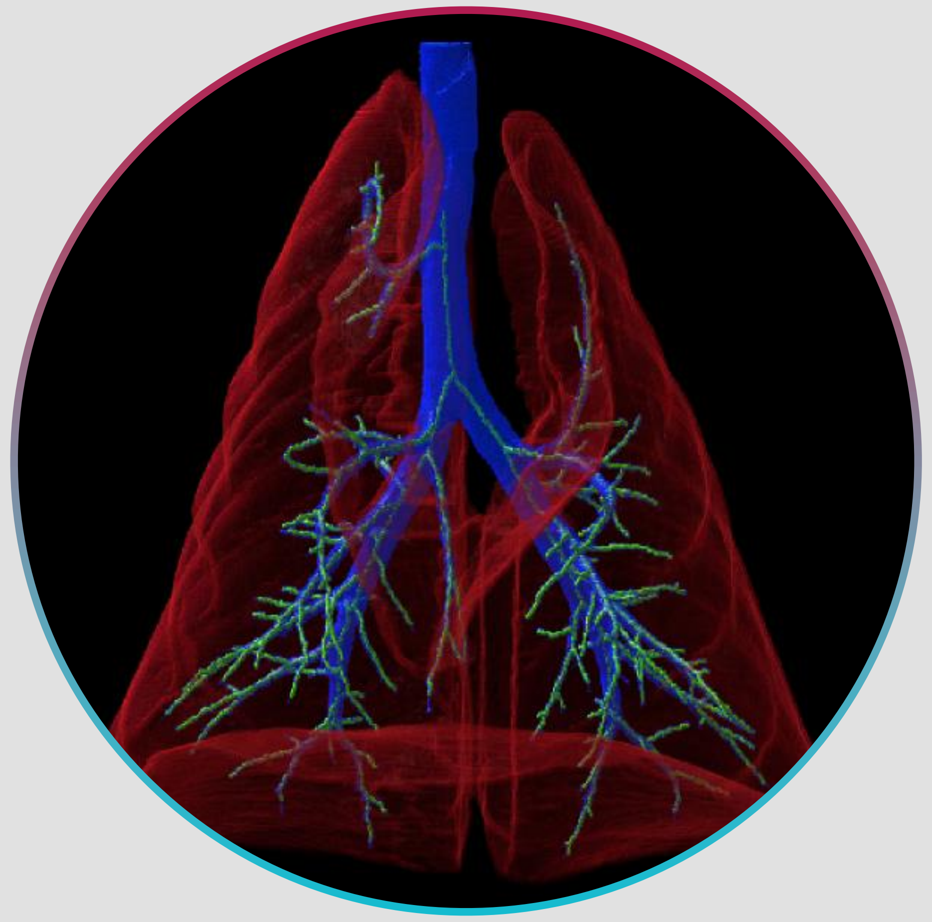


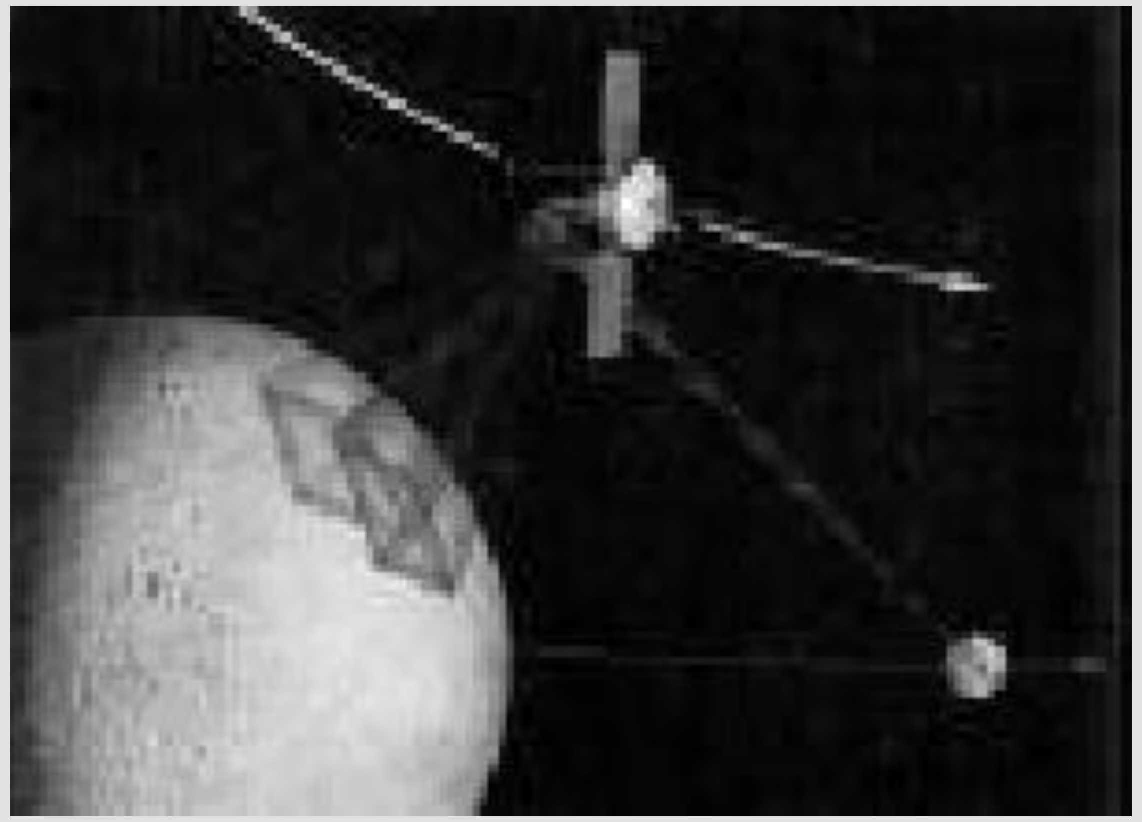
Imágenes y visión

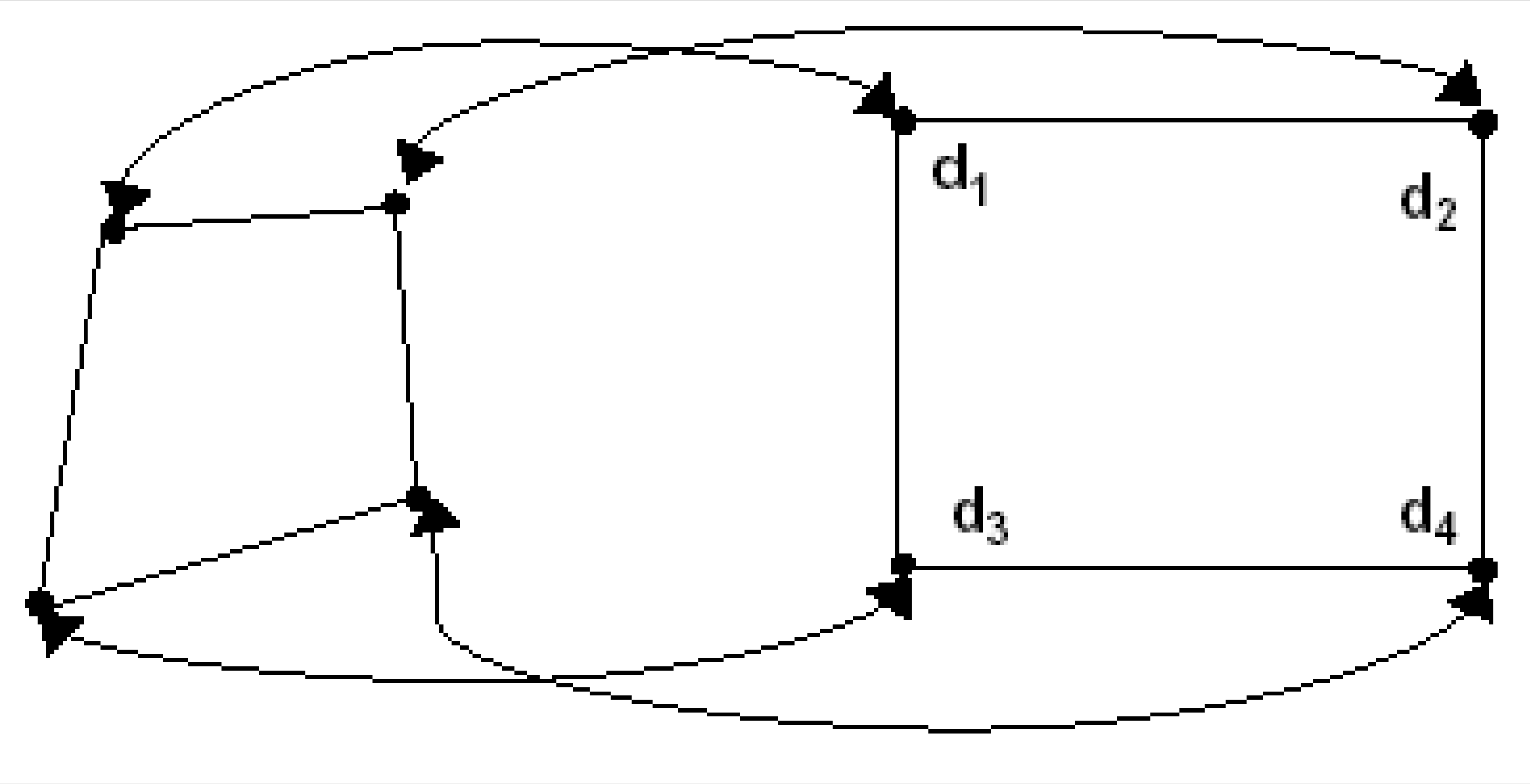
Transformaciones geométricas

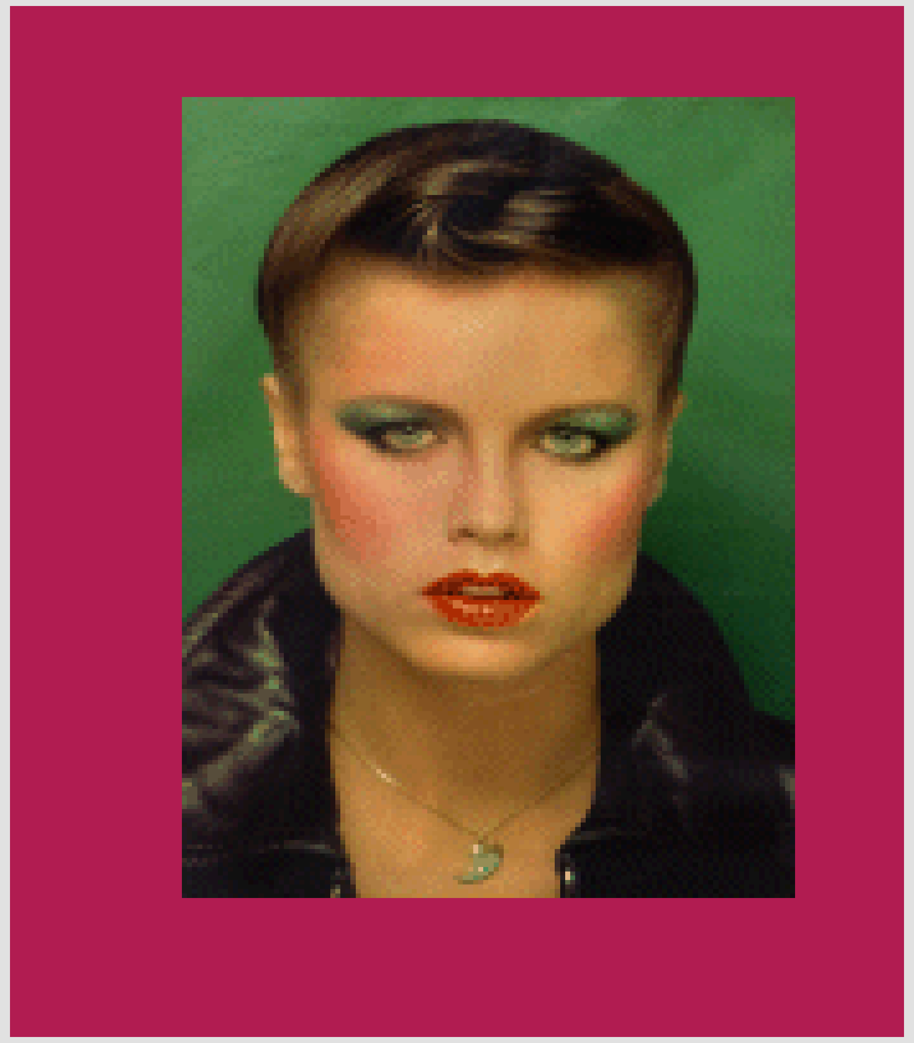
¿Para qué?

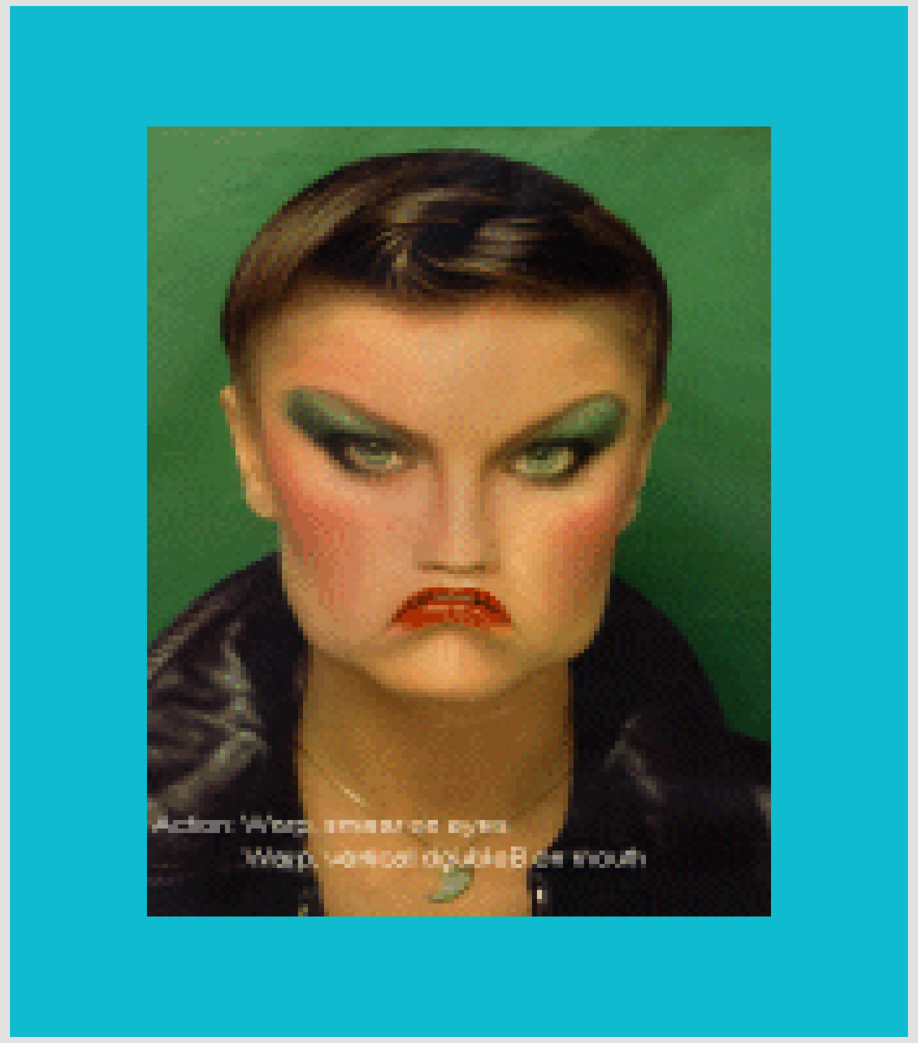
- Corrección (eliminación de distorsiones geométricas) de imágenes debido a:
  - Defectos en los dispositivos de captura.
  - Por ejemplo, cuando se comparan imágenes de la misma zona tomadas con un cierto intervalo de tiempo de diferencia (probablemente la posición no sea exactamente la misma) o cuando el plano de captura no es el plano de los objetos de interés
- Distorsión a propósito
  - Efectos especiales
  - Puesta en correspondencia entre imágenes

