
Enfoque región:

Segmentacion basada en
la extracción de
regiones

Segmentación por regiones

- Objetivo:
 - Dividir una imagen en regiones
- 3 familias de métodos:
 - Umbralización
 - Crecimiento de regiones
 - División y fusión de regiones

Umbralización

Umbralización

- Proceso de segmentación por regiones más simple.
- No cumple siempre con la condición de conectividad (regiones conexas)

Formulación

- Transformación de una imagen de entrada f en una imagen binaria (segmentada) de salida g :

$$g(x, y) = \begin{cases} 1 & f(x, y) > T \\ 0 & f(x, y) \leq T \end{cases}$$

$g(x, y) = 1 \rightarrow$ píxeles de objetos de la imagen

$g(x, y) = 0 \rightarrow$ píxeles del fondo de la imagen

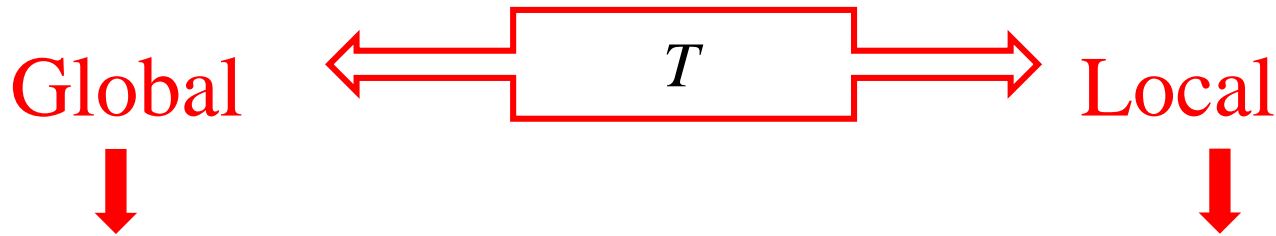
Formulación

- T puede ser vista como una función

$$T = T[\underbrace{x, y}_{\text{posición del punto}}, \underbrace{p(x, y)}_{\text{propiedad local del punto. Ej: media del NG de un vecindario centrado en (x,y)}], \underbrace{f(x, y)}_{\text{nivel de gris del punto}}]$$

T puede ser global o local

$$T = T[x, y, p(x, y), f(x, y)]$$



- Sólo depende de $f(x,y)$
- Es único para toda la imagen

- Depende de $f(x,y)$ y de $p(x,y)$
- La imagen es dividida en subimágenes y se determina un valor de umbral para cada subregión.
- Si además depende de la posición (x,y) se llama umbral adaptativo o dinámico

Generalización de la umbralización global

=

Umbralización por bandas

$$g(x, y) = \begin{cases} 1 & f(x, y) \in D \\ 0 & \text{dlc} \end{cases}$$

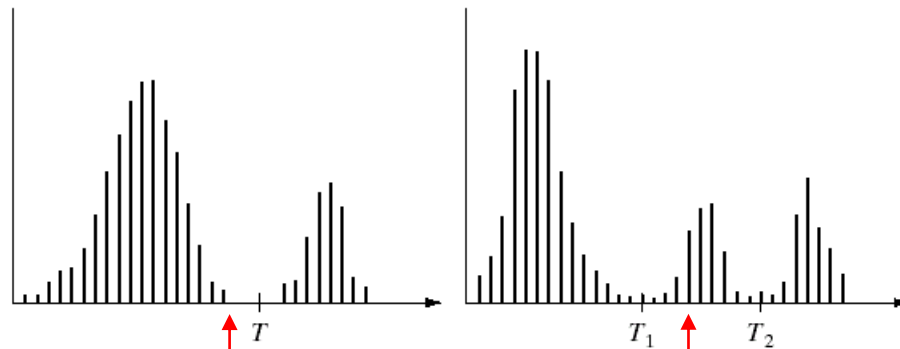
Conjunto de niveles de gris

Tipos de umbralización

- Global
 - Un solo umbral global
- Local
 - División de la imagen en subimágenes
 - Umbralización de cada subimagen por separado con un umbral calculado localmente
 - Si el umbral de una subregión no puede ser determinado, se define interpolando los umbrales de las subimágenes vecinas
- Multinivel
 - Varios umbrales \Rightarrow Varias regiones resultantes
- Multiespectral o multicanal o basada en varias variables
 - Para segmentar imágenes donde cada pixel es caracterizado por más de una variable. Ej.: imágenes en color

Umbralización global

Modos del histograma



a b

FIGURE 10.26 (a) Gray-level histograms that can be partitioned by (a) a single threshold, and (b) multiple thresholds.

Histograma bi-modal

Histograma tri-modal

Diferentes métodos de umbralización global

- Promedio
- Punto medio
- P-mosaico o p-tile
- Método del modo
- Optimizaciones del método del modo
 - Umbralización iterativa
 - OTSU

Método del promedio



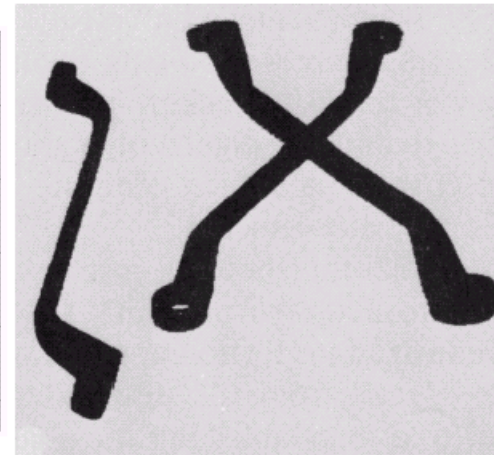
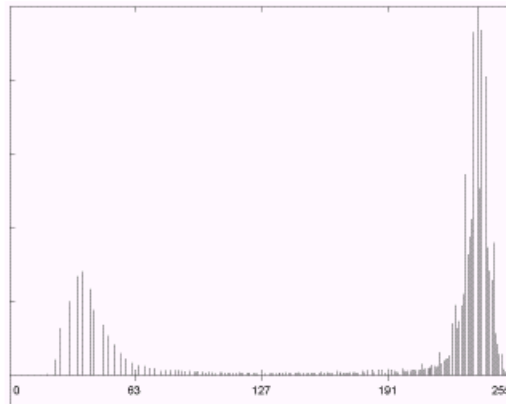
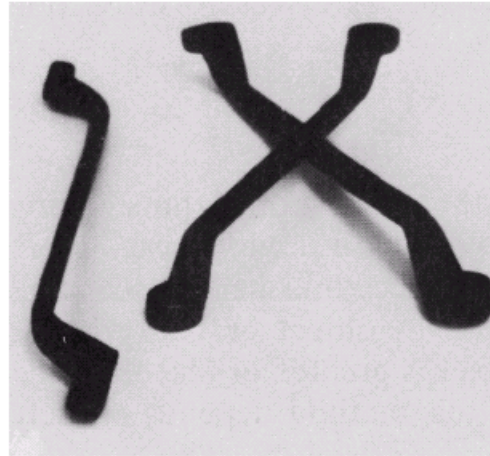
$$t^* = \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y)$$

Diferentes métodos de umbralización global

- Promedio
- Punto medio
- P-mosaico o p-tile
- Método del modo
- Optimizaciones del método del modo
 - Umbralización iterativa
 - OTSU

Método del punto medio

$$t^* = \frac{l_{\min} + l_{\max}}{2}$$



a
b c

FIGURE 10.28

(a) Original image. (b) Image histogram. (c) Result of global thresholding with T midway between the maximum and minimum gray levels.

Diferentes métodos de umbralización global

- Promedio
- Punto medio
- P-mosaico o p-tile
- Método del modo
- Optimizaciones del método del modo
 - Umbralización iterativa
 - OTSU

Método del p-mosaico

- Asume que la imagen consta de objetos bastante contrastados con el fondo.
- Se necesita conocer el porcentaje de la imagen que ocupan los objetos (valor a) = tamaño en píxeles del objeto .

t^* = nivel de gris que cubre
por lo menos $a\%$ de píxeles
de la imagen binarizada



$t^* = 164$
 $a = 20\%$



Método del p-mosaico

$$t^* = \left\{ t_{\max} \left| \frac{\# \text{ pixeles } - \text{objeto}}{\# \text{ pixeles } - \text{imagen}} * 100 \geq a\% \right. \right\}$$



$t^*=164$
 $a = 20\%$



Diferentes métodos de umbralización global

- Promedio
- Punto medio
- P-mosaico o p-tile
- Método del modo
- Optimizaciones del método del modo
 - Umbralización iterativa
 - OTSU

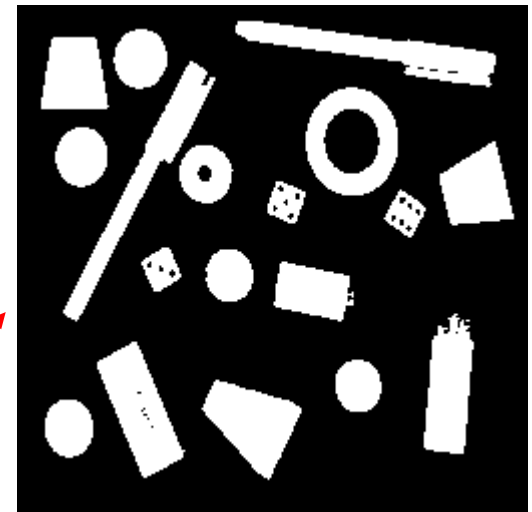
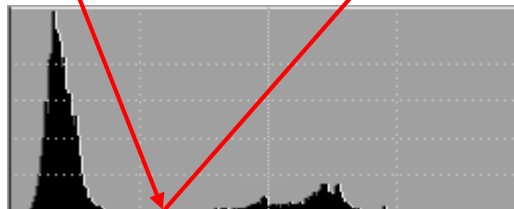
Método del modo

- Aplica a imágenes con histogramas aproximadamente bimodales.



t^* = nivel de gris que se encuentra en el valle que separa los dos modos del histograma

$t^*=80$



Método del modo

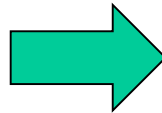
Cómo hallar el valle entre los dos modos del histograma ?

- 1) Encontrar los dos máximos locales de mayor valor en el histograma
- 2) Buscar el valor mínimo entre estos 2 máximos

Método del modo

Cómo hallar el valle entre los dos modos del histograma ?

