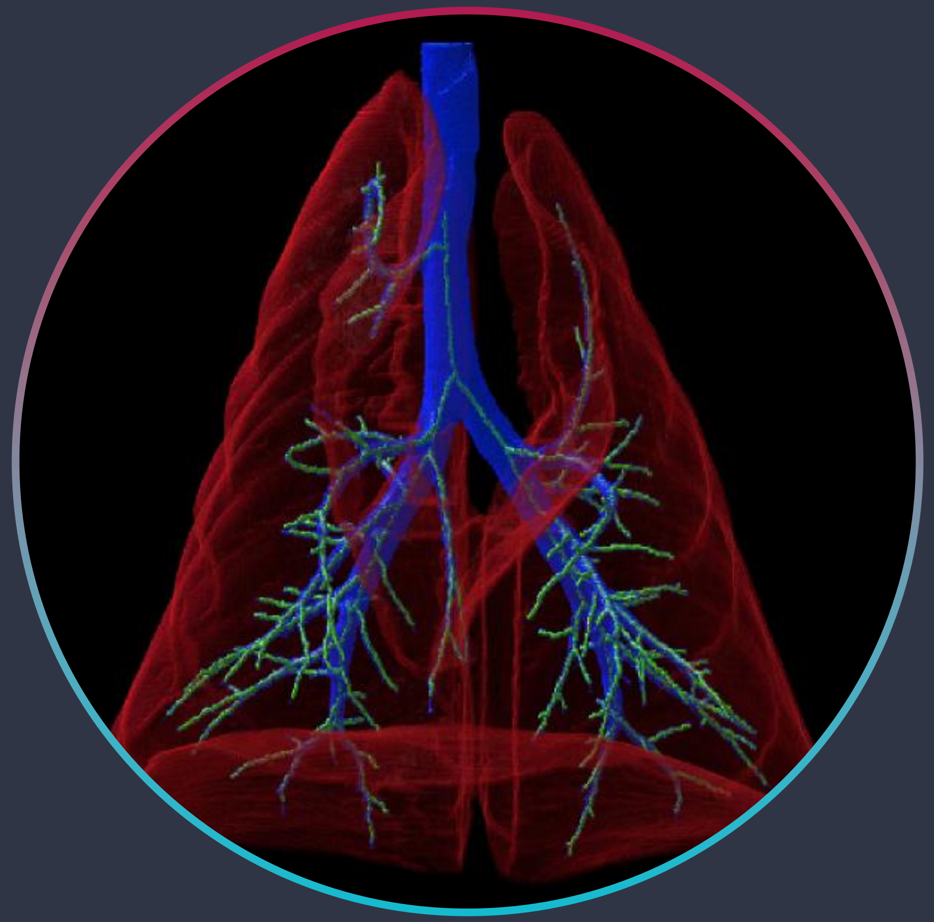


Imágenes y visión

Representación estadística & procesamiento del histograma

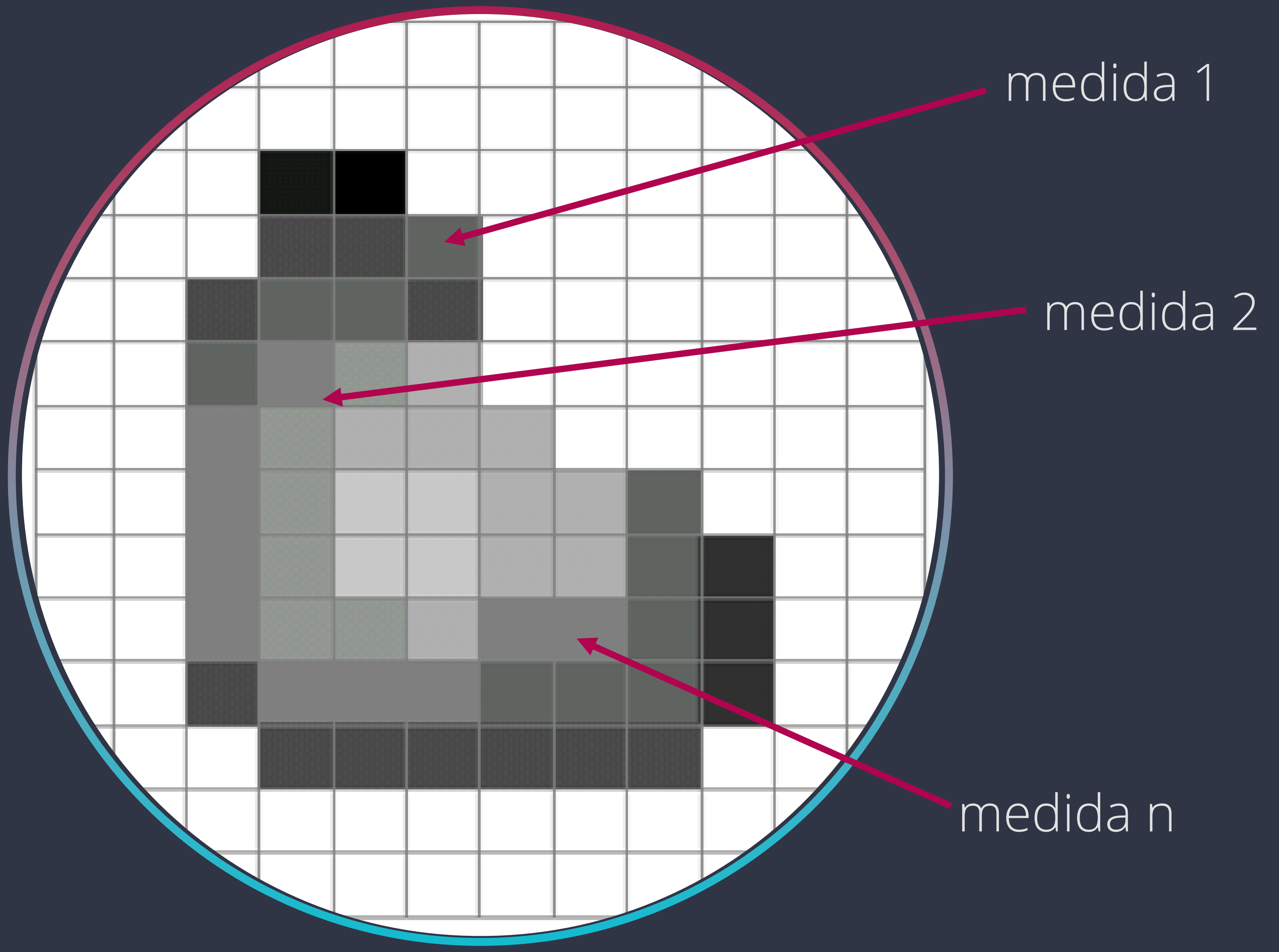
Representación estadística

La captura de la imagen puede ser vista como un proceso de naturaleza estadística.

Podemos tratar los valores de intensidad como cantidades (variables) aleatorias

Intuitivamente, una variable aleatoria puede tomarse como una cantidad cuyo valor no es fijo pero puede tomar diferentes valores

Informalmente una variable aleatoria puede concebirse como un valor numérico que está afectado por el azar



- $g = f(x,y)$ es una cantidad que se puede medir, regida por un proceso aleatorio y es llamada variable aleatoria.
- La cantidad medida $g = f(x,y)$ es caracterizada por una función de densidad de probabilidad $p(g)$.
- Esta función indica la probabilidad de observar (encontrar) el nivel de intensidad g en la imagen.

Dominio estadístico

Caso continuo

- Variables aleatorias continuas.
- Una cierta cantidad (nivel de gris) g es medida con una cierta probabilidad $p(g)$

Caso discreto

- Variables aleatorias discretas.
- Solo podemos medir un cierto número finito de niveles de gris z_i , i=0,1,2,...,L-1 en una imagen de M x N.
- La probabilidad $p(z_k)$ de que el nivel de gris z_k ocurra (aparezca) en la imagen está dada por:

$$p(z_k) = \frac{n_k}{MN}$$

- n_k es el número de ocurrencias de la intensidad z_k en la imagen y MN es el número total de píxeles.

Probabilidad de observar todos los valores de gris es 1

$$\int_{-\infty}^{\infty} p(g)dg = 1 \qquad \sum_{k=0}^{L-1} p(z_k) = 1$$

Esta probabilidad es calculada a partir del histograma de la imagen

Parámetros / propiedades estadísticas de una imagen

Intensidad media (promedio):

$$\mu = \int_{-\infty}^{\infty} p(g)\, g\, dg \quad \longrightarrow \quad m = \sum_{k=0}^{L-1} z_k\, p(z_k)$$

Varianza de intensidades:

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} p(g)(g-\mu)^2\, dg \quad \longrightarrow \quad \sigma^2 = \sum_{k=0}^{L-1} (z_k - m)^2\, p(z_k)$$

Desviación estándar:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

Medida de dispersión alrededor de la media (momento centrado de segundo orden)

Parámetros / propiedades estadísticas de una imagen

Momento centrado de orden *n*:

$$\mu_n = \int_{-\infty}^{\infty} p(g)(g-\mu)^n \, dg \qquad \qquad \mu_n(z) = \sum_{k=0}^{L-1} (z_k - m)^n \, p(z_k)$$

Uso de las propiedades estadísticas :

- Transformación de intensidad.
- Segmentación.
- Descripción de textura.
- Técnicas de reconocimiento de objetos.

Procesamiento del histograma

Histograma

El histograma de una imagen digital es una función discreta:

$$h(r_k) = n_k$$

- $k = 0,1,\ldots,L\text{-}1$
- $0 <= r_k <= L\text{-}1$. r_k : k-ésimo nivel de gris
- n_k: número de píxeles en la imagen con el nivel de gris r_k.
- Histograma normalizado:

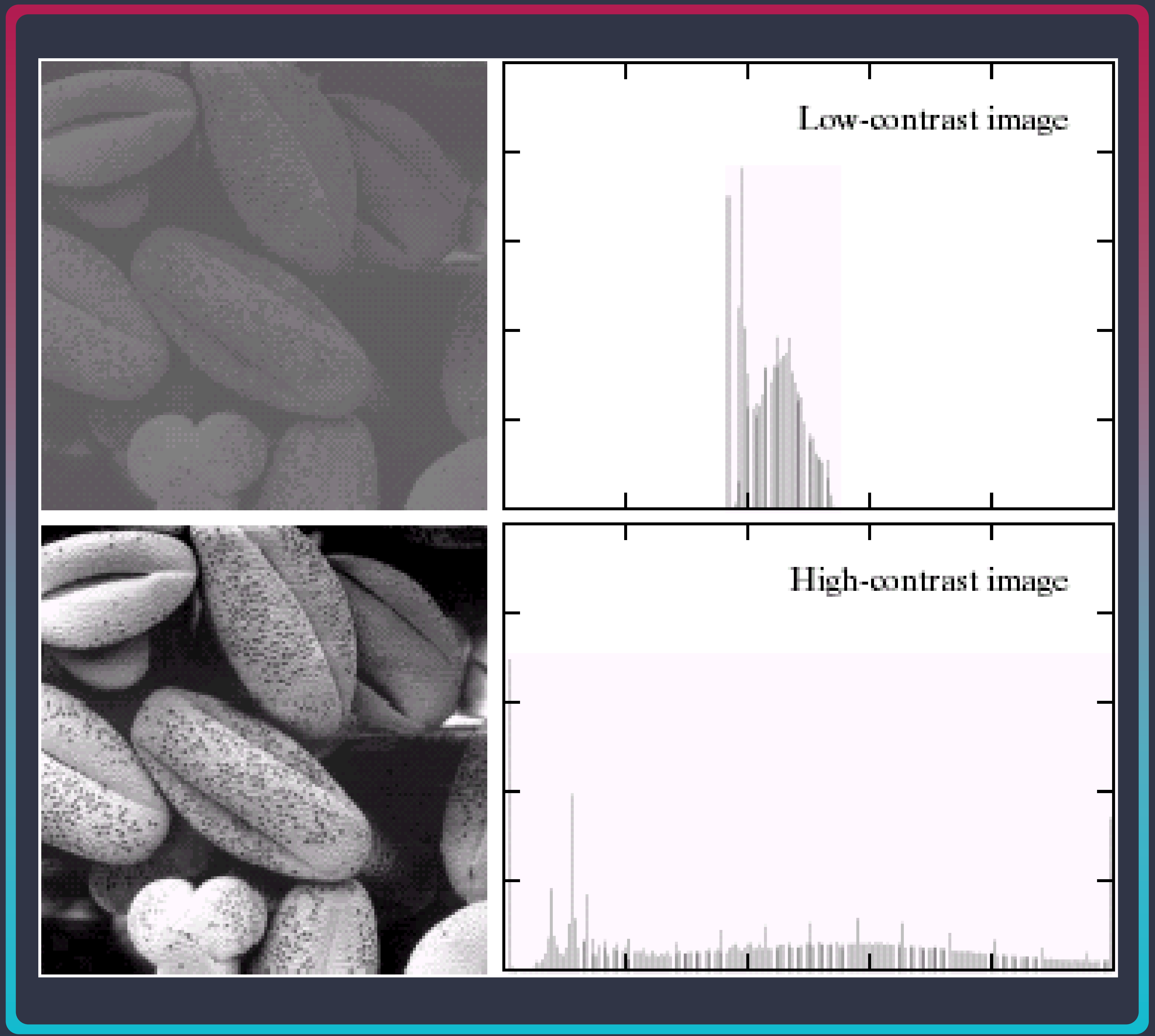
$$p(r_k) = \frac{n_k}{MN}, k = 0,1,..L-1$$

Estimación de la probabilidad de ocurrencia del nivel de gris r_k en la imagen (≅ Función de Densidad de Probabilidad en continuo)

Interés del histograma

- Provee estadísticas de la imagen.
- Fácil de implementar.
- Base de numerosas técnicas de procesamiento de imágenes en el dominio espacial:
  - Realce.
  - Segmentación.

Ejemplos de histogramas



Dinámica estrecha

Dinámica amplia

Funciones de transformación del histograma: ecualización y especificación

Funciones de transformación del histograma

$$s = T(r) \qquad 0 \leq r \leq L-1$$

Nos enfocaremos en transformaciones (mapeos de intensidad) de esta forma

Propiedades de *r*:

- *r* está en el rango [0, *L*-1]
- *r* = 0 (negro), *r* = *L*-1 (blanco)

Propiedades de *T*:

- $T(r)$ es una función monótona creciente en el intervalo $0 \leq r \leq L-1$

Preserva el orden entre blanco y negro en la escala de grises

- $0 \leq T(r) \leq L-1$ para $0 \leq r \leq L-1$

Garantiza una aplicación que es coherente con el rango de valores de pixel permitidos

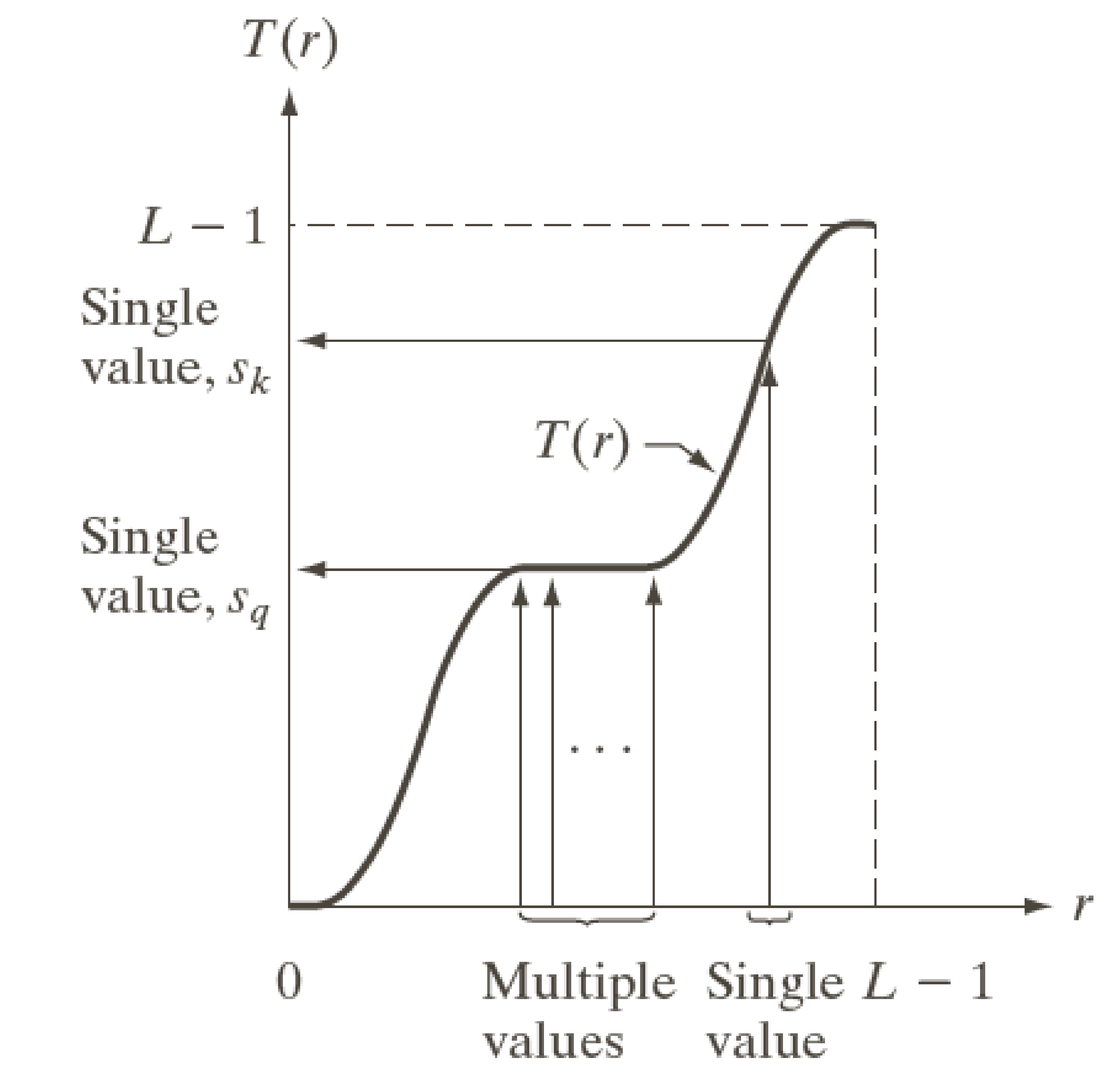
- Existe la inversa $r = T^{-1}(s)$ para $0 \leq s \leq L-1$. En este caso: $T(r)$ es estrictamente monótona creciente en el intervalo $0 \leq r \leq L-1$

Garantiza que el mapeo de *s* a *r* es uno a uno

Funciones de transformación del histograma

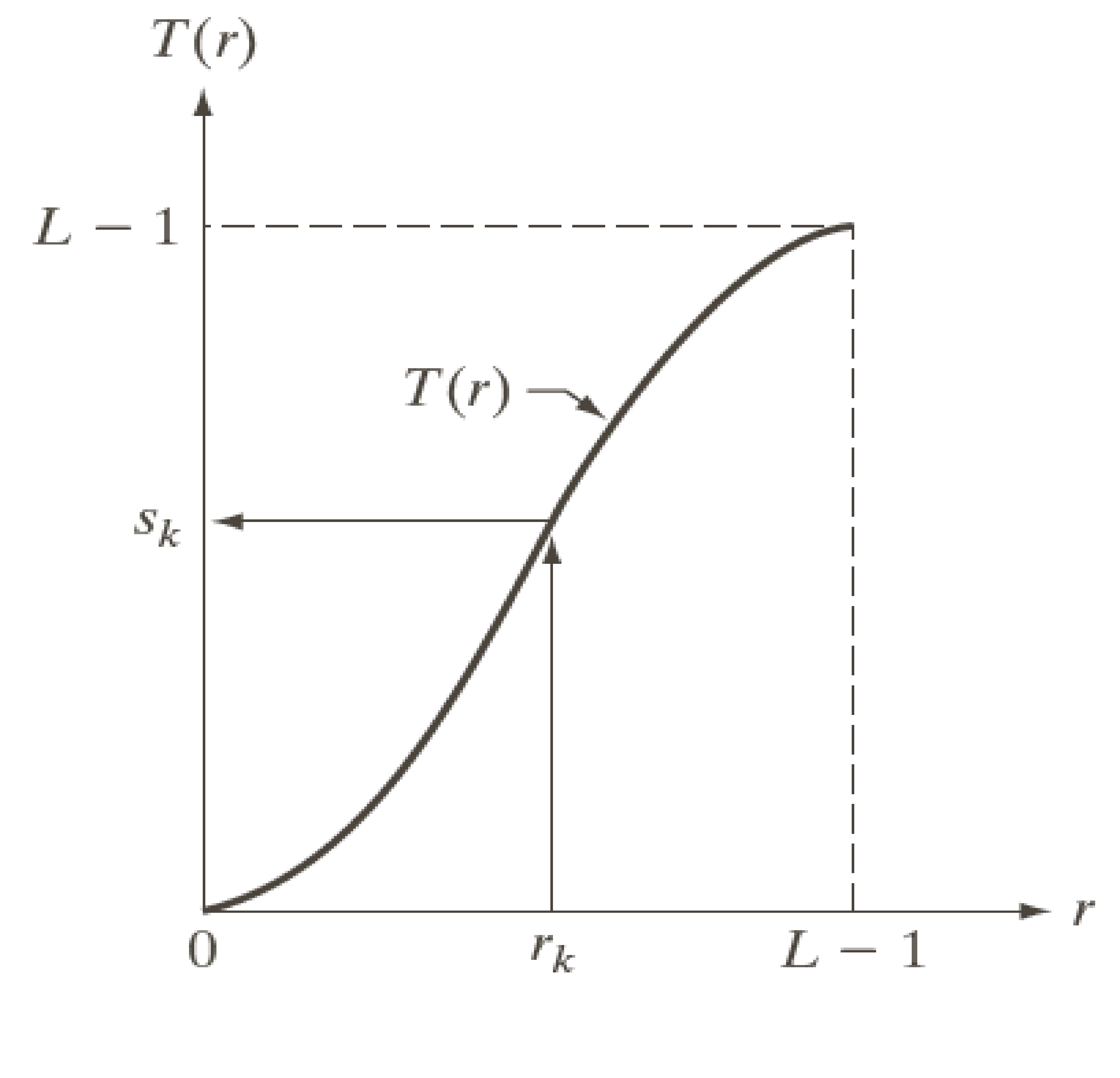
$0 \leq T(r) \leq L - 1$

Garantiza que el rango de las intensidades de salida es el mismo de entrada



- $T(r)$ es monótona creciente: $T(r_2) \geq T(r_1)$ para $r_2 > r_1$.