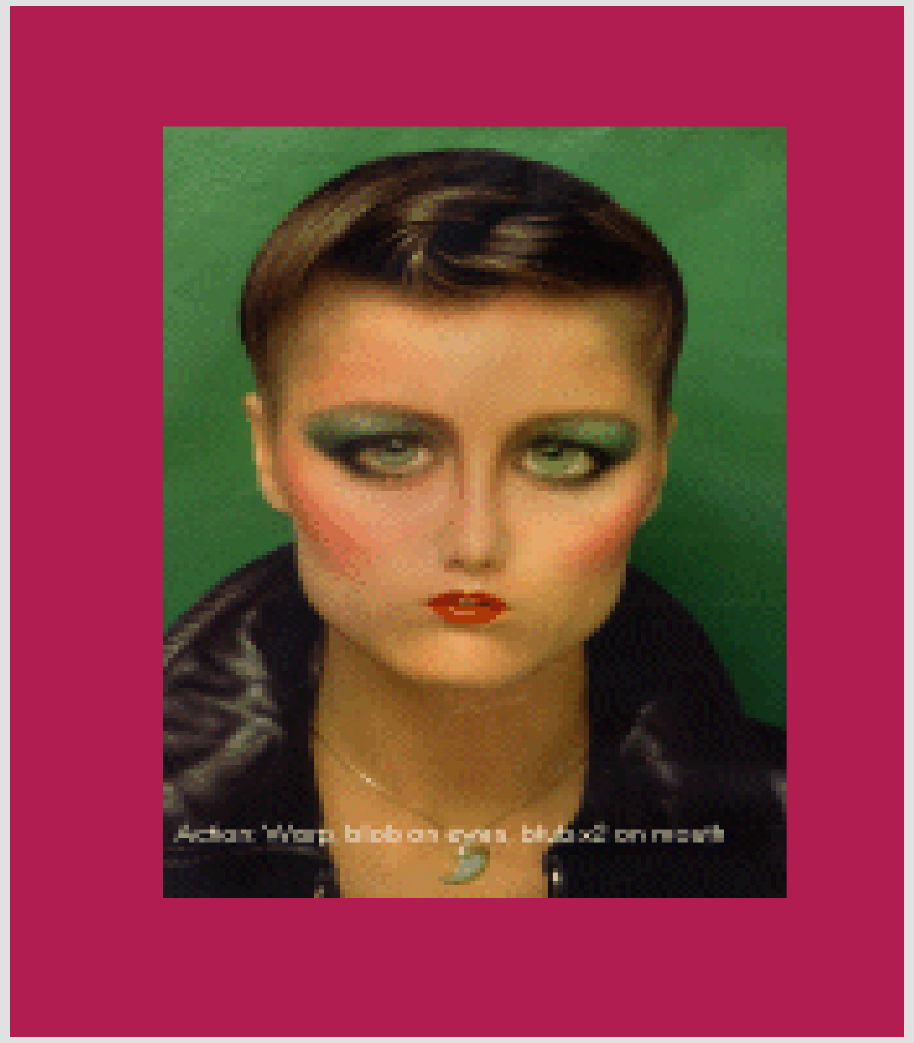
Corrección / Distorción

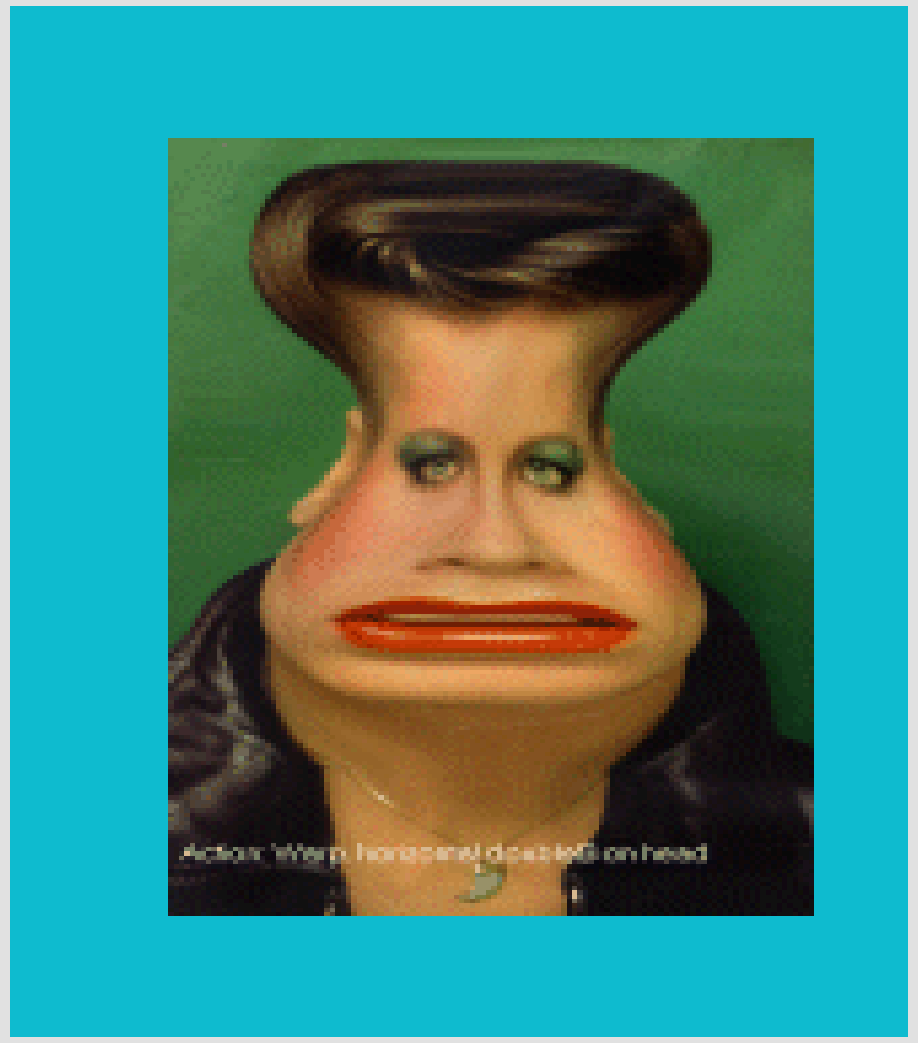












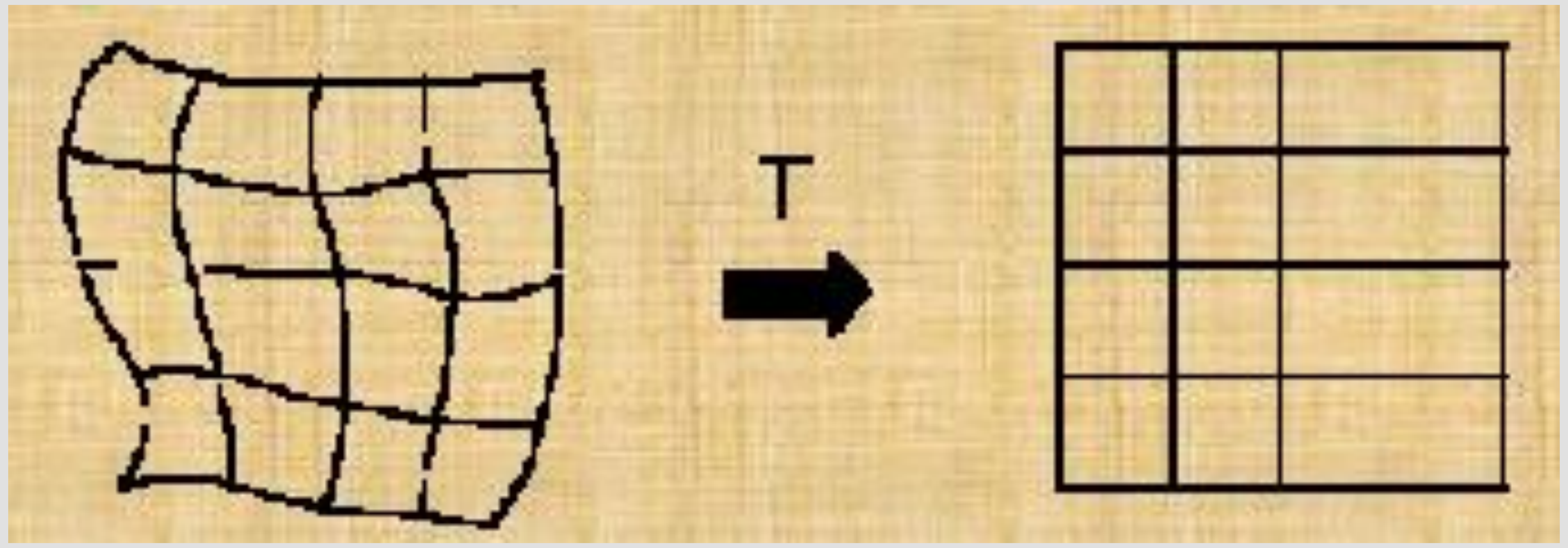
Una transformación geométrica en el plano es un vector **T** que realiza un mapeado del pixel (*x*,*y*) a una nueva posición (*x*′,*y*′) .

Imagen original

Presión de dirección a

Rotación + escalado + traslación

Transformación en el plano



$$x' = T_x(x, y)$$
$$y' = T_y(x, y)$$

Las ecuaciones de transformación T_x se conocen a priori (transformaciones afines) o se determinan a partir de parejas de imagen (original-transformada).

Transformaciones afines

Las transformaciones afines son las más usadas en imágenes digitales 2D por su representación y manejo matricial.

$$x' = T_x(x, y)$$
$$y' = T_y(x, y)$$

Una transformación afín es aquella en la que las coordenadas del punto imagen son expresadas linealmente en términos de las del punto original . Es decir, la transformación viene dada por las ecuaciones:

$$x' = ax + by + m$$
$$y' = cx + dy + n$$

Pasos en la transformación

1

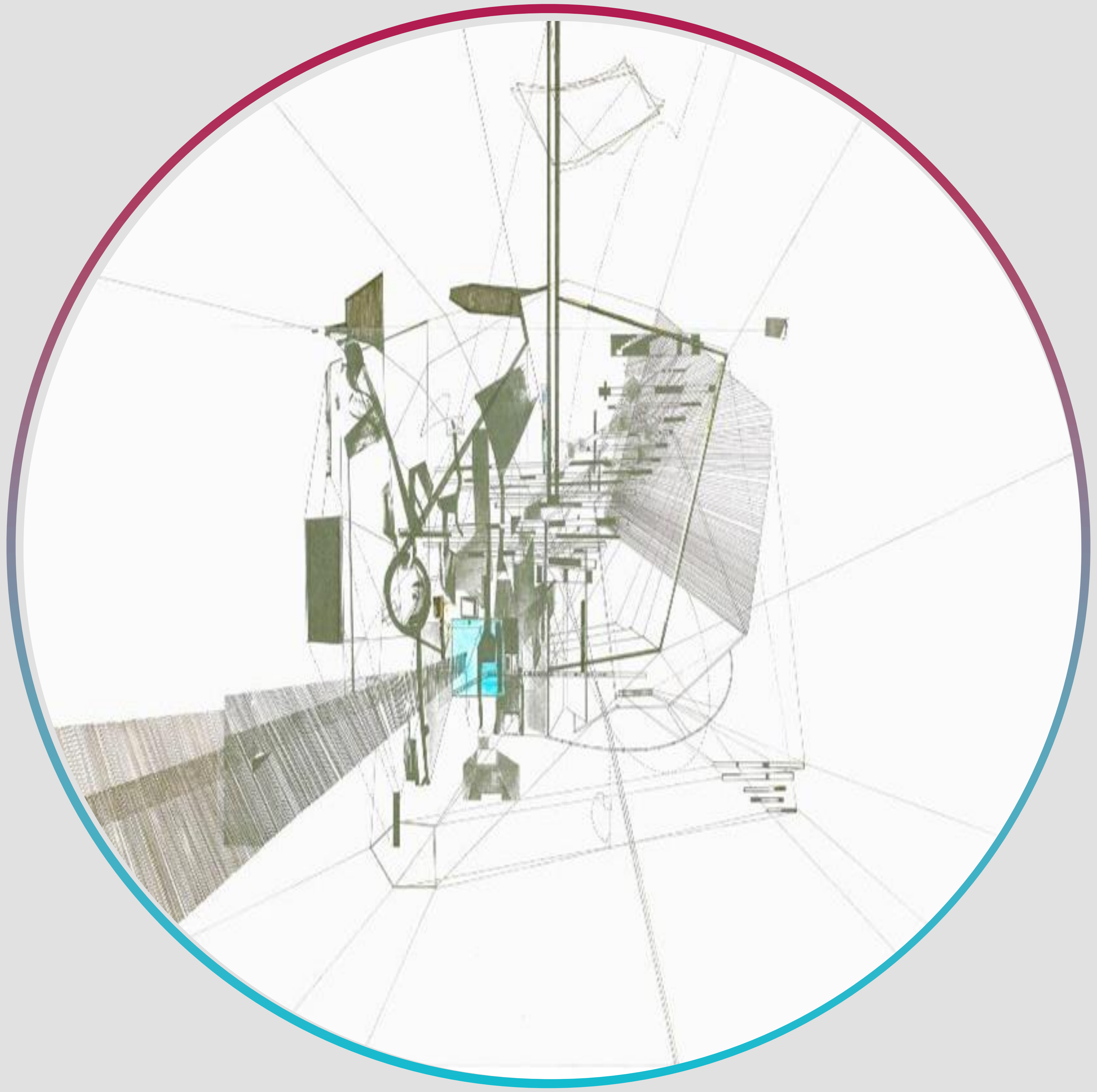
Transformación espacial

Mapeo" de coordenadas de los pixeles de la imagen de entrada con los de la imagen de salida

