Universidad de los Andes
Departamento de Ingeniería Industrial
Probabilidad y Estadística I (IIND2106)
Profesor Coordinador: Mario Castillo
Profesores: Astrid Bernal, Carlos Castellanos, Fabio Lagos, María Alejandra López, Gonzalo Torres, Hernando Mutis.
Segundo semestre de 2015

Complementaria 7

Ejercicios sobre variables aleatorias conjuntas discretas, función de probabilidad conjunta y función de probabilidad acumulada conjunta. Probabilidad condicional e independencia de variables aleatorias.

Punto 1

Una empresa de seguros ofrece pólizas de automóvil y de hogar. Para cada tipo de póliza, se debe especificar un deducible. Para una póliza de automóvil, las opciones de esta cantidad son: \$100, \$200 y \$400 (dólares), mientras que para la póliza de hogar, las opciones son: \$100, \$300 y \$600 (dólares). Se definen las siguientes variables aleatorias:

X: valor del deducible en una póliza de automóvil.
Y: valor del deducible en una póliza de hogar.

La empresa sabe que los valores deducibles de automóvil y de hogar tienen la siguiente función de probabilidad conjunta:

$$g_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} cxy & x = 100, 200, 400;\ y = 100, 300, 600 \\ 0 & \text{dlc} \end{cases}$$

a. Encuentre el valor de la constante c, para que la función de probabilidad conjunta este correctamente definida.
b. Encuentre las funciones de probabilidad marginal de las variables aleatorias X y Y.
c. Encuentre la función de probabilidad condicional de X dado Y.
d. Encuentre el valor esperado del deducible de la póliza de automóvil, dado que el valor deducible de la póliza de hogar es igual a \$100.
e. ¿Son las variables aleatorias X y Y independientes?
f. Calcule el valor esperado y la varianza de la variable aleatoria X.
g. Calcule la covarianza de XY.
h. La compañía de seguros decide que si un cliente invierte en ambas pólizas al tiempo, recibirá una bonificación al final del año, la cual es redimible en almacenes de cadena. La función que representa la bonificación está dada por:

$$\text{Bonificación} = 1.2X + 1.3Y$$

Encuentre el valor esperado de la bonificación.

Punto 2

Un dado de seis caras se lanza 2 veces. La variable aleatoria X representa la suma de los valores obtenidos en ambos lanzamientos. La variable aleatoria Y representa el máximo valor obtenido en los 2 lanzamientos.

a. Defina el experimento aleatorio, el espacio muestral y el rango de las variables aleatorias X y Y.

A continuación se muestra la tabla de la función de probabilidad conjunta de las variables aleatorias X y Y:

		Y					
		1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
	2	1/36	0	0	0	0	0
	3	0	1/18	0	0	0	0
	4	0	1/36	1/18	0	0	0
	5	0	0	1/18	1/18	0	0
	6	0	0	1/36	1/18	1/18	0
X	**7**	0	0	0	1/18	1/18	1/18
	8	0	0	0	1/36	1/18	1/18
	9	0	0	0	0	1/18	1/18
	10	0	0	0	0	1/36	1/18
	11	0	0	0	0	0	1/18
	12	0	0	0	0	0	1/36

b. Encuentre las funciones marginales de X y Y.

c. Encuentre la probabilidad de que los dos lanzamientos del dado sumen al menos 8.

d. Encuentre la probabilidad de que X = Y + 1, es decir la probabilidad de que el número 1 caiga en alguno de los 2 lanzamientos.

e. Encuentre la función de probabilidad de X, dado que Y es igual a 4.

f. Si se sabe que en los dos lanzamientos el mayor número obtenido es el 4, calcule la probabilidad de que la suma de ambos lanzamientos sea a lo sumo igual a 6.

g. ¿Son independientes las variables X y Y?

h. Halle la correlación entre las variables X y Y, interprete el resultado.

i. Se quiere hacer una apuesta en la cual cada participante pagará una cantidad C en dólares, cuya función está dada por: C= (X+1) (Y-2). Calcule el valor esperado de la cantidad que se debe pagar para entrar en dicha apuesta.