades que no se reparten son la porción de ganancias después de impuestos que obtiene una empresa y que no se pagan en forma de dividendos a los propietarios (accionistas) sino que se reinvierten en la empresa.

cuáles proyectos deberían recibir fondos e implantarse. Para cada recomendación de proyecto se requiere información económica y otra clase de justificaciones. Como parte de este proceso se realizan estudios de ingeniería económica para obtener la información necesaria.

Como se aprecia en la figura 14.1, en la función de asignación de capital se reparte el capital disponible entre los proyectos seleccionados sobre la base de la empresa vista como un todo. La administración, a través de sus actividades integradas en ambas funciones, es responsable de asegurar que se obtenga un rendimiento razonable (en términos monetarios) sobre estas inversiones, de manera que quienes proporcionan el capital de deuda y propio se sientan motivados a aportar más capital cuando haya necesidad. Así, es evidente por qué la práctica fundamentada de la ingeniería económica es un elemento esencial en los fundamentos de la cultura competitiva de una organización.

En resumen, las funciones de financiamiento y asignación del capital constituyen procesos de toma de decisiones ligados estrechamente en relación con *qué cantidad* de recursos financieros y *dónde* deben obtenerse y gastarse tales recursos para proyectos futuros de ingeniería y de otro tipo, con la finalidad de lograr el crecimiento económico y mejorar la competitividad de una empresa. El ámbito de estas actividades comprende lo siguiente:

1. el modo de adquirir los recursos financieros a partir de fuentes propias, deudas y de otros orígenes;
2. la forma en que se establecen los requerimientos mínimos de aceptabilidad económica;
3. la manera de identificar y evaluar los proyectos de capital;
4. el modo en que se realiza la selección final proyectos por implantar;
5. el método con que se llevan a cabo revisiones posteriores de auditoría.

## 14.2 Diferencias entre las fuentes de capital

Como se dijo en la sección anterior, el capital desempeña un papel esencial en los proyectos de ingeniería y de negocios. Aunque es raro que los ingenieros se inmiscuyan en la obtención de capital que se necesita para los proyectos, los métodos con los que se consigue éste (propio o de deuda, fondos que provienen de fuentes internas, o indirectas a través del arrendamiento de activos) influirán sobre la tasa de rendimiento mínimo requerida, algunas consideraciones del impuesto sobre la renta y tal vez sobre otros factores implícitos.

La mayoría de los estudios de ingeniería económica tienen que ver con el capital *total* que se usa, sin tener en cuenta de dónde proviene; este enfoque, en realidad, evalúa el *proyecto* en lugar de los intereses de cualquier grupo de proveedores de capital. Los ejemplos y problemas que se estudian en este libro normalmente evalúan el proyecto porque, en la mayoría de los análisis, la selección entre alternativas puede hacerse en forma independiente de las fuentes de los fondos por usar. Así, hasta este momento, se ha visto al conjunto total de fondos de inversión de la compañía como la fuente del capital necesario para sus proyectos. A continuación se resumen las diferentes fuentes de capital de que dispone una empresa, así como sus diferencias:

1. El *capital de deuda* incluye los préstamos de dinero tanto de corto como de largo plazo.

Hay que pagar intereses a quienes proveen el capital, y la deuda debe saldarse en una fecha específica. Quienes aportan el capital de deuda no toman parte de las utilidades que se generan a partir del uso del capital; por supuesto, el interés que perciben proviene de los ingresos de la empresa. En muchas instancias, el prestamista solicita algún ti-

po de garantía para asegurar que se le pagará la deuda. A veces, los términos en que se contrata el préstamo establecen limitaciones sobre los usos a que se destina el dinero, y en ciertos casos hay restricciones en préstamos adicionales. El interés que se paga por el uso de los fondos en préstamo es un gasto deducible de impuestos para la compañía.

2. El *capital propio* es el que aportan y usan sus dueños, con la esperanza de obtener una *utilidad*. En realidad, no existe ninguna seguridad de generar utilidades o de que se recupere la inversión del capital. En forma similar, no hay limitaciones sobre el uso de los fondos excepto las que fijan los propios dueños. No existe un costo *explícito* para el uso de dicho capital, en el sentido ordinario de que se trate de un gasto deducible de impuestos. Sin embargo, el capital propio no se obtiene a menos que la tasa de rendimiento que se espera sea suficientemente elevada, con un riesgo aceptable, como para resultar atractiva a los inversionistas potenciales.
3. Las *utilidades retenidas* son una fuente interna importante de capital. Dicho en forma sencilla, se trata de las ganancias que se reinvierten en el negocio en vez de que se paguen como dividendos a los propietarios. Este método de financiar el capital de los proyectos se utiliza en la mayoría de las empresas, pero lo desalienta el hecho de que por lo general los dueños esperan y demandan recibir algunas ganancias en forma de dividendos por su inversión. Por lo tanto, *generalmente* es necesario que se pague a los inversionistas una porción grande (quizá 50% o más) de las utilidades en forma de dividendos. La retención de las utilidades restantes reduce el monto inmediato de los dividendos por acciones compartidas, incrementa el valor en libros del paquete accionario y genera mayores dividendos futuros o valor de venta de las acciones. Muchos inversionistas prefieren que se retengan y reinviertan algunas de sus utilidades, con la finalidad de que ayuden a incrementar el valor de sus acciones.
4. Las *reservas por depreciación* quedan fuera de los ingresos, como tolerancia para el reemplazo de equipo y otros activos sujetos a depreciación, y son una fuente interna adicional de capital. En efecto, los fondos de depreciación proporcionan un fondo revolvente de inversión que sería útil para sacar la mayor ventaja posible. Entonces, estos fondos son una fuente importante de capital para financiar proyectos nuevos dentro de una compañía existente. Es obvio que los fondos por depreciación deben administrarse de manera que se disponga del capital que se requiere para sustituir equipo esencial cuando llegue el momento de hacerlo.
5. El *arrendamiento* de un activo es una forma de adquirir el uso de dicho activo sin realizar gastos de capital por comprarlo. Un arrendamiento es un tipo de contrato que establece las condiciones en las que el arrendador (propietario del activo) conviene arrendar el uso del activo, con el costo implícito. Por lo tanto, el arrendamiento es un método de gozar de los beneficios de la inversión de capital sin adquirir en realidad deudas adicionales ni disponer del capital propio. Además, los costos por arrendamiento son deducibles de los ingresos por operaciones con fines del impuesto sobre la renta.

En este capítulo, se supone que la *estructura de capital* de una empresa (como se dijo antes, el conjunto total de fondos de inversión) es una mezcla relativamente constante de diferentes componentes de capital de deuda y propio. Sin embargo, queda fuera del alcance de nuestro estudio analizar los temas relacionados con la mezcla de capital de deuda y propio que optimizaría el valor futuro de la empresa para sus propietarios. Por lo tanto, nos vamos a centrar en el costo (para la compañía) después de impuestos de los componentes principales de ambos tipos de capital, y luego en su efecto combinado en términos del costo ponderado total del capital para una mezcla dada de dichos componentes principales.

## 14.3 Costo del capital de deuda

La parte correspondiente a deuda de la estructura del capital apalanca la parte de capital propio mediante el incremento de los fondos totales de que se dispone para los proyectos de capital, así como de la riqueza potencial de la compañía. Sin embargo, la proporción de capital de deuda debe mantenerse por debajo del nivel que afectaría en forma adversa el valor de mercado de las acciones comunes de la empresa (sección 14.4). Este nivel variará según el tipo de compañía, por ejemplo, de aproximadamente un 30% para una que se dedique a los bienes de consumo importantes, hasta más del 50% para una de servicios públicos. Los componentes primarios de capital de deuda son préstamos de corto plazo y bonos de largo plazo (que se estudiaron en el capítulo 4). En las secciones que siguen, se estudia cada uno de estos componentes.

### 14.3.1 Préstamos (deuda de corto plazo)

Los préstamos de corto plazo, por lo general, son a plazos menores de cinco años, y es frecuente que se contraten a menos de dos años. Las fuentes de estos fondos son los bancos, compañías aseguradoras, sistemas de retiro y otras instituciones prestamistas. Se utiliza un instrumento financiero tal como una línea de crédito o un pagaré de corto plazo, con la finalidad de asentar la promesa de pagar los fondos que se reciben en préstamo, con intereses, de acuerdo con algún esquema acordado en forma previa. La institución prestamista podría solicitar algo que posea valor tangible (por ejemplo una hipoteca sobre activos físicos o algún activo circulante tal como las cuentas por cobrar) como garantía del préstamo, o al menos se asegurará de que la situación financiera de la empresa que recibe el préstamo es tal que hay un riesgo mínimo en la operación. Por simplicidad, se supondrá que todos los pagos de intereses sobre préstamos, así como los impuestos sobre la renta que paga una empresa, son con periodo anual. Con base en esta suposición, el costo del capital después de impuestos por un préstamo de corto plazo que se reciba de una institución prestamista es

$$c_p = i_p(1 - t) \quad (14.1)$$

donde  $c_p$  = costo después de impuestos del capital por un préstamo;

$i_p$  = tasa de interés por año sobre el préstamo;

$t$  = tasa efectiva (marginal) de impuesto sobre la renta (capítulo 6).

#### EJEMPLO 14.1

El funcionario financiero en jefe de la Interstate Products Company contrató con un banco regional un préstamo de \$3,600,000 a tres años. Los fondos provenientes del préstamo son la parte de deuda de corto plazo de la estructura de capital de la compañía. Los acuerdos financieros requieren que los intereses se paguen al final de cada año, con base en el saldo insoluto del principal al comienzo del año, y que se realicen pagos anuales del monto principal. La tasa de interés sobre el préstamo es del 8.3% anual, y la tasa marginal de impuesto sobre la renta para la compañía es del 42%. a) Con base en esta información, ¿cuál es el costo después de impuestos para la compañía por el capital que proviene de este préstamo de corto plazo? b) Si la compañía salda \$500,000 del principal al final del año 1, ¿cuál es el flujo de efectivo después de impuestos de los intereses sobre el préstamo al final del año 2?

**SOLUCIÓN**

a) El costo después de impuestos sobre el capital del préstamo es

$$c_P = 0.083(1 - 0.42) = 0.0481, \text{ o } 4.81\% \text{ anual.}$$

b) Principal a principio del año 2 = \$3,600,000 – \$500,000 = \$3,100,000;

$$\text{FEDI}_{\text{Int}}(\text{año } 2) = \$3,100,000(0.0481) = \$149,110.$$

### 14.3.2 Bonos (deuda de largo plazo)

Un *bono* es en esencia un documento de largo plazo que recibe el prestamista por parte de su deudor, en el que se estipulan los términos de pago y otras condiciones. Como rendimiento por el dinero prestado, la compañía promete pagar el préstamo (bono) e intereses sobre él con una tasa especificada. Como el bono representa endeudamiento de la empresa, su tenedor no tiene voz en los asuntos de negocios de ella, al menos en tanto se pague el interés, y por supuesto no se beneficia con ningún reparto de utilidades.

Los bonos se emiten en unidades tales como \$1,000, \$10,000, etcétera, lo que se conoce como *valor nominal*, o *valor de cambio*, del bono. Ésta es la cantidad que va a pagarse al prestamista al final del periodo especificado. Cuando se ha pagado el valor nominal, se dice que el bono ha sido *retirado* o que ha *vencido*. La tasa de interés especificada en el bono se denomina *tasa bonificada*, y el pago periódico de los intereses que se adeudan se calcula como el valor nominal del bono por la tasa de interés por periodo. En la figura 14.2 se presenta la descripción de lo que pasa durante el ciclo de vida normal de un bono.

El costo anual después de impuestos del capital por un bono se estima como\*

$$C_B = \frac{[Zr + (Z - P + S_e)/N + A_e](1 - t)}{(Z + P - S_e)/2}, \quad (14.2)$$

donde

$Z$  = valor nominal (de cambio) del bono;

$r$  = tasa (de interés nominal) anual del bono;

$N$  = número de años hasta que el bono se retira (vence);

$S_e$  = gastos iniciales de venta asociados con el bono;

$P$  = precio de venta real del bono [si  $P < Z$ , el bono se vende con descuento (sobre el valor nominal), y si  $P > Z$ , el bono se vende con un premio];

$A_e$  = gastos administrativos anuales asociados con el bono;

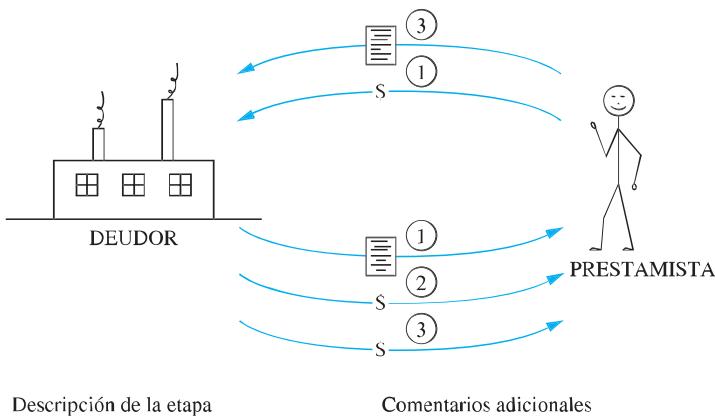
$t$  = tasa efectiva (marginal) de impuesto sobre la renta.

---

\* Con base en la fórmula 5.8 aproximada, citada en C. S. Park y G. P. Sharp-Bette, *Advanced Engineering Economics* (New York: John Wiley & Sons, 1990), pág. 178.

**Figura 14.2**

Ciclo de vida del financiamiento con un bono



- | Descripción de la etapa                                                                                 | Comentarios adicionales                                                                                                                                                                                                                                                          |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>(1) El deudor vende un bono al prestamista, quien obtiene un certificado del bono.</p>               | <p>Los abonos se emiten en denominaciones cerradas (valores nominales) tales como \$1,000, \$10,000 etcétera pero la cantidad que paga el prestamista está determinada por la oferta y demanda del mercado. Por lo general, la transacción se realiza a través de un agente.</p> |
| <p>(2) Se hacen pagos periódicos al prestamista por concepto de intereses.</p>                          | <p>El monto de cada pago de interés se calcula multiplicando el valor nominal por la tasa de interés del bono.</p>                                                                                                                                                               |
| <p>(3) El deudor liquida o redime el bono mediante el pago del principal y recupera el certificado.</p> | <p>Generalmente se realiza al final de la vida estipulada del bono, y la cantidad que se paga es el valor nominal.</p>                                                                                                                                                           |

El numerador de la ecuación (14.2) es el *costo anual después de impuestos del bono*, que se basa en los gastos de interés anual más la cantidad anualizada (durante la vida del bono) de cualquier descuento o premio y los gastos de venta iniciales más los gastos anuales de administración. El denominador es la *inversión promedio en el bono* durante su vida. Como información adicional, observe que la ecuación (14.2), tal como están definidos los términos, se resuelve sobre una base por bono. Sin embargo, cada término de la ecuación puede "escalarse" en cuanto a su valor para una emisión total de bonos, y la ecuación se resuelve sobre esa base.

### EJEMPLO 14.2

Hace poco, la Interstate Products Company vendió (con la ayuda de un banco de inversión) una emisión de \$10,000,000 en bonos a ocho años, en la que cada bono tenía un valor nominal de \$5,000. Dichos fondos constituyen parte de la deuda de largo plazo de la estructura de capital de la compañía. La tasa de interés del bono es del 6.6% anual, y el interés se paga sobre una base anual a los tenedores (dueños) del certificado. El costo inicial de venta que cobró el banco de inversión fue del 0.94% del valor nominal del bono. Como en el momento de la venta se aplicó la tasa preferente de interés (la preferente es la tasa de interés que se cobra sobre los préstamos de las empresas con buen historial crediticio), cada bono de \$5,000 (en valor nominal) se vendió en realidad en \$4,870. Es decir, en aquel momento la tasa preferente de interés era mayor que la tasa de interés del bono (6.6%), y

los bonos se vendieron con descuento. Asimismo, como parte de la transacción de la emisión de bonos, se hizo un contrato con otro banco (de servicios) para mantener los registros necesarios sobre los bonos, realizar los pagos anuales de los intereses a los tenedores y efectuar ciertas tareas administrativas. El costo anual por este servicio es el 2% del gasto anual en intereses sobre el bono. La tasa marginal de impuesto sobre la renta para la empresa es del 42%.

Con base en esta información, ¿cuál es el costo anual después de impuestos del capital para la compañía por esta deuda de largo plazo que es parte de su estructura de capital?

### SOLUCIÓN

La ecuación (14.2) se aplica sobre una base por bono para estimar el costo después de impuestos del capital para la compañía por la emisión de bonos. Dicho costo es

$$\begin{aligned} C_B &= \frac{\{$5,000(0.066) + [\$/5,000 - \$4,870 + 0.0094(\$5,000)]/8 + 0.02(0.066)(\$5,000)\}(1 - 0.42)}{[\$/5,000 + \$4,870 - 0.0094(\$5,000)]/2} \\ &= \frac{\$359(0.58)}{\$4,912} = 0.0424, \text{ o } 4.24\% \text{ por año,} \end{aligned}$$

donde       $Z = \$5,000$ ;  
 $r = 6.6\%$ ;  
 $N = 8$  años;  
 $P = \$4,870$ ;  
 $t = 42\%$ .

### 14.3.3 Vencimiento de bonos

El interés que se paga sobre los bonos es un costo por hacer negocios. Además de dicho costo periódico, la compañía debe prever el día en que se venzan los bonos y deba pagar el principal (valor nominal) a los tenedores.

Cuando se desea saldar los préstamos de largo plazo y reducir así el endeudamiento de la compañía, es frecuente que se adopte un programa sistemático para pagar la emisión de bonos cuando se debe. Una previsión así, planeada por anticipado, da seguridad a los tenedores y hace a los bonos más atractivos para la inversión pública; también puede permitir que los bonos se emitan con una tasa de interés más baja.

En muchos casos, la compañía aparta periódicamente sumas definidas que, con los intereses que perciben, se acumularán hasta constituir la cantidad necesaria para retirar los bonos en el momento que se debe. Como es conveniente que estos depósitos periódicos sean cantidades iguales, el procedimiento de retiro se convierte en un *fondo sumergido*. Éste es uno de los usos más comunes de un fondo sumergido. Por experiencia, los tenedores saben que se están tomando las providencias adecuadas para dar seguridad a su inversión, y la compañía sabe por adelantado cuál será el costo anual por el vencimiento del bono.

Si una emisión de \$100,000 en bonos a 10 años, en unidades de \$1,000, que pagan el 10% de interés nominal en pagos semestrales debe retirarse mediante el uso de un fondo sumergido que gana el 8% capitalizable en forma semestral, el costo semestral por el vencimiento se calcula como sigue:

$$A = F(A/F, i\%, N);$$

$$F = \$100,000;$$

$$i = 8\%/2 = 4\% \text{ por periodo de interés;}$$

$$N = 2 \times 10 = 20 \text{ periodos de interés.}$$

Así,

$$A = \$100,000(0.0336) = \$3,360.$$

Además, debe pagarse el interés semestral sobre los bonos, el cual se calcularía de la forma siguiente:

$$\text{Interés} = \$100,000 \times \frac{0.10}{2} = \$5,000;$$

$$\text{Costo total semestral} = \$3,360 + \$5,000 = \$8,360;$$

$$\text{Costo anual} = \$8,360 \times 2 = \$16,720.$$

El costo total por interés y vencimiento de la emisión completa de bonos durante 20 períodos (10 años) será de

$$\$8,360 \times 20 = \$167,200.$$

## 14.4 Costo del capital propio

Hasta este momento de nuestro estudio de la función de financiamiento del capital, nos hemos referido a la forma de una organización como la “empresa” o la “compañía”. Sin embargo, por lo general las compañías del sector privado de cualquier tamaño se encuentran organizadas como una *corporación*. Una corporación es una entidad ficticia, reconocida por la ley, que es capaz de realizar casi cualquier tipo de transacción de negocios, como los que una persona real podría emprender. Opera al amparo de una escritura que está protegida por un estado y la dota de ciertos derechos y privilegios, tales como vida perpetua sin importar los cambios de personas o propietarios. En contraposición a estos privilegios y al goce de tener personalidad legal, la corporación está sujeta a ciertas restricciones. Está limitada en su campo de acción por las cláusulas de su escritura. Para poder incursionar en nuevas actividades, debe hacer una modificación de su escritura, o bien, tramitar una nueva. Es posible que existan impuestos especiales aplicables a ella.

El capital propio de una corporación se adquiere a través de la venta de acciones. Los compradores del paquete accionario son dueños parciales (por lo general se les llama *accionistas*) de la corporación y de sus activos. De esta manera, la propiedad puede estar distribuida en el mundo entero, y como resultado podrían acumularse sumas enormes de capital. Con pocas excepciones, los accionistas de una corporación, aunque son propietarios y comparten las utilidades, no son responsables de las deudas de dicha corporación. *Con esto, nunca son obligados a sufrir pérdida alguna superior al valor de sus acciones.* Debido a que la vida de una corporación es continua o indefinida, puede recibir inversiones de largo plazo y encarar el futuro con cierto grado de certidumbre, lo que hace más fácil que obtenga capital de deuda (en particular de largo plazo), y por lo general con un costo más bajo por concepto de interés.

Existen muchos tipos de acciones, pero son dos los que tienen mucha importancia: las *acciones comunes*, que representan propiedad ordinaria sin garantías especiales de rendimiento o inversión, y las *acciones preferentes*, que tienen ciertos privilegios y restricciones de los que carecen las acciones comunes. Por ejemplo, los dividendos sobre las acciones comunes *no* se pagan sino hasta que se haya cubierto el porcentaje fijo de las preferentes.

#### 14.4.1 Acciones comunes

La emisión de acciones comunes es una fuente importante de capital propio que se utiliza para financiar el capital de los proyectos de una corporación. Otras fuentes de capital propio incluyen acciones preferentes, retención de utilidades y reservas de la depreciación.

El establecimiento del valor de una parte del paquete accionario no es tan claro como para un bono y el costo de capital de éste después de impuestos. La valuación y el costo después de impuestos de las acciones comunes en la realidad es un tema controversial porque se hacen numerosas suposiciones acerca de las tasas futuras de crecimiento de los dividendos, los precios de las acciones en la posteridad, el riesgo que se percibe en la inversión, las ganancias proyectadas después de impuestos, etcétera.\* El valor de las acciones comunes debe ser una medida de las ganancias que se recibirán a través de ellas y depende de varios factores, los que tal vez podrían agruparse en dos rubros: dividendos y precio de mercado.

A continuación se presenta un enfoque muy sencillo para la valuación de las acciones comunes y la estimación de la tasa de rendimiento esperada por el inversionista por la parte que posee. El enfoque se denomina *modelo de valuación de dividendos*. En cualquier buen libro de finanzas se incluyen otros enfoques, tales como el modelo de las utilidades y el de las oportunidades de inversión.

El propietario de una parte del paquete accionario de una corporación tiene derecho a recibir en efectivo parte de los dividendos que declara la compañía, así como el precio de las acciones cuando las vende. Si se denominan  $\text{Div}_k$  a los dividendos en efectivo después de impuestos (dividendos que se pagan de las utilidades después de impuestos) que se reciben durante el año  $k$ , en el modelo de valuación de dividendos, el valor en la actualidad de una parte del paquete accionario puede aproximarse mediante el VP del flujo futuro que se reciba durante un periodo de propiedad de  $N$  años. Es decir,

$$P_0 \simeq \frac{\text{Div}_1}{(1 + e_a)} + \frac{\text{Div}_2}{(1 + e_a)^2} + \cdots + \frac{\text{Div}_N}{(1 + e_a)^N} + \frac{P_N}{(1 + e_a)^N}, \quad (14.3)$$

donde

$e_a$  = tasa de rendimiento por año (expresada en forma decimal) que requieren los tenedores de acciones comunes (*costo después de impuestos de la propiedad para la corporación*);

$P_0$  = valor actual de una parte del paquete accionario;

$P_N$  = precio de venta de una parte del paquete accionario al final de  $N$  años.

El valor de  $e_a$  debe ser suficiente para compensar al accionista por el valor de su dinero en el tiempo y por el riesgo que se cree que implica su inversión. Una dificultad adicional es la manera en que se estime el valor de  $P_N$  con la finalidad de determinar  $P_0$ .

---

\* Por ejemplo, consulte a Franco Modigliani y Merton H. Miller, "The Cost of Capital, Corporation Finance, and the Theory of Investment", *American Economic Review*, vol. 48, núm. 3, junio de 1958, págs. 261-297; y D. Durand, "The Cost of Capital in an Imperfect Market: A Reply to Modigliani and Miller", *American Economic Review*, vol. 49, núm. 4, septiembre de 1959, págs. 639-655.

El modelo de valuación de dividendos incorpora las dos suposiciones conservadoras de que los dividendos son *constantes* durante el largo plazo, y que  $P_0 = P_N$ . En este caso, el precio actual de una parte del paquete accionario es igual al VP de una serie que se considera infinita de recepciones de dividendos cuyo monto permanece constante:

$$P_0 = \text{Div} (P/A, e_a, \infty) = \frac{\text{Div}}{e_a}. \quad (14.4)$$

Así, si se conoce el precio de venta actual de una parte del paquete de acciones comunes y también se conoce el dividendo anual del año pasado, el costo después de la propiedad (acciones comunes) se estima en forma conservadora en

$$e_a = \frac{\text{Div}}{P_0}. \quad (14.5)$$

Cuando se espera que el precio futuro de la participación crezca a una tasa de  $g$  (expresada en forma decimal) por año, el costo de la propiedad se estima sumando un factor de crecimiento al dividendo del modelo de valuación [ecuación (14.5)]:

$$e_a = \frac{\text{Div}}{P_0} + g. \quad (14.6)$$

Suponga que una parte de las acciones comunes se valúa en \$100 y se paga en el presente un dividendo de \$8. El crecimiento anual esperado del precio es del 4% anual. Si un inversionista desea adquirir dicha participación, con base en la suposición de que los dividendos permanecen constantes y que el precio crece al 4% anual, el rendimiento esperado es de  $\$8/\$100 + 0.04 = 0.12$ , o 12% anual. Se considera también otra participación accionaria, menos riesgosa, que puede venderse en \$100 y paga un dividendo de \$10 por año, con  $g = 0$ . En este caso,  $e_a = 10\%$  anual. Si el inversionista fuera indiferente entre las dos participaciones, se requeriría un rendimiento del 2% anual para compensar el riesgo adicional asociado con la primera inversión.

En la práctica, es difícil la determinación del costo después de impuestos de todos los tipos de propiedad. Para propósitos de este libro, el principio del costo de oportunidad y las ecuaciones (14.5) y (14.6) proporcionan un enfoque básico, aunque simplificado, para aproximarse a dicha cantidad.

### EJEMPLO 14.3

La Interstate Products Company (IPC) espera generar utilidades netas después de impuestos perpetuas de \$2,700,000 por año con sus activos existentes. Esta compañía produce un producto estable y ha estado en el negocio durante 15 años. Además, tiene 1,000,000 de acciones comunes y una política de declaración de dividendos anuales que es el 50% de sus utilidades después de impuestos. El 50% restante de las utilidades se retiene como reserva de efectivo, para sustitución de equipos, etcétera.

- a) Si los inversionistas requieren un rendimiento del 4% anual sobre su inversión, sólo por dividendos, ¿cuánto estarían dispuestos a pagar por una participación en las acciones comunes de IPC si los dividendos permanecieran constantes?

- b) Un inversionista que posee 1,000 acciones de IPC cree que el precio de su participación aumentará en el futuro a una tasa del 6% anual. ¿Cuál es la tasa de rendimiento esperada sobre el paquete de IPC que posee este inversionista (es decir, cuál es el costo de capital después de impuestos para las acciones comunes con base en modelo de valuación de crecimiento)?

#### SOLUCIÓN

- a) Segundo la ecuación (14.4), el precio estimado de venta actual de la participación de acciones comunes de IPC sería  $[\$2,700,000(0.5)/1,000,000 \text{ acciones}]/0.04 = \$33.75$ .  
 b) El rendimiento sobre su propiedad, con base en la ecuación (14.6), sería aproximadamente de  $(\$1.35/\$33.75)+0.06 = 0.10$ , o 10% anual.

### 14.4.2 Acciones preferentes

Las acciones preferentes también representan propiedad, pero el dueño tiene ciertos privilegios adicionales y restricciones que no se imponen al tenedor de acciones comunes. A los propietarios de acciones preferentes se les garantiza un dividendo por su participación, por lo general un porcentaje de su valor nominal, antes de que los accionistas comunes reciban algún rendimiento. En caso de disolución de la corporación, los activos se deberán utilizar para satisfacer las reclamaciones de los accionistas preferentes antes que las de los comunes. Generalmente, pero no siempre, los accionistas preferentes tienen derecho al voto. A veces tienen garantizados ciertos privilegios, tales como la elección de representantes especiales en el consejo de directores, si sus dividendos preferentes no se pagan durante un periodo especificado.

Debido a que su tasa de dividendos es fija, las acciones preferentes constituyen una inversión más conservadora que las comunes y tienen muchas de las características de los bonos de largo plazo. Por esta razón, es menos probable que fluctúe su valor de mercado. Por lo tanto, el costo después de impuestos del capital por acciones preferentes ( $e_p$ ) puede aproximarse con la división del dividendo garantizado ( $\text{Div}_p'$  que se paga de las utilidades después de impuestos) entre el valor nominal original de las acciones ( $P_p$ ):

$$e_p = \frac{\text{Div}_p'}{P_p}. \quad (14.7)$$

#### EJEMPLO 14.4

La Interstate Products Corporation emitió con anterioridad 80,000 acciones preferentes con valor nominal de \$25 por acción. El dividendo anual garantizado es de \$2 por acción. ¿Cuál es el costo después de impuestos de la parte de acciones preferentes en la estructura del capital de IPC?

#### SOLUCIÓN

Con base en la ecuación (14.7), se tiene que  $e_p = \$2/\$25 = 0.08$ , o bien, 8% por año.

### 14.4.3 Utilidades retenidas

Normalmente, se acepta que el costo después de impuestos de las utilidades retenidas es el mismo que el de las acciones comunes (tasa de rendimiento esperada por los accionistas comunes). Podría parecer que la retención de utilidades es un recurso libre para la

corporación, pero no es así. Dichas utilidades, que son fondos propios, no pertenecen a la corporación, sino a los poseedores de acciones. Se retienen y reinvierten por parte de la compañía para mejorar el crecimiento y los ingresos futuros, y así aumentar la riqueza de los accionistas. De esta forma, existe el mismo costo de oportunidad para estos fondos que si los accionistas los recibieran desde el principio y luego los invirtieran en acciones comunes adicionales de la corporación.

## 14.5 Costo de capital promedio ponderado

El costo de capital promedio ponderado después de impuestos (CCPP) para una empresa se determina una vez que se ha establecido el monto explícito del costo de cada componente (de deuda y propio) de la estructura de capital. En la sección siguiente se ilustra el cálculo para la Interstate Products Corporation (IPC).

### 14.5.1 El caso de la Interstate Products Corporation

El monto y costo después de impuestos de los componentes individuales que consisten en deuda de corto plazo, bonos, acciones comunes y acciones preferentes de la estructura de capital de IPC se establecieron en los ejemplos 14.1 a 14.4, respectivamente. Las utilidades retenidas también son parte del conjunto total de fondos para inversión. Como se dijo en la sección 14.4.3, el costo de dichos fondos propios internos debe ser el mismo que el costo de las acciones comunes.

Se supondrá que en el estado financiero más reciente, IPC retuvo utilidades por \$4,300,000. Este monto (\$4,300,000) y la información de los ejemplos 14.1 a 14.4 pueden combinarse en un costo de capital promedio ponderado para la empresa. La ponderación de cada uno de los componentes del capital debe ser proporcional a la parte que toman en el conjunto total de fondos. En la tabla 14.1 aparecen los cálculos para el caso de la Interstate Products Corporation.

Como información adicional, observe que los *fondos de depreciación (reservas)*, que son otra fuente de fondos internos para invertir, no se incluyen de manera explícita en el cálculo del costo promedio ponderado. Sin embargo, esto no significa que dichos fondos sean un recurso libre para la corporación. Esto sería una lógica errónea. En vez de eso, se supone que dichos fondos reemplazan la necesidad de más capital de deuda y propio en las mismas proporciones que en la estructura presente de capital, y tienen un costo de oportunidad igual al costo de capital promedio ponderado (8.2% anual en el caso de IPC).

### 14.5.2 Relación con la tasa de rendimiento mínima atractiva

¿Cuál es la relación entre el valor del CCPP y la TREMA? Por ejemplo, suponga que se estima que la tasa de rendimiento de un proyecto de ingeniería es menor que el CCPP. Entonces, si el proyecto se implantara, los resultados económicos posteriores disminuirían el valor de la empresa, puesto que no habría ninguna utilidad sobrante por encima del costo del capital invertido en el proyecto. Es decir, se estima que el proyecto tendría un impacto negativo en la riqueza de la compañía. Es obvio que no se desea que ocurra dicha situación. Entonces, el CCPP debe ser el valor mínimo que se use como TREMA.

Al seguir con este razonamiento, se llega a otra consideración de importancia. Suponga que el valor actual de la TREMA que usa una empresa es mayor que el CCPP (por

**Tabla 14.1** Cálculo del costo de capital promedio ponderado después de impuestos  
(el caso de la IPC)

Fuente de financiamiento	Cantidad	Proporción	Costo después de impuestos (decimal)	Costo ponderado
Deuda de corto plazo	\$3,600,000 <sup>b</sup>	0.0809	0.0481 <sup>b</sup>	0.0039
Bonos	10,000,000 <sup>c</sup>	0.2247	0.0424 <sup>c</sup>	0.0095
Acciones comunes <sup>a</sup>	24,600,000	0.5528	0.1000 <sup>d</sup>	0.0553
Acciones preferentes	2,000,000 <sup>e</sup>	0.0449	0.0800 <sup>e</sup>	0.0036
Utilidades retenidas	4,300,000	0.0967	0.1000	0.0097
	\$44,500,000	1.0000		CCPP = 0.0820 o bien, 8.2% por año

<sup>a</sup> 1,000,000 de acciones se vendieron originalmente a un precio promedio de \$24.60 por acción.

<sup>b</sup> Consulte el ejemplo 14.1.

<sup>c</sup> Consulte el ejemplo 14.2.

<sup>d</sup> Consulte el ejemplo 14.3.

<sup>e</sup> Consulte el ejemplo 14.4.

ejemplo, se estableció con el enfoque del costo de oportunidad, que se estudió en el capítulo 4). Entonces, la *mejor medición económica* del valor actual equivalente que el proyecto agregaría a la empresa es el *VP calculado en i = CCPP*. Por lo tanto, independientemente del valor actual de la TREMA, esta información es importante y debe disponerse de ella en el proceso de toma de decisiones.

### 14.5.3 Costo de capital promedio ponderado marginal

A veces se esgrime el argumento lógico de que el CCPP actual (histórico) no es el mejor valor para usar en los proyectos *nuevos*. El punto de vista que se presenta aquí es que la deuda nueva y el capital propio para financiar estos proyectos o reemplazar más tarde los fondos con que ya se cuenta, normalmente, tendrán un costo mayor, y debe usarse el costo promedio ponderado de estos fondos adicionales (marginales).

En este libro se adopta el punto de vista de que el costo más representativo del capital depende de la situación. Es decir, si una empresa tiene que adquirir recursos de capital adicionales para financiar sus proyectos nuevos, entonces el mejor valor por usar es el costo promedio ponderado después de impuestos marginal con base en la mezcla de nuevas fuentes de financiamiento. Sin embargo, si el conjunto existente de fondos de inversión, que incluye reservas de depreciación, es adecuado para satisfacer los requerimientos futuros de capital de la empresa, entonces el mejor valor por usar es el CCPP después de impuestos.

## 14.6 El arrendamiento como fuente de capital

Como se mencionó en la sección 14.2, el arrendamiento es un arreglo de negocios que hace posible la disposición de activos para usarlos sin incurrir en costos iniciales de capital por su compra. La decisión de rentar o comprar un activo representa una situación en la

que la fuente de capital llega a afectar cuál alternativa es la que se escoge en un momento dado. El arrendamiento es una fuente de capital que por lo general se considera como una obligación de largo plazo similar a una hipoteca, mientras que es común que la compra de un activo utilice fondos de la estructura de capital de la empresa (gran parte de ese capital es propio). Antes de considerar ejemplos de problemas de arrendar-comprar, se dará cierta información acerca de los arrendamientos.

Para las corporaciones, la renta que se paga por activos arrendados para efectuar sus actividades comerciales o de negocios generalmente es deducible como un gasto. Para que los pagos por arrendamiento sean deducibles como renta, el contrato debe ser un acuerdo de arrendamiento verdadero, y no el de una venta condicional. En un arrendamiento de verdad, la corporación que utiliza el activo (arrendatario) no adquiere ninguna propiedad o derecho sobre el activo, mientras que un contrato de venta condicionada le transfiere cierta propiedad o derechos sobre el activo que se arrienda. Así, la prueba de si los pagos por renta califican como gastos de negocios estriba en la distinción entre un arrendamiento verdadero y una venta condicionada.\* Para nuestros fines, se supondrá que existe un arrendamiento verdadero y que un activo puede adquirirse mediante *arrendamiento o compra*.

Ciertos estudios demuestran que el arrendamiento no tiene ninguna ventaja verdadera en relación con el impuesto sobre la renta. Esto es cierto en particular desde que se permite utilizar métodos acelerados (por ejemplo, SMRAC) para la depreciación. Si se supone un determinado precio de compra, la empresa que ofrece un contrato de arrendamiento (arrendador) no puede cobrar más por la depreciación de lo que pude el propietario de los activos. Si los activos se arriendan, los pagos por renta anual se deducen del cálculo de los impuestos sobre la renta; si los activos se compran, se deduce la depreciación anual. La mayoría de las empresas ya se han dado cuenta de que el arrendamiento no les ofrece ventajas fiscales importantes.

El arrendamiento puede brindar o no ahorros en los gastos de mantenimiento. Cualquier ahorro depende de las circunstancias reales, que deben evaluarse con cuidado en cada caso. No hay duda de que por lo general el arrendamiento simplifica los problemas de mantenimiento, los cuales constituyen un factor de importancia. Asimismo, muchos costos indirectos, que con frecuencia son difíciles de determinar, generalmente se asocian con la propiedad.

Los mismos estudios concluyen que la ventaja verdadera del arrendamiento consiste en permitir que una empresa obtenga equipo moderno que se encuentra sujeto a cambio tecnológico rápido. Además, cuando el arrendamiento se realiza con este propósito, brinda una protección efectiva contra la obsolescencia e inflación.

El ejemplo que sigue ilustra los métodos correctos de realizar un estudio de arrendamiento *versus* compra sobre una base después de impuestos; el análisis emplea el formato tabular que se presenta en el capítulo 6 (figura 6.5).

### EJEMPLO 14.5

Un camión montacargas industrial puede comprarse en \$30,000, o rentarse en una cantidad fija de \$9,200 por año, pagaderos al *comienzo* del año. El contrato de arrendamiento estipula que los gastos de mantenimiento serán cubiertos por el arrendador. El periodo de estudio es de seis años, no importa si el camión se compra o se renta. Si se compra, se espera

---

\* Para más información, consulte *Tax Guide for Small Business*, U.S. Internal Revenue Service Publication 334, que se publica anualmente.

**Tabla 14.2 FEDI del ejemplo 14.5**

Año	(A) FEAI	(B) Depreciación <sup>a</sup>	(C) = (A) – (B) Ingreso gravable	(D) = –0.4(C) Flujo de efectivo para los impuestos sobre la renta	(E) = (A) + (D) FEDI
<i>Comprar el camión (estudio en A \$)<sup>b</sup></i>					
0	–\$30,000				–\$30,000
1	–1,050	\$6,000	–\$7,050	\$2,820	1,770
2	–1,102	9,600	–10,702	4,281	3,179
3	–1,158	5,760	–6,918	2,767	1,609
4	–1,216	3,456	–4,672	1,869	653
5	–1,276	3,456	–4,732	1,893	617
6	–1,340	1,728	–3,058	1,227	–113
<i>Arrendar el camión (estudio en A \$)<sup>c</sup></i>					
0	–\$9,200		–\$9,200	\$3,680	–\$5,520
1–5	–9,200		–9,200	3,680	–5,520
6	0	0	0	0	0

<sup>a</sup> Las tasas del SMRAC se presentan en la tabla 6.3.

<sup>b</sup> El VA con TREMA del 15% es igual a –\$6,439.

<sup>c</sup> El VA con TREMA del 15% es igual a –\$6,348.

que los gastos de mantenimiento anuales sean de \$1,000, con poder de compra del año 0, y que se inflen al 5% anual durante el periodo de estudio. Es de esperar que el VM del camión sea despreciable después de seis años de uso normal. La depreciación se determina con el método del SMRAC (SGD) con un periodo de recuperación de cinco años (las deducciones ocurren durante seis años). La tasa efectiva de impuesto sobre la renta es del 40%, y la TREMA después de impuestos, que incluye tolerancia para la inflación de precios generales, es del 15% anual.

Use el método del VA y determine si se debe comprar o arrendar el montacargas. Esta compañía es rentable en su actividad conjunta de negocios.

### SOLUCIÓN

En la tabla 14.2 se muestran los efectos de la inflación de precios generales y de los impuestos sobre la renta para los FEDI de ambas alternativas. La alternativa de arrendar es menos costosa que la de comprar ( $VA = –\$6,348 > –\$6,439$ ), y sería la que tal vez se elegiría. Además, si no se dispone con facilidad de capital, la empresa preferiría arrendar el camión montacargas. También, si se cree que hay cierta incertidumbre en las estimaciones de gastos de mantenimiento y la inflación de precios generales, la empresa tendería a favorecer la renta como protección contra el futuro.

En lugar de usar procedimientos tabulares como el que se ilustra en el ejemplo 14.5, pueden desarrollarse modelos que conduzcan a los mismos valores equivalentes (por ejemplo, VP) para las alternativas de arrendamiento y compra. Esto se sintetiza como sigue:

### 14.6.1 Costo de la alternativa de arrendamiento

El costo después de impuestos de un arrendamiento durante el año  $k$  está dado por

$$a_k = A_k(1-t)$$

donde  $a_k$  = gasto después de impuestos en arrendamiento durante el año  $k$ ;

$A_k$  = gasto antes de impuestos en arrendamiento durante el año  $k$ ;

$t$  = tasa efectiva de impuesto sobre la renta.

Si  $i$  (la TREMA después de impuestos que espera una empresa por el uso de su dinero) se conoce y es fija, el VP del *costo* después de impuestos del arrendamiento durante su vida de  $N$  años está dado por

$$\text{VP}_{\text{Arrendamiento}}(i\%) = \sum_{k=1}^N \frac{A_k(1-t)}{(1+i)^k}. \quad (14.8)$$

Debe observarse que los gastos de mantenimiento anuales no están incluidos en la ecuación (14.8) porque se supone que los cubre el proveedor del equipo y que están incluidos en el costo anual del arrendamiento  $A_k$ . Asimismo, se supone la convención estándar de flujo de efectivo al final del año.

### 14.6.2 Costo de la alternativa de comprar

El costo después de impuestos, si se compra el equipo, es función de los gatos anuales esperados durante la vida de éste, así como del precio de compra, valor en libros y valor de mercado esperado. El VP del *costo* después de impuestos del equipo que se compra está dado por

$$\text{VP}_{\text{Compra}}(i\%) = I \frac{\text{VM}_N(1-t) + t\text{VL}_N}{(1+i)^N} + \sum_{k=1}^N \frac{\text{O\&M}_k(1-t) - d_k(t)}{(1+i)^k}, \quad (14.9)$$

donde  $I$  = inversión de capital;

$\text{VM}_N$  = valor de mercado esperado al final del año  $N$ ;

$\text{VL}_N$  = valor en libros al final del año  $N$ ;

$i$  = tasa anual de interés;

$N$  = vida del equipo, en años;

$\text{O\&M}_k$  = gasto de operación y mantenimiento durante el año  $k$ ;

$t$  = tasa efectiva de impuesto sobre la renta;

$d_k$  = depreciación durante el año  $k$ .

Debe observarse que los montos de valor de mercado, valor en libros y depreciación que aparecen en la ecuación 14.9 son negativos porque reducen los costos. Una vez más, se supone la convención de flujo de efectivo al final del año.

## 14.7 Asignación de capital

En las secciones 14.2 a 14.6 se han estudiado temas de financiamiento del capital que tienen que ver con 1. la forma en que una compañía obtiene capital (y de qué fuentes), y 2. la cantidad de capital de que dispone la empresa, y a qué costo, para mantener una misión de negocios exitosa en los años por venir.

Un fenómeno asombroso de las civilizaciones industrializadas de la época actual es el grado en el que los ingenieros y administradores son capaces de crear riqueza utilizando el capital (dinero y propiedades), mediante actividades que transforman diversos tipos de recursos en bienes y servicios. Históricamente, las naciones industrializadas más grandes del mundo dedican una porción significativa de su producto nacional bruto anual a la investigación en activos para crear riqueza, tales como equipos y maquinaria (los llamados bienes de producción).

En el resto de esta sección se estudia el proceso de toma de decisiones relacionado con el gasto del capital, que también se conoce como *asignación de capital*. Este proceso comprende la planeación, evaluación y administración de proyectos de capital. De hecho, gran parte de este libro ha estudiado conceptos y técnicas que requieren tomar decisiones correctas acerca del gasto del capital en proyectos de ingeniería. Ahora, el objetivo es situarlas en el contexto más amplio de la responsabilidad de la alta dirección para que los trabajos de planeación, medición y control del portafolio conjunto de inversiones de capital de la empresa se lleven a cabo en forma apropiada.

### 14.7.1 Asignación de capital entre proyectos independientes

Las compañías se enfrentan en forma constante con oportunidades independientes de invertir su capital en diversas partes de su organización. Por lo general, dichas oportunidades representan un conjunto de los proyectos que son los más adecuados para mejorar las operaciones de todas las áreas de la empresa (por ejemplo, manufactura, investigación y desarrollo, etcétera). En la mayoría de los casos, la cantidad de capital disponible es limitada, y una cantidad adicional de éste sólo puede obtenerse con un costo incremental mayor. Así, las empresas tienen un problema para presupuestar, o asignar, el capital de que disponen para numerosos usos posibles.

Un enfoque popular a la asignación de capital entre proyectos utiliza el criterio del VP, y se estudió en el capítulo 5. Si los riesgos del proyecto son más o menos iguales, el procedimiento es calcular el VP de cada oportunidad de inversión y después determinar la combinación de proyectos que maximiza el VP, sujeta a varias restricciones acerca de la disponibilidad de capital. El siguiente ejemplo proporciona un panorama general de este procedimiento.

#### EJEMPLO 14.6

Considere los cuatro proyectos independientes que se muestran y determine la mejor asignación del capital entre ellos, si no se dispone de más de \$300,000 para invertir:

Proyecto independiente	Inversión de capital inicial	VP
A	\$100,000	\$25,000
B	125,000	30,000
C	150,000	35,000
D	75,000	40,000

**Tabla 14.3** Combinaciones de proyectos para el ejemplo 14.6

Combinación	VP total ( $\times 10^3$ )	Inversión total en capital ( $\times 10^3$ )
AB	\$55	\$225
AC	60	250
AD	65	175
BC	65	275
BD	70	200
CD	75	225
ABC	90	375
ACD	100	325
BCD	105	350
ABD	95	300* <b>Mejor</b>
ABCD	130	450

### SOLUCIÓN

En la tabla 14.3 se muestran todas las combinaciones posibles de los proyectos independientes tomados en dos, tres y cuatro, a la vez, así como el VP total y la inversión en capital inicial de cada uno. Después de eliminar aquellas combinaciones que no satisfacen la restricción de fondos por \$300,000, la selección apropiada de proyectos sería la ABD, y el VP máximo de \$95,000. Si el número de proyectos por evaluar es grande, el proceso de enumerar combinaciones de proyectos que tienen riesgos casi idénticos se realiza mejor con una computadora.

Los métodos para determinar a cuáles proyectos conviene asignar los fondos disponibles parecen demandar el ejercicio del criterio en situaciones más reales. El ejemplo 14.7 ilustra un problema así y sus posibles métodos de solución.

### EJEMPLO 14.7

Suponga una empresa que tiene disponibles cinco oportunidades de inversión (proyectos), cuyos requerimientos de montos de capital, vidas económicas y TIR prospectivas después de impuestos se indican en la tabla 14.4. Además, suponga que los cinco negocios son independientes uno de otro, que la inversión en uno no impide la inversión en otro, y que ninguno depende de que se acepte otro.

También suponga que la compañía dispone de fondos ilimitados, o por lo menos de fondos suficientes para financiar a todos los proyectos, y que los fondos de capital le cuestan a la empresa un 6% anual después de impuestos. En estas condiciones, es probable que la compañía decida emprender todos los proyectos que ofrezcan un rendimiento de al menos 6% anual, por lo que se financiarían los proyectos A, B, C y D. Sin embargo, una conclusión así supondría que los riesgos asociados con cada proyecto son razonables a la luz de la TIR prospectiva, o bien, que no son mayores que aquellos que se corre con los proyectos normales de la empresa.

Desafortunadamente, en la mayoría de los casos el capital es limitado, ya sea por su monto absoluto o por el costo creciente. Si la cantidad total disponible de capital es de \$60,000, la decisión se torna más difícil. En este caso sería de ayuda elaborar una lista de los

**Tabla 14.4** Proyectos en perspectiva de la empresa<sup>a</sup>

Proyecto	Inversión de capital	Vida (años)	Tasa de rendimiento (% anual)
A	\$40,000	5	7
B	15,000	5	10
C	20,000	10	8
D	25,000	15	6
E	10,000	4	5

<sup>a</sup> Aquí se supone que las tasas de rendimiento indicadas de los proyectos pueden repetirse en forma indefinida por “reemplazos” subsecuentes.

proyectos en orden de rentabilidad *decreciente*, como se hace en la tabla 14.5 (donde se omite el proyecto E, que carece de atractivo). Aquí, es claro que existe una complicación. Es natural que se desee emprender aquellos negocios con el mayor potencial de ganancia. Sin embargo, si se aceptaran los proyectos B y C, no habría capital suficiente para financiar el proyecto A, que ofrece la tasa de rendimiento más alta. Podrían emprenderse los proyectos B, C y D, que generarían un rendimiento anual aproximado de \$4,600 ( $= \$15,000 \times 10\% + \$20,000 \times 8\% + \$25,000 \times 6\%$ ). Si se realizara el proyecto A, ya sea junto con B o con C, el rendimiento anual total no pasaría de \$4,600.\* Un factor de dificultad adicional es el hecho de que el proyecto D tiene una vida más larga que los otros. Así, es evidente que *no* siempre se decide adoptar la alternativa que ofrece la ganancia potencial más elevada.