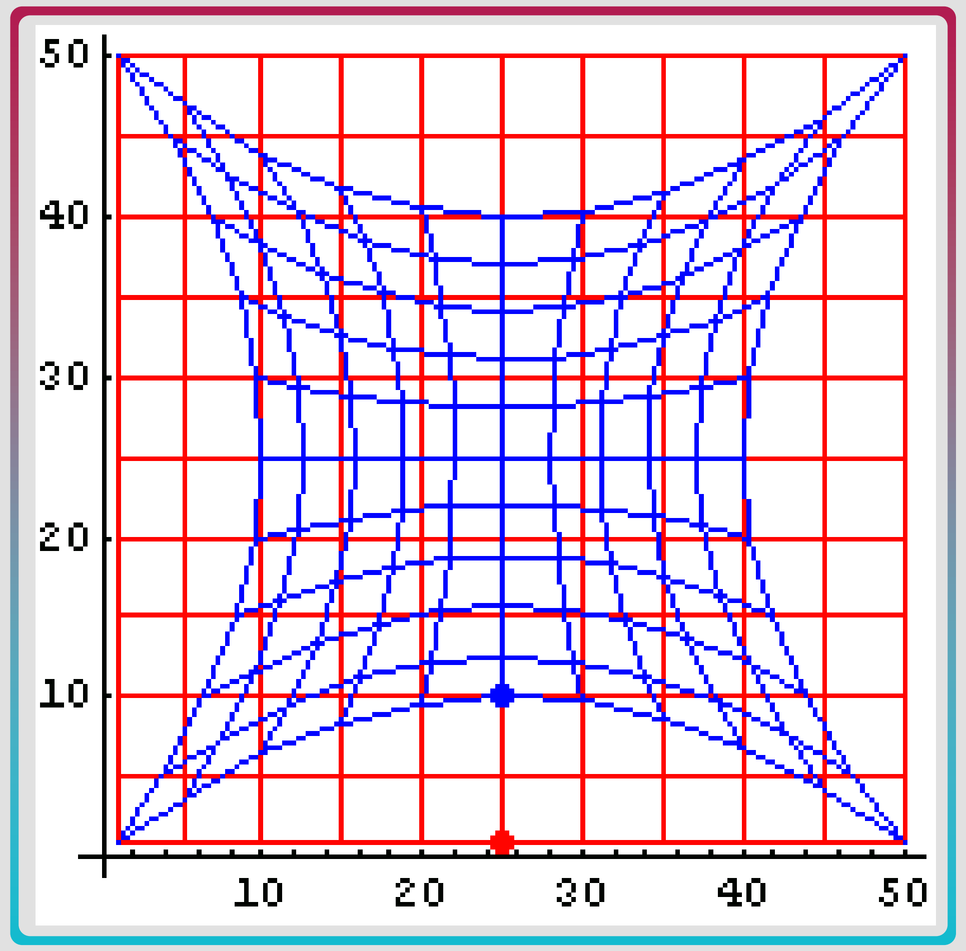
2

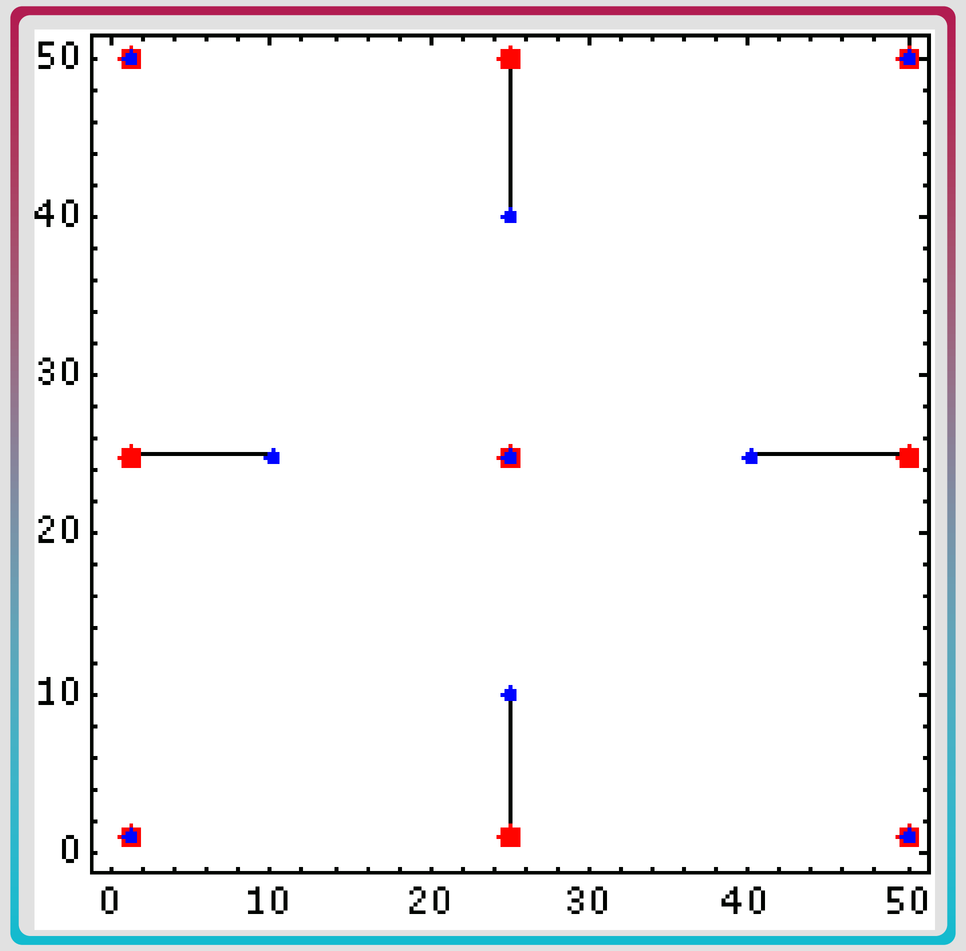
Transformación de los niveles de grises

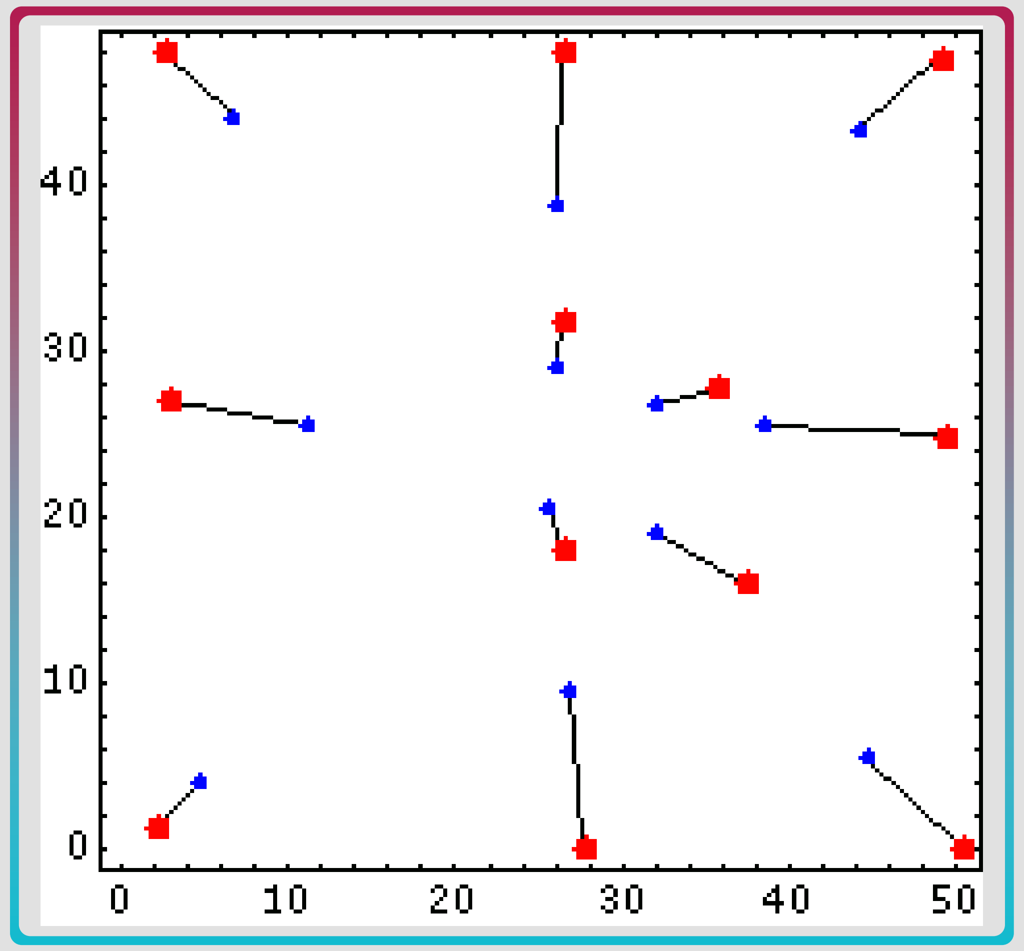
Asignación de los niveles de gris a los nuevos puntos (por interpolación)