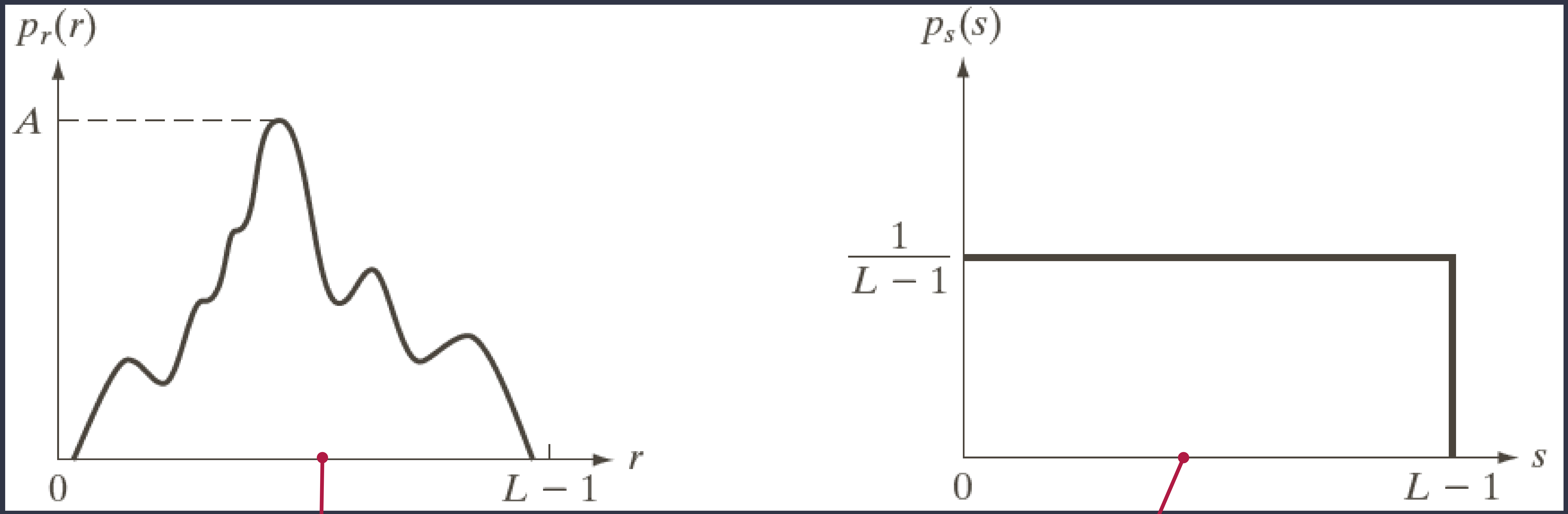
- Garantiza que no se creen artefactos debido a intensidades invertidas.



- $T(r)$ es estrictamente monótona creciente: $T(r_2) > T(r_1)$ para $r_2 > r_1$.
- Garantiza que el mapeo de s a r es uno a uno (sin ambigüedades).

$$s = T(r)$$

Busca producir una imagen de salida que tiene un histograma uniformemente distribuido.



FDP arbitraria

FDP uniforme, resultado de aplicar la función de ecualización del histograma

Ecualización del histograma

$$s = T(r)$$

Una función de ecualización es una función de transformación que toma la información del histograma de la imagen de entrada para generar una imagen con mayor contraste.

Ecualización del histograma

En continuo:

$$s = T(r) = (L-1)\int_0^r p_r(w)dw$$

Función de distribución acumulada de una variable aleatoria *r*: probabilidad de que la variable tenga un valor inferior o igual a *r*

$$p_s(s) = \frac{1}{L-1}$$

FDP uniforme

- La función de transformación *T*(*r*) da origen a una variable aleatoria *s* caracterizada por una FDP uniforme.
- *T*(*r*) depende de $p_r(r)$, pero $p_s(s)$ siempre es uniforme independientemente de la forma de $p_r(r)$.

Ecualización del histograma

En continuo:

$$s = T(r) = (L-1)\int_{0}^{r} p_r(w)\,dw$$

$$p_s(s) = \frac{1}{L-1}$$

FDP uniforme

En discreto:

$$s_k = T(r_k) = (L-1)\sum_{j=0}^{k} p_r(r_j)$$

Esta ecuación se basa en la información extraída directamente de la imagen sin tener en cuenta ninguna información adicional.

Ecualización del histograma

En discreto:

Trabajamos con probabilidades (valores del histograma) y sumas en lugar de FDP e integrales.

$$s_k = T(r_k) = (L-1)\sum_{j=0}^{k} p_r(r_j)$$

Sabemos que:

$$p_r(r_j) = \frac{n_j}{MN}, j = 0,1,..L-1$$

Entonces:

$$s_k = T(r_k) = (L-1)\sum_{j=0}^{k} p_r(r_j) = \frac{(L-1)}{MN}\sum_{j=0}^{k} n_j \quad k = 0,1,\ldots,L-1$$

Ecualización del histograma

$$s_0 = T(r_0) = \frac{(L-1)}{MN}\sum_{j=0}^{0} n_j = \frac{(L-1)}{MN} n_0$$

de pixeles con nivel de gris r_0

$$s_1 = T(r_1) = \frac{(L-1)}{MN}\sum_{j=0}^{1} n_j = \frac{(L-1)}{MN}(n_0 + n_1)$$

de pixeles con nivel de gris r_0 +
de pixeles con nivel de gris r_1

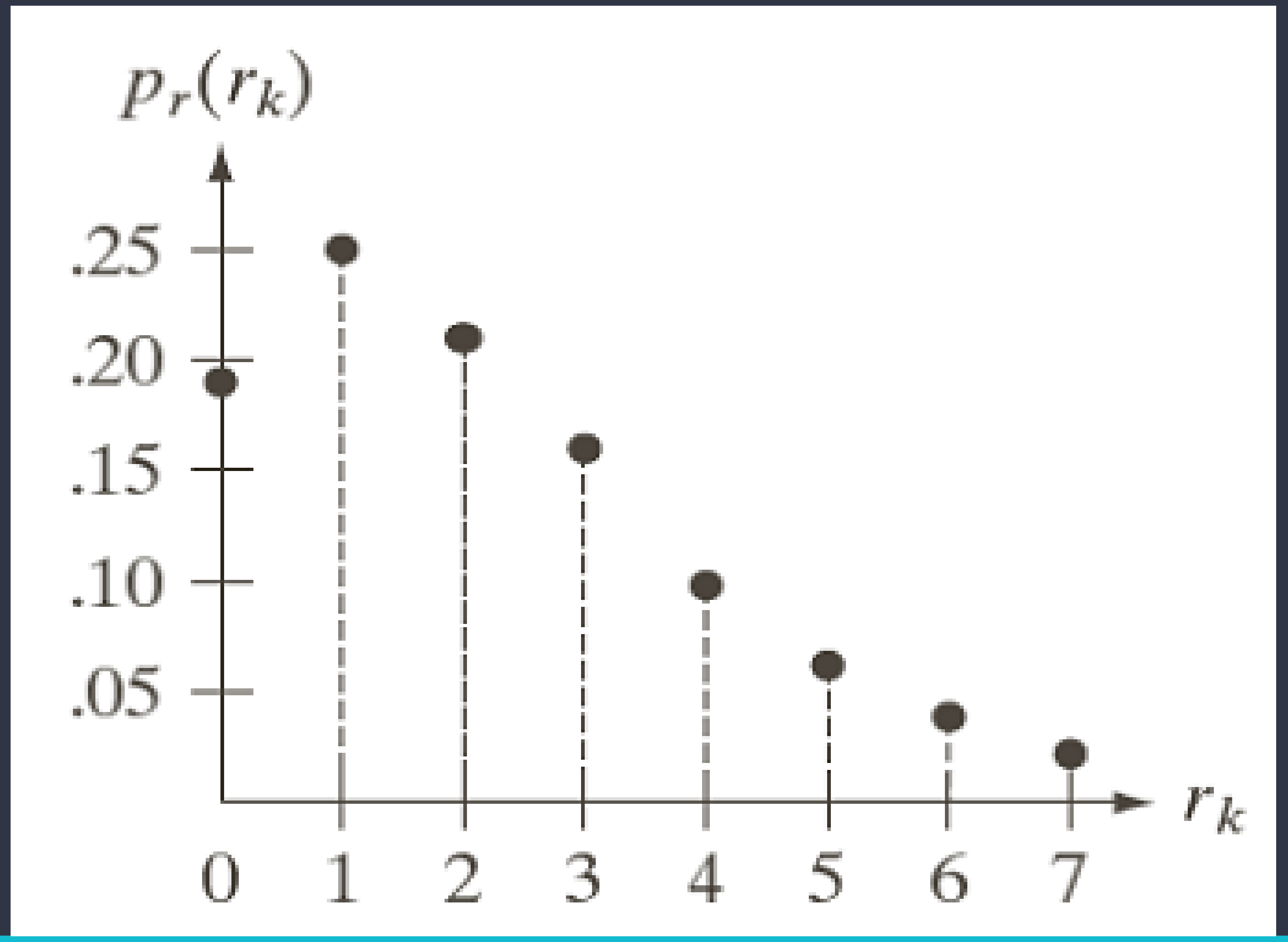
$$s_2 = T(r_2) = \frac{(L-1)}{MN}\sum_{j=0}^{2} n_j = \frac{(L-1)}{MN}(n_0 + n_1 + n_2)$$

de pixeles con nivel de gris r_0 +
de pixeles con nivel de gris r_1 +
de pixeles con nivel de gris r_2

Ejemplo de ecualización del histograma

- Imagen 3-bits (L = 8)
- Tamaño de la imagen 64 x 64 (MN= 4096)
- Distribución de intensidades:

r_k	n_k	$p_r(r_k) = n_k/MN$
$r_0 = 0$	790	0.19
$r_1 = 1$	1023	0.25
$r_2 = 2$	850	0.21
$r_3 = 3$	656	0.16
$r_4 = 4$	329	0.08
$r_5 = 5$	245	0.06
$r_6 = 6$	122	0.03
$r_7 = 7$	81	0.02



Ejemplo de ecualización del histograma

Ecualizar el histograma:

1. Calcular s_k para todo k
2. Calcular el nuevo histograma normalizado $p_s(s_k)$

Ecualizar el histograma:

1. Calcular s_k para todo k
2. Calcular el nuevo histograma normalizado $p_s(s_k)$:

$s_0 = 1.33$	$s_4 = 6.23$
$s_1 = 3.08$	$s_5 = 6.65$
$s_2 = 4.55$	$s_6 = 6.86$
$s_3 = 5.67$	$s_7 = 7.00$

Ejemplo de ecualización del histograma

Ecualizar el histograma:

1. Calcular s_k para todo k
2. Calcular el nuevo histograma normalizado $p_s(s_k)$:

$s_0 = 1.33$ (1)	$s_4 = 6.23$ (6)
$s_1 = 3.08$ (3)	$s_5 = 6.65$ (7)
$s_2 = 4.55$ (5)	$s_6 = 6.86$ (7)
$s_3 = 5.67$ (6)	$s_7 = 7.00$ (7)

r_k	n_k	s_k	nuevo n_k
$r_0 = 0$	790	$s_0 = 1$	$n_0 = 0$
$r_1 = 1$	1023	$s_1 = 3$	$n_1 = 790$
$r_2 = 2$	850	$s_2 = 5$	$n_2 = 0$
$r_3 = 3$	656	$s_3 = 6$	$n_3 = 1023$
$r_4 = 4$	329	$s_4 = 6$	$n_4 = 0$
$r_5 = 5$	245	$s_5 = 7$	$n_5 = 850$
$r_6 = 6$	122	$s_6 = 7$	$n_6 = 656 + 329 = 985$
$r_7 = 7$	81	$s_7 = 7$	$n_7 = 245 + 122 + 81 = 448$

n_i = # de píxeles con nivel de gris i

Ejemplo de ecualización del histograma

Ecualizar el histograma:

1. Calcular s_k para todo k
2. Calcular el nuevo histograma normalizado $p_s(s_k)$:

$s_0 = 1.33$ (1)	$s_4 = 6.23$ (6)
$s_1 = 3.08$ (3)	$s_5 = 6.65$ (7)
$s_2 = 4.55$ (5)	$s_6 = 6.86$ (7)
$s_3 = 5.67$ (6)	$s_7 = 7.00$ (7)

r_k	n_k	s_k	nuevo n_k
$r_0 = 0$	790	$s_0 = 1$	$n_0 = 0$
$r_1 = 1$	1023	$s_1 = 3$	$n_1 = 790$
$r_2 = 2$	850	$s_2 = 5$	$n_2 = 0$
$r_3 = 3$	656	$s_3 = 6$	$n_3 = 1023$
$r_4 = 4$	329	$s_4 = 6$	$n_4 = 0$
$r_5 = 5$	245	$s_5 = 7$	$n_5 = 850$
$r_6 = 6$	122	$s_6 = 7$	$n_6 = 656 + 329 = 985$
$r_7 = 7$	81	$s_7 = 7$	$n_7 = 245 + 122 + 81 = 448$

En la imagen resultado no hay píxeles con nivel de gris 0

n_i = # de píxeles con nivel de gris i

Ejemplo de ecualización del histograma

Ecualizar el histograma:

En la imagen resultado hay 790 píxeles con nivel de gris 1 (los que en la imagen original tenían nivel de gris 0)

1. Calcular s_k para todo k
2. Calcular el nuevo histograma normalizado $p_s(s_k)$:

$s_0 = 1.33\ (1)$	$s_4 = 6.23\ (6)$
$s_1 = 3.08\ (3)$	$s_5 = 6.65\ (7)$
$s_2 = 4.55\ (5)$	$s_6 = 6.86\ (7)$
$s_3 = 5.67\ (6)$	$s_7 = 7.00\ (7)$

r_k	n_k	s_k	nuevo n_k
$r_0 = 0$	790	$s_0 = 1$	$n_0 = 0$
$r_1 = 1$	1023	$s_1 = 3$	$n_1 = 790$
$r_2 = 2$	850	$s_2 = 5$	$n_2 = 0$
$r_3 = 3$	656	$s_3 = 6$	$n_3 = 1023$
$r_4 = 4$	329	$s_4 = 6$	$n_4 = 0$
$r_5 = 5$	245	$s_5 = 7$	$n_5 = 850$
$r_6 = 6$	122	$s_6 = 7$	$n_6 = 656 + 329 = 985$
$r_7 = 7$	81	$s_7 = 7$	$n_7 = 245 + 122 + 81 = 448$

n_i = # de píxeles con nivel de gris i

Ejemplo de ecualización del histograma

Ecualizar el histograma:

1. Calcular s_k para todo k
2. Calcular el nuevo histograma normalizado $p_s(s_k)$:

$s_0 = 1.33\ (1)$	$s_4 = 6.23\ (6)$
$s_1 = 3.08\ (3)$	$s_5 = 6.65\ (7)$
$s_2 = 4.55\ (5)$	$s_6 = 6.86\ (7)$
$s_3 = 5.67\ (6)$	$s_7 = 7.00\ (7)$

r_k	n_k	s_k	**nuevo n_k**
$r_0 = 0$	790	$s_0 = 1$	$n_0 = 0$
$r_1 = 1$	1023	$s_1 = 3$	$n_1 = 790$
$r_2 = 2$	850	$s_2 = 5$	$n_2 = 0$
$r_3 = 3$	656	$s_3 = 6$	$n_3 = 1023$
$r_4 = 4$	329	$s_4 = 6$	$n_4 = 0$
$r_5 = 5$	245	$s_5 = 7$	$n_5 = 850$
$r_6 = 6$	122	$s_6 = 7$	$n_6 = 656 + 329 = 985$
$r_7 = 7$	81	$s_7 = 7$	$n_7 = 245 + 122 + 81 = 448$

En la imagen resultado no hay píxeles con nivel de gris 2

n_i = # de píxeles con nivel de gris i

Ejemplo de ecualización del histograma

Ecualizar el histograma:

1. Calcular s_k para todo k
2. Calcular el nuevo histograma normalizado $p_s(s_k)$:

$s_0 = 1.33$ (1)	$s_4 = 6.23$ (6)
$s_1 = 3.08$ (3)	$s_5 = 6.65$ (7)
$s_2 = 4.55$ (5)	$s_6 = 6.86$ (7)
$s_3 = 5.67$ (6)	$s_7 = 7.00$ (7)

En la imagen resultado hay 1023 píxeles con nivel de gris 3 (los que en la imagen original tenían nivel de gris 1)

r_k	n_k	s_k	nuevo n_k
$r_0 = 0$	790	$s_0 = 1$	$n_0 = 0$
$r_1 = 1$	1023	$s_1 = 3$	$n_1 = 790$
$r_2 = 2$	850	$s_2 = 5$	$n_2 = 0$
$r_3 = 3$	656	$s_3 = 6$	$n_3 = 1023$
$r_4 = 4$	329	$s_4 = 6$	$n_4 = 0$
$r_5 = 5$	245	$s_5 = 7$	$n_5 = 850$
$r_6 = 6$	122	$s_6 = 7$	$n_6 = 656 + 329 = 985$
$r_7 = 7$	81	$s_7 = 7$	$n_7 = 245 + 122 + 81 = 448$

n_i = # de píxeles con nivel de gris i

Ecualizar el histograma:

1. Calcular s_k para todo k
2. Calcular el nuevo histograma normalizado $p_s(s_k)$:

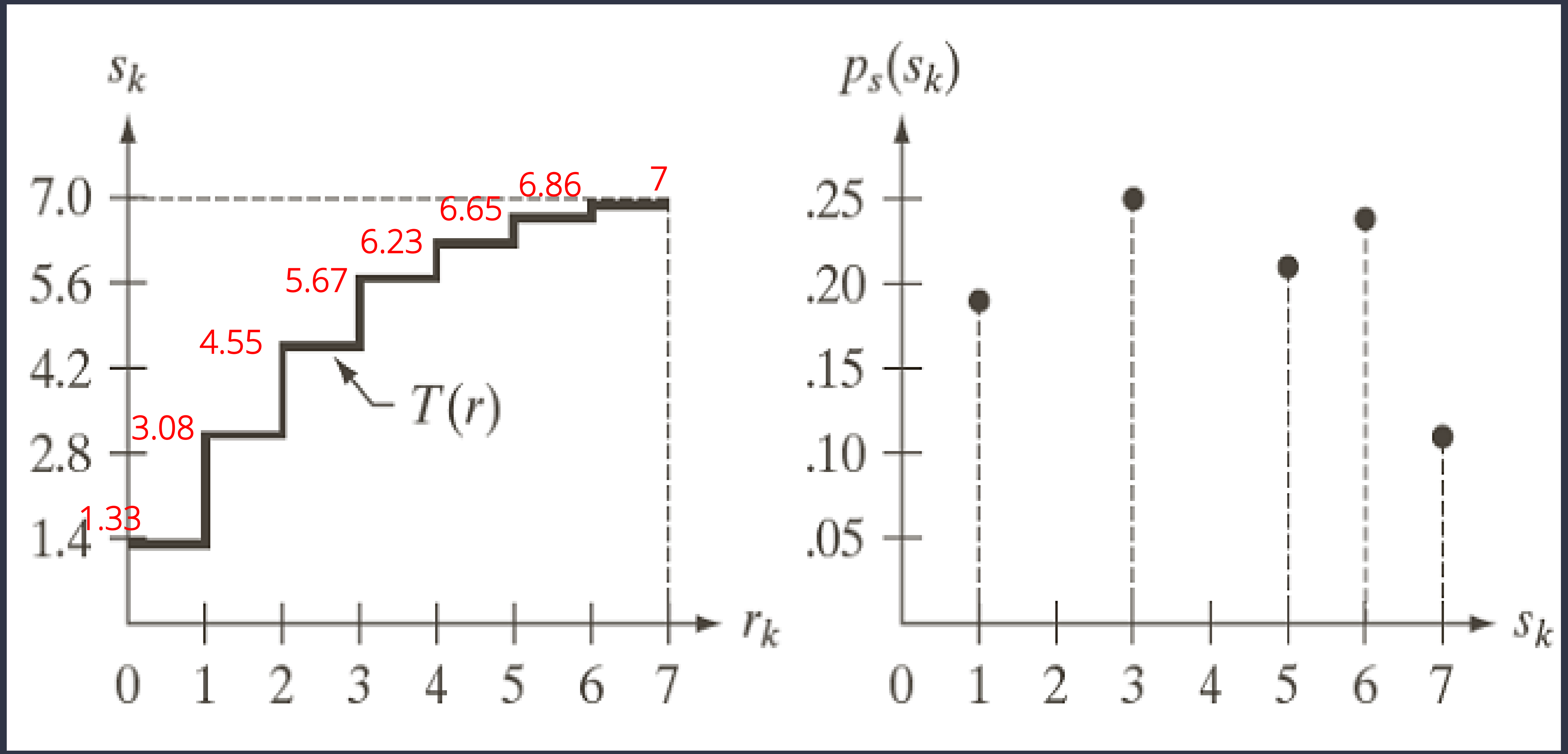
$s_0 = 1.33$ (1)	$s_4 = 6.23$ (6)
$s_1 = 3.08$ (3)	$s_5 = 6.65$ (7)
$s_2 = 4.55$ (5)	$s_6 = 6.86$ (7)
$s_3 = 5.67$ (6)	$s_7 = 7.00$ (7)

s_k	nuevo n_k	$p_s(s_k) = n_k/MN$
$s_0 = 1$	$n_0 = 0$	$n_0 = 0$
$s_1 = 3$	$n_1 = 790$	$n_1 = 0.19$
$s_2 = 5$	$n_2 = 0$	$n_2 = 0$
$s_3 = 6$	$n_3 = 1023$	$n_3 = 0.24$
$s_4 = 6$	$n_4 = 0$	$n_4 = 0$
$s_5 = 7$	$n_5 = 850$	$n_5 = 0.20$
$s_6 = 7$	$n_6 = 985$	$n_6 = 0.24$
$s_7 = 7$	$n_7 = 448$	$n_7 = 0.10$