El problema de asignar capital limitado se vuelve aún más complejo si los riesgos asociados con los diversos proyectos disponibles no son los mismos. Suponga que se determina que los riesgos que se corre con el proyecto B son más grandes que el riesgo promedio de los proyectos que emprende la compañía, y que el riesgo del proyecto C es menor que el del promedio. En esta situación, la empresa ordenaría los proyectos de acuerdo con su atractivo de conjunto, como se aprecia en la tabla 14.6. En estas condiciones, la compañía podría decidir financiar los proyectos C y A para evitar un proyecto con riesgo más grande que el promedio, y otro que ofrece la perspectiva de rendimiento más bajo y vida más larga entre todos.

**Tabla 14.5** Proyectos en perspectiva de la tabla 14.4 ordenados según su TIR

Proyecto	Inversión de capital	Vida (años)	Tasa de rendimiento (%)
B	\$15,000	5	10
C	20,000	10	8
A	40,000	5	7
D	25,000	15	6

\* Este monto de rendimiento se genera suponiendo que el capital sobrante no ganaría más del 6% anual.

**Tabla 14.6** Proyectos en perspectiva de la tabla 14.5 ordenados según su atractivo conjunto

Proyecto	Inversión de capital	Vida (años)	Tasa de rendimiento (%)	Grado de riesgo
C	\$20,000	10	8	Bajo
A	40,000	5	7	Promedio
B	15,000	5	10	Alto
D	25,000	15	6	Promedio

### 14.7.2 Planteamiento de programación lineal para problemas de asignación de capital

Cuando el número de proyectos independientes o inversiones interrelacionadas es muy grande, es impráctica la enumeración y evaluación mediante la “fuerza bruta” de todas las combinaciones posibles de proyectos, como se hizo en el ejemplo 14.7. En esta sección se describe un procedimiento matemático para determinar en forma eficiente el *portafolio* óptimo de proyectos en problemas de asignación de capital en industrias (véase la figura 14.1). Aquí se presentarán sólo los planteamientos de los problemas, pues su solución está más allá del alcance de este libro.

Suponga que la meta de una compañía es maximizar su VP con la adopción de un presupuesto de capital que incluye un gran número de combinaciones mutuamente excluyentes de proyectos. Si el número de combinaciones posibles es muy grande, los métodos manuales para determinar el plan óptimo de inversiones tienden a volverse complicados y lentos, y es más conveniente considerar a la programación lineal como el medio de solución. El resto de esta sección describe la manera de plantear problemas sencillos de asignación de capital como problemas de programación. La programación lineal es un procedimiento matemático para maximizar (o minimizar) una función objetivo que es lineal y está sujeta a una o más ecuaciones lineales que representan otras tantas restricciones. Es alentador saber que el lector obtendrá cierta noción de cómo pueden modelarse los problemas que se han tratado.

La programación lineal es una técnica útil para resolver ciertos tipos de *problemas de asignación de capital* cuando una empresa no tiene la capacidad para desarrollar todos los proyectos que pueden incrementar su VP. Por ejemplo, es frecuente que existan restricciones en la cantidad de capital de inversión para asignar durante cada año fiscal, y las interdependencias de los proyectos a menudo afectan el grado en que éstos podrían ejecutarse con éxito durante el periodo de planeación.

La función objetivo del problema de asignación de capital se escribe como

$$\text{Maximizar el VP neto} = \sum_{j=1}^m B_j^* X_j,$$

donde  $B_j^*$  = VP neto de la oportunidad de inversión (proyecto)  $j$  durante el periodo de planeación que se considera;

$X_j$  = fracción del proyecto  $j$  que se implantó durante el periodo de planeación. (Nota: En la mayoría de problemas de interés,  $X_j$  será igual a 0 o 1; los valores de  $X_j$  son las variables de decisión);

$m$  = número de combinaciones mutuamente excluyentes de los proyectos que se consideran.

Al calcular el VP de cada combinación mutuamente excluyente de proyectos, debe especificarse el valor de la TREMA.

Para escribir las restricciones de un modelo de programación lineal se usa la notación siguiente:

$c_{kj}$  = asignación de efectivo (por ejemplo, inversión inicial de capital o presupuesto anual de operación) que se requiere para el proyecto  $j$  en el periodo  $k$ ;

$C_k$  = asignación máxima de efectivo que se permite en el periodo  $k$ .

Es común que en los problemas que implican presupuestar capital se presenten dos clases de restricciones:

**1. Limitaciones en los desembolsos de efectivo para el periodo  $k$  del horizonte de planeación:**

$$\sum_{j=1}^m c_{kj} X_j \leq C_k.$$

**2. Interrelaciones entre los proyectos.** Algunos ejemplos son los siguientes:

a) Si los proyectos  $p, q$  y  $r$  son mutuamente excluyentes, entonces

$$X_p + X_q + X_r \leq 1.$$

b) Si el proyecto  $r$  puede aceptarse sólo si se acepta el proyecto  $s$ , entonces

$$X_r \leq X_s \quad \text{o} \quad X_r - X_s \leq 0.$$

c) Si los proyectos  $u$  y  $v$  son mutuamente excluyentes y el proyecto  $r$  depende (es contingente) de la aceptación de  $u$  o  $v$ , entonces

$$X_u + X_v \leq 1$$

y

$$X_r \leq X_u + X_v.$$

Con la finalidad de ilustrar el planteamiento de problemas de asignación de capital como modelos de programación lineal, se presentan los ejemplos 14.8 y 14.9.

### EJEMPLO 14.8

Se están considerando cinco proyectos de ingeniería para el próximo periodo presupuestal. En la tabla adjunta se resumen las interrelaciones de los proyectos y los flujos netos de efectivo estimados para ellos:

Proyecto	Flujo de efectivo (en miles de \$) para el final del año, $k$					VP con TREMA del 10% anual
	0	1	2	3	4	
B1	-50	20	20	20	20	13.4
B2	-30	12	12	12	12	8.0
C1	-14	4	4	4	4	-1.3
C2	-15	5	5	5	5	0.9
D	-10	6	6	6	6	9.0

Los proyectos B1 y B2 son mutuamente excluyentes. C1 y C2 se excluyen mutuamente y dependen de que se acepte B2. Por último, el proyecto D es dependiente de la aceptación de C1.

Empleando el método del VP y una TREMA igual al 10% anual, determine cuál es la mejor combinación (portafolio) de proyectos si la disponibilidad de capital se limita a \$48,000.

### SOLUCIÓN

La función objetivo y las restricciones de este problema se plantean como sigue:  
Maximizar

$$\text{VP neto} = 13.4X_{B1} + 8.0X_{B2} - 1.3X_{C1} + 0.9X_{C2} + 9.0X_D,$$

sujeto a

$$50X_{B1} + 30X_{B2} + 14X_{C1} + 15X_{C2} + 10X_D \leq 48;$$

(restricción del total de fondos para invertir)

$$X_{B1} + X_{B2} \leq 1;$$

(B1 y B2 son mutuamente excluyentes)

$$X_{C1} + X_{C2} \leq X_{B2};$$

(C1 o C2 es contingente a B2)

$$X_D \leq X_{C1};$$

(D es contingente a C1)

$$X_j = 0 \text{ o } 1 \text{ para } j = B1, B2, C1, C2, D.$$

(no se permiten fracciones de proyecto)

Un problema como éste podría resolverse con facilidad utilizando el método simplex de programación lineal, si no existiera la última restricción ( $X_j = 0$  o  $1$ ). Al existir dicha restricción, el problema se clasifica como uno de programación lineal entera. (Existen muchos programas de cómputo para resolver problemas de programación lineal entera).

**Tabla 14.7** Cálculos para el sistema de línea polar para el ejemplo 14.9

Proyecto	Flujo neto de efectivo (en miles de \$), Fin de año <sup>a</sup>				VP neto (en miles de \$) al 12% por año <sup>b</sup>
	0	1	2	3	
A1		150	150	150	
A2	-225	(60)	(70)	(70)	+135.3
	200	180	160		
	-290	(180)	(80)	(80)	+146.0
A3	210	200	200		
	-370	(290)	(170)	(170)	+119.3
	100	400	500		
B1	-600	(100)	(200)	(300)	+164.1
B2	500	600	600		
	-1,200	(250)	(400)	(400)	+151.9
C1	70	70	70		
	-160	(80)	(50)	(50)	+8.1
C2	90	80	60		
	-200	(65)	(65)	(65)	-13.1
	90	95	100		
C3	-225	(100)	(60)	(70)	+2.3

<sup>a</sup> Las estimaciones entre paréntesis son gastos anuales de operación (que ya se restaron en la determinación de los flujos netos de efectivo).

<sup>b</sup> Por ejemplo, el VP neto para A1 = -\$225,000 + \$150,000(*P/A*, 12%, 3) = +\$135,300.

### EJEMPLO 14.9

Considere el problema de asignación de capital de tres períodos que tiene las estimaciones de flujo neto de efectivo y los VP que se presentan en la tabla 14.7. La TREMA es del 12% anual, y el techo de los fondos disponibles para inversión es de \$1,200,000. Además, existe una restricción en los fondos de operación para apoyar la combinación de proyectos que se seleccionen (de \$400,000 en el año 1). A partir de estas restricciones en los desembolsos de fondos y las interrelaciones de los proyectos que se indican en la tabla 14.7, se debe plantear la situación en términos de un problema de programación lineal entera.

#### SOLUCIÓN

En primer lugar, se calcula el VP neto de cada oportunidad de inversión al 12% anual (tabla 14.7). Entonces, la función objetivo que se obtiene es

$$\begin{aligned} \text{Maximizar el VP neto} &= 135.3X_{A1} + 146.0X_{A2} + 119.3X_{A3} + 164.1X_{B1} \\ &\quad + 151.9X_{B2} + 8.7X_{C1} - 13.1X_{C2} + 2.3X_{C3}. \end{aligned}$$

Las restricciones de presupuesto son las siguientes:

Restricción de fondos para inversión:

$$\begin{aligned} 225X_{A1} + 290X_{A2} + 370X_{A3} + 600X_{B1} + 1,200X_{B2} \\ + 160X_{C1} + 200X_{C2} + 225X_{C3} \leq 1,200 \end{aligned}$$

Restricción del costo de operación para el primer año:

$$\begin{aligned} 60X_{A1} + 180X_{A2} + 290X_{A3} + 100X_{B1} + 250X_{B2} \\ + 80X_{C1} + 65X_{C2} + 100X_{C3} \leq 400 \end{aligned}$$

Las interrelaciones de las oportunidades de inversión de este problema dan lugar a las siguientes restricciones:

$$\begin{array}{lll} X_{A1} + X_{A2} + X_{A3} & \leq 1 & A1, A2 y A3 son mutuamente excluyentes \\ X_{B1} & \leq 1 \\ X_{B2} & \leq 1 \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} B1 y B2 son independientes \\ toma en cuenta la dependencia que tienen \end{array} \right\} \quad \begin{array}{l} C1, C2 y C3 (que son mutuamente excluyentes) \\ de A1 o A2 \end{array}$$

Por último, si se requiere que cada variable de decisión valga 0 (no aparecería en la solución óptima) o 1 (aparecería en la decisión óptima), la última restricción del problema se plantea así:

$$X_j = 0, 1, \text{ para } j = A1, A2, A3, B1, B2, C1, C2, C3.$$

Como se observa, un problema tan sencillo como el anterior requeriría una gran cantidad de tiempo para resolverse si se procede a listar y evaluar todas las combinaciones mutuamente excluyentes, como se estudió en el capítulo 5. En consecuencia, se recomienda que se utilice un programa de cómputo apropiado para obtener las soluciones de todos o la mayoría de problemas sencillos de asignación de capital.

## 14.8 Panorama del proceso típico de asignación presupuestal del capital corporativo

Siempre existe la posibilidad de que el estudiante de ingeniería económica haya estado tan inmerso en los múltiples detalles que se han estudiado hasta este momento, que haya perdido de vista el “contexto de empresa” en el que se llevan a cabo los diferentes cálculos para evaluar las propuestas de gastos de capital. Por esa razón, en lo que resta del capítulo, el objetivo será centrarnos en la forma en que se usan los resultados de los análisis de ingeniería económica dentro del proceso de presupuestar el capital corporativo. Se recomienda al lector poner mucha atención a la forma en que se utilizan las mediciones de las ventajas económicas, tales como el valor presente y la tasa interna de rendimiento, en el proceso de aprobación del capital corporativo.

Un proceso típico de presupuestar el capital corporativo consta de varias etapas interrelacionadas:

1. planeación preliminar y costo del capital;
2. presupuesto de capital anual y portafolio propuesto de proyectos;

3. políticas de gasto del capital y procedimientos de evaluación;
4. implantación de proyectos y revisión postauditoria;
5. comunicación.

### **14.8.1 Planeación preliminar y costo del capital**

Antes de poder tomar decisiones de financiamiento y asignación del capital, es necesario realizar una cantidad considerable de planeación. El propósito principal de la planeación del gasto del capital es asegurarse de que se alcancen las metas de largo plazo de la organización. Estas metas de largo plazo y planes estratégicos son los nexos directos entre los planes de utilidades y los presupuestos del capital. Aunque los períodos normales de los presupuestos normalmente varían de 3 a 10 años, la mayoría de empresas grandes y medianas se basan en períodos de cinco años, y las pequeñas en períodos de tres a cinco años.

En la planeación de amplio espectro, una compañía decide qué tan grande quiere ser, qué tan rápido crecer, cuánto capital necesita y cómo adquirirá los fondos que requiere. Como se estudió con anterioridad, la adquisición de dichos fondos a través de fuentes internas o externas determina el costo del capital. Asimismo, como se ilustró en forma previa, el enfoque más común para determinar el costo del capital es el promedio ponderado después de impuestos de las componentes de deuda y capital propio en la estructura de capital.

Algunas empresas usan el costo de capital promedio ponderado como la TREMA para la planeación en el gasto de éste, pero otras lo emplean como punto de arranque en el desarrollo de la TREMA de cada división. Esto último ocurre con más frecuencia en empresas medianas, aunque la mayoría tiende a usar una tasa para toda la organización. El costo de capital de una empresa se actualiza en forma periódica conforme cambian la mezcla y montos de capital de deuda y propio.

### **14.8.2 Presupuesto anual del capital y portafolio propuesto de proyectos**

Un procedimiento normal para desarrollar el presupuesto anual del capital para proyectos en una empresa es hacerlo por división y que los gerentes del nivel funcional desarrollen la lista de proyectos que proponen. Conforme las propuestas ascienden en la jerarquía organizacional, algunas resultan eliminadas y otras se agregan. Para ayudar a la administración en el proceso de presupuestar el capital, los proyectos propuestos deben clasificarse de algún modo. Sin importar de qué tamaño sea la empresa, los dos métodos más comunes para clasificar los proyectos propuestos son: por división operativa (tipo y propósito de proyecto) y por tamaño, en dinero, del proyecto.

Una vez que se han clasificado los proyectos que se proponen, es necesario ordenarlos dentro del portafolio de acuerdo con diversos criterios de selección. Es frecuente que se empleen la rentabilidad del capital invertido y su adherencia a una estrategia de largo plazo, y las metas del negocio como los dos criterios más importantes de clasificación. Las compañías usan a menudo tres métodos para medir el atractivo económico en las etapas de planeación de un proyecto; se trata de los métodos del periodo de recuperación, la TIR y el VP. Los proyectos con períodos de recuperación largos, TIR baja o VP poco atractivo se eliminan a partir de una mayor consideración a menos que existan circunstancias atenuantes para conservarlos en el portafolio de proyectos (por ejemplo, proyectos que deban finanziarse para garantizar el cumplimiento de requerimientos legales).

Cada año, una empresa tendrá algunos proyectos que podrían denominarse *antieconómicos*. Un proyecto antieconómico es aquel que requiere inversión de capital, pero propor-

ciona poco o ningún rendimiento monetario. La mayor parte de compañías separan los proyectos rentables de los antieconómicos cuando solicitan financiamiento, y algunas de ellas dividen aún más los antieconómicos en categorías tales como sostenibles, regulatorios y ambientales, seguridad y salud, y administrativos.

Por distintas razones, no todos los proyectos rentables se aceptan. Un proyecto puede rechazarse en dos puntos del proceso de elaboración del presupuesto del capital; el primero es en la etapa de planeación y selección, y el segundo en la de implantación. Aunque es importante la productividad del capital, las dos razones principales para rechazar la propuesta de un proyecto en cualquier etapa son su incompatibilidad con las metas y objetivos de la compañía, y la falta de capital.

Como es de esperarse, en especial en las compañías grandes, la alta dirección y el consejo de administración son quienes por lo general aprueban el presupuesto conjunto del capital; los directores de división y operativos deciden la asignación del capital para la mayoría de los proyectos individuales.

#### **14.8.3 Políticas de gasto del capital y procedimientos de evaluación**

Las políticas y procedimientos de gasto del capital se subdividen en dos partes principales: 1. niveles de aprobación administrativa para proyectos de tamaños diferentes, y 2. control administrativo de gastos específicos de capital.

Existen tres planes típicos para delegar la responsabilidad administrativa de la aprobación de proyectos:

1. Siempre y cuando los proyectos sean buenos en términos de atractivo económico de acuerdo con el análisis de la división operativa, se da a esta última poder de aprobación, mientras que se mantiene el control sobre la cantidad invertida por cada división y en tanto se consideren confiables los análisis de la división.
2. Se da a la división el poder de asignar fondos dentro de los límites que fijan los controles del caso, siempre y cuando los proyectos representen la ejecución de las políticas establecidas por la alta dirección.
3. Cuando un proyecto requiere una asignación total que es superior a cierta cantidad, se envía la solicitud correspondiente a los niveles más altos de la organización. Es frecuente que se acompañe la solicitud con la limitante presupuestal de la inversión total máxima que puede emprender la división en el periodo presupuestal.

Para ilustrar la idea de una inversión mayor que requiere de aprobación de la alta dirección, se plantean como sigue las limitaciones para una empresa en particular:

---

Si la inversión total de capital es de...

Más de	Pero menor o igual que	Entonces, se requiere la aprobación de
\$5,000	\$100,000	Gerente de planta
100,000	1,000,000	Vicepresidente divisional
1,000,000	2,500,000	Presidente
2,500,000	—	Consejo de administración

---

El propósito de estas políticas es armonizar la planeación del gasto de capital y el proceso de control delegando autoridad a los distintos niveles administrativos para que aprueben los proyectos que puedan manejar con eficacia. Dicha armonización permite que la alta dirección se concentre en las demandas de capital más significativas.

El establecimiento de políticas de gasto de capital es una responsabilidad mayor de la alta administración, pero la responsabilidad de desarrollar criterios de selección con atractivo económico tiende a variar de una organización a otra. Sin embargo, sin importar qué grupo desarrolle los criterios, estos últimos se aplican cuando se propone un proyecto y también cuando está listo para implantarse.

#### **14.8.4 Implantación de proyectos y revisión postauditoría**

El plazo para implantar un proyecto puede ser corto o muy largo, y es costumbre que la responsabilidad de que eso ocurra recaiga en la jefatura de la división y en el impulsor del proyecto. Aproximadamente dos a seis meses antes de la implantación, debe enviarse y aprobarse la solicitud de aprobación (SA). Por lo general, se envía un reporte de avance periódico a los niveles apropiados de la dirección durante el tiempo de ejecución de un proyecto. Este reporte se utiliza para garantizar que el proyecto se desarrolle según lo programado y que la administración se encuentre alerta de cualquier problema que pudiera surgir. Es frecuente que un proyecto exceda su costo debido a la dificultad de estimar los flujos de efectivo futuros. La mayor parte de compañías permite cierto excedente (tal vez el 10%) sin que se requiera una SA nueva.

En la mayoría de empresas, el gerente divisional es el responsable de efectuar una revisión postauditoría una vez que el proyecto ha alcanzado el estatus operacional. (Véase la etapa 7 del procedimiento de análisis de ingeniería económica que se estudió en la sección 1.4.) Por lo general, esta revisión es una experiencia de aprendizaje constructiva que incluye el análisis de las operaciones del proyecto y su rendimiento financiero. Los objetivos principales de la evaluación postauditoría son: 1. determinar si se alcanzaron los objetivos del proyecto, 2. descubrir el grado en que se apega al plan y detectar dónde ocurrieron las desviaciones, 3. favorecer estimaciones más exactas en la propuesta original, y 4. aprender, a partir de los resultados, a identificar problemas y a promover la realización de mejores estimaciones en el futuro. El inicio de la evaluación postauditoría varía de tres meses a dos años después del inicio de las operaciones, pero por lo general se lleva a cabo luego de un año del comienzo de éstas.

#### **14.8.5 Comunicación**

Si las propuestas de proyectos van a transmitirse de una unidad organizacional a otra en busca de su revisión y aprobación, debe haber medios de comunicación eficaces, que van desde formatos estándar hasta entrevistas personales. En la comunicación de las propuestas de proyectos a los niveles más altos de la estructura administrativa, es deseable que se utilice un formato tan estandarizado como sea posible, para que ayude a garantizar que la información y evaluación sean uniformes y completas. En general, los aspectos técnicos y de mercadotecnia de cada propuesta de proyecto deben describirse por completo en la forma que sea más apropiada para cada caso individual. Sin embargo, deben estandarizarse los resúmenes financieros de todas las propuestas, de manera que puedan evaluarse en forma consistente y justa.

## 14.9 Resumen

En este capítulo se ha presentado un panorama de las funciones cruciales de financiamiento y asignación del capital, así como del proceso de presupuestar el capital total. Nuestro estudio del financiamiento del capital se refirió al tema de dónde obtienen dinero las empresas para continuar su crecimiento y prosperar; se habló también de cuánto les cuesta obtener dicho capital. Se incluyó además un análisis del costo de capital promedio ponderado. En este sentido, se aclararon las diferencias entre el capital de deuda y el capital de los dueños (propio). También se describió el arrendamiento como fuente de capital, y se analizó un ejemplo de arrendar *versus* comprar.

El tratamiento de la asignación de capital entre oportunidades independientes de inversión se construyó sobre dos observaciones importantes. En primer lugar, la preocupación principal de la actividad de gasto del capital es asegurar la supervivencia de la compañía implantando ideas que maximicen la riqueza futura de los accionistas, lo que equivale a maximizar el VP para el accionista. En segundo lugar, el análisis de ingeniería económica juega un papel vital en la decisión de cuáles proyectos se recomienda para que reciban la aprobación de fondos y se incluyan en el portafolio integrado de inversiones de capital de la empresa.

## 14.10 Referencias

- BAUMOL, W. J. y R. E. QUANDT. "Investment and Discount Rates Under Capital Rationing —A Programming Approach", *Economic Journal*, vol. 75, núm. 298, junio de 1965, págs. 317-329.
- BERNARD, R. H. "Mathematical Programming Models for Capital Budgeting —A Survey, Generalization, and Critique", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, vol. 4, núm. 2, 1969, págs. 111-158.
- BUSSEY, L. E. y T. G. ESCHENBACH. *The Economic Analysis of Industrial Projects*, 2a. ed. (Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1992).
- GURNANI, C., "Capital Budgeting: Theory and Practice", *The Engineering Economist*, vol. 3, núm. 1 (otoño de 1984), págs. 19-46.
- LEVY, H. y M. SARNAT. *Capital Investment and Financial Decisions*, 2a. ed. (Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1983).
- PARK, C. S. y G. P. SHARPE-BETTE. *Advanced Engineering Economics*, (New York: John Wiley & Sons, Inc., 1990).
- WEINGARTNER, H. M. *Mathematical Programming and the Analysis of Capital Budgeting Problems* (Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1963).

## 14.11 Problemas

Los números entre paréntesis al final de un problema se refieren a la(s) sección(es) que se relaciona(n) más de cerca con el problema.

**14.1.** Describa la forma en que las actividades de financiamiento y asignación del capital en una organización afectan a la práctica de la ingeniería económica. (14.1)

**14.2.** ¿Por qué razón en la mayoría de los análisis de ingeniería económica normalmente se supone que el conjunto de capital de una compañía se usa

para financiar un proyecto importante y no una fuente específica de capital (por ejemplo, fondos propios *versus* prestados)? (14.2)

**14.3.** Enumere cinco fuentes posibles de fondos para que una corporación financie el capital de sus proyectos y operaciones en marcha. (14.2)

**14.4.** Describa brevemente las cinco etapas fundamentales que se asocian con el proceso de presupuestar el capital de una empresa. (14.8).

**14.5.**

- a) ¿Qué es el capital propio y en qué se diferencia del de deuda? (14.2)
- b) ¿Por qué los tenedores de bonos reciben, en promedio, una tasa de rendimiento más baja que los accionistas comunes de una compañía de la misma corporación? (14.2, 14.3)

**14.6.**

- a) Mencione al menos cuatro características de una corporación. (14.4)
- b) ¿Cuáles podrían ser las ventajas de que una compañía arriende activos? (14.2, 14.6)

**14.7.**

- a) ¿Cuál es el costo del capital proveniente de las utilidades retenidas? ¿Por qué? (14.4)
- b) ¿Cómo debería considerarse el costo de los fondos por depreciación (reservas)? ¿Por qué? (14.5)

**14.8.** Una corporación vendió en \$4,750,000 una emisión de bonos a 20 años, con valor nominal total de \$5,000,000. Los bonos rinden un interés del 10%, pagadero en forma semestral. La compañía desea establecer un fondo sumergido para retirar la emisión de bonos y hará depósitos semestrales que percibirán el 8%, capitalizable de manera semestral. Calcule el costo por semestre del interés y vencimiento de estos bonos. (14.3)

**14.9.** Las acciones comunes de la Yog Manufacturing Company se venden en el presente en \$32 por acción, y los dividendos anuales han sido constantes de \$2.40 por acción. Si un inversionista cree que el precio de una acción común crecerá al 5% anual en el futuro previsible, ¿cuál es el costo aproximado de la propiedad de acciones comunes para la Yog? ¿Qué suposiciones realizó el lector? (14.4)

**14.10.** Una corporación pequeña que tiene una capitalización de \$200,000, representados por 2,000 acciones comunes, ha estado en operación durante cinco años. Durante este tiempo, no ha pagado dividendos con la finalidad de poder financiar su crecimiento mediante la retención de utilidades. Ahora necesita \$100,000 de capital adicional para financiar su expansión. Está considerando tres métodos para obtenerlo: 1. intentar emitir \$100,000 en nuevas acciones comunes; 2. tomar el préstamo de un banco con el 8% de interés; y 3. vender bonos a cinco años que ganarían un interés del 7%, con la restricción de que no podría incurrir en más endeudamiento durante la vida de la emisión de los bonos. Analice con brevedad las ventajas y desventajas de cada método de financiamiento. (14.2, 14.3, 14.4)

**14.11.** Consulte el problema 14.8. Suponga que los gastos iniciales de venta de la emisión de bonos son del 1.17% del valor de cambio (nominal); los gastos anuales por administración del servicio de la emisión de bonos son del 3.1% de los costos del interés anual; y la tasa marginal (efectiva) del impuesto sobre la renta para la corporación es del 39.6%. Con base en esta información adicional, ¿cuál es el costo después de impuestos para la corporación por la emisión de bonos? (14.3)

**14.12.** Consulte el ejemplo 14.5. Si los gastos anuales de mantenimiento varían de \$800 a \$1,300 por año, y la inflación podrá variar entre 3% y 8% anual (como se muestra en la tabla que sigue), determine si el camión montacargas debe comprarse o rentarse para cada combinación de valores extremos. (14.6)

Mantenimiento anual	Tasa anual de inflación	Recomendación
\$800	3	?
1,300	8	?

**14.13.** Una pieza de equipo existente ha tenido un rendimiento deficiente y necesita reemplazarse. Se tiene la posibilidad de *comprar* o bien, *rentar* equipo más moderno. Si se comprara, el equipo costaría \$20,000 y tendría una vida sujeta a depreciación de cinco años sin valor de mercado. Para simplificar, suponga que la empresa usa la depreciación con el método de la línea recta. Debido a las características de operación mejoradas del equipo, se espera que genere ahorros en materias primas por \$5,000 anuales, en relación con la continuación del empleo del equipo actual. Sin embargo, es muy probable que los gastos anuales por mano de obra del equipo nuevo se incrementen en \$2,000 y el mantenimiento anual en \$1,000. Para arrendar el equipo nuevo se requiere un depósito de \$2,000 que se devolvería, y la tarifa por arrendamiento al final del año sería de \$6,000. Los ahorros anuales en materiales y gastos adicionales en mano de obra serían los mismos si se comprara que si se arrendara el equipo, pero la compañía arrendadora brindaría el servicio de mantenimiento como parte de la tarifa de la renta. La TREMA después de impuestos es del 15% anual, y la tasa efectiva de impuesto sobre la renta es del 50%. Si se comprara, se piensa que el equipo podría venderse al final de cinco años en \$1,500, aun cuando se usó \$0 en el cálculo de la depreciación con el método de la línea recta.

Determine si la compañía debería comprar o arrendar el equipo nuevo, suponiendo que ha decidido reemplazar el equipo actual. (14.6)

**14.14.** Determine los medios más económicos de adquirir una máquina para sus negocios. Usted tiene la posibilidad de: a) comprarla en \$5,000 con valor probable de reventa de \$1,000 al final de cinco años, o b) arrendarla por una cuota anual de \$900 por año durante cinco años con un depósito inicial de \$500 que se devolvería al regresar la máquina en buenas condiciones. Si usted poseyera la máquina, suponga (por simplicidad) que la depreciaría a una tasa anual de \$800. Todos los cargos por arrendamiento son deducibles para fines del impuesto sobre la renta. Como propietario o arrendatario, usted pagaría gastos asociados con la operación de la máquina.

- a) Compare estas alternativas usando el método del VA. La TREMA después de impuestos es del 10% por año, y la tasa efectiva de impuesto sobre la renta es del 50%. No utilice un método tabular para obtener la solución.
- b) ¿Qué tan grandes podrían ser las tarifas anuales por arrendamiento, de manera que éste continuara siendo la alternativa más atractiva? (14.6)

**14.15.** Una empresa está considerando el desarrollo de varios productos nuevos, que se listan en la tabla adjunta. Los productos de cada grupo son mutuamente excluyentes. Se seleccionará como máximo un producto de cada grupo. La empresa tiene una TREMA del 10% anual y una restricción presupuestal en los costos de desarrollo que los limita a \$2,100,000. Se supone que la vida de todos los productos es de 10 años, sin valor de rescate. Plantee este problema de asignación de capital como modelo de programación lineal entera. (14.7)

Grupo	Producto	Costo de desarrollo	Ingreso de efectivo neto anual
A	A1	\$500,000	\$90,000
	A2	650,000	110,000
	A3	700,000	115,000
B	B1	600,000	105,000
	B2	675,000	112,000
C	C1	800,000	150,000
	C2	1,000,000	175,000

**14.16.** En la compañía de usted, están en consideración cuatro propuestas. Las propuestas A y C son mutuamente excluyentes; la B y D se excluyen mutuamente y no pueden implantarse a menos que se elija la propuesta A o C. En el tiempo cero no puede

mente excluyentes y no pueden implantarse a menos que se elija la propuesta A o C. En el tiempo cero, no puede gastarse más de \$140,000. La TREMA antes de impuestos es del 15% anual. Los flujos de efectivo estimados se muestran en la tabla adjunta. Forme todas las combinaciones mutuamente excluyentes en vista de las contingencias especificadas, y plantee este problema como modelo de programación lineal entera. (14.7)

Fin del año	Propuesta			
	A	B	C	D
0	-\$100,000	-\$20,000	-\$120,000	-\$30,000
1	40,000	6,000	25,000	6,000
2	40,000	10,000	50,000	10,000
3	60,000	10,000	85,000	19,000

**14.17.** Para un proyecto de ingeniería están en consideración tres alternativas. Sus estimaciones de flujo de efectivo se muestran en la tabla que sigue. A y B se excluyen mutuamente, y C es una característica opcional agregada a la alternativa A. Los fondos para inversión se limitan a \$5,000,000. Otra restricción sobre este proyecto es el personal de ingeniería que se necesita para diseñar e implantar la solución. No pueden destinarse al proyecto más de 10,000 horas-persona de tiempo de ingeniería. Construya un modelo de programación lineal entera de este problema de asignación de recursos. (14.7)

	Alternativa		
	A	B	C
Inversión inicial (\$10 <sup>6</sup> )	4.0	4.5	1.0
Requerimientos de personal (horas)	7,000	9,000	3,000
Ahorros anuales después de impuestos, años 1 a 4 (\$10 <sup>6</sup> )	1.3	2.2	0.9
VP con el 10% anual (\$10 <sup>6</sup> )	0.12	2.47	1.85

**14.18.** Su compañía tiene en consideración cuatro propuestas. Las propuestas A y C son mutuamente excluyentes; la B y D se excluyen mutuamente y no pueden implantarse a menos que se elija la propuesta A o C. En el tiempo cero no puede

**Tabla P14.18 Cuatro propuestas para el problema P14.18**

Final del año	Flujo de efectivo estimado para las propuestas			
	A	B	C	D
0	-50,000	-20,000	-120,000	-30,000
1	0	10,000	55,000	15,000
2	0	10,000	55,000	15,000
3	83,000	10,000	55,000	15,000
VP (15%)	4,574	2,832	5,577	4,248
TIR	18.4%	23.4%	17.8%	23.4%

gastarse más de \$140,000. La TREMA antes de impuestos es del 15% anual. Plantee esta situación en términos de un problema de programación lineal entera. En la tabla P14.18 se proporcionan los datos relevantes. (14.7)

**14.19.** Consulte el caso del costo de capital promedio ponderado de la IPC (sección 14.5.1) y los

ejemplos 14.1 a 14.4. Suponga que las utilidades que retiene IPC en su estructura de capital son de \$4,300,000, y los cambios para los ejemplos 14.1 a 14.4 son los que se indican en la tabla P14.19. Con base en esta información, ¿cuál es el CCPP después de impuestos para la Interstate Products Corporation?

**Tabla P14.19 Ejemplo 14.1, cambios para el problema P14.19**

Ejemplo	Cambio(s)
14.1	El préstamo a tres años fue de \$4,800,000 con tasa de interés del 9.1% anual.
14.2	Emisión de \$15,000,000 en bonos a 12 años; valor nominal de \$10,000 por bono; $r = 5.92\%$ por año; y cada bono se vendió en \$10,430.
14.3	Se obtuvieron utilidades después de impuestos de \$1,650,000 por año, y se vendieron 1,000,000 de acciones originalmente a un precio promedio de \$18.40. Se espera que el precio futuro de venta crezca al 8% anual.
14.4	Se vendieron 100,000 acciones preferentes a un valor nominal de \$29 por acción.

# *Manejo de decisiones con atributos múltiples*

*El objetivo de este capítulo es estudiar la forma en que diversos modelos relativamente sencillos se utilizan para evaluar alternativas de manera que incluyan al mismo tiempo atributos monetarios y no monetarios, tal como sucede en las decisiones de la vida real.*

---

#### **En este capítulo se estudian los siguientes temas:**

- Ejemplos de decisiones con atributos múltiples
- Selección de atributos
- Selección de una escala de medición
- Dimensionalidad del problema
- Modelos no compensatorios
- Modelos compensatorios

---

#### **15.1 Introducción**

Todos los capítulos anteriores se han ocupado sobre todo de asignar valor monetario equivalente a alternativas y propuestas que compiten entre sí. Como el lector sabrá, pocas decisiones se basan sólo en pesos y centavos. En este capítulo, la atención se dirige hacia las formas en que se incluyen de manera explícita, en la evaluación de empresas de ingeniería y de negocios, diversas consideraciones que no son monetarias (*atributos*) y que surgen de objetivos múltiples. Con el término *no monetario* se quiere decir que no existe un mecanismo de mercado formal en el cual pueda establecerse valor para los diferentes aspectos del rendimiento de un negocio, tales como la belleza, la moral de los empleados y el mejoramiento ambiental.

Es difícil definir el término *valor* porque se emplea con múltiples significados. De hecho, en el año 350 AC, Aristóteles concibió siete clases de valor que aún tienen validez ac-

tualmente: **1.** económico, **2.** moral, **3.** estético, **4.** social, **5.** político, **6.** religioso y **7.** judicial. De estas clases, sólo el *valor económico* se mide de forma objetiva (por suerte) en términos de unidades monetarias tales como dólares, yenes o pesos. Sin embargo, el valor económico también se establece a través del *valor de uso* de un artículo (propiedades que proporcionan una unidad de uso, trabajo o servicio) y el *valor de aprecio* (propiedades que hacen que algo sea deseable). En términos muy simplificados, diremos que los valores de uso son los que hacen que un producto funcione (por ejemplo, un carro sirve como medio confiable de transporte), y los de aprecio hacen que se venda (por ejemplo un automóvil convertible tiene apariencia deportiva). Los valores de uso y de aprecio no admiten una cuantificación precisa en términos monetarios, por lo que es frecuente recurrir a técnicas de atributos múltiples con el fin de evaluar el valor total de diseños complejos y sistemas o maquinaria complicados.

## 15.2 Ejemplos de decisiones con atributos múltiples

Con la finalidad de poner en perspectiva y brindar la motivación para estudiar la toma de decisiones con atributos múltiples, se presentan dos ejemplos reales que harán la introducción hacia los temas que siguen.

Una situación con la que se topa con frecuencia un recién egresado de ingeniería es la de seleccionar su primer trabajo permanente. Suponga que Mary Jones, una ingeniera de 22 años de edad, tiene la fortuna de contar con cuatro ofertas firmes de trabajo. Debe decidirse por una de ellas antes de cuatro semanas, de otro modo las perderá. Se encuentra un poco confundida por cuál de las ofertas aceptar, pero decide fundamentar su elección en cuatro factores, o atributos, importantes (se citan en un orden que no es necesariamente el de su preferencia): **1.** ambiente social de la ciudad en la que trabajaría, **2.** facilidades para practicar deportes al aire libre, **3.** salario inicial, y **4.** ascensos potenciales y avance profesional. A continuación, Mary Jones construye una tabla y la llena con datos objetivos y subjetivos relacionados con las diferencias entre las cuatro ofertas. La tabla final (o matriz) es la 15.1, que se muestra en seguida. Observe que hay varios atributos que se calificarán en forma subjetiva con una escala que va de “malo” a “excelente”.

No es raro que en situaciones de toma de decisiones, aun tan sencillas como la que se presenta, haya datos monetarios y no monetarios que son ingredientes clave. Se recomienda al lector tomar un minuto de su tiempo para ponderar cuál oferta aceptaría si contara sólo con los datos de la tabla 15.1. ¿Dominaría el salario inicial a todos los demás atributos,

**Tabla 15.1** Problema de la selección de oferta de trabajo

Atributos	Alternativas (ofertas y ubicaciones)			
	Apex Corp. Nueva York	Sycon, Inc., Los Ángeles	Sigma, Ltd., Macon, GA	McGraw-Wesley, Flagstaff, AZ
Ambiente social	Bueno	Bueno	Regular	Malo
Ambiente/deportes	Malo	Excelente	Bueno	Muy bueno
Salario inicial (anual)	\$50,000	\$45,000	\$49,500	\$46,500
Avance profesional	Regular	Muy bueno	Bueno	Excelente

**Tabla 15.2** Problema de la selección de una estación de trabajo para CAD

Atributo	Alternativas			
	Vendedor A	Vendedor B	Vendedor C	Referencia ("no hacer nada")
Costo de compra del sistema	\$115,000	\$338,950	\$32,000	\$0
Reducción del tiempo de diseño	60%	67%	50%	0
Flexibilidad	Excelente	Excelente	Buena	Mala
Control de inventarios	Excelente	Excelente	Excelente	Mala
Calidad	Excelente	Excelente	Buena	Regular
Participación en el mercado	Excelente	Excelente	Buena	Regular
Utilización de la máquina	Excelente	Excelente	Buena	Mala

de manera que elegiría la Apex Corporation, de Nueva York? ¿Trataría de negociar un ambiente social malo por un avance profesional excelente en Flagstaff y hacer la oferta de McGraw-Wesley su mejor opción?

Muchos problemas de decisión en la industria podrían reducirse a una forma matricial similar a la del ejemplo de selección de empleo. Para ilustrar la aplicación tan amplia de dichos resúmenes tabulares de los datos, considere otro ejemplo referente a la elección de una estación de trabajo de diseño asistido por computadora (CAD, por sus siglas en inglés) por parte de una empresa de ingeniería y arquitectura. Los datos se resumen en la tabla 15.2. En este problema de toma de decisiones, la lista de alternativas factibles (elecciones) la componen tres vendedores y la opción de “no hacer nada”, y se cree que son suficientes siete atributos para propósitos de discriminación entre las alternativas. Junto con la cuestión de cuál estación de trabajo seleccionar, vienen a la mente otras preguntas significativas en relación con la toma de decisiones con atributos múltiples: 1. ¿Cómo se eligen en un inicio los atributos? 2. ¿Quién hace los juicios subjetivos acerca de los atributos no monetarios tales como la “calidad” o la “flexibilidad de operación”? 3. ¿Cuál es la respuesta que se pide (por ejemplo, una partición de las alternativas o un ordenamiento de ellas)? En este capítulo se describen varios modelos sencillos, pero funcionales y creíbles, para seleccionar entre alternativas tales como las que se presentan en las tablas 15.1 y 15.2.

### 15.3 Selección de atributos

La selección de atributos con los cuales juzgar alternativas de diseños, sistemas, productos y procesos es una de las tareas más importantes en el análisis de decisiones con atributos múltiples. (Por supuesto, la más importante consiste en identificar las alternativas factibles entre las cuales hacer la selección.) Se ha observado que, en algunos casos, la articulación de atributos para una decisión en particular arroja luz suficiente sobre el problema de manera que la elección final sea obvia para todos los que estén implicados.

Analice de nuevo los datos de las tablas 15.1 y 15.2. Es posible hacer de inmediato las observaciones generales siguientes acerca de los atributos que se usan para discriminar entre las alternativas: 1. cada atributo diferencia al menos dos alternativas (en ningún caso debe asignarse a todas las alternativas valores idénticos de un atributo); 2. cada atribu-

to contiene una dimensión o faceta única del problema de toma de decisiones (es decir, los atributos son independientes y no redundantes); 3. en un sentido colectivo, se supone que todos los atributos son suficientes para fines de la selección de la mejor alternativa; y 4. se presume que las diferencias entre los valores que se asignan a cada atributo son significativos para diferenciar entre las alternativas factibles.

En la práctica, la selección de un conjunto de atributos por lo general es el resultado del consenso de un grupo, y es un proceso claramente subjetivo. Por lo tanto, la lista final de atributos, monetarios y no monetarios, se ve muy influida por el problema de la toma de decisiones en cuestión, así como por la sensación intuitiva de cuáles atributos constituirían o no una diferencia relevante entre las alternativas factibles. Si se elige demasiados atributos, el análisis se volverá pesado y difícil de manejar. Por otro lado, muy pocos atributos limitarían la discriminación entre las alternativas. Una vez más, se requiere criterio para decidir cuánto es muy poco o demasiados. Si algunos de los atributos de la lista final carecen de especificidad o no pueden cuantificarse, será necesario subdividirlos en atributos de un nivel más bajo que sí puedan medirse.

Para ilustrar las observaciones anteriores, suponga que en la tabla 15.2 se agregara un atributo denominado “costo de operación y mantenimiento del sistema”, con la finalidad de incluir una dimensión vital del costo del ciclo de vida del sistema CAD. Quizá el atributo “flexibilidad” debería subdividirse en otros dos más específicos, tales como “capacidad de actuar como interfaz de un equipo de manufactura asistida por computadora” (como máquinas-herramienta de control numérico) y “capacidad para crear y analizar representaciones geométricas de sólidos de conceptos de ingeniería de diseño”. Por último, sería constructivo unificar dos de los atributos de la tabla 15.2, que serían “calidad” y “participación en el mercado”. Puesto que no hay ninguna diferencia en los valores que se asignan a ellos en las cuatro alternativas, podrían combinarse en un atributo único, tal vez denominado “logro de mayor participación en el mercado gracias a las mejoras en la calidad”.

## ▼ **15.4 Selección de una escala de medición**

La identificación de las alternativas factibles y los atributos apropiados representa una gran parte del trabajo que se asocia con el análisis de decisiones con atributos múltiples. La tarea siguiente consiste en desarrollar una metrología (o escalas de medición) que permita representar varios estados de cada atributo. Por ejemplo, en la tabla 15.1, los “dólares” son una elección obvia para medir el salario inicial. Se hizo una calificación subjetiva del avance profesional utilizando una medida con cinco graduaciones que iban de “malo” a “excelente”. Las graduaciones eran “malo”, “regular”, “bueno”, “muy bueno” y “excelente”. En muchos problemas, la medición es tan sólo la unidad de medida física con la que se hace la comparación. Por ejemplo, la contaminación prevista por el ruido en varias vialidades de un proyecto urbano de comunicación podría ser un atributo relevante cuya medición sería “decibeles”.

## ▼ **15.5 Dimensionalidad del problema**

Si el lector consulta de nuevo la tabla 15.1, observará que hay dos formas básicas de procesar la información que ahí se presenta. En primer lugar, podría intentar reducir cada oferta de trabajo a una sola medida o dimensión. Por ejemplo, todos los atributos podrían traducirse de algún modo a sus equivalentes en dólares, o reducirse a una *utilidad equivalente*.

*lente* que fuera, por ejemplo, de 0 a 100. No sería difícil asignar un valor en dinero a un avance profesional bueno, pero, ¿qué hay de la traducción a un valor en dinero de un ambiente social malo *versus* otro excelente? De manera similar, para la mayoría de individuos podría no ser plausible traducir todos los datos de ofertas de trabajo a una escala de valor o utilidad que vaya de 0 a 100. Esta forma inicial de manejar los datos de la tabla 15.1 se llama *análisis unidimensional*. (La dimensión corresponde al número de medidas que se usan para representar los atributos que discriminan las alternativas.)

La reducción de toda la información a una sola dimensión es una práctica muy popular porque muchos analistas creen que de ese modo un problema complicado se vuelve susceptible de solución numérica. De hecho, más adelante se presentan varios modelos unidimensionales que son de utilidad. Tales modelos se denominan *compensatorios*, ya que los cambios en los valores de un atributo en particular pueden eliminarse, o negociarse contra, mediante cambios opuestos en algún otro atributo.

La segunda forma básica de procesar la información de la tabla 15.1 es mantener la individualidad de los atributos en tanto se determina la mejor alternativa. Es decir, no se intenta reducir los atributos a una escala en común. Lo anterior recibe la denominación de *análisis de dimensión total* del problema de atributos múltiples. Por ejemplo, si se elige  $r^*$  atributos para caracterizar las alternativas en estudio, en la selección se consideran los valores que se predice para todos los  $r^*$  atributos. Si hay más de un atributo con una unidad de medida en común, como en la tabla 15.1, se tratará de un problema de dimensión intermedia, que se analiza utilizando los mismos modelos que se emplearían para otro de dimensión total. En la siguiente sección se ilustran varios de dichos modelos, que con frecuencia son más útiles para eliminar del estudio a las alternativas inferiores. Se hace referencia a estos modelos como *no compensatorios* porque no se permite negociaciones entre los atributos. Así, la comparación de las alternativas debe efectuarse sobre una base de atributo por atributo.

## 15.6 Modelos no compensatorios

En esta sección se examinarán cuatro modelos no compensatorios para tomar decisiones cuando están presentes atributos múltiples. Se trata de los modelos de 1. dominancia, 2. satisfacción, 3. resolución disyuntiva y 4. lexicografía. En cada modelo se intenta seleccionar la alternativa que es mejor a la vista de la dimensionalidad total del problema. Después de la descripción de los modelos se presenta el ejemplo 15.1, que servirá para ilustrar cada uno de ellos.

### 15.6.1 Dominancia

La dominancia es un método de exposición útil para eliminar del estudio las alternativas que son inferiores. Si una alternativa es mejor que otra con respecto a todos los atributos, no existe problema para decidir entre ellas. En este caso, la primera alternativa *domina* a la segunda. La comparación de cada par de alternativas posibles para determinar si los valores de los atributos de una son al menos tan buenos que los de otra permite retirar una o más candidatas de todo análisis adicional, o aun seleccionar aquella que es claramente superior a todas las demás. Por lo general, con el método de la dominancia no será posible seleccionar a la alternativa que es mejor.

### 15.6.2 Satisfacción

El método de satisfacción, que a veces recibe el nombre de *método de rangos factibles*, requiere que se establezcan los valores mínimo y máximo (estándar) que son aceptables para cada atributo. Las alternativas que para un atributo tienen uno o más valores que caen fuera de los límites aceptables quedan excluidas de una consideración más profunda.

Las cotas superior e inferior de los rangos establecen dos alternativas ficticias contra las que pueden definirse las esperanzas máxima y mínima de las alternativas factibles. Los requerimientos de procesamiento de información se reducen en forma sustancial con el acotamiento por ambos extremos (o sólo por uno) de los valores permisibles de los atributos. Las restricciones del dominio de los valores aceptables de los atributos sirven para hacer más manejable al problema de evaluación.

El método de la satisfacción es más difícil de usar que el de dominancia, pues hay que determinar los valores mínimos que son aceptables para cada atributo. Además, este método se emplea por lo general para evaluar con más detalle las alternativas factibles y reducir el número de las que se somete a consideración, y no para realizar la selección final. En la práctica, es frecuente que se use el principio de satisfacción si el rendimiento *satisfactorio* de cada atributo, en lugar del *óptimo*, es suficientemente bueno para propósitos de toma de decisiones.

### 15.6.3 Resolución disyuntiva

El método disyuntivo se parece al de la satisfacción en que se basa en la comparación de los atributos de cada alternativa con el estándar. La diferencia estriba en que el método de la disyunción evalúa cada alternativa con el mejor valor que se logra para cada atributo. Si cierta alternativa tiene *sólo un* atributo que alcanza o excede el estándar, esa alternativa se conserva. Con el método de la satisfacción, *todos* los atributos deben alcanzar o sobrepasar al estándar para que la alternativa continúe en el conjunto factible.

### 15.6.4 Lexicografía

Este modelo es apropiado en particular para situaciones de toma de decisiones en las que se cree que un solo atributo es más importante que todos los demás. La decisión final *podría* basarse tan sólo en el valor más aceptable de dicho atributo. La comparación de las alternativas con respecto a un atributo reduce el problema de decisión a una dimensión única (la escala de medida del atributo predominante). Con esto, se elige la alternativa que tiene el valor más alto del atributo más importante. Sin embargo, cuando dos o más alternativas tienen valores idénticos para el atributo más importante, debe especificarse cuál es el segundo atributo más importante con la finalidad de usarlo para resolver el empate. Si el empate persiste, el analista debe examinar el atributo que siga en importancia hasta que se elija una sola alternativa, o hasta que se hayan evaluado todas ellas.

