# Parcial 2 - Optimización
Gerardo Andrés Riaño Briceño - 201112388

## Problema 1

a) La funcin es no es convexa ni cncava dado que $F(x)$, matriz Hessiana de $f(x)$ es indefinida. De igual manera para el caso de $-f(x)$, como se muestra a continuacin:

$$f(x) = x_1 e^{-x_2}$$
$$-f(x) = -x_1^{-x_2}$$
$$x \in R^2$$
$$\nabla f(x) = [e^{-x_2}, -x_1 e^{-x_2}]$$
$$F(x) = \begin{bmatrix} 0 & e^{-x_2} \\ e^{-x_2} & x_1 e^{-x_2} \end{bmatrix}$$

Dado que $e^{-x_2} > 0$ para todo $x_2$, $det(F(x)) = -e^{-2x_2}$, $det(F(x)) < 0$, por lo tanto $F(x)$ no es semi-definida positiva, y $f(x)$ no es convexa, como $f(x)$ no es convexa, $-f(x)$ no es cóncava.
Para el caso de $-f(x)$, se tiene que:

$$\nabla f(x) = [-e^{-x_2}, x_1 e^{-x_2}]$$
$$F(x) = \begin{bmatrix} 0 & -e^{-x_2} \\ -e^{-x_2} & -x_1 e^{-x_2} \end{bmatrix}$$

De manera similar, $F(x)$ para el caso de $-f(x)$ es indefinida, por lo tanto no es convexa o cóncava.

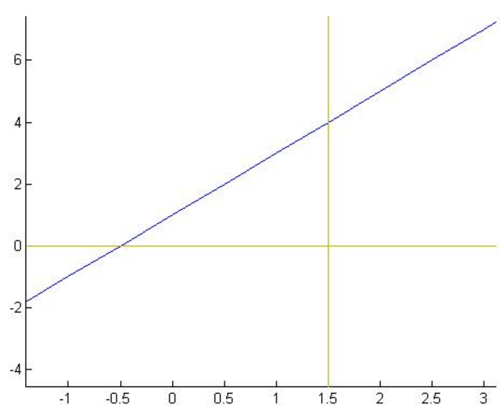
b) Para hallar los puntos que satisfacen la CNPO:

$$d^T \nabla f(x) \geq 0$$
$$\text{para puntos internos: } \nabla f(x) = 0$$

Entonces, sin pérdida de generalidad, se hallan los puntos que satisfacen la CNPO para el problema de optmización $\min -f(x)$. Se tiene que:

$$\nabla f(x) = [-e^{-x_2}, x_1 e^{-x_2}]$$

Para puntos internos, no se satisface la CNPO, i.e. $\nabla f(x) \neq 0$
Ahora bien, es necesario que para $d = (d_1, d_2)$, $d_1 \leq 0, d_2 \geq 0$ dado que $x_1 \geq 0$.
Ahora, se analizan las fronteras de la región factible, que se muestran en la imagen a continuación.



Primero se revisan las esquinas. En el punto $(0.5, 0)$ no se cumple la CNPO dado que $d_1 > 0$ es factible. En el punto (1.50) se satisface la CNPO dado que $d_1 \leq 0$ y $d_2 \geq 0$. Finalmente, en el punto $(1.5, 4)$ no se cumple la CNPO dado que $d_2 < 0$ es factible. Ahora, para la restricción $x_1 \geq 0$ no se cumple que $d_1 \leq 0$ dado que $d_1 > 0$ es factible. Por otro lado, para la restricción, $x_2 \leq 0$ no se cumple la CNPO dado que $d_2 < 0$ es factible. Finalmente, para la restricción $x1 \geq 1 + 2x_2$ no se cumple la CNPO, dado que $d_2 < 0$ y $d_1 > 0$ son factibles.

# Problema 2

a) Para definir los costos, último dígito del código igual a 8. Por lo tanto:

$$q = 8,\ c_0 = 16,\ c_1 = 8 \text{ y } c_2 = 5$$

Para plantear el problema como uno de transporte, se define $x_{ij}$ como el número de servilletas sucias que se envían a lavar, ya sea con el servicio rápido o lento, en el día i-ésimo, para ser regresadas el día j-ésimo. Asimismo, se define $x_{i0}$ como el número de servilletas sucias retiradas para un servicio futuro, en el día i-ésimo. Entonces, cada día i-ésimo representa un origen de servilletas sucias, que deben ser enviadas a lavar y se debe cumplir que:

$$\sum_{j=1}^{T} x_{ij} + x_{i0} = r_i, \text{ para } i = 1, 2, ..., T$$

De manera similar, cada día j representa un destino de servilletas limpias y $r_j$ servilletas deben recibirse de envíos anteriores a la lavandería, del stock, o de una nueva compra. Por lo tanto, se define $x_0 i$ como el número de servilletas compradas el día j-ésimo y $x_0 k$ el número de servilletas tomadas del stock. Se tiene entonces que:

$$\sum_{i=1}^{T} x_{ij} + x_{0i} + x_{0k}, \text{ para } j = 1, 2, ..., T$$

Además debe cumplirse que el sistema es balanceado y que ambas sumatorias descritas anteriormente son iguales y que las servilletas en stock no son más que 200. De esta manera, se puede plantear el problema de la forma típica de los problemas de transporte.
b) Primero se obtiene la primera solución básica factible, siguiendo la regla de la esquina noroeste y teniendo en cuenta que ciertos existen viajes imposibles, como los de la fila 4 del tableau, dado que no esposible lavar servilletas del día 4 para utilizarlas otro día.

| Dia | 1 | | 2 | | 3 | | 4 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Costo | | Costo | | Costo | | Costo | rt |
| 1 | | | 30 | 8 | 70 | 5 | 0 | 5 | 100 |
| 2 | | | | | 80 | 8 | 50 | 5 | 130 |
| 3 | | | | | | | 90 | 8 | 150 |
| 4 | | | | | | | | | 140 |
| Stock | 100 | 0 | 100 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| Compras | 0 | 16 | 0 | 16 | 0 | 16 | 0 | 16 | |
| rt | 100 | | 130 | | 150 | | 140 | | |
| Sucios (hace 1 día) | 100 | | 130 | | 150 | | 140 | | |
| Sucios (hace 2 días o más) | 0 | | 70 | | 50 | | 60 | | |