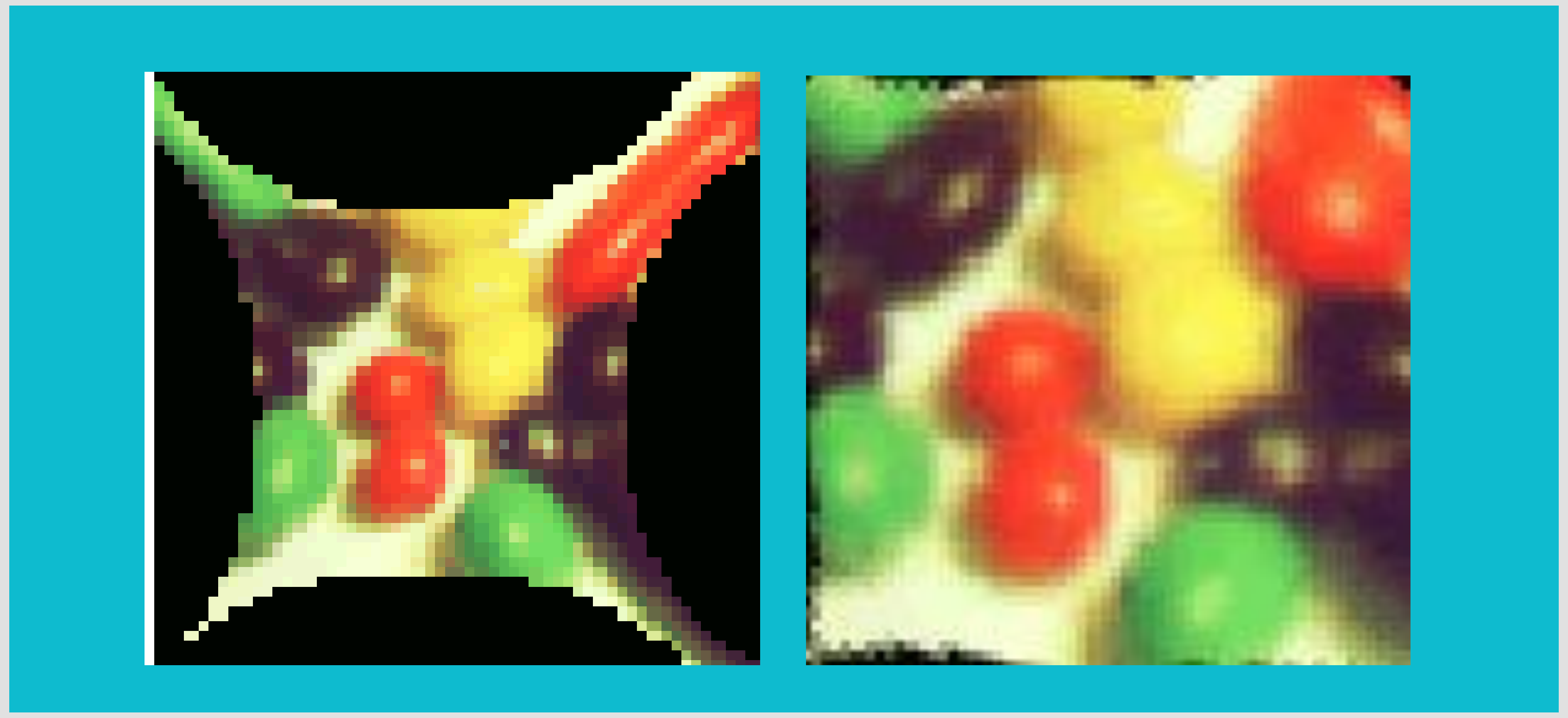


1.Transformación espacial









1.Transformación espacial

Forma general

$$(x', y') = T\{(x, y)\}$$

Coordenadas correspondientes del pixel en la imagen transformada

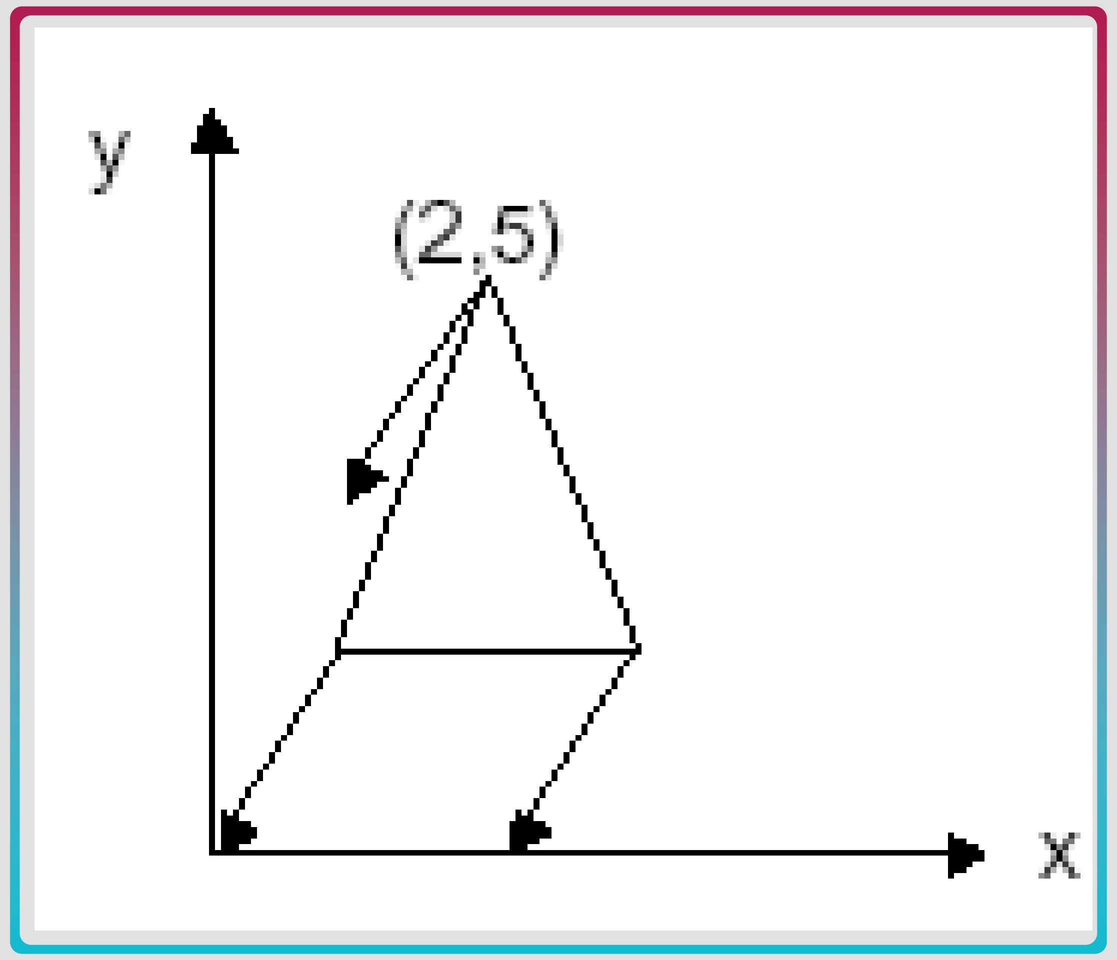
Coordenadas del pixel en la imagen original

Ejemplo...

$$(x', y') = T\{(x, y)\} = (x/2, y/2)$$

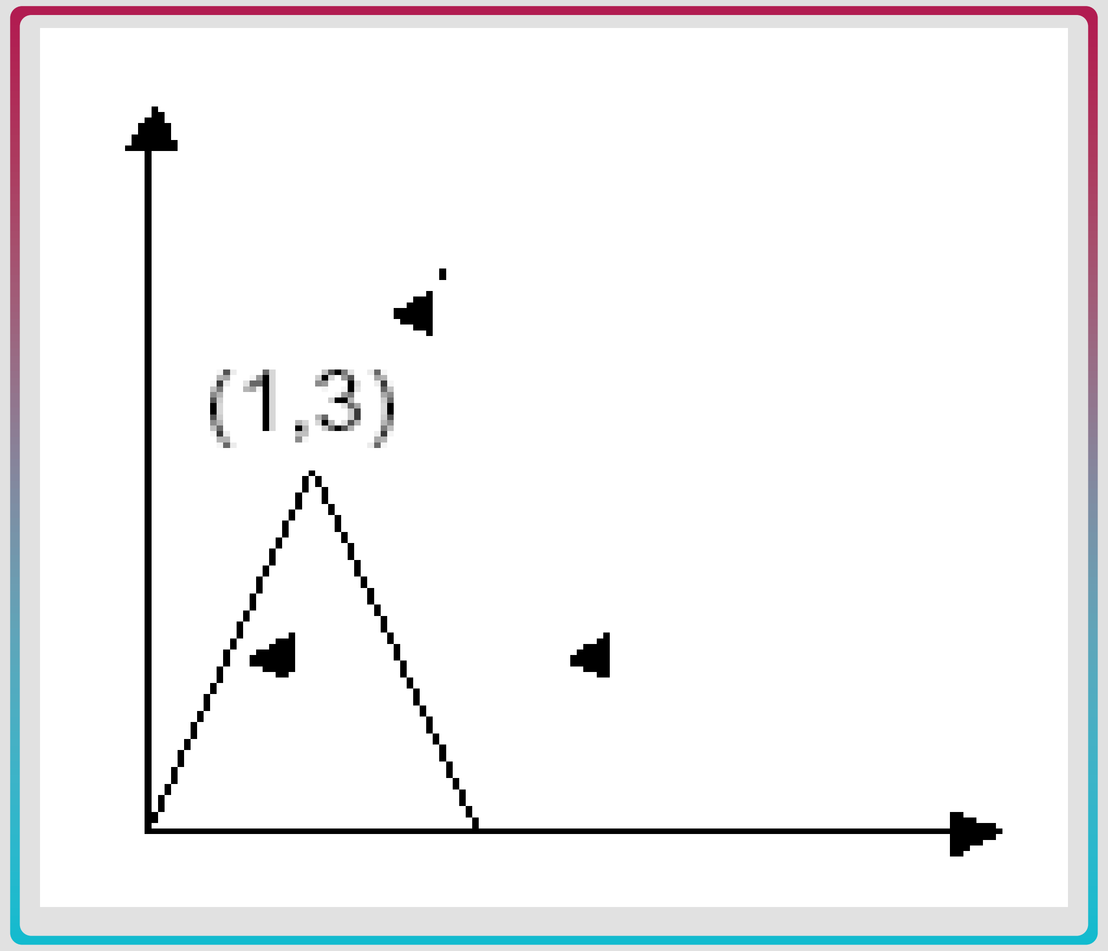
Reduce la imagen original a la mitad de su tamaño
en las dos direcciones espaciales