- 1) Encontrar los dos máximos locales de mayor valor en el histograma
- 2) Buscar el valor mínimo entre estos 2 máximos

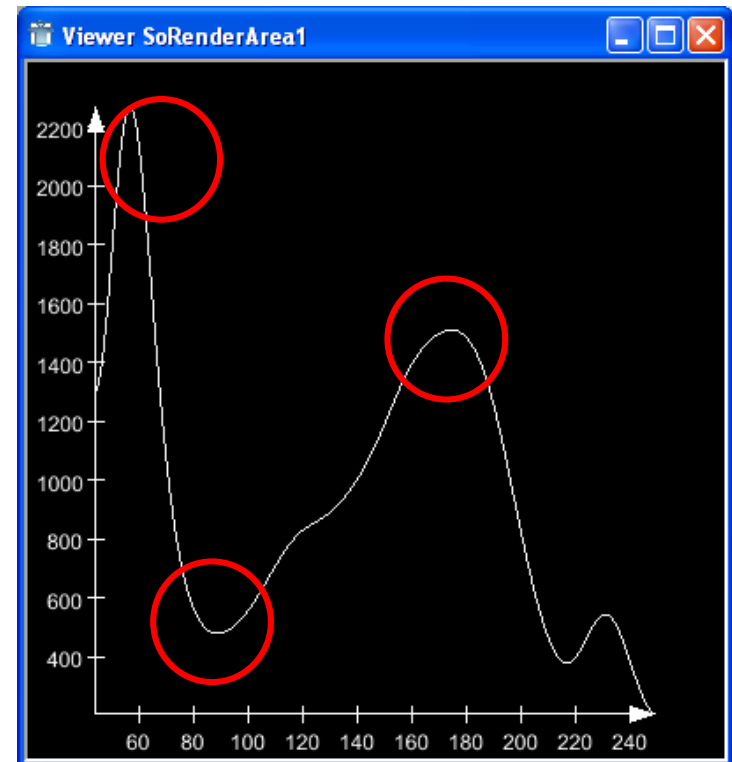
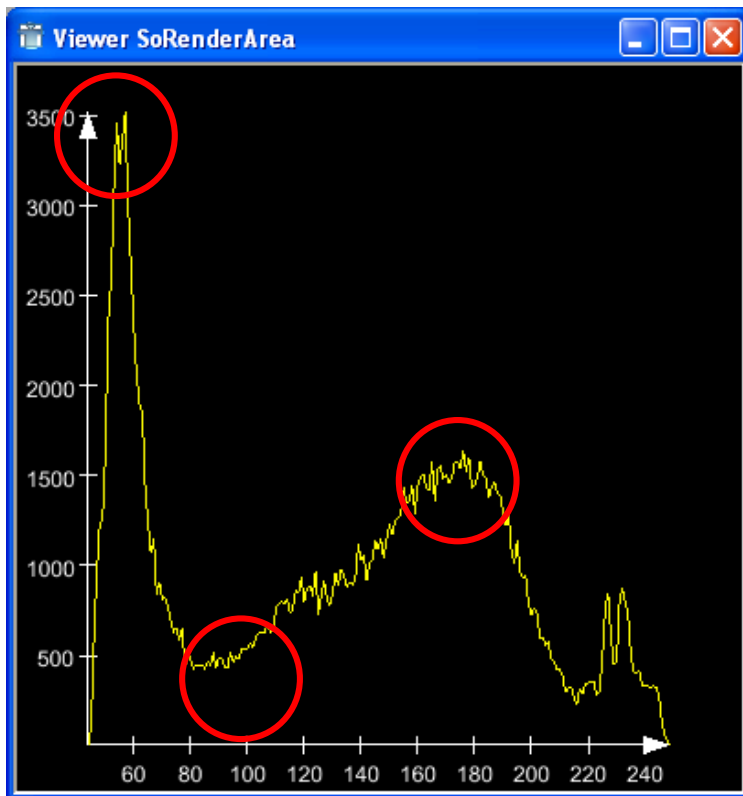


Para evitar la detección de 2 máximos locales que pertenezcan al mismo modo (al mismo máximo global):

- Se fija una distancia mínima en NG entre los máximos locales
- Se filtra el histograma

Filtrado del histograma

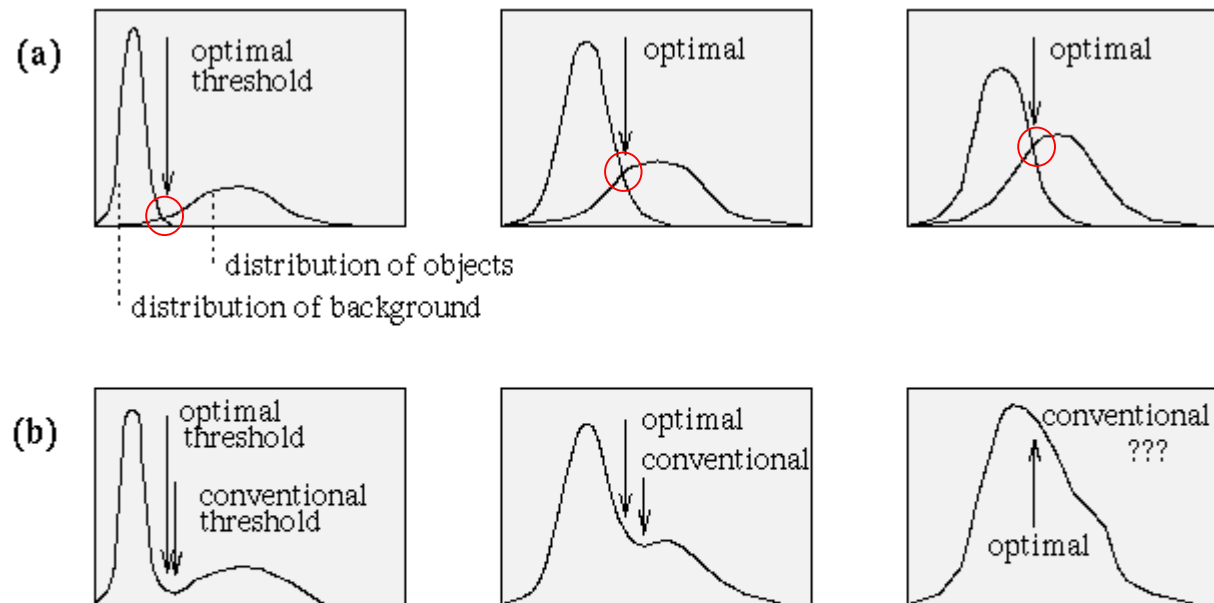
$$h'(z) = \frac{1}{2K+1} \sum_{i=-k}^k h(z+i)$$



Diferentes métodos de umbralización global

- Promedio
- Punto medio
- P-mosaico o p-tile
- Método del modo
- Optimizaciones del método del modo
 - Umbralización global iterativa
 - OTSU
 - Buscar el umbral que maximiza la varianza entre objetos y fondo (varianza interclases)

Método del modo: convencional vs óptimo

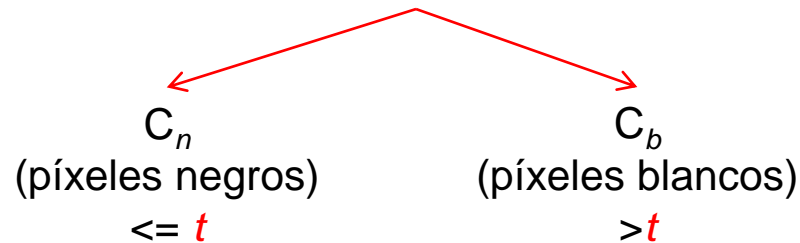


Aproximaciones
de los
histogramas por
la combinación
de dos
distribuciones

Figure 5.4 Grey level histograms approximated by two normal distributions; the threshold is set to give minimum probability of segmentation error: (a) Probability distributions of background and objects, (b) corresponding histograms and optimal threshold.

Umbralización global iterativa

1. Seleccionar un valor de umbral t cualquiera (puede ser la media de la intensidad de los píxeles en la imagen)
2. Segmentar la imagen usando t



3. Calcular las medias de intensidad de cada región

En la iteración k

A red arrow points from the text 'En la iteración k' to the μ_n^k term in the equation.

$$\mu_n^k = \frac{\sum_{(i,j) \in C_n} f(i,j)}{\# \text{píxeles en } C_n}$$

A red arrow points from the text 'En la iteración k' to the μ_b^k term in the equation.

$$\mu_b^k = \frac{\sum_{(i,j) \in C_b} f(i,j)}{\# \text{píxeles en } C_b}$$

Umbralización global iterativa

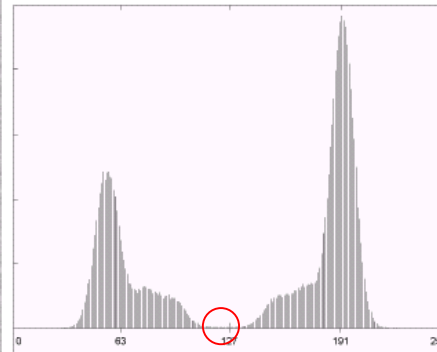
4. Calcular el nuevo umbral t_k ← En la iteración k

$$t_k = \frac{\mu_n^k + \mu_b^k}{2}$$

5. Repetir pasos 1- 4 hasta que la diferencia de t en dos iteraciones consecutivas sea inferior a un épsilon

$$t_{k+1} \approx t_k$$

Umbralización global iterativa



a b
c

FIGURE 10.29

(a) Original image. (b) Image histogram. (c) Result of segmentation with the threshold estimated by iteration. (Original courtesy of the National Institute of Standards and Technology.)

$t^*=125$



OTSU

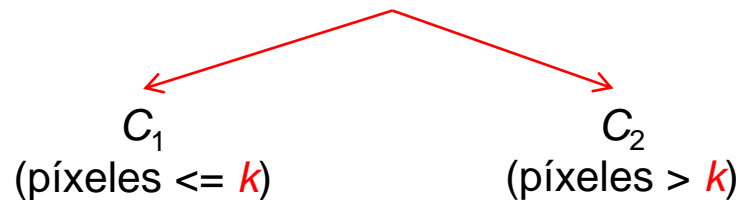
- Calcula el valor umbral de forma que la dispersión dentro de cada clase sea lo más pequeña posible, pero al mismo tiempo la dispersión sea lo más alta posible entre clases diferentes.
- Calcula el cociente entre ambas variancias y se busca un valor umbral para el que este cociente sea máximo.

