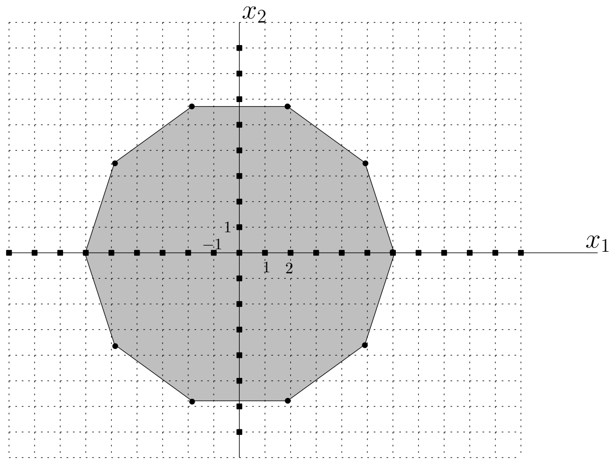
Optimización[1]

Nombre:

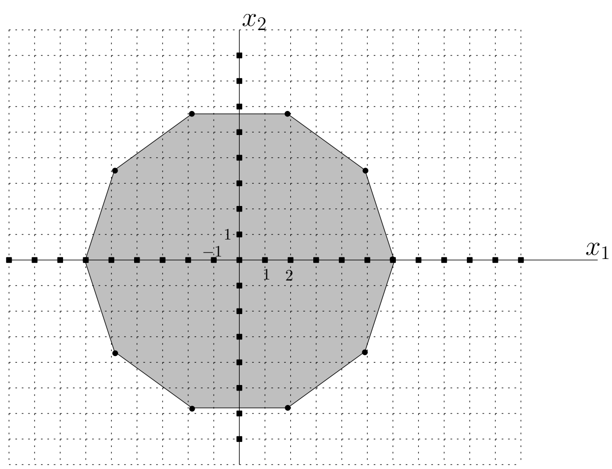
Examen Final
19 de mayo de 2009

---

1. Considere el problema mín $-2x_1 + x_2$ sujeto a $\mathbf{x} \in S$ donde S es el decágono regular mostrado en la figura. Marque un punto óptimo en la figura.



2. Considere el problema máx $-2x_1 + x_2$ sujeto a $\mathbf{x} \in S$ donde S es el decágono regular mostrado en la figura. Marque un punto óptimo en la figura.



3. En el problema de la dieta con 10 alimentos y 20 nutrientes se tiene que las variables duales óptimas son $\lambda_1 = \lambda_2 = \cdots = \lambda_{20} = 10$. La cantidad del nutriente j en un nuevo cereal ultrafortificado es $a_{cj} = j$ (es decir $a_{c1} = 1,\ a_{c2} = 2, \ldots, a_{c,20} = 20$). El precio máximo unitario que puede tener el cereal para ser incorporado en la dieta óptima es:

[1] En cada pregunta marque sin ambigüedad su respuesta. Una respuesta que no esté claramente indicada se considera como no contestada.

a) 200

b) 2000

c) 2100

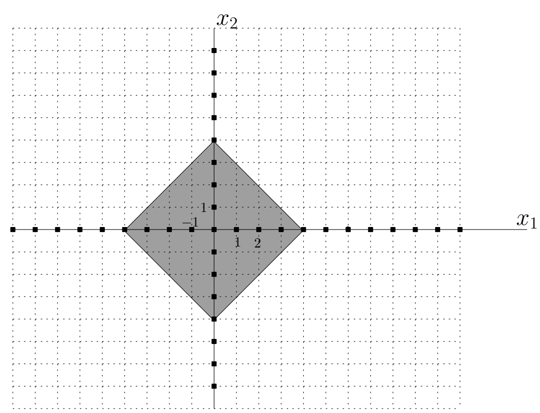
d) 2200

e) 0

4. Considere el siguiente programa lineal:

$$\begin{aligned} \text{mín} \quad & c_1x_1 + c_2x_2 \\ \text{sujeto a} \quad & x_2 + x_1 \leq 4 \\ & x_2 + x_1 \geq -4 \\ & x_2 - x_1 \leq 4 \\ & x_2 - x_1 \geq -4 \end{aligned}$$

Se sabe que en el programa dual $\lambda_1 = \lambda_3 = 0$, $\lambda_2 \neq 0$, $\lambda_4 \neq 0$. Indique en la siguiente figura del conjunto factible el punto óptimo del programa primal:



5. Se muestra a continuación una SBF en un problema de transporte. Indique la variable que debe salir de la base cuando la variable marcada con un + entra a la base.