Ejemplo de ecualización del histograma

Ecualizar el histograma:

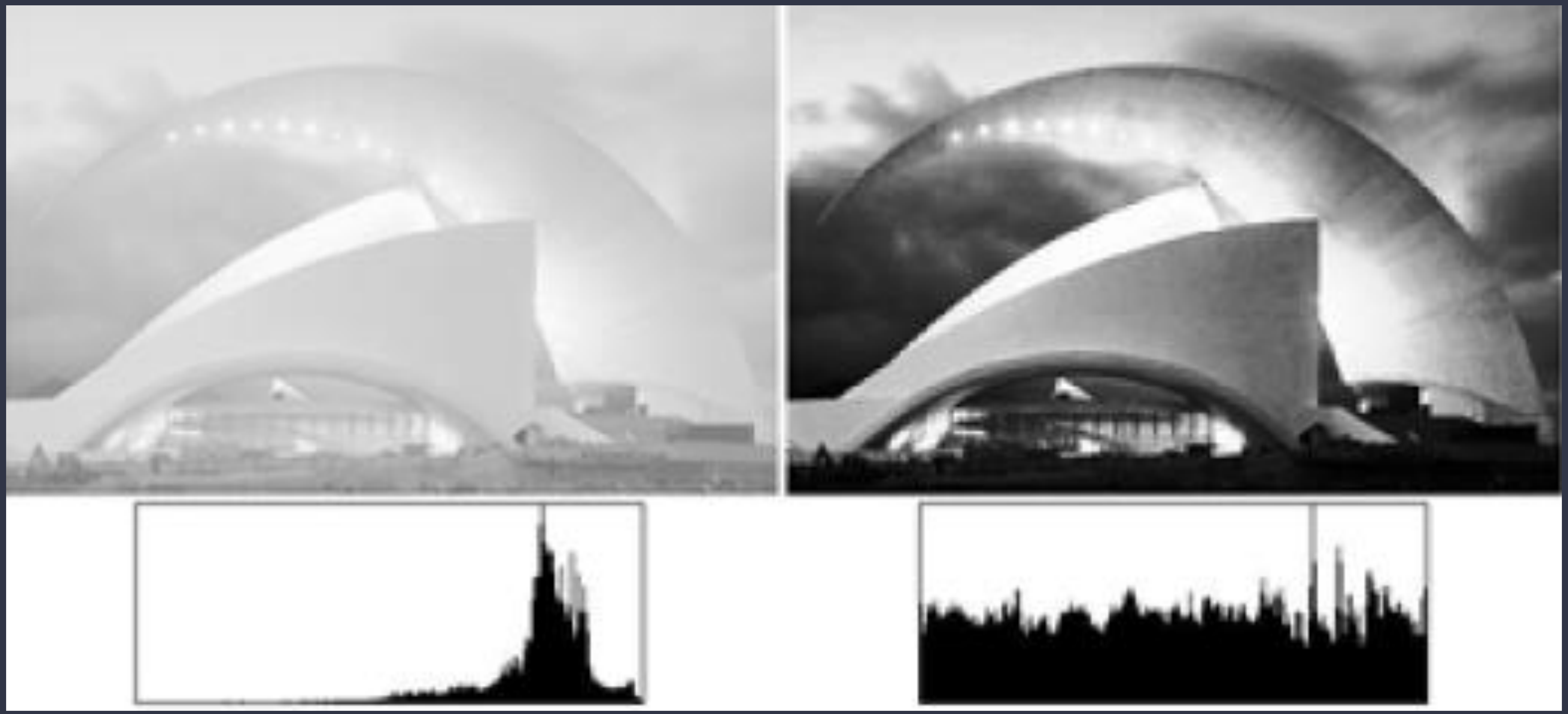
1. Calcular s_k para todo k
2. Calcular el nuevo histograma normalizado $p_s(s_k)$:



Un histograma es una aproximación de una FDP:

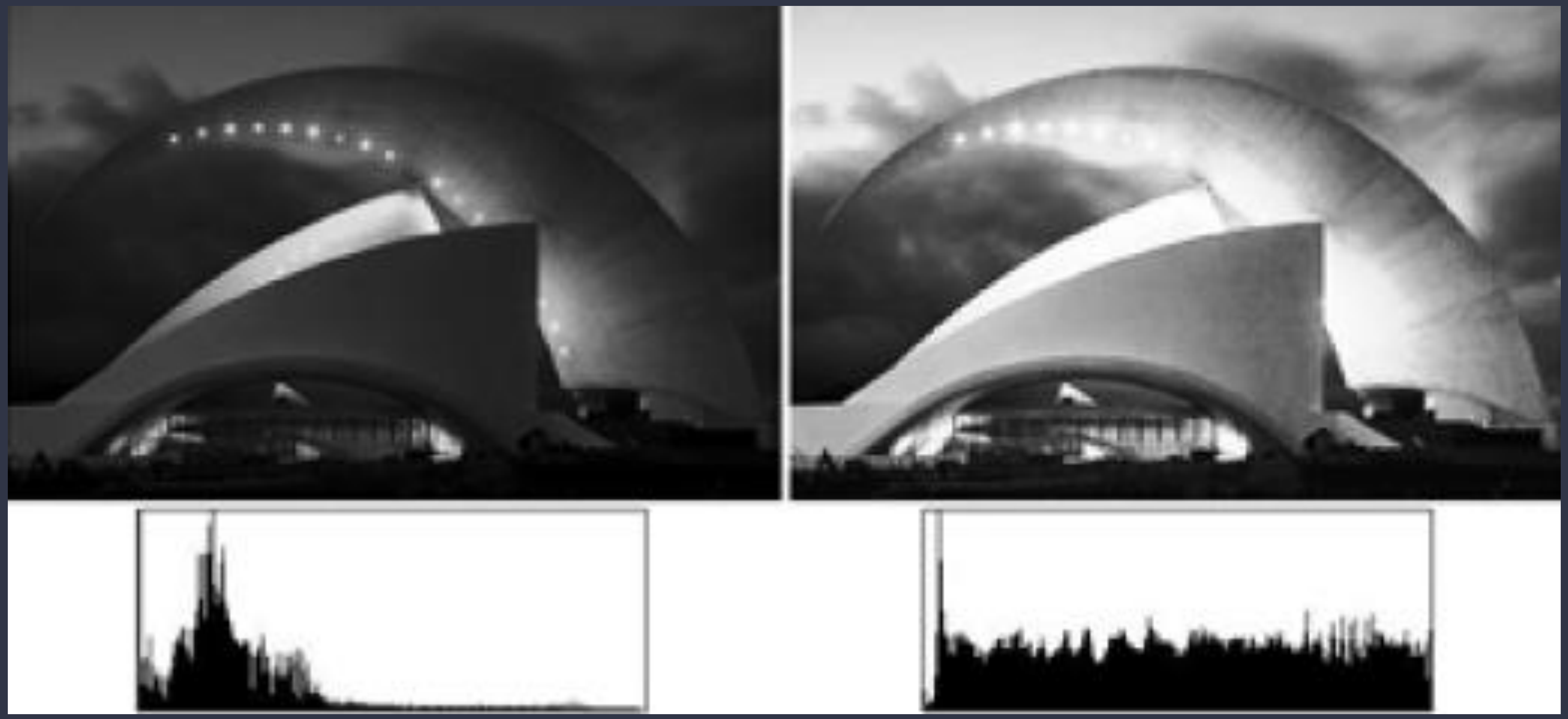
- No se crean nuevos valores de intensidad (dentro del rango)
- En la práctica, los histogramas perfectamente planos son raros en las aplicaciones discretas de ecualización.
- Sin embargo, el resultado es una mejora del contraste.

Resultados de ecualización del histograma



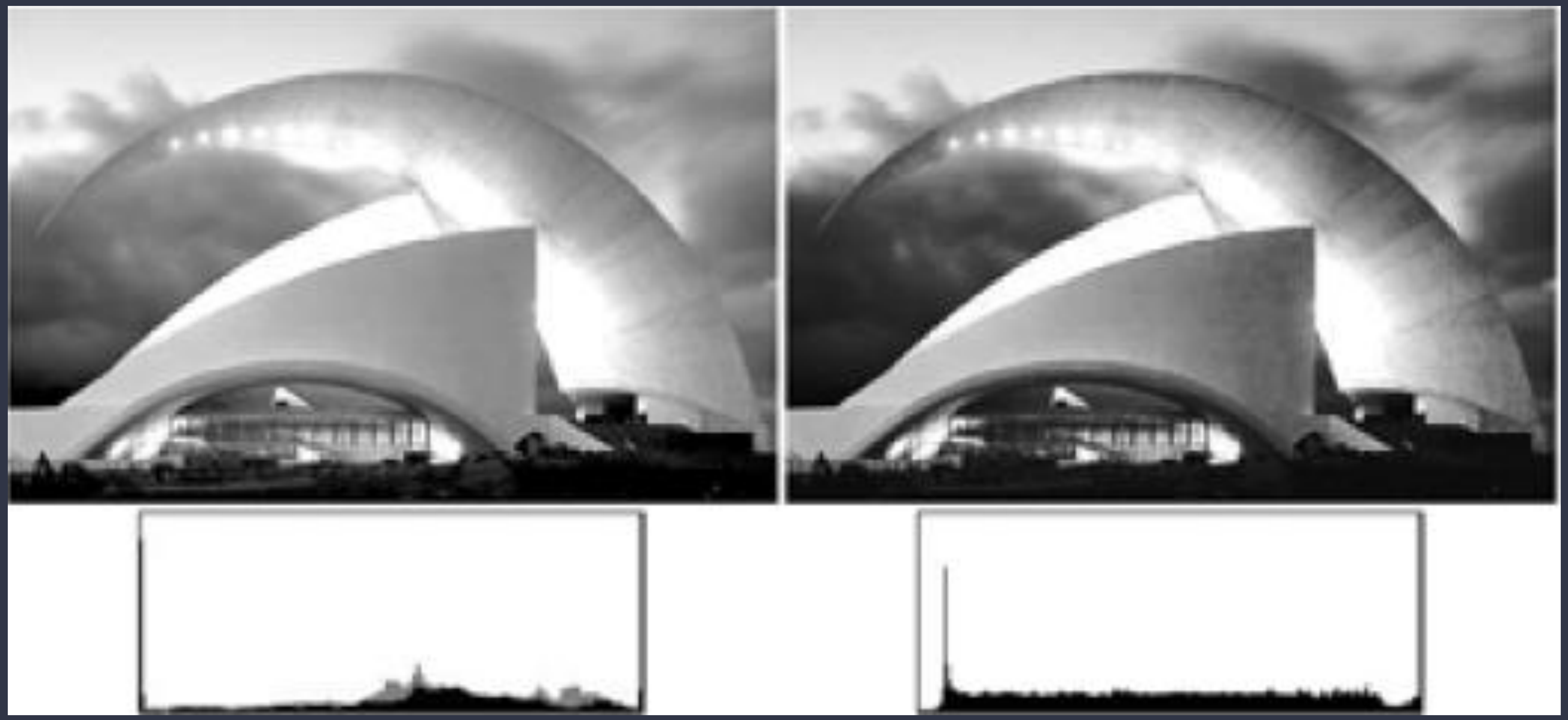
Alto brillo

Resultados de ecualización del histograma



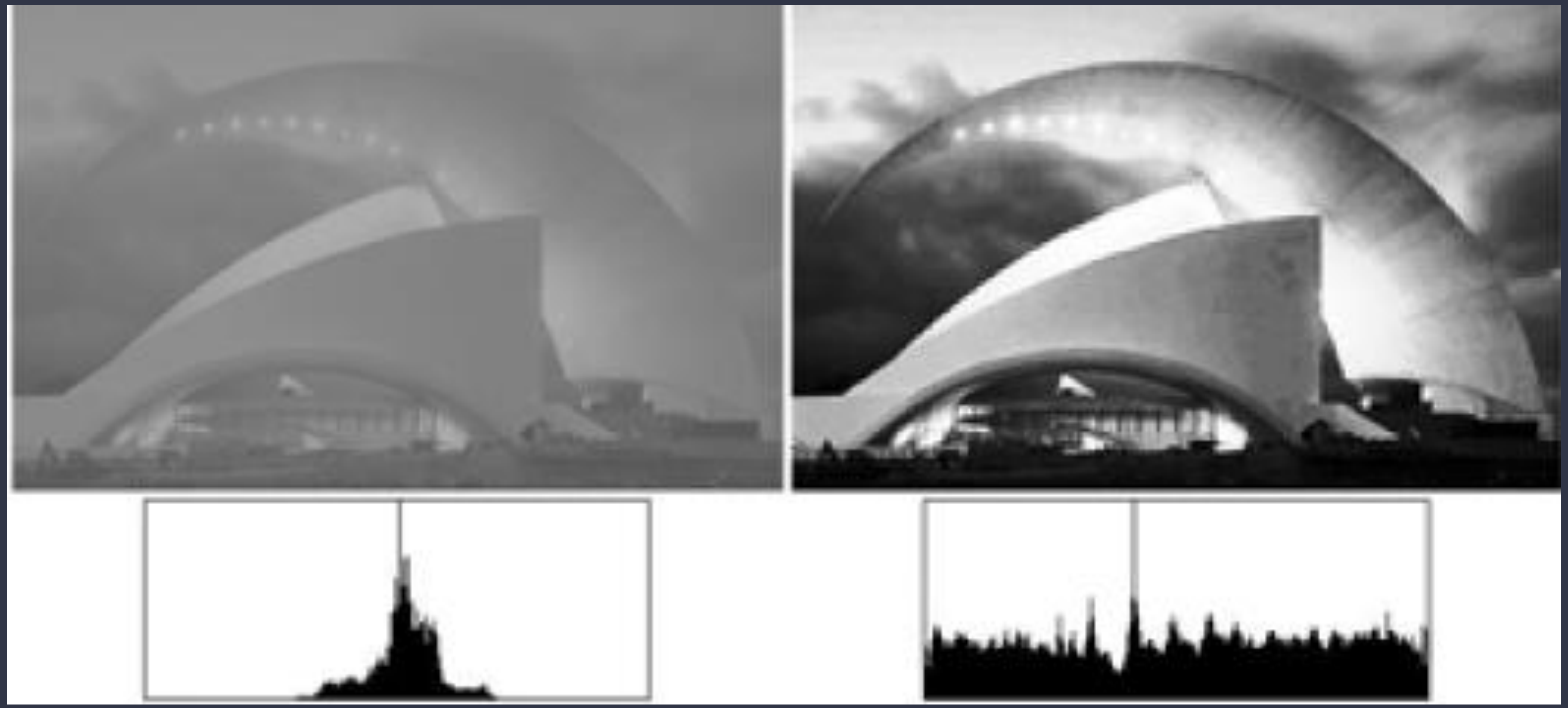
Bajo brillo

Resultados de ecualización del histograma



Alto contraste

Resultados de ecualización del histograma



Bajo contraste

Procesamiento local del histograma

Procesamiento local del histograma

Objetivo

Realzar detalles en regiones pequeñas de la imagen.

Solución

Definir funciones de transformación basadas en la distribución de intensidades en vecindarios de cada pixel de la imagen.

Procedimiento

- Definir un vecindario (área rectangular) centrado en un pixel de la imagen.
- Calcular el histograma del área seleccionada y a partir de este obtener la función de transformación (de ecualización por ejemplo).
- Utilizar esta función para mapear la intensidad del pixel central de la región.
- Mover el centro de la región vecindario a un píxel adyacente y repetir el procedimiento.