OTSU

1. Calcular el histograma normalizado

$$p_i = \frac{n_i}{MN} \quad \sum_{i=0}^{L-1} p_i = 1 \quad p_i \geq 0$$

2. Seleccionar un umbral k



3. Calcular la probabilidad de ocurrencia de cada clase

$$P_1(k) = \sum_{i=0}^k p_i \quad P_2(k) = \sum_{i=k+1}^{L-1} p_i = 1 - P_1(k)$$

Probabilidad de la clase C_1 (probabilidad de que un pixel quede clasificado en esta clase)

OTSU

4. Calcular el nivel de gris promedio de los píxeles asignados a cada clase

$$m_1(k) = \frac{1}{P_1(k)} \sum_{i=0}^k ip_i \quad m_2(k) = \frac{1}{P_2(k)} \sum_{i=k+1}^{L-1} ip_i$$

5. Calcular el nivel de gris promedio de TODA la imagen

$$m_G = \sum_{i=0}^{L-1} ip_i$$

6. Calcular la varianza inter-clase

$$\sigma_B^2 = P_1(m_1 - m_G)^2 + P_2(m_2 - m_G)^2$$

OTSU

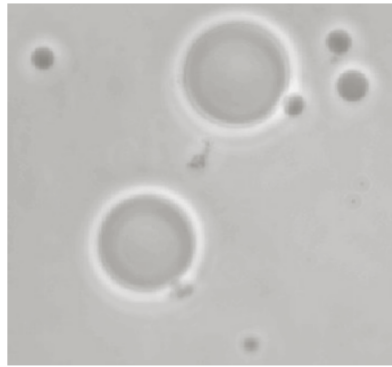
7. Buscar el umbral OTSU k^* que maximice la varianza inter-clases.

$$\sigma_B^2(k^*) = \max_{0 \leq k \leq L-1} \sigma_B^2(k)$$

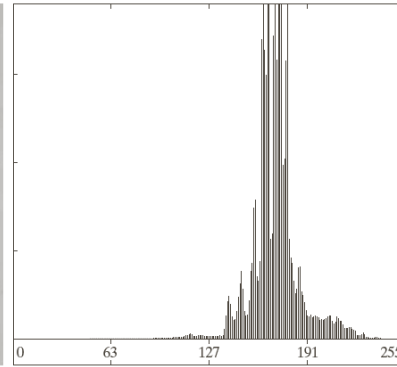
- Se evalúan todos los umbrales posibles k y se escoge el que de la respuesta máxima de varianza inter-clases
- Si hay varios k que dan la misma respuesta, se promedian

OTSU

Imagen original



Histograma



Resultado con
umbralización
global iterativa



Resultado con
Otsu



Mejoras a la umbralización global

Mejoras ...

- Filtrado previo de la imagen



- Eliminar ruido que puede perturbar el proceso de selección automática de un umbral (puntos que no pertenecen a clases verdaderas)

- Detección previa de contornos



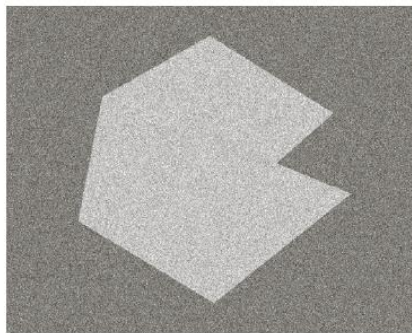
- En el proceso de selección del umbral, incluir únicamente puntos sobre los contornos y cercanos a éstos (de cada lado).



- Histogramas con picos de altura similar (uno para el fondo y otro para el objeto)

Filtrado previo de la imagen

Imagen original



Histograma

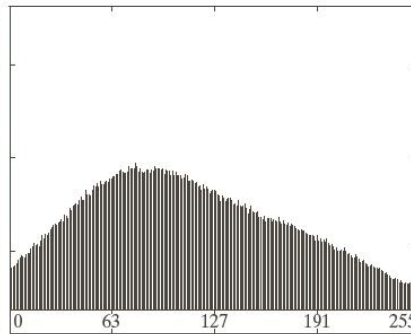


Imagen segmentada con Otsu

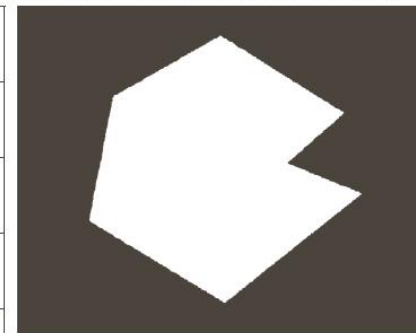
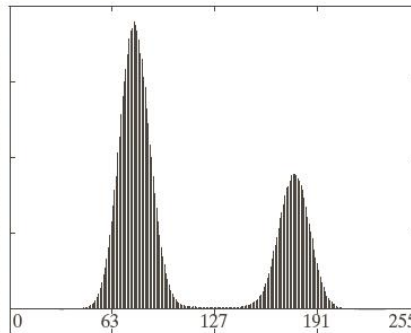
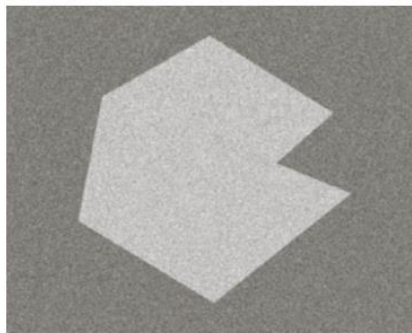
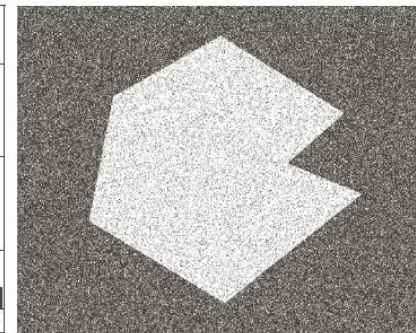


Imagen filtrada
Promedio 5x5

Histograma

Imagen segmentada con Otsu

Depende del tamaño de los objetos ...

Imagen original



Histograma

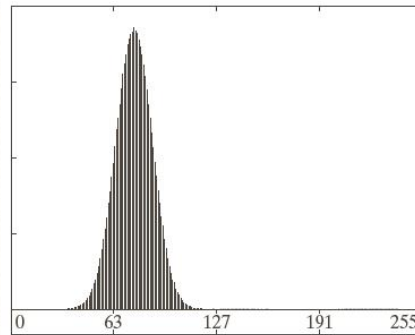


Imagen segmentada con Otsu

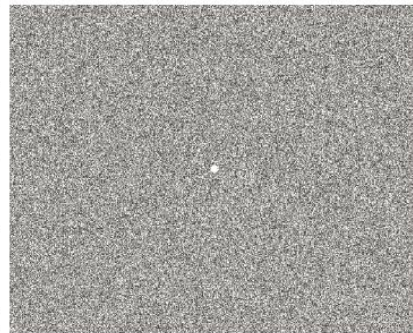


Imagen filtrada
Promedio 5x5

Histograma

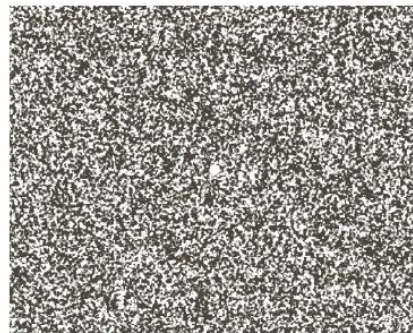
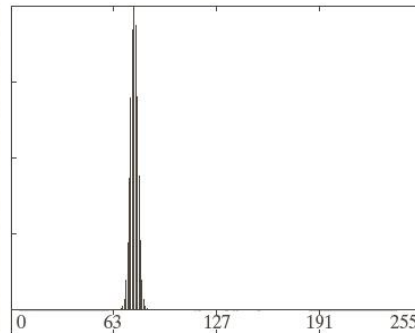
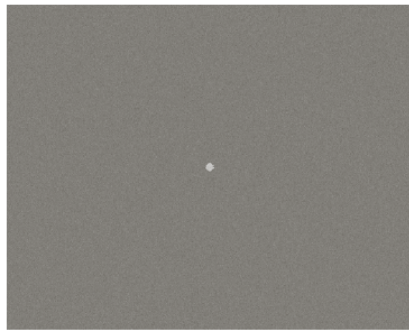


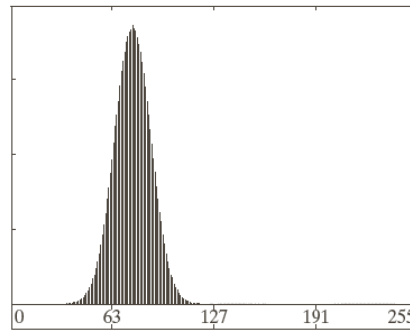
Imagen segmentada con Otsu

Detección previa de contornos

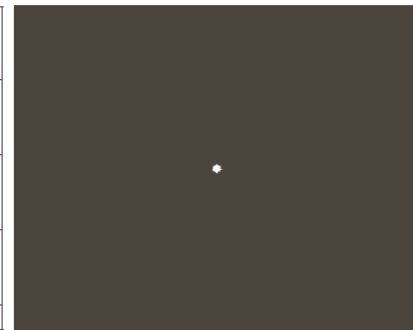
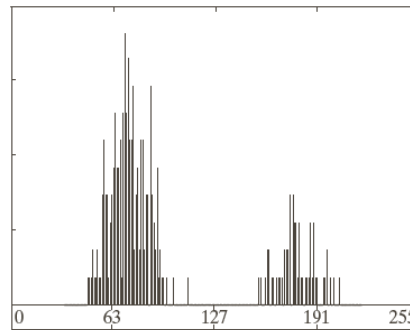
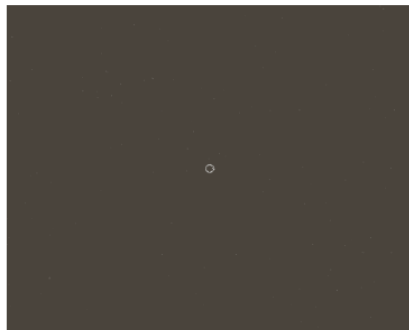
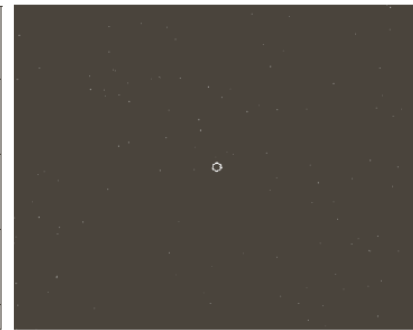
Imagen original



Histograma



Gradiente umbralizado (99.7%)