El método de lexicografía requiere que se especifique la importancia de cada atributo con la finalidad de determinar el orden en que se consideran los atributos. Si se hace la elección mediante uno o varios de los atributos, el método no toma en cuenta todos los datos disponibles. Este método no requiere que los atributos sean comparables, sino que procesa la información en las unidades de medida originales.

### EJEMPLO 15.1

Mary Jones, la egresada de una carrera de ingeniería cuyas ofertas de trabajo se muestran en la tabla 15.1, decidió, con base en un razonamiento exhaustivo, aceptar el puesto en Sigma, en Macon, Georgia. (El problema 15.8 dará la perspectiva de por qué hizo esta elección.) Luego de mudarse a Macon, Mary Jones enfrenta varios problemas diferentes con atributos múltiples. Entre tales problemas se encuentran los siguientes: 1. rentar un departamento *versus* comprar una casa pequeña, 2. qué tipo de automóvil o camioneta adquirir, y 3. a quién seleccionar para que le aplique un tratamiento dental pospuesto desde hace mucho.

En este ejemplo, la selección de un *dentista* servirá como el medio para ilustrar el empleo de modelos no compensatorios (de dimensión total) y compensatorios (unidimensionales), con la finalidad de analizar problemas de decisión de atributos múltiples.

Después de llamar a muchos odontólogos cuyos datos aparecen en el directorio, Mary descubre que sólo hay cuatro que están en posibilidad de aceptar pacientes nuevos. Ellos son los doctores Molar, Feelgood, Whoops y Pepper. A Mary le quedan claras las alternativas, y decide que sus objetivos en cuanto a la selección del dentista son obtener un cuidado dental de alta calidad a un costo razonable con alteración mínima de sus actividades programadas, y experimentar poco (o ningún) dolor. Por lo anterior, Mary define los siguientes atributos para que la ayuden en la obtención de datos y en la toma de la decisión final: 1. reputación del dentista, 2. costo por hora de trabajo dental, 3. horas de oficina disponibles por semana, 4. distancia por viajar y 5. método de anestesia. Observe que estos atributos son más o menos independientes y que no es posible predecir el valor de uno a partir del conocimiento de algún otro.

Mary obtiene datos entrevistando a la recepcionista de cada consultorio dental, pláticas con personas de la localidad, telefonemas a la Asociación Dental de Georgia, etcétera. En la tabla 15.3 se presenta un resumen de la información que recabó.

Ahora se desea determinar si es posible seleccionar un dentista utilizando los métodos de a) dominancia, b) satisfacción, c) resolución disyuntiva y d) lexicografía.

**Tabla 15.3** Resumen de la información para elegir un dentista

Atributo	Alternativas			
	Dr. Molar	Dr. Feelgood	Dr. Whoops	Dr. Pepper
Costo (\$/h)	\$50	\$80	\$20	\$40
Método de anestesia <sup>a</sup>	Novocaína	Acupuntura	Hipnosis	Gas hilarante
Distancia de manejo (millas)	15	20	5	30
Horas semanales de oficina	40	25	40	40
Calidad del trabajo	Excelente	Regular	Malo	Bueno

Mejor valor       Peor valor  
<sup>a</sup> Mary decidió que novocaína > gas hilarante > acupuntura > hipnosis, donde *a* > *b* significa que *a* es preferible sobre *b*.

**Tabla 15.4** Verificación de la dominancia entre alternativas

Atributo	Comparación por pares					
	Molar vs. Feelgood	Molar vs. Whoops	Molar vs. Pepper	Feelgood vs. Whoops	Feelgood vs. Pepper	Whoops vs. Pepper
Costo	Mejor	Peor	Peor	Peor	Peor	Mejor
Anestesia	Mejor	Mejor	Mejor	Mejor	Peor	Peor
Distancia	Mejor	Peor	Mejor	Peor	Mejor	Mejor
Horas de oficina	Mejor	Igual	Igual	Peor	Peor	Igual
Calidad	Mejor	Mejor	Mejor	Mejor	Peor	Peor
¿Dominancia?	Sí	No	No	No	No	No

**SOLUCIÓN**

- a) Para conocer la dominancia en la tabla 15.3, deben hacerse comparaciones por pares de cada conjunto de atributos de los dentistas. Es necesario hacer  $4(3)/2 = 6$  comparaciones por pares para los cuatro dentistas, las cuales se muestran en la tabla 15.4. A partir de dicha tabla, queda claro que el doctor Molar domina al doctor Feelgood, por lo que este último se elimina de todo estudio adicional. Con el método de la dominancia, no es posible que Mary seleccione al mejor dentista.
- b) Para ilustrar el modelo de satisfacción, deben establecerse los límites aceptables (rangos factibles) para cada atributo. Después de mucha reflexión, Mary obtiene los rangos factibles que se presentan en la tabla 15.5.

La comparación de los valores de los atributos para cada dentista con el rango factible revela que el doctor Whoops utiliza un tipo de anestesia que es menos deseable (hipnosis < acupuntura), y que la calificación de su calidad tampoco es aceptable (mala < buena). Entonces, el doctor Whoops se une al doctor Feelgood en la lista de rechazos de Mary. Observe que el método de la satisfacción, por sí mismo, no produce la alternativa que es mejor.

**Tabla 15.5** Rangos factibles para el método de satisfacción

Atributo	Valor mínimo aceptable	Valor máximo aceptable	Alternativa inaceptable
Costo	—	\$60	Ninguna (Dr. Feelgood ya está eliminado)
Anestesia	Acupuntura	—	Dr. Whoops
Distancia (millas)	—	30	Ninguna
Horas de oficina	30	40	Ninguna (Dr. Feelgood ya está eliminado)
Calidad	Buena	Excelente	Dr. Whoops

**Tabla 15.6** Calificación numérica de los atributos del dentista**A. Resultados de la comparación por pares**

Costo > anestesia	(El costo es más importante que la anestesia)
Calidad > costo	(La calidad es más importante que el costo)
Costo > distancia	(El costo es más importante que la distancia)
Costo > horas de oficina	(El costo es más importante que las horas de oficina)
Anestesia > distancia	(La anestesia es más importante que la distancia)
Anestesia > horas de oficina	(La anestesia es más importante que las horas de oficina)
Calidad > anestesia	(La calidad es más importante que la anestesia)
Horas de oficina > distancia	(Las horas de oficina son más importantes que la distancia)
Calidad > distancia	(La calidad es más importante que la distancia)
Calidad > horas de oficina	(La calidad es más importante que las horas de oficina)

**B. Atributo**

Número de veces a la izquierda del signo >  
(= calificación numérica)

Costo	3
Anestesia	2
Distancia	0
Horas de oficina	1
Calidad	4

- c) Si se aplican los rangos factibles de la tabla 15.5 al modelo de resolución disyuntiva, todos los dentistas serían aceptables porque cada uno tiene al menos un valor de atributo que satisface o supera al mínimo esperado. Por ejemplo, el doctor Whoops califica de manera aceptable en tres de cinco atributos, y el doctor Feelgood aprueba dos de cinco valores mínimos esperados. Se aprecia con claridad que este modelo no discrimina bien entre los cuatro candidatos.
- d) Muchos modelos, que incluyen el de lexicografía, requieren que primero se clasifiquen todos los atributos en orden de importancia. Quizá la forma más fácil de obtener una calificación numérica es hacer comparaciones por pares entre cada combinación posible de atributos.\* Esto se ilustra en la tabla 15.6. Cada atributo se califica de acuerdo con el número de veces que aparece en el lado izquierdo de la comparación, cuando el atributo que es preferible se coloca en el lado izquierdo del signo de desigualdad, como se muestra. En este caso, se encuentra que la calificación es calidad > costo > anestesia > horas de oficina > distancia.

La tabla 15.7 ilustra la aplicación del método de lexicografía a la calificación numérica que se desarrolló en la tabla 15.6. La elección final sería por el doctor Molar, puesto que la calidad es el atributo que se califica más alto, y la calificación que se asigna a la calidad del doctor Molar es la mejor de todas. Si la calidad del trabajo del doctor Pepper también hubiera sido excelente, la elección se habría hecho con base en el costo. Esto habría dado como resultado la selección del doctor Pepper. Por lo tanto, el método de lexicografía sí permite que Mary elija al mejor dentista.

\* La calificación numérica es tan sólo un ordenamiento de los atributos, del más al menos preferible.

**Tabla 15.7** Aplicación del método de lexicografía

Atributo	Calificación <sup>a</sup>	Calificación de las alternativas <sup>b</sup>
Costo	3	Whoops > Pepper > Molar > Feelgood
Anestesia	2	Molar > Pepper > Feelgood > Whoops
Horas de oficina	1	Molar = Whoops = Pepper > Feelgood
Distancia	0	Whoops > Molar > Feelgood > Pepper
Calidad	4	Molar > Pepper > Feelgood > Whoops

<sup>a</sup> Calificación de 4 = más importante, calificación de 0 = menos importante.

<sup>b</sup> La selección se basa en el atributo con la mayor calificación (se incluye a Whoops y Feelgood sólo para ilustrar el procedimiento completo).

## 15.7 Modelos compensatorios

El principio básico que constituye el fundamento de todos los modelos compensatorios, que implican una sola dimensión, es que los valores para todos los atributos deben convertirse a una escala de medida en común, tal como *dólares* o *utilidad*.<sup>\*</sup> Al hacer esto, es posible construir un índice conjunto en dólares o un índice de utilidad para cada alternativa. La forma de la función que se emplea para calcular el índice llega a variar mucho. Por ejemplo, los valores del atributo convertido pueden sumarse, ponderarse y luego sumarse, o multiplicarse en forma secuencial. Sin que importe la forma funcional, el resultado final es que el buen rendimiento de un atributo es capaz de *compensar* el desarrollo deficiente de otro. Esto permite que se hagan negociaciones entre los atributos durante el proceso de selección de la mejor alternativa. Como el método de lexicografía implica que no haya negociaciones, en la sección 15.6.4 se clasificó como un modelo de dimensión total.

En esta sección, se examinan tres modelos compensatorios para evaluar problemas de toma de decisiones con atributos múltiples. Los modelos son los de 1. escala sin dimensión, 2. procedimiento de Hurwicz y 3. técnica de ponderación aditiva. Se ilustrará cada modelo usando los datos del ejemplo 15.1.

### 15.7.1 Escala sin dimensión

Una manera popular de estandarizar los valores de los atributos es convertirlos a una forma sin dimensión. Cuando se haga esto, hay dos aspectos que es importante tomar en cuenta. En primer lugar, los valores sin dimensión deben tener todos un rango común, por ejemplo de 0 a 1, o de 0 a 100. Sin esta restricción, los atributos adimensionales contendrían factores de ponderación implícitos. En segundo lugar, todos los atributos adimensionales deben seguir la misma tendencia respecto de lo deseables que resulten; los valores más preferibles pueden ser todos pequeños o todos grandes. Esto es necesario para tener una escala conjunta creíble con la finalidad de seleccionar la mejor alternativa.

La escala adimensional se ilustra con los datos del ejemplo 15.1. Como se observa en la tabla 15.8, las restricciones anteriores podrían requerir que se emplearan procedimientos distintos para *quitar la dimensión* de cada atributo. Por ejemplo, un atributo relacionado con el costo es mejor si es bajo, pero las horas de oficina resultan mejor si son muchas.

\* La utilidad es una unidad adimensional del valor.

**Tabla 15.8** Escala sin dimensión para el ejemplo 15.1

Atributo	Valor	Procedimiento de calificación	Valor adimensional
Costo	\$20	$(80 - \text{costo})/60$	1.0
	40		0.67
	50		0.50
	80		0.0
Anestesia	Hipnosis	$(\text{Calificación relativa}^a - 1)/3$	0.0
	Acupuntura		0.33
	Gas hilarante		0.67
	Novocaína		1.0
Distancia	5	$(30 - \text{distancia})/25$	1.0
	15		0.60
	20		0.40
	30		0.0
Horas de oficina	25	$(\text{Horas de oficina} - 25)/15$	0.0
	40		1.0
Calidad	Mala	$(\text{Rango relativo}^a - 1)/3$	0.0
	Regular		0.33
	Buena		0.67
	Excelente		1.0

<sup>a</sup> Se usó una escala de 1 a 4, con el valor de 4 como el mejor (de la tabla 15.3).

El objetivo debe ser desarrollar un procedimiento para quitar la dimensión y calificar a cada atributo en términos de su logro fraccional del mejor valor asequible. La tabla 15.3, que brinda la información original del ejemplo 15.1, se reconstruyó en términos adimensionales y dio por resultado la tabla 15.9. El procedimiento general para convertir los datos originales de la tabla 15.3 para un atributo en particular a su forma adimensional es el siguiente:

$$\text{Calificación} = \frac{\text{peor resultado} - \text{resultado que se quiere hacer adimensional}}{\text{peor resultado} - \text{mejor resultado}} \quad (15.1)$$

La ecuación (15.1) se aplica cuando se consideran *indeseables* los valores numéricos muy grandes, por ejemplo dólares o distancias de manejo. Sin embargo, si se consideran

**Tabla 15.9** Datos no dimensionales para el ejemplo 15.1

Atributo	Dr. Molar	Dr. Feelgood	Dr. Whoops	Dr. Pepper
Costo	0.50	0.0	1.0	0.67
Método de anestesia	1.0	0.33	0.0	0.67
Distancia de manejo	0.60	0.40	1.0	0.0
Horas de oficina a la semana	1.0	0.0	1.0	1.0
Calidad del trabajo	1.0	0.33	0.0	0.67

deseables resultados numéricos grandes (por ejemplo, una calificación de “4” es la mejor, y una de “1” es la peor), la relación para convertir los datos originales a su forma adimensional es la que sigue:

$$\text{Calificación} = \frac{\text{resultado que se quiere hacer adimensional} - \text{peor resultado}}{\text{mejor resultado} - \text{peor resultado}} \quad (15.2)$$

Si todos los atributos que aparecen en la tabla 15.9 tuvieran la misma importancia, podría encontrarse una calificación para cada dentista con sólo sumar los valores adimensionales de cada columna. Los resultados serían: doctor Molar = 4.10, doctor Feelgood = 1.06, doctor Whoops = 3.00 y doctor Pepper = 3.01. Se presume que, en este caso, el doctor Molar sería la mejor elección.

### 15.7.2 Procedimiento de Hurwicz

Los valores adimensionales de los atributos se utilizan de diversas maneras. El enfoque más pesimista es suponer que cada alternativa sólo es tan buena como su atributo de rendimiento más bajo. Entonces, el objetivo sería elegir la alternativa con el valor más favorable de su peor atributo (el valor *máximo* de su atributo *mínimo*). La columna de la izquierda de la tabla 15.10 ilustra lo anterior para los datos del ejemplo 15.1, y sería el doctor Molar quien se elegiría mediante este procedimiento, el cual se denomina la *regla maximin*.

En el otro extremo, se podría ser muy optimista y elegir la alternativa con el valor más favorable de su mejor atributo (el valor *máximo* de su atributo *máximo*). Esta regla, que se denomina *maximax*, se ilustra en el lado derecho de la tabla 15.10. Los empates entre las reglas maximin o maximax se resuelven si se considera al atributo en el segundo lugar de peor o mejor, respectivamente, y así hasta que sólo quede una alternativa. En la tabla 15.10, la regla maximax indica que el doctor Pepper es la elección preferible.

El *procedimiento de Hurwicz* brinda un medio de alcanzar un nivel intermedio entre el pesimismo del maximin y el optimismo del maximax. Se basa en un índice de optimismo,  $\alpha$ , que se elige para reflejar la actitud relativa de quien toma las decisiones. Por ejemplo, con pesimismo puro,  $\alpha$  podría hacerse igual a cero, y con optimismo puro sería igual a 1. Los valores entre 0 y 1 reflejarían las actitudes intermedias.

**Tabla 15.10** Reglas maximin y maximax aplicadas a datos adimensionales

Alternativa	Valor del peor atributo (tabla 15.9)	Valor del mejor atributo (tabla 15.9)	Valor del segundo mejor atributo <sup>a</sup>
Dr. Molar	0.50	1.0	0.60
Dr. Feelgood	0.0	0.40	0.33
Dr. Whoops	0.0	1.0	0.0
Dr. Pepper	0.0	1.0	0.67

<sup>a</sup> Si las alternativas tienen más de un atributo con el valor máximo, puede seleccionarse el segundo mejor atributo de dos maneras diferentes: 1. tan sólo repitiendo el valor máximo para las alternativas en las que ocurre más de una vez, o 2. en lugar de lo anterior, seleccionar el valor más alto que sigue. En esta tabla se empleó el último método.

**Tabla 15.11** Procedimiento de Hurwicz aplicado al ejemplo 15.1

Alternativa	Valor del peor atributo (tabla 15.9)	Valor del mejor atributo (tabla 15.9)	Suma ponderada <sup>a</sup>
Dr. Molar	0.50	1.0	0.75
Dr. Feelgood	0.0	0.40	0.20
Dr. Whoops	0.0	1.0	0.50
Dr. Pepper	0.0	1.0	0.50

<sup>a</sup> Suma ponderada para cada alternativa (valor del mejor atributo) + (1 –  $\alpha$ ) (valor del peor atributo), donde  $\alpha = 0.50$ .

Después, se usa el índice de optimismo para ponderar los resultados maximin y maximax. Se elige la mejor alternativa con base en la suma ponderada.

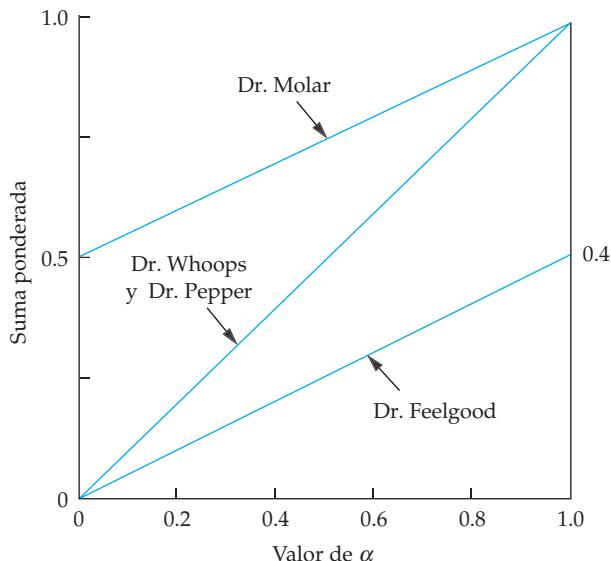
La tabla 15.11 ilustra el procedimiento de Hurwicz para  $\alpha = 0.5$ .

El valor de  $\alpha$  puede hacerse variar, como se ilustra en la figura 15.1, con la finalidad de analizar la sensibilidad de la selección del doctor Molar, quien en la tabla 15.11 aparece como la mejor opción. Con el procedimiento de Hurwicz, el doctor Molar domina a todos los demás candidatos.

Una crítica importante de estos métodos es que no se hace ningún intento de incluir la importancia diferencial entre las ponderaciones de los atributos. Hasta este momento, los atributos se han ponderado por igual. Las comparaciones se hacen sólo sobre la base de los valores mejor y peor, lo que por lo general representa atributos diferentes de una alternativa a otra. Esto conduce a ciertas comparaciones exageradas en la elección de dentista que hace Mary. Un ejemplo bueno de dicha comparación extrema sería la calificación igual de los doctores Whoops y Pepper, en términos de sus atributos de rendimiento más bajo. (Véase la tabla 15.9.) El peor atributo del doctor Pepper es la distancia de manejo, mientras que el del doctor Whoops es la baja calidad de su trabajo y el método de anestesia. Como paciente potencial, a Mary le interesaría más la calidad del trabajo y que el do-

**Figura 15.1**

Sensibilidad de la selección mediante el procedimiento de Hurwicz, a los cambios en el valor de  $\alpha$



lor sea mínimo, que la distancia de manejo. Asimismo, el procedimiento de Hurwicz no permite hacer negociaciones entre los atributos.

### 15.7.3 Técnica de ponderación aditiva

La ponderación aditiva permite el uso directo de atributos adimensionales tales como los que aparecen en la tabla 15.9, y los resultados de la calificación numérica que se ilustra en la tabla 15.6. El procedimiento implica el desarrollo de factores de ponderación para los atributos (con base en las calificaciones numéricas) que pueden multiplicarse por los valores adimensionales apropiados, para producir su *contribución parcial* en la calificación conjunta de una alternativa en particular. Cuando se suman las contribuciones parciales de todos los atributos, se emplea el conjunto resultante de calificaciones de las alternativas para comparar directamente estas últimas.

Las ponderaciones de los atributos se determinan en dos etapas que siguen la realización de la calificación numérica. En primer lugar, se asignan ponderaciones relativas a cada atributo de acuerdo con su calificación numérica. El procedimiento más sencillo es usar las calificaciones de 1, 2, 3, ..., con base en la posición, donde los números más grandes denotan mayor importancia; pero también se podrían incluir consideraciones subjetivas usando intervalos desiguales, en ciertos casos. Por ejemplo, en el caso de que haya cuatro atributos, dos de los cuales son mucho más importantes que los otros, los dos superiores podrían calificarse con 7 y 5, en lugar de 3 y 4. El segundo paso sería normalizar los números de calificación relativa. Esto se logra dividiendo cada número de calificación entre la suma de todas las calificaciones. En la tabla 15.12 se resumen estas etapas para el ejemplo 15.1, y se demuestra cómo se calcula la calificación conjunta de cada alternativa.

Es probable que la ponderación aditiva sea el método unidimensional más popular, ya que incluye tanto las calificaciones de rendimiento como la importancia ponderada de cada atributo cuando se evalúan las alternativas. Además, genera recomendaciones que tienden a estar de acuerdo con la sensación intuitiva que tiene quien toma la decisión respecto de la mejor alternativa. Quizá su mayor ventaja sea que la eliminación de las dimensiones de los datos y la ponderación de atributos se realizan en dos etapas distintas. Esto reduce la confusión y permite la definición precisa de cada una de las contribuciones. A partir de la tabla 15.12 es evidente que la calificación que se obtiene (0.84) para el doctor Molar con el método de ponderación aditiva, lo convierte en la mejor opción de odontólogo para Mary.

#### EJEMPLO 15.2

Para ilustrar una aplicación de la técnica de ponderación aditiva, considere el problema de toma de decisiones que implica la selección del material para los alerones de un aeroplano comercial nuevo. Suponga que la compañía de aviación General Aviation ha reducido su selección de materiales a dos alternativas, que en general se perciben como superiores a otras opciones. Ahora, la tarea que enfrentan los ingenieros es recomendar el material que sea mejor.

La primera alternativa es de una aleación de aluminio, y la segunda es de un material compuesto (resina epóxica reforzada con fibras de boro). En la tabla 15.13 se empleó la técnica de ponderación aditiva para determinar el valor relativo ( $W$ ) de las alternativas, donde el 100 representa el mejor rendimiento posible. También se estiman los costos ( $C$ ) de los materiales para cada alternativa, cuyos resultados se indican en la tabla 15.14. Con base en esta información, ¿cuál material debería seleccionarse para los alerones?

**Tabla 15.12** Aplicación de la técnica de ponderación aditiva al ejemplo 15.1

Atributo	Rango relativo <sup>a</sup>	Cálculo de los factores de ponderación				Cálculo de las calificaciones de cada alternativa <sup>b</sup>			
		Etapa 1: Ponderación normalizada (A)		Etapa 2: (B) (A) × (B)		Dr. Molar	Dr. Feelgood	Dr. Whoops	Dr. Pepper
		(B)	(A) × (B)	(B)	(A) × (B)	(B)	(A) × (B)	(B)	(A) × (B)
Costo	4	4/15 = 0.27	0.50	0.14	0.00	1.00	0.27	0.67	0.18
Anestesia	3	3/15 = 0.20	1.00	0.20	0.33	0.07	0.00	0.67	0.13
Distancia	1	1/15 = 0.07	0.60	0.04	0.40	0.03	1.00	0.07	0.00
Horas de oficina	2	2/15 = 0.13	1.00	0.13	0.00	0.00	1.00	0.13	0.13
Calidad		5/15 = 0.33	1.00	0.33	0.33	0.11	0.00	0.00	0.22
	Suma = <u>1.00</u>	Suma = <u>0.84</u>	Suma = <u>1.00</u>	Suma = <u>0.21</u>	Suma = <u>0.21</u>	Suma = <u>0.47</u>	Suma = <u>0.66</u>	Suma = <u>0.66</u>	

<sup>a</sup> Con base en la tabla 15.6, calificación relativa = calificación numérica + 1. El 5 es la mejor calificación.

<sup>b</sup> Los datos de la columna B proceden de la tabla 15.9.

**Tabla 15.13** Análisis de atributos múltiples del valor del material

Atributos	Ponderaciones de los atributos	Aleación de aluminio		Compuesta	
		Rendimiento	Valor ponderado	Rendimiento	Valor ponderado
Resistencia a la corrosión	0.15	50	7.5	90	13.5
Resistencia a la fatiga	0.20	80	16.0	70	14.0
Peso	0.45	50	22.5	100	45.0
Resistencia	0.20	30	6.0	90	18.0
Valor (W)			52.0		90.5 <sup>a</sup>

<sup>a</sup> Es preferible una calificación alta; la calificación máxima es de 100.

**Tabla 15.14** Estimaciones de los costos de los materiales

Alternativa	Costo
Aleación de aluminio	\$1,000,000
Compuesta	\$1,200,000

### SOLUCIÓN

En este ejercicio, el grupo de evaluación seleccionó las cifras de \$500,000 y \$1,500,000 como los costos mínimo y máximo aceptables, respectivamente. Además, los factores de costo que se indican en la tabla 15.15 provienen de la ecuación 15.1, con la suposición de que los dólares escalan de manera lineal entre \$500,000 y \$1,500,000.

Con esta información, el grupo calculó después un número índice del valor dividido entre el costo ( $W/C$ ) para ambas alternativas (tabla 15.15). La evaluación final revela que es aceptable la aleación de aluminio con índice de valor igual a 1.04, pero que el mejor material es el compuesto, con  $W/C$  incremental de  $138.5 \div -20 = 1.92 (\geq 0)$ .\* Por lo tanto, debe recomendarse la alternativa de material compuesto.

**Tabla 15.15** Cálculo del índice de valor

Alternativa	Valor (W)	Factor de costo (C) <sup>a</sup>	Índice de valor = $W/C$
Aleación de aluminio	52.0	50.0	1.04
Material compuesto	90.5	30.0	1.92 <sup>b</sup>

<sup>a</sup> Para el aluminio,  $100 \times \left[ \frac{\$1,500,000 - \$1,000,000}{\$1,500,000 - \$500,000} \right] = 50.0$ .

Para el material compuesto,  $100 \times \left[ \frac{\$1,500,000 - \$1,200,000}{\$1,500,000 - \$500,000} \right] = 30.0$ .

<sup>b</sup> Razón de  $W$  incremental dividida entre  $C$  incremental.

\* El valor absoluto de la razón es correcto, porque un costo elevado de material tiene un factor de costo pequeño. (Véase la ecuación 15.1). Si el factor de costo del material compuesto hubiera sido más alto que 50, dicho material habría dominado a la aleación de aluminio (es decir, no habría habido negociaciones entre  $W$  y  $C$ ).



**Sitio Web de consulta (<http://www.pearsoneducacion.net/sullivan>):** El manejo de atributos múltiples en un problema complicado podría parecer a muchos ingenieros un acto de malabarismo. Visite el sitio Web para conocer un ejemplo de análisis de decisiones con atributos múltiples de alternativas de diseño de interruptores de mercurio. Este ejemplo permite la aplicación de la *técnica de ponderación aditiva*, que considera los atributos de costo del ciclo de vida, efectos ambientales, seguridad y facilidad de uso.

## 15.8 Resumen

Se describieron varios métodos para manejar las decisiones con atributos múltiples. Algunos puntos clave son los siguientes:

1. Si se desea maximizar un solo criterio de selección, tal como el VP, la evaluación de alternativas múltiples es relativamente directa.
2. Para cualquier decisión, deben definirse con claridad desde el principio los objetivos, las alternativas disponibles y los atributos importantes. La construcción de una matriz de decisión como la de la tabla 15.1 ayuda a sistematizar este proceso.
3. La toma de decisiones llega a volverse muy intrincada cuando es necesario incluir objetivos y atributos múltiples en un estudio de ingeniería económica.
4. Los modelos de atributos múltiples se clasifican ya sea como multidimensionales o unidimensionales. Las técnicas multidimensionales analizan los atributos en términos de sus unidades originales de medida. Las técnicas unidimensionales reducen las mediciones de los atributos a una escala de medida en común.
5. Los modelos multidimensionales, o no compensatorios, son más útiles para el sondeo inicial de las alternativas. En algunos casos, se utilizan para hacer la selección final, pero por lo general esto supone un grado elevado de subjetividad. De los métodos multidimensionales que se estudiaron, es probable que el de dominancia sea el menos selectivo, mientras que el de satisfacción tal vez sea el más selectivo.
6. Los modelos unidimensionales, o compensatorios, son útiles para hacer la elección final entre las alternativas. La técnica de ponderación aditiva permite que el rendimiento excelente de algunos atributos compense el rendimiento deficiente de otros.
7. Cuando se trabaja con problemas de atributos múltiples que tienen muchos atributos y alternativas por considerar, se recomienda aplicar la combinación de varios modelos en secuencia de manera que el proceso de selección sea una actividad susceptible de manejo.

## 15.9 Referencias

- CANADA, J. y W. SULLIVAN. *Economic and Multiattribute Evaluation of Advanced Manufacturing Systems* (Englewood Cliffs, NJ, Prentice-Hall, Inc., 1989).
- COCHRANE, J. L. y M. ZELENY. *Multiple Criteria Decision Making*, Columbia, S.C., University of South Carolina Press, 1973.
- FALKNER, C. y S. BENHAJLA. "Multi-Attribute Decision Models in the Justification of CIM Systems", *The Engineering Economist*, vol. 35, núm. 2, invierno de 1990, págs. 91-114.

- FRAZELLE, E. "Suggested Techniques Enable Multi-Criteria Evaluation of Material Handling Alternatives", *Industrial Engineering*, vol. 17, núm. 2, febrero de 1985, págs. 42-48.
- HUANG, P. y P. GHANDFOROUSH. "Procedures Given for Evaluating, Selecting Robots", *Industrial Engineering*, vol. 16, núm. 4, abril de 1984, págs. 44-48.
- MACCRIMMON, K. R. "Decision Making Among Multiple Attribute Alternatives: A Survey and Consolidated Approach", Memo RM-4823-ARPA. Rand Corporation, diciembre de 1968.
- SAATY, T. "Decision Making, Scaling, and Number Crunching", *Decision Sciences*, vol. 20, núm. 2, primavera de 1989, págs. 404-409.
- SAATY, T. "Priority Setting in Complex Problems", *IEEE Transactions on Engineering Management*, vol. EM-30, núm. 3, agosto de 1983, págs. 140-155.
- WEBER, STEPHEN F. "Automation: Decision Support Software for Automated Manufacturing Investments", núm. N1ST1R89-4116. Washington, D.C.: U.S. Department of Commerce, agosto de 1989.
- ZELENY, M. *Multiple Criteria Decision Making* (New York: McGraw-Hill, 1982).

## 15.10 Problemas

Los números entre paréntesis al final de un problema se refieren a la(s) sección(es) del capítulo que se relaciona(n) más de cerca con el problema.

**15.1.** Suponga que acaba de recibir su título de licenciatura, desea obtener el grado de maestría, y está tratando de decidir en cuál escuela de posgrado inscribirse. Para tomar su decisión, los aspectos válidos son su edad, antecedentes, área de especialidad profesional, situación económica, etcétera. Defina seis atributos que usted usaría para seleccionar una escuela de posgrado y clasifíquelos en orden de importancia. Asigne ponderaciones aproximadas a los atributos empleando alguno de los métodos que se estudiaron en este capítulo. Esté preparado para defender su posición. (15.3, 15.7)

**15.2.** Mencione dos ventajas y dos desventajas de los modelos no compensatorios para manejar los problemas de decisión con atributos múltiples. Haga lo mismo para los modelos compensatorios. (15.6, 15.7)

**15.3.** Analice las formas en que podría usarse el método de la satisfacción y el procedimiento de Hurwicz en ejercicios de toma de decisiones en grupo. (15.6, 15.7)

**15.4.** Analice algunas de las dificultades para desarrollar funciones no lineales para la medición adimensional de datos cualitativos (subjetivos). (15.7)

**15.5.** Dada la matriz de resultados de la tabla P15.5 para alternativas y atributos (donde los números más grandes representan lo mejor), demuestre lo que se concluye si se usan los métodos siguientes: (15.6)

**Tabla P15.5 Matriz de resultados para el problema P15.5**

Atributo	Alternativa			Ideal	(Mínimo aceptable)
	1	2	3		
A	60	75	90	100	70
B	7	7	8	10	6
C	Malo	Excelente	Regular	Excelente	Bueno
D	7	8	8	10	6

**Tabla P15.6** Datos para el problema P15.6

Atributo	Alternativa			Conservar el sistema existente	Peor valor aceptable
	Vendedor I	Vendedor II	Vendedor III		
A. Reducción del tiempo total	75%	60%	84%	—	50%
B. Flexibilidad	Buena	Excelente	Buena	Mala	Buena
C. Confiabilidad	Excelente	Buena	Muy buena	—	Buena
D. Calidad	Buena	Excelente	Excelente	Regular	Buena
E. Costo del sistema (VP del costo del ciclo de vida)	\$270,000	\$310,000	\$214,000	\$0	\$350,000

Comparación por pares:

1. $A < B$	6. $B > D$
2. $A = C$	7. $B < E$
3. $A < D$	8. $C < D$
4. $A < E$	9. $C < E$
5. $B < C$	10. $D < E$

**a)** Satisfacción;**b)** Dominancia;**c)** Lexicografía, donde el orden de calificación de los atributos es  $D > C > B > A$ .

**15.6.** En relación con los datos que se proporcionan en la tabla P15.6, recomienda la alternativa que sea preferible según los métodos de *a)* dominancia, *b)* satisfacción, *c)* resolución disyuntiva y *d)* lexicografía. (15.6)

**15.7.** Se están considerando tres diseños de centrifugado industrial para una nueva planta química.

**a)** Con los datos que se incluyen en la tabla P15.7, recomienda el diseño que sea preferible según cada uno de los métodos que se estudiaron en este capítulo para manejar los atributos no monetarios.

**b)** ¿Cómo cambiaría usted el análisis si dos o más de los atributos fueran dependientes (por ejemplo, el mantenimiento y la calidad del producto)? (15.6, 15.7)

**15.8.** Mary Jones utilizó la técnica de ponderación aditiva para seleccionar un trabajo en Sigma Ltd., en Macon, Georgia. La importancia de las ponderaciones que asignó a los cuatro atributos que aparecen en la tabla 15.1 son: ambiente social = 1.00, salario inicial = 0.50, avance profesional = 0.33, y clima/deportes = 0.25. Los valores adimensionales que se dio a sus calificaciones de la tabla 15.1 fueron: excelente = 1.00, muy bueno = 0.70, bueno = 0.40, regular = 0.25 y malo = 0.10.

**Tabla P15.7** Datos para el problema P15.7

Atributo	Ponderación	Diseño			Rango factible
		A	B	C	
Costo inicial	0.25	\$140,000	\$180,000	\$100,000	\$80,000–\$180,000
Mantenimiento	0.10	Bueno	Excelente	Regular	Regular–excelente
Seguridad	0.15	Se desconoce	Buena	Excelente	Buena–excelente
Confiabilidad	0.20	98%	99%	94%	94–99%
Calidad del producto	0.30	Buena	Excelente	Buena	Regular–excelente

**Tabla P15.9** Datos para el problema P15.9

Atributos	Trazo A	Trazo B
<b>Monetarios</b>		
Terreno	\$4,044,662	\$4,390,000
Puentes	10,134,000	8,701,000
Pavimento	4,112,500	4,462,500
Pendiente y drenaje	7,050,000	7,650,000
Control de la erosión	470,000	510,000
Limpieza y reforestación	<u>188,000</u>	<u>204,000</u>
Total	\$25,999,162	\$25,917,500
<b>Varios</b>		
Longitud del trazo	4.7 millas	5.1 millas
Mantenimiento	Moderado (6)	Elevado (3)
Contaminación por ruido	Muy buena (6)	Buena (5)
Ahorro en costos (gasolina)	Excelente	Malo
Conexión con otra autopista	Autopista 41 EUA	Ninguna
Impacto en la vida silvestre	Poco	Poco
Reubicación de viviendas	2	3
Condiciones topográficas	Planas	Montañosas

a) Normalice la importancia de las ponderaciones de Mary.

b) Desarrolle los valores adimensionales para el atributo de salario inicial.

c) Utilice los resultados de los incisos a) y b) en una matriz de decisión que muestre si la elección de Mary fue consistente con los resultados que se obtienen con la técnica de ponderación aditiva. (15.7)

**15.9.** Se han propuesto dos trazos para el acceso a una planta nueva de manufactura. Con base en los datos e información que se dan en la tabla P15.9, es posible efectuar la comparación de los dos trazos. Debe elegirse el mejor como el trazo propuesto de una autopista que será la conexión entre una carretera interestatal y el sitio propuesto. Se van a tomar en cuenta los atributos y datos siguientes:

- a) pendientes, curvas y terreno;
- b) ríos, arroyos, lagos y depresiones;
- c) cruces con otras carreteras;
- d) longitud de la vía;
- e) iglesias, cementerios y áreas residenciales;
- f) contaminación por ruido, del aire y agua.

Emplee cualquiera de los modelos que se presentaron en este capítulo para hacer la recomendación de un trazado. Demuestre todo lo que haga. (15.6, 15.7)

**15.10.** Utilice los modelos de atributos múltiples de este capítulo para decidir cuál de las siguientes ofertas de trabajo debería aceptar. Trate de desarrollar los datos donde aparece el signo de interrogación para su situación particular a la vista de los atributos que se muestran. (Véase la tabla P15.10.) (15.6, 15.7)

**15.11.**

a) Use la técnica de ponderación aditiva para seleccionar uno de los tres automóviles usados cuyos datos aparecen en la tabla P15.11. Haga sus suposiciones con base en las millas recorridas por año, vida del automóvil (cuánto tiempo lo conservaría), valor de mercado (reventa) al final de su vida, costo del interés, precio del combustible, costo anual del mantenimiento y otras determinaciones con base subjetiva. (15.7)

b) Utilice los datos desarrollados en el inciso a) y el procedimiento de Hurwicz con  $\alpha = 0.70$ , para seleccionar el automóvil que a usted le conviene comprar. ¿Concuerdan sus respuestas de los incisos a) y b)? Explique por qué deberían (o no) concordar. (15.7)

**Tabla P15.10** Datos de las ofertas de trabajo para el problema P15.10

Atributo	Ofertas de trabajo			Ponderación	Rango factible
	1	2	3		
Ubicación	Phoenix	Buffalo	Raleigh	?	—
Salario anual	\$46,000	\$47,500	\$43,000	?	?
Cercanía con parientes	?	?	?	?	?
Calidad del tiempo libre	?	?	?	?	?
Potencial de ascensos	Regular	Excelente	Excelente	?	?
Tiempo de transporte/día	1 hora	1 1/2 horas	1/2 hora	?	?
Beneficios adicionales	Excelentes	Muy buenos	Buenos	?	?
Tipo de trabajo	Fábrica	Hospital	Gobierno	?	?

**15.12.** Usted se ha ofrecido como voluntario para fungir como juez en un concurso para seleccionar a Sunshine, el cerdo más saludable del mundo. En la tabla P15.12 aparecen las evaluaciones de los cuatro finalistas respecto de los atributos que se usaron para clasificarlos.

- a) Use los métodos de dominancia, rangos factibles, lexicografía y ponderación aditiva para seleccionar al ganador. Desarrolle sus propios rangos factibles y ponderaciones de los atributos. (15.6, 15.7)
- b) Si hubiera otros dos jueces, analice cómo se haría la selección final para el Sunshine de este año. (15.7)

**15.13.** Usted ha decidido comprar un nuevo carro compacto y desea gastar un máximo de \$20,000 de su cuenta de ahorros. (El dinero que no se gaste permanecerá en la cuenta, en la que gana un interés efectivo de 12% anual.) La elección se ha reducido a tres carros que tienen los valores de atributos que se muestran en la tabla P15.13.

Utilice cuatro métodos de manejo de atributos no monetarios (dominancia, rangos factibles, lexicografía y ponderación aditiva) y determine si se llega a una decisión con cada uno de ellos. Necesitará desarrollar datos adicionales que reflejen su preferencia. (15.6, 15.7)

**Tabla P15.11** Datos para los tres autos usados del problema P15.11

Atributo	Alternativa		
	Nacional 1	Nacional 2	Extranjero
Precio	\$8,400	\$10,000	\$9,300
Rendimiento	25 mpg	30 mpg	35 mpg
Tipo de combustible	Gasolina	Gasolina	Diesel
Confort	Muy bueno	Excelente	Excelente
Atractivo estético	5 sobre 10	7 sobre 10	9 sobre 10
Número de pasajeros	4	6	4
Facilidad de mantenimiento	Excelente	Muy buena	Buena
Rendimiento en carretera	Regular	Muy bueno	Muy bueno
Sistema de estéreo	Malo	Bueno	Excelente
Facilidad de limpiar las vestiduras	Excelente	Muy bueno	Malo
Espacio para equipaje	Muy bueno	Excelente	Malo

**Tabla P15.12** Evaluación de los cuatro finalistas del problema P15.12

Atributo	Concursante			
	I	II	III	IV
Calidad facial	Delicada pero gorda	Ojos tristes, magnífico hocico	Labios gruesos, orejas pequeñas	Una verdadera belleza...
Porte <sup>a</sup>	10	8	8	3
Tono muscular <sup>a</sup>	5	10	7	8
Peso (lb)	400	325	300	380
Color	Café	Pinto, negro y blanco	Gris	Café y blanco
Carácter	Amigable	Tranquilo	Nervioso	Irascible

<sup>a</sup> Datos en escala del 1 al 10, en donde 10 es la máxima calificación posible.

**Tabla P15.13** Atributos de los cuatro carros del problema P15.13

Atributo	Alternativa			
	Nacional 1	Nacional 2	Extranjero	Rango factible
Precio negociado	\$18,400	\$20,000	\$19,300	\$0 - \$20,000
Rendimiento (promedio)	25 mpg	30 mpg	35 mpg	20 - 50 mpg
Tipo de combustible	Gasolina	Gasolina	Diesel	Gasolina o diesel
Comodidad	Muy bueno	Excelente	Regular	Regular-Excelente
Atractivo estético	4 sobre 10	8 sobre 10	9 sobre 10	4 - 10
Número de pasajeros	6	6	4	2 - 6
Facilidad de mantenimiento	Excelente	Muy buena	Buena	Regular-excelente
Rendimiento en carretera	Regular	Excelente	Muy bueno	Regular-excelente

**15.14.** Los modelos de ponderación aditiva constituyen una herramienta para la toma de decisiones que agregan información a partir de criterios independientes con la finalidad de llegar a una calificación conjunta para cada curso de acción que se estudia. Se prefiere la alternativa con la mayor calificación.

La forma general del modelo es

$$V_j = \sum_{i=1}^n w_i x_{ij},$$

donde

$V_j$  = calificación de la alternativa  $j$ -ésima

$w_i$  = ponderación asignada al  $i$ -ésimo atributo de decisión ( $1 \leq i \leq n$ )

$x_{ij}$  = calificación asignada al  $i$ -ésimo atributo de decisión, que refleja el rendimiento de la alternativa  $j$  en relación con el máximo logro del atributo.

A la luz de estas definiciones, considere la tabla P15.14 y determine el valor de cada signo de interrogación que ahí aparece. (15.7)

**Tabla P15.14** Datos para el problema P15.14

<i>i</i>	<i>w<sub>i</sub></i>	Calificación	Factor de decisión	Alternativa <i>j</i>		
				(1) Conservar la máquina herramienta existente	(2) Comprar una máquina herramienta nueva	
1	1.0	1	Costo anual de la propiedad (costo de la recuperación de capital)	Calificación $x_{ij}$	?	?
					1.0	0.7
2	?	4	Flexibilidad en los tipos de trabajos programados	Calificación $x_{ij}$	2	1
					0.8	1.0
3	0.8	2	Facilidad de capacitación y operación	Calificación $x_{ij}$	1	2
					?	0.5
4	0.7	?	Ahorros de tiempo por parte producida	Calificación $x_{ij}$	2	1
					0.7	1.0
				$V_j$	2.69	2.30
				$V_j$ (normalizada)	1.00	?

# Apéndices

---

- A. *La contabilidad y su relación con la ingeniería económica*
- B. *Abreviaturas y notación*
- C. *Tablas de interés y anualidades para capitalización discreta*
- D. *Tablas de interés y anualidades para capitalización continua*
- E. *Función de distribución normal estandarizada*
- F. *Referencias seleccionadas*
- G. *Respuestas a los problemas*

# *La contabilidad y su relación con la ingeniería económica*

## A.1 Introducción

Los estudios de ingeniería económica se hacen con el propósito de determinar si es conveniente invertir capital en un proyecto o si debe utilizarse en algo diferente del uso actual. Estos estudios siempre tienen que ver, al menos para una de las alternativas en consideración, con algo que no se está haciendo en la actualidad. Además, proporcionan información acerca de las inversiones y decisiones administrativas en que pueden basarse las operaciones futuras. Así, el ingeniero que realiza un análisis económico podría recibir el nombre de *narrador de las alternativas de la fortuna*.

Después de que se ha tomado la decisión de invertir en un proyecto y de que el capital se ha invertido, quienes proporcionan y administran el capital desean conocer los resultados financieros. Por ello, se establecen procedimientos apropiados que permitan registrar y resumir los eventos financieros relacionados con la inversión, así como determinar la productividad financiera. A la vez, por medio del empleo de información financiera adecuada, se establecen y utilizan controles que auxilien en la conducción del negocio hacia los objetivos financieros que se desean. La contabilidad financiera y la de costos son los procedimientos que proporcionan estos servicios necesarios en una organización de negocios. Así, los estudios contables tienen que ver con los eventos financieros *pasados y presentes*. Es decir, el contador podría llamarse *historiador de las finanzas*.

El contador es algo parecido a quien recopila datos para un experimento científico. En este caso, el recopilador hace las lecturas de los instrumentos de medición y registra todos los datos esenciales durante la realización del experimento. A partir de esos datos, es posible determinar cuáles son los resultados de éste y preparar el reporte respectivo. De manera similar, el contador registra todos los eventos financieros significativos que se relacionan con una inversión, y a partir de ellos determina cuáles han sido los resultados y prepara los reportes financieros. Para tener conocimiento de lo que está pasando durante el curso de un experimento y hacer las correcciones necesarias (con lo que se obtiene más información y mejores resultados del experimento), los ingenieros y directivos deben

confiar en los reportes de contabilidad a fin de tomar decisiones correctivas y mejorar así el rendimiento financiero presente y futuro del negocio.

Por lo general, la contabilidad es fuente de gran cantidad de datos financieros del pasado que son necesarios para hacer estimaciones de las condiciones financieras del futuro. La contabilidad también es una fuente primordial de datos para realizar el análisis *post-mortem*, o posteriores al hecho, de qué tan bien ha resultado un proyecto de inversión en comparación con los resultados que se predijeron en el estudio de ingeniería económica.

Es necesario comprender adecuadamente los orígenes y significado de los datos contables para usarlos o no de modo apropiado para efectuar proyecciones del futuro y comparar los resultados reales *versus* los predichos.

## A.2 Fundamentos de contabilidad

Con frecuencia se dice que la contabilidad es el lenguaje de los negocios. Es deber de los ingenieros esforzarse mucho para aprender sobre las prácticas contables de su empresa, de modo que puedan comunicarse mejor con la alta dirección. Esta sección comprende una exposición breve y simplificada en extremo de los elementos de contabilidad financiera en relación con el registro y resumen de las transacciones que influyen en las finanzas de la empresa. Estos fundamentos se aplican a cualquier institución (individuo o corporación), que aquí se denomina *empresa*.

Toda la contabilidad se basa en la *ecuación fundamental de la contabilidad*, que es

$$\text{Activos} = \text{pasivos} + \text{capital de los dueños}, \quad (\text{A.1})$$

en la que los *activos* es aquello que tiene valor monetario y que la firma posee, los *pasivos* es lo que tiene valor monetario y que la firma adeuda, y el *capital de los dueños* es el valor de lo que la firma debe a sus accionistas (también se denominan *capital* o *valor neto*). Por ejemplo, las cuentas típicas que incluye cada uno de los términos de la ecuación (A.1) son las siguientes:

Cuentas de los activos	=	Cuentas de los pasivos	+	Cuentas de las propiedades de los dueños
Efectivo		Deuda de corto plazo		
Cuentas por cobrar		Deudas por pagar		Acciones del capital
Inventarios		Deuda de largo plazo		
Equipo				Utilidades retenidas
Edificios				(ingreso retenido por la empresa)
Terrenos				

La ecuación fundamental de la contabilidad define el formato del *balance general*, que es uno de los estados contables más comunes y que muestra la posición financiera de la empresa en cualquier momento dado.

Otra relación contable importante, además de obvia, es la siguiente:

$$\text{Ingresos} - \text{egresos} = \text{utilidad (o pérdida)}. \quad (\text{A.2})$$

Esta relación define el formato del *estado de resultados* (que también se conoce comúnmente como *estado de pérdidas y ganancias*), que sintetiza los resultados de ingresos y egresos

de las operaciones *durante cierto periodo de tiempo*. La ecuación (A.1) se expande para tomar en cuenta la utilidad tal como está definida en la ecuación (A.2):

$$\text{Activos} = \text{pasivos} + (\text{capital inicial de los dueños} + \text{ingresos} - \text{egresos}). \quad (\text{A.3})$$

La utilidad es el aumento del valor monetario (no debe confundirse con el efectivo) que resulta de las operaciones de una empresa y que es accesible para los accionistas. Por tanto, representa el rendimiento sobre el capital invertido por los propietarios.

Una analogía útil es la de que un balance general es como una fotografía de la empresa en cierto instante, mientras que un estado de resultados es una película que muestra el resumen del movimiento de la empresa durante cierto intervalo de tiempo. También es útil observar que los ingresos sirven para incrementar los intereses de los propietarios de la compañía, pero los egresos hacen disminuir el monto del capital de los dueños de ésta.