Traslación



T

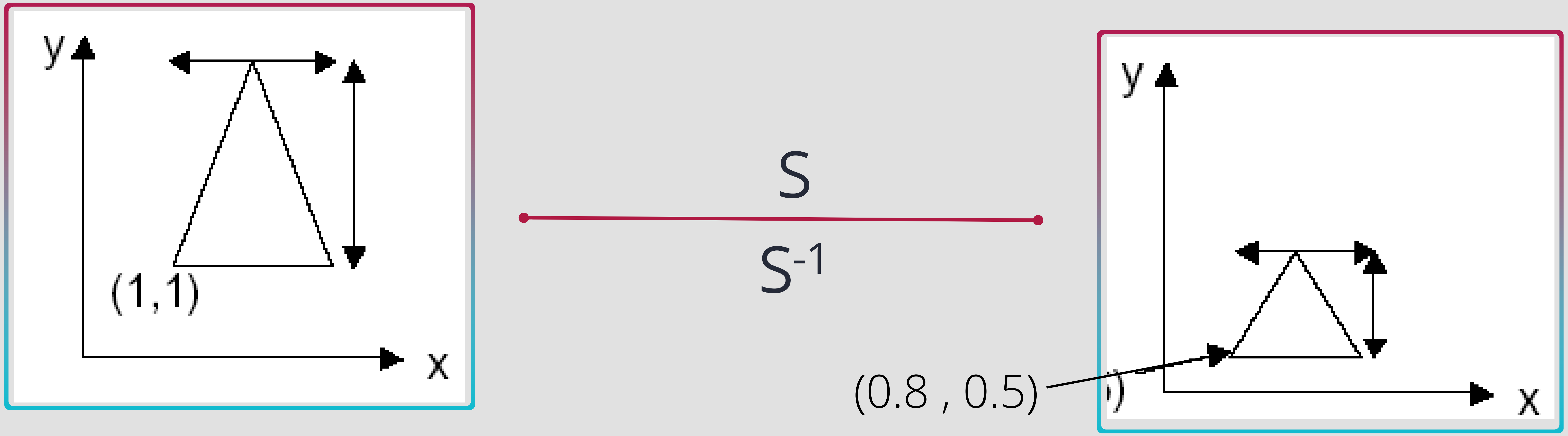
T^{-1}



$$x' = x + t_x$$

$$y' = y + t_y$$

Escalamiento

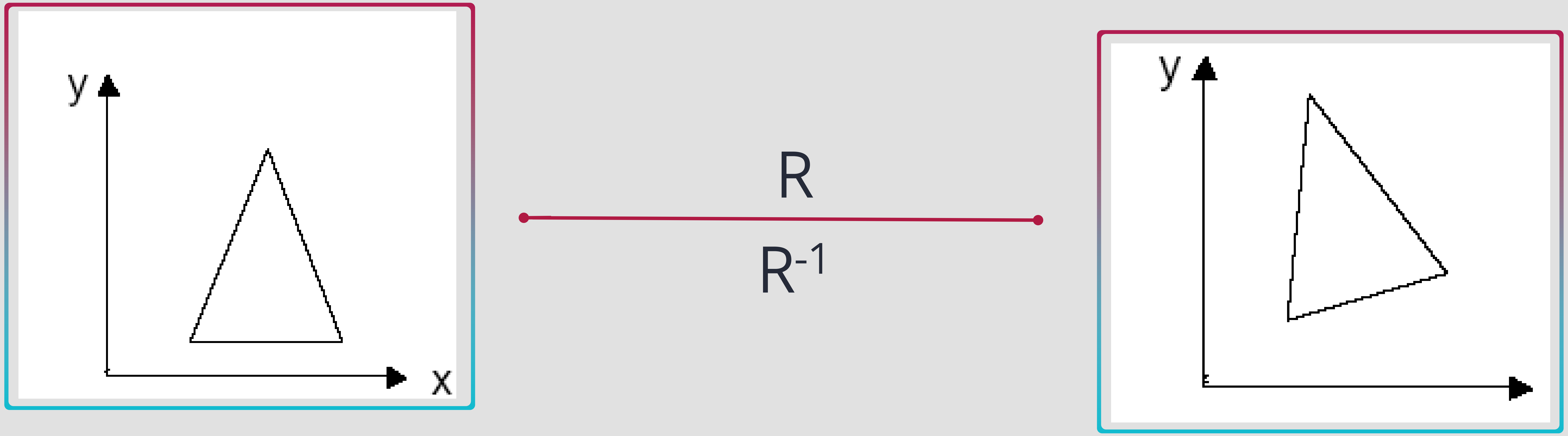


$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_x & 0 \\ 0 & c_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$$x' = c_x x$$

$$y' = c_y y$$

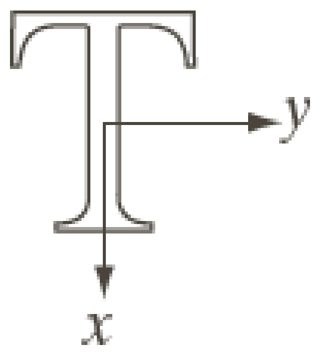
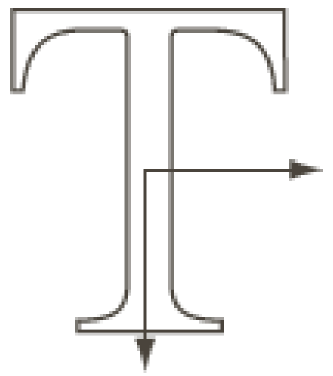
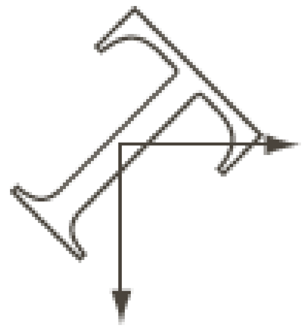
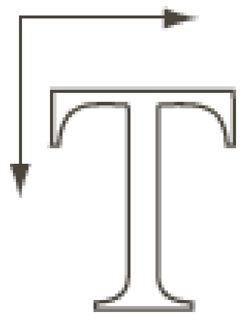
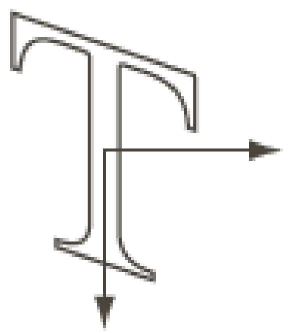
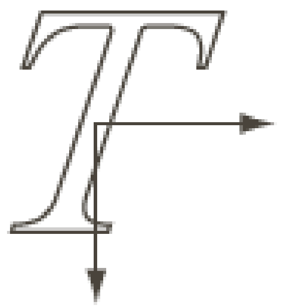
Rotación



$$
\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}
$$

$$
x' = x\cos\theta - y\sin\theta
$$

$$
y' = x\sin\theta + y\cos\theta
$$

Transformation Name	Affine Matrix, T	Coordinate Equations	Example
Identity	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$x = v$ $y = w$	
Scaling	$\begin{bmatrix} c_x & 0 & 0 \\ 0 & c_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$x = c_x v$ $y = c_y w$	
Rotation	$\begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$x = v\cos\theta - w\sin\theta$ $y = v\cos\theta + w\sin\theta$	
Translation	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ t_x & t_y & 1 \end{bmatrix}$	$x = v + t_x$ $y = w + t_y$	
Shear (vertical)	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ s_v & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$x = v + s_v w$ $y = w$	
Shear (horizontal)	$\begin{bmatrix} 1 & s_h & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$x = v$ $y = s_h v + w$	

Combinación de transformaciones

- Cuando es necesario aplicar varias transformaciones afines (por ejemplo, traslación y rotación), se obtiene previamente la matriz de transformación global y, posteriormente, se aplica esta matriz.