Original * Gradiente

Histograma de
puntos NO
negros

Imagen original segmentada
con Otsu calculado a partir del
histograma anterior

Detección previa de contornos

Imagen original



Histograma

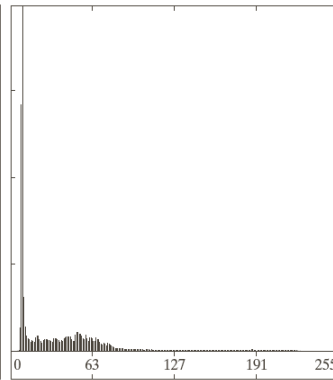
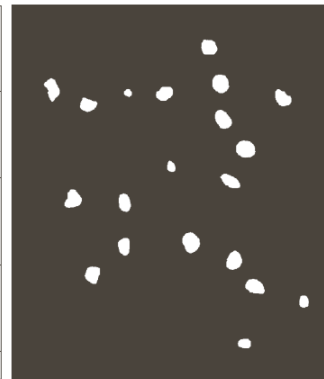
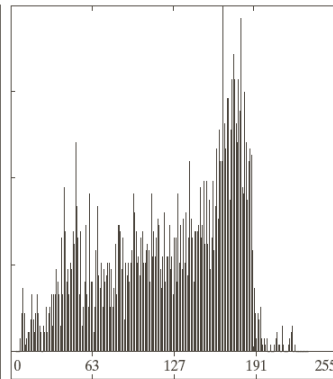
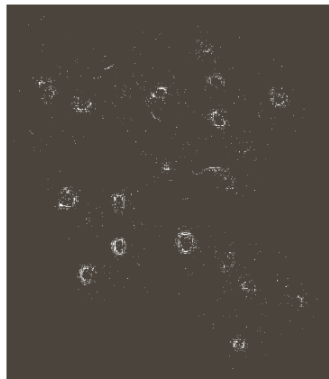


Imagen segmentada con Otsu



Valor absoluto del
laplaciano
umbralizado (99.5%)

Histograma de
puntos NO
negros (original
* laplaciano)

Imagen original segmentada
con Otsu calculado a partir del
histograma anterior

CUIDADO con el umbral del contorno



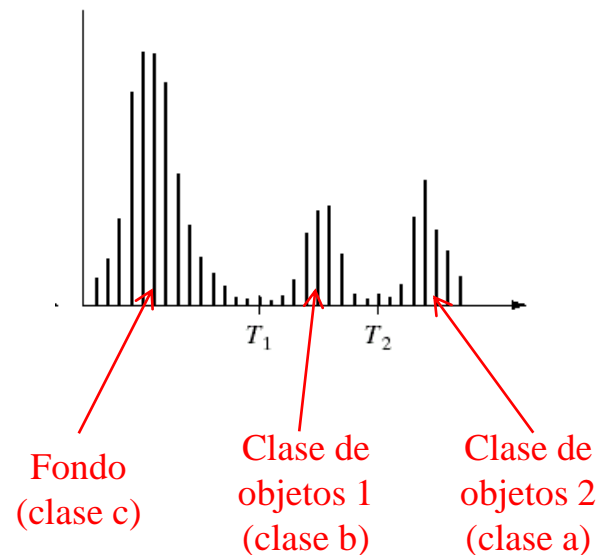
Con un valor absoluto
del laplaciano
umbralizado (53.9%)

Umbralización múltiple o multinivel

Múltiples umbrales

- Cuando es necesario dividir la imagen en varias regiones, caracterizadas por diferentes niveles de gris
- Varios umbrales
- Varias regiones resultantes


$$g(x, y) = \begin{cases} a & \text{si } f(x, y) > T_2 \\ b & \text{si } T_1 < f(x, y) \leq T_2 \\ c & \text{si } f(x, y) \leq T_1 \end{cases}$$



Generalización umbralización multinivel

$$g(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{si } f(x, y) \in D_1 \\ 2 & \text{si } f(x, y) \in D_2 \\ \dots & \\ n & \text{si } f(x, y) \in D_n \\ 0 & \text{dlc} \end{cases}$$

Conjuntos de niveles de gris

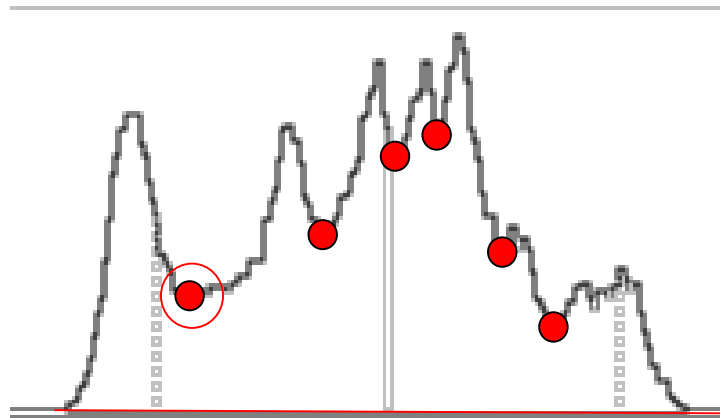


Dificultad: determinar los D_i o los umbrales T_i que aíslen las regiones, sobretodo cuando el # de modos del histograma es >>

Múltiples umbrales

- Posibles enfoques:
 - *Análisis de concavidad del histograma*
 - Otsu con múltiples umbrales

Análisis de concavidad del histograma

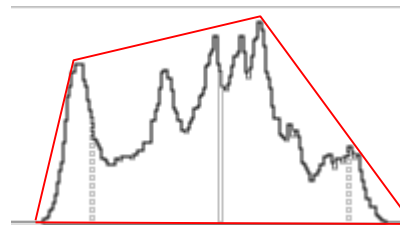


● Concavidad: paso de un pico a otro, pero que no es necesariamente un valle



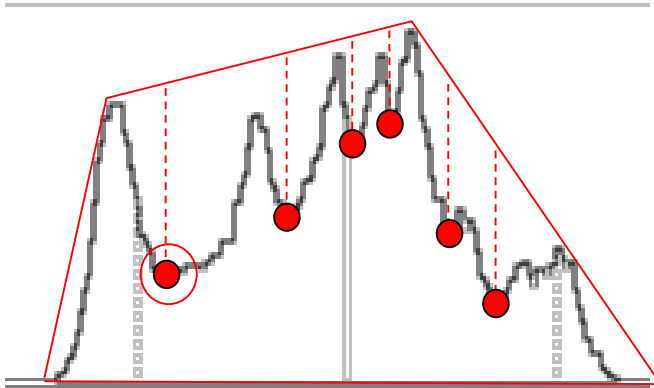
Puntos candidatos a umbral

1. Calcular el histograma de la imagen $h(q)$ con los valores de gris q_0, q_1, \dots, q_{L-1}
2. Construir el polígono convexo \bar{h} más pequeño que contenga $h(q)$



Análisis de concavidad del histograma

- Determinar las concavidades a partir de $\bar{h} - h$



● q_i es candidato a umbral si $\bar{h}(q_i) - h(q_i)$ tiene un máximo local

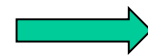
- Suprimir máximos locales falsos introducidos por ruido impulsional

Análisis de concavidad del histograma

Para suprimir máximos locales falsos se usa la medida de **balance del histograma** alrededor de cada punto q_i :

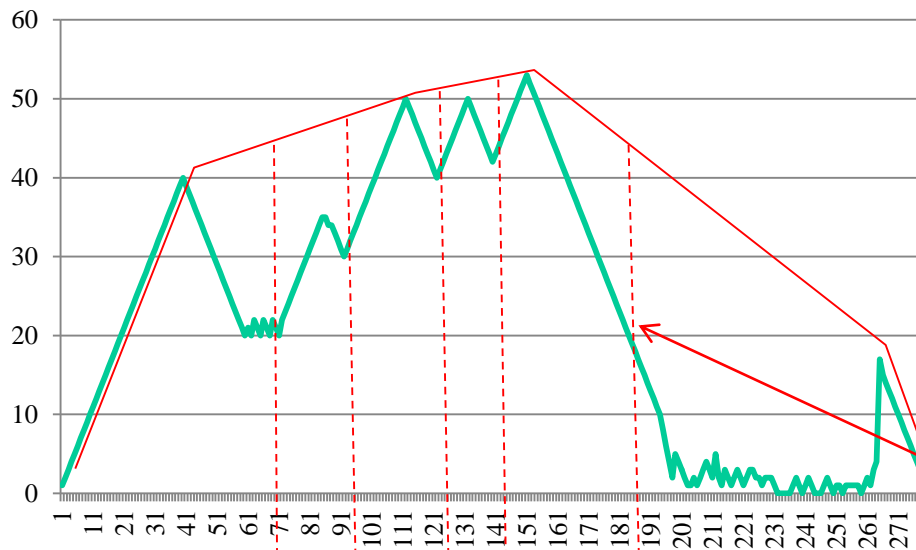
$$E_i = \sum_{j=q_0}^{q_{i-1}} h(j) \sum_{j=q_i}^{q_{L-1}} h(j)$$

Es pequeño cuando hay pocos
píxeles con niveles de gris
alrededor de q_i



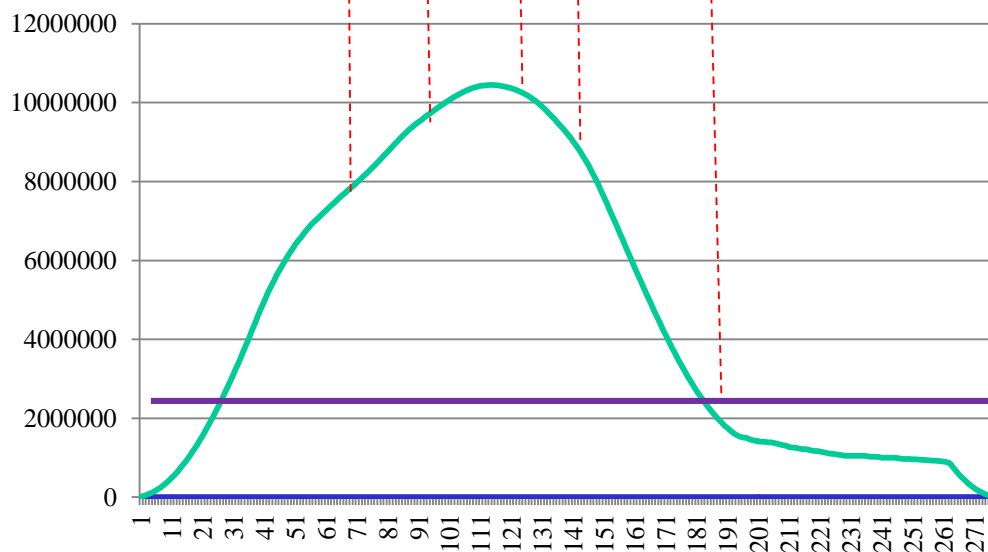
$\bar{h}(q_i) - h(q_i)$ no se considera máximo local