Para ilustrar el funcionamiento de las cuentas al reflejar las decisiones y acciones de una empresa, suponga que un individuo decide emprender una oportunidad de inversión, y que sucede la siguiente secuencia de eventos en un periodo de un año:

1. Organizar la compañía XYZ e invertir un capital de \$3,000.
2. Adquirir equipo con un costo total de \$2,000, al contado.
3. Pedir un préstamo de \$1,500 por medio de un documento bancario.
4. Fabricar el suministro del inventario de un año por medio de:
  - a) Pagar \$1,200 al contado por mano de obra.
  - b) Comprar material con un costo total de \$400 en efectivo.
  - c) Aceptar la pérdida parcial en el valor del equipo (depreciación), por un importe de \$500.
5. Vender a crédito todos los artículos producidos durante el año, 1,000 unidades a \$3 cada una. Aceptar que el costo contable de estos bienes es de \$2,100, lo que origina un aumento en el capital (a través de las utilidades) de \$900.
6. Obtener \$2,200 de cuentas por cobrar.
7. Saldar \$300 de cuentas por pagar y \$1,000 del documento bancario.

En la figura A.1 se muestra una versión simplificada de las entradas contables que registran la misma información en un formato que refleja los efectos sobre la ecuación fundamental de la contabilidad (con un signo "+" para denotar un incremento y uno "−" para una disminución). Se presenta un resumen de los resultados en la figura A.2.

Debe observarse que la utilidad de un periodo sirve para aumentar el valor de la propiedad de los dueños de la empresa en esa cantidad. Asimismo, es significativo que el flujo neto de efectivo de la operación, \$700 (= \$2,200 − \$1,200 − \$300), no es la misma cantidad que la utilidad. Esta cantidad se aceptó en la transacción 4c, en la que se declaró un gasto de capital de \$500 en el equipo (depreciación). La depreciación sirve para convertir parte de un activo en un gasto, lo cual se refleja después en las utilidades de la compañía, como se aprecia en la ecuación (A.2). Así, la utilidad fue de \$900, o \$200 más que el flujo neto de efectivo. Para nuestros propósitos, el ingreso se reconoce cuando se percibe, y los gastos, cuando se incurre en ellos.

Un indicador importante del rendimiento financiero *a posteriori* que potencialmente llega a generar errores, y que es posible obtener de la figura A.2, es la "tasa de rendimiento

	Cuenta	Transacción						Balances al final del año
		1	2	3	4	5	6	
<i>Activos</i>	Efectivo	+\$3,000	-\$2,000	+\$1,500	-\$1,200	+\$3,000	+\$2,200	-\$1,300
	Cuentas por cobrar						-2,200	
	Inventario				+2,100	-2,100		
	Equipo		+2,000		-500			
<i>Pasivos</i>	Cuentas por pagar							\$4,500
				+400			-300	+100
				+1,500			-1,000	+500
<i>Más</i>	Capital de los dueños		+3,000			+900		
								+3,900

**Figura A.1** Efectos contables de las transacciones: empresa XYZ

Balance general de la empresa XYZ al 31 de diciembre de 1997			
Activos	Pasivos y capital de los dueños		
Efectivo	\$2,200	Documento bancario	\$500
Cuentas por cobrar	800	Cuentas por pagar	100
Equipo	1,500	Capital	3,900
Total	\$4,500	Total	\$4,500

Estado de resultados de la empresa XYZ al final del año: 31 de diciembre de 1997			
			Flujo de efectivo
Ingresos de operación (ventas)		\$3,000	\$2,200
Costos de operación (uso de inventario)			
Mano de obra	\$1,200		-1,200
Material	400		-300
Depreciación	500		0
		\$2,100	
Ingreso neto (utilidades)	900		\$700

**Figura A.2** Balance general y estado de resultados que surgen de las transacciones que se muestran en la figura A.1

anual". Si el capital invertido se toma como la inversión (capital) de los dueños, la tasa anual de rendimiento al final de este año en particular es de  $\$900/\$3,900 = 23\%$ .

Los estados financieros por lo general son más significativos si sus cifras se muestran para dos o más años (u otros períodos de reporte, como trimestres o meses), o para dos o más individuos o empresas. Tales cifras comparativas se utilizan para reflejar tendencias o indicaciones financieras que son útiles, porque permiten a los inversionistas y a la administración determinar la efectividad de las inversiones *después* de que éstas se han realizado.

### A.3 Contabilidad de costos

La contabilidad de costos, o administración de costos, es una fase de la contabilidad que tiene importancia particular en los análisis de ingeniería económica, porque tiene que ver sobre todo con la toma de decisiones y el control de una empresa. En consecuencia, la contabilidad de costos es la fuente de muchos de los datos necesarios para efectuar estudios de ingeniería económica. La contabilidad de costos moderna alcanza alguno o todos los objetivos siguientes:

1. Determinar el costo real de los productos y servicios;

2. Proporcionar una base racional para el establecimiento de los precios de bienes o servicios;
3. Facilitar un medio de asignación y control de gastos;
4. Dar información que sirva de base para las decisiones operativas y por medio de la cual se evalúen las decisiones de operación.

Aunque los objetivos básicos de la contabilidad de costos son sencillos, por lo general no sucede lo mismo con la determinación exacta de los costos. Como resultado, algunos de los procedimientos que se utilizan son herramientas arbitrarias que hacen posible obtener respuestas razonablemente exactas en la mayoría de los casos, pero que en algunos otros contienen un porcentaje de error considerable, en particular con respecto al flujo de efectivo real que está implicado.

#### **A.4 Los elementos de costo**

Uno de los primeros problemas de la contabilidad de costos es el de la determinación de los elementos de costo que intervienen en la producción de un bien o la prestación de un servicio. El estudio de cómo ocurren estos costos brinda una indicación del procedimiento contable que debe establecerse para dar información satisfactoria acerca de los costos. Asimismo, la comprensión del procedimiento que se emplea para contabilizar dichos costos hace posible usarlos de manera más inteligente.

En las empresas manufactureras, desde el punto de vista de la ingeniería y administración, es común considerar que los elementos generales de costo son: *directos de materiales*, *directos de mano de obra* e *indirectos*. Es frecuente que se usen términos tales como *costos de carga fabril* y *costos asociados* como sinónimos de los *indirectos*, y no es raro que éstos se dividan en varias subcategorías.

Por lo común, los materiales que pueden cargarse de manera conveniente y económica directamente al costo del producto se llaman *materiales directos*. Hay varios principios que se utilizan como guías para decidir si un material debe clasificarse como elemento de costo directo. En general, los materiales directos se miden con facilidad, están en la misma cantidad en productos idénticos, y se emplean en cantidades que son significativas económico. Aquellos materiales que no satisfagan estos criterios se clasifican como *materiales indirectos* y forman parte de lo que se carga a los costos indirectos. Por ejemplo, la cantidad exacta de pegamento y papel de lija que se usa en la fabricación de una silla sería difícil de determinar. Aún más difícil sería hacer la medición exacta del carbón que se usó para producir el vapor que generó la electricidad necesaria para calentar el pegamento. Debe trazarse una línea más allá de la cual no se haga ningún intento de medir directamente el material que se utilizó en cada unidad de producción.

También es común que los costos de mano de obra se dividan en las categorías de *directa* e *indirecta*. Los costos directos de mano de obra son aquellos que pueden cargarse fácil y convenientemente al producto o servicio en cuestión. Otros costos de mano de obra, como los de supervisores, manejo de materiales e ingenieros de diseño, se cargan como mano de obra indirecta y como tales forman parte de los costos indirectos. Con frecuencia, es imperativo conocer cuáles datos se incluyen en el costo directo de mano de obra y de materiales, antes de tratar de usarlos en los estudios de ingeniería económica.

Además de los costos indirectos de materiales y mano de obra, existen otros numerosos conceptos de costo en que se incurre en la producción de bienes o la prestación de servicios. Hay que pagar impuestos sobre la propiedad; mantener departamentos y personal

de contabilidad; adquirir y dar mantenimiento a los edificios y el equipo; realizar tareas de supervisión. Es esencial que estos costos *indirectos* necesarios se asignen a cada unidad producida en la proporción adecuada a los beneficios recibidos. La asignación apropiada de los costos indirectos no es fácil, y para hacerla debe utilizarse algún método razonablemente sencillo y con base en los hechos.

Como es de esperarse en los problemas cuya solución trata de satisfacer requerimientos en conflicto, como sucede en la asignación de los costos indirectos, los procedimientos que surgen son aproximaciones empíricas que en ciertos casos son exactas pero que en otros no lo son tanto.\*

Hay muchos modos de asignar los costos indirectos a los productos o servicios que se generan. Los métodos de uso más común implican la asignación en proporción al costo directo de mano de obra, a las horas de mano de obra directa, al costo directo de los materiales, a la suma del costo directo de mano de obra y materiales, o a las horas de máquina. En estos métodos, es necesario estimar cuál sería el total de costos indirectos si se determinaran costos estándar. En concordancia con esto, *los costos indirectos totales se asocian de manera habitual con cierto nivel de producción*, lo que constituye una condición importante que siempre debe recordarse cuando se trabaje con datos de costos unitarios. Estos costos serán correctos sólo para las condiciones para las cuales se calcularon.

A fin de ilustrar uno de los métodos de asignación de costos indirectos, considere el método que supone que se incurre en ellos en proporción directa al costo de la mano de obra directa que se utiliza. Con este método, la tasa de indirectos (indirectos por dólar de mano de obra directa) y el costo indirecto por unidad serían respectivamente:

$$\text{Tasa de indirectos} = \frac{\text{total de indirectos en dólares por periodo}}{\text{mano de obra directa en dólares por periodo}}$$

$$\text{Costo indirecto/unidad} = \text{tasa de indirectos} \times \text{costo directo de mano de obra/unidad.} \quad (\text{A.4})$$

Suponga que para un periodo futuro (por ejemplo, un trimestre), se espera que el total de costo indirecto sea de \$100,000, y el total de costo directo, \$50,000. De aquí, la tasa de indirectos es igual a  $\$100,000/\$50,000 = \$2$  por dólar de costo directo de mano de obra. Además, suponga que para una unidad dada de producción (o trabajo), se espera que el costo directo de mano de obra sea de \$60. De la ecuación (A.4), el costo indirecto por unidad de producción sería de  $\$60 \times 2 = \$120$ .

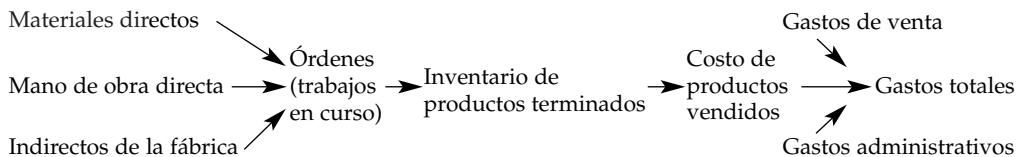
Es obvio que este método es sencillo y fácil de aplicar. En muchos casos da resultados muy satisfactorios. Sin embargo, en muchas otras instancias sólo produce resultados muy aproximados porque algunos conceptos de los indirectos, tales como la depreciación y los impuestos, tienen muy poca relación con los costos de la mano de obra. Se obtienen costos totales muy diferentes para el mismo producto si se usan procedimientos distintos para asignar los costos indirectos. La magnitud de la diferencia dependerá del grado con el que cada método logra o falla en producir resultados que reflejen los hechos de manera realista.

---

\* En la sección A.7 se estudia una metodología relativamente reciente, denominada *administración de costos basada en actividades*, para evitar que las estimaciones de costo se distorsionen de manera perjudicial a causa de asignaciones tradicionales de los costos indirectos.

## A.5 Ejemplo de contabilidad de costos

Este ejemplo relativamente sencillo implica un sistema de órdenes de trabajo en el que los costos se asignan al trabajo de acuerdo con el número de órdenes. El diagrama que sigue ilustra en forma esquemática dicho proceso:



Los costos se asignan a las órdenes en esta forma:

1. Materias primas relacionadas con las órdenes a través de requisiciones de material.
2. Mano de obra asociada a las órdenes por medio de etiquetas de mano de obra directa.
3. Los indirectos no se relacionan directamente con las órdenes, aunque deben tener un procedimiento de asignación que las asocie con uno de los factores de recursos, tales como la mano de obra directa, que ya está acumulada por la orden.

Considere la forma en que una orden de 100 raquetas de tenis agrupa los costos en la Bowling Sporting Good Company:

Orden # 161	100 raquetas de tenis
Tasa de mano de obra	\$7 por hora
Cuero	50 yardas a \$2 por yarda
Cuerda	300 yardas a \$0.50 por yarda
Grafito	180 libras a \$3 por libra
Horas de mano de obra para la orden	200 horas
Costos indirectos totales anuales de fabricación	\$600,000
Horas totales de mano de obra directa	200,000 horas

Ahora, los tres costos principales ya están asociados a la orden. Los gastos directos en mano de obra y materiales surgen de inmediato:

Orden # 161		
Mano de obra directa	$200 \times \$7 =$	\$1,400
Materiales directos	cuelo: $50 \times 2 =$	100
	cuerda: $300 \times \$0.50 =$	150
	grafito: $180 \times \$3 =$	540
Costos principales (mano de obra directa + materiales directos)		\$2,190

Observe que este costo no es el total. Se debe encontrar alguna manera de asociar (asignar) los costos de fábrica que no pueden identificarse directamente con la orden, pero que sin embargo están relacionados con la producción de 100 raquetas. Los costos tales como la energía para hacer que funcione la máquina moldeadora de grafito, la depreciación de

esta máquina, la depreciación del edificio de la planta y el salario del supervisor constituyen costos indirectos para esta compañía. Dichos costos forman parte de la estructura de costos de las 100 raquetas, aunque no pueden rastrearse hasta la orden. Por ejemplo, ¿en verdad se sabe cuánta obsolescencia de la máquina es atribuible a las 100 raquetas? Es probable que no. Así que estos costos indirectos deben asignarse a las 100 raquetas con el empleo de la tasa de indirectos, que se calcula como sigue:

$$\text{Tasa de indirectos} = \frac{\$600,000}{200,000} = \$3 \text{ por hora de mano de obra directa.}$$

Esto significa que a la orden # 161 deberían asignarse \$600 ( $\$3 \times 200$ ) del costo indirecto total anual. Así, el costo total de la orden # 161 sería

Mano de obra directa	\$1,400
Materiales directos	790
Indirectos de fábrica	600
	<hr/> \$2,790

Entonces, el costo de fabricación de cada raqueta es de \$27.90. Si los gastos de venta y de administración se asignaran como el 40% del costo de los productos vendidos, el gasto total en una raqueta de tenis sería igual a  $1.4(\$27.90) = \$39.06$ .

## A.6 Uso de los costos contables en los estudios de ingeniería económica

Cuando se acepta que los costos contables están ligados a un conjunto definido de condiciones, y que son resultado de ciertas decisiones arbitrarias relacionadas con la asignación de costos indirectos, es evidente que no deberían usarse sin sufrir modificación en los casos en que las condiciones son diferentes de aquellas en las que se calcularon. Los estudios de ingeniería económica tratan de manera invariable con situaciones que *no* están ocurriendo en el presente. Entonces, es normal que los costos contables ordinarios no puedan usarse sin modificación en dichos estudios económicos. No obstante, si se comprende cómo se determinan los costos contables, se debe ser capaz de descomponerlos en los elementos que los integran, y es frecuente descubrir que dichos elementos de costo proporcionan gran parte de la información de costos necesaria para efectuar un estudio de ingeniería económica. Así, el entendimiento de los objetivos y procedimientos básicos de la contabilidad de costos permitirá al ingeniero que realiza análisis económicos hacer el mejor uso de la información de costos disponible, para no trabajar en forma innecesaria ni cometer errores graves.

No debe suponerse que las cifras que contienen los reportes contables son absolutamente correctas e indicativas, aunque los hayan elaborado contadores profesionales con el máximo de los cuidados, ya que es frecuente que los procedimientos de la contabilidad incluyan ciertas suposiciones basadas en criterios subjetivos o las leyes fiscales vigentes. Por ejemplo, los años de vida en los que se basa el gasto por depreciación de un activo particular tienen que determinarse o suponerse, y esta estimación podría haber ocasionado que los gastos por depreciación y el valor en libros que aparecen en los reportes contables sean irreales. Asimismo, existen muchas prácticas aceptadas en la contabilidad que podrían arrojar información que no es real para fines de control administrativo. Por ejemplo, el va-

lor neto en libros de un activo generalmente se declara en el balance general al precio original (costo base) menos cualquier depreciación que se haya acumulado, incluso si se acepta que el valor verdadero del activo en determinado momento está muy por arriba o por debajo del valor en libros que se reporta.

### A.7 Actualización de la administración de costos\*

Los sistemas tradicionales de contabilidad asignan costos indirectos por medio del uso de una base orientada al volumen, como las horas de mano de obra directa o los dólares de material directo. Las bases de asignación de costos de la mano de obra directa o cantidad de producción se diseñaron en un principio para fines de valuación de inventarios. En consecuencia, los métodos tradicionales de contabilidad de costos tienen eficacia total cuando la mano de obra directa (o los materiales directos) es la causa dominante del costo.

Aunque los sistemas tradicionales de costo estándar fueron eficaces en el pasado, los cambios en las tecnologías de manufactura (como la filosofía del justo a tiempo, robótica, CAD y sistemas flexibles de fabricación) los han vuelto algo obsoletos. El vertiginoso avance tecnológico ha ocasionado que se reestructuren los patrones de costos de fabricación (por ejemplo, están disminuyendo los componentes de la mano de obra directa y el inventario, mientras que los de la depreciación tecnológica, ingeniería y procesamiento de datos van en aumento). Como resultado de la naturaleza cambiante de estos componentes de costo, los sistemas existentes de contabilidad y las prácticas de administración de costos no apoyan adecuadamente a los objetivos de manufactura avanzada. De hecho, el componente de mano de obra directa en el costo de un producto importa tan poco como el 5% de su costo, y los indirectos intervienen tanto como el 500%. En los ambientes automatizados, las asignaciones basadas en el volumen distorsionan los costos del producto porque las medidas que se usan para asignar los indirectos no son las que ocasionan los costos. Como resultado, la distorsión del costo del producto se da a causa de las altas tasas de indirectos que se ven infladas por muchos costos que debieran seguirse directamente hasta el producto, en vez de asignarse de manera arbitraria sobre la base del volumen. Algunos componentes del costo de un producto, que debieran rastrearse hasta éste, incluyen costos indirectos ocultos tales como el movimiento de materiales, procesamiento de órdenes, planeación del proceso, repeticiones, mantenimiento de la garantía, planeación y control de la producción, y aseguramiento de la calidad.

Suponga que una compañía utiliza un sistema tradicional de contabilidad de costos que aplica la asignación de indirectos con base en los dólares de mano de obra directa (figura A.3). El costo del producto se calcula en \$550, con precio de venta de \$660, lo que origina un reporte de utilidad neta de \$110 por unidad.

Sin embargo, la manufactura del producto comprende un número significativo de procesos automatizados. La producción automatizada requiere una gran inversión en depreciación, software y servicios de mantenimiento. El análisis de estos y otros costos seguidos hasta el producto daría origen a un resultado financiero diferente por completo (figura A.4). El nuevo costo del producto después del análisis sería de \$925. Con un precio de venta de \$660, la compañía estaría perdiendo \$265 por cada unidad producida.

Una de las razones principales de esta distorsión es que la tasa de indirectos se ve inflada por costos directos susceptibles de rastrearse. Después, el costo indirecto inflado se

\* Tomado de J. A. Brimson, "Bringing Cost Management Up to Date", *Manufacturing Engineering*, vol. 102, núm. 12, junio de 1988, págs. 49-51. Reproducido con permiso de la Society of Manufacturing Engineers, Dearborn, MI.

Contabilidad de costos tradicional	
Precio de venta	\$660
Mano de obra directa	\$50
Material directo	300
Indirectos	200
Costo total de producción	550
Utilidad neta	\$110

**Figura A.3** Sistema tradicional de contabilidad de costos que aplica indirectos basados en los dólares de la mano de obra directa

asigna a los productos utilizando una base de mano de obra directa. Para que este método de asignación fuera correcto, debería haber una relación complementaria entre la mano de obra y la tecnología. En otras palabras, es frecuente que el costo que se reporta de los productos se base en el empleo de métodos de contabilidad que no reflejan el proceso de manufactura.

### A.7.1 Sistemas de costeo basados en la actividad

Los sistemas de administración de costos basados en la actividad siguen los costos indirectos ocultos hasta las actividades específicas que los ocasionan, por lo que generan un costo más confiable del producto.

Nueva contabilidad de costos	
Precio de venta	\$660
Costo	
Se rastrean directamente	
Mano de obra directa	\$50
Material directo	300
Tecnología	200
Desechos y repeticiones	50
Costo imputado	
Inventario de materias primas	20
Inventario WIP	60
Otros costos directos	90
	770
Indirectos no rastreables	155
Costo total	925
Pérdida neta	(\$265)

**Figura A.4** Las técnicas nuevas de administración de costos, que toman en cuenta las ramificaciones de la automatización, producen resultados financieros diferentes

Son cuatro los conceptos clave que diferencian el costeo basado en las actividades de los sistemas tradicionales y que le permiten proporcionar datos de costo del producto más exactos:

I. *Contabilidad de las actividades.* En un sistema basado en actividades, el costo del producto es la suma de todos los costos que requiere la manufactura y distribución del producto. Las actividades de una empresa consumen sus recursos, y la disponibilidad y uso de los recursos genera costos.

La contabilidad de las actividades descompone una organización en una estructura de actividades que proporciona una racionalidad de causa y efecto de la forma en que sus objetivos fundamentales y sus actividades asociadas crean costos y generan salidas. De acuerdo con Brimson, un sistema eficaz de contabilidad de actividades emplea el siguiente enfoque<sup>\*</sup>:

- A. Determinar las actividades fundamentales que deben realizarse para cumplir los objetivos de una empresa. Las actividades permiten identificar la forma en que la compañía gasta sus recursos para alcanzar sus fines básicos.
  - B. Determinar las relaciones de causalidad que permiten que las salidas (rendimiento) se atribuyan a las entradas (recursos). Gran número de estas relaciones se basará en mediciones que no se relacionan con el volumen, tales como el número de partes de un diseño nuevo.
  - C. Expresar la salida de una actividad en términos de una medida del *volumen de actividad* a través de la cual los costos de un proceso de negocios varíen directamente lo más posible (por ejemplo, el número de veces que se requiere que una máquina arranque para obtener un diseño complejo).
  - D. Rastrear las actividades hasta los productos (u otros objetos) y determinar cuánto de la salida de cada actividad se debe a ellas. Para describir el patrón de consumo de las actividades de cada producto, se utiliza una estructura de costos que se conoce como *cuenta de actividades*.
  - E. Determinar los factores críticos de éxito con los que las actividades de la empresa puedan armonizarse en la búsqueda de los objetivos estratégicos establecidos. Esta etapa indica con qué eficacia se alcanza el rendimiento deseado por medio de las actividades que emprende una compañía.
  - F. Iniciar acciones, con base en una filosofía de mejora continua, respecto de las oportunidades de la productividad que se hayan identificado en las etapas A–E. Como el costo de la actividad es la razón de los recursos que consume una actividad a la medida de dicha actividad, los administradores disponen de una forma de evaluar la eficacia y la eficiencia (es decir, productividad). Ahora es posible evaluar de manera realista varias alternativas de hacer los cambios deseados en los patrones de actividad, a través de inversiones o herramientas organizacionales.
- II. *Generador del costo.* Un generador de costo es un evento que afecta la relación costo/rendimiento de un grupo de actividades relacionadas. Algunos generadores de costo conocidos incluyen el número de arranques de máquina, número de solicitudes de cambio de la ingeniería, y el número de las órdenes de compra. Los generadores de costo reflejan las demandas que sufren las actividades en los niveles tanto de actividad como de producto. Mediante el control del generador de costo es posible eliminar los costos innecesarios, lo que da origen a una mejora del costo del producto.

---

\* J. A. Brimson, *Activity Accounting: An Activity-Based Costing Approach* (New York: John Wiley & Sons, 1991).

**III. Seguimiento directo.** El seguimiento directo supone la asignación de los costos a aquellos productos o procesos que consumen los recursos. Muchos costos indirectos ocultos pueden seguirse con eficacia hasta los productos, con lo que se dispone de un costo más exacto del producto.

**IV. Costos sin valor agregado.** En los procesos de manufactura, los consumidores podrían percibir que ciertas actividades no agregan valor al producto. Al identificar los generadores de costo, una empresa es capaz de eliminar dichos costos innecesarios. Los sistemas basados en actividades identifican y asignan un costo a las actividades realizadas (que agregan valor y que no lo agregan), por lo que la dirección estará en condiciones de determinar los cambios pertinentes en los requerimientos de recursos de cada actividad. En contraste, los sistemas tradicionales de costos acumulan estos últimos según los conceptos de las líneas presupuestales y por funciones.

Estos cuatro conceptos básicos están incorporados en los sistemas de costeo basados en actividades y llevan a una información de costos más exacta. Además, los sistemas de costeo basados en actividades proporcionan más flexibilidad que los convencionales porque producen una variedad de cifras de costo que son útiles para la contabilidad de la tecnología y del producto, y para el análisis del ciclo de vida. Es más, dichas cifras de costo pueden aplicarse en distintas decisiones especiales, que incluyen la valuación de inventarios, presupuesto y pronóstico, análisis de línea de productos, decisiones de fabricar o comprar, y diseño por costo.

### A.7.2 Ejemplo de costos basados en actividades

El objetivo de esta sección es desarrollar un ejemplo de cómo se utilizan los costos basados en actividades (ABC) para obtener con más exactitud el costo estimado de la fabricación de un producto.

En términos generales, un sistema de ABC identifica y después clasifica las actividades principales de un proceso productivo en una planta en cuatro grupos “base” principales: actividades a *nivel de unidad*, a *nivel de lote*, a *nivel de producto* y a *nivel de planta*. El enfoque de ABC supone que no todos los recursos indirectos se consumen en forma proporcional al número de unidades que se producen. Los ABC introducen dichos niveles jerárquicos para garantizar que el costo estimado final de un producto refleje el proceso de manufactura tan exactamente como sea posible.

Los costos a nivel de unidad son aquellos que se asignan proporcional y directamente según el volumen. Incluyen los costos de actividades tales como los de las horas de mano de obra directa, costos de materiales atribuibles directamente y costos por hora de operación de máquina.

Los costos a nivel de lote son los que se asignan directamente al lote particular por ejecutar. Para este tipo de costo, ciertas actividades se consumen en proporción directa del número de corridas de lote de cada producto. Estos costos a nivel de lote incluyen el arranque, ordenamiento, manejo de materiales y costos de transporte.

Los costos a nivel de producto son aquellos que se asignan al producto, lo que supone que ciertas actividades se llevan a cabo para desarrollar o permitir la producción de productos diferentes. Estos costos a nivel de producto incluyen actividades tales como la investigación y desarrollo (ID), adquisición de partes y materiales, costos del inventario, administración técnica, seguridad especializada antes de la producción, así como la capacitación para la manufactura.

Los costos a nivel de planta generan problemas en el ambiente de los ABC, porque se asocian con el sostenimiento del proceso general de manufactura. Estos costos a nivel de planta incluyen actividades tales como costos de viaje, salarios de directores y administración general, y pueden comprender una gran parte del costo estimado del producto.

**EJEMPLO A.1**

Este ejemplo está construido de modo que los atributos del ABC se aprecien con claridad. Quizá más importante que representar las “ventajas” del ABC, sea ilustrar las diferencias entre el ABC y la asignación tradicional de costos que se basa en el volumen (CBV).

En esencia, los atributos que hacen que el ABC sea más productivo y valioso son la diversidad de productos, los altos costos de apoyo y los indirectos. Está claro que estas características son comunes en la mayoría de los mercados actuales, y la tendencia es cada vez más en esa dirección. Considere este ejemplo del ABC *versus* los CBV que, aunque sencillo, es realista:

*Formato A.1.* Aquí se muestra el escenario simplificado básico. Proporciona los presupuestos detallados de producción, volúmenes y costos. La segunda parte del formato

Producción: Datos programados por año					
	Pelota de béisbol	Guante	Bat	Máquina lanzadora	Totales
Unidades de producción presupuestadas	20,000	10,000	5,000	200	35,200
Costo de material por unidad	\$0.45	\$5.00	\$0.75	\$2,000.00	n/a
Costo por unidad de las horas de mano de obra directa	0.05	2.00	0.1	50.0	n/a
Costo por hora de la mano de obra directa	\$5.00	\$5.00	\$5.00	\$5.00	\$5.00
Horas de máquina por unidad	0.1	0.1	0.2	100.0	24,000
Partes requeridas por unidad	3	4	1	250	n/a
Órdenes de producción (total presupuestado)	500	25	100	100	725
Arranques de la producción (total presupuestado)	1,000	100	100	100	1,300
Número de embarques	400	250	25	100	775

Costos de conversión de actividades				
		Generador de costo		
		Generador de costo	Costos	Unidades totales
				Tasa
Manejo de materiales	N.º de movimientos		\$50,000	155,000
Dept. de planeación de la producción	N.º de órdenes de producción		40,000	725
Mano de obra indirecta por arranque	N.º de arranques		25,000	1,300
Depreciación de la maquinaria	Horas de máquina		725,000	24,000
Calidad y terminados	Horas de mano de obra directa		150,000	31,500
Departamento de envíos	N.º de embarques		100,000	775
<b>Total de costos indirectos</b>			<b>\$1,090,000</b>	
<b>Costos indirectos por hora de mano de obra directa</b>			<b>\$34.60</b>	(Costeo tradicional con base en el volumen)

**Formato A.1** Escenario de negocios de una empresa pequeña

muestra los cálculos de los “generadores de costos” ABC (hay seis) y la asignación tradicional de indirectos, igual a \$34.60 por hora de mano de obra directa.

Observe que el modelo muestra un negocio de uso intensivo de capital. La depreciación representa cerca del 67% del total de costos indirectos.

El modelo sólo tiene cuatro productos. Una diversidad mayor resaltaría más las ventajas del ABC, pero agregaría complejidad que no se desea en el modelo. Los productos son muy diferentes en términos de producción y mercado. La máquina lanzadora requiere mucho tiempo de máquina, mientras que los demás productos casi no lo utilizan. La mano de obra directa es un factor insignificante para la pelota y el bat, pero es muy importante para el guante (que requiere 40 veces la mano de obra de la pelota y 20 veces la del bat).

*Formato A.2. Costeo tradicional con base en el volumen.* Todos los costos indirectos se asignan con base en la tasa conjunta de \$34.60 por hora de mano de obra directa.

El guante parece ser un perdedor, con su contenido relativamente alto de mano de obra directa. Se vende en \$57, pero se le asignan costos por un total de \$84.21 (*una pérdida de \$27.21 por unidad!*) Advierta que todos los demás productos parecen tener márgenes de utilidad muy altos. *La dirección tendría que considerar en serio eliminar la manufactura y mercadotecnia del guante.*

*Formato A.3. Costos basados en actividades.* Aquí se aprecian resultados diferentes por completo en términos de márgenes de utilidad. Ahora, ¡el guante es el único producto rentable y los demás generan pérdidas!

Los cuatro productos que aparecen en los formatos A.1 a A.3 se diseñaron para que mostraran las diferencias entre el ABC y los CBV.

Costos tradicionales con base en el volumen del producto					
	Pelota	Guante	Bat	Máquina lanzadora	Totales
Unidades producidas	20,000	10,000	5,000	200	35,200
Costos directos de materiales	\$9,000	\$50,000	\$3,750	\$400,000	\$462,750
Costos directos de mano de obra	5,000	100,000	2,500	50,000	157,500
Asignaciones indirectas → (con base en MOD @ \$34.60/hora)	34,603	692,063	17,302	346,032	1,090,000
<b>Costos totales de los productos</b>	<b>\$48,603</b>	<b>\$842,063</b>	<b>\$23,552</b>	<b>\$796,032</b>	<b>\$1,710,250</b>
<b><u>Costos por unidad</u></b>					
Costos directos	\$0.70	\$15.00	\$1.25	\$2,250.00	
Indirectos	1.73	69.21	3.46	1,730.16	
<b>Costo total por unidad</b>	<b>\$2.43</b>	<b>\$84.21</b>	<b>\$4.71</b>	<b>\$3,980.16</b>	
Precio de venta	\$4.45	\$57.00	\$10.00	\$5,000.00	
Margen con base en el volumen	\$2.02	\$(27.21)	\$5.29	\$1,019.84	
	45%	-48%	53%	20%	
<b>PÉRDIDA</b>					

**Formato A.2** Costeo tradicional basado en el volumen para cuatro productos

	Costos del producto con base en actividades				
	Pelota	Guante	Bat	Máquina lanzadora	Totales
Unidades producidas	20,000	10,000	5,000	200	35,200
Costos directos de materiales	\$9,000	\$50,000	\$3,750	\$400,000	\$462,750
Costos directos de mano de obra	5,000	100,000	2,500	50,000	157,500
Costos indirectos:	Tasa ABC				
Manejo de materiales		\$0.32	19,355	12,903	1,613
Dept. de planeación de la producción		\$55.17	27,586	1,379	5,517
Mano de obra indirecta del arranque		\$19.23	19,231	1,923	1,923
Depreciación de la maquinaria		\$30.21	60,417	30,208	30,208
Calidad y terminados		\$4.76	4,762	95,238	2,381
Departamento de embarques		\$129.03	51,613	32,258	3,226
<b>Costos totales de los productos</b>		<b>\$196,964</b>	<b>\$323,910</b>	<b>\$51,118</b>	<b>\$1,138,258</b>
<b>Costos por unidad:</b>					
Costos directos		\$0.70	\$15.00	\$1.25	\$2,250.00
Indirectos		9.15	17.39	8.97	3,441.29
<i>Costo total por unidad</i>		<i>\$9.85</i>	<i>\$32.39</i>	<i>\$10.22</i>	<i>\$5,691.29</i>
Precio de venta		\$4.45	\$57.00	\$10.00	\$5,000.00
Margen basado en las actividades		(\$5.40)	\$24.61	(\$0.22)	(\$691.29)
		–121%	43%	–2%	–14%
		PÉRDIDA		PÉRDIDA	PÉRDIDA

**Formato A.3 Costeo basado en actividades para cuatro productos**

Fuera de los costos totales de \$1,710,250, la mano de obra directa representa sólo \$157,500, menos del 10%. En este caso, la mano de obra directa que se usa en la producción varió de manera significativa como proporción de los costos totales del producto. El guante tuvo los costos proporcionales más altos. No es sorprendente que los métodos de asignación de CBV de la mano de obra sobrepongan los costos indirectos al guante, que parece un producto muy inconveniente. No obstante, las estadísticas de la producción del formato A.1 muestran que el guante difícilmente utiliza recursos indirectos, menos que todos los demás. Establecer una unidad fabricante de guantes fuera de la compañía requeriría poco apoyo indirecto y es probable que fuera un negocio rentable.

A la inversa, la máquina lanzadora consume cerca del 83% de la capacidad de la maquinaria, y ésta es costosa. El empleo de la mano de obra directa para asignar los costos indirectos da origen a una atribución de sólo \$1,730 de estos últimos a la máquina lanzadora (muy lejos del 83% de los costos por la sola depreciación de la maquinaria). La asignación con base en las horas de máquina duplica la asignación de costo indirecto a la máquina lanzadora, lo cual (de nuevo) es lógico porque la mayor parte de los costos indirectos se deben a la maquinaria, y parece que la máquina lanzadora emplea casi toda.

Cuando los productos se costean sobre una base de uso de recursos (ABC), sólo el guante parece ser rentable, lo que es un reflejo más exacto de los costos reales de efectuar este negocio.

Esta información es una retroalimentación excelente tanto para producción como para mercadotecnia. La máquina lanzadora no es rentable por poco. Quizá debiera ordenarse un precio mejor. ¿Es un producto único y mejor que el de la competencia? ¿Quizá su precio es demasiado bajo con base en la información anterior sobre costos (CBV) que indica un margen del 20%? ¿Podría rediseñarse para ahorrar en algunos costos?

El bat sólo pierde por un margen del 2%. Debería considerarse el rediseño de la producción. Un ligero cambio en cualquier factor productivo haría que fuera rentable.

La pelota utiliza 1,000 arranques, que deben reexaminarse. Quizá se agreguen más arranques, pero con costos reducidos. Aquí se necesita en serio un rediseño; de otro modo este producto no es nada bueno para el negocio.

El sistema ABC ofrece perspectivas de la rentabilidad de los productos en áreas que de otro modo quedarían ocultas en el costo del producto. Para fines estratégicos, es necesario considerar los dos factores siguientes:

1. Muchos de los costos son fijos. La eliminación de una línea de productos podría no reducir el total de los costos. En el corto plazo, podría ser mejor conservar ciertos productos aun cuando mostraran pérdidas en los costos totales. Para decisiones de inversión a largo plazo son más relevantes los costos completos (ABC).
2. Como se indicó en el análisis de las etapas, El costeo ABC podría dar una dirección inapropiada si se sigue "a ciegas". Los costos de arranque altos asignados por un generador de costos sólo significan que se tienen costos elevados de arranque. La manera de reducir los costos de arranque podría no ser disminuir el número de arranques, sino rediseñar el proceso de arranque. (¿Quizá se acabaría aumentando el número de arranques?)

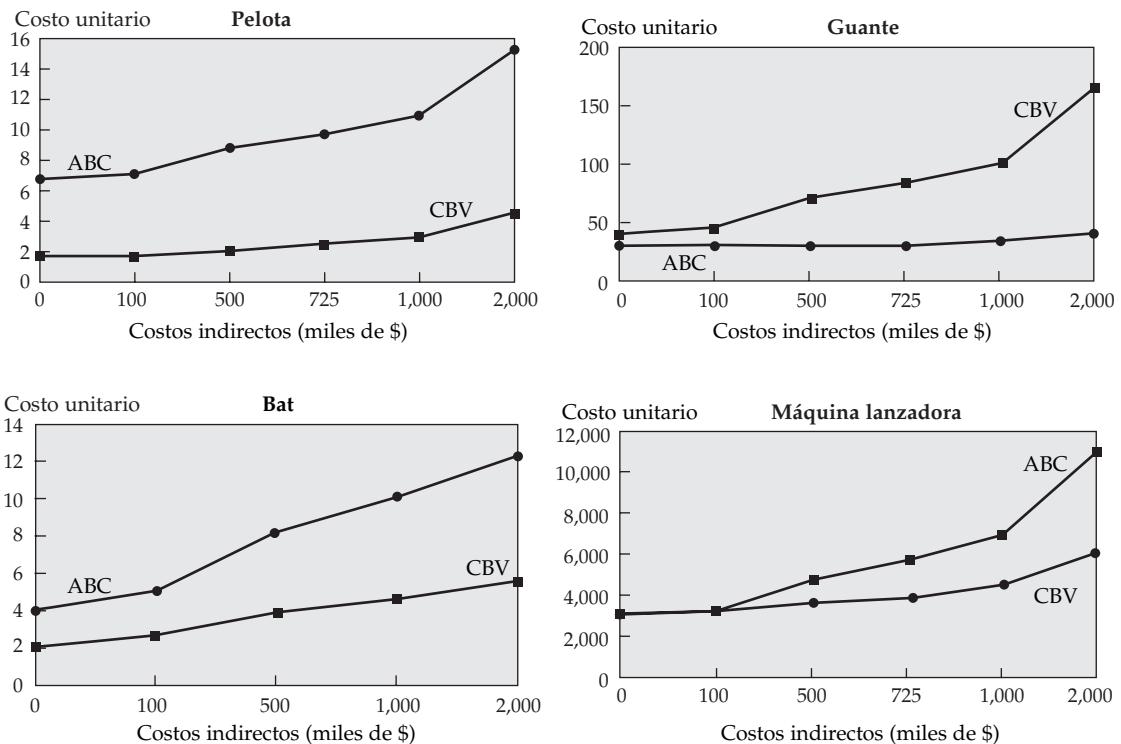
El sistema ABC ayuda a identificar las áreas potenciales por aprovechar; no necesariamente da respuestas para bajar los costos; sólo da la dirección por seguir para responder estas preguntas difíciles.

Las gráficas que se presentan en la figura A.5 muestran los efectos diferentes que ejerce el costeo ABC y los CBV en los costos unitarios conforme varían los niveles de indirectos. Los costos indirectos se variaron a partir de los siguientes niveles: \$0, \$100,000, \$500,000, \$725,000, \$1,000,000 y \$2,000,000. Todos los demás factores siguen exactamente igual.

Observe que para indirectos bajos (alrededor de \$100,000), la máquina lanzadora y el guante son indiferentes al método de costeo.

El punto más significativo de la figura A.5 es que conforme se incrementan los indirectos, la metodología de costo se vuelve más importante. Las diferencias absolutas en los costos unitarios del producto se incrementan con indirectos más altos. De manera importante, la tasa de incremento en las diferencias de costo unitario (diferencias en las pendientes) aumenta en todos los casos. La tasa de aumento en las diferencias de pendiente fue menor para la pelota. Proporcionalmente, los costos CBV (basados en la mano de obra directa) para la pelota estuvieron más cerca de las asignaciones de costos ABC conforme aumentaban los niveles de indirectos.

Asimismo, observe que en tanto los indirectos pasaron de \$0 a \$2,000,000, la asignación de indirectos con ABC para el guante a grandes rasgos permaneció constante. Con los CBV, su asignación de indirectos aumenta en forma significativa.



- Notas:**
- Todos los productos, excepto el guante, muestran costos indirectos más elevados para los ABC que para los CBV.
  - El guante tiene una asignación relativamente constante de costos indirectos para los ABC.
  - La máquina lanzadora en realidad tiene una transición donde, con indirectos igual a cero, los ABC tienen un costo unitario ligeramente menor, que con indirectos de \$100,000, donde los ABC son un poco más altos. De ahí en adelante, las diferencias aumentan con una tasa creciente.
  - El guante, el bat y la máquina lanzadora tienen diferencias crecientes en las pendientes del costo ABC y CBV. Las diferencias en la pendiente de la pelota se incrementan a una tasa mucho menor.

**Figura A.5** Gráficas de costos unitarios

# *Abreviaturas y notación\**

## **Capítulo 2**

$C_F$	costo fijo total
$C_V$	costo variable total
$c_v$	costo variable por unidad
$C_T$	costo total
$C_U$	costo unitario promedio
$D$	demandas de un producto o servicio, en unidades
$D^*$	demandas óptimas o volumen de producción que maximiza la utilidad
$D'$	punto de equilibrio
$\hat{D}$	demandas o volumen de producción que producirá un ingreso máximo

## **Capítulo 3**

$A$	flujos de efectivo iguales y uniformes al final de periodo (o valores equivalentes de fin de periodo)
TAP	tasa anual porcentual (interés nominal)
$A_1$	flujo de efectivo del periodo 1 en una secuencia geométrica de flujos de efectivo
$\bar{A}$	cantidad de dinero que fluye de manera uniforme y continua durante un periodo especificado de tiempo
PA	principio de año
FDA	final de año
$F$	suma equivalente futura de dinero
$\bar{f}$	cambio geométrico de un periodo de tiempo al siguiente en flujos de efectivo o valores equivalentes

\* Se listan según el capítulo en el que aparecen por primera vez.

$G$	cambio aritmético (es decir, uniforme) de un periodo al que sigue en flujos de efectivo o valores equivalentes
$I$	interés total que se gana o se paga (interés simple)
$i$	tasa efectiva de interés por periodo de interés
$i_{CR}$	tasa de interés denominada <i>tasa de conveniencia</i> (del inglés <i>convenience rate</i> )
$k$	índice para los periodos de tiempo
$P$	monto principal de un préstamo; suma presente equivalente de dinero
$M$	número de períodos de capitalización por año
$N$	número de períodos de interés
$r$	tasa nominal de interés por periodo (un año, por lo general)
$r$	tasa nominal de interés que se capitaliza continuamente

## Capítulo 4

$VA(i\%)$	valor uniforme equivalente, calculado con interés de $i\%$ , de uno o más flujos de efectivo
$RC(i\%)$	costo anual equivalente de la recuperación de capital calculada con interés de $i\%$
$E$	gastos anuales equivalentes
$\epsilon$	tasa externa de reinversión
TER	tasa externa de rendimiento
$VF(i\%)$	valor futuro equivalente, calculado con $i\%$ de interés, de uno o más flujos de efectivo
$I$	inversión inicial en un proyecto
TIR	tasa interna de rendimiento, también se designa como $i^*\%$
TREMA	Tasa de rendimiento mínima atractiva
$N$	longitud del periodo de estudio (por lo general en años)
O&M	gastos equivalentes anuales de operación y mantenimiento
$VP(i\%)$	valor presente equivalente, calculado con $i\%$ de interés, de uno o más flujos de efectivo
$R$	ingresos anuales equivalentes (o ahorros)
$S$	valor de rescate (mercado) al final del periodo de estudio
$\theta$	periodo de recuperación
$\theta'$	periodo de recuperación descontada
$V_N$	valor (precio) de un mono $N$ periodo antes de su vencimiento
$Z$	valor nominal de un bono

## Capítulo 5

$A \rightarrow B$	incremento (o flujo neto de efectivo incremental) entre la alternativa A y la alternativa B (se lee: A a B)
$\Delta(B - A)$	flujo neto de efectivo incremental (diferencia) calculado a partir del flujo de efectivo de la alternativa B menos el flujo de efectivo de la alternativa A (se lee: delta B menos A)

## **Capítulo 6**

SRAC	sistema de recuperación acelerada de costos
SAD	sistema alternativo de depreciación
FEDI	flujo de efectivo después de impuestos
<i>B</i>	costo base
FEAI	flujo de efectivo antes de impuestos
VL	valor en libros
<i>d</i>	deducible por depreciación
<i>d*</i>	depreciación acumulada durante un periodo especificado de tiempo
<i>E</i>	gasto anual
SGD	sistema general de depreciación
Int	gasto por intereses
SMRAC	sistema modificado de recuperación acelerada de costos
VM	valor de mercado de un activo; precio que pagaría un particular por un tipo particular de propiedad
<i>N</i>	vida útil de un activo (vida SAD)
UNDI	utilidad neta después de impuestos
UNAI	utilidad neta antes de impuestos
<i>p</i>	clasificación de la propiedad para la depreciación con el SMRAC
<u>R</u>	razón de depreciación en un año particular al valor en libros al principio del mismo año
<i>R</i>	ingreso bruto anual
<i>r<sub>k</sub></i>	tasa de depreciación con el SRAC o el SMRAC (en forma decimal)
VR <sub>N</sub>	valor de rescate de un activo al final de su vida útil
<i>T</i>	impuestos sobre la renta
<i>t</i>	tasa efectiva de impuesto sobre la renta

## **Capítulo 7**

$\bar{I}_n$	número índice no ponderado o ponderado, según la forma en que se calcule
$K$	número de unidades de recurso que entran, necesarias para producir la primera unidad de salida
$u$	número de unidades de salida
$X$	factor de capacidad de costo
$Z_u$	número de unidades de recurso que entran, necesarias para producir el número $u$ de unidades de salida

## **Capítulo 8**

A\$	dólares del presente (corrientes)
$b$	índice de periodo base de tiempo
$e_j$	tasa total de escalamiento de precio (o desescalamiento) para el bien o servicio $j$
$e'_j$	tasa diferencial de inflación (o deflación) de precios, para el bien o servicio $j$

$f_e$	tasa anual de devaluación (tasa de cambio anual en el tipo de cambio) entre la moneda de un país extranjero y el dólar de Estados Unidos.
$f$	tasa de inflación general
$i_c$	tasa de interés combinada (nominal); también se llama <i>tasa de interés del mercado</i>
$i_{me}$	tasa de rendimiento en términos de una tasa combinada (mercado) de interés relativa a la moneda de un país extranjero
$i_r$	tasa real de interés
$i_{eua}$	tasa de rendimiento en términos de una tasa combinada (mercado) de interés relativa al dólar de Estados Unidos.
R\$	dólares reales (constantes)

## **Capítulo 9**

CAUE	costo anual uniforme equivalente
CT <sub>k</sub>	costo total (marginal) para el año $k$

## **Capítulo 10**

VE	valor equivalente (anual, presente o futuro)
----	----------------------------------------------

## **Capítulo 11**

$B - C$	razón beneficio/costo
$\underline{B}$	beneficios anuales uniformes equivalentes de un proyecto propuesto
RC	monto de recuperación de capital (un costo)
$I$	inversión inicial
O&M	gastos anuales uniformes equivalentes de operación y mantenimiento

## **Capítulo 12**

$C$	gastos anuales recurrentes
CP	cuentas por pagar
$D_L$	depreciación en libros
$D_I$	depreciación que se toma con fines de impuesto sobre la renta
$e_a$	rendimiento sobre la propiedad (sin inflación)
$e'_a$	rendimiento sobre la propiedad (ajustada por inflación)
$i_p$	costo del capital tomado en préstamo (sin inflación)
$i'_p$	costo del capital tomado en préstamo (ajustado por inflación)
$K_a$	costo promedio ponderado después de impuestos del capital (sin inflación)
$K'_a$	costo promedio ponderado después de impuestos del capital (ajustado por inflación)

$\lambda$	fracción de la capitalización total representada por el dinero tomado en préstamo, también se denomina razón de deuda
$\overline{IR}_k$	requerimiento de ingreso anual en el año $k$
$\overline{IR}$	requerimiento de ingreso nivelado
$ISR$	impuestos sobre la renta pagados
$t$	tasa efectiva de impuesto sobre la renta
$INR$	inversión no recuperada

## **Capítulo 13**

$E(X)$	media de una variable aleatoria
VEIP	valor esperado de la información perfecta
$f(x)$	función densidad de probabilidad de una variable aleatoria continua
$F(x)$	función de distribución acumulada de una variable aleatoria continua
$p(x)$	función masa de probabilidad de una variable aleatoria discreta
$p(x_i)$	probabilidad de que una variable aleatoria discreta tome el valor $x_i$
$P(x)$	función de distribución acumulada de una variable aleatoria discreta
$Pr\{\dots\}$	probabilidad de que ocurra el evento descrito
DE( $X$ )	desviación estándar de una variable aleatoria
$V(X)$	varianza de una variable aleatoria

## **Capítulo 14**

$B^*$	valor presente de una oportunidad de inversión en un periodo especificado de presupuesto
$c$	patrón de efectivo de los gastos en problemas de asignación de capital
$C_k$	máximo patrón de efectivo permisible en el periodo $k$
Div	dividendos en efectivo (después de impuestos)
$e_a$	tasa anual de rendimiento para los propietarios de una empresa (accionistas)
$g$	tasa de crecimiento anual del valor de las acciones comunes y otros intereses sobre la propiedad
$A$	gastos por arrendamiento antes de impuestos
$a$	gastos por arrendamiento después de impuestos
$m$	número de proyectos mutuamente excluyentes que se consideran
$X$	variable de decisión binaria ( $= 0$ o $1$ ) en problemas de asignación de capital

## **Capítulo 15**

$\alpha$	índice de Hurwicz del optimismo
$r^*$	dimensionalidad de un problema de decisión de atributos múltiples