Procesamiento local del histograma → Ejemplo

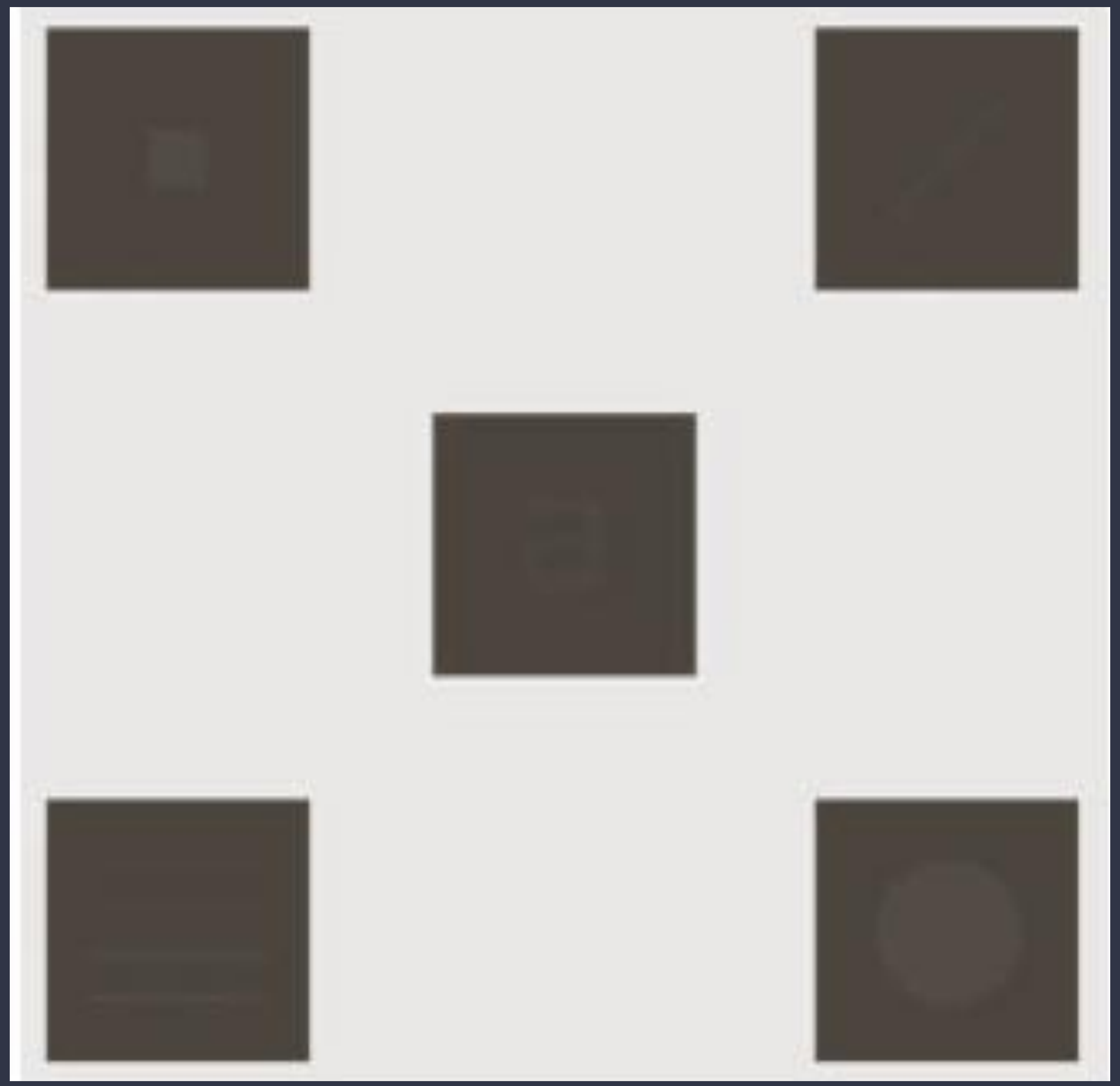


Imagen original

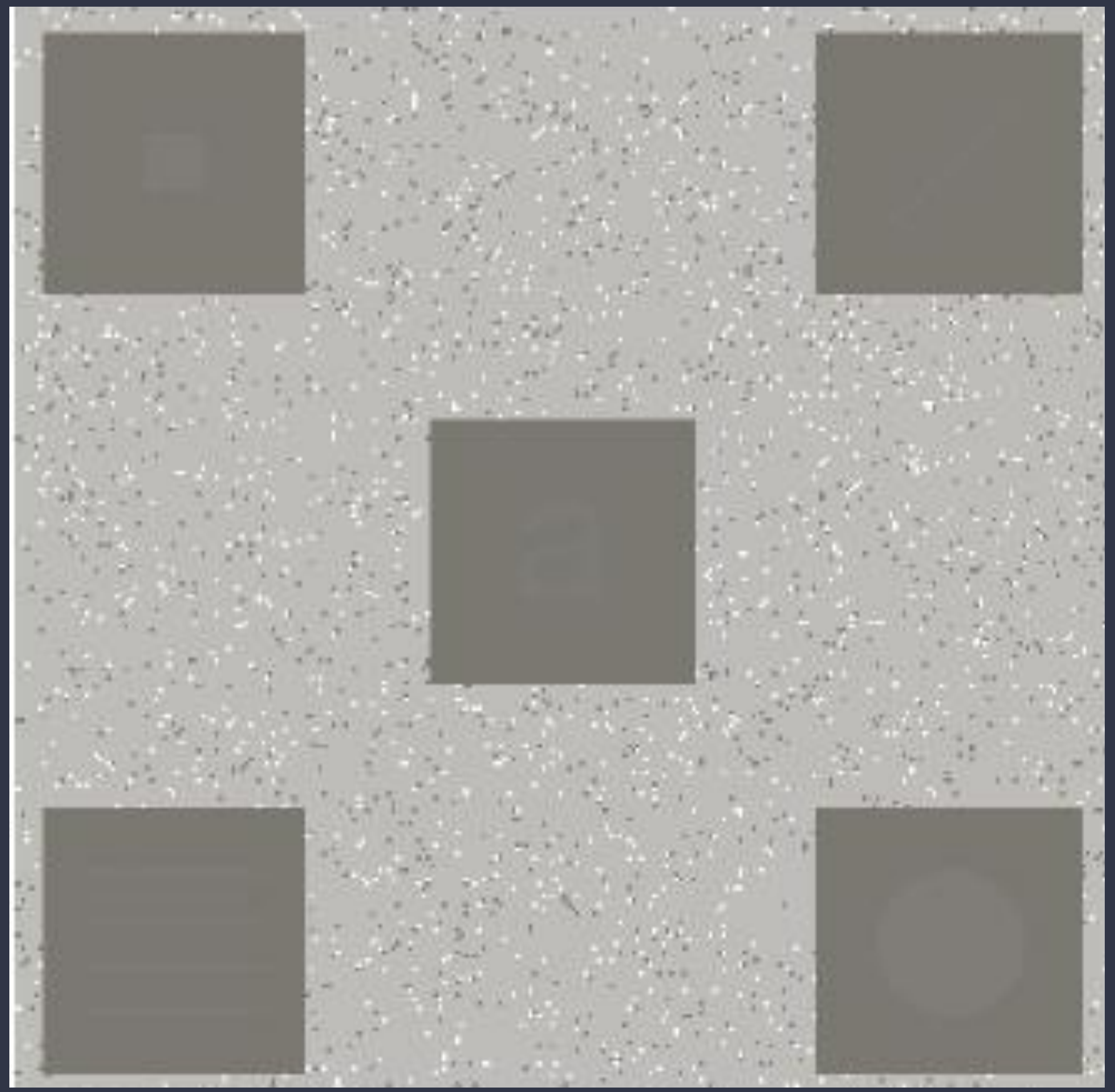


Imagen resultado de una ecualización global del histograma

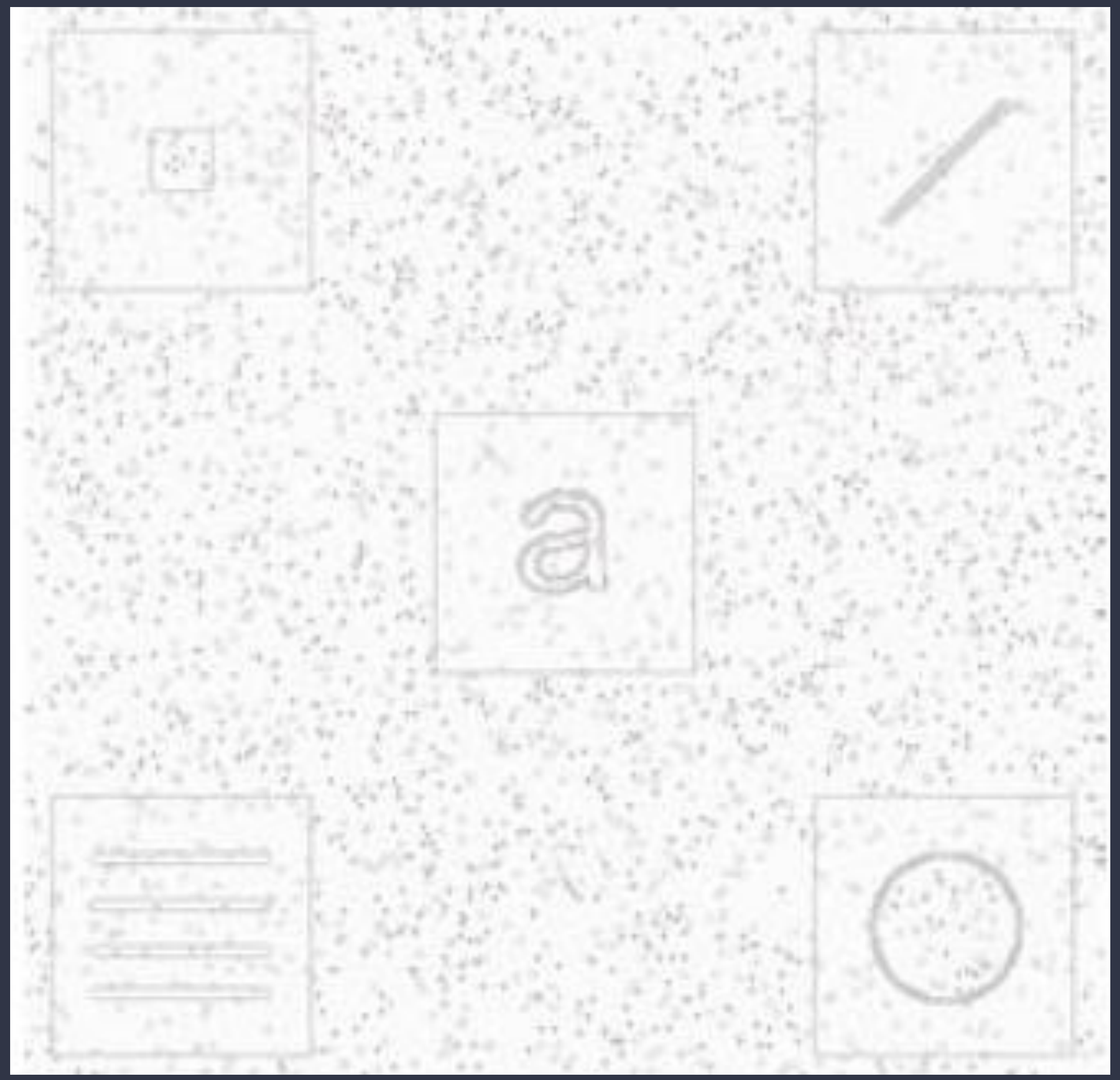


Imagen resultado de una ecualización local en un vecindario de 3x3

Realce local basado en propiedades estadísticas

Histograma de los píxeles en S_{xy}

S_{xy} — Región de la imagen

Media local

$$m_{S_{xy}} = \sum_{i=0}^{L-1} r_i p_{S_{xy}}(r_i)$$

Varianza local

$$\sigma^2_{S_{xy}} = \sum_{i=0}^{L-1} (r_i - m_{S_{xy}})^2 p_{S_{xy}}(r_i)$$

El promedio y la varianza son medidas globales de la imagen comúnmente utilizadas para hacer ajustes de intensidad y contraste.

También pueden ser usadas localmente para realzar la imagen en función de las características de un vecindario alrededor de cada pixel de la imagen.

Expresiones locales

$$S_{xy}$$ Región de la imagen

Intensidad del píxel

Media local

$$m_{S_{xy}} = \frac{1}{MN}\sum_{x=0}^{M-1}\sum_{y=0}^{N-1} f(x,y)$$

Varianza local

$$\sigma^2_{S_{xy}} = \frac{1}{MN}\sum_{x=0}^{M-1}\sum_{y=0}^{N-1}[f(x,y)-m_{S_{xy}}]^2$$

Ejemplo de realce local usando propiedades estadísticas

Imagen SEM (Scanning Electron Microscopy) de una fibra de tungsteno

La parte central se ve claramente pero al lado derecho hay unas estructuras que no se alcanzan a observar. Se desea aclarar las áreas oscuras modificando lo menos posible lo demás.

Ejemplo de realce local usando propiedades estadísticas

Un píxel (x,y) es candidato a ser "aclarado" si:

I Se encuentra en una región oscura

$$m_{S_{xy}} \leq k_0 m_G$$

$0 < k_0 < 1$

Media global

$$\sigma_{S_{xy}} \leq k_2 \sigma_G$$

$0 < k_2 < 1$

Desviación estándar global

II Se encuentra en una región de bajo contraste

Ejemplo de realce local usando propiedades estadísticas

Un píxel (x,y) es candidato a ser "aclarado" si:

III La desviación estándar local no es nula (evita realzar áreas constantes con desviación estándar cero)

$$k_1\sigma_G \le \sigma_{S_{xy}}$$

$k_1 < k_2$

$0<k2<1$

Ejemplo de realce local usando propiedades estadísticas

Si el píxel (x,y) cumple con estas condiciones:

$$g(x,y) = E \bullet f(x,y)$$

Se multiplica la intensidad por una constante *E* para aumentar (o disminuir) el valor del nivel de gris de ese punto con respecto al resto de la imagen

Ejemplo de realce local usando propiedades estadísticas

La transformación completa es:

$$g(x,y)=\begin{cases} E \bullet f(x,y) & \text{si} \quad \boxed{\text{I}} \quad \boxed{\text{II}} \quad \boxed{\text{III}} \\ f(x,y) & \text{de lo contrario} \end{cases}$$

Ejemplo de realce local usando propiedades estadísticas

Imagen creada con las medias locales

Imagen creada con las desviaciones estándar locales

Imagen creada con el valor que va a multiplicar cada pixel de la imagen original (Oscuro = 1, Claro = E)

$E = 4 \qquad k_1 = 0.02$

$K_0 = 0.4 \qquad k_2 = 0.4$

Ejemplo de realce local usando propiedades estadísticas

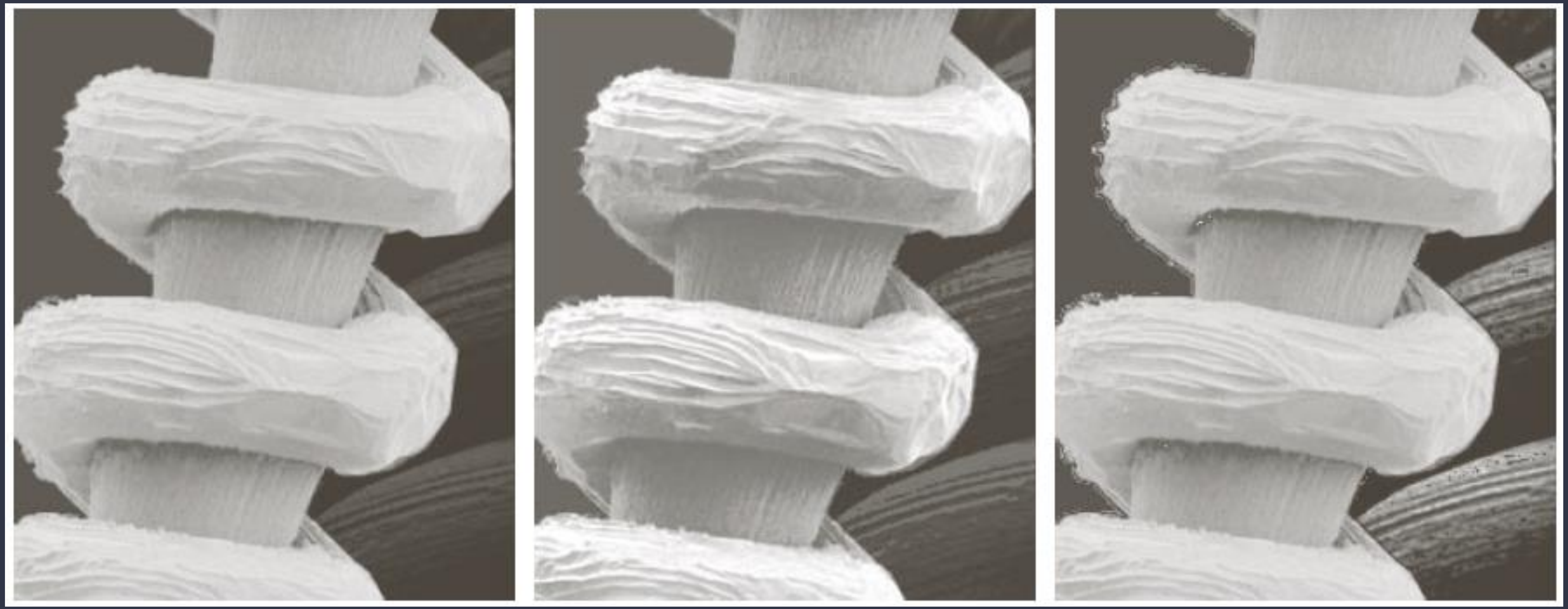
Imagen final

Ejemplo de realce local usando propiedades estadísticas

Imagen original

Imagen resultado de una ecualización global del histograma

Imagen resultado de una ecualización local

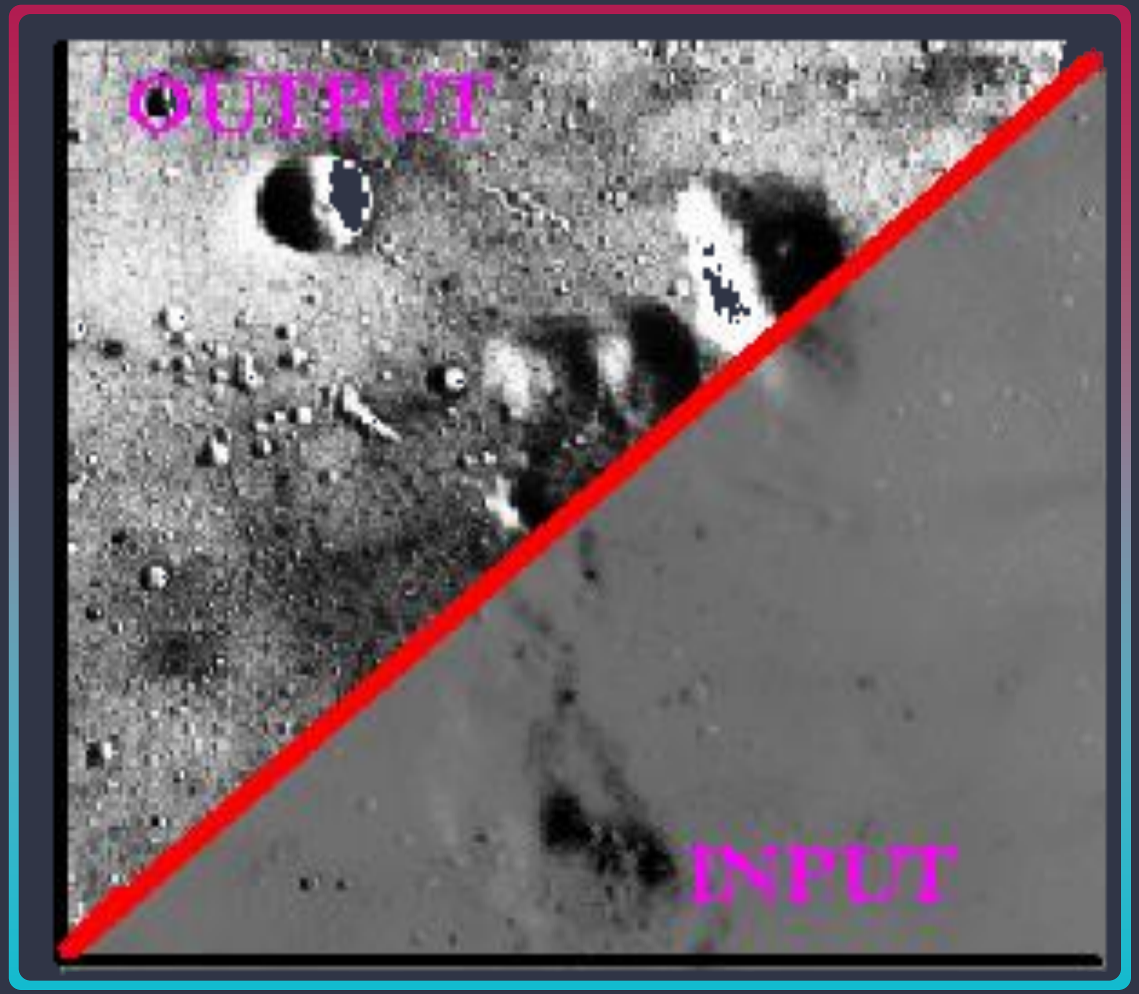


Especificación del histograma

Especificación o mapeo del histograma

$$s = T(r)$$

- Busca imponer una forma dada al histograma de la imagen procesada (de salida).
- Útil cuando se quieren destacar algunos rangos específicos de niveles de gris del histograma.
- Es una variación de la ecualización en donde se especifica el histograma que debe tener la imagen de resultado.



Principio de la especificación

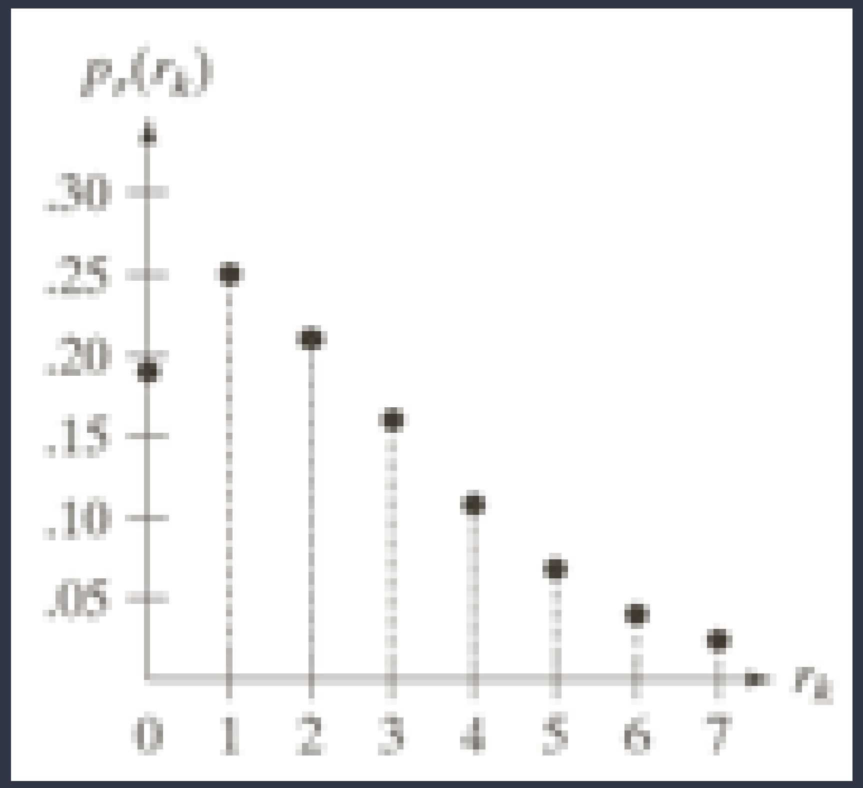
Variables aleatorias

r — *Niveles de gris de la imagen de entrada*

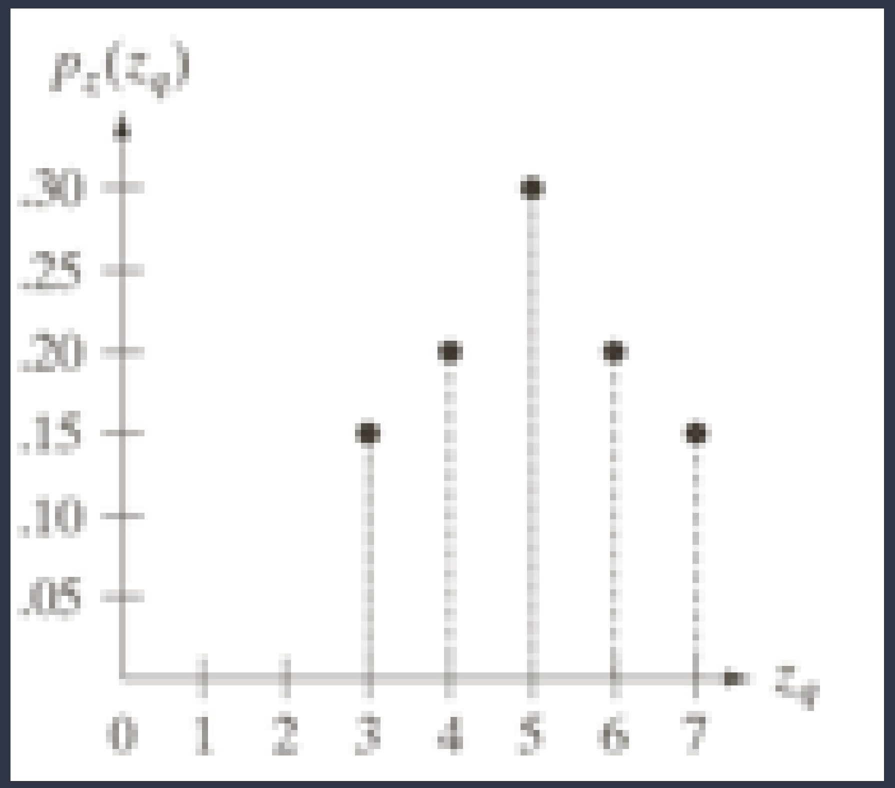
z — *Niveles de gris de la imagen de salida*