$h(q_i)$



Puede no ser óptimo

E_i

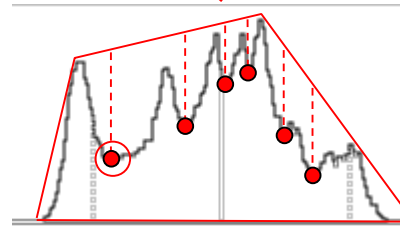


$E_i \text{ min}$

Análisis de concavidad del histograma



$t^*=81$



Polígono convexo \bar{h} del histograma

● Puntos candidatos a umbral

Múltiples umbrales

- Posibles enfoques:
 - Análisis de concavidad del histograma
 - Otsu con múltiples umbrales

Otsu con múltiples umbrales

1. Calcular la varianza inter-clase con k clases:

$$\sigma_B^2 = \sum_{k=1}^K P_k (m_k - m_G)^2$$

Probabilidad de la
clase C_k

$$P_k = \sum_{i \in C_k} p_i$$

Nivel de gris promedio
de la clase C_k

$$m_k = \frac{1}{P_k} \sum_{i \in C_k} ip_i$$

2. Las k clases están separadas por $k-1$ umbrales que maximizan σ_B^2

Ejemplo de Otsu con 2 umbrales



Imagen original

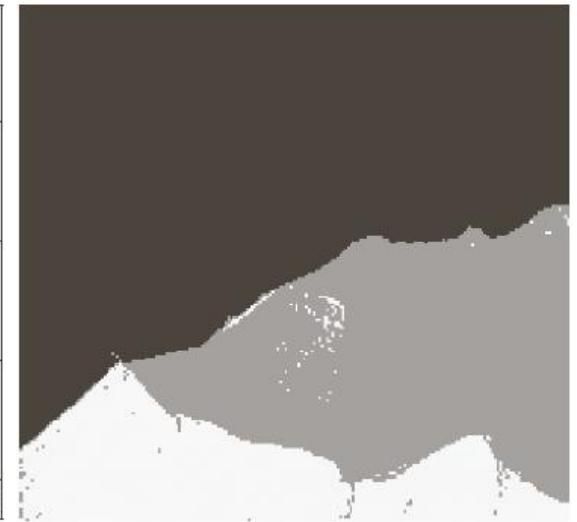
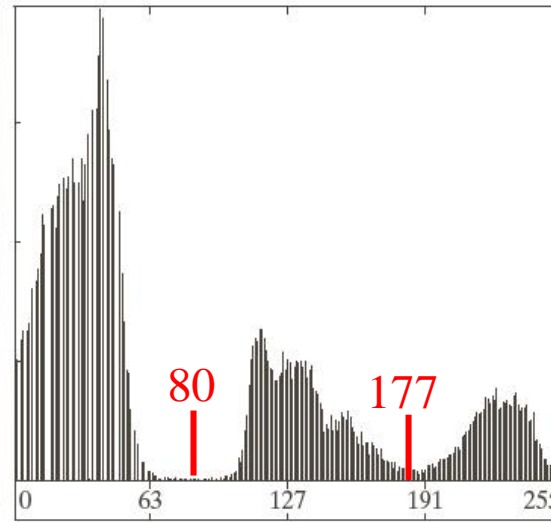


Imagen segmentada (3 clases)

Umbralización local adaptativa



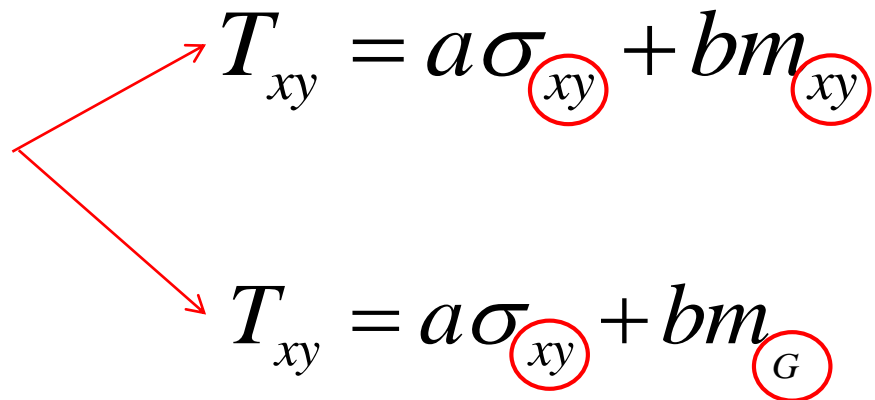
División de la imagen
en subregiones



Adaptación del
umbral en función de
las propiedades
locales de la imagen

Adaptación del umbral a las propiedades locales de la imagen

- Varias opciones para el umbral T_{xy} :


$$T_{xy} = a\sigma_{xy} + bm_{xy}$$
$$T_{xy} = a\sigma_{xy} + bm_G$$

- Umbralización:
- $$g(x, y) = \begin{cases} 1 & f(x, y) > T_{xy} \\ 0 & f(x, y) \leq T_{xy} \end{cases}$$

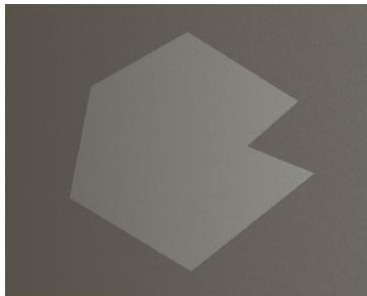
Adaptación del umbral a las propiedades locales de la imagen

- Generalización de la umbralización:

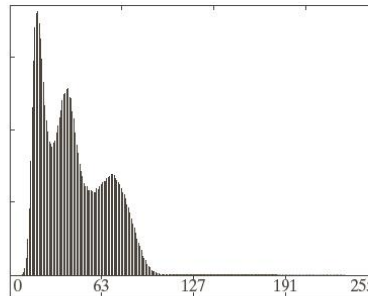
$$g(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{si } Q(\text{local}) = \text{VERDADERO} \\ 0 & \text{dlc} \end{cases}$$

División de la imagen

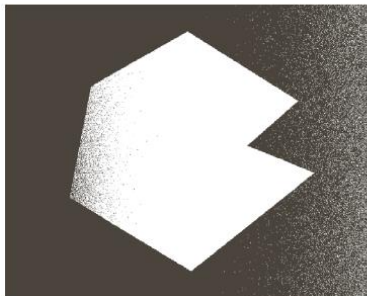
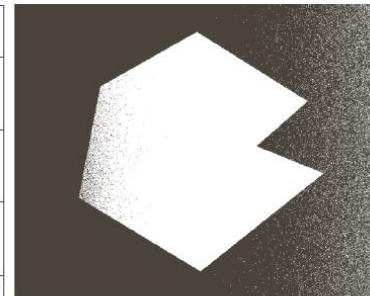
Imagen original



Histograma



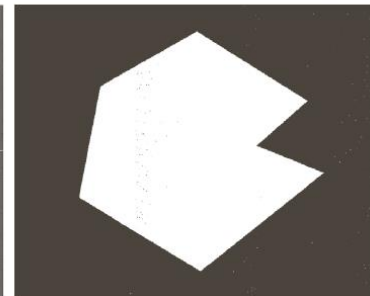
Segmentación
global iterativa



Otsu

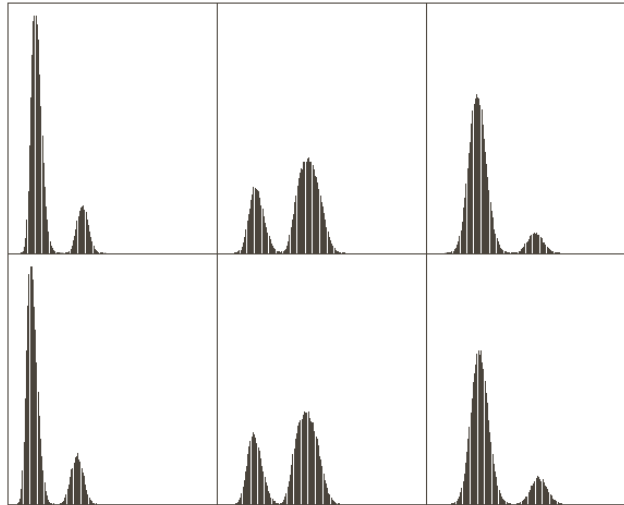


Imagen dividida
en 6
subimágenes



Otsu en cada
subregión

Por qué funciona ?

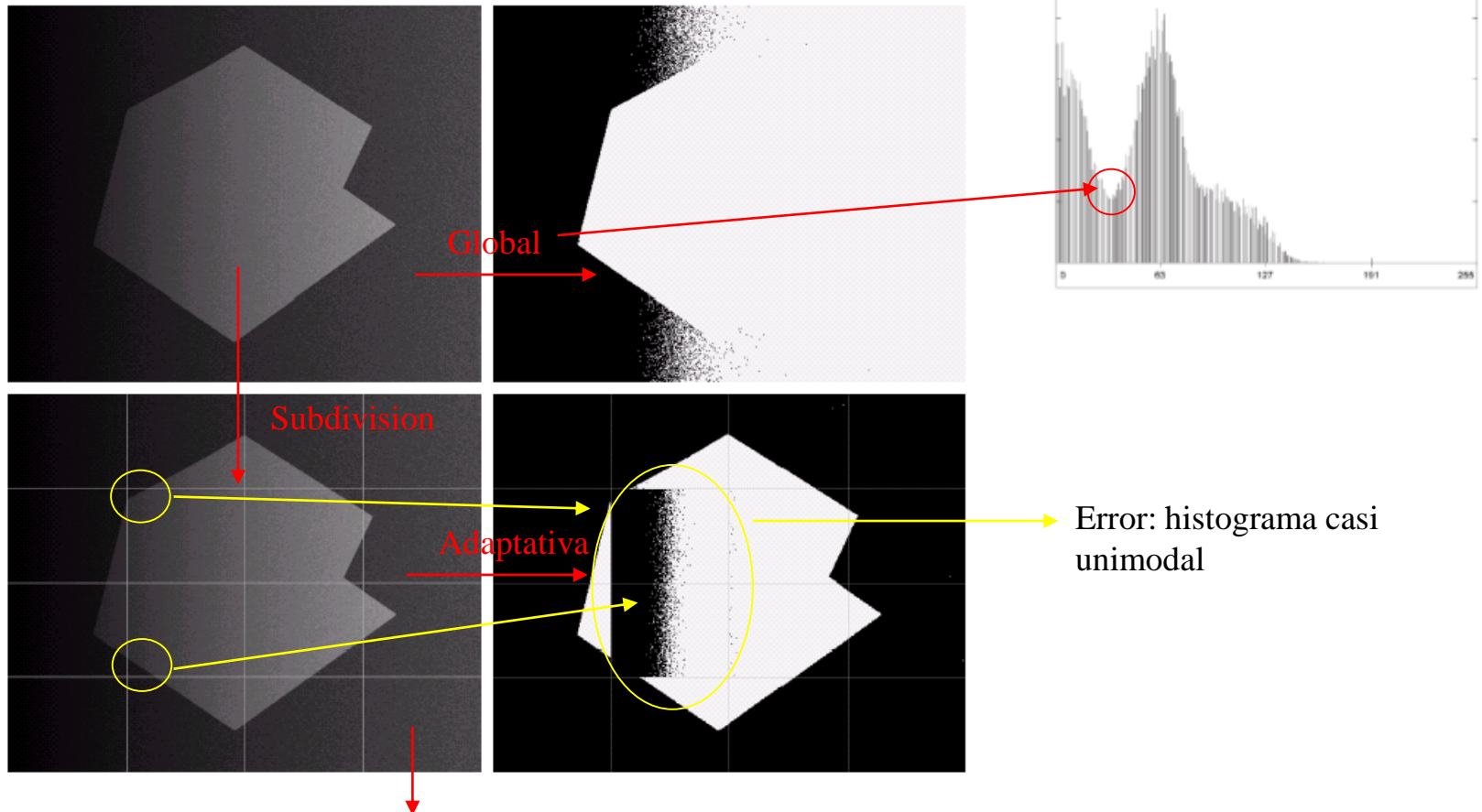


Los histogramas de
cada subregión son
bimodales

Cuándo no funciona?