*Tablas de interés  
y anualidades para  
capitalización discreta*

Para diferentes valores de  $i$ , desde  $\frac{1}{4}$  % hasta 25%

$i$  = tasa efectiva de interés por periodo (por lo general un año)

$N$  = números de periodos de capitalización

$$\begin{array}{ll}
 (F/P, i\%, N) = (1 + i)^N & (A/F, i\%, N) = \frac{i}{(1 + i)^N - 1} \\
 (P/F, i\%, N) = \frac{1}{(1 + i)^N} & (A/P, i\%, N) = \frac{i(1 + i)^N}{(1 + i)^N - 1} \\
 (F/A, i\%, N) = \frac{(1 + i)^N - 1}{i} & (P/G, i\%, N) = \frac{1}{i} \left[ \frac{(1 + i)^N - 1}{i(1 + i)^N} - \frac{N}{(1 + i)^N} \right] \\
 (P/A, i\%, N) = \frac{(1 + i)^N - 1}{i(1 + i)^N} & (A/G, i\%, N) = \frac{1}{i} - \frac{N}{(1 + i)^N - 1}
 \end{array}$$

**Tabla C.1** Composición discreta;  $i = \frac{1}{4}\%$

N	Pago único		Serie uniforme						Gradiente uniforme		
	Factor de capitalización	Factor de valor presente	Factor de capitalización	Factor de valor presente	Para calcular		Factor de recuperación de capital	Factor de una serie gradiente uniforme del gradiante	Factor de valor presente	Factor de una serie gradiente uniforme del gradiante	
			Para calcular $F$ dado $P$	Para calcular $P$ dado $F$	$F/A$	$P/A$	A dado $F$				
1	1.0025	0.9975	1.0000	0.9975	1.0000		1.0025	0.0000	0.0000	0.4994	1
2	1.0050	0.9950	2.0025	1.9925	0.4994	0.5019	0.995	0.4994	0.995	0.9983	2
3	1.0075	0.9925	3.0075	2.9851	0.3325	0.3350	2.980	0.9983	0.9983	1.4969	3
4	1.0100	0.9901	4.0150	3.9751	0.2491	0.2516	5.950	1.4969	1.4969	1.9950	4
5	1.0126	0.9876	5.0251	4.9627	0.1990	0.2015	9.901	1.9950	1.9950	2.4927	5
6	1.0151	0.9851	6.0376	5.9478	0.1656	0.1681	14.826	2.4927	2.4927	2.9900	6
7	1.0176	0.9827	7.0527	6.9305	0.1418	0.1443	20.722	2.9900	2.9900	3.4869	7
8	1.0202	0.9802	8.0704	7.9107	0.1239	0.1264	27.584	3.4869	3.4869	3.9834	8
9	1.0227	0.9778	9.0905	8.8885	0.1100	0.1125	35.406	3.9834	3.9834	4.4794	9
10	1.0253	0.9753	10.1133	9.8639	0.0989	0.1014	44.184	4.4794	4.4794	5.0000	10
11	1.0278	0.9729	11.1385	10.8368	0.0898	0.0923	53.913	4.9750	4.9750	5.4702	11
12	1.0304	0.9705	12.1664	11.8073	0.0822	0.0847	64.589	5.4702	5.4702	5.9650	12
13	1.0330	0.9681	13.1968	12.7753	0.0758	0.0783	76.205	5.9650	5.9650	6.4594	13
14	1.0356	0.9656	14.2298	13.7410	0.0703	0.0728	88.759	6.4594	6.4594	7.0000	14
15	1.0382	0.9632	15.2654	14.7042	0.0655	0.0680	102.244	6.9534	6.9534	7.5000	15
16	1.0408	0.9608	16.3035	15.6650	0.0613	0.0638	116.657	7.4469	7.4469	8.0000	16
17	1.0434	0.9584	17.3443	16.6235	0.0577	0.0602	131.992	7.9401	7.9401	8.4328	17
18	1.0460	0.9561	18.3876	17.5795	0.0544	0.0569	148.245	8.4328	8.4328	8.9251	18
19	1.0486	0.9537	19.4336	18.5332	0.0515	0.0540	165.411	8.9251	8.9251	9.4170	19
20	1.0512	0.9513	20.4822	19.4845	0.0488	0.0513	183.485	9.4170	9.4170	10.0000	20
21	1.0538	0.9489	21.5334	20.4334	0.0464	0.0489	202.463	9.9085	9.9085	10.3995	21
22	1.0565	0.9466	22.5872	21.3800	0.0443	0.0468	222.341	10.3995	10.3995	10.8901	22
23	1.0591	0.9442	23.6437	22.3241	0.0423	0.0448	243.113	10.8901	10.8901	11.3804	23
24	1.0618	0.9418	24.7028	23.2660	0.0405	0.0430	264.775	11.3804	11.3804	11.8702	24
25	1.0644	0.9395	25.7646	24.2055	0.0388	0.0413	287.323	11.8702	11.8702	12.4221	25
30	1.0778	0.9278	31.1133	28.8679	0.0321	0.0346	413.185	14.3130	14.3130	17.2306	30
36	1.0941	0.9140	37.6206	34.3865	0.0266	0.0291	592.499	17.2306	17.2306	19.1673	36
40	1.1050	0.9050	42.0132	38.0199	0.0238	0.0263	728.740	19.1673	19.1673	20.0209	40
48	1.1273	0.8871	50.9312	45.1787	0.0196	0.0221	1040.055	23.0209	23.0209	24.4221	48
60	1.1616	0.8609	64.6467	55.6524	0.0155	0.0180	1600.085	28.7514	28.7514	30.0331	60
72	1.1969	0.8355	78.7794	65.8169	0.0127	0.0152	2265.557	34.4221	34.4221	36.4221	72
84	1.2334	0.8108	93.3419	75.6813	0.0107	0.0132	3029.759	40.0331	40.0331	41.4216	84
100	1.2836	0.7790	113.4500	88.3825	0.0088	0.0113	4191.242	47.4216	47.4216	50.0000	100
$\infty$											$\infty$

**Tabla C.2** Composición discreta;  $i = \frac{1\%}{2}$

N	Pago único			Serie uniforme						Gradiente uniforme		
	Factor de capitalización $F/P$	Factor de valor presente	Factor de capitalización	Factor de valor presente	Factor de fondo sumergido	Factor de recuperación de capital	Factor de una serie gradiente uniforme	Factor de valor presente del gradiente	Factor de una serie gradiente uniforme			
				Para calcular $P$ dado $F$	Para calcular $A$ dado $F$	Para calcular $F$ dado $A$			Para calcular $A$ dado $G$	Para calcular $G$ dado $A$	N	
1	1.0050	0.9950	1.0000	0.9950	1.0000	0.9950	1.0050	0.000	0.000	0.0000	0.0000	1
2	1.0100	0.9901	2.0050	1.9851	0.4988	0.5038	0.990	0.4988	0.990	0.4988	0.4988	2
3	1.0151	0.9851	3.0150	2.9702	0.3317	0.3367	2.960	0.967	0.967	0.967	0.967	3
4	1.0202	0.9802	4.0301	3.9505	0.2481	0.2531	5.901	1.4938	1.4938	1.4938	1.4938	4
5	1.0253	0.9754	5.0503	4.9259	0.1980	0.2030	9.803	1.9900	1.9900	1.9900	1.9900	5
6	1.0304	0.9705	6.0755	5.8964	0.1646	0.1696	14.655	2.4855	2.4855	2.4855	2.4855	6
7	1.0355	0.9657	7.1059	6.8621	0.1407	0.1457	20.449	2.9801	2.9801	2.9801	2.9801	7
8	1.0407	0.9609	8.1414	7.8230	0.1228	0.1278	27.176	3.4738	3.4738	3.4738	3.4738	8
9	1.0459	0.9561	9.1821	8.7791	0.1089	0.1139	34.824	3.9668	3.9668	3.9668	3.9668	9
10	1.0511	0.9513	10.2280	9.7304	0.0978	0.1028	43.387	4.4589	4.4589	4.4589	4.4589	10
11	1.0564	0.9466	11.2792	10.6770	0.0887	0.0937	52.853	4.9501	4.9501	4.9501	4.9501	11
12	1.0617	0.9419	12.3356	11.6189	0.0811	0.0861	63.214	5.4406	5.4406	5.4406	5.4406	12
13	1.0670	0.9372	13.3972	12.5562	0.0746	0.0796	74.460	5.9302	5.9302	5.9302	5.9302	13
14	1.0723	0.9326	14.4642	13.4887	0.0691	0.0741	86.584	6.4190	6.4190	6.4190	6.4190	14
15	1.0777	0.9279	15.5365	14.4166	0.0644	0.0694	99.574	6.9069	6.9069	6.9069	6.9069	15
16	1.0831	0.9233	16.6142	15.3399	0.0602	0.0652	113.424	7.3940	7.3940	7.3940	7.3940	16
17	1.0885	0.9187	17.6973	16.2586	0.0565	0.0615	128.123	7.8803	7.8803	7.8803	7.8803	17
18	1.0939	0.9141	18.7888	17.1728	0.0532	0.0582	143.663	8.3658	8.3658	8.3658	8.3658	18
19	1.0994	0.9096	19.8797	18.0824	0.0503	0.0553	160.036	8.8504	8.8504	8.8504	8.8504	19
20	1.1049	0.9051	20.9791	18.9874	0.0477	0.0527	177.232	9.3342	9.3342	9.3342	9.3342	20
21	1.1104	0.9006	22.0840	19.8880	0.0453	0.0503	195.243	9.8172	9.8172	9.8172	9.8172	21
22	1.1160	0.8961	23.1944	20.7841	0.0431	0.0481	214.061	10.2993	10.2993	10.2993	10.2993	22
23	1.1216	0.8916	24.3104	21.6757	0.0411	0.0461	233.677	10.7806	10.7806	10.7806	10.7806	23
24	1.1272	0.8872	25.4320	22.5629	0.0393	0.0443	254.082	11.2611	11.2611	11.2611	11.2611	24
25	1.1328	0.8828	26.5591	23.4456	0.0377	0.0427	275.269	11.7407	11.7407	11.7407	11.7407	25
30	1.1614	0.8610	32.2800	27.7941	0.0310	0.0360	392.632	14.1265	14.1265	14.1265	14.1265	30
36	1.1967	0.8356	39.3361	32.8710	0.0254	0.0304	557.560	16.9621	16.9621	16.9621	16.9621	36
40	1.2208	0.8191	44.1588	36.1722	0.0226	0.0276	681.335	18.8359	18.8359	18.8359	18.8359	40
48	1.2705	0.7871	54.0978	42.5803	0.0185	0.0235	959.919	22.5437	22.5437	22.5437	22.5437	48
60	1.3489	0.7414	69.7700	51.7256	0.0143	0.0193	1448.646	28.0064	28.0064	28.0064	28.0064	60
72	1.4320	0.6983	86.4089	60.3395	0.0116	0.0166	2012.348	33.3504	33.3504	33.3504	33.3504	72
84	1.5204	0.6577	104.0739	68.4530	0.0096	0.0146	2640.664	38.5763	38.5763	38.5763	38.5763	84
100	1.6467	0.6073	129.3337	78.5426	0.0077	0.0127	3562.793	45.3613	45.3613	45.3613	45.3613	100
$\infty$				200.0000	0.0050							$\infty$

**Tabla C.3** Composición discreta;  $i = \frac{3}{4}\%$

N	Pago único			Serie uniforme						Gradiente uniforme		
	Factor de capitalización	Factor de valor presente	Factor de capitalización	Factor de valor presente	Para calcular $F$ dado $A$		Para calcular $P$ dado $A$		Para calcular $A$ dado $F$		Para calcular $P$ dado $G$	
		Para calcular $F$ dado $P$	$F/P$	Para calcular $P$ dado $F$	$P/F$		$P/A$		$A/F$	$A/P$	$P/G$	$A/G$
1	1.0075	0.9926	1.0000	0.9926	1.0000		0.9926		1.0075	1.0000	0.0000	0.0000
2	1.0151	0.9852	2.0075	1.9777	0.4981		0.5056		0.985	0.985	0.4981	0.4981
3	1.0227	0.9778	3.0226	2.9556	0.3308		0.3383		2.941	2.941	0.9950	0.9950
4	1.0303	0.9706	4.0452	3.9261	0.2472		0.2547		5.853	5.853	1.4907	1.4907
5	1.0381	0.9633	5.0756	4.8894	0.1970		0.2045		9.706	9.706	1.9851	1.9851
6	1.0459	0.9562	6.1136	5.8456	0.1636		0.1711		14.487	14.487	2.4782	2.4782
7	1.0537	0.9490	7.1595	6.7946	0.1397		0.1472		20.181	20.181	2.9701	2.9701
8	1.0616	0.9420	8.2132	7.7366	0.1218		0.1293		26.775	26.775	3.4608	3.4608
9	1.0696	0.9350	9.2748	8.6716	0.1078		0.1153		34.254	34.254	3.9502	3.9502
10	1.0776	0.9280	10.3443	9.5996	0.0967		0.1042		42.606	42.606	4.4384	4.4384
11	1.0857	0.9211	11.4219	10.5207	0.0876		0.0951		51.817	51.817	4.9253	4.9253
12	1.0938	0.9142	12.5076	11.4349	0.0800		0.0875		61.874	61.874	5.4110	5.4110
13	1.1020	0.9074	13.6014	12.3423	0.0735		0.0810		72.763	72.763	5.8954	5.8954
14	1.1103	0.9007	14.7034	13.2430	0.0680		0.0755		84.472	84.472	6.3786	6.3786
15	1.1186	0.8940	15.8137	14.1370	0.0632		0.0707		96.988	96.988	6.8606	6.8606
16	1.1270	0.8873	16.9323	15.0243	0.0591		0.0666		110.297	110.297	7.3413	7.3413
17	1.1354	0.8807	18.0593	15.9050	0.0554		0.0629		124.389	124.389	7.8207	7.8207
18	1.1440	0.8742	19.1947	16.7792	0.0521		0.0596		139.249	139.249	8.2989	8.2989
19	1.1525	0.8676	20.3387	17.6468	0.0492		0.0567		154.867	154.867	8.7759	8.7759
20	1.1612	0.8612	21.4912	18.5080	0.0465		0.0540		171.230	171.230	9.2516	9.2516
21	1.1699	0.8548	22.6524	19.3628	0.0441		0.0516		188.325	188.325	9.7261	9.7261
22	1.1787	0.8484	23.8223	20.2112	0.0420		0.0495		206.142	206.142	10.1994	10.1994
23	1.1875	0.8421	25.0010	21.0533	0.0400		0.0475		224.668	224.668	10.6714	10.6714
24	1.1964	0.8358	26.1885	21.8891	0.0382		0.0457		243.892	243.892	11.1422	11.1422
25	1.2054	0.8296	27.3849	22.7188	0.0365		0.0440		263.803	263.803	11.6117	11.6117
30	1.2513	0.7992	33.5029	26.7751	0.0298		0.0373		373.263	373.263	13.9407	13.9407
36	1.3086	0.7641	41.1527	34.4468	0.0243		0.0318		524.992	524.992	16.6946	16.6946
40	1.3483	0.7416	46.4464	34.4469	0.0215		0.0290		637.469	637.469	18.5058	18.5058
48	1.4314	0.6986	57.5207	40.1848	0.0174		0.0249		886.840	886.840	22.0691	22.0691
60	1.5657	0.6387	75.4241	48.1724	0.0133		0.0208		1313.519	1313.519	27.2665	27.2665
72	1.7126	0.5839	95.0070	55.4768	0.0105		0.0180		1791.246	1791.246	32.2882	32.2882
84	1.8732	0.5338	116.4269	62.1540	0.0086		0.0161		2308.128	2308.128	37.1357	37.1357
100	2.1111	0.4737	148.1445	70.1746	0.0068		0.0143		3040.745	3040.745	43.3311	43.3311
$\infty$				133.3333					0.0075		100	$\infty$

**Tabla C.4** Composición discreta;  $i = 1\%$

N	Pago único			Serie uniforme						Gradiente uniforme		
	Factor de capitalización	Factor de valor presente	Factor de capitalización	Factor de fondo sumergido			Factor de recuperación de capital			Factor de valor presente del gradiente	Factor de una serie gradiente uniforme	
				Para calcular $F$ dado $P$	Para calcular $P$ dado $F$	Para calcular $A$ dado $F$	Para calcular $A$ dado $P$	Para calcular $A$ dado $F$	Para calcular $A$ dado $P$			
1	1.0100	0.9901	1.0000	0.9901	1.0000	0.9901	1.0100	0.9704	0.4975	0.0000	0.0000	1
2	1.0201	0.9803	2.0100	1.9704	2.0100	1.9704	2.05075	0.980	0.4975	0.4975	0.4975	2
3	1.0303	0.9706	3.0301	2.9410	3.0301	2.9410	3.3400	0.3300	2.922	0.9934	0.9934	3
4	1.0406	0.9610	4.0604	3.9020	4.0604	3.9020	4.2563	0.2463	5.804	1.4876	1.4876	4
5	1.0510	0.9515	5.0100	4.8534	5.0100	4.8534	5.2060	0.1960	9.610	1.9801	1.9801	5
6	1.0615	0.9420	6.1520	5.7955	6.1520	5.7955	6.125	0.1625	14.321	2.4710	2.4710	6
7	1.0721	0.9327	7.2135	6.7282	7.2135	6.7282	7.1386	0.1386	19.917	2.9602	2.9602	7
8	1.0829	0.9235	8.2857	7.6517	8.2857	7.6517	8.0107	0.1207	26.381	3.4478	3.4478	8
9	1.0937	0.9143	9.3685	8.5660	9.3685	8.5660	8.824	0.1067	33.696	3.9337	3.9337	9
10	1.1046	0.9053	10.4622	9.4713	10.4622	9.4713	9.0956	0.0956	41.844	4.4129	4.4129	10
11	1.1157	0.8963	11.5668	10.3676	11.5668	10.3676	10.065	0.0865	50.807	4.9005	4.9005	11
12	1.1268	0.8874	12.6825	11.2551	12.6825	11.2551	10.788	0.0788	60.569	5.3815	5.3815	12
13	1.1381	0.8787	13.8093	12.1337	13.8093	12.1337	10.724	0.0724	71.113	5.8607	5.8607	13
14	1.1495	0.8700	14.9474	13.0037	14.9474	13.0037	10.669	0.0669	82.422	6.3384	6.3384	14
15	1.1610	0.8613	16.0969	13.8651	16.0969	13.8651	10.621	0.0621	94.481	6.8143	6.8143	15
16	1.1726	0.8528	17.2579	14.7179	17.2579	14.7179	10.579	0.0579	107.273	7.2886	7.2886	16
17	1.1843	0.8444	18.4304	15.5623	18.4304	15.5623	10.543	0.0543	120.783	7.7613	7.7613	17
18	1.1961	0.8360	19.6147	16.3983	19.6147	16.3983	10.510	0.0510	134.996	8.2323	8.2323	18
19	1.2081	0.8277	20.8109	17.2260	20.8109	17.2260	10.481	0.0481	149.895	8.7017	8.7017	19
20	1.2202	0.8195	22.0190	18.0456	22.0190	18.0456	10.454	0.0454	165.466	9.1694	9.1694	20
21	1.2324	0.8114	23.2392	18.8570	23.2392	18.8570	10.430	0.0430	181.695	9.6354	9.6354	21
22	1.2447	0.8034	24.4716	19.6604	24.4716	19.6604	10.409	0.0409	198.566	10.0998	10.0998	22
23	1.2572	0.7954	25.7163	20.4558	25.7163	20.4558	10.389	0.0389	216.066	10.5626	10.5626	23
24	1.2697	0.7876	26.9734	21.2434	26.9734	21.2434	10.371	0.0371	234.180	11.0237	11.0237	24
25	1.2824	0.7798	28.2432	22.0232	28.2432	22.0232	10.354	0.0354	252.895	11.4831	11.4831	25
30	1.3478	0.7419	34.7849	25.8077	34.7849	25.8077	10.287	0.0287	355.002	13.7557	13.7557	30
36	1.4308	0.6989	43.0769	30.1075	43.0769	30.1075	10.232	0.0232	494.621	16.4285	16.4285	36
40	1.4889	0.6717	48.8863	32.8346	48.8863	32.8346	10.205	0.0205	596.856	18.1776	18.1776	40
48	1.6122	0.6203	61.2226	37.9740	61.2226	37.9740	10.163	0.0163	820.146	21.5976	21.5976	48
60	1.8167	0.5504	81.6667	44.9550	81.6667	44.9550	10.122	0.0122	1192.806	26.5333	26.5333	60
72	2.0471	0.4885	104.7099	51.1504	104.7099	51.1504	10.096	0.0196	1597.867	31.2386	31.2386	72
84	2.3067	0.4335	130.6723	56.6485	130.6723	56.6485	10.077	0.0177	2023.315	35.7170	35.7170	84
100	2.7048	0.3697	170.4814	63.0289	170.4814	63.0289	10.059	0.0159	2605.776	41.3426	41.3426	100
$\infty$												$\infty$

**Tabla C.5** Composición discreta;  $i = 2\%$

N	Pago único			Serie uniforme						Gradiente uniforme		
	Factor de capitalización	Factor de valor presente	Factor de capitalización	Factor de valor presente	Para calcular		Factor de fondo sumergido	Factor de recuperación de capital	Factor de una serie gradiente del gradiente	Factor de valor presente del gradiente	Para calcular A dado G	Para calcular P dado G
		Para calcular $F$ dado $P$	Para calcular $P$ dado $F$	$F/A$	$P/A$	$F$ dado $A$	$P$ dado $A$	$A$ dado $F$	$A$ dado $P$			
1	1.0200	0.9804	1.0000	0.9804	1.0000	0.9804	1.0200	0.961	0.0000	0.0000	1	
2	1.0404	0.9612	2.0200	1.9416	0.4950	0.5150	0.961	0.4950			2	
3	1.0612	0.9423	3.0604	2.8839	0.3268	0.3468	2.846	0.9868			3	
4	1.0824	0.9238	4.1216	3.8077	0.2426	0.2626	5.617	1.4752			4	
5	1.1041	0.9057	5.2040	4.7135	0.1922	0.2122	9.240	1.9604			5	
6	1.1262	0.8880	6.3081	5.6014	0.1585	0.1785	13.680	2.4423			6	
7	1.1487	0.8706	7.4343	6.4720	0.1345	0.1545	18.904	2.9208			7	
8	1.1717	0.8535	8.5830	7.3225	0.1165	0.1365	24.878	3.3961			8	
9	1.1951	0.8368	9.7546	8.1622	0.1025	0.1225	31.572	3.8681			9	
10	1.2190	0.8203	10.9497	8.9826	0.0913	0.1113	38.955	4.3367			10	
11	1.2434	0.8043	12.1687	9.7868	0.0822	0.1022	46.998	4.8021			11	
12	1.2682	0.7885	13.4121	10.5753	0.0746	0.0946	55.671	5.2642			12	
13	1.2936	0.7730	14.6803	11.3484	0.0681	0.0881	64.948	5.7231			13	
14	1.3195	0.7579	15.9739	12.1062	0.0626	0.0826	74.800	6.1786			14	
15	1.3459	0.7430	17.2934	12.8493	0.0578	0.0778	85.202	6.6309			15	
16	1.3728	0.7284	18.6393	13.5777	0.0537	0.0737	96.129	7.0799			16	
17	1.4002	0.7142	20.0121	14.2919	0.0500	0.0700	107.555	7.5256			17	
18	1.4282	0.7002	21.4123	14.9920	0.0467	0.0667	119.458	7.9681			18	
19	1.4568	0.6864	22.8406	15.6785	0.0438	0.0638	131.814	8.4073			19	
20	1.4859	0.6730	24.2974	16.3514	0.0412	0.0612	144.600	8.8433			20	
21	1.5157	0.6598	25.7833	17.0112	0.0388	0.0588	157.796	9.2760			21	
22	1.5460	0.6468	27.2990	17.6580	0.0366	0.0566	171.380	9.7055			22	
23	1.5769	0.6342	28.8450	18.2922	0.0347	0.0547	185.331	10.1317			23	
24	1.6084	0.6217	30.4219	18.9139	0.0329	0.0529	199.631	10.5547			24	
25	1.6406	0.6095	32.0303	19.5235	0.0312	0.0512	214.259	10.9745			25	
30	1.8114	0.5521	40.5681	22.3965	0.0246	0.0446	291.716	13.0251			30	
36	2.0399	0.4902	51.9944	25.4888	0.0192	0.0392	392.041	15.3809			36	
40	2.2080	0.4529	60.4020	27.3555	0.0166	0.0366	461.993	16.8885			40	
48	2.5871	0.3865	79.3535	30.6731	0.0126	0.0326	605.966	19.7556			48	
60	3.2810	0.3048	114.0515	34.7609	0.0088	0.0288	823.698	23.6961			60	
72	4.1611	0.2403	158.0570	37.9841	0.0063	0.0263	1034.056	27.2234			72	
84	5.2773	0.1895	213.8666	40.5255	0.0047	0.0247	1230.419	30.3616			84	
100	7.2446	0.1380	312.2323	43.0984	0.0032	0.0232	1464.753	33.9863			100	
$\infty$				50.0000		0.0200						$\infty$

**Tabla C.6** Composición discreta;  $i = 3\%$

N	Pago único			Serie uniforme						Gradiente uniforme		
	Factor de capitalización $F/P$	Factor de valor presente $P/F$	Factor de capitalización $F/A$	Factor de capitalizar $P$ dado $F$	Para calcular $F$ dado $A$	Para calcular $P$ dado $A$	Factor de fondo sumergido	Factor de recuperación de capital	Factor de una serie gradiente uniforme	Factor de valor presente del gradiente	Factor de una serie gradiente uniforme	
				$F/A$	$P/A$	$A/F$	$A/P$	$P/G$	$A/G$	$N$		
1	1.0300	0.9709	1.0000	0.9709	1.0000	0.9709	1.0300	0.0000	0.0000	1		
2	1.0609	0.9426	2.0300	1.9135	0.4926	0.5226	0.943	0.4926	0.4926	2		
3	1.0927	0.9151	3.0909	2.8286	0.3235	0.3335	2.773	0.9803	0.9803	3		
4	1.1255	0.8885	4.1836	3.7171	0.2390	0.2690	5.438	1.4631	1.4631	4		
5	1.1593	0.8626	5.3091	4.5797	0.1884	0.2184	8.889	1.9409	1.9409	5		
6	1.1941	0.8375	6.4684	5.4172	0.1546	0.1846	13.076	2.4138	2.4138	6		
7	1.2299	0.8131	7.6625	6.2303	0.1305	0.1605	17.955	2.8819	2.8819	7		
8	1.2668	0.7894	8.8923	7.0197	0.1125	0.1425	23.425	3.3450	3.3450	8		
9	1.3048	0.7664	10.1591	7.7861	0.0984	0.1284	29.612	3.8032	3.8032	9		
10	1.3439	0.7441	11.4639	8.5302	0.0872	0.1172	36.309	4.2565	4.2565	10		
11	1.3842	0.7224	12.8078	9.2526	0.0781	0.1081	43.533	4.7049	4.7049	11		
12	1.4258	0.7014	14.1920	9.9540	0.0705	0.1005	51.248	5.1485	5.1485	12		
13	1.4685	0.6810	15.6178	10.6350	0.0640	0.0940	59.420	5.5872	5.5872	13		
14	1.5126	0.6611	17.0863	11.2961	0.0585	0.0885	68.014	6.0210	6.0210	14		
15	1.5580	0.6419	18.5989	11.9379	0.0538	0.0838	77.000	6.4500	6.4500	15		
16	1.6047	0.6232	20.1569	12.5611	0.0496	0.0796	86.348	6.8742	6.8742	16		
17	1.6528	0.6050	21.7616	13.1661	0.0460	0.0760	96.028	7.2936	7.2936	17		
18	1.7024	0.5874	23.4144	13.7535	0.0427	0.0727	106.014	7.7081	7.7081	18		
19	1.7535	0.5703	25.1169	14.3238	0.0398	0.0698	116.279	8.1179	8.1179	19		
20	1.8061	0.5537	26.8704	14.8775	0.0372	0.0672	126.799	8.5229	8.5229	20		
21	1.8603	0.5375	28.6765	15.4150	0.0349	0.0649	137.550	8.9231	8.9231	21		
22	1.9161	0.5219	30.5368	15.9369	0.0327	0.0627	148.509	7.3186	7.3186	22		
23	1.9736	0.5067	32.4529	16.4436	0.0308	0.0608	159.657	9.7093	9.7093	23		
24	2.0328	0.4919	34.4265	16.9355	0.0290	0.0590	170.971	10.0954	10.0954	24		
25	2.0938	0.4776	36.4593	17.4131	0.0274	0.0574	182.434	10.4768	10.4768	25		
30	2.4273	0.4120	47.5754	19.6004	0.0210	0.0510	241.361	12.3141	12.3141	30		
35	2.8139	0.3554	60.4621	21.4872	0.0165	0.0465	301.627	14.0375	14.0375	35		
40	3.2620	0.3066	75.4012	23.1148	0.0133	0.0433	361.750	15.6502	15.6502	40		
45	3.7816	0.2644	92.7199	24.5187	0.0108	0.0408	420.633	17.1556	17.1556	45		
50	4.3839	0.2281	112.7949	25.7298	0.0089	0.0389	477.480	18.5575	18.5575	50		
60	5.8916	0.1697	163.0534	27.6756	0.0061	0.0361	583.053	21.0674	21.0674	60		
80	10.6409	0.0940	321.3630	30.2008	0.0031	0.0331	756.087	25.0353	25.0353	80		
100	19.2186	0.0520	607.2877	31.5989	0.0016	0.0316	879.854	27.8444	27.8444	100		
$\infty$				33.3333			0.0300			$\infty$		

**Tabla C.7** Composición discreta;  $i = 4\%$

Pago único		Serie uniforme						Gradiente uniforme			
Factor de capitalización Para calcular $F$ dado $P$	Factor de valor presente Para calcular $P$ dado $F$	Factor de capitalización			Factor de valor presente			Factor de fondo sumergido			Factor de recuperación de capital
		Para calcular $F$ dado $A$			Para calcular $P$ dado $A$			Para calcular $A$ dado $F$			Para calcular $A$ dado $P$
		$F/A$	$P/A$	$F/A$	$P/A$	$F/A$	$P/A$	$A/F$	$A/P$	$A/G$	$N$
1	1.0400	0.9615	1.0000	0.9615	1.0000	0.9615	1.0000	1.0400	1.0400	0.0000	1
2	1.0816	0.9246	2.0400	1.8861	0.4902	0.5302	0.925	0.4902	0.4902	2	
3	1.1249	0.8890	3.1216	2.7751	0.3203	0.3603	2.703	0.9739	0.9739	3	
4	1.1699	0.8548	4.2465	3.6299	0.2355	0.2755	5.267	1.4510	1.4510	4	
5	1.2167	0.8219	5.4163	4.4518	0.1846	0.2246	8.555	1.9216	1.9216	5	
6	1.2653	0.7903	6.6330	5.2421	0.1508	0.1908	12.506	2.3857	2.3857	6	
7	1.3159	0.7599	7.8983	6.0021	0.1266	0.1666	17.066	2.8433	2.8433	7	
8	1.3686	0.7307	9.2142	6.7327	0.1085	0.1485	22.181	3.2944	3.2944	8	
9	1.4233	0.7026	10.5828	7.4353	0.0945	0.1345	27.801	3.7391	3.7391	9	
10	1.4802	0.6756	12.0061	8.1109	0.0833	0.1233	33.881	4.1773	4.1773	10	
11	1.5395	0.6496	13.4864	8.7605	0.0741	0.1141	40.377	4.6090	4.6090	11	
12	1.6010	0.6246	15.0258	9.3851	0.0666	0.1066	47.248	5.0343	5.0343	12	
13	1.6651	0.6006	16.6268	9.9856	0.0601	0.1001	54.455	5.4533	5.4533	13	
14	1.7317	0.5775	18.2919	10.5631	0.0547	0.0947	61.962	5.8659	5.8659	14	
15	1.8009	0.5553	20.0236	11.1184	0.0499	0.0899	69.736	6.2721	6.2721	15	
16	1.8730	0.5339	21.8245	11.6523	0.0458	0.0858	77.744	6.6720	6.6720	16	
17	1.9479	0.5134	23.6975	12.1657	0.0422	0.0822	85.958	7.0656	7.0656	17	
18	2.0258	0.4936	25.6454	12.6593	0.0390	0.0790	94.350	7.4530	7.4530	18	
19	2.1068	0.4746	27.6712	13.1339	0.0361	0.0761	102.893	7.8342	7.8342	19	
20	2.1911	0.4564	29.7781	13.5903	0.0336	0.0736	111.565	8.2091	8.2091	20	
21	2.2788	0.4388	31.9692	14.0292	0.0313	0.0713	120.341	8.5779	8.5779	21	
22	2.3699	0.4220	34.2480	14.4511	0.0292	0.0692	129.202	8.9407	8.9407	22	
23	2.4647	0.4057	36.6179	14.8568	0.0273	0.0673	138.128	9.2973	9.2973	23	
24	2.5633	0.3901	39.0826	15.2470	0.0256	0.0656	147.101	9.6479	9.6479	24	
25	2.6658	0.3751	41.6459	15.6221	0.0240	0.0640	156.104	9.9925	9.9925	25	
30	3.2434	0.3083	56.0849	17.2920	0.0178	0.0578	201.062	11.6274	11.6274	30	
35	3.9461	0.2534	73.6522	18.6646	0.0136	0.0536	244.877	13.1198	13.1198	35	
40	4.8010	0.2083	95.0255	19.7928	0.0105	0.0505	286.550	14.4765	14.4765	40	
45	5.8412	0.1712	121.0294	20.7200	0.0083	0.0483	325.403	15.7047	15.7047	45	
50	7.1067	0.1407	152.6671	21.4822	0.0066	0.0466	361.164	16.8122	16.8122	50	
60	10.5196	0.0951	237.9907	22.6235	0.0042	0.0442	422.997	18.6972	18.6972	60	
80	23.0498	0.0434	551.2450	23.9154	0.0018	0.0418	511.116	21.3718	21.3718	80	
100	50.5049	0.0198	1237.6237	24.5050	0.0008	0.0408	563.125	22.9800	22.9800	100	

**Tabla C.8 Composición discreta;  $i = 5\%$**

N	Pago único			Serie uniforme						Gradiente uniforme		
	Factor de capitalización $F/P$	Factor de valor presente	Factor de capitalización	Factor de valor presente	Factor de fondo sumergido	Factor de recuperación de capital	Factor de una serie gradiente uniforme	Factor de valor presente del gradiente	Factor de una serie gradiente uniforme	Para calcular $A$ dado $G$	Para calcular $P$ dado $G$	Para calcular $G$ dado $A$
				Para calcular $P$ dado $A$	Para calcular $A$ dado $P$	Para calcular $A$ dado $F$	Para calcular $F$ dado $A$					
1	1.0500	0.9524	1.0000	0.9524	1.0000	1.0500	0.9578	0.907	0.4878	0.0000	0.0000	1
2	1.1025	0.9070	2.0500	1.8594	0.4878	0.5578	0.3172	2.635	0.9675	0.4391	0.4391	2
3	1.1576	0.8638	3.1525	2.7232	0.3672	0.2320	0.2320	5.103	1.4391	1.9025	1.9025	3
4	1.2155	0.8227	4.3101	3.5460	0.2320	0.02310	0.1810	8.237	2.3579	2.8052	2.8052	4
5	1.2763	0.7835	5.5256	4.3295	0.1810	0.01295	0.1470	11.968	3.2445	3.6758	3.6758	5
6	1.3401	0.7462	6.8019	5.0757	0.1470	0.01204	0.1228	16.232	4.9219	5.3215	5.3215	6
7	1.4071	0.7107	8.1420	5.7864	0.1228	0.01128	0.1047	20.970	6.8423	7.2034	7.2034	7
8	1.4775	0.6768	9.5491	6.4632	0.1047	0.01065	0.0907	26.127	9.1364	9.5238	9.5238	8
9	1.5513	0.6446	11.0266	7.1078	0.0907	0.01010	0.0795	31.652	10.9691	11.3602	11.3602	9
10	1.6289	0.6139	12.5779	7.7217	0.0795	0.01050	0.0757	37.499	12.2416	12.624	12.624	10
11	1.7103	0.5847	14.2068	8.3064	0.0704	0.01043	0.0628	43.624	14.9219	15.3035	15.3035	11
12	1.7959	0.5568	15.9171	8.8633	0.0628	0.01038	0.0565	49.988	16.8423	17.2034	17.2034	12
13	1.8856	0.5303	17.7130	9.3936	0.0565	0.01065	0.0510	56.554	17.7034	18.0652	18.0652	13
14	1.9799	0.5051	19.5986	9.8986	0.0510	0.01010	0.0327	91.328	18.569	19.0691	19.0691	14
15	2.0789	0.4810	21.5786	10.3797	0.0463	0.00963	0.0327	63.288	19.0691	19.5238	19.5238	15
16	2.1829	0.4581	23.6575	10.8378	0.0423	0.00923	0.0387	70.160	20.970	21.4391	21.4391	16
17	2.2920	0.4363	25.8404	11.2741	0.0387	0.00887	0.0355	77.141	22.8052	23.2445	23.2445	17
18	2.4066	0.4155	28.1324	11.6896	0.0355	0.00855	0.0327	84.204	24.644	25.0691	25.0691	18
19	2.5270	0.3957	30.5390	12.0853	0.0327	0.00827	0.0302	91.328	26.488	27.9030	27.9030	19
20	2.6533	0.3769	33.0660	12.4622	0.0302	0.00802	0.0280	63.288	28.343	29.7644	29.7644	20
21	2.7860	0.3589	35.7193	12.8212	0.0280	0.00780	0.0241	70.160	30.207	31.569	31.569	21
22	2.9253	0.3418	38.5052	13.1630	0.0260	0.00760	0.0225	77.141	32.065	33.427	33.427	22
23	3.0715	0.3256	41.4305	13.4886	0.0241	0.00741	0.0210	84.204	33.925	35.283	35.283	23
24	3.2251	0.3101	44.5020	13.7986	0.0225	0.00725	0.0195	91.328	35.827	37.184	37.184	24
25	3.3864	0.2953	47.7271	14.0939	0.0210	0.00700	0.0180	100.000	37.727	39.0691	39.0691	25
30	4.3219	0.2314	66.4388	15.3725	0.0151	0.00651	0.0111	112.846	49.5238	50.8691	50.8691	30
35	5.5160	0.1813	90.3203	16.3742	0.0111	0.00611	0.0083	120.099	51.2498	52.5691	52.5691	35
40	7.0400	0.1420	120.7998	17.1591	0.0083	0.00583	0.0063	127.140	52.9030	54.2233	54.2233	40
45	8.9850	0.1113	159.702	17.7741	0.0063	0.00563	0.0048	134.228	54.5691	55.8691	55.8691	45
50	11.4674	0.0872	209.3480	18.2559	0.0048	0.0048	0.0048	142.099	56.2233	57.5238	57.5238	50
60	18.6792	0.0535	353.5837	18.9293	0.0028	0.0028	0.0028	159.5691	67.9030	69.1602	69.1602	60
80	49.5614	0.0202	971.2288	19.5965	0.0010	0.0010	0.0010	200.581	88.775	90.3526	90.3526	80
100	131.5013	0.0076	2610.0252	19.8479	0.0004	0.0004	0.0004	200.581	100.000	101.2337	101.2337	100
				20.0000	0.0000							∞

**Tabla C.9** Composición discreta;  $i = 6\%$

N	Pago único			Serie uniforme						Gradiente uniforme		
	Factor de capitalización	Factor de valor presente	Factor de capitalización	Factor de fondo sumergido	Factor de recuperación de capital	Factor de una serie gradiente del gradiente	Factor de valor presente del gradiente	Para calcular $A$ dado $P$	Para calcular $P$ dado $G$	Para calcular $A$ dado $G$	Para calcular $G$ dado $A$	N
				Para calcular $F$ dado $A$	Para calcular $A$ dado $F$							
1	1.0600	0.9434	1.0000	0.9434	1.0000	1.0600	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1
2	1.1236	0.8900	1.0600	1.08334	0.4854	0.5454	0.890	0.4854	0.890	0.4854	0.4854	2
3	1.1910	0.8396	1.1836	2.6730	0.3141	0.3741	2.569	0.3141	2.569	0.3141	0.9612	3
4	1.2625	0.7921	1.3746	3.4651	0.2286	0.2886	4.946	0.2286	4.946	0.2286	1.4272	4
5	1.3382	0.7473	1.6371	4.2124	0.1774	0.2374	7.935	0.1774	7.935	0.1774	1.8836	5
6	1.4185	0.7050	1.9753	4.9173	0.1434	0.2034	11.459	0.1434	11.459	0.1434	2.3304	6
7	1.5036	0.6651	2.3938	5.5624	0.1191	0.1791	15.450	0.1191	15.450	0.1191	2.7676	7
8	1.5938	0.6274	2.8975	6.2098	0.1010	0.1610	19.842	0.1010	19.842	0.1010	3.1952	8
9	1.6895	0.5919	3.4913	6.8017	0.0870	0.1470	24.577	0.0870	24.577	0.0870	3.6133	9
10	1.7908	0.5584	4.1808	7.3601	0.0759	0.1359	29.602	0.0759	29.602	0.0759	4.0220	10
11	1.8883	0.5268	4.9716	7.8869	0.0668	0.1268	34.870	0.0668	34.870	0.0668	4.4213	11
12	2.0122	0.4970	6.8699	8.3838	0.0593	0.1193	40.337	0.0593	40.337	0.0593	4.8113	12
13	2.1329	0.4688	8.8821	8.8827	0.0530	0.1130	45.963	0.0530	45.963	0.0530	5.1920	13
14	2.2609	0.4423	11.0151	9.2950	0.0476	0.1076	51.713	0.0476	51.713	0.0476	5.5635	14
15	2.3966	0.4173	13.2760	9.7122	0.0430	0.1030	57.555	0.0430	57.555	0.0430	5.9260	15
16	2.5404	0.3936	15.6725	10.1059	0.0390	0.0990	63.459	0.0390	63.459	0.0390	6.2794	16
17	2.6928	0.3714	28.2129	10.4773	0.0354	0.0954	69.401	0.0354	69.401	0.0354	6.6240	17
18	2.8543	0.3503	30.9057	10.8276	0.0324	0.0924	75.357	0.0324	75.357	0.0324	6.9597	18
19	3.0256	0.3305	33.7600	11.1581	0.0296	0.0896	81.306	0.0296	81.306	0.0296	7.2867	19
20	3.2071	0.3118	36.7856	11.4699	0.0272	0.0872	87.230	0.0272	87.230	0.0272	7.6051	20
21	3.3996	0.2942	39.9927	11.7641	0.0250	0.0850	93.114	0.0250	93.114	0.0250	7.9151	21
22	3.6035	0.2775	43.3923	12.0416	0.0230	0.0830	98.941	0.0230	98.941	0.0230	8.2166	22
23	3.8197	0.2618	46.9958	12.3034	0.0213	0.0813	104.701	0.0213	104.701	0.0213	8.5099	23
24	4.0489	0.2470	50.8156	12.5504	0.0197	0.0797	110.381	0.0197	110.381	0.0197	8.7951	24
25	4.2919	0.2330	54.8645	12.7834	0.0182	0.0782	115.973	0.0182	115.973	0.0182	9.0722	25
30	5.7425	0.1741	79.0582	13.7648	0.0126	0.0726	142.359	0.0126	142.359	0.0126	10.3422	30
35	7.6861	0.1301	111.4348	14.4982	0.0090	0.0690	165.743	0.0090	165.743	0.0090	11.4319	35
40	10.2857	0.0972	154.7620	15.0463	0.0065	0.0665	185.957	0.0065	185.957	0.0065	12.3590	40
45	13.7646	0.0727	212.7435	15.4558	0.0047	0.0647	203.110	0.0047	203.110	0.0047	13.1413	45
50	18.4202	0.0543	290.3359	15.7619	0.0034	0.0634	217.457	0.0034	217.457	0.0034	13.7964	50
60	32.9877	0.0303	533.1282	16.1614	0.0019	0.0619	239.043	0.0019	239.043	0.0019	14.7909	60
80	105.7960	0.0095	1746.5999	16.5091	0.0006	0.0606	262.549	0.0006	262.549	0.0006	15.9033	80
100	339.3021	0.0029	5638.3681	16.6175	0.0002	0.0602	272.047	0.0002	272.047	0.0002	16.3711	100
$\infty$				16.6667								$\infty$

**Tabla C.10 Composición discreta;  $i = 7\%$**

N	Pago único			Serie uniforme						Gradiente uniforme		
	Factor de capitalización	Factor de valor presente	Factor de capitalización	Factor de fondo sumergido			Factor de recuperación de capital			Factor de valor presente del gradiente	Factor de una serie gradiente uniforme	
				Para calcular $F$ dado $P$	Para calcular $P$ dado $F$	Para calcular $A$ dado $F$	Para calcular $A$ dado $P$	Para calcular $F$ dado $A$	Para calcular $P$ dado $A$			
1	1.0700	0.9346	1.0000	0.9346	1.0000	1.0700	0.9346	1.0000	1.0700	0.0000	0.0000	1
2	1.1449	0.8734	2.0700	1.8080	0.4831	0.5531	0.873	0.4831	0.5531	0.4831	0.4831	2
3	1.2250	0.8163	3.2149	2.6243	0.3111	0.3811	2.506	0.3111	0.3811	0.9549	0.9549	3
4	1.3108	0.7629	4.4399	3.3872	0.2252	0.2952	4.795	0.2252	0.2952	1.4155	1.4155	4
5	1.4026	0.7130	5.7507	4.1002	0.1739	0.2439	7.647	0.1739	0.2439	1.8650	1.8650	5
6	1.5007	0.6663	7.1533	4.7665	0.1398	0.2098	10.978	0.1398	0.2098	2.3032	2.3032	6
7	1.6058	0.6227	8.6540	5.3893	0.1156	0.1856	14.715	0.1156	0.1856	2.7304	2.7304	7
8	1.7182	0.5820	10.2598	5.9713	0.0975	0.1675	18.789	0.0975	0.1675	3.1465	3.1465	8
9	1.8385	0.5439	11.9780	6.5152	0.0835	0.1535	23.140	0.0835	0.1535	3.5517	3.5517	9
10	1.9672	0.5083	13.8164	7.0236	0.0724	0.1424	27.716	0.0724	0.1424	3.9461	3.9461	10
11	2.1049	0.4751	15.7836	7.4987	0.0634	0.1334	32.467	0.0634	0.1334	4.3296	4.3296	11
12	2.2522	0.4440	17.8885	7.9427	0.0559	0.1259	37.351	0.0559	0.1259	4.7025	4.7025	12
13	2.4098	0.4150	20.1406	8.3577	0.0497	0.1197	42.330	0.0497	0.1197	5.0648	5.0648	13
14	2.5785	0.3878	22.5505	8.7455	0.0443	0.1143	47.372	0.0443	0.1143	5.4167	5.4167	14
15	2.7590	0.3624	25.1290	9.1079	0.0398	0.1098	52.446	0.0398	0.1098	5.7583	5.7583	15
16	2.9522	0.3387	27.8881	9.4466	0.0359	0.1059	57.527	0.0359	0.1059	6.0897	6.0897	16
17	3.1588	0.3166	30.8402	9.7632	0.0324	0.1024	62.592	0.0324	0.1024	6.4110	6.4110	17
18	3.3799	0.2959	33.990	10.0591	0.0294	0.0994	67.622	0.0294	0.0994	6.7225	6.7225	18
19	3.6165	0.2765	37.3790	10.3356	0.0268	0.0968	72.599	0.0268	0.0968	7.0242	7.0242	19
20	3.8697	0.2584	40.9955	10.5940	0.0244	0.0944	77.509	0.0244	0.0944	7.3163	7.3163	20
21	4.1406	0.2415	44.8652	10.8355	0.0223	0.0923	82.339	0.0223	0.0923	7.5990	7.5990	21
22	4.4504	0.2257	49.0057	11.0612	0.0204	0.0904	87.079	0.0204	0.0904	7.8725	7.8725	22
23	4.7405	0.2109	53.4361	11.2722	0.0187	0.0887	91.720	0.0187	0.0887	8.1369	8.1369	23
24	5.0724	0.1971	58.1767	11.4693	0.0172	0.0872	96.255	0.0172	0.0872	8.3923	8.3923	24
25	5.4274	0.1842	63.2490	11.6536	0.0158	0.0858	100.677	0.0158	0.0858	8.6391	8.6391	25
30	7.6123	0.1314	94.4608	12.4090	0.0106	0.0806	120.972	0.0106	0.0806	9.7487	9.7487	30
35	10.6766	0.0937	138.2369	12.9477	0.0072	0.0772	138.135	0.0072	0.0772	10.6687	10.6687	35
40	14.9745	0.0668	199.6351	13.3317	0.0050	0.0750	152.293	0.0050	0.0750	11.4233	11.4233	40
45	21.0023	0.0476	285.7495	13.6055	0.0035	0.0735	163.756	0.0035	0.0735	12.0360	12.0360	45
50	29.4570	0.0339	406.5289	13.8007	0.0025	0.0725	172.905	0.0025	0.0725	12.5287	12.5287	50
60	57.9464	0.0173	813.5204	14.0392	0.0012	0.0712	185.768	0.0012	0.0712	13.2321	13.2321	60
80	224.2244	0.0045	3189.0627	14.2220	0.0003	0.0703	198.075	0.0003	0.0703	13.9273	13.9273	80
100	867.7163	0.0012	12381.6618	14.2693	0.0001	0.0701	202.200	0.0001	0.0701	14.1703	14.1703	100
$\infty$				14.2857								$\infty$

**Tabla C.11 Composición discreta;  $i = 8\%$**

N	Pago único			Serie uniforme						Gradiente uniforme		
	Factor de capitalización	Factor de valor presente	Factor de capitalización	Factor de valor presente	Factor de fondo sumergido	Factor de recuperación de capital	Factor de una serie gradiente uniforme	Factor de valor presente del gradiente	Para calcular A dado G	Para calcular P dado G	Para calcular A dado G	Para calcular P dado G
			Para calcular F dado A	Para calcular P dado A	A dado F	A dado P						
F/dado P	P/dado F	F/A	P/A	F/dado A	P/dado A	A/F	A/P	P/G	A/G	P/G	A/G	N
1	1.0800	0.9259	1.0000	0.9259	1.0000	1.0800	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1
2	1.1664	0.8573	2.0800	1.7833	0.4808	0.5608	0.857	0.4808	0.4808	0.4808	0.4808	2
3	1.2597	0.7938	3.2464	2.5771	0.3080	0.3880	2.445	0.9487	0.9487	0.9487	0.9487	3
4	1.3605	0.7350	4.5061	3.3121	0.2219	0.3019	4.650	1.4040	1.4040	1.4040	1.4040	4
5	1.4693	0.6806	5.8666	3.9927	0.1705	0.2505	7.372	1.8465	1.8465	1.8465	1.8465	5
6	1.5869	0.6302	7.3359	4.6229	0.1363	0.2163	10.523	2.2763	2.2763	2.2763	2.2763	6
7	1.7138	0.5835	8.9228	5.2064	0.1121	0.1921	14.024	2.6937	2.6937	2.6937	2.6937	7
8	1.8509	0.5403	10.6366	5.7466	0.0940	0.1740	17.806	3.0985	3.0985	3.0985	3.0985	8
9	1.9990	0.5002	12.4876	6.2469	0.0801	0.1601	21.808	3.4910	3.4910	3.4910	3.4910	9
10	2.1589	0.4632	14.4866	6.7101	0.0690	0.1490	25.977	3.8713	3.8713	3.8713	3.8713	10
11	2.3316	0.4289	16.6455	7.1390	0.0601	0.1401	30.266	4.2395	4.2395	4.2395	4.2395	11
12	2.5182	0.3971	18.9771	7.5361	0.0527	0.1327	34.634	4.5957	4.5957	4.5957	4.5957	12
13	2.7196	0.3677	21.4953	7.9038	0.0465	0.1265	39.046	4.9402	4.9402	4.9402	4.9402	13
14	2.9372	0.3405	24.2149	8.2442	0.0413	0.1213	43.472	5.2731	5.2731	5.2731	5.2731	14
15	3.1722	0.3152	27.1521	8.5595	0.0368	0.1168	47.886	5.5945	5.5945	5.5945	5.5945	15
16	3.4259	0.2919	30.3243	8.8514	0.0330	0.1130	52.264	5.9046	5.9046	5.9046	5.9046	16
17	3.7000	0.2703	33.7502	9.1216	0.0296	0.1096	56.588	6.2037	6.2037	6.2037	6.2037	17
18	3.9960	0.2502	37.4502	9.3719	0.0267	0.1067	60.843	6.4920	6.4920	6.4920	6.4920	18
19	4.3157	0.2317	41.4463	9.6036	0.0241	0.1041	65.013	6.7697	6.7697	6.7697	6.7697	19
20	4.6610	0.2145	45.7620	9.8181	0.0219	0.1019	69.090	7.0369	7.0369	7.0369	7.0369	20
21	5.0338	0.1987	50.4229	10.0168	0.0198	0.0998	73.063	7.2940	7.2940	7.2940	7.2940	21
22	5.4365	0.1839	55.4568	10.2007	0.0180	0.0980	76.926	7.5412	7.5412	7.5412	7.5412	22
23	5.8715	0.1703	60.8933	10.3711	0.0164	0.0964	80.673	7.7786	7.7786	7.7786	7.7786	23
24	6.3412	0.1577	66.7648	10.5288	0.0150	0.0950	84.300	8.0066	8.0066	8.0066	8.0066	24
25	6.8485	0.1460	73.1059	10.6748	0.0137	0.0937	87.804	8.2254	8.2254	8.2254	8.2254	25
30	10.0627	0.0994	113.2832	11.2578	0.0088	0.088	103.456	9.1897	9.1897	9.1897	9.1897	30
35	14.7853	0.0676	172.3168	11.6546	0.0058	0.0858	116.092	9.9611	9.9611	9.9611	9.9611	35
40	21.7245	0.0460	259.0565	11.9246	0.0039	0.0839	126.042	10.5699	10.5699	10.5699	10.5699	40
45	31.9204	0.0313	386.5056	12.1084	0.0026	0.0826	133.733	11.0447	11.0447	11.0447	11.0447	45
50	46.9016	0.0213	573.7702	12.2335	0.0017	0.0817	139.593	11.4107	11.4107	11.4107	11.4107	50
60	101.2571	0.0099	1253.2133	12.3766	0.0008	0.0808	147.300	11.9015	11.9015	11.9015	11.9015	60
80	471.9548	0.0021	5886.9354	12.4735	0.0002	0.0802	153.800	12.3301	12.3301	12.3301	12.3301	80
100	2199.7613	0.0005	27484.5157	12.4943	<sup>a</sup>	0.0800	155.611	12.4545	12.4545	12.4545	12.4545	100
$\infty$						0.0800						$\infty$

<sup>a</sup> Menos de 0.0001.

