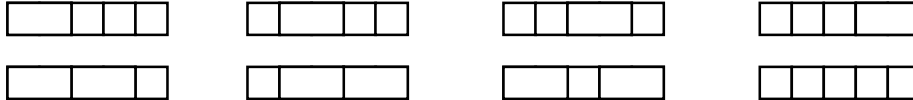


- 1 [60 puntos] Se desea pavimentar un camino rectangular de dimensiones  $1 \times N$  con losas de dimensiones  $1 \times k$ , para  $k=1, 2, \dots, M$ . Se quiere determinar de cuántas maneras puede llevarse a cabo la pavimentación. Por ejemplo, si  $N=5, M=2$ , hay 8 maneras de hacerlo:



Diseñe un algoritmo de programación dinámica que resuelva el problema en el caso general.

- a [15/60] Defina una notación formal (un lenguaje) que generalice el problema.
  - b [5/60] Exprese la pregunta en términos del lenguaje de a.
  - c [15/60] Establezca una recurrencia para calcular la respuesta en el caso general.
  - d [10/60] Dibuje un diagrama de necesidades correspondiente a c.
  - e [15/60] Estime las complejidades espacial y temporal de su algoritmo para responder la pregunta.
- 
- 2 [40 puntos] Sea  $G(V, E)$  un grafo dirigido, con  $V = \{1, 2, \dots, n\}$ . Dados  $p, q, r \in V$ , considere el problema de determinar si existe un circuito que pase por los nodos  $p, q$  y  $r$ .
- a [20/40] Describa un algoritmo para solucionar el problema
  - b [20/40] Estime las complejidades temporal y espacial de su algoritmo.
-

1

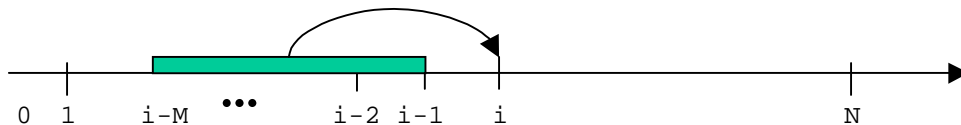
**a** Defina una notación formal (un lenguaje) que generalice el problema.  
Sea  $nmp.i \approx$  "número de maneras de pavimentar camino de  $1xi$ " [15/60]

**b** Exprese la pregunta en términos del lenguaje de **a**.  
 $nmp.N = ?$  [5/60]

**c** Establezca una recurrencia para calcular la respuesta en el caso general.  

$$\begin{aligned} nmp.i &= 0 && , \text{ si } i=0 \\ &= 1 && , \text{ si } i=1 \\ &= (+ j: 1 \leq j \leq (i \downarrow M) : nmp(i-j)) && , \text{ si } i>1 \end{aligned}$$
 [15/60]

**d** Dibuje un diagrama de necesidades correspondiente a **c**. [10/60]



**e** Estime las complejidades espacial y temporal de su algoritmo para responder la pregunta.

Espacio:  
Un arreglo  $NMP[0..N]$ . Entonces:  $S(N) = O(N)$  [5/60]

Tiempo:  
Para cada  $i$ ,  $nmp.i$  se calcula en  $O(M)$ .  
En total:  $T(N) = O(MN)$ . [10/60]

2

**a** Usar Dijkstra con etiquetas booleanas para existencia de arcos (conectividad). [5/20]

Cambiar `.min.` por `.v.` en la instrucción de actualización de la "distancia". [5/20]

Usar Dijkstra 3 veces. [10/20]

**b**  $S = O(n)$  [10/20]  
si se usan heaps en la representación de datos.

$T = O(n \log n + e)$  [10/20]  
si se usan heaps en la representación de datos.