a b
c d

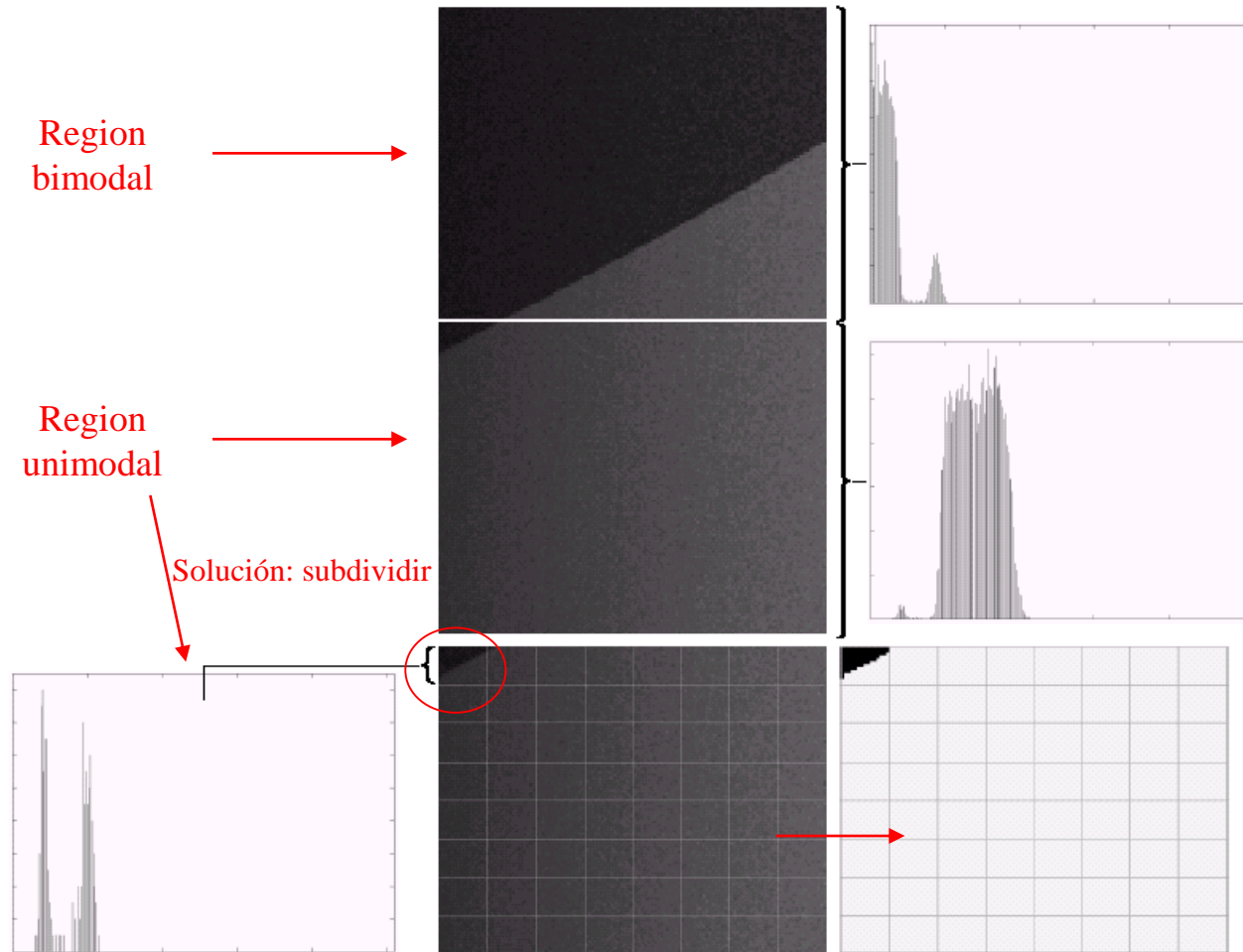
FIGURE 10.30
(a) Original image. (b) Result of global thresholding. (c) Image subdivided into individual subimages. (d) Result of adaptive thresholding.



Error: histograma casi unimodal

Cada subimagen, segmentada por separado con umbralización iterativa

Ejemplo de subimágenes correcta e incorrectamente segmentadas



Adaptación del umbral en función de las propiedades locales de la imagen

Imagen original



Otsu con 2 umbrales

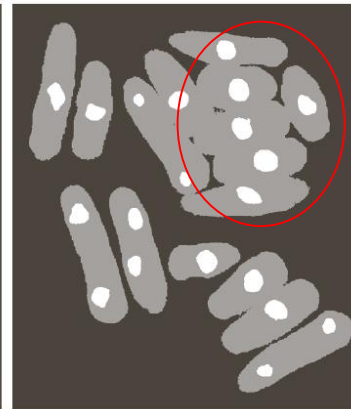
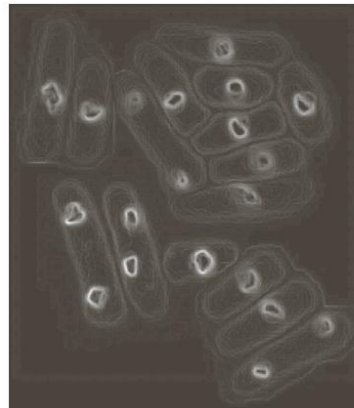


Imagen de
desviaciones
estándar locales
(3x3)



Resultado con
umbralización
local



$$g(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{si } f(x, y) > 30 * \sigma_{xy} \text{ AND } f(x, y) > 1.5m_G \\ 0 & \text{dlc} \end{cases}$$

Se escoge promedio global porque el fondo es bastante homogéneo y más oscuro que los objetos

Crecimiento de regiones

Principio

- Píxeles son agrupados según doble criterio:
 - Homogeneidad: determinada por un predicado
 - Geométrico: forma de la región (rectangular, convexa,...)
 - Fotométrico
 - Combinación de los dos
 - Adyacencia:
 - 4
 - 8

Ejemplos de predicados de homogeneidad para una región R

- La varianza $\sigma^2(R)$ de R es inferior a t
- El número $\alpha(R)$ de puntos cuyo nivel de gris se sitúa fuera del intervalo $[\mu(R) - \sigma(R), \mu(R) + \sigma(R)]$ es inferior a un umbral t^*
-

Algoritmo

1. Seleccionar uno o más puntos semilla
2. Comparar cada semilla con sus píxeles vecinos
3. Adicionar a la región del píxel semilla, los vecinos que satisfagan el predicado
4. Repetir el proceso hasta encontrar todos los píxeles pertenecientes a la(s) region(es) escogida(s).

Escoger un(os) nuevo(s) pixel(es) como semilla(s) entre los que no pertenecen a ninguna región y recomenzar

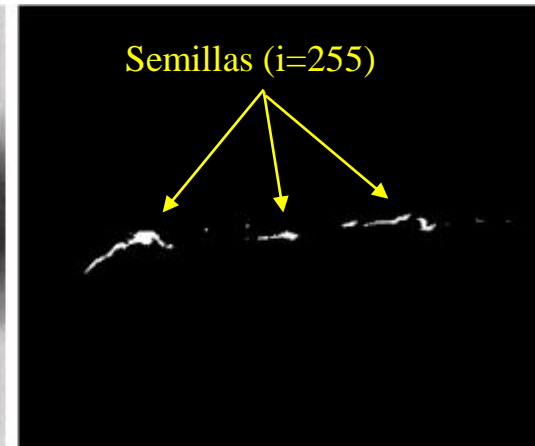
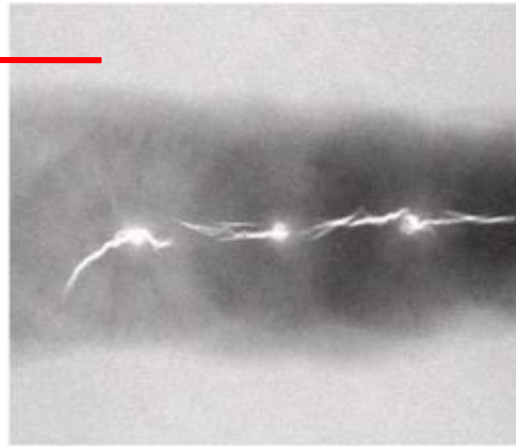
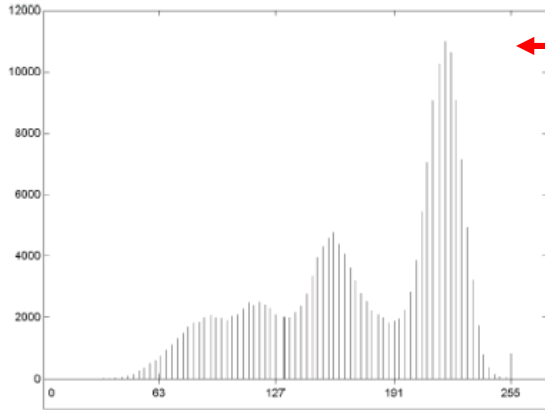
Dificultades

1. Selección del (de los) pixel(es) semilla inicial(es)
 - Si se parte de un único pixel semilla, 1 sola región crece antes que las otras -> segmentación sesgada a favor de esta región