Funciones de densidad de probabilidad (histogramas)

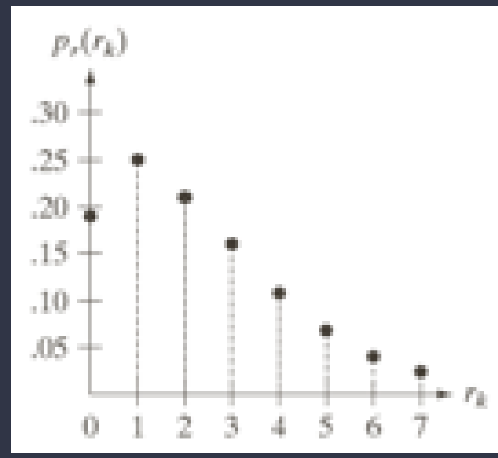
$p_r(r)$ — *Lo podemos calcular a partir de la imagen de entrada*



$p_z(z)$ — *Lo conocemos porque es el histograma que queremos que tenga la imagen resultado*



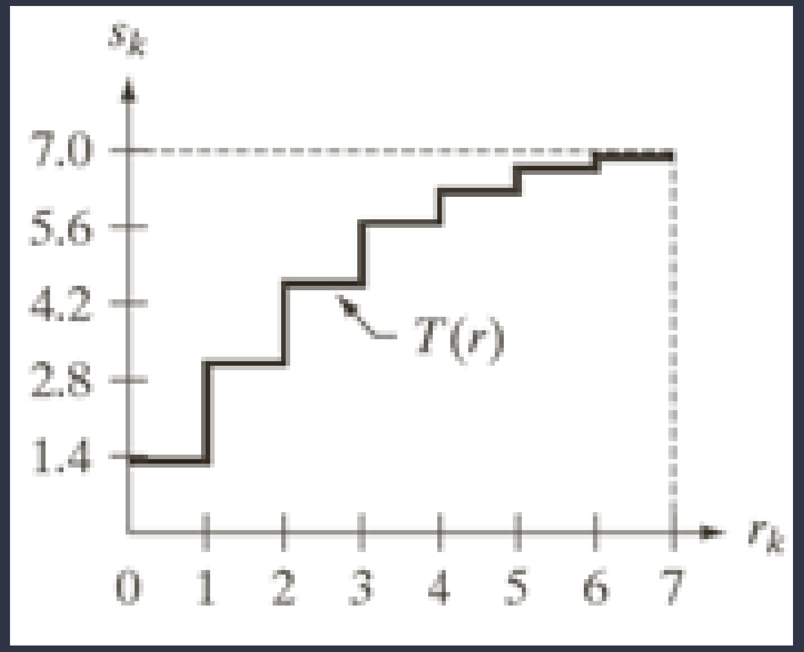
Principio de la especificación



$p_r(r)$

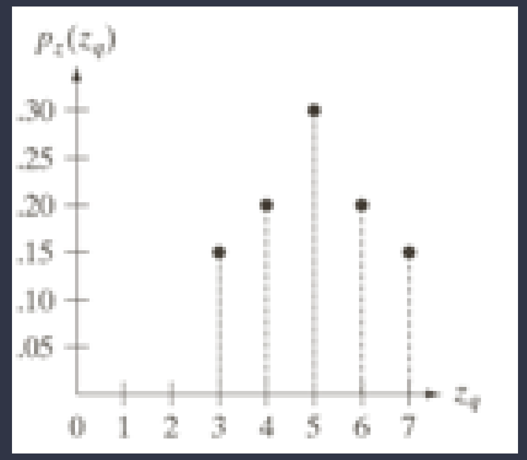
Ecualización de $p_r(r)$

$$s_k = T(r_k) = (L-1)\sum_{j=0}^{k} p_r(r_j)$$



Hacemos la ecualización de los dos histogramas y tienen que ser casi iguales (por definición de la ecualización)

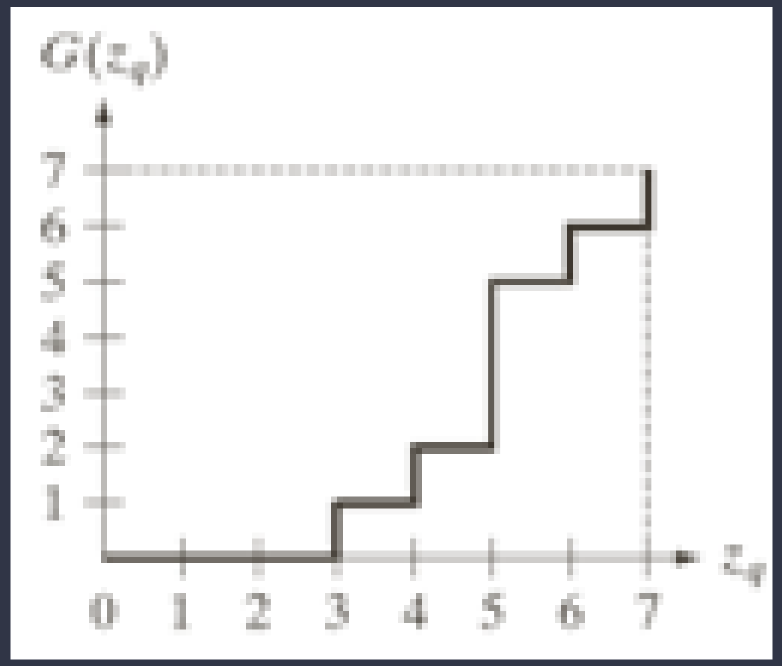
$$s_k \cong G(z_q)$$



$p_z(z)$

Ecualización de $p_z(z)$

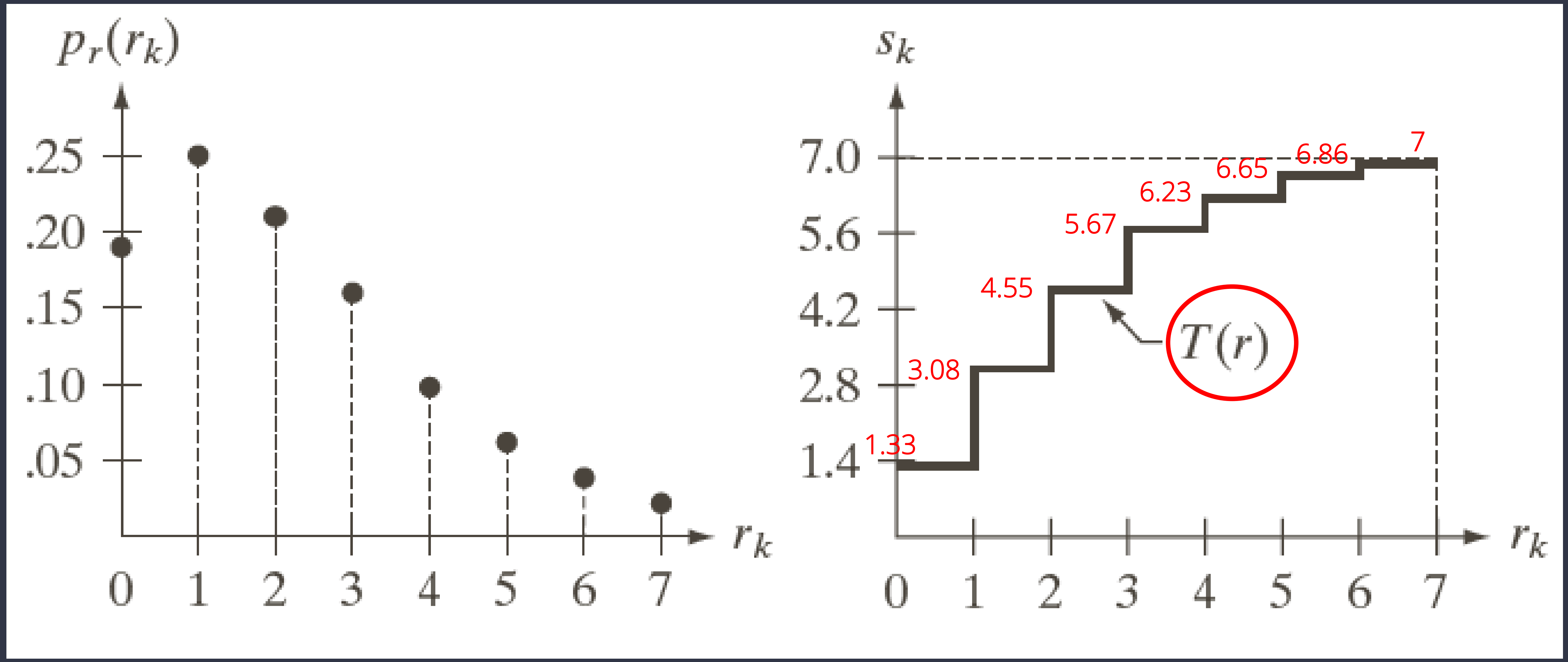
$$v_q = G(z_q) = (L-1)\sum_{i=0}^{q} p_z(z_i)$$