		10			**10**
		20	+	10	**30**
20	10			30	**60**
10					**10**
10			40		**50**
40	**10**	**30**	**40**	**40**	

6. Sea $f(\mathbf{x}) = \frac{1}{2}\mathbf{x}^T\mathbf{Q}\mathbf{x} - \mathbf{b}^T\mathbf{x} + c$. Si $\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} -3 & -2 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}$, en el punto $\mathbf{x}^* = \mathbf{Q}^{-1}\mathbf{b}$ ocurre

a) El máximo global de f.

b) El mínimo global de f.

c) Un máximo local de f.

d) Un mínimo local de f.

e) Ninguno de los anteriores.

7. La función $f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \text{mín}_{i\in\{1,2,\ldots,n\}} x_i$ es

   a) Cóncava pero no estrictamente cóncava.

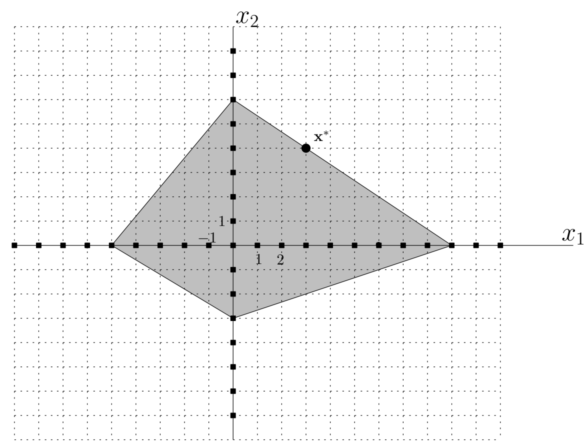
   b) Estrictamente cóncava.

   c) Convexa pero no estrictamente convexa.

   d) Estrictamente convexa.

   e) Ninguno de los anteriores.

8. Se quiere resolver el problema mín $f(\mathbf{x})$ sujeto a $\mathbf{x} \in S$ donde es el conjunto mostrado en la figura.



   Las direcciones factibles $[d_1\ d_2]$ en el punto $\mathbf{x}^*$ cumplen:

   a) $d_1,\ d_2 \geq 0$

   b) $2d_1 \leq 3d_2$

   c) $3d_1 \leq 2d_2$

   d) $2d_1 \leq -3d_2$

   e) $3d_1 \leq -2d_2$

9. Considere la función cuadrática $f(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T\mathbf{Q}\mathbf{x} - \mathbf{b}^T\mathbf{x} + c$ con $\mathbf{Q} > 0$. Si se utilizan los algoritmos de Steepest Descent, Newton y gradiente conjugado pata minimizar f, cuál de las siguientes afirmaciones es falsa:

   a) Para $\mathbf{Q} \neq \mathbf{I}$ existen puntos iniciales desde los cuales gradiente conjugado y steepest descent convergen al mínimo en el mismo número de pasos.

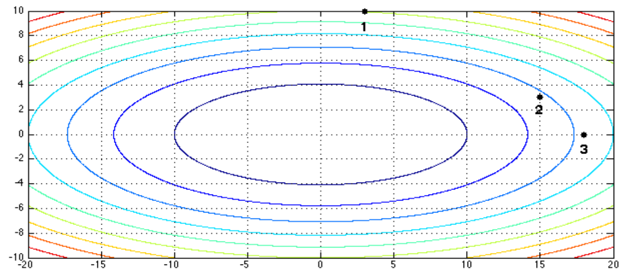
   b) El método de Newton siempre converge al mínimo en un solo paso.

   c) Existen matrices $\mathbf{Q}$ para las cuales Steepest Descent, Gradiente Conjugado y el método de Newton convergen al mínimo en el mismo número de pasos.

d) En gradiente conjugado, direcciones sucesivas de búsqueda son ortogonales.

e) Para los tres algoritmos siempre se tiene $\|\mathbf{e}_{k+1}\|_{\mathbf{Q}} \leq \|\mathbf{e}_k\|_{\mathbf{Q}}$

10. Se muestran en la figura las curvas de nivel de una función cuadrática convexa. Suponga que se utiliza Steepest Descent para minimizar esta función.



Si Steepest Descent se arranca desde los tres puntos mostrados, el orden en velocidad de convergencia (de más rápido a más lento) es:

a) 1,2,3.

b) 1,3,2.

c) 2,1,3

d) 3,2,1

e) 3,1,2