

### TAREA 3

#### Normas para la presentación de la Tarea

- La tarea puede realizarse **en parejas** de cualquier sección.
- La presente tarea puede realizarla a computador o a mano. Debe tener en cuenta que la presentación del informe puede influir en la calificación final.
- El informe debe ser presentado en hojas blancas, numeradas, impresión por ambos lados y en la parte superior de cada hoja se debe especificar el nombre y código de cada estudiante.
- **La primera hoja de su tarea debe contener el formato que se presenta en la siguiente página.** Las tareas que no tengan este formato tendrán una penalización de cero punto cinco (0.5) sobre la nota final de la tarea.
- Será responsabilidad de los integrantes del grupo verificar el contenido de la tarea antes de la entrega. Luego de entregado el documento, no se recibirán adiciones por motivos de problemas de impresión en fórmulas o ecuaciones.
- Debe respetar el horario y el lugar de entrega de las tareas. **Las tareas entregadas después de este plazo no serán recibidas y su calificación será de cero (0).**
- **Por ningún motivo la tarea será recibida por correo electrónico.**
- El incumplimiento de alguna de las anteriores instrucciones tendrá un impacto negativo en la nota de la tarea.
- Cualquier sospecha de fraude será tratada de acuerdo con el reglamento de la Universidad.
- Si usted encuentra algún GAZAPO<sup>1</sup> en la solución correspondiente a esta tarea por favor comuníquelo a **ma.galvis138**. Si su observación es válida, se verá recompensado con un incremento del 5% en la nota de la tarea.

#### Forma de entrega

- El informe de la tarea debe ser entregado en los casilleros de Ingeniería Industrial, en el séptimo piso del ML, antes de la fecha límite de entrega. El casillero será habilitado el día anterior a la entrega de la tarea.
- Adicionalmente, el informe de la tarea junto a sus archivos de soporte deberán ser colgados en el link habilitado en Sicua Plus, antes de la fecha límite de entrega. Por lo tanto, si usted realizó su tarea a mano, debe escanear el documento y subirlo al link correspondiente.

#### Fecha de entrega

La fecha límite de entrega es el **miércoles 7 de octubre de 2015, antes de las 5:00 p.m.**

---

<sup>1</sup> Yerro que por inadvertencia deja escapar quien escribe o habla. (Definición según La Real Academia de la Lengua Española)

Integrante 1: \_\_\_\_\_ Código: \_\_\_\_\_ Sección: \_\_\_\_\_  
 Integrante 2: \_\_\_\_\_ Código: \_\_\_\_\_ Sección: \_\_\_\_\_

Numeral		Puntaje
1	a)	/5
	b)	/10
	c)	/2
	d)	/2
	e)	/3
	f)	/2
	g)	/3
	h)	/3
2	a)	/6
	b)	/2
	c)	/3
	d)	/2
	e)	/5
	f)	/2
	g)	/2
	h)	/3
3	a)	/2
	b)	/2
	c)	/4
	d)	/4
	e)	/6
	f)	/2
	g)	/3
	h)	/4
	i)	/5
	j)	/2
	k)	/6

Numeral		Puntaje
4	a)	/2
	b)	/5
	c)	/5
	d)	/3
5	a)	/5
	b)	/5
	c)	/5

<b>TOTAL</b>	/125
<b>NOTA</b>	/5

### **Punto 1. (30 puntos)**

La compañía Plásticos de Colombia S.A, se dedica a la fabricación de productos plásticos y de telas vinílicas. En la actualidad, se está analizando la posibilidad de lanzar al mercado un nuevo tipo de impermeable plástico. Este producto puede ser utilizado como protector solar y/o como recubrimiento para la lluvia en condiciones climatológicas adversas.

Teniendo en cuenta que es un producto nuevo, para su fabricación se requiere de una máquina especializada, con la que no se cuenta en la fábrica de la compañía; y en consecuencia se tomó la decisión de alquilarla. Existen dos modelos de máquinas que se ajustan a las necesidades actuales de producción. La primera es la máquina TX-1 que sólo genera impermeable plástico de color negro, ya que no tiene la posibilidad de adicionar pigmentos en su operación.

La segunda máquina es la TX-2, que permite la adición de pigmentos. Sin embargo, con el propósito de evitar grandes periodos de inactividad por la limpieza de la máquina al cambiar de color, esta máquina se utilizaría únicamente para producir impermeable plástico de color negro y de color amarillo.

