

Profesor Coordinador: Mario Castillo

Profesores: Astrid Bernal, Carlos Castellanos, Fabio Lagos, María Alejandra López, Gonzalo Torres, Hernando Mutis.

Segundo semestre de 2015

Complementaria 13

Ejercicios sobre evaluación de pruebas estadísticas, regiones críticas, errores tipo I y tipo II, pruebas de hipótesis para parámetros poblacionales

Punto 1

Si se define X como la variable aleatoria que representa el número de defectos relacionados con el espesor en la producción de lentes para anteojos, se toma una muestra aleatoria de 51 lentes con el fin de analizar el comportamiento de la varianza mediante la siguiente prueba de hipótesis:

$$H_0: \sigma^2 = 36$$

$$H_A: \sigma^2 = 49$$

A continuación, se plantea la siguiente prueba estadística:

$$T_1: \text{Rechazar } H_0 \text{ cuando } S^2 \geq 42$$

Con base en la información anterior de solución los siguientes literales:

- Calcule la probabilidad de error tipo I de la prueba estadística planteada
- Calcule la probabilidad de error tipo II de la prueba estadística planteada
- Calcule la potencia de la prueba

Punto 2

El gerente de ventas de libros universitarios Seneca quiere determinar la eficiencia de sus nuevos representantes de ventas. Para ello evaluará el número de libros que venden a los clientes semanalmente.

A continuación se presenta el número de libros que cada representante de ventas logró vender en las diez primeras semanas de trabajo.

| Número de clientes nuevos | | |
|---------------------------|--------------------------------|------------------------------|
| <i>Semana</i> | <i>Representantes Antiguos</i> | <i>Representantes Nuevos</i> |
| 1 | 12 | 13 |
| 2 | 11 | 10 |

| | | |
|----|----|----|
| 3 | 14 | 11 |
| 4 | 13 | 12 |
| 5 | 13 | 13 |
| 5 | 14 | 12 |
| 7 | 13 | 10 |
| 8 | 12 | 12 |
| 9 | 14 | |
| 10 | 12 | |

Ayuda: $S_A = 1.033$; $S_N = 1.187$

Asumiendo que estos datos constituyen muestras aleatorias de dos distribuciones normales e independientes con varianzas iguales pero desconocidas, ¿existe alguna razón para afirmar que los representantes de ventas antiguos logran vender, en promedio, más libros que los representantes nuevos? Utilice un nivel de significancia del 5%?

Punto 3

La empresa GalletasMar acaba de adquirir una segunda máquina para verter la cubierta de crema a cada una de las galletas. Actualmente, debido a un proceso de certificación, la empresa se encuentra interesada en conocer la variabilidad en el recubrimiento de crema en cada una de las galletas en cada máquina. Para esto, se tomaron muestras en cada una de las máquinas, y se encontró que, para la máquina antigua, la desviación del recubrimiento es de 1.04 mm (basado en una muestra de 11 galletas), y para la máquina nueva, la desviación del recubrimiento es de 1.81 mm (basado en una muestra de 10 galletas). A partir de estos resultados, César, el jefe de mantenimiento determinó que la máquina nueva presentaba una desviación muy alta en comparación a la máquina antigua, razón por lo cual sería necesario aplicar la garantía y solicitar el cambio de la máquina nueva.

- Formule la hipótesis nula y la hipótesis alterna de acuerdo con lo afirmado por César.
- Si el error tipo I máximo permitido es de 0.05, encuentre la región crítica de rechazo de acuerdo a la hipótesis nula.
- ¿Está usted de acuerdo con lo afirmado por el jefe de mantenimiento de la compañía?
- Utilice el criterio del P-value para concluir.

Punto 4

Un contratista ordena habitualmente lotes de 110 vigas de acero. La longitud especificada de cada viga es de 5 metros. Si la longitud de una viga es superior a los 5 metros, el contratista puede corregir su tamaño, sin embargo, si la longitud de una viga es inferior a los 5 metros, ésta se considera como defectuosa y debe ser desechada. El contratista ha estimado que la probabilidad de que la longitud de una viga sea inferior a los 5 metros es de 0.08, pero, en la última orden recibida hubo un número de vigas defectuosas mayor al esperado. Para el ingeniero de calidad es importante detectar un lote defectuoso para que este sea devuelto al proveedor. Un lote es considerado como no defectuoso si

la proporción de vigas defectuosas es menor o igual a 0.08. Para ello, él desea evaluar las siguientes hipótesis:

$$H_0: \text{El lote no es defectuoso} (p = 0.08)$$

$$H_1: \text{El lote es defectuoso} (p > 0.08)$$

Para contrastar las dos hipótesis el ingeniero ha diseñado las siguientes pruebas:

- Prueba 1: Tomar una muestra de 10 vigas, si hay una o menos vigas defectuosas no se rechaza la hipótesis nula.
 - Prueba 2: Tomar una muestra de 12 vigas, si hay dos o menos vigas defectuosas no se rechaza la hipótesis nula.
-
- a. Calcule la probabilidad de cometer error tipo I para las anteriores pruebas.
 - b. Calcule la probabilidad de cometer error tipo II para las anteriores pruebas. Suponga que p_1 es igual a 0.12.
 - c. Si Laura, la gerente comercial de la compañía SPICE, exige que la probabilidad de que un lote se rechace equivocadamente no supere 0.20, ¿cuál de las dos pruebas elegiría para presentarle a la gerencia?