**Tabla C.12** Composición discreta;  $i = 9\%$

N	Pago único			Serie uniforme						Gradiente uniforme		
	Factor de capitalización	Factor de valor presente	Factor de capitalización presente	Para calcular			Factor de fondo sumergido			Factor de recuperación de capital	Factor de una serie gradiente uniforme	
				P dado $F$	$F/A$	$F/P$	$P$ dado $A$	$A/F$	$A/P$			
1	1.0900	0.9174	1.0000	0.9174	1.0000	0.9174	1.0000	1.0000	1.0000	0.0000	0.0000	1
2	1.1881	0.8417	2.0900	1.7591	0.4785	0.5685	0.842	0.842	0.4785	0.4785	0.4785	2
3	1.2950	0.7722	3.2781	2.5313	0.3051	0.3951	2.386	2.386	0.9426	0.9426	0.9426	3
4	1.4116	0.7084	4.5731	3.2397	0.2187	0.3087	4.511	4.511	1.3925	1.3925	1.3925	4
5	1.5386	0.6499	5.9847	3.8897	0.1671	0.2571	7.111	7.111	1.8282	1.8282	1.8282	5
6	1.6771	0.5963	7.5233	4.4859	0.1329	0.2229	10.092	10.092	2.2498	2.2498	2.2498	6
7	1.8280	0.5470	9.204	5.0330	0.1087	0.1987	13.375	13.375	2.6574	2.6574	2.6574	7
8	1.9926	0.5019	11.0285	5.5348	0.0907	0.1807	16.888	16.888	3.0512	3.0512	3.0512	8
9	2.1719	0.4604	13.0210	5.9952	0.0768	0.1668	20.571	20.571	3.4312	3.4312	3.4312	9
10	2.3674	0.4224	15.1929	6.4177	0.0658	0.1558	24.373	24.373	3.7978	3.7978	3.7978	10
11	2.5804	0.3875	17.5603	6.8052	0.0569	0.1469	28.248	28.248	4.1510	4.1510	4.1510	11
12	2.8127	0.3555	20.1407	7.1607	0.0497	0.1397	32.159	32.159	4.4910	4.4910	4.4910	12
13	3.0658	0.3262	22.9534	7.4869	0.0436	0.1336	36.073	36.073	4.8182	4.8182	4.8182	13
14	3.3417	0.2992	26.0192	7.7362	0.0384	0.1284	39.963	39.963	5.1326	5.1326	5.1326	14
15	3.6425	0.2745	29.3609	8.0607	0.0341	0.1241	43.807	43.807	5.4346	5.4346	5.4346	15
16	3.9703	0.2519	33.0034	8.3126	0.0303	0.1203	47.585	47.585	5.7245	5.7245	5.7245	16
17	4.3276	0.2311	36.9737	8.5436	0.0270	0.1170	51.282	51.282	6.0024	6.0024	6.0024	17
18	4.7171	0.2120	41.3013	8.7556	0.0242	0.1142	54.886	54.886	6.2687	6.2687	6.2687	18
19	5.1417	0.1945	46.0185	8.9501	0.0217	0.1117	58.387	58.387	6.5236	6.5236	6.5236	19
20	5.6044	0.1784	51.1601	9.1285	0.0195	0.1095	61.777	61.777	6.7674	6.7674	6.7674	20
21	6.1088	0.1637	56.7645	9.2922	0.0176	0.1076	65.051	65.051	7.0006	7.0006	7.0006	21
22	6.6586	0.1502	62.8733	9.4424	0.0159	0.1059	68.205	68.205	7.2232	7.2232	7.2232	22
23	7.2579	0.1378	69.5319	9.5802	0.0144	0.1044	71.236	71.236	7.4357	7.4357	7.4357	23
24	7.9111	0.1264	76.7898	9.7066	0.0130	0.1030	74.143	74.143	7.6384	7.6384	7.6384	24
25	8.6231	0.1160	84.7009	9.8226	0.0118	0.1018	76.927	76.927	7.8316	7.8316	7.8316	25
30	13.2677	0.0754	136.3075	10.2737	0.0073	0.0973	89.028	89.028	8.6657	8.6657	8.6657	30
35	20.4140	0.0490	215.7108	10.5668	0.0046	0.0946	98.359	98.359	9.3083	9.3083	9.3083	35
40	31.4094	0.0318	337.8824	10.7574	0.0030	0.0930	105.376	105.376	9.7957	9.7957	9.7957	40
45	48.3273	0.0207	525.8587	10.8812	0.0019	0.0919	110.556	110.556	10.1603	10.1603	10.1603	45
50	74.3575	0.0134	815.0836	10.9617	0.0012	0.0912	114.325	114.325	10.4295	10.4295	10.4295	50
60	176.0313	0.0057	1944.7921	11.0480	0.0005	0.0905	118.968	118.968	10.7683	10.7683	10.7683	60
80	986.5517	0.0010	10950.5741	11.0998	0.0001	0.0901	122.431	122.431	11.0299	11.0299	11.0299	80
100	5529.0408	0.0002	61422.6755	11.1091	<sup>a</sup>	0.0900	123.234	123.234	11.0930	11.0930	11.0930	100
$\infty$				11.1111		0.0900						$\infty$

<sup>a</sup>Menos de 0.0001.

**Tabla C.13** Composición discreta;  $i = 10\%$

N	Pago único			Serie uniforme						Gradiente uniforme		
	Factor de capitalización	Factor de valor presente	Factor de capitalización	Factor de fondo sumergido			Factor de recuperación de capital			Factor de valor presente del gradiente	Factor de una serie gradiente uniforme	
				Para calcular $P$	Para calcular $F$	Para calcular $A$	Para calcular $F$ dado $A$	Para calcular $A$ dado $F$	Para calcular $A$ dado $P$			
1	1.0000	0.9091	1.0000	0.9091	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.0000	0.0000	
2	1.2100	0.8264	2.1000	1.7355	0.4762	0.5762	0.4762	0.4021	0.4021	0.8229	0.4762	
3	1.3310	0.7513	3.3100	2.4869	0.3021	0.3021	0.3021	0.2155	0.3155	4.3778	0.9366	
4	1.4641	0.6830	4.6410	3.1699	0.2155	0.2155	0.2155	0.1638	0.2638	6.8622	1.3812	
5	1.6105	0.6209	6.1051	3.7908	0.1638	0.1638	0.1638	0.1446	0.2496	1.8101	2.8101	
6	1.7716	0.5645	7.7156	4.3553	0.1296	0.1296	0.1296	0.1054	0.2054	9.684	2.2236	
7	1.9487	0.5132	9.4872	4.8684	0.1054	0.1054	0.1054	0.0874	0.1874	12.763	2.6216	
8	2.1436	0.4665	11.4359	5.3349	0.0874	0.0874	0.0874	0.0736	0.1736	16.029	3.0045	
9	2.3579	0.4241	13.5795	5.7590	0.0736	0.0736	0.0736	0.0627	0.1627	19.422	3.3724	
10	2.5937	0.3855	15.9374	6.1446	0.0627	0.0627	0.0627	0.0540	0.1540	22.891	3.7255	
11	2.8531	0.3505	18.5312	6.4951	0.0540	0.0540	0.0540	0.0468	0.1468	26.396	4.0641	
12	3.1384	0.3186	21.3843	6.8137	0.0468	0.0468	0.0468	0.0408	0.1408	29.901	4.3884	
13	3.4523	0.2897	24.5227	7.1034	0.0408	0.0408	0.0408	0.0357	0.1357	33.377	4.6988	
14	3.7975	0.2633	27.9750	7.3667	0.0357	0.0357	0.0357	0.0315	0.1315	36.801	4.9955	
15	4.1772	0.2394	31.7725	7.6061	0.0315	0.0315	0.0315	0.0278	0.1278	40.152	5.2789	
16	4.5950	0.2176	35.9497	7.8237	0.0278	0.0278	0.0278	0.0247	0.1247	43.416	5.5493	
17	5.0545	0.1978	40.5447	8.0216	0.0247	0.0247	0.0247	0.0219	0.1219	46.582	5.8071	
18	5.5599	0.1799	45.5992	8.2014	0.0219	0.0219	0.0219	0.0195	0.1195	49.640	6.0526	
19	6.1159	0.1635	51.1591	8.3649	0.0195	0.0195	0.0195	0.0175	0.1175	52.583	6.2861	
20	6.7275	0.1486	57.2750	8.5136	0.0175	0.0175	0.0175	0.0156	0.1156	55.407	6.5081	
21	7.4002	0.1351	64.0025	8.6487	0.0156	0.0156	0.0156	0.0140	0.1140	58.110	6.7189	
22	8.1403	0.1228	71.4027	8.7715	0.0140	0.0140	0.0140	0.0126	0.1126	60.689	6.9189	
23	8.9543	0.1117	79.5430	8.8832	0.0126	0.0126	0.0126	0.0113	0.1113	63.146	7.1085	
24	9.8497	0.1015	88.4973	8.9847	0.0113	0.0113	0.0113	0.0102	0.102	65.481	7.2881	
25	10.8347	0.0923	98.3471	9.0770	0.0102	0.0102	0.0102	0.0102	0.102	67.696	7.4580	
30	17.4494	0.0573	164.4940	9.4269	0.0061	0.0061	0.0061	0.0037	0.1037	77.077	8.1762	
35	28.1024	0.0356	271.0244	9.6442	0.0037	0.0037	0.0037	0.0023	0.1023	83.987	8.7086	
40	45.2593	0.0221	442.5926	9.7791	0.0023	0.0023	0.0023	0.0014	0.1014	88.953	9.0962	
45	72.8905	0.0137	718.9048	9.8628	0.0014	0.0014	0.0014	0.0009	0.1009	92.454	9.3740	
50	117.3909	0.0085	1163.9085	9.9148	0.0009	0.0009	0.0009	0.0009	0.1009	94.889	9.5704	
60	304.4816	0.0033	3034.8164	9.9672	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.1003	97.701	9.8023	
80	2048.4002	0.0005	20474.0021	9.9951	<sup>a</sup>	0.0005	0.0005	0.0005	0.1000	99.561	9.9609	
100	13780.6123	0.0001	137796.1234	9.9993	<sup>a</sup>	0.0001	0.0001	0.0001	0.1000	99.920	9.9927	
$\infty$												

<sup>a</sup>Menos de 0.0001.

**Tabla C.14** Composición discreta;  $i = 12\%$

N	Pago único			Serie uniforme			Gradiente uniforme		
	Factor de capitalización	Factor de valor presente	Factor de capitalización	Factor de valor presente	Factor de fondo sumergido	Factor de recuperación de capital	Factor de una serie gradiente uniforme		
			Para calcular $F$ dado $A$	Para calcular $P$ dado $A$	Para calcular $A$ dado $F$	Para calcular $A$ dado $P$			
F/P	F/A	P/A	F/A	P/A	A/F	A/P	P/G	A/G	N
1	1.1200	0.8929	1.0000	0.8929	1.0000	1.1200	0.0000	0.0000	1
2	1.2544	0.7972	2.1200	1.6901	0.4717	0.5917	0.797	0.4717	2
3	1.4049	0.7118	3.3744	2.4018	0.2963	0.4163	2.221	0.9246	3
4	1.5735	0.6355	4.7793	3.0373	0.2092	0.3292	4.127	1.3589	4
5	1.7623	0.5674	6.3528	3.6048	0.1574	0.2774	6.397	1.7746	5
6	1.9738	0.5066	8.1152	4.1114	0.1232	0.2432	8.930	2.1720	6
7	2.2107	0.4523	10.0890	4.5638	0.0991	0.2191	11.644	2.5515	7
8	2.4760	0.4039	12.2997	4.9676	0.0813	0.2013	14.471	2.9131	8
9	2.7731	0.3606	14.7577	5.3282	0.0677	0.1877	17.356	3.2574	9
10	3.1058	0.3220	17.5487	5.6502	0.0570	0.1770	20.254	3.5847	10
11	3.4785	0.2875	20.6546	5.9377	0.0484	0.1684	23.129	3.8953	11
12	3.8960	0.2567	24.1331	6.1944	0.0414	0.1614	25.952	4.1897	12
13	4.3635	0.2292	28.0291	6.4235	0.0357	0.1557	28.702	4.4683	13
14	4.8871	0.2046	32.3926	6.6282	0.0309	0.1509	31.362	4.7317	14
15	5.4736	0.1827	37.2797	6.8109	0.0268	0.1468	33.920	4.9803	15
16	6.1304	0.1631	42.7533	6.9740	0.0234	0.1434	36.367	5.2147	16
17	6.8660	0.1456	48.8837	7.1196	0.0205	0.1405	38.697	5.4353	17
18	7.6900	0.1300	55.7497	7.2497	0.0179	0.1379	40.908	5.6427	18
19	8.6128	0.1161	63.4397	7.3658	0.0158	0.1358	42.998	5.8375	19
20	9.6463	0.1037	72.0524	7.4694	0.0139	0.1339	44.968	6.0202	20
21	10.8038	0.0926	81.6987	7.5620	0.0122	0.1322	46.819	6.1913	21
22	12.1003	0.0826	92.5026	7.6446	0.0108	0.1308	48.554	6.3514	22
23	13.5523	0.0738	104.6029	7.7184	0.0096	0.1296	50.178	6.5010	23
24	15.1786	0.0659	118.1552	7.7843	0.0085	0.1285	51.693	6.6406	24
25	17.0001	0.0588	133.3339	7.8431	0.0075	0.1275	53.105	6.7708	25
30	29.9599	0.0334	241.3327	8.0552	0.0041	0.1241	58.782	7.2974	30
35	52.7996	0.0189	431.6635	8.1755	0.0023	0.1223	62.605	7.6577	35
40	93.0510	0.0107	767.0914	8.2438	0.0013	0.1213	65.116	7.8988	40
45	163.9876	0.0061	1358.2300	8.2825	0.0007	0.1207	66.734	8.0572	45
50	289.0022	0.0035	2400.0182	8.3045	0.0004	0.1204	67.762	8.1597	50
60	897.5969	0.0011	7471.6411	8.3240	0.0001	0.1201	68.810	8.2664	60
80	8658.4831	<sup>a</sup> 0.0001	72145.6925	8.3324	<sup>a</sup>	0.1200	69.359	8.3241	80
100	83522.2657		696010.5477	8.3332		0.1200	69.434	8.3321	100
$\infty$				8.3333					$\infty$

<sup>a</sup>Menos de 0.0001.

**Tabla C.15 Composición discreta;  $i = 15\%$**

N	Pago único			Serie uniforme						Gradiente uniforme		
	Factor de capitalización $F/VIF$	Factor de valor presente $FVIF$	Factor de capitalización $FVIF$	Factor de valor presente			Factor de fondo sumergido de capital			Factor de valor presente del gradiente	Factor de una serie gradiente uniforme	
				Para calcular $F$ dado $P$	Para calcular $P$ dado $F$	Para calcular $F$ dado $A$	Para calcular $P$ dado $A$	Para calcular $A$ dado $F$	Para calcular $A$ dado $P$			
1	1.1500	0.8696	1.0000	0.8696	1.0000	1.6257	0.4651	0.6151	1.1500	0.000	0.0000	1
2	1.3225	0.7561	2.1500	1.6257	2.2832	0.2880	0.4380	0.2071	0.7556	0.4651	0.4651	2
3	1.5209	0.6575	3.4725	3.4725	2.8550	0.2003	0.3503	0.3786	2.071	0.9071	0.9071	3
4	1.7490	0.5718	4.9934	4.9934	3.3522	0.1483	0.2983	0.3786	3.786	1.3263	1.3263	4
5	2.0114	0.4972	6.7424	6.7424	5.0188	0.093	0.1993	0.2983	5.775	1.7228	1.7228	5
6	2.3131	0.4323	8.7537	8.7537	3.7845	0.1142	0.2642	0.3786	7.937	2.0972	2.0972	6
7	2.6600	0.3759	11.0668	11.0668	4.1604	0.0904	0.2404	0.3786	10.192	2.4498	2.4498	7
8	3.0590	0.3269	13.7268	13.7268	4.4873	0.0729	0.2229	0.3786	12.481	2.7813	2.7813	8
9	3.5179	0.2843	16.7858	16.7858	4.7716	0.0596	0.2096	0.3786	14.755	3.0922	3.0922	9
10	4.0456	0.2472	20.3037	20.3037	5.0188	0.0493	0.1993	0.3786	16.980	3.3832	3.3832	10
11	4.6524	0.2149	24.3493	24.3493	5.2337	0.0411	0.1911	0.3786	19.129	3.6549	3.6549	11
12	5.3503	0.1869	29.0017	29.0017	5.4206	0.0345	0.1845	0.3786	21.185	3.9082	3.9082	12
13	6.1528	0.1625	34.3519	34.3519	5.5831	0.0291	0.1791	0.3786	23.135	4.1438	4.1438	13
14	7.0757	0.1413	40.5047	40.5047	5.7245	0.0247	0.1747	0.3786	24.973	4.3624	4.3624	14
15	8.1371	0.1229	47.5804	47.5804	5.8474	0.0210	0.1710	0.3786	26.693	4.5650	4.5650	15
16	9.3576	0.1069	55.7175	55.7175	5.9542	0.0179	0.1679	0.3786	28.296	4.7522	4.7522	16
17	10.7613	0.0929	65.0751	65.0751	6.0472	0.0154	0.1654	0.3786	29.783	4.9251	4.9251	17
18	12.3755	0.0808	75.8364	75.8364	6.1280	0.0132	0.1632	0.3786	31.157	5.0843	5.0843	18
19	14.2318	0.0703	88.2118	88.2118	6.1982	0.0113	0.1613	0.3786	32.421	5.2307	5.2307	19
20	16.3665	0.0611	102.4436	102.4436	6.2593	0.0098	0.1598	0.3786	33.582	5.3651	5.3651	20
21	18.8215	0.0531	118.8101	118.8101	6.3125	0.0084	0.1584	0.3786	34.685	5.4883	5.4883	21
22	21.6447	0.0462	137.6316	137.6316	6.3587	0.0073	0.1573	0.3786	35.615	5.6010	5.6010	22
23	24.8915	0.0402	159.2764	159.2764	6.3988	0.0063	0.1563	0.3786	36.499	5.7040	5.7040	23
24	28.6252	0.0349	184.1678	184.1678	6.4338	0.0054	0.1554	0.3786	37.302	5.7979	5.7979	24
25	32.9190	0.0304	212.7930	212.7930	6.4641	0.0047	0.1547	0.3786	38.031	5.8834	5.8834	25
30	66.2118	0.0151	434.7451	434.7451	6.5660	0.0023	0.1523	0.3786	40.753	6.2066	6.2066	30
35	133.1755	0.0075	881.1702	881.1702	6.6166	0.0011	0.1511	0.3786	42.359	6.4019	6.4019	35
40	267.8635	0.0037	1779.0903	1779.0903	6.6418	0.0006	0.1506	0.3786	43.233	6.5168	6.5168	40
45	538.7693	0.0019	3585.1285	3585.1285	6.6543	0.0003	0.1503	0.3786	43.805	6.5830	6.5830	45
50	1083.6574	0.0009	7217.7163	7217.7163	6.6605	0.0001	0.1501	0.3786	44.096	6.6205	6.6205	50
60	4383.9987	0.0002	29219.9916	29219.9916	6.6651	<sup>a</sup>	0.1500	0.3786	44.343	6.6530	6.6530	60
80	71750.8794	<sup>a</sup>	478332.5293	478332.5293	6.6666	<sup>a</sup>	0.1500	0.3786	44.436	6.6656	6.6656	80
100	1174313.4507	<sup>a</sup>	7828749.6713	7828749.6713	6.6667	<sup>a</sup>	0.1500	0.3786	44.444	6.6666	6.6666	100
$\infty$												

<sup>a</sup>Menos de 0.0001.

**Tabla C.16 Composición discreta;  $i = 18\%$**

N	Pago único				Serie uniforme				Gradiente uniforme				
	Factor de capitalización		Factor de valor presente		Factor de capitalización		Factor de fondo presente		Factor de recuperación de capital		Factor de una serie gradiente uniforme		
	Para calcular $F$ dado $P$	$F/P$	Para calcular $P$ dado $F$	$P/F$	Para calcular $A$ dado $F$	$F/A$	Para calcular $F$ dado $A$	$P/A$	Para calcular $A$ dado $P$	$A/F$	Para calcular $P$ dado $G$	$P/G$	Para calcular $A$ dado $G$
1	1.1800	0.8475	1.0000	0.8475	1.0000	0.8475	1.0000	0.8475	1.1800	0.8475	1.0000	0.8475	1.1800
2	1.3924	0.7182	2.1800	1.5656	0.4587	0.6387	0.7182	0.4587	0.6387	0.4587	0.4587	0.4587	0.4587
3	1.6430	0.6086	3.5724	2.1743	0.2799	0.4599	1.935	0.2799	0.4599	0.8902	0.8902	0.8902	0.8902
4	1.9388	0.5158	5.2154	2.6901	0.1917	0.3717	3.483	0.1917	0.3717	1.2947	1.2947	1.2947	1.2947
5	2.2878	0.4371	7.1542	3.1272	0.1398	0.3198	5.231	0.1398	0.3198	1.6728	1.6728	1.6728	1.6728
6	2.6996	0.3704	9.4420	3.4976	0.1059	0.2859	7.083	0.1059	0.2859	2.0252	2.0252	2.0252	2.0252
7	3.1855	0.3139	12.1415	3.8115	0.0824	0.2624	8.967	0.0824	0.2624	2.3526	2.3526	2.3526	2.3526
8	3.7589	0.2660	15.3270	4.0776	0.0652	0.2452	10.829	0.0652	0.2452	2.6558	2.6558	2.6558	2.6558
9	4.4355	0.2255	19.0859	4.3030	0.0524	0.2324	12.633	0.0524	0.2324	2.9358	2.9358	2.9358	2.9358
10	5.2338	0.1911	23.5213	4.4941	0.0425	0.2225	14.353	0.0425	0.2225	3.1936	3.1936	3.1936	3.1936
11	6.1759	0.1619	28.7551	4.6560	0.0348	0.2148	15.972	0.0348	0.2148	3.4303	3.4303	3.4303	3.4303
12	7.2876	0.1372	34.9311	4.7932	0.0286	0.2086	17.481	0.0286	0.2086	3.6470	3.6470	3.6470	3.6470
13	8.5994	0.1163	42.2187	4.9095	0.0237	0.2037	18.877	0.0237	0.2037	3.8449	3.8449	3.8449	3.8449
14	10.1472	0.0985	50.8180	5.0081	0.0197	0.1997	20.158	0.0197	0.1997	4.0250	4.0250	4.0250	4.0250
15	11.9737	0.0835	60.9653	5.0916	0.0164	0.1964	21.327	0.0164	0.1964	4.1887	4.1887	4.1887	4.1887
16	14.1290	0.0708	72.9390	5.1624	0.0137	0.1937	22.389	0.0137	0.1937	4.3369	4.3369	4.3369	4.3369
17	16.6722	0.0600	87.0680	5.2223	0.0115	0.1915	23.348	0.0115	0.1915	4.4708	4.4708	4.4708	4.4708
18	19.6733	0.0508	103.7403	5.2732	0.0096	0.1896	24.212	0.0096	0.1896	4.5916	4.5916	4.5916	4.5916
19	23.2144	0.0431	123.4135	5.3162	0.0081	0.1881	24.988	0.0081	0.1881	4.7003	4.7003	4.7003	4.7003
20	27.3930	0.0365	146.6280	5.3527	0.0068	0.1868	25.681	0.0068	0.1868	4.7978	4.7978	4.7978	4.7978
21	32.3238	0.0309	174.0210	5.3837	0.0057	0.1857	26.300	0.0057	0.1857	4.8851	4.8851	4.8851	4.8851
22	38.1421	0.0262	206.3448	5.4099	0.0048	0.1848	26.851	0.0048	0.1848	4.9632	4.9632	4.9632	4.9632
23	45.0076	0.0222	244.4868	5.4321	0.0041	0.1841	27.339	0.0041	0.1841	5.0329	5.0329	5.0329	5.0329
24	53.1090	0.0188	289.4945	5.4509	0.0035	0.1835	27.773	0.0035	0.1835	5.0950	5.0950	5.0950	5.0950
25	62.6686	0.0160	342.6035	5.4669	0.0029	0.1829	28.156	0.0029	0.1829	5.1502	5.1502	5.1502	5.1502
30	143.3706	0.0070	790.9480	5.5168	0.0013	0.1813	29.486	0.0013	0.1813	5.3448	5.3448	5.3448	5.3448
35	327.9973	0.0030	1816.6516	5.5386	0.0006	0.1806	30.177	0.0006	0.1806	5.4485	5.4485	5.4485	5.4485
40	750.3783	0.0013	4163.2130	5.5482	0.0002	0.1802	30.527	0.0002	0.1802	5.5022	5.5022	5.5022	5.5022
45	1716.6839	0.0006	9531.5771	5.5523	0.0001	0.1801	30.701	0.0001	0.1801	5.5293	5.5293	5.5293	5.5293
50	3927.3569	0.0003	21813.0937	5.5541	<sup>a</sup>	0.1800	30.786	<sup>a</sup>	0.1800	5.5428	5.5428	5.5428	5.5428
60	20555.1400	<sup>a</sup>	114189.6665	5.5553	<sup>a</sup>	0.1800	30.847	<sup>a</sup>	0.1800	5.5526	5.5526	5.5526	5.5526
80	563067.6604	<sup>a</sup>	3128148.1133	5.5555	<sup>a</sup>	0.1800	30.863	<sup>a</sup>	0.1800	5.5554	5.5554	5.5554	5.5554
$\infty$													$\infty$

<sup>a</sup>Menos de 0.0001.

**Tabla C.17** Composición discreta;  $i = 20\%$

N	Pago único			Serie uniforme			Gradiente uniforme		
	Factor de capitalización	Factor de valor presente	Factor de capitalización	Factor de fondo sumergido	Factor de recuperación de capital	Factor de una serie gradiente uniforme			
	Para calcular $P$	Para calcular $F$	Para calcular $A$	Para calcular $P$ dado $A$	Para calcular $A$ dado $P$	Para calcular $A$ dado $G$			
F/P	F/F	F/A	P/A	P/F	A/F	A/G	P/G	A/P	N
1	1.2000	0.8333	1.0000	0.8333	1.0000	1.2000	0.000	0.0000	1
2	1.4400	0.6944	2.2000	1.5278	0.4545	0.6545	0.694	0.4545	2
3	1.7280	0.5787	3.6400	2.1065	0.2747	0.4747	1.852	0.8791	3
4	2.0736	0.4823	5.3680	2.5887	0.1863	0.3863	3.299	1.2742	4
5	2.4883	0.4019	7.4416	2.9906	0.1344	0.3344	4.906	1.6405	5
6	2.9860	0.3349	9.9299	3.3255	0.1007	0.3007	6.581	1.9788	6
7	3.5832	0.2791	12.9159	3.6046	0.0774	0.2774	8.255	2.2902	7
8	4.2998	0.2326	16.4991	3.8372	0.0606	0.2606	9.883	2.5756	8
9	5.1598	0.1938	20.7989	4.0310	0.0481	0.2481	11.434	2.8364	9
10	6.1917	0.1615	25.9587	4.1925	0.0385	0.2385	12.887	3.0739	10
11	7.4301	0.1346	32.1504	4.3271	0.0311	0.2311	14.233	3.2893	11
12	8.9161	0.1122	39.5805	4.4392	0.0253	0.2253	15.467	3.4841	12
13	10.6993	0.0935	48.4966	4.5327	0.0206	0.2206	16.588	3.6597	13
14	12.8392	0.0779	59.1959	4.6106	0.0169	0.2169	17.601	3.8175	14
15	15.4070	0.0649	72.0351	4.6755	0.0139	0.2139	18.510	3.9588	15
16	18.4884	0.0541	87.4421	4.7296	0.0114	0.2114	19.321	4.0851	16
17	22.1861	0.0451	105.9306	4.7746	0.0094	0.2094	20.042	4.1976	17
18	26.6233	0.0376	128.1167	4.8122	0.0078	0.2078	20.681	4.2975	18
19	31.9480	0.0313	154.7400	4.8435	0.0065	0.2065	21.244	4.3861	19
20	38.3376	0.0261	186.6880	4.8696	0.0054	0.2054	21.740	4.4643	20
21	46.0051	0.0217	225.0256	4.8913	0.0044	0.2044	22.174	4.5334	21
22	55.2061	0.0181	271.0307	4.9094	0.0037	0.2037	22.555	4.5941	22
23	66.2474	0.0151	326.2369	4.9245	0.0031	0.2031	22.887	4.6475	23
24	79.4968	0.0126	392.4842	4.9371	0.0025	0.2025	23.176	4.6943	24
25	95.3962	0.0105	471.9811	4.9476	0.0021	0.2021	23.428	4.7352	25
30	237.3763	0.0042	1181.8816	4.9789	0.0008	0.2008	24.263	4.8731	30
35	590.6682	0.0017	2948.3411	4.9915	0.0003	0.2003	24.661	4.9406	35
40	1469.7716	0.0007	7343.8578	4.9966	0.0001	0.2001	24.847	4.9728	40
45	3657.2620	0.0003	18281.3099	4.9986	0.0001	0.2001	24.932	4.9877	45
50	9100.4382	0.0001	45497.1908	4.9995	<sup>a</sup>	0.2000	24.970	4.9945	50
60	56347.5144	<sup>a</sup>	281732.5718	4.9999	<sup>a</sup>	0.2000	24.994	4.9989	60
80	2160228.4620	<sup>a</sup>	10801137.3101	5.0000	<sup>a</sup>	0.2000	25.000	5.0000	80
$\infty$									$\infty$

<sup>a</sup>Menos de 0.0001.

**Tabla C.18** Composición discreta;  $i = 25\%$

N	Pago único		Serie uniforme						Gradiente uniforme		
	Factor de capitalización $F/P$	Factor de valor presente $P/F$	Factor de capitalización		Factor de fondo presente sumergido		Factor de recuperación de capital		Factor de una serie gradiente	Factor de valor presente del gradiente	Factor de recuperación de capital $A/P$
			Para calcular $F$ dado $P$	Para calcular $P$ dado $F$	Para calcular $F$ dado $A$	Para calcular $A$ dado $F$	Para calcular $A$ dado $P$	Para calcular $P$ dado $G$			
1	1.2500	0.8000	1.0000	0.8000	1.0000	0.4444	1.2500	0.0000	0.0000	0.4444	1
2	1.5625	0.6400	2.2500	1.4400	0.6944	0.640	0.5123	0.640	0.4444	0.8525	2
3	1.9531	0.5120	3.8125	1.9520	0.2623	1.664	0.4234	2.893	1.2249	1.2249	3
4	2.4414	0.4096	5.7656	2.3616	0.1734	0.2888	0.3004	4.204	1.5631	1.5631	4
5	3.0518	0.3277	8.2070	2.6893	0.1218	0.3718	0.2801	9.987	2.7971	2.7971	5
6	3.8147	0.2621	11.2588	2.9514	0.0888	0.3388	0.2735	5.514	1.8683	1.8683	6
7	4.7684	0.2097	15.0735	3.1611	0.0663	0.3163	0.2684	6.773	2.1424	2.1424	7
8	5.9605	0.1678	19.8419	3.3289	0.0504	0.3004	0.2645	12.262	2.3872	2.3872	8
9	7.4506	0.1342	25.8023	3.4631	0.0388	0.2888	0.2615	12.833	2.6048	2.6048	9
10	9.3132	0.1074	33.2529	3.5705	0.0301	0.2801	0.2591	13.326	3.4550	3.4550	10
11	11.6415	0.0859	42.5661	3.6564	0.0235	0.2735	0.2572	10.846	2.9663	2.9663	11
12	14.5519	0.0687	54.2077	3.7251	0.0184	0.2684	0.2515	11.602	3.1145	3.1145	12
13	18.1899	0.0550	68.7596	3.7801	0.0145	0.2645	0.2457	12.262	3.2437	3.2437	13
14	22.7374	0.0440	86.9495	3.8241	0.0115	0.2615	0.2383	12.833	3.3559	3.3559	14
15	28.4217	0.0352	109.6868	3.8593	0.0091	0.2591	0.2326	13.326	3.4550	3.4550	15
16	35.5271	0.0281	138.1085	3.8874	0.0072	0.2572	0.2272	13.748	3.5366	3.5366	16
17	44.4089	0.0225	173.6357	3.9099	0.0058	0.2558	0.2258	14.109	3.6084	3.6084	17
18	55.5112	0.0180	218.0446	3.9279	0.0046	0.2546	0.2246	14.415	3.6698	3.6698	18
19	69.3889	0.0144	273.5558	3.9424	0.0037	0.2537	0.2237	14.674	3.7222	3.7222	19
20	86.7362	0.0115	342.9447	3.9539	0.0029	0.2529	0.2229	14.893	3.7667	3.7667	20
21	108.4202	0.0092	429.6809	3.9631	0.0023	0.2523	0.2223	15.078	3.8045	3.8045	21
22	135.5253	0.0074	538.1011	3.9705	0.0019	0.2519	0.2219	15.233	3.8365	3.8365	22
23	169.4066	0.0059	673.6264	3.9764	0.0015	0.2515	0.2215	15.363	3.8634	3.8634	23
24	211.7582	0.0047	843.0329	3.9811	0.0012	0.2512	0.2212	15.471	3.8861	3.8861	24
25	264.6978	0.0038	1054.7912	3.9849	0.0009	0.2509	0.2209	15.562	3.9052	3.9052	25
30	807.7936	0.0012	3227.1743	3.9950	0.0003	0.2503	0.2203	15.832	3.9628	3.9628	30
35	2465.1903	0.0004	9856.7613	3.9984	0.0001	0.2501	0.2201	15.937	3.9858	3.9858	35
40	7523.1638	0.0001	30088.6554	3.9995	<sup>a</sup>	0.2500	0.2200	15.977	3.9947	3.9947	40
45	22958.8740	<sup>a</sup>	91831.4962	3.9998	<sup>a</sup>	0.2500	0.2200	15.992	3.9980	3.9980	45
50	70064.9232	<sup>a</sup>	280255.6929	3.9999	<sup>a</sup>	0.2500	0.2200	15.997	3.9993	3.9993	50
60	652530.4468	<sup>a</sup>	2610117.7872	4.0000	<sup>a</sup>	0.2500	0.2200	16.000	3.9999	3.9999	60
$\infty$				4.0000				0.2500			$\infty$

<sup>a</sup>Menos de 0.0001.

*Tablas de interés  
y anualidades para  
capitalización continua*

Para distintos valores de  $r$ , de 5% a 20%

$r$  = tasa nominal de interés por periodo, con capitalización continua

$N$  = número de periodos de capitalización

$$(F/P, \underline{r}\%, N) = e^{rN} \quad (P/A, \underline{r}\%, N) = \frac{e^{rN} - 1}{e^{rN}(e^r - 1)}$$

$$(P/F, \underline{r}\%, N) = e^{-rN} = \frac{1}{e^{rN}} \quad (F/\bar{A}, \underline{r}\%, N) = \frac{e^{rN} - 1}{r}$$

$$(F/A, \underline{r}\%, N) = \frac{e^{rN} - 1}{e^r - 1} \quad (P/\bar{A}, \underline{r}\%, N) = \frac{e^{rN} - 1}{re^{rN}}$$

**Tabla D.1** Capitalización continua;  $r = 8\%$

	Flujos discretos				Flujos continuos		
	Pago único		Serie uniforme		Serie uniforme		
	Factor de capitalización	Factor de valor presente	Factor de capitalización	Factor de valor presente	Factor de capitalización	Factor de valor presente	
	Para encontrar $F$ dado $P$	Para encontrar $P$ dado $F$	Para encontrar $F$ dado $\bar{A}$	Para encontrar $P$ dado $\bar{A}$	Para encontrar $F$ dado $\bar{A}$	Para encontrar $P$ dado $\bar{A}$	
$N$	$F/P$	$P/F$	$F/A$	$P/A$	$F/\bar{A}$	$P/\bar{A}$	$N$
1	1.0833	0.9231	1.0000	0.9231	1.0411	0.9610	1
2	1.1735	0.8521	2.0833	1.7753	2.1689	1.8482	2
3	1.2712	0.7866	3.2568	2.5619	3.3906	2.6672	3
4	1.3771	0.7261	4.5280	3.2880	4.7141	3.4231	4
5	1.4918	0.6703	5.9052	3.9584	6.1478	4.1210	5
6	1.6161	0.6188	7.3970	4.5771	7.7009	4.7652	6
7	1.7507	0.5712	9.0131	5.1483	9.3834	5.3599	7
8	1.8965	0.5273	10.7637	5.6756	11.2060	5.9088	8
9	2.0544	0.4868	12.6602	6.1624	13.1804	6.4156	9
10	2.2255	0.4493	14.7147	6.6117	15.3193	6.8834	10
11	2.4109	0.4148	16.9402	7.0265	17.6362	7.3152	11
12	2.6117	0.3829	19.3511	7.4094	20.1462	7.7138	12
13	2.8292	0.3535	21.9628	7.7629	22.8652	8.0818	13
14	3.0649	0.3263	24.7920	8.0891	25.8107	8.4215	14
15	3.3201	0.3012	27.8569	8.3903	29.0015	8.7351	15
16	3.5966	0.2780	31.1770	8.6684	32.4580	9.0245	16
17	3.8962	0.2567	34.7736	8.9250	36.2024	9.2917	17
18	4.2207	0.2369	38.6698	9.1620	40.2587	9.5384	18
19	4.5722	0.2187	42.8905	9.3807	44.6528	9.7661	19
20	4.9530	0.2019	47.4627	9.5826	49.4129	9.9763	20
21	5.3656	0.1864	52.4158	9.7689	54.5694	10.1703	21
22	5.8124	0.1720	57.7813	9.9410	60.1555	10.3494	22
23	6.2965	0.1588	63.5938	10.0998	66.2067	10.5148	23
24	6.8120	0.1466	69.8903	10.2464	72.7620	10.6674	24
25	7.3891	0.1353	76.7113	10.3817	79.8632	10.8083	25
26	8.0045	0.1249	84.1003	10.5067	87.5559	10.9384	26
27	8.6711	0.1153	92.1048	10.6220	95.8892	11.0584	27
28	9.3933	0.1065	100.776	10.7285	104.917	11.1693	28
29	10.1757	0.0983	110.169	10.8267	114.696	11.2716	29
30	11.0232	0.0907	120.345	10.9174	125.290	11.3660	30
35	16.4446	0.0608	185.439	11.2765	193.058	11.7399	35
40	24.5325	0.0408	282.547	11.5172	294.157	11.9905	40
45	36.5982	0.0273	427.416	11.6786	444.978	12.1585	45
50	54.5982	0.0183	643.535	11.7868	669.977	12.2711	50
55	81.4509	0.0123	965.947	11.8593	1005.64	12.3465	55
60	121.510	0.0082	1446.93	11.9079	1506.38	12.3971	60
65	181.272	0.0055	2164.47	11.9404	2253.40	12.4310	65
70	270.426	0.0037	3234.91	11.9623	3367.83	12.4538	70
75	403.429	0.0025	4831.83	11.9769	5030.36	12.4690	75
80	601.845	0.0017	7214.15	11.9867	7510.56	12.4792	80
85	897.847	0.0011	10768.1	11.9933	11210.6	12.4861	85
90	1339.43	0.0007	16070.1	11.9977	16730.4	12.4907	90
95	1998.20	0.0005	23979.7	12.0007	24964.9	12.4937	95
100	2980.96	0.0003	35779.3	12.0026	37249.5	12.4958	100

**Tabla D.2** Capitalización continua;  $r = 10\%$

N	Flujos discretos				Flujos continuos		
	Pago único		Serie uniforme		Serie uniforme		N
	Factor de capitalización	Factor de valor presente	Factor de capitalización	Factor de valor presente	Factor de capitalización	Factor de valor presente	
	Para encontrar $F$ dado $P$	Para encontrar $P$ dado $F$	Para encontrar $F/A$	Para encontrar $P/A$	Para encontrar $F/A$	Para encontrar $P/A$	
	$F/P$	$P/F$	$F/A$	$P/A$	$F/A$	$P/A$	
1	1.1052	0.9048	1.0000	0.9048	1.0517	0.9516	1
2	1.2214	0.8187	2.1052	1.7236	2.2140	1.8127	2
3	1.3499	0.7408	3.3266	2.4644	3.4986	2.5918	3
4	1.4918	0.6703	4.6764	3.1347	4.9182	3.2968	4
5	1.6487	0.6065	6.1683	3.7412	6.4872	3.9347	5
6	1.8221	0.5488	7.8170	4.2900	8.2212	4.5119	6
7	2.0138	0.4966	9.6391	4.7866	10.1375	5.0341	7
8	2.2255	0.4493	11.6528	5.2360	12.2554	5.5067	8
9	2.4596	0.4066	13.8784	5.6425	14.5960	5.9343	9
10	2.7183	0.3679	16.3380	6.0104	17.1828	6.3212	10
11	3.0042	0.3329	19.0563	6.3433	20.0417	6.6713	11
12	3.3201	0.3012	22.0604	6.6445	23.2012	6.9881	12
13	3.6693	0.2725	25.3806	6.9170	26.6930	7.2747	13
14	4.0552	0.2466	29.0499	7.1636	30.5520	7.5340	14
15	4.4817	0.2231	33.1051	7.3867	34.8169	7.7687	15
16	4.9530	0.2019	37.5867	7.5886	39.5303	7.9810	16
17	5.4739	0.1827	42.5398	7.7713	44.7395	8.1732	17
18	6.0496	0.1653	48.0137	7.9366	50.4965	8.3470	18
19	6.6859	0.1496	54.0634	8.0862	56.8589	8.5043	19
20	7.3891	0.1353	60.7493	8.2215	63.8906	8.6466	20
21	8.1662	0.1225	68.1383	8.3440	71.6617	8.7754	21
22	9.0250	0.1108	76.3045	8.4548	80.2501	8.8920	22
23	9.9742	0.1003	85.3295	8.5550	89.7418	8.9974	23
24	11.0232	0.0907	95.3037	8.6458	100.232	9.0928	24
25	12.1825	0.0821	106.327	8.7278	111.825	9.1791	25
26	13.4637	0.0743	118.509	8.8021	124.637	9.2573	26
27	14.8797	0.0672	131.973	8.8693	138.797	9.3279	27
28	16.4446	0.0608	146.853	8.9301	154.446	9.3919	28
29	18.1741	0.0550	163.298	8.9852	171.741	9.4498	29
30	20.0855	0.0498	181.472	9.0349	190.855	9.5021	30
35	33.1155	0.0302	305.364	9.2212	321.154	9.6980	35
40	54.5981	0.0183	509.629	9.3342	535.982	9.8168	40
45	90.0171	0.0111	846.404	9.4027	890.171	9.8889	45
50	148.413	0.0067	1401.65	9.4443	1474.13	9.9326	50
55	244.692	0.0041	2317.10	9.4695	2436.92	9.9591	55
60	403.429	0.0025	3826.43	9.4848	4024.29	9.9752	60
65	665.142	0.0015	6314.88	9.4940	6641.42	9.9850	65
70	1096.63	0.0009	10417.6	9.4997	10956.3	9.9909	70
75	1808.04	0.0006	17182.0	9.5031	18070.7	9.9945	75
80	2980.96	0.0003	28334.4	9.5051	29799.6	9.9966	80
85	4914.77	0.0002	46721.7	9.5064	49137.7	9.9980	85
90	8103.08	0.0001	77037.3	9.5072	81020.8	9.9988	90
95	13359.7	<sup>a</sup>	127019.0	9.5076	133587.0	9.9993	95
100	22026.5	<sup>a</sup>	209425.0	9.5079	220255.0	9.9995	100

<sup>a</sup>Menos de 0.0001.

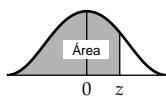
**Tabla D.3** Capitalización continua;  $r = 20\%$

N	Flujos discretos				Flujos continuos		
	Pago único		Serie uniforme		Serie uniforme		N
	Factor de capitalización	Factor de valor presente	Factor de capitalización	Factor de valor presente	Factor de capitalización	Factor de valor presente	
	Para encontrar $F$ dado $P$	Para encontrar $P$ dado $F$	Para encontrar $F$ dado $\bar{A}$	Para encontrar $P$ dado $\bar{A}$	Para encontrar $F$ dado $\bar{A}$	Para encontrar $P$ dado $\bar{A}$	
	$F/P$	$P/F$	$F/A$	$P/A$	$F/\bar{A}$	$P/\bar{A}$	
1	1.2214	0.8187	1.0000	0.8187	1.1070	0.9063	1
2	1.4918	0.6703	2.2214	1.4891	2.4591	1.6484	2
3	1.8221	0.5488	3.7132	2.0379	4.1106	2.2559	3
4	2.2255	0.4493	5.5353	2.4872	6.1277	2.7534	4
5	2.7183	0.3679	7.7609	2.8551	8.5914	3.1606	5
6	3.3201	0.3012	10.4792	3.1563	11.6006	3.4940	6
7	4.0552	0.2466	13.7993	3.4029	15.2760	3.7670	7
8	4.9530	0.2019	17.8545	3.6048	19.7652	3.9905	8
9	6.0496	0.1653	22.8075	3.7701	25.2482	4.1735	9
10	7.3891	0.1353	28.8572	3.9054	31.9453	4.3233	10
11	9.0250	0.1108	36.2462	4.0162	40.1251	4.4460	11
12	11.0232	0.0907	45.2712	4.1069	50.1159	4.5464	12
13	13.4637	0.0743	56.2944	4.1812	62.3187	4.6286	13
14	16.4446	0.0608	69.7581	4.2420	77.2232	4.6959	14
15	20.0855	0.0498	86.2028	4.2918	95.4277	4.7511	15
16	24.5325	0.0408	106.288	4.3325	117.633	4.7962	16
17	29.9641	0.0334	130.821	4.3659	144.820	4.8331	17
18	36.5982	0.0273	160.785	4.3932	177.991	4.8634	18
19	44.7012	0.0224	197.383	4.4156	218.506	4.8881	19
20	54.5981	0.0183	242.084	4.4339	267.991	4.9084	20
21	66.6863	0.0150	296.682	4.4489	328.432	4.9250	21
22	81.4509	0.0123	363.369	4.4612	402.254	4.9386	22
23	99.4843	0.0101	444.820	4.4713	492.422	4.9497	23
24	121.510	0.0082	544.304	4.4795	602.552	4.9589	24
25	148.413	0.0067	665.814	4.4862	737.066	4.9663	25
26	181.272	0.0055	814.227	4.4917	901.361	4.9724	26
27	221.406	0.0045	995.500	4.4963	1102.03	4.9774	27
28	270.426	0.0037	1216.91	4.5000	1347.13	4.9815	28
29	330.299	0.0030	1487.33	4.5030	1646.50	4.9849	29
30	403.429	0.0025	1817.63	4.5055	2012.14	4.9876	30
35	1096.63	0.0009	4948.60	4.5125	5478.17	4.9954	35
40	2980.96	0.0003	13459.4	4.5151	14899.8	4.9983	40
45	8103.08	0.0001	36594.3	4.5161	40510.4	4.9994	45
50	22026.5	<sup>a</sup>	99481.4	4.5165	110127.0	4.9998	50
55	59874.1	<sup>a</sup>	270426.0	4.5166	299366.0	4.9999	55
60	162755.0	<sup>a</sup>	735103.0	4.5166	813769.0	5.0000	60

<sup>a</sup>Menos de 0.0001.