Para estimar el comportamiento de la demanda del nuevo producto, la compañía ha analizado la información sobre la demanda diaria del impermeable plástico. Se determinó que si sólo produce impermeable plástico de color negro, las ventas de este producto se pueden modelar como una variable aleatoria con distribución uniforme, con un mínimo de 4000 y un máximo de 5000 metros demandados por día; si la empresa cuenta en su portafolio con dos opciones de color, se espera que los metros demandados del impermeable de color negro por día se comporten como una variable aleatoria triangular, con valor mínimo 1.200, moda de 1.800 y valor máximo de 2.100, y los del impermeable de color amarillo se comporten de acuerdo con una variable aleatoria con distribución normal de media de 2000 y de desviación estándar de 100 metros demandados por día.

Por otro lado, se sabe que el precio de venta por metro de impermeable negro es de \$1.400, y que el precio de venta por metro de impermeable amarillo es de \$2.300. También se sabe, por información histórica, que el costo de producción por metro de impermeable negro se puede modelar como una variable aleatoria con distribución normal, de media \$750 y desviación estándar \$90; y, el costo de producción por metro de impermeable amarillo se puede modelar con una variable aleatoria uniforme entre \$1.100 y \$1.350. Los costos de producción son independientes de la máquina que lo fabrique.

La compañía es consciente de que la producción de impermeable negro genera costos mensuales asociados a arriendo y servicios públicos, los cuales se presentan en la siguiente tabla:

Ítem	Máquina TX-1	Máquina TX-2
<b>Arriendo</b>	\$ 2.100.000	\$ 2.500.000
<b>Servicios</b>	\$ 300.000	\$ 450.000

La compañía Plásticos de Colombia S.A desea determinar cuál de las dos máquinas se debe alquilar, si la TX-1 o la TX-2, de acuerdo a las ganancias mensuales que genera cada alternativa. A partir de lo anterior dé respuesta a las siguientes preguntas:

- a. **(5 puntos)** Identifique las variables aleatorias y la variable de desempeño utilizadas para evaluar la decisión.
- b. **(10 puntos)** Presente un esquema del modelo determinístico construido para representar la situación descrita. Utilice los valores esperados de las variables aleatorias para establecer el valor de la variable de desempeño.  
Nota: se espera como respuesta de este literal, una formulación en Excel acompañada de una explicación de la misma.

Construya un modelo probabilístico en Crystal Ball que le permita simular **un mes** de producción de los impermeables para cada una de las alternativas. Asuma que un mes consta de 30 días. A partir de los resultados del modelo, responda las siguientes preguntas:

- c. **(2 puntos)** ¿Cuál es el valor esperado y el coeficiente de variabilidad de la variable de desempeño en cada alternativa?
- d. **(2 puntos)** Calcule un intervalo de confianza con un nivel de confiabilidad del 90%, para la variable de desempeño en cada alternativa.  
Nota: se recomienda utilizar la gráfica de previsión que genera Crystall Ball, en la que se muestre el intervalo de confianza solicitado.
- e. **(3 puntos)** Encuentre el percentil del 50% y 90% para la variable de desempeño de cada alternativa. Realice una interpretación de cada uno de los percentiles, en cada una de las variables de desempeño.
- f. **(2 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de obtener utilidades si la compañía decide arrendar la máquina TX-1? y ¿Cuál es la probabilidad de obtener utilidades si la compañía decide arrendar la máquina TX-2?  
Nota: se recomienda utilizar las gráficas de previsión que genera Crystall Ball para dar respuesta a este literal.
- g. **(3 puntos)** Realice un análisis de sensibilidad para determinar la variable que más incide en la variable de desempeño de cada alternativa.  
Nota: se recomienda utilizar la gráfica de sensibilidad que genera Crystall Ball, y una explicación de la misma.

- h. **(3 puntos)** Realice un gráfico de superposición de los resultados de las alternativas evaluadas y de acuerdo con este resultado y el de los puntos anteriores, determine ¿cuál es para usted la mejor alternativa? Justifique claramente su respuesta.

**Importante:** debe mostrar todo el procedimiento que realiza para obtener sus resultados y dar una breve explicación de éste. Su informe debe ser **autocontenido**. Gráfica sin explicación no se considera como una respuesta válida.