- La multiplicación de matrices NO es una operación conmutativa

> ! El orden de las matrices es importante

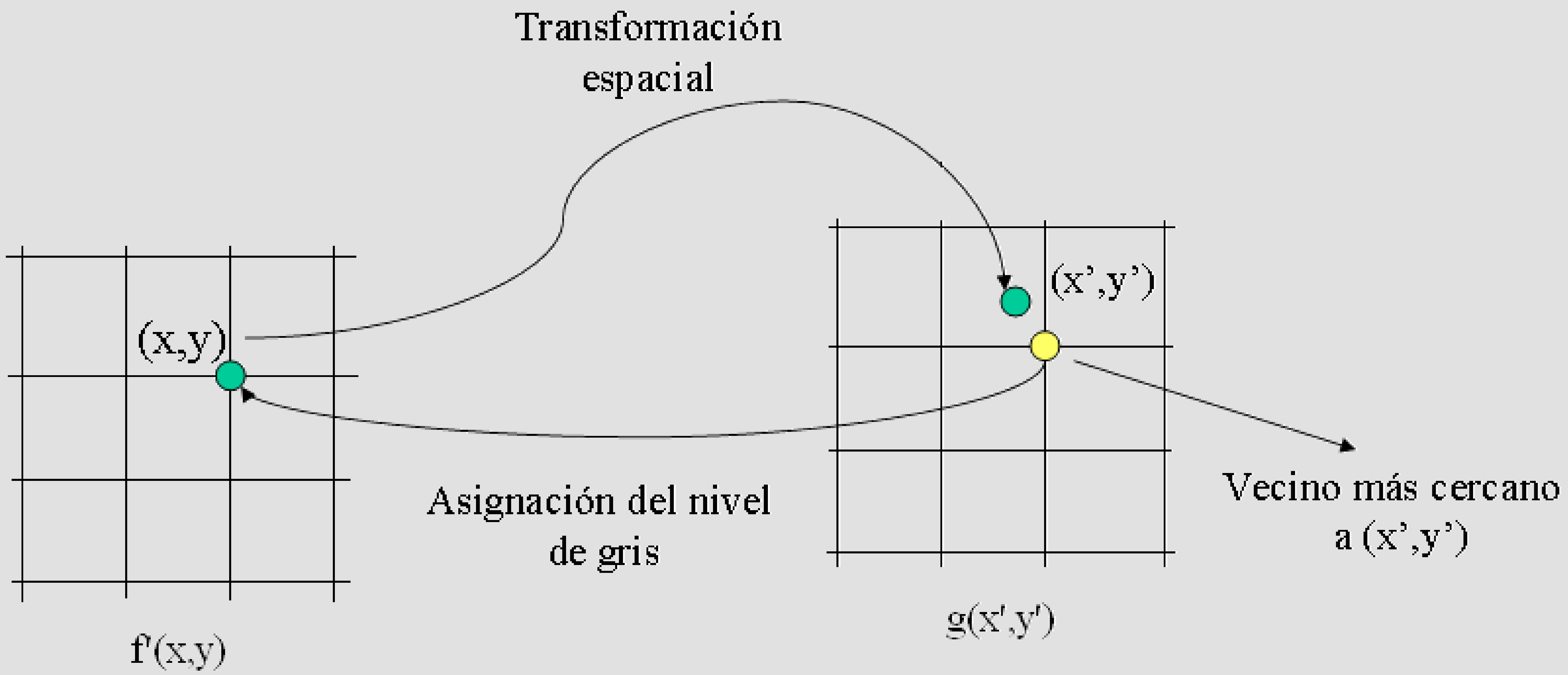
2.Determinación de la intensidad de los nuevos puntos

- Las coordenadas (*x*′,*y*′) pueden ser reales debido a la transformación, por lo tanto no tiene un valor de gris asignado dentro de la imagen digital original (cuyas coordenadas pertenecen al dominio de los números enteros).

- Estos valores se obtienen mediante interpolación en el nivel de gris de los valores de los puntos transformados.

Método del vecino más cercano (interpolación de orden cero)

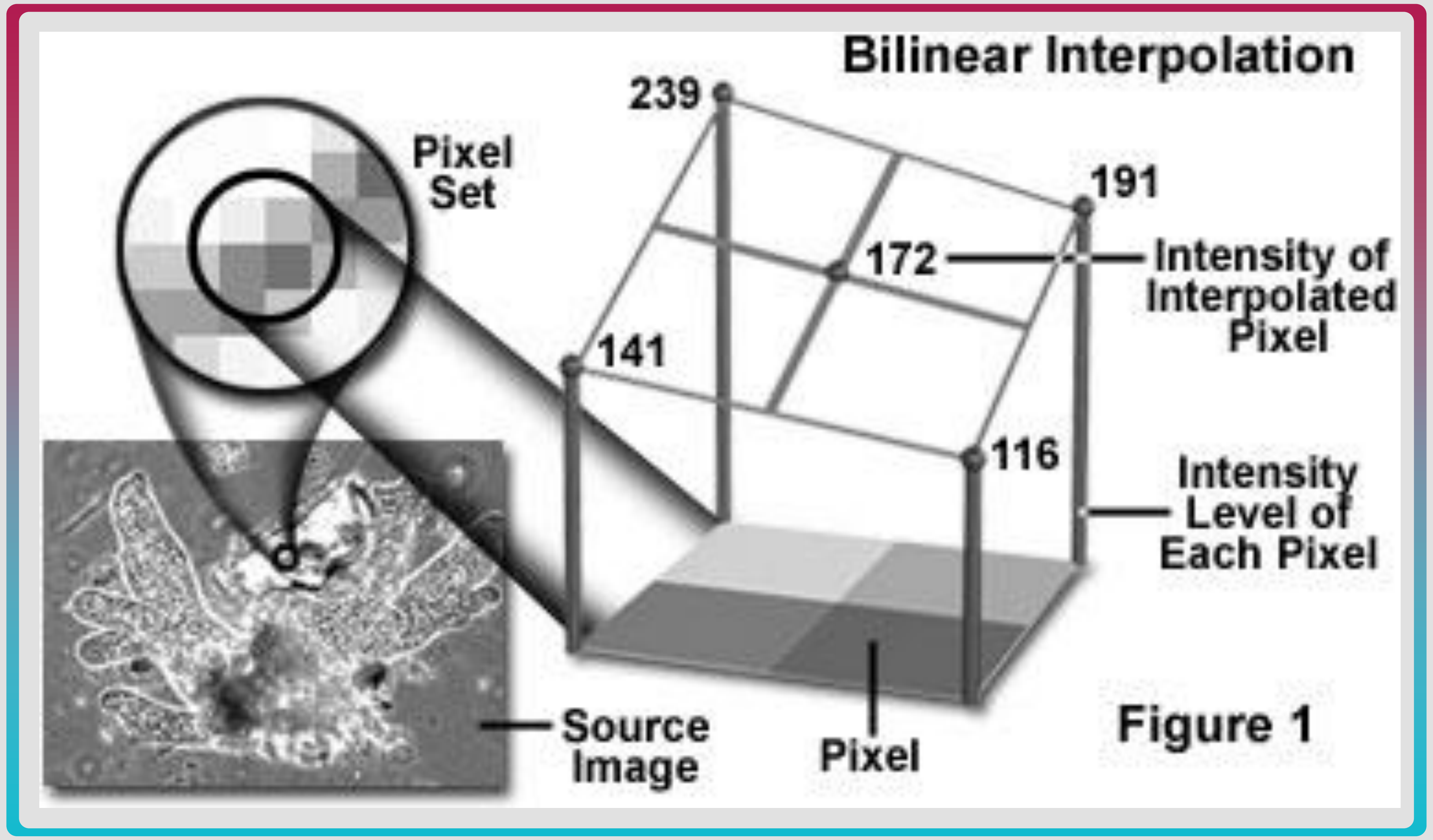
Asigna al píxel de la imagen transformada el nivel de gris del punto más cercano en la imagen original



$$f_1(x, y) = g_s(round(x), round(y))$$

Interpolación bilineal (interpolación de orden uno):

Asigna al píxel de la imagen transformada una combinación lineal de los niveles de gris de los cuatro puntos más cercanos en la imagen original



Interpolación bilineal (interpolación de orden uno):

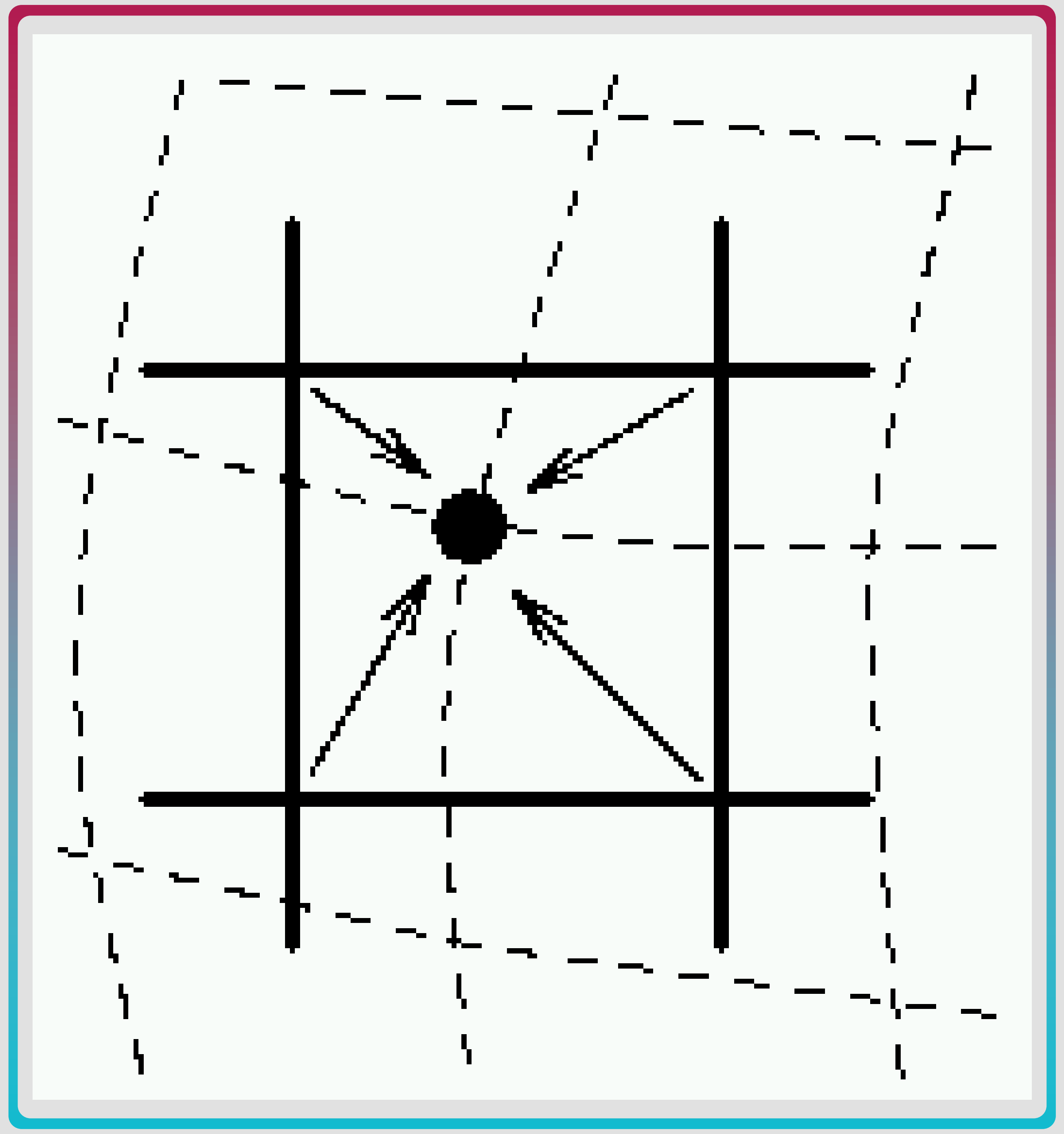
$$f_2(x,y) = (1-a)(1-b)g_s(l,k) + a\,(1-b)g_s(l+1,k)$$