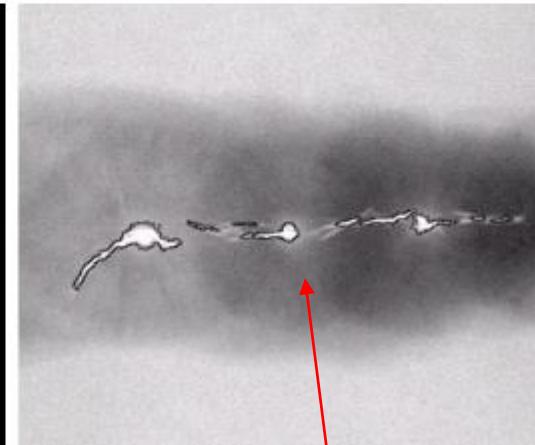
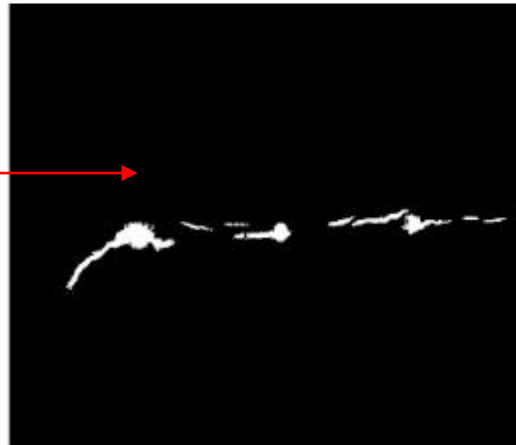
Solución: varias semillas

- Escogencia de diferentes semillas puede producir resultados diferentes: COMO ESCOGER SEMILLAS?
 - Información a priori (se conoce el problema)
 - Determinar agrupaciones de píxeles dentro de la imagen según el predicado que se va a usar y tomar los centroides de estas agrupaciones

Ejemplo de segmentación por el método de crecimiento de regiones



Resultado del crecimiento de
regiones



Doble Criterio:

$$|\text{int}(\text{pixel}) - \text{int}(\text{semilla})| < 65$$

Conectividad grado 8

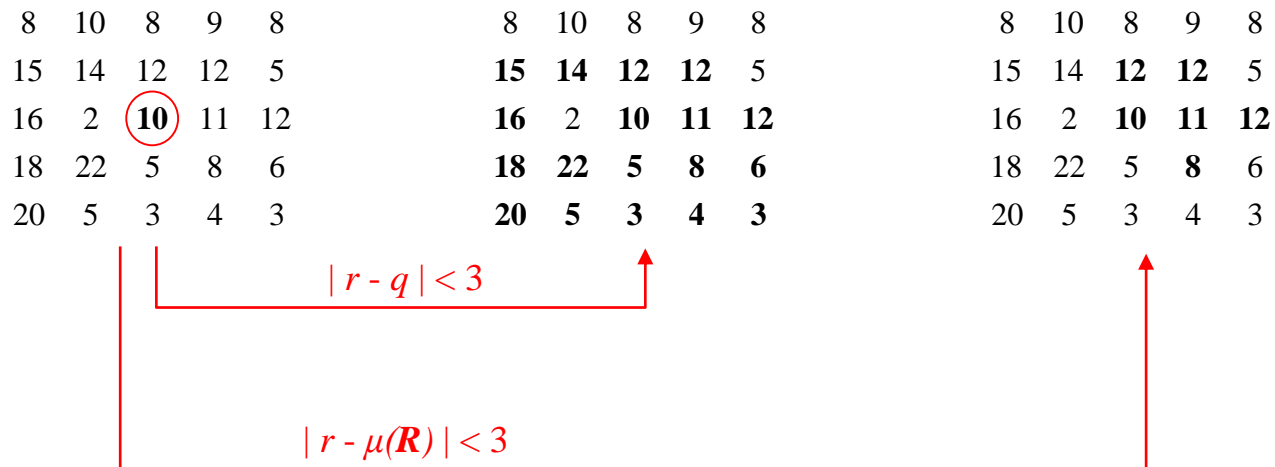
Contornos de las regiones
segmentadas

Dificultades

2. Definición del criterio de similitud (predicado)
 - Dependiendo del criterio, la región puede crecer inadecuadamente

Ejemplo de dependencia del criterio de similitud

q es el píxel semilla



Un nuevo píxel se incluirá dentro de la región si la diferencia entre el nivel de gris del píxel y la media de los niveles de gris ya incluidos dentro de la región es menor que un umbral

División y fusión

Principio

- INICIO

- Subdividir la imagen R en un conjunto de regiones (cuadrantes) disyuntas R_i .

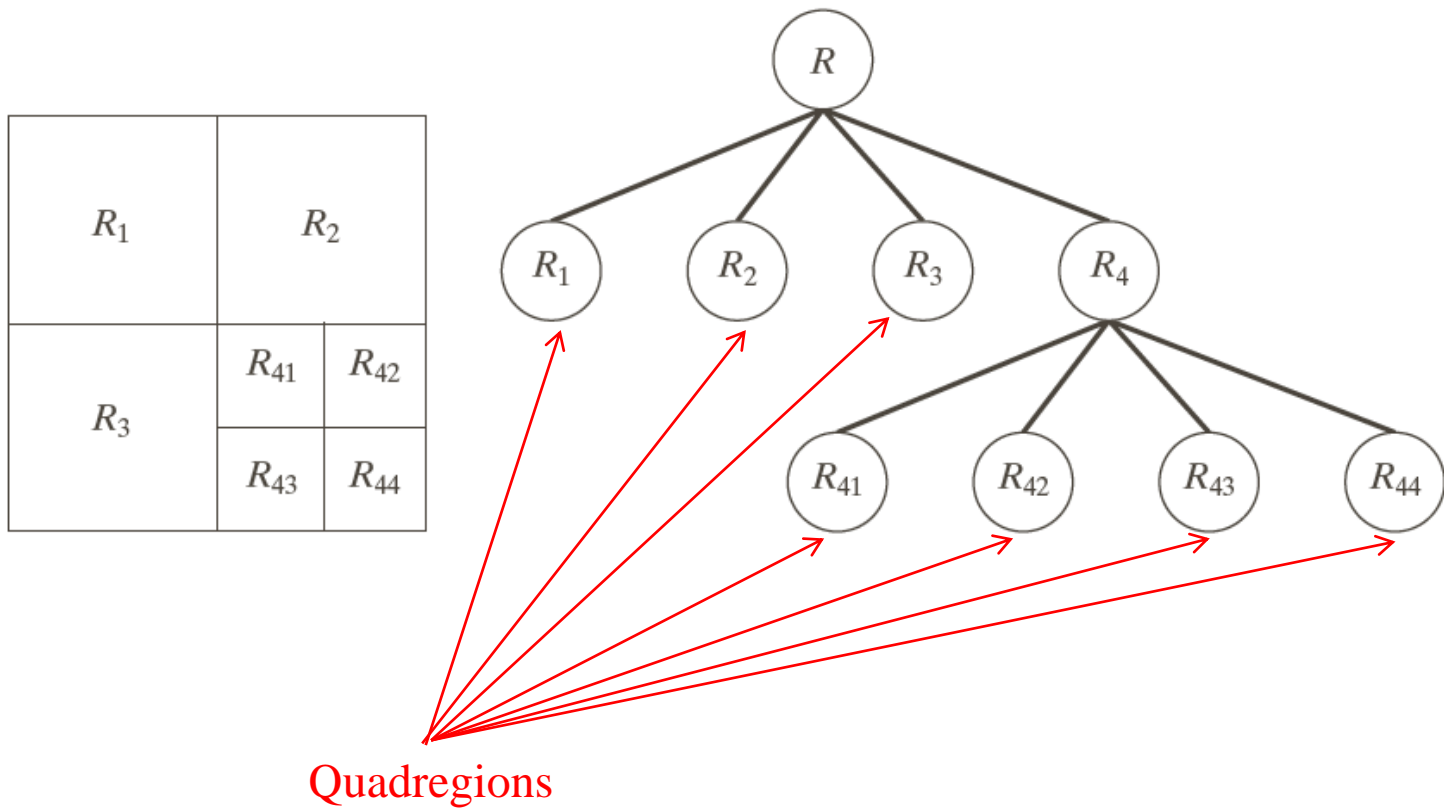
- DIVISION

- Subdividir cada región R_i que no cumpla con un predicado de homogeneidad Q ($Q(R_i) = \text{FALSO}$) en cuatro cuadrantes disyuntos.
 - Cuando no se pueda dividir más, pasar a fusión.

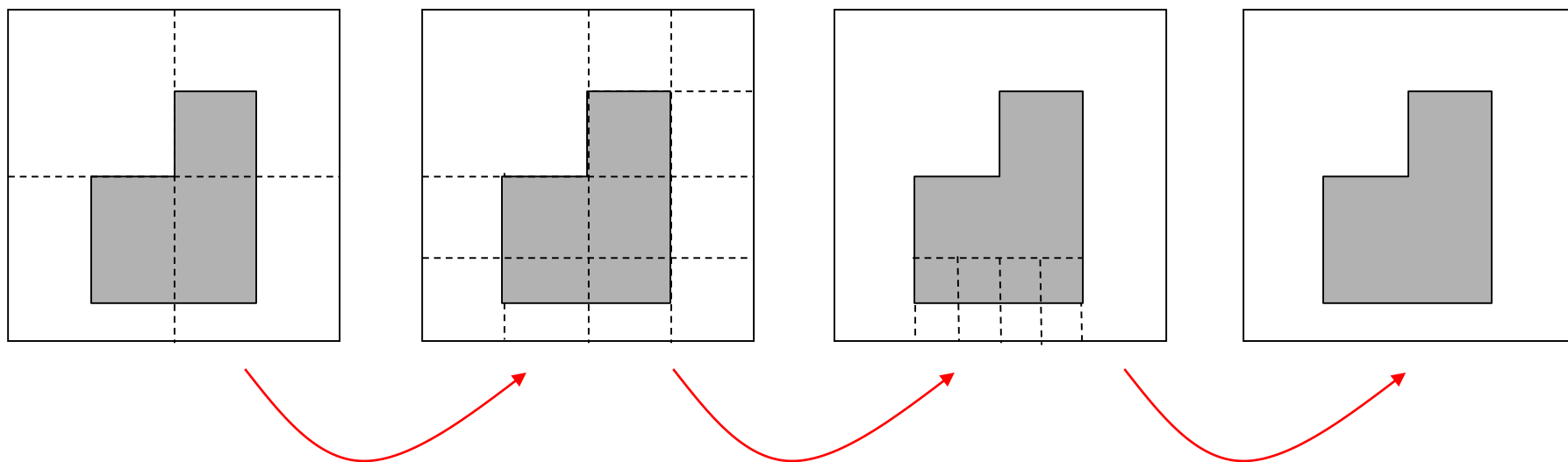
- FUSION

- Fusionar todo par de regiones adyacentes R_j y R_k que tales que $Q(R_j \cup R_k) = \text{VERDADERO}$.
 - Parar cuando no se pueda fusionar más.