## **Punto 2. (25 puntos)**

En la sala de asistentes graduados de Probabilidad y Estadística I hay una caja de marcadores con 4 nuevos y 8 usados, que son utilizados para dictar las sesiones complementarias del día lunes. Se sabe que un marcador usado puede fallar durante la clase con una probabilidad de 0.7, y que un marcador nuevo no falla. Para la complementaria que dicta Juan, él toma 4 de los 12 marcadores de manera aleatoria sin saber cuál es nuevo y cuál no lo es. Para analizar el número de marcadores que fallan, Juan define las siguientes variables aleatorias:

X: número de marcadores usados que Juan toma de la caja de 12 marcadores, y que contiene 8 usados.

Y: número de marcadores que fallan durante la complementaria, de la cantidad de marcadores  $x$  que eran usados.

Con base en la información anterior, desarrolle los literales que se presentan a continuación.

- a. **(6 puntos)** Establezca la función de distribución de probabilidad conjunta de X y Y.
- b. **(2 puntos)** Calcule las funciones de probabilidad marginal para las variables aleatorias X y Y.
- c. **(3 puntos)** Calcule el valor esperado para cada una de las variables aleatorias e interprete sus resultados en términos de la situación descrita.
- d. **(2 puntos)** Determine si las variables aleatorias X y Y son independientes.
- e. **(5 puntos)** Calcule el coeficiente de correlación entre el número de marcadores usados que Juan selecciona de la caja de doce y el número de marcadores usados que dejan de funcionar durante la clase complementaria. Interprete este resultado.
- f. **(2 puntos)** Si se sabe que Juan escogió 3 marcadores viejos entre los cuatro escogidos para dictar la clase, ¿cuántos marcadores se esperaría que fallen durante la clase complementaria?

- g. **(2 puntos)** Calcule la probabilidad de que el número de marcadores que fallan durante la clase complementaria sea inferior al número de marcadores usados que Juan toma de la caja de doce.
- h. **(3 puntos)** Si se sabe que el número de marcadores que fallaron era igual al número de marcadores usados que Juan tomó de la caja de doce, determine la probabilidad de que el número de marcadores usados que tomó Juan de la caja sea igual a 2.

**Punto 3. (40 puntos)**

La utilidad obtenida por las ventas de computadores portátiles, durante la temporada de regreso escolar en una sucursal de una empresa de electrónicos, se puede representar por medio de una variable aleatoria  $X$  (medida en miles de dólares) con la siguiente función de densidad de probabilidad:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{50} - \frac{x}{15} + kx & 0 \leq x \leq 5 \\ 0 & d.l.c \end{cases}$$

Por otro lado, la utilidad obtenida por la venta de accesorios para dichos portátiles (maletas, mouse, baterías y cargadores, entre otros) se puede modelar como una variable aleatoria  $Y$  (medida en miles de dólares) la cual tiene una distribución uniforme entre la mitad y el doble de la utilidad obtenida por las ventas de computadores portátiles.

Con base en la información anterior, de solución a los siguientes literales:

- a. **(2 puntos)** Halle el valor de la constante  $k$  que permite que la función de densidad de probabilidad de la variable aleatoria  $X$  esté correctamente definida.
- b. **(2 puntos)** A partir del enunciado, establezca la función de probabilidad de  $Y$  dado  $X$ .
- c. **(4 puntos)** Encuentre la función de densidad de probabilidad conjunta y grafique la región en la cual se encuentra definida.
- d. **(4 puntos)** Calcule la probabilidad de que la utilidad obtenida por la venta de accesorios más la utilidad obtenida por la venta de computadores portátiles durante la temporada escolar sea menor a \$4000 USD. Para esto especifique los siguientes pasos:
- Grafique la región donde se encuentra definida la probabilidad solicitada.
  - Calcule la probabilidad requerida.
- e. **(6 puntos)** Halle la función de densidad de probabilidad marginal de la variable que representa la utilidad obtenida por la venta de accesorios.

- f. **(2 puntos)** Calcule la probabilidad de que la utilidad obtenida por las ventas de accesorios sea menor a \$4000 USD.
- g. **(3 puntos)** Calcule el valor esperado de la utilidad de la venta de accesorios. Interprete el resultado en términos del problema.
- h. **(4 puntos)** Si se sabe que la utilidad obtenida por la venta de computadores portátiles fue de \$4000 USD, calcule el valor esperado de la utilidad obtenida por las ventas de accesorios. Interprete el resultado en términos del problema.
- i. **(5 puntos)** Si se sabe que la utilidad de portátiles está entre 2000 y 4000. ¿Cuál es el valor esperado de la utilidad de los accesorios?
- j. **(2 puntos)** Determine si las variables aleatorias son independientes entre sí.
- k. **(6 puntos)** Calcule el coeficiente de correlación e interprete este valor en términos del problema.