Analicemos la ecualización de $p_r(r)$

Histograma de la imagen original

Función de la transformación de ecualización

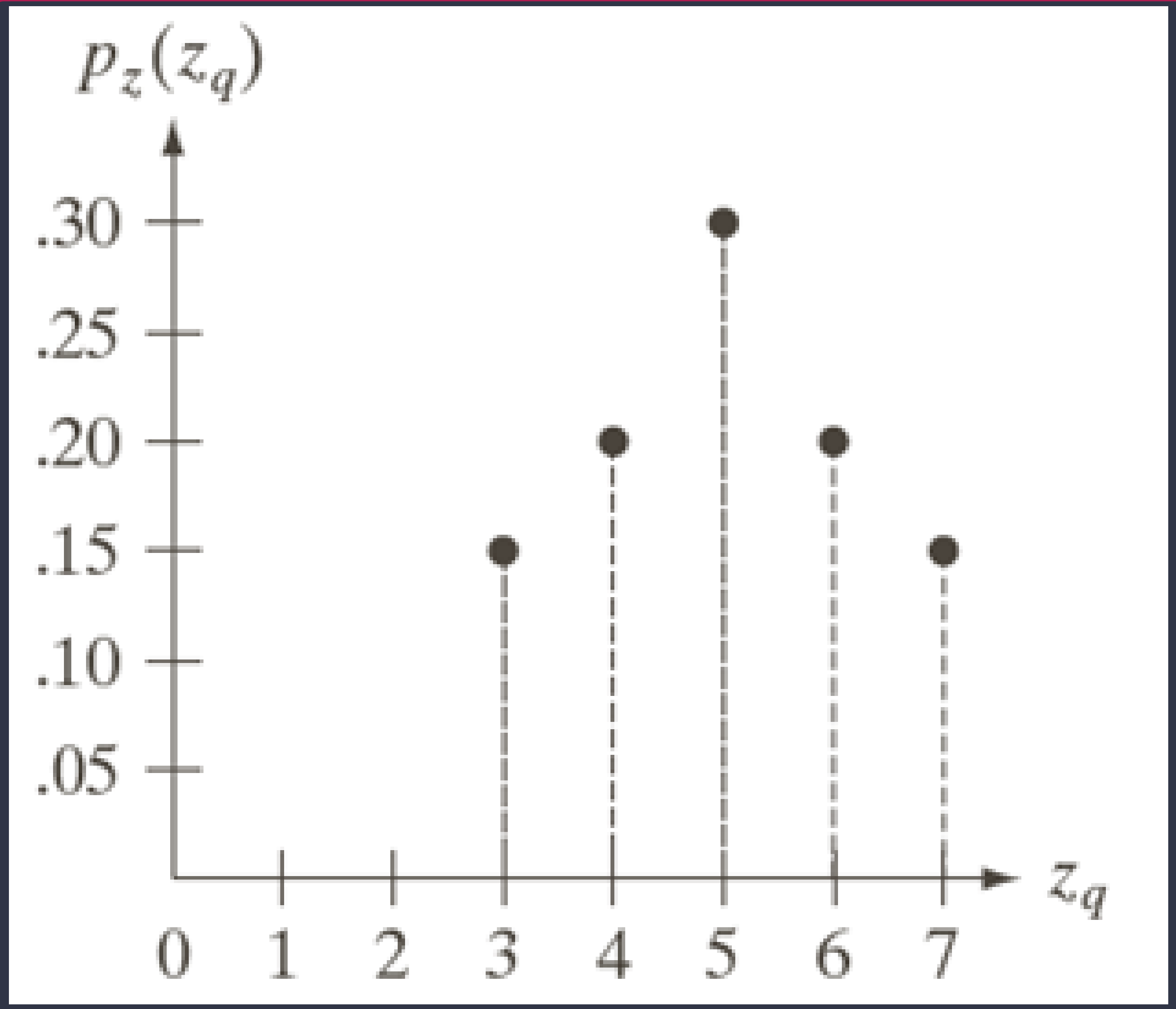


$$s_k = T(r_k)$$

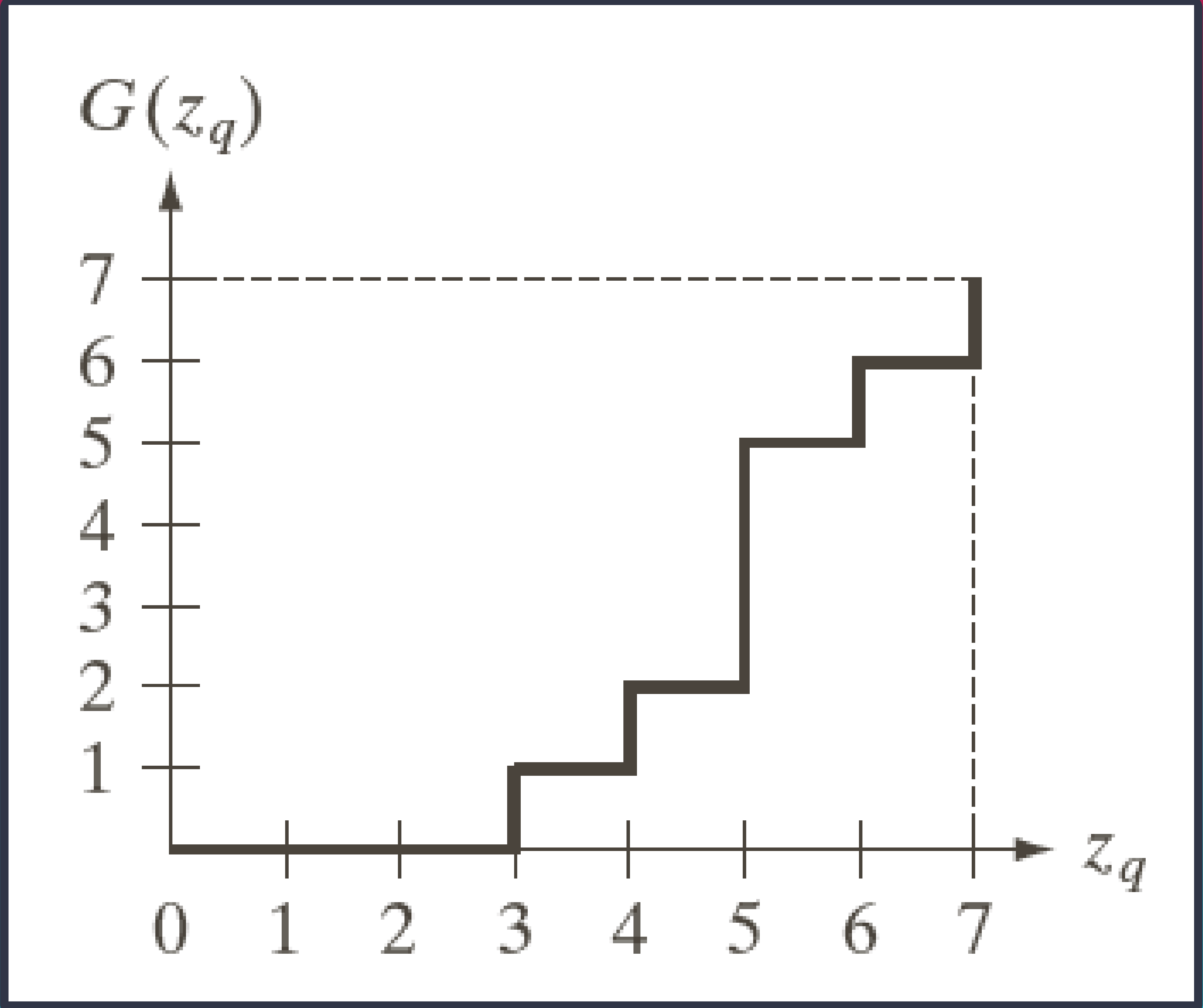
$$r_k = T^{-1}(s_k)$$

Lo mismo aplica para $p_z(z)$

Histograma deseado



Función de la transformación de ecualización

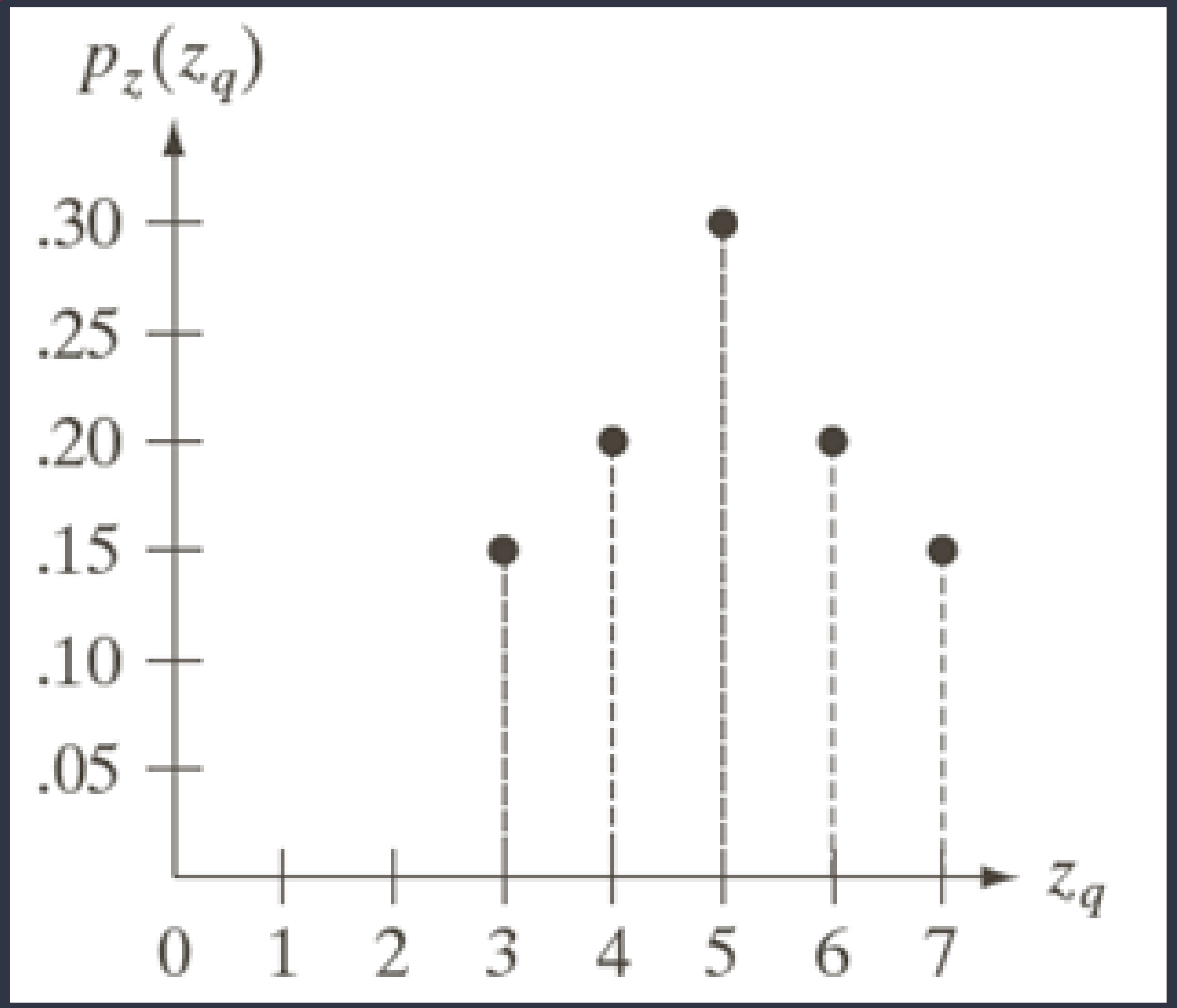


Por la ecualización sabemos que: $s_k \cong G(z_q)$

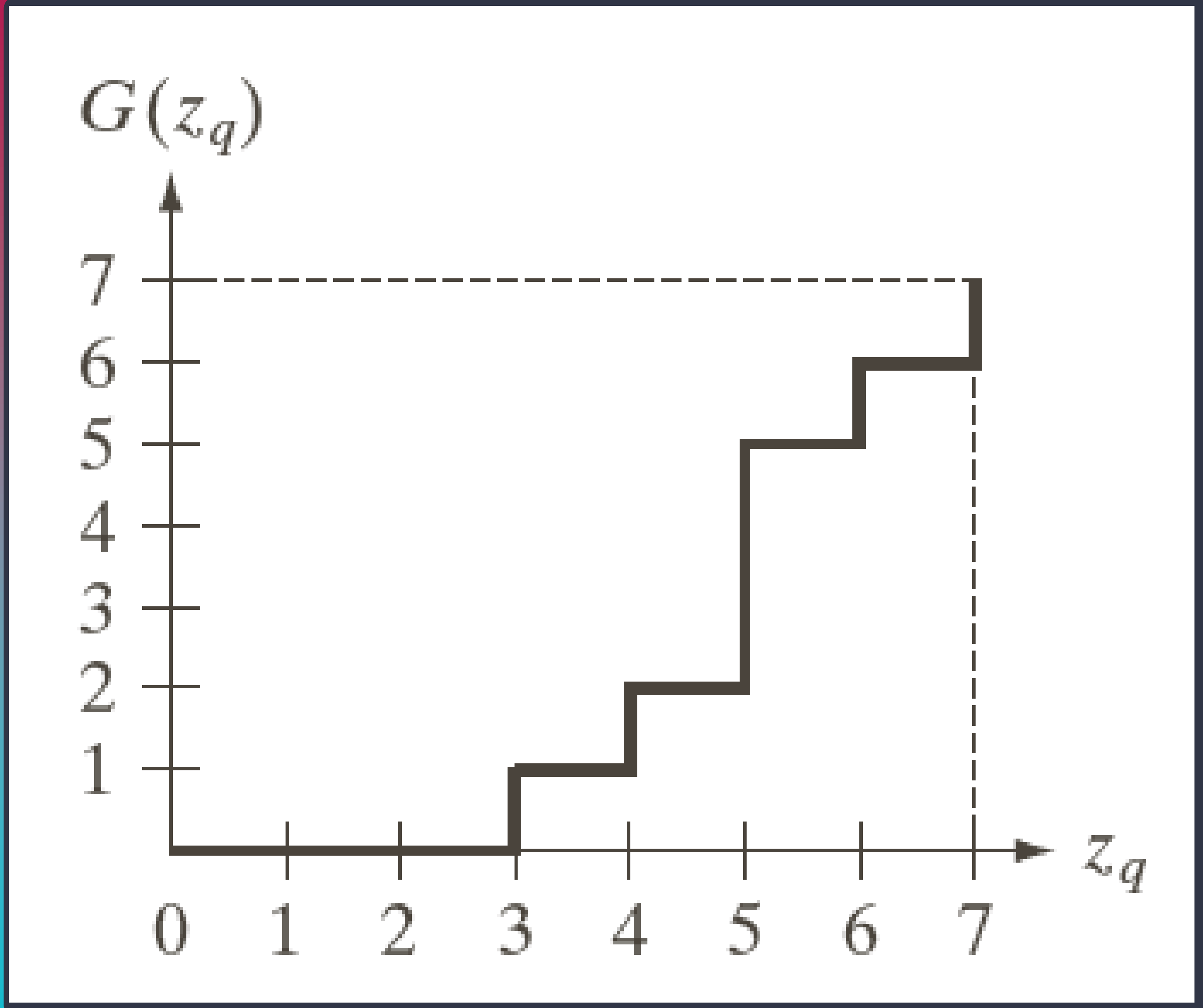
Entonces: $z_q = G^{-1}(s_k)$

Lo mismo aplica para $p_z(z)$

Histograma deseado



Función de la transformación de ecualización

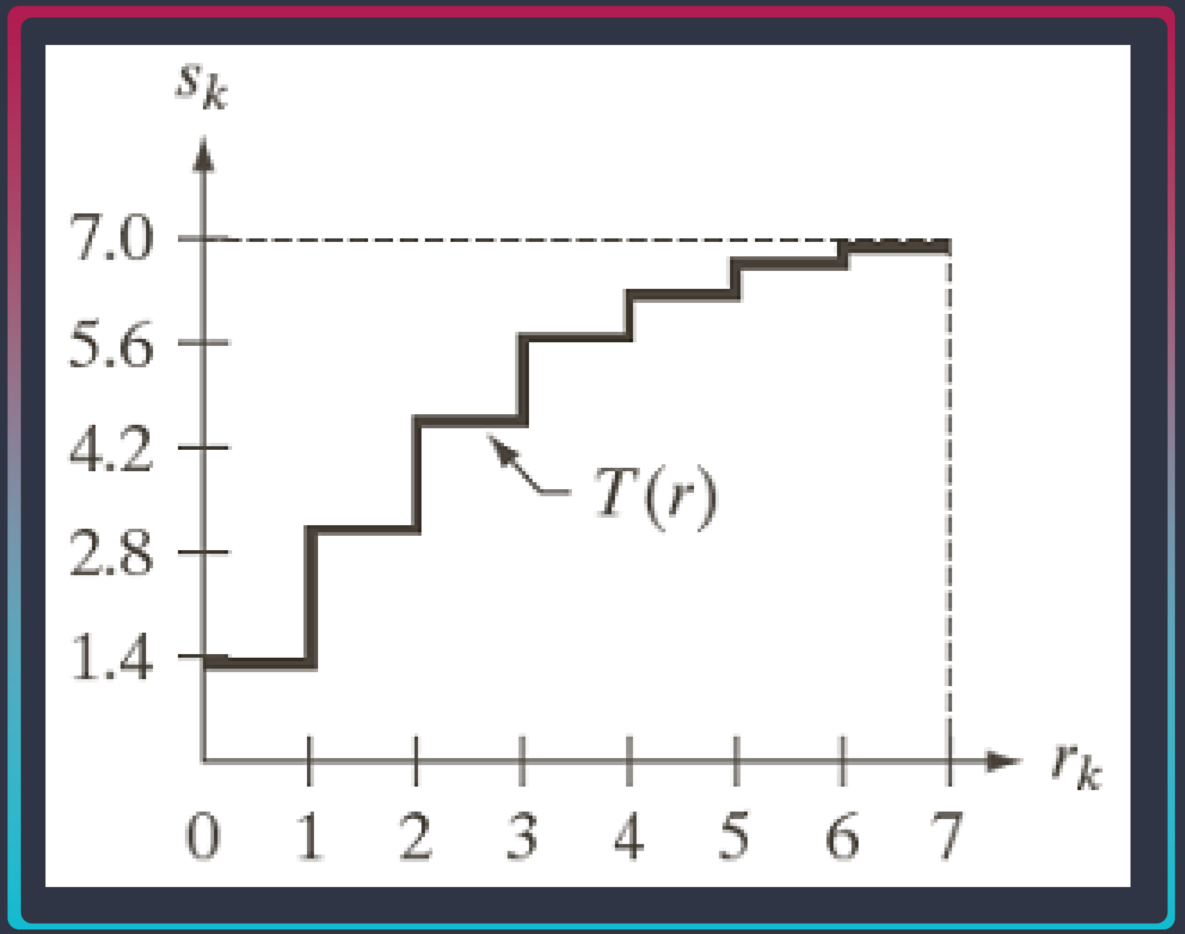


z_q	Specified $p_z(z_q)$	$G(z_q)$
$z_0 = 0$	0.00	$0.00 \rightarrow 0$
$z_1 = 1$	0.00	$0.00 \rightarrow 0$
$z_2 = 2$	0.00	$0.00 \rightarrow 0$
$z_3 = 3$	0.15	$1.05 \rightarrow 1$
$z_4 = 4$	0.20	$2.45 \rightarrow 2$
$z_5 = 5$	0.30	$4.55 \rightarrow 5$
$z_6 = 6$	0.20	$5.95 \rightarrow 6$
$z_7 = 7$	0.15	$7.00 \rightarrow 7$

Lo que sabemos...

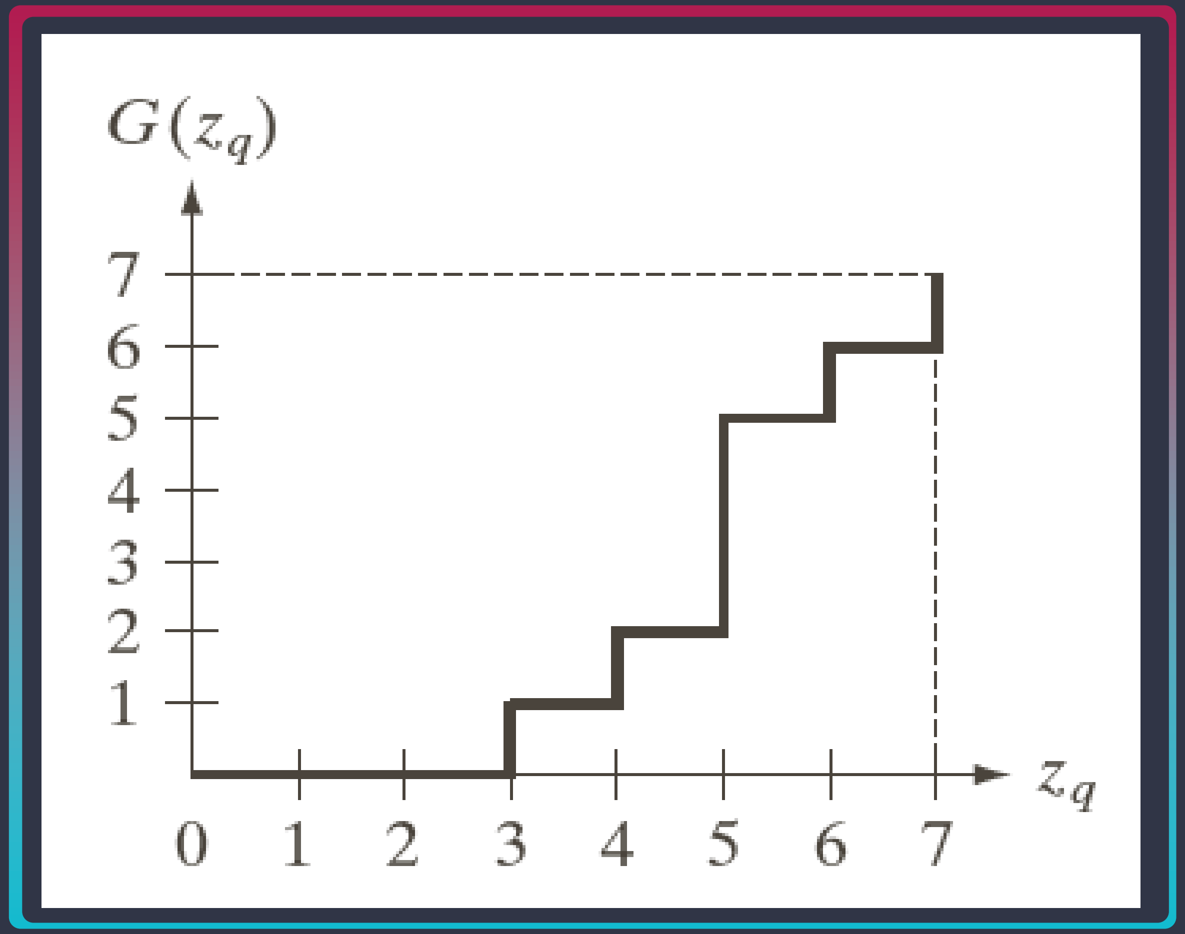
- Conocemos todos los valores de s_k :

  Como resultado de la ecualización de $p_r(r)$ ➡



- Conocemos todos los valores de G(zq): ➡

  Como resultado de la ecualización de $p_z(z)$



Lo que sabemos…

- Sabemos que: $$s_k \cong G(z_q)$$

Por "igualdad" de los dos histogramas ecualizados

- Sabemos que: $$z_q = G^{-1}(s_k)$$

Gracias a la transformación inversa

Lo que buscamos….

Una transformación que nos permita pasar de la imagen original (r_k) a la imagen final (z_q).

Imagen de entrada

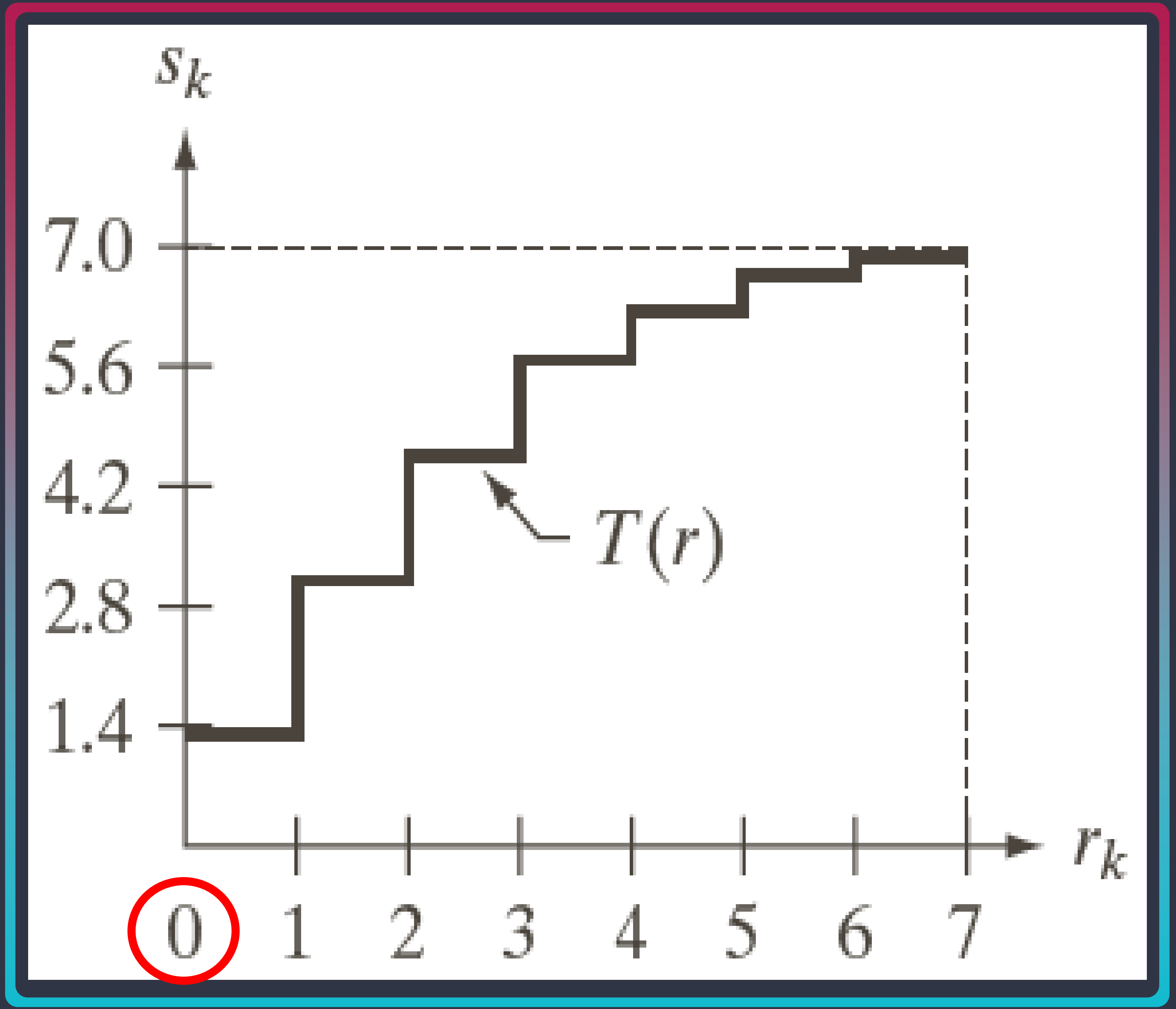
Pasos a seguir…

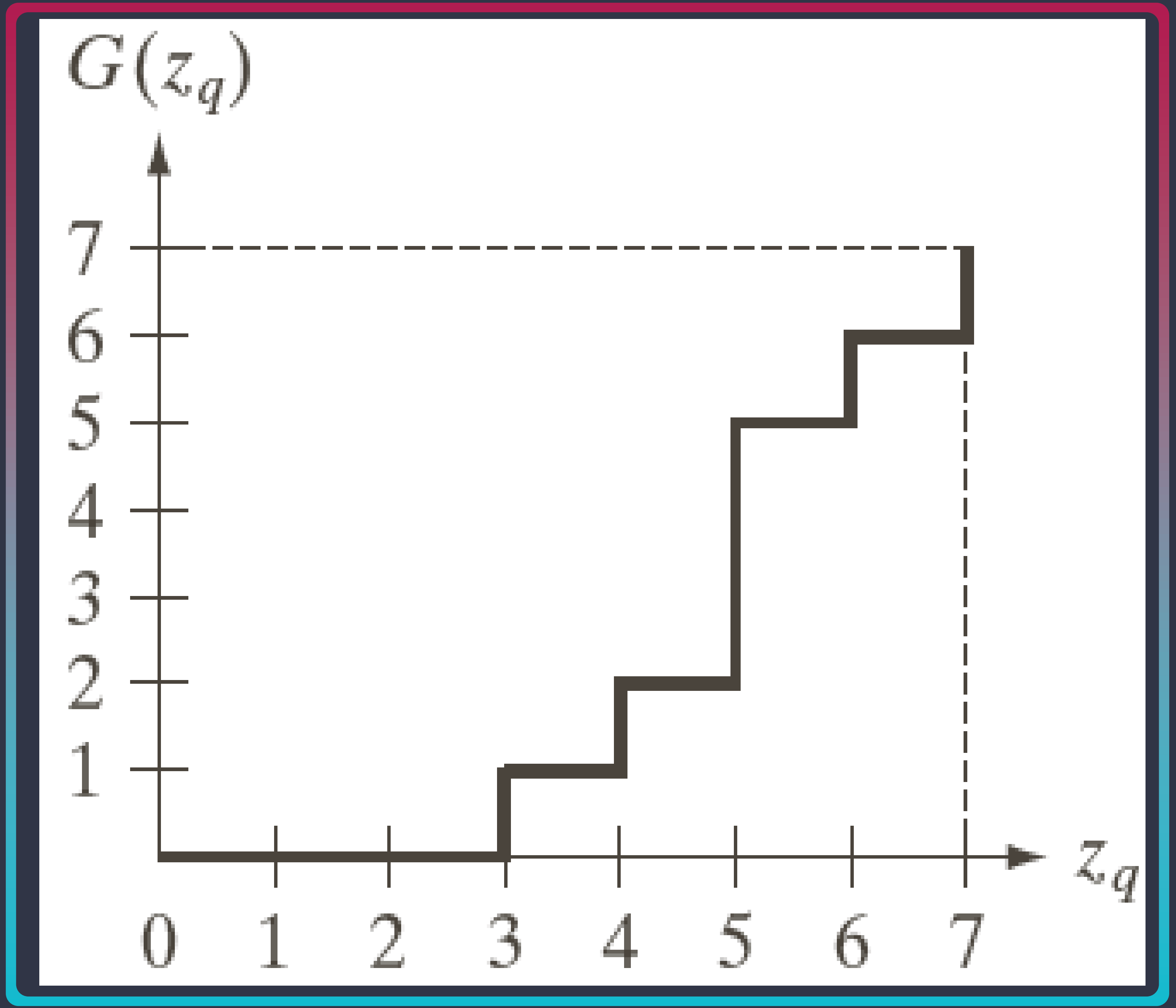
1. Calcular el histograma $p_r(r)$
2. Ecualizar este histograma y redondear los valores s_k resultantes, en el rango $[0, L\text{-}1]$.
3. Calcular todos los valores de la función de transformación G para $q=0,1,2,\ldots,L\text{-}1$
4. Para cada valor de s_k, $k=0,1,2,\ldots,L\text{-}1$, buscar el $G(z_q)$ más cercano (entre los valores de G).
5. El z_q correspondiente al $G(z_q)$ encontrado en el paso 4 es el nuevo valor del pixel en la imagen de salida.

donde $p_z(z_i)$ son los valores del histograma especificado.
Redondear los valores de G a enteros en el rango $[0,L\text{-}1]$.
Guardar los valores de G en una tabla.