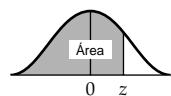
# *Función de distribución normal estandarizada*

La función de distribución normal estandarizada acumula la función densidad normal de menos infinito al valor estandarizado en cuestión,  $Z = (X - \mu)/\sigma$ . El lector interesado en el estudio más profundo del uso de la función de distribución normal estandarizada, que se ilustra en la página 555, puede recurrir a cualquier libro de texto de introducción a la estadística.

**Tabla E.1** Áreas bajo la curva normal<sup>a</sup>

<i>z</i>	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
-3.4	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0002
-3.3	0.0005	0.0005	0.0005	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0003
-3.2	0.0007	0.0007	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0005	0.0005	0.0005
-3.1	0.0010	0.0009	0.0009	0.0009	0.0008	0.0008	0.0008	0.0007	0.0007	0.0007
-3.0	0.0013	0.0013	0.0013	0.0012	0.0012	0.0011	0.0011	0.0011	0.0010	0.0010
-2.9	0.0019	0.0018	0.0017	0.0017	0.0016	0.0016	0.0015	0.0015	0.0014	0.0014
-2.8	0.0026	0.0025	0.0024	0.0023	0.0023	0.0022	0.0021	0.0021	0.0020	0.0019
-2.7	0.0035	0.0034	0.0033	0.0032	0.0031	0.0030	0.0029	0.0028	0.0027	0.0026
-2.6	0.0047	0.0045	0.0044	0.0043	0.0041	0.0040	0.0039	0.0038	0.0037	0.0036
-2.5	0.0062	0.0060	0.0059	0.0057	0.0055	0.0054	0.0052	0.0051	0.0049	0.0048
-2.4	0.0082	0.0080	0.0078	0.0075	0.0073	0.0071	0.0069	0.0068	0.0066	0.0064
-2.3	0.0107	0.0104	0.0103	0.0099	0.0096	0.0094	0.0091	0.0089	0.0087	0.0084
-2.2	0.0139	0.0136	0.0132	0.0129	0.0125	0.0122	0.0119	0.0116	0.0113	0.0110
-2.1	0.0179	0.0174	0.0170	0.0166	0.0162	0.0158	0.0154	0.0150	0.0146	0.0143
-2.0	0.0228	0.0222	0.0217	0.0212	0.0207	0.0202	0.0197	0.0192	0.0188	0.0183
-1.9	0.0287	0.0281	0.0274	0.0268	0.0262	0.0256	0.0250	0.0244	0.0239	0.0233
-1.8	0.0359	0.0352	0.0344	0.0336	0.0329	0.0322	0.0314	0.0307	0.0301	0.0294
-1.7	0.0446	0.0436	0.0427	0.0418	0.0409	0.0401	0.0392	0.0384	0.0375	0.0367
-1.6	0.0548	0.0537	0.0526	0.0516	0.0505	0.0495	0.0485	0.0475	0.0465	0.0455
-1.5	0.0668	0.0655	0.0643	0.0630	0.0618	0.0606	0.0594	0.0582	0.0571	0.0559
-1.4	0.0808	0.0793	0.0778	0.0764	0.0749	0.0735	0.0722	0.0708	0.0694	0.0681
-1.3	0.0968	0.0951	0.0934	0.0918	0.0901	0.0885	0.0869	0.0853	0.0838	0.0823
-1.2	0.1151	0.1131	0.1112	0.1093	0.1075	0.1056	0.1038	0.1020	0.1003	0.0985
-1.1	0.1357	0.1335	0.1314	0.1292	0.1271	0.1251	0.1230	0.1210	0.1190	0.1170
-1.0	0.1587	0.1562	0.1539	0.1515	0.1492	0.1469	0.1446	0.1423	0.1401	0.1379
-0.9	0.1841	0.1841	0.1788	0.1762	0.1736	0.1711	0.1685	0.1660	0.1635	0.1611
-0.8	0.2119	0.2090	0.2061	0.2033	0.2005	0.1977	0.1949	0.1922	0.1894	0.1867
-0.7	0.2420	0.2389	0.2358	0.2327	0.2296	0.2266	0.2236	0.2206	0.2177	0.2148
-0.6	0.2743	0.2709	0.2676	0.2643	0.2611	0.2578	0.2546	0.2514	0.2483	0.2451
-0.5	0.3085	0.3050	0.3015	0.2981	0.2946	0.2912	0.2877	0.2843	0.2810	0.2776
-0.4	0.3446	0.3409	0.3372	0.3336	0.3300	0.3264	0.3228	0.3192	0.3156	0.3121
-0.3	0.3821	0.3783	0.3745	0.3707	0.3669	0.3632	0.3594	0.3557	0.3520	0.3483
-0.2	0.4207	0.4168	0.4129	0.4090	0.4052	0.4013	0.3974	0.3936	0.3897	0.3859
-0.1	0.4602	0.4562	0.4522	0.4483	0.4443	0.4404	0.4364	0.4325	0.4286	0.4247
-0.0	0.5000	0.4960	0.4920	0.4880	0.4840	0.4801	0.4761	0.4721	0.4681	0.4641

<sup>a</sup> Tomadas de R. E. Walpole y R. H. Myers, *Probability and Statistics for Engineers and Scientists*, 2a. ed. (New York: Macmillan, 1978), pág. 513. (continúa)



**Tabla E.1** Áreas bajo la curva normal (*continuación*)

# Referencias seleccionadas

- AMERICAN TELEPHONE AND TELEGRAPH COMPANY, Departamento de ingeniería. *Engineering Economy*, 3a. ed. (New York: American Telephone and Telegraph Company, 1977).
- AU, T. y T. P. AU. *Engineering Economics for Capital Investment Analysis*, 2a. ed. (Boston: Allyn y Bacon, 1992).
- BARISH, N. N. y S. KAPLAN. *Economic Analysis for Engineering and Managerial Decision Making* (Nueva York: McGraw-Hill Book Co., 1978).
- BIERMAN, H. y S. SMIDT. *The Capital Budgeting Decision*, 8a. ed. (New York: Macmillan Publishing Co., 1993).
- BLANK, L. T. y A. J. TARQUIN. *Engineering Economy*, 5a. ed. (New York: McGraw-Hill, 2001).
- BRIMSON, J. A. *Activity Accounting: An Activity-Based Approach* (New York: John Wiley & Sons, 1991).
- BUSSEY, L. E. y T. G. ESCHENBACH. *The Economic Analysis of Industrial Projects*, 2a. ed. (Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 1992).
- CAMPEN, J. T. *Benefit, Cost, and Beyond* (Cambridge, MA: Ballinger Publishing Company, 1986).
- CANADA, J. R. y W. SULLIVAN. *Economic and Multiattribute Evaluation of Advanced Manufacturing Systems* (Upper Saddle River, NJ, Prentice-Hall, 1989).
- CANADA, J. R., W. G. SULLIVAN y J. A. WHITE, *Capital Investment Decision Analysis for Engineering and Management* (Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, Inc., 1996).
- COCHRANE, J. L. y M. ZELENY. *Multiple Criteria Decision Making*, (Columbia, S.C., University of South Carolina Press, 1973).
- COLLIER, C. A. y W. B. LEDBETTER. *Engineering Cost Analysis*, 2a. ed. (New York: Harper & Row, 1987).

- DELMARE, R. F. *Manufacturing Systems Economics* (East Sussex, England: Holt Reinhart & Winston, 1982).
- Engineering Economist, The.* Publicación trimestral publicada en conjunto por la División de Ingeniería Económica de la American Society for Engineering Education y el Institute of Industrial Engineers. Publicada por IIE, Norcross, GA.
- Engineering News-Record.* Publicación mensual de McGraw-Hill Book Co., New York.
- ENGLISH, J. M., ed. *Cost Effectiveness: Economic Evaluation of Engineering Systems* (New York: John Wiley & Sons, 1968).
- ESCHENBACH, T. G. *Engineering Economy: Applying Theory to Practice* (Chicago: Richard D. Irwin, 1995).
- FABRYCKY, W. J., G. J. THUESEN y D. VERMA. *Economic Decision Analysis*, 3a. ed. (Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 1998).
- FLEISCHER, G. A. *Introduction to Engineering Economy* (Boston; PWS Publishing Company, 1994).
- FLEISCHER, G. A. *Risk and Uncertainty: Non-Deterministic Decision Making in Engineering Economy* (Norcross, GA: Institute of Industrial Engineers, Publicación EE-75-1, 1975).
- GOICOECHEA, A., D. R. HANSEN y L. DUCKSTEIN. *Multiobjective Decision Analysis with Engineering and Business Applications* (New York: John Wiley & Sons, 1982).
- GRANT, E. L., W. G. IRESON y R. S. LEAVENWORTH. *Principles of Engineering Economy*, 8a. ed. (New York: John Wiley & Sons, 1990).
- HAPPEL, J. y D. JORDAN. *Chemical Process Economics*, 2a. ed. (New York: Marcel Dekker, 1975).
- HULL, J. C. *The Evaluation of Risk in Business Investment* (New York: Pergamon Press, 1980).
- Industrial Engineering.* Revista de aparición mensual que publica el Institute of Industrial Engineers, Norcross, GA.
- Internal Revenue Service Publication 534. *Depreciation.* U. S. Government Printing Office. Se revisa periódicamente.
- JELEN, F. C. y J. H. BLACK. *Cost and Optimization Engineering*, 2a. ed. (New York; McGraw-Hill Book Co., 1991).
- JONES, B. W. *Inflation in Engineering Economic Analysis* (New York: John Wiley & Sons, 1982).
- KAHL, A. L. y W. F. RENTZ. *Spreadsheet Applications in Engineering Economics* (St. Paul, MN: West Publishing Company, 1992).
- KAPLAN, R. S. y R. COOPER. *The Design of Cost Management Systems* (Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 1999).
- KEENEY, R. L. y H. RAIFFA. *Decisions with Multiple Objectives: Preferences and Value Trade-offs* (New York: John Wiley & Sons, 1976).
- KLEINFELD, IRA H. *Engineering and Managerial Economics* (New York: Holt, Rinehart & Winston, 1986).
- LASSER, J. K. *Your Income Tax* [New York: Simon & Schuster (vea la última edición)].
- MACHINERY AND ALLIED PRODUCTS INSTITUTE. *MAPI Replacement Manual*. Washington, DC: Machinery and Allied Products Institute, 1950.

- MALLIK, A. K. *Engineering Economy with Computer Applications* (Mahomet, IL: Engineering Technology, 1979).
- MAO, J. *Quantitative Analysis of Financial Decisions* (New York: Macmillan, 1969).
- MATTHEWS, L. M. *Estimating Manufacturing Costs: A Practical Guide for Managers and Estimators* (New York: McGraw-Hill, 1983).
- MAYER, R. R. *Capital Expenditure Analysis for Managers and Engineers* (Prospect Heights, IL: Waveland Press, 1978).
- MERRETT, A. J. y A. SYKES. *The Finance and Analysis of Capital Projects* (New York: John Wiley & Sons, 1963).
- MISHAN, E. J. *Cost-Benefit Analysis* (New York: Praeger Publishers, 1976).
- MORRIS, W. T. *Decision Analysis* (Columbus, OH: Grid, 1977).
- MORRIS, W. T. *Engineering Economic Analysis*. (Reston, VA: Reston Publishing, 1976).
- NEWNAN, D. G., J. P. LAVELLE y T. G. ESCHENBACH. *Engineering Economic Analysis*, 8a. ed. (San Jose, CA: Engineering Press, 2001).
- OAKFORD, R. V. *Capital Budgeting: A Quantitative Evaluation of Investment Alternatives* (New York: John Wiley & Sons, 1970).
- OSTWALD, P. F. *Cost Estimating for Engineering and Management*, 3a. ed. (Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 1992).
- PARK, C. S. *Contemporary Engineering Economics* (Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 2002).
- PARK, C. S. y G. P. SHARP-BETTE. *Advanced Engineering Economics*, (New York: John Wiley & Sons, 1990).
- PARK, W. R. y D. E. JACKSON. *Cost Engineering Analysis: A Guide to Economic Evaluation of Engineering Projects*, 2a. ed. (New York: John Wiley & Sons, 1984).
- PETERS, M. S. y K. D. TIMMERHAUS. *Plant Design and Economics for Chemical Engineers*, 4a. ed. (New York: McGraw-Hill, 1991).
- PORTER, M. E. *Competitive Strategy: Techniques for Analyzing Industries and Competitors* (New York: The Free Press, 1980).
- RIGGS, J. L., D. D. BEDWORTH y S. V. RANDHAWA. *Engineering Economics*, 4a. ed. (New York: McGraw-Hill, 1996).
- ROSE, L. M. *Engineering Investment Decisions: Planning Under Uncertainty*. (Amsterdam: Elsevier, 1976).
- SMITH, G. W. *Engineering Economy: The Analysis of Capital Expenditures*, 4a. ed. (Ames, IO: Iowa State University Press, 1987).
- STEINER, H. M. *Engineering Economic Principles* (New York: McGraw-Hill, 1992).
- STERMOLE, F. J. y J. M. STERMOLE. *Economic Evaluation and Investment Decision Methods*, 6a. ed. (Golden, CO: Investment Evaluations Corp., 1987).
- STEWART, R. D. *Cost Estimating* (New York: John Wiley & Sons, 1982).
- STEWART, R. D. y R. M. WYSKIDA, eds. *Cost Estimator's Reference Manual*, (New York: John Wiley & Sons, 1987).
- SULLIVAN, W. G. y W. W. CLAYCOMBE. *Fundamentals of Forecasting* (Reston, VA: Reston Publishing, 1977).
- TAYLOR, G. A. *Managerial and Engineering Economy*, 3a. ed. (New York: Van Nostrand Reinhold, 1980).

- TERBORGH, G. *Business Investment Management* (Washington, DC: Machinery and Allied Products Institute, 1967).
- THUESEN, G. J. y W. J. FABRYCKY. *Engineering Economy*, 9a. ed. (Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 2001).
- VANHORNE, J. C. *Financial Management and Policy*, 8a. ed. (Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 1989).
- WEINGARTNER, H. M. *Mathematical Programming and the Analysis of Capital Budgeting Problems* (Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 1975).
- WELLINGTON, A. M. *The Economic Theory of Railway Location* (New York: John Wiley & Sons, 1887).
- WHITE, J. A., K. E. CASE, D. B. PRATT y M. H. AGEE. *Principles of Engineering Economic Analysis*, 4a. ed. (New York: John Wiley & Sons, 1998).
- WOODS, D. R. *Financial Decision Making in the Process Industry* (Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 1975).
- ZELENY, M. *Multiple Criteria Decision Making* (New York: McGraw-Hill, 1982).

# Respuestas a los problemas

## CAPÍTULO 2

- 2.6** **a)**  $D^* = 2,425$  tarjetas de circuitos/mes  
**b)** Utilidad máxima = \$75,612.50/mes  
**c)**  $D'_1 = 480.6 \approx 481$  tarjetas de circuitos/mes  
**d)**  $D'_2 = 4,369.4 \approx 4,369$  tarjetas de circuitos/mes  
**e)** Rango de la demanda rentable es 481 a 4,369 tarjetas de circuitos por mes
- 2.7** **a)**  $D^* = 227.27$  unidades por año  
**b)**  $\frac{d^2(\text{utilidad})}{dD^2} = -4.4 < 0$ ; utilidad maximizada
- 2.8**  $D^* = 240$  unidades/mes; utilidad máxima = \$4,960/mes  
 $D'_1 = 17.3$  o 18 unidades/mes  
 $D'_2 = 462.7$  o 462 unidades/mes
- 2.9** **a)** Aun cuando  $D^* = 300$  unidades/mes es la demanda óptima, la compañía incurriría en una pérdida en su volumen de producción. No es conveniente fabricar el nuevo producto.
- 2.10** **a)**  $D^* = 4,685$  unidades/mes; utilidad máxima = \$197,461.25/mes  
**b)**  $D'_1 = 2,698$  unidades/mes  
 $D'_2 = 6,672$  unidades/mes  
 El rango de la demanda rentable es 2,698 a 6,672 unidades por mes.

- 2.11** **a)**  $D^* = 200$  unidades/mes  
 $\frac{d^2(\text{utilidad/pérdida})}{dD^2} = -4.4 < 0$ ; por lo tanto,  $D^*$  es un máximo  
**b)** Utilidad máxima = \$7,000/mes  
**c)** El rango rentable es  $D = 13$  a 387 unidades por mes
- 2.12** **a)**  $D^* = 10$  unidades  
**b)**  $\frac{d^2PT}{dD^2} = -60$ ; a  $D = D^*$ ,  $\frac{d^2PT}{dD^2} = -60 < 0$ ; utilidad máxima  
**c)**  $D = 15$  unidades
- 2.13** **a)** El lugar para los desechos sólidos debe ubicarse en el sitio B.  
**b)**  $X = 15.64$  megawatts;  $\frac{d^2\text{utilidad}}{dX^2} = -0.94 < 0$ ; utilidad maximizada
- 2.14**  $D' = 3,112$  bombas/mes; 22.75% reducción en el punto de equilibrio
- 2.15** **a)** De la gráfica,  $D' = \$8,400,000$  por año  
**b)**  $D'$  disminuye a 12%  
**c)**  $D' = \$8,400,000$  por año  $\therefore$  no hay cambio
- 2.16**  $D^* = 50$  unidades/mes  
**b)**  $\frac{d^2(\text{utilidad})}{dD^2} = \frac{-10,000}{D^3} < 0$  para  $D > 1$ ; Utilidad máxima
- 2.17** **a)**  $D^* = 2$  unidades/semana;  $\frac{d^2(\text{utilidad})}{dD^2} = -90 < 0 \therefore$  utilidad máxima  
**b)** Utilidad total = \$180/semana
- 2.18** **a)**  $D' = 40,000$  unidades/año

- b)** Utilidad (90% de capacidad) = \$2,500,000/año  
**c)** Utilidad (100% de capacidad) = \$2,800,000/año
- 2.19 a)**  $X^* = 0.0305$  metros  
**b)**  $\frac{d^2(\text{CTA})}{dX^2} = \frac{3.6}{X^{5/2}} > 0$ , para  $X > 0$ ;  
 $X^*$  es un mínimo  
**c)** El costo del aislamiento adicional (costo variable directamente) se negocia contra el valor de la reducción en la pérdida de calor (costo variable indirectamente)
- 2.20** Cosechar el cultivo en 2.5 semanas para recibir un ingreso máximo de \$6,125.
- 2.21 a)** 500 moldes/hora  
**b)** La preferencia cambia de 500 moldes/hora a 100 moldes/hora, para un incremento del 42% en los costos de producción total por hora
- 2.22** Velocidad = 10.25 mph
- 2.23**  $v^* = 0.447$  mph
- 2.24 a)** Seleccionar la máquina B (\$5.32/parte)  
**b)** Seleccionar la máquina A (\$3.09/parte)
- 2.25 a)** Velocidad B (costo/pieza) = \$1.04/pieza  
**b)** El trabajo y los gastos de operación adicionales se negocian para una salida (producción) mayor
- 2.26** Seleccionar herramienta de acero para minimizar los costos conjuntos por pieza (\$0.71/pieza)
- 2.27** Velocidad C (costo/pieza = \$0.0195/pieza)
- 2.28 a)** Comprar el artículo (costo = \$8.50/artículo)  
**b)** Fabricar el artículo (costo = \$8.65/artículo)
- 2.29** Debe seleccionarse la aleación de latón y cobre para ahorrar \$28.25 en el ciclo de vida de cada radiador
- 2.30 a)** Seleccionar la operación 1 para maximizar la utilidad (utilidad = \$4,640/día)  
**b)** El incremento en la producción para la operación 1 se negocia con el cambio en el incremento del tiempo de herramienta (menos tiempo), y el balance es favorable a la operación 1 sobre la 2
- 2.31 a)** Cualquier máquina producirá las requeridas 30,000 unidades/3 meses, sin defectos
- b)** Seleccionar la máquina A (costo/unidad no defectuosa = \$6.46/unidad)  
**2.32 a)** Seleccionar el diseño B (costo = \$0.33/unidad)  
**b)** Los ahorros del diseño B sobre el A son de \$0.04065/unidad.
- 2.33** La respuesta depende de las suposiciones que se hagan
- 2.34 a)** Torno: \$200 por 40 unidades; máquina AT: \$97 por 40 unidades
- 2.35** Seleccionar el método 1 (utilidad = \$10,974,000)
- 2.36** Seleccionar el método B (utilidad/onza = \$76.50)
- 2.37 a)** Falso; **b)** Falso; **c)** Verdadero; **d)** Verdadero; **e)** Verdadero; **f)** Falso; **g)** Verdadero; **h)** Verdadero; **i)** Falso; **j)** Verdadero; **k)** Verdadero; **l)** Falso; **m)** Verdadero; **n)** Falso; **o)** Verdadero; **p)** Verdadero; **q)** Falso
- 2.38 a)**  $\lambda^* = (C_I/C_R t)^{1/2}$   
**b)**  $\frac{d^2C}{d\lambda^2} = \frac{2C_I}{\lambda^3} > 0$  para  $\lambda > 0$ ; costo mínimo del ciclo de vida
- c)** Costo de inversión *versus* los costos totales por reparación
- 2.39** Seleccionar el proceso 1 (utilidad = \$2,640.00/día)
- 2.40 a)**  $X = 2,500$  millas **b)**  $X = 1,100$  millas  
**c)** hay dos puntos de equilibrio

## CAPÍTULO 3

- 3.1**  $I = \$4,250$   
**3.2**  $L = \$7,560$   
**3.3** Seleccionar c  
**3.4** \$200 (años 1 a 4); \$100 (años 5 a 8); intereses totales pagados = \$1,200  
**3.5** Intereses totales pagados = \$1,823.07. La diferencia de \$623.07 se debe a la capitalización  
**3.6 a)** Total de interés pagado = \$2,400  
**b)** Pago de principal en el año 3 = \$2,070.60; total de interés pagado = \$1,660.60  
**3.7 a)**  $P_1 = \$3,141$ ;  $P_3 = \$3,529.54$   
**b)** Cantidad que se deja para saldar al comienzo del año 3 = \$3,529.54  
**c)** La cantidad es menor porque parte del principal salda cada año

- 3.8**  $A = \$2,925$
- 3.9**  $A = \$497$
- 3.10**  $F = \$3,215.40$
- 3.11**  $A = \$5,548$
- 3.12** Interés total = \$7,200; el interés total que se paga en el problema 3.11 es de \$7,740
- 3.13**  $A = \$184$
- 3.14**  $i = 14\%$
- 3.15** **b)**  $F_7 = \$1,754,102.16$  (sección 3.8);  $F_7 = \$1,516,600$  (sección 3.14); la diferencia en los montos de  $F_7$  se deben al redondeo de los valores del factor de interés
- 3.17**  $A = \$3,397.50$
- 3.18**  $P = \$73,748.40$
- 3.19**  $P \leq \$3,280.16$
- 3.20**  $A = \$4,417$
- 3.21**  $F_4 = \$124,966$
- 3.22** **a)**  $N \approx 8$  años    **b)**  $i = 15.11\%$   
**c)**  $P = \$720.96$     **d)**  $A = \$277.40$
- 3.23** Regla de 72,  $N \approx 7.2$  años; la solución exacta es  $N = 7.2725$  años
- 3.24** **c)**  $P_0 = 8.3333A$
- 3.25** I = \$1,477.50; II = \$342.78; III = \$110.25; IV = \$783.63; V = \$1,000
- 3.26**  $F_4 = \$13,490$ , seleccionar D
- 3.27**  $A = \$55.74$
- 3.28**  $N = 49$  años
- 3.29** **a)**  $N \approx 5$  años  
**b)**  $P_2 = \$656.04$
- 3.30**  $A = -\$681.86$
- 3.31**  $i = 4.94\%$  por año
- 3.32**  $P = \$33,511.70$
- 3.33**  $i \approx 7\%$  por año
- 3.34**  $P_0 = \$14,171.62$
- 3.35**  $Z = \$3,848.15$
- 3.36**  $F_{12} = \$3,269.12$
- 3.37**  $A_2 = \$189.68$
- 3.38**  $A_1 = \$1993.67$ ;  $A_2 = \$1543.50$
- 3.39**  $i'/año = 11.55\%$  por año
- 3.40**  $P_0 = \$433.28$
- 3.41**  $F_5 = \$664.99$
- 3.42**  $W = \$714.25$
- 3.43**  $Z = \$63.09$
- 3.44**  $A = \$1,417.16$
- 3.45**  $P_0 = -\$165,104$
- 3.46**  $F_{12} = \$8,198.11$
- 3.47**  $N = 11$  años
- 3.48**  $P_0 = \$471.20$ ;  $A = \$90.52$
- 3.49**  $A = \$1,203.69$
- 3.50**  $P_0$  (ingreso por renta) = \$8,288.56 > \$8,000 =  $P_0$  (inversión), por lo tanto, es una buena inversión
- 3.51**  $Z = \$608.21$
- 3.52**  $Z = \$1,256.05$
- 3.53** **a)**  $i = 7.86\%$   
**b)**  $N = 6.1$  períodos; si se desea un valor entero, elegir  $N = 7$  períodos  
**c)**  $F = \$93,841.30$   
**d)**  $G = \$466.34$
- 3.54**  $P_0 = \$820.12$
- 3.55**  $K = \$1,034.25$
- 3.56**  $P_0 = \$100(P/A, 10\%, 4) + \$100(P/G, 10\%, 8)$
- 3.57**  $F = \$3,500.14$
- 3.58**  $A = \$124.34$
- 3.59**  $A = \$437.14$
- 3.60**  $A = \$593.10$
- 3.61**  $P_0 = \$24,678.64$ ; instalar el aislamiento
- 3.62**  $Q = \$435.75$
- 3.63**  $N = 8$  años
- 3.64**  $B = \$13,370.26$
- 3.65**  $P_0 = \$721,285$
- 3.66**  $P_0 = \$4,672.61$
- 3.67**  $A = \$2,790.83$
- 3.68** **a)**  $P_0 = \$61,217.76$   
**b)**  $A = \$12,323.13$   
**c)**  $A_0 = \$9,345.79$
- 3.69**  $P_0 = \$9,191.97$
- 3.70**  $P_0 = \$23,853.74$
- 3.71**  $\$5,573.90$
- 3.72** **a)**  $i_{CR} = 2\%$  por año  
**b)**  $P_0 = \$36,204.86$   
**c)**  $P_0 = \$29,896 + 34.22G$   
**d)**  $G = \$184.36$
- 3.74**  $F = \$28,226.38$
- 3.75** **a)**  $i = 10.25\%$   
**b)**  $i = 10.38\%$   
**c)**  $i = 10.51\%$
- 3.76**  $A = \$1,430$ ; seleccionar D
- 3.77** **a)**  $A = \$249.99$   
**b)**  $A = \$22,742.33$
- 3.78** **a)**  $A = \$1,696.00/\text{mes}$ ;  $i/año = 6.17\%$   
**b)**  $i/\text{trim} = 1.51\%$
- 3.79**  $P_0 = \$10,847.43$
- 3.80**  $P_0 = \$4,729.87$
- 3.81** **a)**  $P = \$91,276.00$   
**b)**  $P = \$93,820.50$   
**c)**  $P = \$93,363.50$

- 3.82**  $F = \$24,465$   
**3.83**  $N = 30$  meses  
**3.84**  $F = \$1,402.63$   
**3.85**  $N \approx 70$  meses  
**3.86**  $P_0 = \$14,579$ ; seleccionar C  
**3.87** **a)**  $i/\text{año} = 8.24\%$ ;  $F = \$6,340.50$   
**b)**  $i/6 \text{ meses} = 4.04\%$ ;  $F = \$2,655.84$   
**3.88**  $P_0 = \$11,359$   
**3.89**  $P_0 = \$1,824.21$   
**3.90**  $A = \$312$ ; seleccionar C  
**3.91**  $r = 17.56\%$   
**3.92**  $A = \$557.25$   
**3.93**  $F = \$17,303.19$   
**3.94**  $P_0 = \$4,653.33$   
**3.95**  $F_4 = \$11,109.06$   
**3.96** **a)** Falso      **b)** Falso      **c)** Falso  
**d)** Verdadero      **e)** Falso      **f)** Verdadero  
**g)** Falso      **h)** Falso      **i)** Falso  
**3.97** **a)**  $A = \$543.67$   
**b)**  $P = \$7,409.40$   
**c)**  $F = \$3,668.30$   
**d)**  $F = \$2,054.40$   
**3.98**  $Z = \$1,421.67$   
**3.99**  $F_{18} = \$42,207$   
**3.100**  $P_0 = \$767.43$   
**3.101**  $r = 8.35\%$   
**3.102**  $A = \$1,320.66$   
**3.103** **a)**  $P = \$13,094.20$   
**b)**  $r = 9.19\%$ ,  
**3.104** **a)**  $F = \$362,944$   
**b)**  $A = \$60,386$   
**3.105** **a)**  $F = \$526,217$   
**b)**  $r = 10\%$ ,  $F = \$133,965$   
**c)**  $N = 16.38$  (o 17) años  
**3.106**  $N = 5$  años  
**3.107** **a)**  $P = \$3,296,800$   
**b)**  $P = \$40,260.60$   
**c)**  $r = 20\%/\text{año} = 5\%/\text{trimestre}$ ;  $P = \$7,408$   
**3.108** Diferencia = \$1,269.00  
**3.109** **a)** Verdadero  
**b)** Verdadero  
**c)** Falso  
**d)** Falso  
**e)** Falso  
**f)** (i)  $(F/P, i\%, N)$  (ii)  $(P/G, i\%, N)$

## CAPÍTULO 4

- 4.1** No. Una TREMA mayor reduce el valor presente de los flujos de entrada futuros que crean los ahorros (reducciones) en los costos de operación anual. La inversión inicial (en el tiempo 0) no se ve afectada, por lo que las TREMA reducen el precio que una compañía estaría dispuesta a pagar por este equipo  
**4.2** **a)**  $VP = \$82,082.78 > 0$ , la propuesta es aceptable  
**b)**  $TIR = 15.48\% > 12\%$ , la propuesta es aceptable  
**c)** Período de recuperación simple = 5 años  
**4.3** **a)**  $VP = -\$13,423.57$   
**b)**  $RC = \$1,828$  (igual para las tres ecuaciones)  
**4.4** **a)**  $VP = \$2,911.60$ ;  $VF = \$5,855.60$ ;  $VA = \$868.70$   
**b)**  $TIR = 27.2\%$ , sí, ya que la  $TIR > TREMA$ , el proyecto es aceptable  
**c)**  $TER = 21\%$   
**4.5** Comprar el rancho ( $VP = \$1,185.80 > 0$ )  
**4.6**  $VP = \$3,526.50 > 0$ ; la compañía debe invertir en la línea nueva de productos  
**4.7** **a)**  $V_N = \$750.77$   
**4.8**  $P_0 = \$6,693.37$   
**4.9**  $i/\text{año} = 10.88\%$   
**4.10** **a)**  $V_N = \$7,688.96$   
**b)**  $A = \$150,892.90$   
**4.11**  $C = \$702.21$   
**4.12**  $i = 7.5\%$  cada seis meses  
**4.13**  $N \approx 24$  meses  
**4.14**  $VP = \$5,671.40$   
**4.15**  $A = \$4,490/\text{año}$   
**4.16**  $I = \text{inversión de capital} = \$25,058.39$   
**4.17**  $A = \$3,102.45$   
**4.18**  $VF = \$14,580.72 \geq 0$ , se recomienda el proceso R  
 $VA = \$620 \geq 0$ , se recomienda el proceso R  
**4.19**  $VA = -\$577.81 < 0$ ; no es una buena inversión  
**4.20** Montos de recuperación de capital:  
Año 1 = \$250, Año 2 = \$240, Año 3 = \$230, Año 4 = \$120

- 4.21** **a)** Conforme  $i \rightarrow \infty$ , el VP se aproxima a  $-\$3,000$   
**b)**  $\theta' = 6$  años  
**c)**  $VP(0\%) = -\$1,000$ ;  $VA(0\%) = -\$166.70$
- 4.22** Costo total/unidad = \$4.32/unidad; precio de venta/unidad = \$5.18/unidad
- 4.23** TPA = 22.8% capitalizable en forma mensual
- 4.24** **b)**  $i/\text{año} = 22.4\%$  por año
- 4.25**  $i = 40.9\%$  por año
- 4.26**  $i = 51.1\%$  por año
- 4.27**  $i' \approx 14.7\%$ , y se desea comenzar un programa personal de ahorro tan pronto como sea posible, ya que el retraso requiere una tasa de rendimiento más elevada, monto anual incrementado, o ambos, para lograr el objetivo que se establezca
- 4.28**  $i/\text{año} = 26.7\%$  por año
- 4.29**  $X = \$19,778$
- 4.30**  $TIR = 21.5\% > TREMA$ ; la línea de productos parece rentable
- 4.31** **a)** 15.2%  
**b)** 18.8%  
**c)** 21.5%  
**d)** 20%
- 4.32** **a)**  $TIR = 14.1\%$   
**b)**  $TIR = 0\%$   
**c)**  $i/\text{año} = 20\%$  por año
- 4.33**  $i' \% = 12.3\%$
- 4.36**  $i = 8.6\%$  por año
- 4.37** **a)**  $TIR = 10\%$   
**b)**  $VF(12\%) = -\$27,070.25$   
**c)**  $TER = 10.74\%$
- 4.39**  $i = 1.24\%$  por año
- 4.40**  $VP = \$630.43 \geq 0$ , el proyecto es aceptable  
 $VF = \$1,677.14 \geq 0$ , el proyecto es aceptable  
 $VA = \$151.56 \geq 0$ , el proyecto es aceptable  
 $TIR = 24.9\% \geq 15\%$ , el proyecto es aceptable  
 El periodo de recuperación simple es = 4 años =  $\theta < 5$  años, el proyecto es aceptable  
 Periodo de pago descontado = 6 años =  $\theta' \leq 6$  años, el proyecto es aceptable  
 $TER = 20.9\% \geq 15\%$ , el proyecto es aceptable
- 4.41** **a)**  $\theta' = 6$  años  
**b)**  $i' \% = 29.4\%$  por año

- 4.42** **a)**
- | N años | P (= precio asequible) |
|--------|------------------------|
| 5      | \$328,403.80           |
| 6      | \$373,572.20           |
| 7      | \$413,908.10           |
| 8      | \$449,911.30           |
| 9      | \$482,062.20           |
| 10     | \$510,772.00           |
- b)**  $\theta \approx 4$  años
- 4.43** **a)**  $VP(15\%) = \$185.95 \geq 0$ ; rentable en lo financiero  
**b)**  $\theta = 5$  años  
**c)**  $\theta' = 5$  años
- 4.44** **a)**  $TIR = 24.7\% > TREMA$ , el proyecto es rentable  
**b)**  $\theta = 4$  años > 3 años; el proyecto no es aceptable
- 4.45**  $TIR = 4.9\%$  y  $31.2\%$  por año  
 $TER = 7.6\%$  por año
- 4.46** **b)**  $TER = 25.9\%$
- 4.47** **a)**  $i' \% = 1/2\%$  y  $28.8\%$  por año  
**b)**  $TER > 20\%$ ; el proyecto es aceptable
- 4.48** **a)** En los tres casos,  $TIR = 15.3\%$ ; esto se cumple tanto para el FDA 0 como para el FDA 4, como punto de referencia en el tiempo  
**b)** Seleccionar el tercer caso para maximizar  $VP(10\%)$ ; sin embargo, el  $VP(TIR = 15.3\%)$  sería igual a cero para las tres situaciones
- 4.49** **a)**  $N \approx 348$  meses (pasados los 62 años de edad), es probable que comience a recibir pagos del seguro social a la edad de 65 años  
**b)** Comenzar a recibir el seguro social a los 62 años de edad  
**c)** Si su tío espera vivir más de 75 años, es preferible diferir los pagos del seguro social a la edad normal de 65 años con  $i = 0\%$  por mes
- 4.50** **a)**  $VA = \$1,828$ , es una buena inversión  
**b)**  $TIR = 15.3\%$ ,  $\theta = 4$  años,  $\theta' = 5$  años  
**c)** Otros factores son el precio de venta de las unidades repetidas, la vida de la máquina, reputación de la compañía y la demanda del producto

**CAPÍTULO 5**

- 5.1** **a)** Alternativa II  
**b)** Alternativa II  
**c)** Regla 1; los ingresos netos anuales de las alternativas varían.
- 5.2** **a)** Seleccionar el diseño 3 ( $VA = \$141.10$ )  
**b)** Seleccionar el diseño 3 ( $VF = \$2,886.10$ )
- 5.3** Seleccionar el diseño D3 ( $VP = -\$5,233,268.80$ )
- 5.4** Seleccionar el edificio de departamentos ( $VA = \$32,016$ )
- 5.5** **a)** 1;  
**b)** 4;  
**c)** 5;  
**d)** 2
- 5.6** **a)** Seleccionar el producto 2 ( $VP = \$12,897$ )  
**b)**  $TIR_{\Delta} = 10.4\%$ , seleccionar el producto 2
- 5.7** Seleccionar C
- 5.8**  $i'_{\Delta} \% = 13.7\% < 15\%$ , por lo que la alternativa B es la mejor
- 5.9** Seleccionar el diseño 3
- 5.10** Seleccionar el diseño B
- 5.11** Seleccionar A1; ya que maximiza el valor VA (y A2 no se justifica en lo económico con una demanda = 91,000 unidades/año).
- 5.12** **a)** Seleccionar el diseño C ( $VA = -\$25,781$ )  
**b)** Seleccionar el diseño C
- 5.13** Seleccionar el diseño A (pavimento de concreto)
- 5.14** Con ambos métodos se selecciona el motor B ( $VP = -\$3,470.54$ )
- 5.15** Seleccionar el motor A ( $VA = -\$3,606.43$ )
- 5.16** Suponer repetición; seleccionar la alternativa C ( $VA = \$60.00$ )
- 5.17** Seleccionar el proceso S ( $VA = \$1,639.84$ )
- 5.18** Seleccionar la máquina D2 (costo anual equivalente = \$25,116)
- 5.19** **a)** B  
**b)** B  
**c)** B  
**d)** La renta de la grúa A *no* es preferible a la alternativa (B) seleccionada, pero sí lo sería a la compra de la grúa A
- 5.20** **a)** El bulbo luminoso estándar es menos caro que \$0.44 por año
- 5.21** **a)** Seleccionar la máquina A ( $VA = \$227$ )  
**b)** Seleccionar la máquina A ( $VP = \$1,139$ )  
**c)** Seleccionar la máquina A ( $i'_{\Delta} \% = 0 < 15\%$ )
- 5.22** **a)** Seleccionar la alternativa 1,  $VA = \$4,552$   
**b)** Seleccionar la alternativa 1,  $VA = \$4,552$   
**c)** Seleccionar la alternativa 2,  $VF = \$47,179$
- 5.23** La elección preferible es la L1
- 5.24** **a)** Seleccionar la alternativa E1 ( $VA = -\$16,990$ )  
**b)** Seleccionar la alternativa E2 ( $VA = -\$19,256$ )
- 5.25** Seleccionar el plan A ( $VC = -\$66,500$ )
- 5.26** Seleccionar el diseño D1 ( $VC = -\$147,000$ )
- 5.27** Seleccionar para el puente el diseño L ( $VC = -\$378,733$ )
- 5.28** **a)**  $VC = \$34,591$   
**b)**  $N = 80$  años
- 5.29** Seleccionar la alternativa E2 ( $VP = -\$273,100$ )
- 5.30** **a)** Seleccionar la alternativa D1, ( $VF = \$87,722$ )  
**b)** Seleccionar la alternativa D1, ( $TIR_{\Delta} = 9.13\%$ )  
**c)** Porque TREMA = 12% >  $TIR_{\Delta} = 9.13\%$
- 5.31** Se recomienda el diseño ER2
- 5.32** Seleccionar los proyectos A1 y C1 para invertir
- 5.33** De las 29 combinaciones factibles, la AME 25 maximiza el valor presente con  $i = 10\%$ ; las propuestas A1, B1 y C1 deberían implantarse; se supone que los \$200,000 restantes se invertirían en cualquier otro proyecto de la empresa con TREMA = 10%
- 5.34** Elegir los proyectos X y Y (AME #4) para invertir ( $VP = \$17,520$ )
- 5.35** **a)** AME 0, 1, 2, 3  
**b)**  $VP_{AME2}(12\%) = \$28,713$
- 5.36** Seleccionar la combinación mutuamente excluyente número 2 (proyectos A y B) con base en los valores presentes
- 5.37** Seleccionar la alternativa S1 ( $VC = -\$150,927$ )
- 5.38** Debe recomendarse un edificio de 50 pisos
- 5.39** Producir helados en envases de un cuarto
- 5.40** Graficar el  $VP(\Delta)$  versus  $i\%$  muestra una  $TIR_{\Delta}$  única en  $i = 16.9\%$
- 5.41**  $X = \$1,147,790$  cada cinco años
- 5.43** Seleccionar la opción II para continuar el proyecto ( $VP = \$43,792$ ).

**CAPÍTULO 6****6.6** a)  $d_2 = \$6,000$ b)  $d_2 = \$7,143$ c)  $d_2 = \$11,200$ d)  $d_2 = \$5,000$ **6.7** a) 5

b) 3

c) 4

**6.9** Base = \$120,000

1. d) \$19,200

2. a) \$96,000

3. c) \$12,885

4. b) 7 años

5. a) \$17,148

6. b) \$52,476

7. b) \$7,494

**6.10** a)  $B = \$17,200$ 

b) \$6,480

**6.11** a)  $d_3 = \$3,428.57; VL_5 = \$42,857.15$ b)  $d_3 = \$5,485.71; VL_5 = \$32,571.43$ c)  $d_3 = \$6,297.38; VL_5 = \$27,759.86$ d)  $d_3 = \$10,494.00; VL_5 = \$13,386.00$ e)  $d_3 = \$4,285.71; VL_5 = \$40,714.30$ **6.12** a) 5 añosb)  $d_4 = \$17,280$ c)  $VL_4 = \$25,920$  (principio del año 5)**6.13** a) SGD:

$$\begin{aligned}d_1 &= \$60,000; d_4 = \$34,560 \\d_2 &= \$96,000; d_5 = \$34,560 \\d_3 &= \$57,000; d_6 = \$17,280\end{aligned}$$

$$\text{SDA: } \begin{aligned}d_1 &= d_7 = \$25,000 \\d_2 &= d_3 = \dots = d_6 = \$50,000\end{aligned}$$

$$\text{b) } VP_{SGD} = \$221,431.15; VP_{SDA} = \$194,566.30; VP_A = \$26,864.85$$

$$\text{b) } VP(LR) = \$294,941; VP(DB) = \$319,538; VP(SGD) = \$360,720$$

$$\text{b) } VL_4 = \$19,786$$

$$\text{c) } d_4^* = \$70,015$$

$$\text{b) } d_4 = \$2,000; BV_4 = \$11,000$$

$$\text{b) agotamiento por costo (este año)} = \$280,000$$

$$\text{b) tolerancia porcentual de agotamiento} = \$236,250; \text{ aceptable}$$

$$\text{b) agotamiento por costo} = \$200,000 \quad (\text{máximo})$$

$$\text{b) tolerancia de agotamiento porcentual} = \$43,000$$

**6.19** costo unitario ajustado por tolerancia de agotamiento = \$0.371/MCF**6.20** a) \$18,850

b) \$71,150

c) \$130,000

**6.21** a) Ingreso gravable = \$1,700,000; impuesto sobre la renta = \$578,000

b) INDI = \$1,122,000

c) FEDI = \$2,322,000

**6.22** a) (b)

b) (c)

c) (d)

d) (e)

e) (d)

f) (c)

g) (a)

**6.23**  $t = 37.96\%; t = 41.92\%$ **6.24** Impuestos sobre la renta (con proyecto) = \$11,250

Impuestos sobre la renta (sin proyecto) = \$9,250

**6.25**  $i\% = 4.4\%/6 \text{ meses}, r = 8.8\%/\text{año}, i = 8.99\%/\text{año}$  (interés efectivo)**6.26** Suponga repetición; seleccionar la alternativa A: plástico ( $VA_A = -\$1,184$ )**6.27** Si el costo por renta < \$8,733 por año, rentar los tanques; de otro modo, comprarlos**6.28** Suponer repetición; seleccionar el arreglo X ( $VA = -\$4,989$ )**6.29** TIR = 22.2%**6.30** Seleccionar la máquina B ( $VA = \$6,678$ ,  $VP = \$60,000$ )**6.31** Seleccionar el diseño S1 ( $VA = -\$290$ )**6.32** a) Seleccionar el método M2 ( $VP = -\$54,211$ )b) Seleccionar el método M2 ( $VA = -\$9,180$ )**6.33** El gasto anual agregado puede llegar a ser de \$1,774, y la TIR todavía excedería el 10%**6.34** a) TREMA (antes de impuestos) = 25%b)  $VM_8 - VL_8 = \$10,000$ c) No comprar la máquina nueva  
[( $VP_{FEDI}(15\%) = -\$25,082 < 0$ )]**6.35**  $N = 6$  años**6.36** a) Seleccionar A ( $VA_A = -\$7,883$ )b) Seleccionar A ( $VP_A = -\$26,426$ )

c) Seleccionar A con base en el análisis incremental de la TIR

**6.37** \$864,135/año

- 6.38** a)  $VP = -\$171,592$   
b)  $VA = -\$37,115$
- 6.39** a)  $TIR = 75.3\%$   
b)  $TIR = 79.4\%$   
c)  $TIR = 129.3\%$
- 6.40** a)  $VP(10\%) = \$66,150$   
b) Sí
- 6.41**  $VP(10\%) = \$17,208$
- 6.42**  $VA(12\%) = \$3,468$  tanto para el FEDI como para el VEA
- 6.43** No, no es una inversión rentable.
- 6.44** FEDI para el FDA 6–10 = \$64,000
- 6.45** a) FEDI para FDA 1–10 = \$6,700,000  
b)  $VP(12\%) = -\$2,143,660$
- 6.46** Aceptar la propuesta II

**CAPÍTULO 7**

- 7.4**  $C_{2005} = \$262,780$
- 7.5**  $\bar{I}_{2004} = 153.5\%$
- 7.6** a)  $\bar{I}_R = 154.9$ ;  $I_C = 203.4$   
b)  $C_C = \$412,710$
- 7.7** a)  $\bar{I}_{2004} = 176$   
b)  $\bar{I}_{2000} = 144.5$   
 $C_{2004} = \$791,696$
- 7.8** Costo = \$354,879
- 7.9** La diferencia entre las estimaciones alta y baja es del 59.8%; por lo tanto, no debe esperarse que la estimación sea más exacta del +50%
- 7.10** Costo = \$12,641,919
- 7.11** a) Costo = \$6,300/año
- 7.12** a) Costo = \$229,707  
b) Costo = \$127,512
- 7.13** Costo = \$345,914
- 7.14**  $C_{2006} = \$11,541$
- 7.15** a)  $Z_8 = 108$  horas;  $Z_{50} = 94.3$  horas  
b)  $C_5 = 117.5$  horas
- 7.16** a)  $K = 19.7$  horas  
b)  $Z_{1000} = 3.9$  horas
- 7.17** 31.4% de reducción en costos indirectos
- 7.18** Costo total = \$228,678
- 7.19** a)  $\bar{I}_{B1} = \frac{198.6}{127.3} = 1.56$  o 156%  
 $\bar{I}_{B2} = \frac{192.0}{125.5} = 1.53$  o 153%
- 7.20** a) Costo =  $50,631 + 51.5x$  (a  $x = 23,000$   $ft^2$ , costo = \$1,235,131)  
b)  $SE = 59,730$   $R = 0.9765$

- 7.21** a)  $y = 31.813 + 0.279x$   
b)  $R = 0.99$   
c)  $y = \$101.56$
- 7.22** Precio unitario de venta = \$248,000
- 7.23** Precio unitario de venta = \$31.50/artefacto
- 7.24** a) Utilidad máxima = \$26.04; margen de utilidad = 6.61%  
b) Costo objetivo @ margen de utilidad de 15% = \$365.22 (no puede alcanzarse)
- 7.25**  $X = 4.497$  unidades
- 7.26** a) Costo total de manufactura = \$2,284.94; precio unitario de venta = \$2,741.92  
b) Costo objetivo = \$2,000
- 7.28** Costo total = \$2,239,046
- 7.29**  $s = 0.9$  (curva de aprendizaje del 90%)
- 7.30** a) Precio unitario de venta = \$0.445 por unidad  
b) Costo objetivo = \$0.435 por unidad  
c) Es posible que se logre la reducción de \$0.01 en el costo unitario si se renegocia el costo del material para la producción
- 7.31** La estimación de 1997 es de \$320,274,240 para la planta

**CAPÍTULO 8**

- 8.1** a)  $VP(i_c) = \$6,082$   
b)  $VP(i_r) = \$8,111$
- 8.2**  $N \approx 18$  años
- 8.3** Seleccionar la situación 2 ( $VF_5 = \$4,000$ )
- 8.4** La alternativa B tiene el VP menos negativo en el momento 0 ( $VP = -\$369,070$ )
- 8.5** Alternativa 1 ( $VP = \$10,000$ )
- 8.6** \$31,746; \$32,069; \$31,564; y \$30,361
- 8.7**  $f = 2.77\%$
- 8.8**  $VF_{10} = \$19,231$
- 8.9** a) Inversión total de capital = \$24,230,790  
b)  $VP(12\%) = -\$28,584,440$   
c)  $VA(4\%) = -\$3,524,460$
- 8.11**  $P_0(A\$) = \$43,755$
- 8.12**  $N = 5$  años
- 8.13**  $TIR_r = 1.85\%$  por año
- 8.14** a)  $VF$  (en A\$) = \$144,105  
b)  $VA$  (en R\$) = \$44,932