Quadtree: resultado de la división

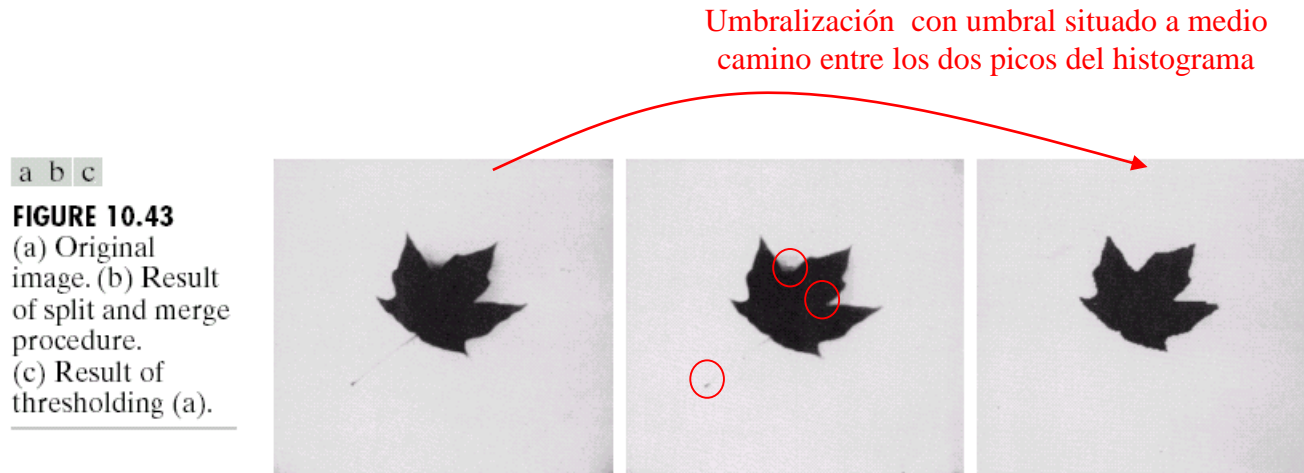


Ejemplo de segmentación por el método de división y fusión de regiones



$P(R_i) = \text{VERDADERO}$ si todos los píxeles
de R_i tienen la misma intensidad

Ejemplo de segmentación por el método de división y fusión de regiones



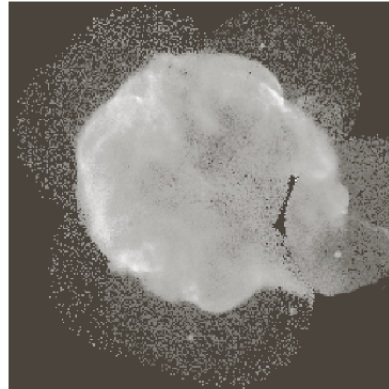
$P(R_i) = \text{VERDADERO}$ si al menos un 80%
de los píxeles de R_i cumplen la propiedad
 $|z_j - \mu_i| \leq 2\sigma_i$



El valor de todos los píxeles R_i
se fijan a μ_i

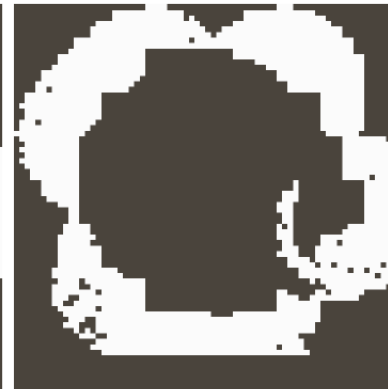
Ejemplo de segmentación por el método de división y fusión de regiones

Imagen de la supernova Cygnus Loop. Se desea segmentar el anillo de materia menos densa alrededor del centro denso



Resultado con un tamaño mínimo de quadregion de 32x32

Resultado con un tamaño mínimo de quadregion de 16x16



Resultado con un tamaño mínimo de quadregion de 8 x 8

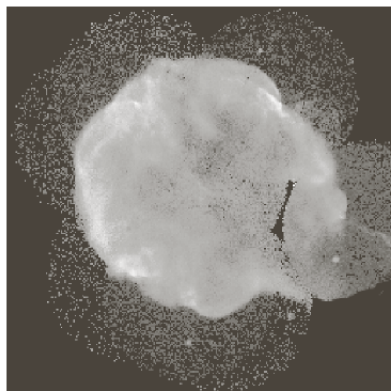
$$Q = \begin{cases} \text{VERDADERO} & \text{si } \sigma > (a) \text{ y } 0 < \mu < (b) \\ \text{FALSO} & \text{de lo contrario} \end{cases}$$



Para determinar a y b, se analizaron varias regiones del anillo y se constató que la intensidad promedio de los píxeles no excedía el valor 125 (b) y que la desviación estándar siempre fue superior a 10 (a).

Ejemplo de segmentación por el método de división y fusión de regiones

Imagen de la supernova
Cygnus Loop. Se desea
segmentar el anillo de
materia menos densa
alrededor del centro
denso



Segmentación demasiado
gruesa

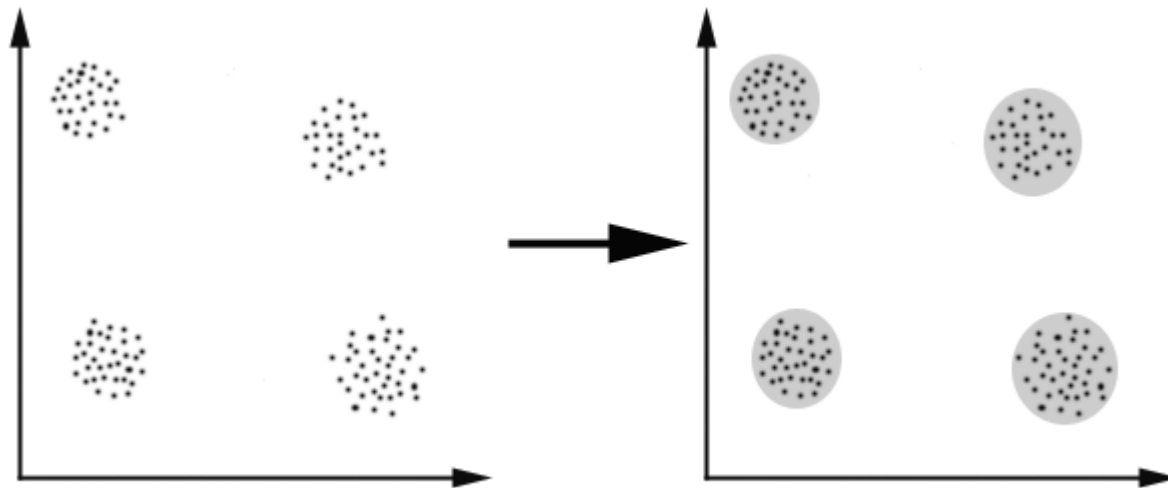
Mejor resultado



Aparecen muchas
quadregions pequeñas
que no cumplen con Q

Segmentación por *clustering*

Qué es clustering?



Find K clusters (or a classification that consists of K clusters) so that the objects of one cluster are similar to each other whereas objects of different clusters are dissimilar. (Bacher 1996)

Objetivos del clustering?

- Determine the intrinsic grouping in a set of unlabeled data.
- What constitutes a good clustering?
- All clustering algorithms will produce clusters, regardless of whether the data contains them
- There is no golden standard, depends on goal:
 - data reduction
 - “natural clusters”
 - “useful” clusters
 - outlier detection

K-Means

- Step 0: Start with a random selection of K means (k points)
- Step 1: Generate a new partition by assigning each pattern to its closest cluster center
- Step 2: Compute new cluster centers as the centroids of the clusters.
- Step 3: Steps 1 and 2 are repeated until there is no change in the membership (also cluster centers remain the same)

K-Means

Given an initial set of k means $\mathbf{m}_1^{(1)}, \dots, \mathbf{m}_k^{(1)}$, which may be specified randomly or by some heuristic, the algorithm proceeds by alternating between two steps:^[8]

Assignment step: Assign each observation to the cluster with the closest mean

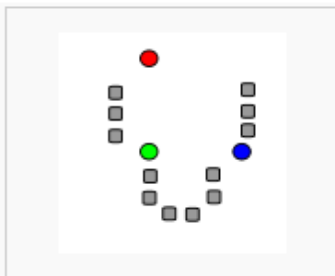
$$S_i^{(t)} = \left\{ \mathbf{x}_j : \|\mathbf{x}_j - \mathbf{m}_i^{(t)}\| \leq \|\mathbf{x}_j - \mathbf{m}_{i^*}^{(t)}\| \text{ for all } i^* = 1, \dots, k \right\}$$

Update step: Calculate the new means to be the centroid of the observations in the cluster.

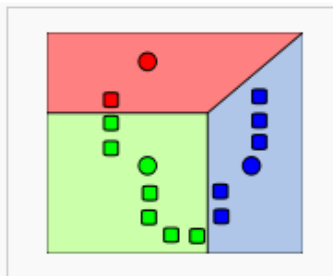
$$\mathbf{m}_i^{(t+1)} = \frac{1}{|S_i^{(t)}|} \sum_{\mathbf{x}_j \in S_i^{(t)}} \mathbf{x}_j$$

The algorithm is deemed to have converged when the assignments no longer change.

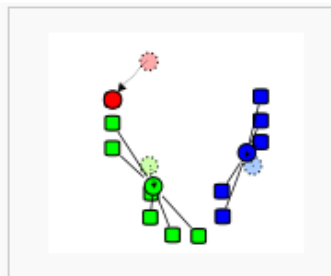
Demonstration of the standard algorithm



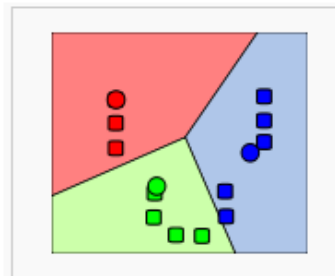
1) k initial "means" (in this case $k=3$) are randomly selected from the data set (shown in color).



2) k clusters are created by associating every observation with the nearest mean. The partitions here represent the [Voronoi diagram](#) generated by the means.



3) The [centroid](#) of each of the k clusters becomes the new means.



4) Steps 2 and 3 are repeated until convergence has been reached.