Imagen de salida

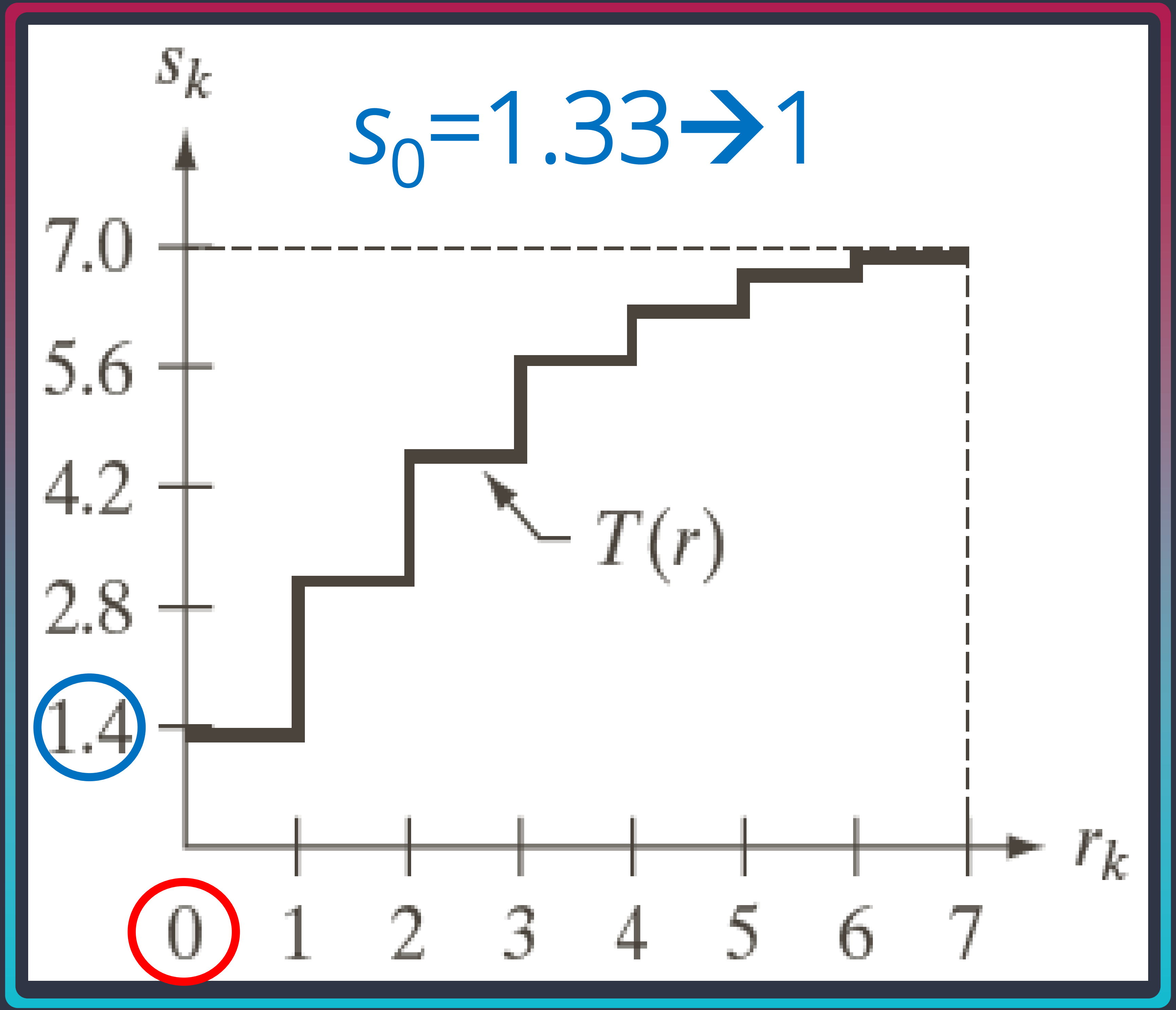
Gráficamente...