- 8.16** Producto A:  $\bar{f} = 6.00\%$  por año; producto B:  $\bar{f} = 8.33\%$  por año
- 8.17** **a)** FEDI =  $-\$50,640$  (FDA 1);  $-\$38,904$  (FDA 2);  $-\$33,194$  (FDA 3);  $-\$33,514$  (FDA 4);  $-\$33,865$  (FDA 5);  $-\$34,252$  (FDA 6)  
**b)**  $i_c = 15\%$  por año; VP =  $-\$146,084$ ; CAUE =  $\$38,595$
- 8.18** Ingreso anual =  $\$305,286$
- 8.19** VP(18%) =  $-\$12,234$
- 8.20** Los ahorros en el año 1 (en A\$) deben ser de  $\$11,875$  por motor para alcanzar el punto de equilibrio.
- 8.21** **a)** VA(A\$) =  $-\$1,859$   
**b)** VA(R\$) =  $-\$1,309$
- 8.22** TIR<sub>A-B</sub> < 0%; seleccionar la máquina A
- 8.23** X =  $\$393,790,000$  (tanto para a como para b)
- 8.24** Seleccionar el diseño 2 (VP =  $\$5,789.86$ )
- 8.25** VP =  $-\$359,665$
- 8.26**  $i_c = 26\%$
- 8.27** **a)**  $\$356,557$
- 8.28** Seleccionar la alternativa de comprar (VF<sub>6</sub> =  $-\$1,823,920$ )
- 8.29** **a)** 6.08 unidades de X  
**b)** 6.91 unidades de X
- 8.30** **a)**  $i_{fc} = 36.08\%$  por año  
**b)**  $i_{fc} = 18.44\%$  por año
- 8.31** **a)** VP(18%) =  $-\$19,635$ , no es aceptable  
**b)** TIR<sub>fc</sub> = 28.0% por año  
**c)** TIREUA =  $14.29\% < 18\%$ ; no es aceptable
- 8.32**  $i_{EUA} = 22.7\%$ ,  
 $VP(22.7\%) = \$70,583,300 > 0$   
Sí, este proyecto cumple con los criterios de decisión de la compañía
- 8.33** Podrían gastarse  $\$39,836$  en software, con un acuerdo de actualización de 3 años (opción 1)
- 8.34** Se aclara que éste es un ejercicio construido a la medida (a criterio del instructor)
- 9.3** Reemplazar la grúa antigua ( $VA_{Retador} = -\$3,678 > VA_{Defensor} = -\$4,952$ )
- 9.4** **a)**  $N = 3$  años  
**b)**  $N = 1$  año  
**c)**  $N = 4$  años
- 9.5**  $N = 3$  años
- 9.6** Reemplazar al defensor después de dos años
- 9.7** **a)** La máquina nueva mejorada debería reemplazar de inmediato a la máquina actual  
**b)** Conservar la máquina actual por dos años más
- 9.8**  $N = 6$  años
- 9.9** Debe conservarse al defensor debido a que el VA durante su vida útil tiene el valor menos negativo ( $-\$15,382$ )
- 9.10** Conservar la máquina antigua
- 9.11** Reforzar el puente que ya existe
- 9.12** La centrifugadora debe conservarse durante tres años antes de abandonarla
- 9.13**  $N = 5$  años
- 9.14** La inversión total después de impuestos en el defensor es de  $\$13,938$
- 9.15** **a)**  $N_{defensor} = 1$  año;  $N_{retador} = 3$  años  
**b)**  $N = 2$  años  
**c)** Suposiciones: periodo infinito de análisis, con ciclos repetitivos de reemplazo por el retador (cada tres años) que comienzan al final del segundo año
- 9.16** Conservar al defensor ( $VP_{FEDI} = -\$3,677$ )
- 9.17** **b)** Conservar al defensor, ya que  $TER_{\Delta} < TREMA$
- 9.18** Conservar al defensor, pues  $i'_{\Delta} \approx 1.36\% < TREMA (12\%)$
- 9.19** Seleccionar al retador ( $VP_{FEDI} = -\$1,440,423$ )
- 9.20** Conservar al defensor ( $VA_{FEDI} = -\$10,507$ )
- 9.21** Seleccionar al defensor ( $VP_{FEDI} = -\$70,875$ )
- 9.22** Seleccionar al retador ( $VP_{FEDI} = -\$46,793$ )
- 9.23** Arrendar al retador ( $i'_{\Delta} \approx 4.5\% < TREMA$ )
- 9.24**  $I = \$93,939$

## CAPÍTULO 9

- 9.1** Conservar el antiguo montacargas ( $VP_{Defensor} = -\$23,331 > VP_{Retador} = -\$24,247$ )
- 9.2** Con base en el análisis incremental, conservar el vehículo antiguo

- 9.25** Reubicar los transformadores existentes  
( $VC = -\$4,239$ )

## CAPÍTULO 10

- 10.4** El valor neto anual es más sensible a los cambios en el flujo anual neto de efectivo; sin embargo, la decisión de invertir en el proyecto es relativamente insensible a los cambios dentro del rango especificado
- 10.5** **a)**  $VM_2 = \$2,050$   
**b)**  $N = 7.3$  años
- 10.6** **a)**  $H = 867$  horas/año  
**b)** Seleccionar el motor marca XYZ ( $VA = -\$17,987$ )
- 10.7** **a)** El plan preferible es relativamente insensible a los errores en la estimación de los desembolsos anuales  
**b)** El plan preferible es relativamente insensible a los errores en la estimación de la TREMA
- 10.8** Costo de la energía eléctrica = 1.88 centavos/kW-hora
- 10.9**  $X = \$993,953$  en ingresos anuales por año
- 10.10** **a)** El proyecto tiene atractivo económico ( $VA = \$232,625$ )  
**b)** La decisión es más sensible a los cambios en la tasa de ocupación.
- 10.14** El espesor óptimo del aislamiento es de siete pulgadas
- 10.15**  $TIR \geq 10\%$  cuando el costo de reparación al FDA 3  $\leq \$6,872$
- 10.16** La altura óptima del edificio propuesto es de cuatro pisos durante el rango especificado de la TREMA; sin embargo, a menos que la TREMA sea menor del 17%, el edificio propuesto no será rentable
- 10.17**  $X = 362,500,000$  Btu por año
- 10.18** **a)** Optimista:  $VA = \$23,330$ ; más probable:  $VA = \$14,325$ ; pesimista:  $VA = -\$9,184$
- 10.19** **a)** Optimista:  $VA = \$23,192$ ; más probable:  $VA = \$14,984$ ; pesimista:  $VA = \$7,552$
- 10.20** Construir el puente de cuatro carriles ahora ( $VP = -\$350,000$ )
- 10.21** La bomba A es la mejor inversión
- 10.22** Seleccionar el motor marca ABC ( $VA = -\$9,831$ )

- 10.24** **a)** Seleccionar la alternativa B ( $VP = -\$79,065,532$ )  
**b)** Seleccionar la alternativa B ( $VP = -\$60,788,379$ ), 23.1% menos caro debido a la terminación simultánea al FDA 10  
**c)** La alternativa B no se revierte

## CAPÍTULO 11

- 11.1** Seleccionar B
- 11.2** Seleccionar la alternativa C
- 11.3** Recomendar F
- 11.4** No se recomienda ninguna alternativa
- 11.5** Seleccionar la alternativa B
- 11.6** **a)** Los proyectos B, C y E son aceptables para recibir financiamiento  
**b)**  $B > C > E (> D > A)$   
**c)** Seleccionar el proyecto B
- 11.7** **a)** Los tres planes (A, B y C) deben seleccionarse (las razones  $B-C > 1$ )  
**c)** Una cantidad constante que se reste del denominador y del numerador de la razón  $B-C$  no afecta en forma apreciable el nuevo resultado de la razón
- 11.8** Seleccionar RS-511 ( $\Delta B/\Delta C = 1.03$ )
- 11.9** **a)** Beneficio máximo: elegir terraplenes  
**b)** Costo mínimo: no elegir ningún control de inundaciones  
**c)** Máxima ( $B-C$ ): elegir la presa pequeña  
**d)** La inversión más grande tiene una razón  $B-C$  mayor que 1; elegir la presa pequeña  
**e)** La mayor razón  $B-C$ : elegir la presa pequeña (que por coincidencia es la elección correcta). La elección correcta basada en el análisis incremental sería seleccionar la presa pequeña, como se vio en el inciso d).
- 11.10** **a)** No debe recomendarse la opción B  
**b)** Seleccionar la opción B
- 11.11** La ruta B es la que tiene menos objeciones
- 11.12** Si ha de elegirse una opción, construir la presa para control de inundaciones
- 11.13** **a)** Falla para considerar el valor del dinero en el tiempo  
**b)** Es más económico conservar el muelle de acero ( $VA = -\$29,332$ )

**11.14** Debe construirse el puente de cuota ( $B-C = 1.28$ )

**11.15 a)**  $VC(10\%) = \$3,639,750$

**b)**  $B-C = 1.14$

Se debe seleccionar el diseño inicial (descrito en el problema 11.14) ( $\Delta B/\Delta C = -0.16 < 1$ )

**11.16** Construir el terraplén ( $\Delta B/\Delta C = 1.17 > 1$ )

**11.17 a)** Recomendar construir el túnel ( $B-C = 1.16 > 1$ )

**b)**  $X = \$706,053$

**11.18 a)** Seleccionar el diseño 3

**b)** Seleccionar el diseño 3

**11.19** Seleccionar el diseño B

**11.20** Seleccionar la alternativa A

## CAPÍTULO 12

**12.8** Seleccionar la alternativa B,  $\bar{IR} = \$17,498$

**12.9** Esperar tres años para construir  $\bar{IR}_2 = \$142,524 < \bar{IR}_1 = \$159,638$

**12.10** La compañía debe ser capaz de comprar energía por un total de 18.25 millones por kilowatt·hora.

**12.12 a)**  $FEDI_5$  (en A\$) =  $-\$1,641$

**b)**  $ISR_5$  (en A\$) =  $\$3,543$

**12.13 a)**  $IR_3 = \$12,878.11$

**b)** Incremento en  $IR_3$  de  $\$8.33$

**12.14** Construir la planta de generación geotérmica ( $IR = \$525,088$ )

**12.15** Seleccionar la alternativa B (requerimiento de ingreso nivelado =  $\$22,677$ )

**12.16** La alternativa A es preferible marginalmente sobre la alternativa B ( $\bar{IR}_A = \$145,056$ ;  $\bar{IR}_B = \$145,338$ )

**12.17** Seleccionar la alternativa 2 (requerimiento de ingreso nivelado =  $\$7,107$ )

## CAPÍTULO 13

**13.1**  $Pr(VP > 0) = 0.10$

**13.2**  $E(VP: 4$  carriles hoy) =  $-\$3,500,000$  y

$E(VP: 2$  ahora + 2 después) =  $-\$3,839,500$ , por lo tanto: construir el puente de cuatro carriles ahora

**13.3** Una tasa de interés de  $i = 15\%$  no revertirá la decisión inicial de construir ahora el puente de cuatro carriles; el puente de dos carriles sería preferible para tasas de interés mayores de 16.78%

**13.4**  $E(\text{concreto}) = 1,350$  yardas cúbicas,  $V(\text{concreto}) = 66,500$  (yardas cúbicas) $^2$ ;  $DE(\text{concreto}) = 258$  yardas cúbicas

**13.5**  $DE(R) = \$24.06$

**13.6** Implantar el diseño E;  $E(VP) = -\$239,414$

**13.7** Recomendar la alternativa T para minimizar el costo total anual en ambos casos

**13.8** No instalar el funicular;  $E(VP) = -\$85,142 < 0$

**13.9**  $DE(VP) = \$79,005$ ; se recomienda que se instale el funicular, ya que  $E(VP) = \$115,848 > 0$  y una  $DE$  ( $\$79,005$ ) es sólo el 68% de la  $E(VP)$

**13.10** Sí;  $E(VP_{DI}) = \$33,386 > 0$

**13.11 a)**  $V(VP) = 8,606.78 \times 10^6 (\$)^2$ ,  $DE(VP) = \$92,773$

**b)**  $Pr\{VP < 0\} = 0.1$ ; se recomienda comprar el equipo, ya que  $E(VP) = \$114,862$  es favorable;  $DE(VP) = \$92,773$  es menor que la  $E(VP)$ ; y  $Pr\{VP < 0\} = 0.1$  es baja

**13.12 a)**  $E(VP) = \$175$ ;

$V(VP) = 28.04 \times 10^6 (\$)^2$ ;

$DE(VP) = \$5,295$

**b)**  $Pr\{VP \geq 0\} = 0.68$

**13.13 a)**  $V(VP) = 1.097.8 \times 10^6 (\$)^2$ ,  $DE(VP) = \$33,133$

**b)**  $Pr\{VP > 0\} = 0.57$

$E(VA)_{RS} = \$1,866$ ; el proyecto parece ser cuestionable, pues la  $E(VP)$  es positiva, pero la  $DE(VP)$  es aproximadamente el doble del valor esperado. Asimismo, la  $Pr\{VP > 0\} = 0.57$  tiene sólo un atractivo moderado.

**13.14**  $E(VP) = -\$7,599$ ;

$V(VP) = 404.74 \times 10^6 (\$)^2$ ,  $DE(VP) = \$20,118$

$Pr\{VP \leq 0\} = 0.70$

**13.15**  $Pr\{X \geq 171\} = 0.7881$

**13.16**  $Pr\{VA < \$1,700\} = 0.5871$

**13.17**  $E(VP) = \$2,477$

$V(VP) = 1,096,863 (\$)^2$

$Pr\{VP > 0\} = 0.9911$

**13.18 a)**  $E(VP) = \$1,354$ ;  $V(VP) = 1,639,240 (\$)^2$

**b)**  $Pr\{VP \geq 0\} = 0.8554$

- c)** Sí; si VP (con  $i = \text{TREMA}$ ) > 0, entonces la TIR > TREMA. Por lo tanto, es correcto concluir que la  $\Pr\{\text{TIR} \geq \text{TREMA}\} = \Pr\{\text{VP} \geq 0\}$ .
- 13.19** Como la  $E(\text{VA}) < 0$ , no debe instalarse el funicular.
- 13.20 b)**  $E(\text{VP}) = \$84,280 > 0$ , se recomienda la compra del equipo
- 13.21** Alternativa 1
- 13.22** Construir el drenaje, VA(drenaje) =  $-\$7,687$  versus un costo por año debido a una avalancha de lodo igual a  $-\$10,000$
- 13.23** Valor estimado de la información de prueba = \$15,891
- 13.24** Seleccionar el diseño nuevo,  $E(\text{VP}) = \$20,225$ ; VEIP = \$9,567
- 13.25**  $\text{VP}_{\text{producto nuevo}} = \$62,165$ ,  $\text{VP}_{\text{no hacer nada}} = \$0$ ; seleccionar el producto nuevo
- 13.26** Seleccionar la alternativa 2,  $E(\text{VP}) = \$61,839$ ; VEIP = \$9,089
- 13.27**  $E(\text{Valor del sondeo}) = \$3,162$

## CAPÍTULO 14

- 14.6**  $A = \$302,500$
- 14.9**  $e_a = 12.5\%$
- 14.11**  $C_B = 6.62\%$  por año
- 14.12** Combinación 1: CAUE(15%) = \$6,264, comprar el camión  
Combinación 2: CAUE(15%) = \$6,731, rentar el camión
- 14.13** Recomendar el arrendamiento del equipo ( $\text{VA} = -\$1,800$ )
- 14.14 a)** Rentar la máquina, VA =  $-\$500$   
**b)** Arrendar la máquina en tanto la renta anual sea  $\leq \$1,410$
- 14.15** Valor de la función objetivo = \$219,887
- 14.16** Valor de la función objetivo = \$4,478

**Tabla G15.8a**

Atributo	Rango relativo	Rango normalizado
Ambiente social	1.00	$1/2.08 = 0.481$
Salario inicial	0.50	$0.5/2.08 = 0.240$
Avance profesional	0.33	$0.33/2.08 = 0.159$
Clima/deportes	0.25	$0.25/2.08 = 0.120$
	2.08	

- 14.17** Valor de la función objetivo = \$2.47
- 14.18** Valor de la función objetivo = \$8,822
- 14.19** Ejemplo 14.1 actualizado,  $C_L = 5.28\%$   
Ejemplo 14.2 actualizado,  $C_B = 3.29\%$   
Ejemplo 14.3 actualizado, a) Precio accionario = \$20.63/acción b)  $e_a = 12\%$   
Ejemplo 14.4 actualizado,  $e_p = 6.9\%$ , CPPC = 8.09% por año

## CAPÍTULO 15

- 15.5** **a)** Alternativa 2  
**b)** Alternativa 2  
**c)** Alternativa 2
- 15.6** **a)** Ninguna alternativa queda fuera de consideración  
**b)** Eliminar la alternativa “Conservar el sistema existente” de toda consideración  
**c)** Todas las alternativas siguen abiertas (ya se eliminó la de “conservar”) porque todas las opciones resultan aceptables por lo menos en un atributo  
**d)** Seleccionar al vendedor III
- 15.7** Dominancia: no se eliminan alternativas  
Satisfacción: se elimina la alternativa A  
Lexicografía: no se elimina ninguna alternativa  
Procedimiento de Hurwicz: eliminar la alternativa A  
Ponderación aditiva: seleccionar la alternativa B
- 15.8** **a)** Véase la tabla G15.8b)  
**b)** Véase la tabla G15.8b)  
**c)** Véase la tabla G15.8c)  
Con el empleo del método de lexicografía se concluye que el ambiente social es el atributo más importante, y con el de ponderación aditiva también se selecciona Apex.

**Tabla G15.8b**

Atributo	Alternativas			
	Apex (N.Y.)	Sycon (L.A.)	Sigma (GA.)	Mc-Graw-Wesley (AZ.)
Salario inicial	\$35,000	\$30,000	\$34,500	\$31,500
Adimensional				
Equivalente (DE)	1.0	0.0	0.9	0.3

$$DE = \frac{\text{Peor resultado} - \text{Resultado que se desea hacer adimensional}}{\text{Peor resultado} - \text{Mejor resultado}}$$

**Tabla G15.8c**

Atributo	Ponderación normalizada	Apex	Sycon	Sigma	Mc-Graw Wesley
Ambiente social	0.48	$1 \times 0.48$	$1 \times 0.48$	$0.5 \times 0.48$	$0 \times 0.48$
Salario inicial	0.24	$1 \times 0.24$	$1 \times 0.24$	$0.9 \times 0.24$	$0.3 \times 0.25$
Avance profesional	0.16	$0 \times 0.16$	$0 \times 0.16$	$0.6 \times 0.16$	$1 \times 0.16$
Deportes al aire libre	0.12	$0 \times 0.12$	$0 \times 0.12$	$0.33 \times 0.12$	$0.67 \times 0.12$
	Suma	<u>0.72</u>	<u>0.63</u>	<u>0.59</u>	<u>0.31</u>

**15.9** Alternativa A**15.10** Dominancia: no se elimina ninguna oferta  
Satisfacción: se eliminan las ofertas 1 y 2,  
se acepta la oferta 3Resolución disyuntiva: no se elimina nin-  
guna oferta

Lexicografía: se acepta la oferta 2

Escalamiento adimensional: aceptar la  
oferta 3

Ponderación aditiva: aceptar la oferta 3

**15.11** La solución implica factores subjetivos  
que variarán de un estudiante a otro**15.12 a)** Dominancia: no se eliminan alternativasRangos factibles: eliminar los concur-  
santes I y IV

Lexicografía: seleccionar al concursante II

Ponderación aditiva: seleccionar al  
concursante I**15.13** Dominancia: no seleccionar

Rangos factibles: no hay selección

Lexicografía: Nacional 2

Ponderación aditiva: Nacional 2

**15.14**  $X_{4j}$  0.7 (conservar la máquina herramienta)

1.0 (comprar una nueva)

# Índice

## A

abandono, 407, 422  
acarreo de cargos, 523  
acciones  
    comunes, 595  
    preferentes, 597  
accionistas, 594  
acta de 1981 del Impuesto de la Recuperación Económica, 255  
de 1986 de Reforma de Impuestos, 255, 263, 278  
activos, 284, 643  
agotamiento, 274, 300  
    diagrama lógico, 277  
    método del costo del, 276, 300  
    método del porcentaje, 276, 300  
    reservas, 276  
alternativas  
    base, 198, 210  
    comparación de las, 197, 217, 296, 412, 500, 529  
        con vidas útiles distintas, 219  
    filosofía básica, 198

por el método de la razón beneficio /costo, 500  
por el método de la tasa de rendimiento, 208, 216  
por el método del costo capitalizado, 229  
    por el método del valor equivalente, 204  
contingentes, 231  
de costos, 200, 296  
de inversión, 198  
decisión (selección), 14, 17  
desarrollo de  
    lluvia de ideas, 11, 348  
    técnica de grupo nominal, 12, 348  
electivas, 151  
esenciales, 151  
factibles, 10  
independientes, 231, 499, 603  
mutuamente excluyentes, 197, 231, 500, 603  
    análisis de (*véa* comparación de alternativas)  
    clasificación de errores, 208, 500  
no agresivas con la ecología (vínculo Web), 205  
no hacer nada (no hay cambio) 5, 211

- reglas para comparar con métodos de tasa de rendimiento, 208
- suposición coterminada, 203, 220
- suposición de respetabilidad, 203, 219
- ambiente económico general, 37
- análisis
- de decisiones, objetivos múltiples en el, 619
  - de sensibilidad, 450
    - combinación de factores, 450, 459
    - de punto de equilibrio, 450
    - de los métodos de estimación automatizados *versus* los manuales (vínculo Web), 465
    - ejemplo en hoja de cálculo, 474
  - del equilibrio, 41, 44, 296, 450
  - del flujo de efectivo después de impuestos
    - análisis de sensibilidad del, 296, 472
    - efecto de la inflación sobre el, 377
    - ejemplo en hoja de cálculo, 303
    - procedimiento general para el, 284
  - del punto de equilibrio económico, 41, 44, 296, 450
  - incremental de alternativas, 51
    - ejemplo de hoja de cálculo, 239, 510
    - método del costo/beneficio, 502
    - métodos de la tasa de rendimiento, 210
  - probabilístico del riesgo, 540
    - una perspectiva de aplicación, 552
  - anualidad, 86
    - diferida, 93
    - fija y respondiente (a la inflación), 376
    - ordinaria, 93
    - respondiente, 376
  - anualidades diferidas, 93
  - aplazamiento (de la inversión), 419
  - aprendizaje
    - curva de, 332, 363
    - y mejora, 332
  - árboles de decisión
    - con resultados aleatorios, 570
    - definición, 567
    - ejemplo determinista, 567
    - principio general para hacer sus diagramas, 569
  - arrendamiento de activos, 296, 407, 435, 599
  - arrendamiento puro *versus* venta condicional, 600
  - asignación de capital (lineamientos corporativos), 610
  - atacante (activo nuevo), 407
    - vida económica, 414, 424
  - atributos, 618
    - múltiples, métodos para considerar los, 618
    - selección de, 620
    - ponderación de, 631
  - aumento *versus* reemplazo, 407, 435
- ## B
- balance general, 643
- base
- ajustada (costo), 256
  - costo, 256, 270
  - de costo no ajustado, 256
  - de tasa, 525
- bibliografía, 691
- bienes
- de consumo (servicios), 37
  - del productor (servicios), 38
- ## C
- cancelación de decisiones (sensibilidad a la), 464
- cantidad gradiente uniforme, 100
- capital, 70
- asignación del, 586, 603
  - conjunto del inversionista, 588
  - de inversión, 36, 198
  - de trabajo, 37, 294, 386
  - deuda, 71, 588, 590
  - en préstamo, 71, 521, 588, 590
  - financiamiento del, 586, 590, 594
  - fuentes del, 588
  - presupuestos, 234, 603, 610, 611
  - costo promedio ponderado del, 598
  - propio, 71, 589, 594, 643
  - rendimiento para, 71

- capitalización
  - continua, con flujos de efectivo continuos, 123
    - fórmulas de interés para la, 123-25
  - continua, con flujos de efectivo discretos, 120, 156
    - fórmulas de interés para la, 120-21
  - discreta, 93
  - más frecuente que la anual, 114
  - más frecuente que los flujos de efectivo, 116
- carga, 31, 647
- cargos fijos, 523
- certidumbre
  - admitida, 447
  - supuesta, 447
- ciclo
  - de tiempo, 56
  - de vida, 33, 320, 592
    - fases del, 33-34
    - perfíles de costo relativo, 35
    - relación con el diseño, 34-35
- clase de vida, 257, 264, 265, 267
- clasificación
  - de errores entre alternativas, 209, 500
  - ordinal, 626
- código del ingreso interno (CII), 254, 255
- coeficiente de correlación, 338
- combinaciones mutuamente excluyentes, 232, 505, 603
- comparación de alternativas, 197, 296, 412, 500, 529
- comparaciones después de impuestos
  - ecuaciones para el FEDI, 285
  - ilustración con el uso de métodos diferentes, 289
  - selección de un sistema de PC (vínculo Web), 297
- competencia perfecta, 39
- competición, 39
- comunicación, 613
- contabilidad
  - basada en la actividad, 18, 652
    - versus* basada en el volumen, 655
  - como fuente de estimadores, 322
- costo, 17, 646
- depreciación, 254, 644
- ecuación fundamental de la, 643
- flujo a través, 526
- general, 17
- normalizada, 526
- relación con los estudios de ingeniería económica, 17, 650
- contingencia, 405, 449
- contrabeneficios, 486, 496
- corporación, 594
- costo(s), 24
  - anual uniforme equivalente (CAUE), 161, 408
  - base, 256, 270
  - conceptos, 24
  - de capital, 526, 590, 594, 598
  - de depósito, 37
  - de la inversión, 36
  - de operación y mantenimiento, 37
  - de oportunidad, 32, 71
    - en el análisis del reemplazo, 410
    - en la determinación de las tasas de interés, 151-53, 491
  - de recuperación de capital, 161-62
  - del ciclo de vida, 33, 340
  - del efectivo, 31
  - del trabajo, 647, 651
  - depreciación del, 254
  - directo, 30, 647
  - en libros, 31, 256
  - estándar, 31
  - fijo, 27
  - incremental, 27, 58
  - índice de (*véa* índices)
  - indirecto, 30-31, 647-48
  - marginal, 411, 414, 415, 417, 425
  - no en efectivo, 31, 254
  - no recurrente, 30
  - objetivo, 343
  - oculto, 32
    - en estudios de reemplazo, 409
  - orientador de, 47, 329, 653
  - primarios, 31, 641

- promedio ponderado del capital (CPPC), 598  
 marginal, 599  
 relación con la TREMA, 598
- recurrentes, 30
- sin valor agregado, 654
- terminología de, 24
- variable, 27  
 y estructura de ingresos, 314, 318, 350
- creación del bienestar, 88
- criterios, 6, 13, 16
- curva de experiencia (*véa* curva de aprendizaje)

**D**

- declaración de pérdidas y ganancias, 643
- defensor (activo antiguo), 407  
 vida económica del, 416, 424
- deflación (precio general), 369, 371
- Delfi, método, 324
- depreciación, 254, 589, 644  
 bases, 256, 270  
 como fuente de capital, 589  
 contabilidad para la, 254, 644  
 convención de medio año, 266  
 ejemplo comprensivo, 271  
 ilustración en el análisis después de impuestos, 288  
 lineamientos de vida útil, 265  
 Matheson, fórmula de, 259  
 método de la disminución del porcentaje, 259  
 método de la línea recta, 257  
 método de la suma de los dígitos del año, 260  
 método de las unidades de producción, 263  
 método del porcentaje constante, 259  
 método del SMRAC, 263  
 opción de intercambio, 262  
 periodo de recuperación, 257, 265  
 propiedad de clase, 265, 267  
 recapturada, 284, 290  
 reservas, 589
- sistema alternativo de depreciación (SAD), 264  
 sistema general de depreciación (SGD), 264  
 tasa de recuperación, 257  
 tasas del SMRAC, 266  
 vidas de clase (SMRAC), 257, 264, 265, 267
- desviación estándar, 543
- diagrama  
 de árbol de probabilidades, 550  
 de saldo de inversión no recuperada, 166, 170  
 de saldo de la inversión, 165, 178
- diferencia evitable, 80
- dimensionalidad, 621
- diseño  
 de ingeniería  
 costo objetivo, 344  
 ingeniería del valor, 347  
 optimización del, orientado por el costo, 46  
 proceso del, 8  
 para el costo, 345  
 para el precio, 343
- distribución normal de probabilidad, 553
- dividendos, 589, 595
- dólares  
 constantes, 370  
 corrientes, 370  
 del presente, 370  
 reales, 370

**E**

- eficiencia de la solución de problemas, 10
- ejemplos  
 de casos (comprendivos)  
 atributos no monetarios, 624  
 conducción del proceso, 181  
 depreciación, 271  
 desarrollo de flujos de efectivo, 350, 363  
 después de impuestos, 294  
 inflación, 388  
 reemplazo, 412, 429, 435  
 sensibilidad, 465
- de estimación de costos de manufactura, 341, 363

- enfoque de sistemas, 9  
 equivalencia, 74, 96, 151  
   terminología, 83  
 equivalente de utilidad, 622  
 error estándar, 338  
 errores frecuentes  
   en el análisis de la inflación, 374  
   en el análisis de la tasa de rendimiento, 213  
   en el análisis de reemplazo, 438-439  
 escalados (precios), 381  
 escalamiento no dimensional, 627  
 esperanza matemática, 543  
 esquemas de reestructuración de crédito, 75  
 estado de ingresos, 643  
 estimación, 24  
   aprendizaje y mejoría, 332  
   componentes de un enfoque integrado, 314  
   costeo objetivo, 343  
   costos del producto, 340  
   datos (fuentes), 322, 327  
   Delfi, método, 324  
   ejemplo en hoja de cálculo, 342, 346  
   enfoque de arriba-abajo, 25, 340, 363  
   enfoque de arriba-abajo, 25, 343, 363  
   estudio de caso, 350, 363  
   fluxos de efectivo, 314, 350  
   índices, 324  
   intercambiadores de calor (vínculo Web), 340  
   línea base, 316  
     enfoque diferencial, 316  
     ingreso total y enfoque de costos, 316  
   paramétrica, 329  
   por analogía, 324  
   precio de venta, 342  
   propósito, 321  
   relaciones, 329, 335  
   técnica de comparación, 324  
   técnica de la dosificación de la potencia, 330  
   técnica de la razón, 325  
   técnica del factor, 327  
   técnica unitaria, 327  
   técnicas (modelos), 314, 320, 324  
 estimación de costos (*véa* estimación)  
 estimadores  
   datos contables (como fuente de), 17, 322  
   de presupuesto (semidetallados), 321  
   definitivos (detallados), 321  
   del orden de magnitud, 321  
   exactitud *versus* costos, 322  
   formas de lograrlos, 324  
   necesidad de un estudio típico de ingeniería económica, 320  
   optimistas-pesimistas, 460  
   tipos de, 321  
 estructura  
   de interrupción del trabajo (EIT), 314, 316, 350  
   del capital, 589  
 estudios  
   de decisiones económicas, importancia de los, 3  
   de la economía del presente, 52  
     conversión de desechos de comida en alimento para ganado (vínculo Web), 53  
 de reemplazo  
   antes de impuestos, 412  
   después de impuestos, 424, 429, 435  
   dispositivos industriales para productos aeroespaciales (vínculo Web), 222  
   estudio de caso, 429, 435  
   factores que deben considerarse, 408  
   impuestos a las utilidades en los, 424  
   inflación en los, 435  
   valor de inversión de activos existentes, 409, 427  
   valores no amortizados en los, 409, 410  
   vidas diferentes, 419  
 etapas de un análisis de ingeniería económica, 8, 313  
 evaluación ponderada de alternativas, 631  
 exactitud de estimadores de costo, 321

**F**

- fabricar *versus* comprar (estudios), 58  
 factor de capacidad de costos, 331  
 factores

- de interés
    - hojas de cálculo para su obtención, 131-32
    - para capitalización continua, 121, 125
    - para capitalización discreta, 94
    - relaciones, 92
  - no monetarios (atributos), 7, 13, 439, 509, 618
    - selección de una escala de medida, 621
  - financiamiento
    - con capital propio, 589, 594
    - con deuda de capital, 588, 590
    - plan de, 169
    - por medio de arrendamiento, 589, 599
    - por medio de las reservas de depreciación, 589
    - por medio de utilidades retenidas, 589, 597
  - flujo
    - a través de la contabilidad, 529
    - neto de efectivo, 13, 77, 199, 232
  - flujo(s) de efectivo
    - al fin del periodo, 77, 151
    - antes de impuestos, 286
    - desarrollo de, 314, 350, 363
    - después de impuestos, 285
    - diagramas de, 77-78
    - enfoque, 13
    - estimación, 314, 350
    - incremental, 199, 208, 211
      - papel fundamental, 209
    - tablas, 77, 80
  - fondo de amortización, 60, 593
  - fuentes
    - de capital, 588
      - arrendamiento, 589, 599
      - capital en préstamo (deuda), 71, 588, 590
      - capital propio, 71, 588, 594
      - depreciación, 589
      - utilidades retenidas, 589, 597
    - de datos para estimar costos, 322
  - función
    - progresiva de manufactura (*véa* curva de aprendizaje)
  - funciones
    - de ingreso total, 40
    - de probabilidad, 541
  - fundamentos de contabilidad, 643
- G**
- ganancia neta, 643
  - gastos (*véa* costos)
  - gradientes
    - secuencias aritméticas (uniformes), 100
    - secuencias geométricas, 106, 383
  - gráfica
    - de punto de equilibrio, 42, 44, 453, 455
    - de sensibilidad, 458, 461, 463, 475
  - gráfico radial, 450, 456
- H**
- hipotecas (*véa* planes de financiamiento)
  - hojas de cálculo (electrónicas)
    - análisis de sensibilidad, 474
    - análisis después de impuestos, 303
    - análisis incremental, 239, 510
    - estimación de costos de manufactura, 341, 363
    - funciones financieras, resumen, 183
    - inflación, 397
    - métodos de la tasa de rendimiento, 185, 239
    - método del beneficio/costo, 510
    - métodos del valor equivalente, 185, 238
    - objetivo de costeo, 343, 363
    - periodos de recuperación, 185
    - simulación de Monte Carlo, 575
    - tasas efectivas de interés, 132
    - valores del factor de interés capitalizado en
      - forma continua, 132
    - valores del factor de interés capitalizado en
      - forma discreta, 131
    - vida económica, 438
  - Hurwicz, procedimiento de, 629
- I**
- impuesto alternativo mínimo (IAM), 283
  - impuestos
    - a la propiedad, 278
    - a las ventas, 279
    - al ingreso, 254, 278

- para el flujo de efectivo, 285
- tasas impositivas federales corporativas, 280
- efecto de los, sobre el costo promedio del capital, 525-526, 596
- tasa efectiva de los, 281
- pérdidas y ganancias, 284
- efecto de la inflación sobre los, 377
- estudios de reemplazo, 424, 435
- sobre consumos, 279
- incertidumbre
  - conceptos de probabilidad y estadística, 540
  - definición, 448
  - en flujos de efectivo, 450, 553
  - fuentes de, 449
  - métodos no probabilísticos para tratar la, 450
  - uso de información adicional para reducirla, 572
- índices, 324
  - de costo (*véa* índices)
  - de precios al consumidor, 327, 369
  - de precios al productor, 327, 369
- inflación (y cambios de precios), 369, 435, 533
  - análisis del dólar del presente *versus* el real, 387, 534
  - analogía con los tipos de cambio extranjeros, 392
  - anualidades fijas y responsivas, 376
  - de precios diferenciales, 381
  - ejemplo en hojas de cálculo, 397
  - en estudios de reemplazo, 435
  - errores frecuentes, 374
  - estrategia de aplicación, 387
  - estudios de caso, 388, 435
  - estudios sobre el impacto de la inflación de precios generales después de impuestos, 377
  - modelación con secuencias geométricas de flujo de efectivo, 383
  - precio general (inflación), 369, 371
  - relación entre dólares del presente y dólares reales, 371
- relación entre las tasas de inflación / escalamiento, 382
- relación entre tasas de interés combinadas y reales, 374
- tasa de interés por usar en estudios de ingeniería económica, 373
- terminología y conceptos básicos, 370
- ingeniería
  - definición de la, 3
  - del valor, 345, 347, 365
  - económica
    - definición, 3
    - origenes de la, 4
    - principios de la, 4-7
    - relación con la contabilidad, 17
    - tasa de interés por usar en la, 373
    - y el proceso de diseño, 8
  - verde, 46
  - comparación del costo de alternativas amigables con la ecología (vínculo Web), 205
  - bolsas de plástico *versus* biodegradables (vínculo Web), 14
- ingreso, 600
  - alternativas con diferente, 202, 204, 212
  - alternativas con idéntico, 202, 206
  - bruto, 279
  - gravable, 279
  - incremental, 27
  - neto antes de impuestos, 280
  - neto después de impuestos, 280, 285
  - requerido nivelado, 528
  - resolución cuando se desconoce el, 163
- interés
  - compuesto, 73, 112
  - definición, 71
  - dólares-años, 76
  - origenes del, 72
  - relaciones de factor, 92
  - simple, 72
  - tasa combinada (nominal), 371
  - tasa real, 371

interpolación, 167  
 lineal, 167  
 inversión  
 de capital, propósito fundamental de la, 198  
 independiente  
 oportunidades/proyectos, 231, 499, 603  
 inversiones diferidas, 418, 455, 530  
 investigación y desarrollo, 323

**L**

lexicografía, 623  
 liquidez, 177  
 lista de actividades, 653  
 lujos, 38

**LL**

lluvia de ideas, 11, 348

**M**

material en sitios Web  
 análisis de sensibilidad, 465  
 análisis del reemplazo, 222  
 análisis después de impuestos, 297  
 comparación de la ganancia anual, 164  
 comparación del costo de alternativas  
   amistosas con la ecología, 205  
   ejemplo de ingeniería ecológica, 14  
   equivalentes presente y futuro, 93  
   estimaciones de costo para intercambiadores  
   de calor, 340  
   estudio de la economía presente, 53  
   objetivo de costeo, 345  
   suposición de posibilidad de repetición, 222  
   técnica de la ponderación aditiva, 634  
 Matheson, fórmula de, 259  
 medidas del beneficio económico, 38  
 mejora (*véa* aprendizaje)  
 método

CAUE (*véa* costo anual uniforme equivalente)  
 de la línea recta para depreciación, 257  
 de la ponderación aditiva, 631  
 del saldo decreciente, 259  
 aplicada al diseño del interruptor de  
 mercurio (vínculo Web), 634  
 de la razón beneficio/costo, 485, 492  
 alternativas mutuamente excluyentes,  
 500  
 consideraciones sobre su distribución,  
 508  
 críticas al, 507  
 ejemplo de hoja de cálculo, 509  
 justificaciones después del hecho, 507  
 omisión de información cualitativa (no  
 monetaria), 509  
 proyectos independientes/alternativas,  
 499  
 razón convencional, 493-95  
 razón modificada, 493-95  
 de la suma de los dígitos del año, 260  
 de la tasa de rendimiento con flujo de  
 efectivo descontado, 164  
 de la tasa externa de rendimiento (TER), 175,  
 195-96, 216  
 ejemplo en hoja de cálculo, 185, 239  
 ventajas sobre el método de la TIR, 176  
 de la tasa interna de rendimiento (TIR), 164,  
 210, 212  
 de la TER (*véa* tasa externa de rendimiento)  
 de la TIR (*véa* tasa interna de rendimiento)  
 de las unidades de producción, 263  
 de mínimos cuadrados, 336  
 de rangos factibles, 623  
 del ingreso requerido, 520, 522, 527  
   desarrollo del, 523  
   nivelado, 528  
   suposiciones, 524  
 del periodo de recuperación (de pago)  
   descontado, 177  
   ejemplo en hoja de cálculo, 185  
   sencillo, 177  
 del porcentaje constante, 259

- del valor anual (VA), 160, 208, 296
    - ejemplo con hoja de cálculo, 185, 238
    - selección de material (vínculo Web), 164
  - del costo capitalizado, 229, 420
  - del costo equivalente, 154-64, 204
  - del valor futuro (VF), 160, 205
    - captación automatizada *versus* controlada (vínculo Web), 93
    - ejemplo en hoja de cálculo, 185, 238
  - del valor presente (VP), 154, 205, 288, 433, 471
    - ejemplo en hoja de cálculo, 185, 238, 474
    - recolección automatizada *versus* manual lenta (vínculo Web), 93
  - modelo(s)
    - compensatorios, 622, 627
    - de valuación de dividendos, 595
    - exponencial (para estimación), 330
    - no compensatorios, 622
  - momentos estadísticos
    - valor esperado (media), 543
    - varianza, 543
  - monopolio, 40, 519
  - Monte Carlo, simulación de, 558
- N**
- necesidades, 38
  - negociaciones, 3, 320, 566, 627
  - notación, 660
- O**
- objetivo(s)
    - de costeo, 343, 345, 363
      - aplicado al desmantelamiento de computadoras (vínculo Web), 345
      - relación con el diseño, 344
    - múltiples, 7, 13, 618, 653
    - establecimiento del rendimiento mínimo, 151-53, 522
  - obsolescencia, 408
- obtención
    - de flujos de efectivo, 314
    - de relaciones para estimación de costos (REC), 335
  - optimización del diseño orientado por el costo, 46
  - ordenamiento por rango, 210, 502
  - orientador de costos, 47, 329, 653
- P**
- pagos en el lugar, 487
  - panorama del libro, 18
  - pantallas gráficas de sensibilidad, 453, 455, 458, 461, 463, 475
  - pasivos, 643
  - pérdidas
    - y aumentos de capital, 284
    - y ganancias sobre el capital, 284
  - periodo
    - de análisis (estudio), 151, 202 219
    - infinito, 229, 420
    - como fuente de incertidumbre, 449
  - de recuperación, 258, 264-65
  - de tiempo base, 371
  - del pago descontado, 177
    - ejemplo en hoja de cálculo, 185
    - simple de recuperación (de pago), 177
  - perspectiva (punto de vista)
    - ciclo de vida, 46
    - en los estudios de ingeniería económica, 5, 16, 316
    - externa, 409
    - proyectos públicos, 486
    - sistemas, 9
    - utilidades reguladas, 522
  - planeación
    - horizontal, 151, 202
    - y supervisión, 611
  - planes de financiamiento, 169
  - porcentajes de recuperación de costos, 266
  - portafolio de proyectos (inversiones), 234, 606, 611

- portafolios, 234, 606, 611
- postevaluación (de resultados), 7, 14, 613, 643
- precio, 38
  - de depósito (de fianzas), 158
  - de rescate (de las fianzas), 158
- predominio, 622
- presente económico, estudios del, 52
- principios de ingeniería económica, 4-7
- probabilidad
  - condicional, 573
  - conjunta, 573-74
  - marginal, 573-74
  - revisada, 573
- problema de calificación inconsistente, 208
- procedimiento(s)
  - de análisis de la ingeniería económica, 8, 313
  - tabulares
    - flujos de efectivo después de impuestos, 286-87
    - método del ingreso requerido, 527
- programación lineal, 606
- propiedad
  - de clase, 257, 264-65
  - intangible, 255
  - personal, 255
  - real, 255
  - susceptible de depreciación, 255, 411
  - tangible, 255
- proyectos
  - autofinanciables, 487
  - contingentes, 231
  - de propiedad pública *versus* privada, 485
  - de propósitos múltiples, 487
  - electivos, 151
  - esenciales, 151
  - independientes (comparación entre), 232, 499, 603
  - no económicos, 611
  - públicos, 484
    - autofinanciables, 487
    - beneficios, 486
    - beneficios adicionales *versus* costos reducidos, 496, 498
- costos, 486
- de propósitos múltiples, 487
- desventajas, 486, 496
- dificultades inherentes a los, 489
- razón beneficio/costo, 492
- tasa de interés, 491
- versus* de propiedad privada, 485
- punto
  - de equilibrio, 41, 44, 297, 451
  - de vista (perspectiva)
    - en los estudios de ingeniería económica, 5, 16, 316
    - en proyectos públicos, 486
    - en sistemas, 9
    - externo, 409, 410, 411, 427
    - y ciclo de vida, 46
    - y utilidades reguladas, 522
- R**
- racionamiento del capital, 152, 499, 505
- rastreo directo, 654
- razón
  - ahorro/inversión, 493
  - B/C convencional, 493-95
  - B/C modificada, 493-95
- recuperación del capital
  - depreciación más interés, 161
  - factor de, 91
- reducción de la vida útil, 220, 470
- reemplazo, 406
  - atacante *versus* defensor, 412, 417, 435
  - costo de oportunidad, 410
  - costos invisibles, 409
  - razones para el, 407
  - retiro sin, 407, 422
  - versus* incremento, 407, 435
  - vida de la propiedad, 408
  - vida económica, 408, 411
    - del atacante, 414, 424
    - del defensor, 416, 424
    - ejemplo en hoja de cálculo, 438

vida física, 408  
referencias, 691  
reglas maximin y maximax, 629  
relaciones para estimación de costos (REC), 329  
obtención de, 335  
rendimiento  
de las fianzas, 158  
del capital, 71, 150, 644  
de deuda, 588, 590  
propio, 589, 594  
financiero, 17, 613  
rentabilidad, 151, 177, 278  
índice, 164  
reservas de depreciación, 589, 598  
resolución disyuntiva, 623  
respuestas a problemas, 695  
restricciones de presupuesto, 234, 505  
retiro sin reemplazo, 407, 422  
riesgo, 71, 605  
análisis probabilístico, 540  
definición, 448

**S**

satisfacción, 623  
secuencia(s)  
aritméticas, fórmulas de interés para las, 100, 103  
de flujos de efectivo  
aritméticas (uniformes), 100  
geométricas, 106, 383  
geométricas, 86, 106  
modelación de los cambios de precios, 383  
selección de material, 53  
vigas de concreto *versus* vigas de acero  
(vínculo Web), 164  
sensibilidad, 45  
a la capacidad de utilización, 451, 466  
a la vida útil, 468, 470  
a los precios de venta, 467  
al retroceso en las decisiones, 464  
análisis de, 450  
del VP a diversos factores, 457, 474

definición de la, 448, 450  
formas gráficas de describir la, 453, 455, 458, 461  
serie  
perpetua de pagos uniformes, 229  
uniforme, 77, 86  
diferida, 93  
fórmulas de interés para una, 94  
perpetua, 229  
servicio del ingreso interno (SII), 256  
sesgos aleatorios normales, 559  
símbolos de interés, 94, 121, 125  
simulación de Monte Carlo, 558  
ejemplo de hoja de cálculo, 575  
sistema(s)  
acelerado de recuperación de costo (SARC), 255  
alternativo de depreciación (SAD), 264  
de administración de costos, 651  
general de depreciación (SGD), 264  
solicitud de apropiaciones, 613  
soluciones gráficas del punto de equilibrio, 42, 44, 297, 453, 455  
SRAC modificado, 255, 263  
diagrama de flujo, 268  
suposición  
coterminada, 203, 220, 419, 421  
de posibilidad de repetición, 203, 219, 420, 504  
análisis de dispositivos industriales para productos aeroespaciales (vínculo Web), 222  
de reinversión, 174, 209

**T**

tabla(s)  
de flujo de efectivo después de impuestos, 287  
de interés  
de capitalización continua, 684  
de capitalización discreta, 665  
tasa  
de bonos, 158, 591  
de conveniencia, 107, 384

- de escalamiento del precio total, 382
  - de inflación de precios en general
    - cálculo de la, 369, 380
    - definición de la, 369, 371
    - variación de la, 380
  - de interés
    - combinada, 371
    - constante, 154
    - efectiva, 112
    - libre de inflación, 371
    - nominal, 111
    - proyectos públicos, 491
    - real *versus* combinada, definición, 371
    - riesgo ajustado, 469
    - variable en el tiempo, 110
  - de porcentaje anual (TPA), 114
  - de recuperación, 257, 266
  - de reinversión, 175
  - de rendimiento mínimo aceptable (TREMA),
    - 151-53
    - definición, 151
    - después de impuestos, 279
    - lineamientos para la, 151-52
    - principio del costo de oportunidad, 152
    - riesgo ajustado, 469
  - de rendimiento mínimo ajustada por riesgo (TREMA), 469
  - del impuesto al ingreso efectivo, 111, 120
    - ejemplo en hoja de cálculo, 132
  - diferencial de inflación de precios, 381
  - efectiva de impuestos a las utilidades, 281
    - tasas corporativas, 280
  - interna de rendimiento, 164, 210, 290, 473, 604
    - dificultades, 174
    - ejemplo en hojas de cálculo, 185, 239
    - el problema de las tasas de rendimiento múltiples, 174, 194
    - errores frecuentes, 213
    - modificada (TIRM), 175
    - selección de tasas por ensayo, 167
    - suposición, 174
  - nominal de interés, 111
  - por superar, 152, 181
  - real de interés, definición, 371
  - social de descuento, 492
  - técnica
    - de la graduación de fuerza (para la estimación), 330
    - del factor (para estimación), 327
    - del grupo nominal, 12, 348
    - unitaria (para estimación), 327
  - terminología
    - de costos, 24
    - de equivalencia, 83
    - de préstamo-cobro, 83
  - tipos de cambio, 391
- U**
- unidades comunes de medida, 6
  - usura, 72
  - útiles, 627
  - utilidad(es) 38, 71, 342, 586, 589
    - no tomadas, 587, 589, 597, 643
  - operativa neta después de impuestos, 298
  - propiedad del inversionista
    - estudios económicos de las, 519
    - características generales de las, 520
    - regulación de la tasa de las, 525
  - públicas, 519
  - utilización de la capacidad, 451, 466
- V**
- valor
    - capitalizado, 229
    - de mercado, 257, 409, 410
      - introducido, 227
    - de rescate, 161, 257
    - de uso, 619
    - del dinero en el tiempo, 71, 202
    - económico agregado (VEA), 298
    - en libros, 256
      - definición, 38, 618
      - de mercado, 257

- de rescate, 257
- esperado, 543
  - de la información perfecta (VEIP), 571
- estimado, 619
- neto de rescate, 257
- no amortizado, 409, 410
- nominal (de fianzas), 158, 591
- valuación de bonos, 158-159, 591
- variable(s) aleatoria(s), 540
  - continuas, 542
    - evaluación de proyectos por medio de, 553
  - discretas, 541
    - evaluación de proyectos por medio de, 545
  - distribución de una, 541
  - multiplicación de dos, 544
  - multiplicación por una constante, 543
- varianza, estadística, 543
- veracidad al dar en préstamo, 114
- vida
  - con depreciación vigente, 257
  - de equilibrio, 178, 451
  - de la propiedad, 408
  - económica, 408, 411
    - del atacante, 414, 424
    - del defensor, 416, 424
    - ejemplo en hoja de cálculo, 438
    - después de impuestos, 424
  - física, 408
  - lineamientos del periodo de, 265
  - remanente, 416
  - útil, 202, 219, 257, 408
    - reducción de la, 220, 470
- vidas, diferentes, suposiciones de repetición
  - versus* coterminadas, 203, 219, 419-420