$$(1-a)bg_s(l,k+1) + abg_s(l+1,k+1)$$

$$= g_s(l,k) + a(g_s(l+1,k) - g_s(l,k))$$

$$+ b(g_s(l,k+1) - g_s(l,k))$$

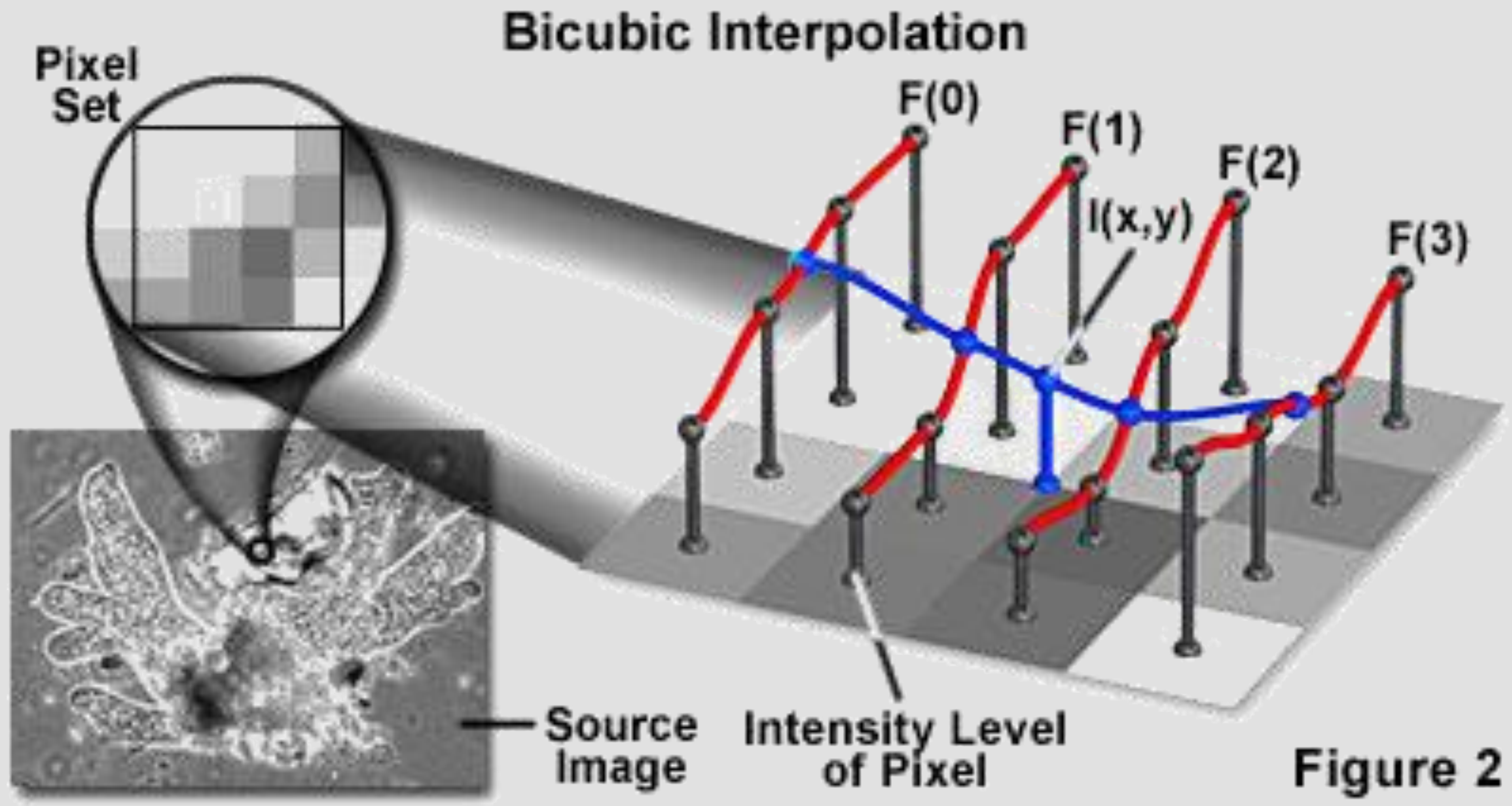
$$+ (g_s(l,k) + g_s(l+1,k+1) - g_s(l+1,k) - g_s(l,k+1))ab$$



$$\boxed{\begin{array}{ll} l = round(x), & a = x - l \\ k = round(y), & b = y - k \end{array}}$$

Interpolación bicúbica:

Asigna al píxel de la imagen transformada el nivel de gris resultante al aproximar localmente el nivel de gris en la imagen original mediante una superficie polinómica bicúbica



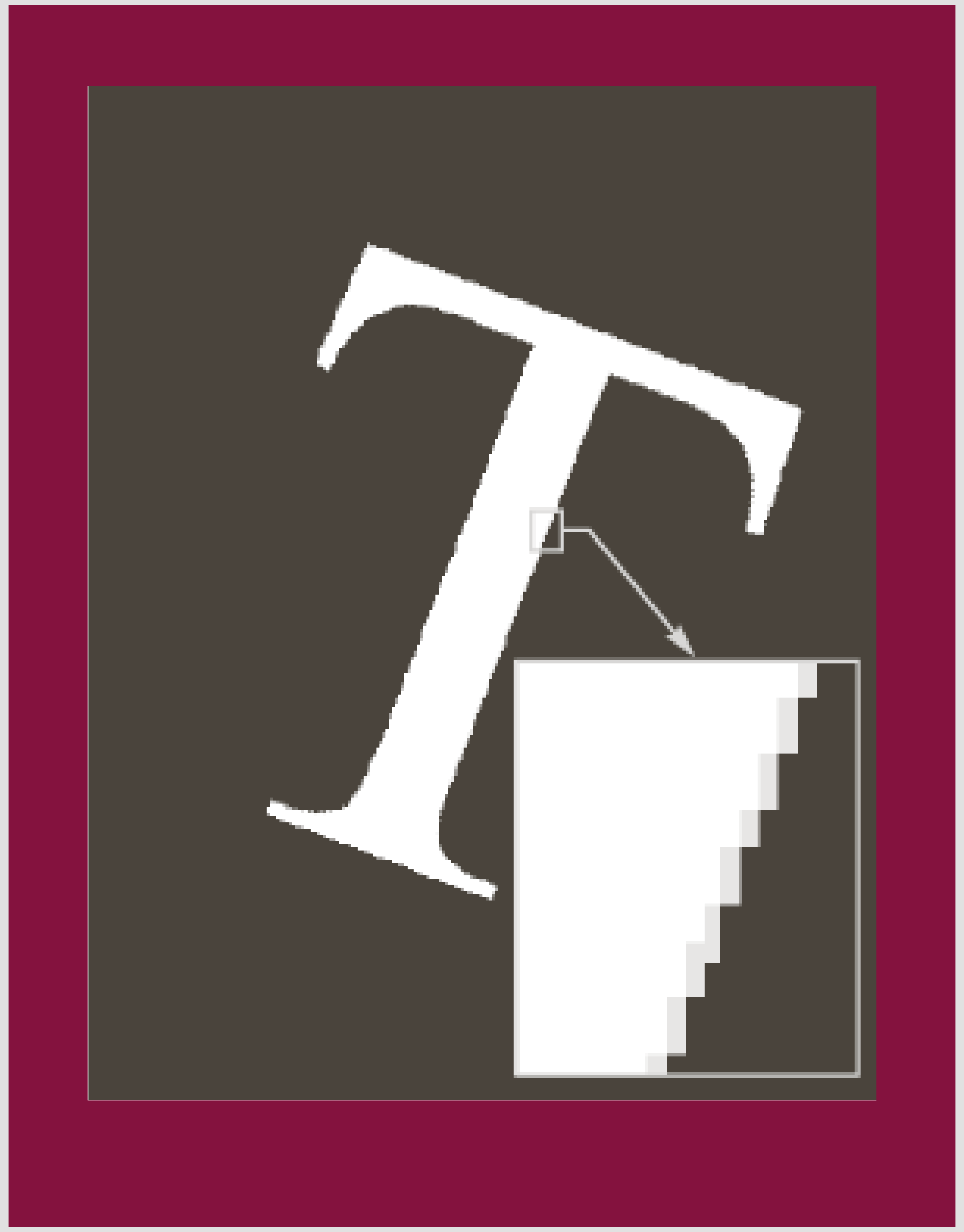
A review of some image pixel interpolation algorithms:
http://www.tinaja.com/glib/pixintpl.pdf

Implementación:
http://www.paulinternet.nl/?page=bicubic

Ejemplos

Imagen original

Vecino más próximo



Interpolación bilineal

Interpolación bicúbica

Comparación

Interpolación del vecino más cercano:	Interpolación bilineal:	Interpolación bicúbica:
El error de posición es a lo sumo medio píxel. Este error es perceptible en objetos con fronteras rectas en las que aparece un efecto de salto después de la transformación.	Produce una ligera disminución en la resolución a consecuencia del emborronado propio del promedio empleado; disminuye el efecto de salto.	No sufre el problema del efecto de salto y proporciona un menor emborronamiento que la interpolación bilinéal.