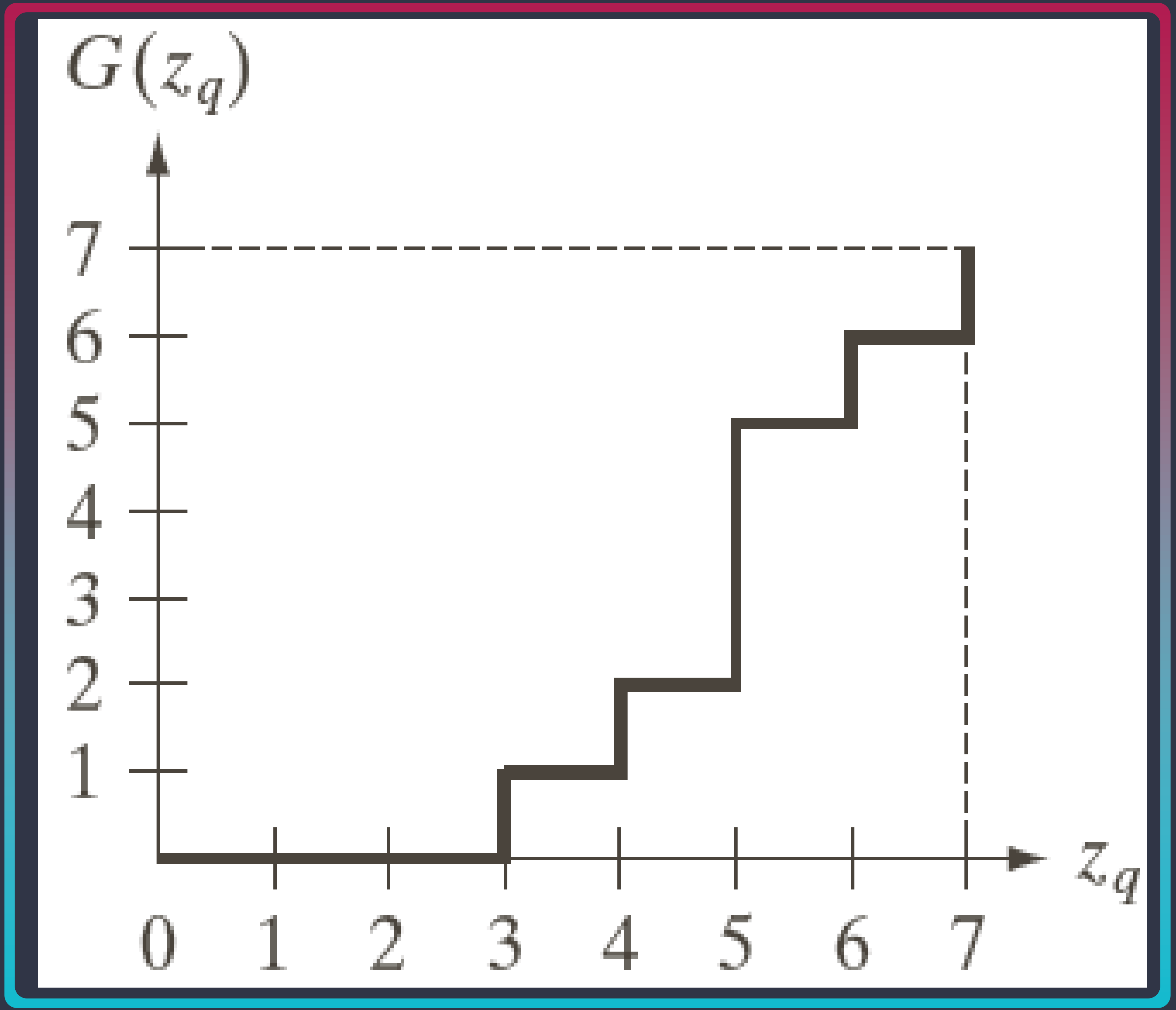




1. Para un r_k dado.

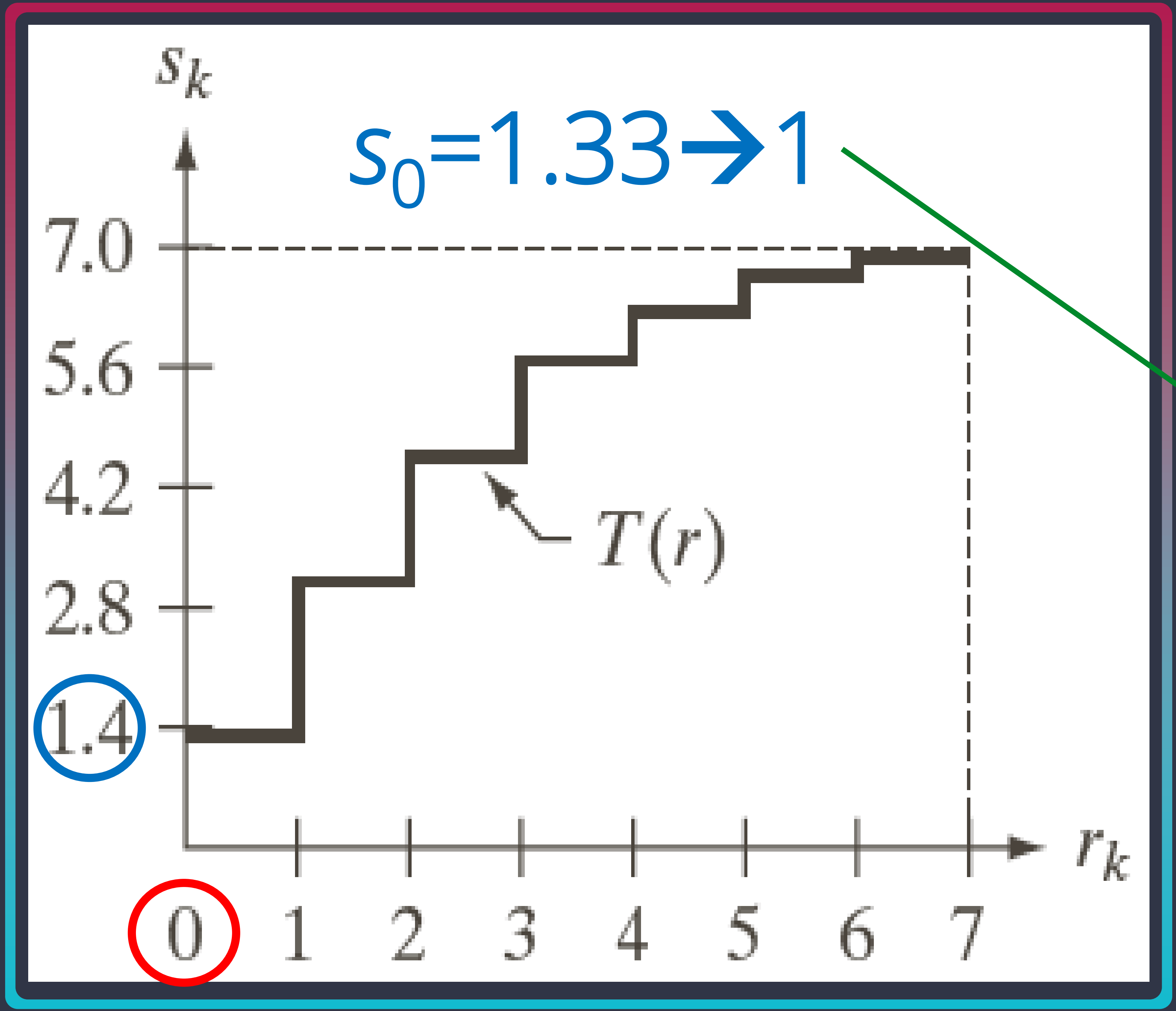
Gráficamente…

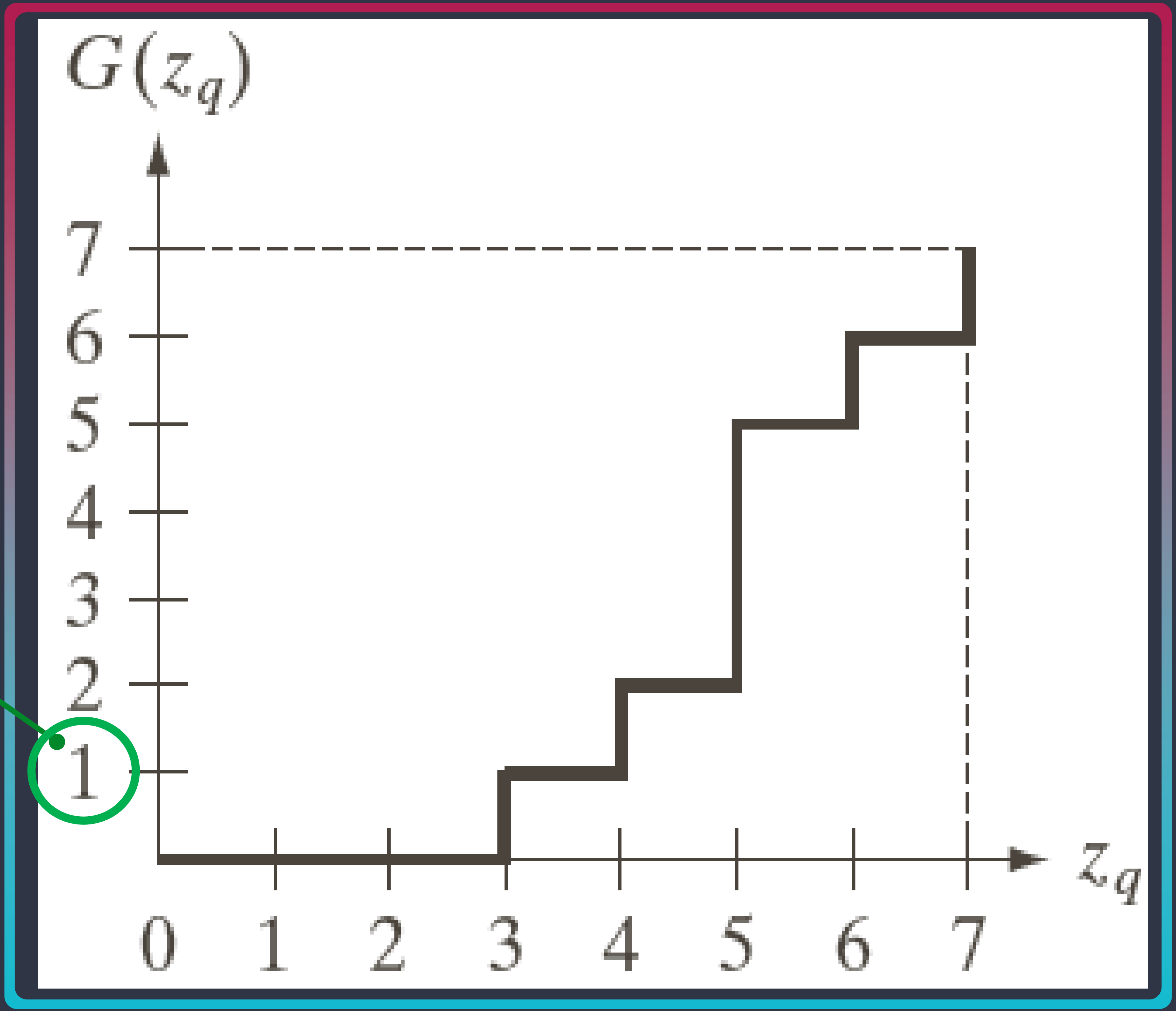




2. Buscamos el s_k correspondiente (aplicando la transformación de ecualización).

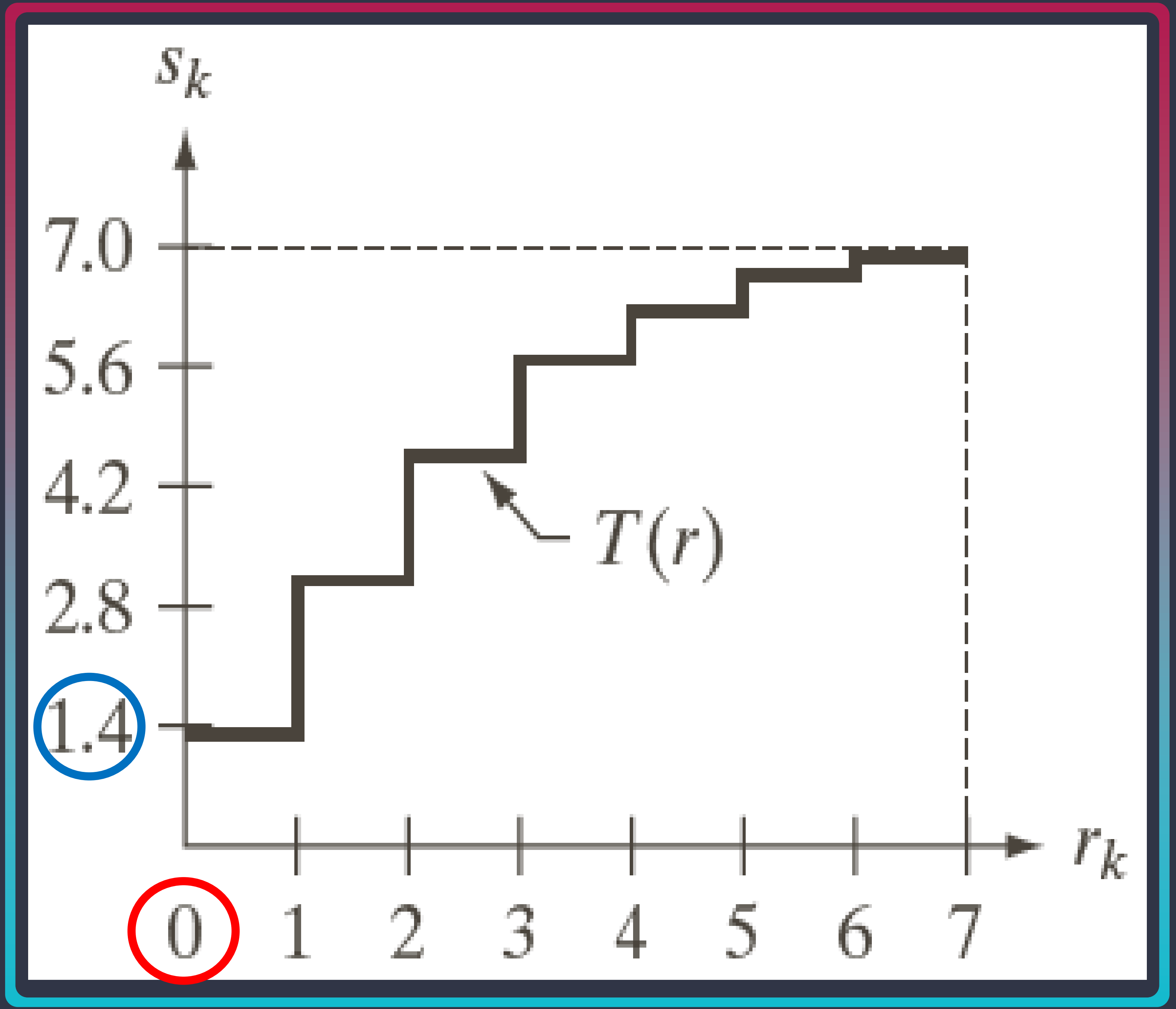
Gráficamente…

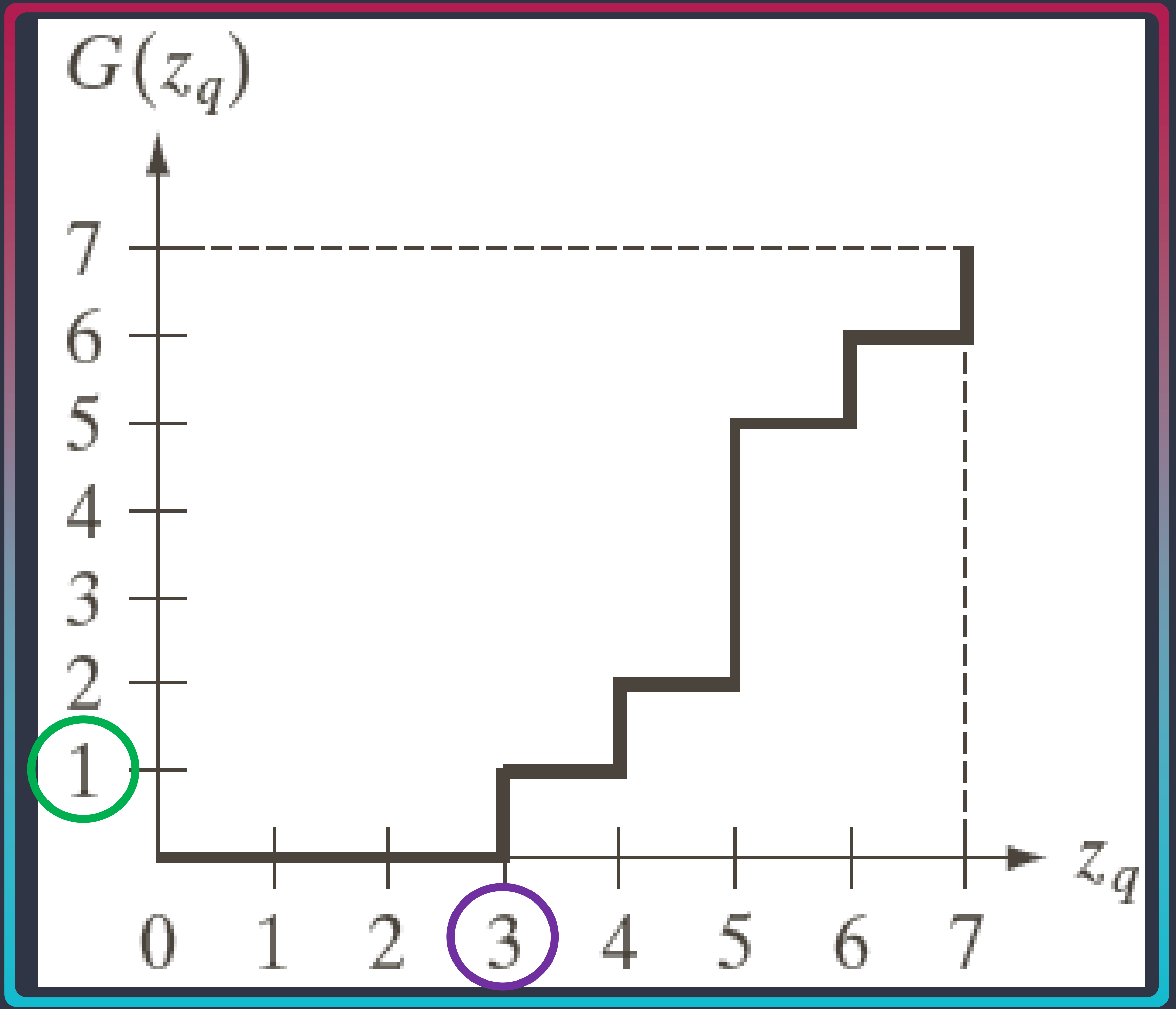




3. Para ese s_k buscamos el $G(z_q)$ mas cercano.

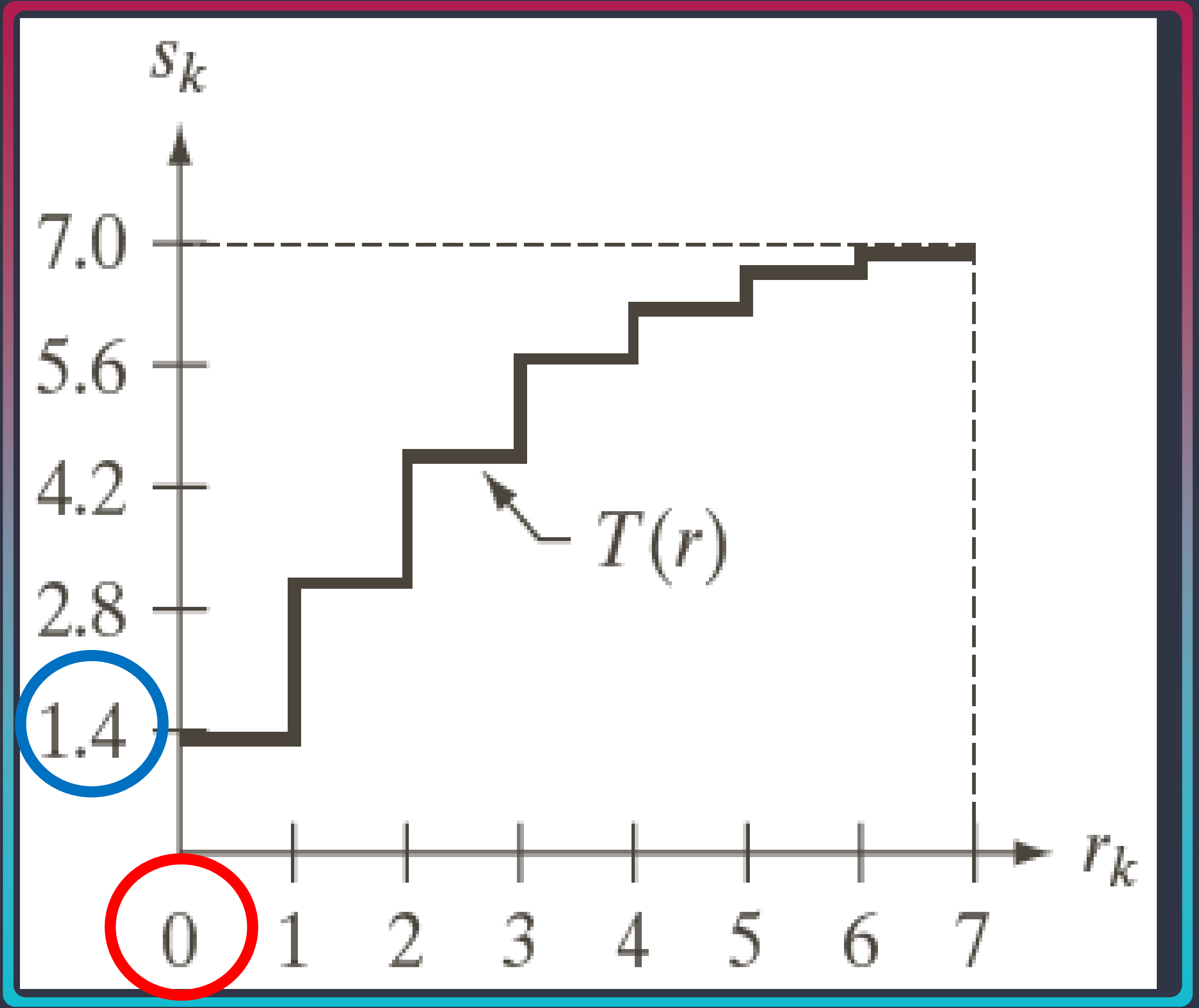
Gráficamente…

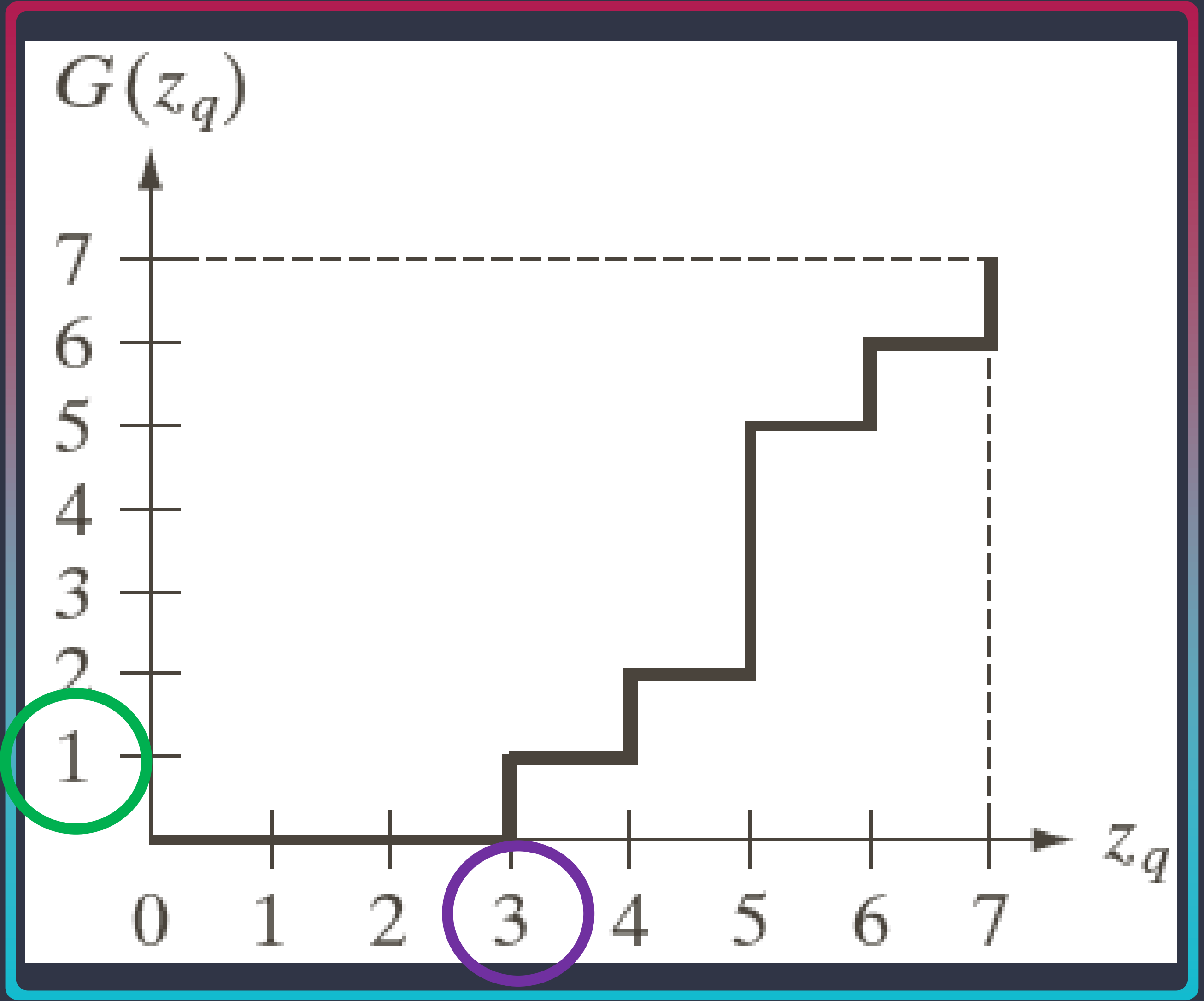




4. Para ese $G(z_q)$ encontramos (por la transformación inversa) el z_q que le corresponde.

Gráficamente…

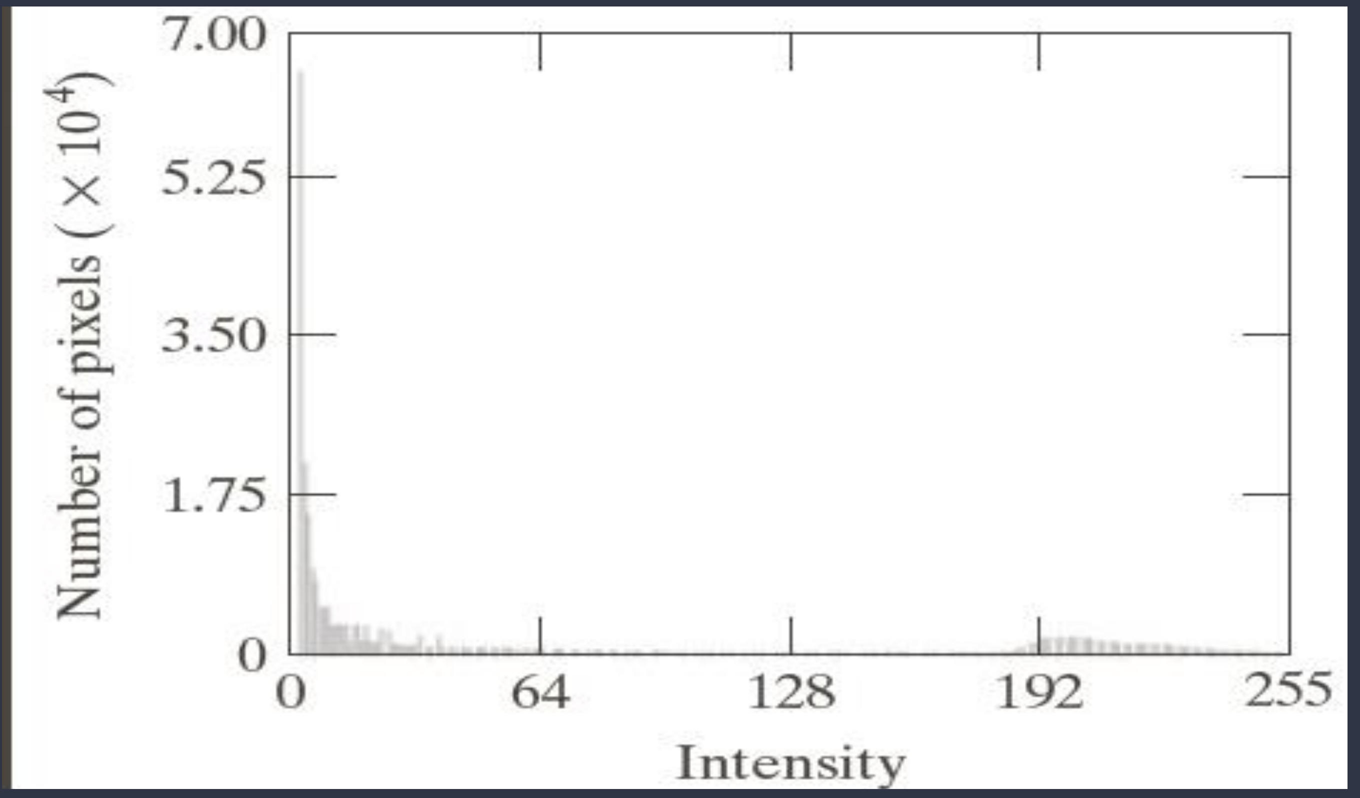




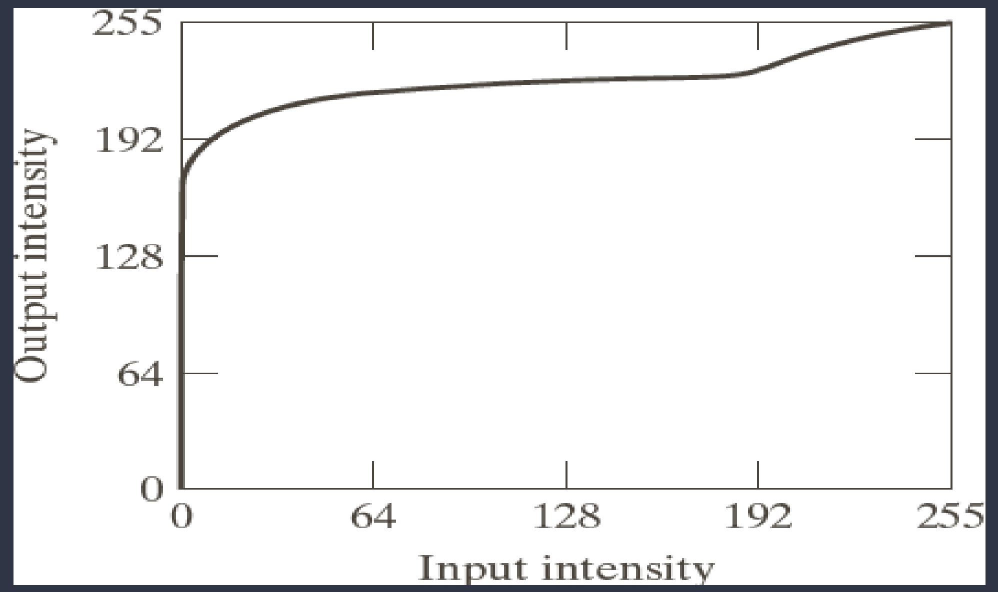
r_k	s_k	z_q
0	1	3
1	3	5
2	5	5
3	6	6
4	6	6
5	7	7
6	7	7
7	7	7

Ejemplo

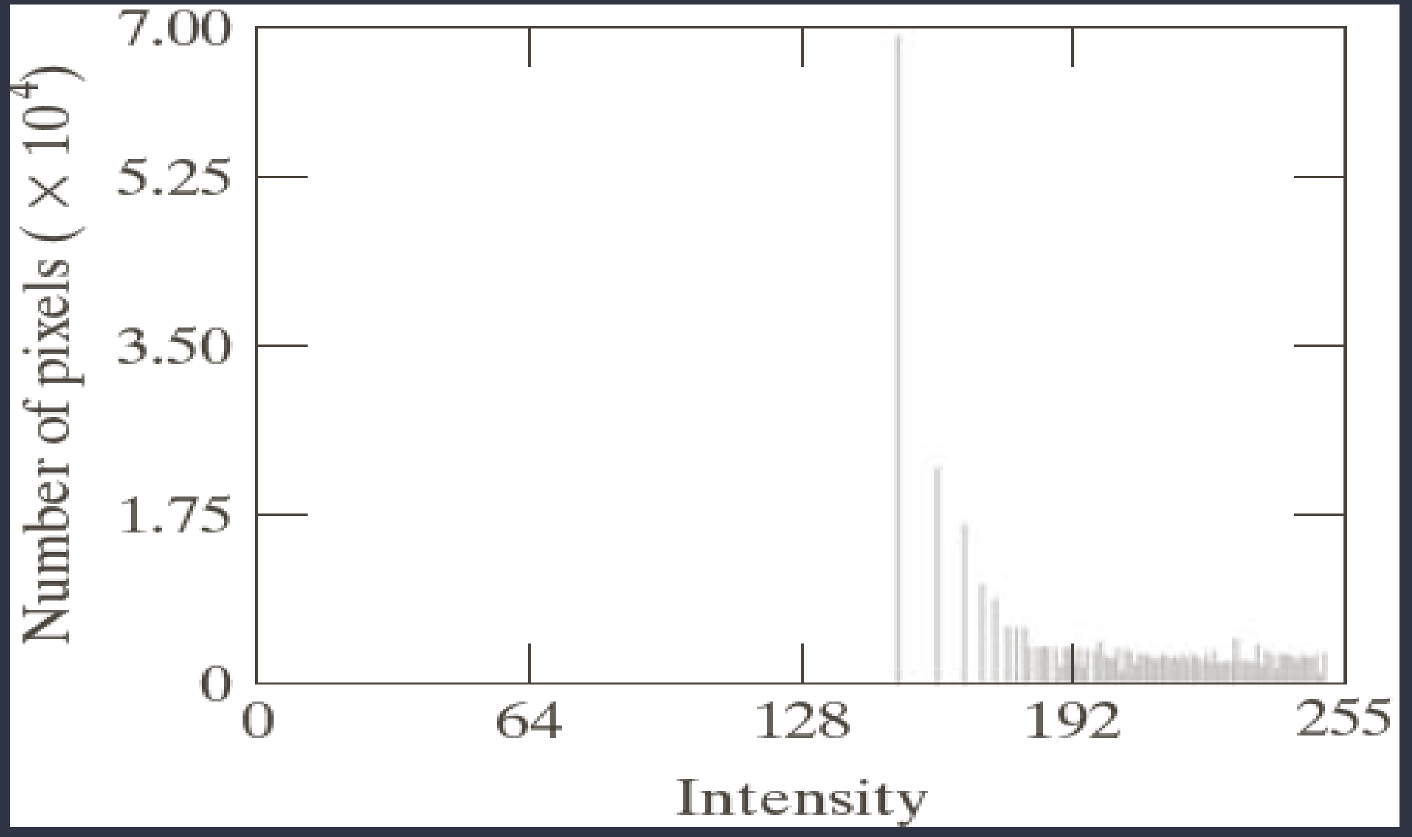
Imagen original
+
Histograma



Función de transformación para ecualizar el histograma



Nueva imagen con el histograma ecualizado



Nuevo histograma

Ejemplo

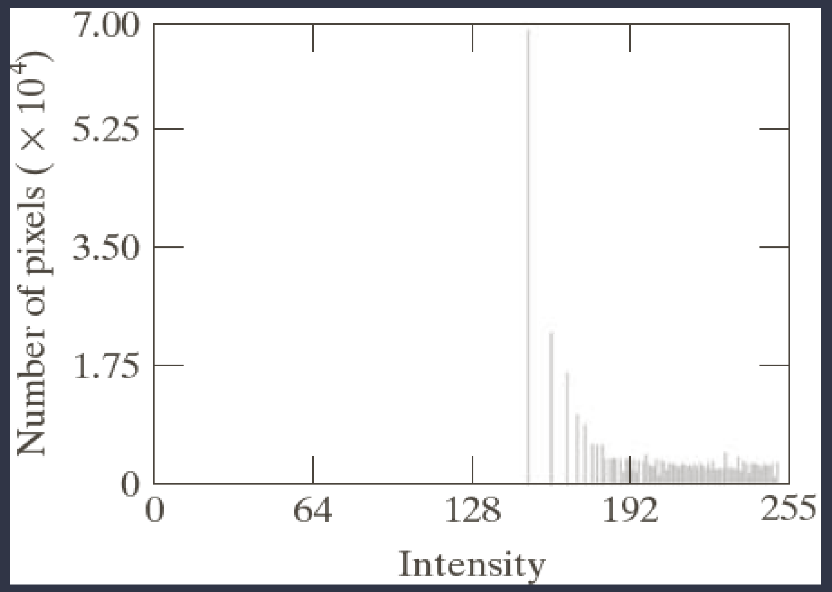
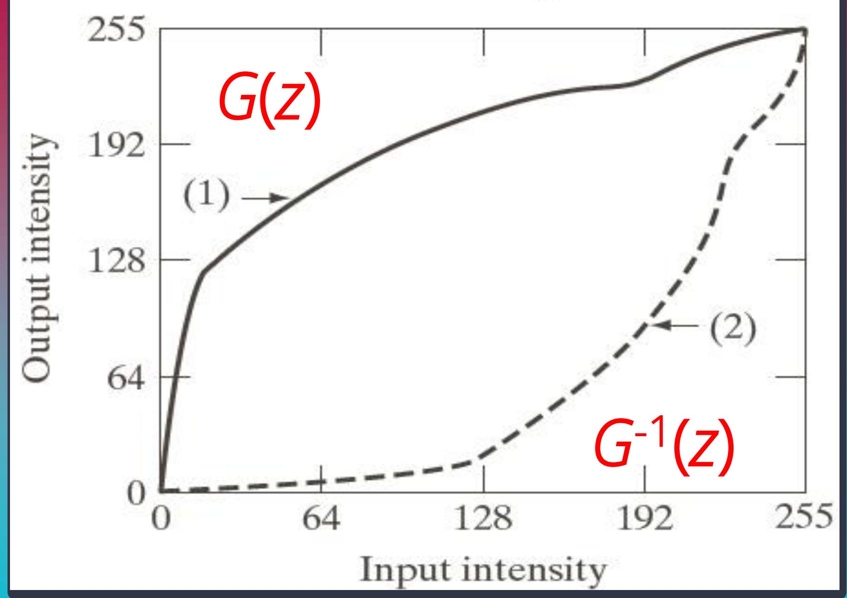


Imagen con histograma ecualizado



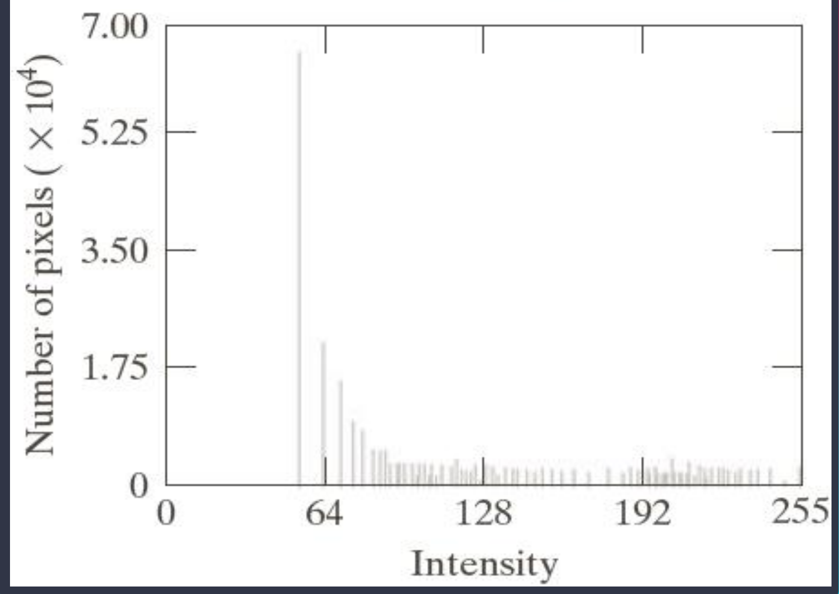


Imagen final + histograma

Resultado de aplicar la transformación G^{-1} a la imagen con histograma ecualizado