**Punto 4. (15 puntos)**

La cadena de supermercados D2 se ha posicionado en Colombia por ofrecer productos de primera necesidad a un bajo costo. Su estructura de negocio se basa en la reducción de costos operacionales y logísticos como el costo de transporte y gastos de publicidad, entre otros. Este modelo de comercio traduce el ahorro y la reducción de costos en un menor precio para el consumidor final. Actualmente, D2 tiene 300 sucursales repartidas en cinco departamentos del país. Dentro de las marcas de productos que se ofrecen en los diferentes supermercados de la empresa predominan varias marcas propias. En especial se destaca la marca Detergente2 que representa casi el 15% de las ventas anuales de la empresa en el segmento de productos de aseo. De acuerdo con información histórica se determinó que la demanda mensual de Detergente2 en una sucursal seleccionada al azar se comporta como una variable aleatoria  $X$  con distribución triangular (6, 15, 40) en miles de unidades. Teniendo en cuenta que la demanda mensual de este producto es una variable independiente en cada sucursal, responda los siguientes literales:

- a. **(2 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que la demanda mensual de Detergente2 en una sucursal en particular esté entre 12000 y 18000 unidades?
- b. **(5 puntos)** La empresa ha decidido examinar la demanda promedio mensual del producto Detergente2, de 70 sucursales seleccionadas al azar. Calcule la probabilidad de que la demanda mensual promedio en dichas sucursales sea mayor a 21000 unidades.
- c. **(5 puntos)** Si se eligen 35 sucursales al azar, calcule la probabilidad de que la demanda mensual total del Detergente2 en estas sea menor a 650000 unidades.

- d. **(3 puntos)** Si se sabe que el precio unitario del producto Detergente2 es de \$1200 pesos y que el costo logístico mensual, asociado únicamente a este producto, en cada una de las sucursales se comporta como una variable aleatoria Normal ( $\mu = 20.5, \sigma = 5.6$ ) en millones de pesos, ¿se esperaría que las ventas promedio mensuales del producto en todas las sucursales del país sean suficientes para solventar dicho costo para la empresa?

**Punto 5. (15 puntos)**

Cierto proceso de fabricación consta de dos estaciones de trabajo. La estación de trabajo 1 está compuesta por dos máquinas que trabajan en paralelo cuyo funcionamiento es independiente entre sí. La máquina 1 procesa en promedio 5 piezas por hora y la máquina 2 procesa en promedio 3 piezas por hora. Luego, las piezas pasan a la estación de trabajo 2, donde se les realiza un control de calidad. En esta estación, hay tres operarios los cuales inician la actividad de revisión hasta que cada uno tenga 15 piezas disponibles para ser analizadas. Además, se conoce que la probabilidad de que se produzca una pieza no defectuosa es de 0.85. Si una pieza es defectuosa es desechada inmediatamente. Teniendo en cuenta que la distribución del número de piezas procesadas por cada máquina es Poisson y que la inspección de cada una de las piezas es independiente, responda los siguientes numerales utilizando la **función generatriz de momentos**.

Para cada uno de los literales siga los pasos que se presentan a continuación:

- i. Defina las variables aleatorias de interés en términos del problema, identifique su distribución de probabilidad y su función generatriz de momentos.
  - ii. Escriba una expresión que relacione estas variables, la cual le permita encontrar la probabilidad solicitada en dicho literal.
  - iii. Encuentre la función generatriz de momentos asociada a dicha expresión.
  - iv. Identifique cuál es la distribución de la expresión de acuerdo a la función generatriz de momentos encontrada.
  - v. Calcule la probabilidad solicitada teniendo en cuenta dicha distribución.
- a. **(5 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que el número de piezas procesadas en 1 hora por la estación de trabajo 1 sea menor a 7?
- b. **(5 puntos)** Si cada operario verificó una pieza en la estación 2, para un total de 3 piezas revisadas ¿cuál es la probabilidad de que a lo sumo dos de dichas piezas analizadas tengan que ser desechadas?
- c. **(5 puntos)** Si se sabe que cada operario realiza el proceso de control de calidad revisando una a una las piezas hasta encontrar la primera pieza defectuosa ¿Cuál es la probabilidad de que la quinceava pieza revisada de forma independiente por cualquiera de los tres operarios sea la tercera pieza no defectuosa que se encuentra en la producción?