

Profesor Coordinador: Mario Castillo

Profesores: María Alejandra López, Astrid Bernal, Carlos Castellanos, Fabio Lagos, Gonzalo Torres, Hernando Mutis.

Segundo semestre de 2015

Complementaria 3

Variables aleatorias discretas y continuas, funciones de probabilidad, funciones de densidad, funciones de distribución acumulada, valor esperado y varianza. Función Generadora de Momentos

Punto 1 (Variable aleatoria discreta)

Con el propósito de brindar asesoría nutricional a los habitantes de un sector en la localidad de Sumapaz en Cundinamarca, se realizó una visita a cada una de las 100 viviendas de la población en estudio. En cada una de éstas, se registró tanto el número de personas que la habitan, como el número de personas que necesitan orientación acerca de su régimen alimenticio.

Se define X como la variable aleatoria que representa el número de personas que requieren asesoría nutricional.

La información obtenida como resultado de la visita a Sumapaz se muestra a continuación:

X: Personas que requieren asesoría	# viviendas
0	10
1	25
2	40
3	15
4	10
Total	100

A partir de la información anterior de solución a los siguientes literales:

- Construya la función de probabilidad de la variable aleatoria X .
- Grafique la función de probabilidad de la variable aleatoria X . Interprete la gráfica.
- Construya la función de distribución de probabilidad acumulada (FDA) de la variable aleatoria X .
- Grafique la función de distribución de probabilidad acumulada (FDA) de la variable aleatoria X .

- e. ¿Cuál es la probabilidad de que en una vivienda seleccionada al azar se encuentren 2 personas que requieran asesoría nutricional?
- f. ¿Cuál es la probabilidad de que en una vivienda seleccionada al azar, menos de 2 personas requieran asesoría nutricional?
- g. ¿Cuál es la probabilidad de que más de tres personas requieran asesoría nutricional?
- h. ¿Cuál es la probabilidad de que en una vivienda seleccionada al azar, más de una persona y máximo tres requieran asesoría nutricional?
- i. ¿Cuál es el valor esperado del número de personas que requieren asesoría nutricional en el sector de Sumapaz? Interprete este resultado.
- j. Calcule la varianza e interprete el resultado.

Punto 2 (Variable aleatoria continua)

El tiempo en horas que tarda una persona en ir desde su hogar hasta su lugar de trabajo se puede modelar como una variable aleatoria X , cuya Función de Densidad de Probabilidad está dada por:

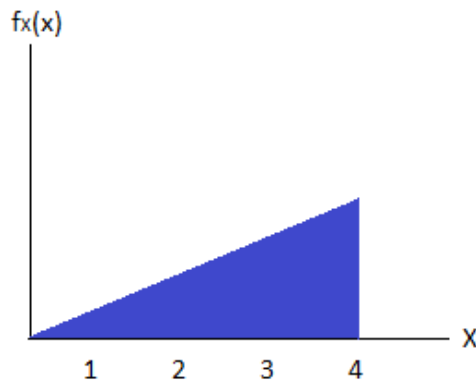
$$f_X(x) = \begin{cases} 1 & 0.5 \leq x \leq 1 \\ k(25 - 3x^2) & 1 \leq x \leq 3 \\ 0 & \text{d.l.c} \end{cases}$$

- a. Halle el valor de la constante k de tal manera que la Función de Densidad de Probabilidad esté correctamente definida.
- b. Halle la Función de Distribución Acumulada de la variable aleatoria X .
- c. ¿Cuál es la probabilidad de que una persona se demore exactamente 1.5 horas en llegar al trabajo partiendo desde su casa?
- d. ¿Cuál es la probabilidad de que una persona se demore entre 0.7 y 2 horas en llegar a su trabajo si parte de su casa?
- e. ¿Cuál es la probabilidad de que una persona se demore entre 0.8 y 3.5 horas en llegar a su trabajo si parte de su casa?
- f. Encuentre el valor esperado de la variable aleatoria X . Interprete este resultado.
- g. Encuentre la desviación estándar de la variable aleatoria X .

Punto 3 (Función de densidad de probabilidad)

La siguiente gráfica muestra la región en la cual está definida la función de densidad de probabilidad de la variable aleatoria X , la cual representa los ingresos (en millones de pesos) de una tienda de ropa.

Función de Densidad de Probabilidad vs. X



El gerente de la tienda se encuentra realizando un estudio de mercadeo y requiere información detallada del comportamiento de la variable, por lo que le solicita ayuda respondiendo los siguientes literales:

- Defina en términos del problema la variable aleatoria.
- Halle la función de densidad de probabilidad de la variable aleatoria X .
- Halle la función de distribución de probabilidad acumulada (FDA) de la variable aleatoria X .
- ¿Cuál es la probabilidad de que los ingresos de la compañía, en un mes seleccionado al azar, estén entre 2 y 4 millones de pesos?
- Los costos en los que incurre la tienda se pueden definir como una función de los ingresos, y están dados por: $c(X) = \frac{X}{2} - \frac{1}{3}$. De acuerdo con esta información, encuentre el valor esperado del costo. Interprete el resultado. ¿Qué unidades tendría dicho valor esperado?

Punto 4 (Función Generatriz de Momentos)

Sea X una variable aleatoria discreta con la siguiente función de densidad de probabilidad:

$$g_X(X) = \begin{cases} \frac{1}{3} & x = 2, 4, 6 \\ 0 & d.l.c \end{cases}$$

- Encuentre la función generatriz de momentos (FGM) de la variable aleatoria X

- b.** Use la FGM para hallar el valor esperado de la variable X . Compare dicho resultado con el valor que obtendría utilizando la definición del valor esperado.
- c.** Use la FGM para hallar la varianza de la variable X