

ISIS 1105 Diseño de Algoritmos
Semestre 2015-1
Prof. Rodrigo Cardoso
Tarea 3

Para entregar por Sicua+, antes de Mayo 6, 10:00

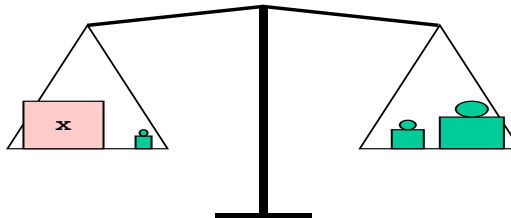
1 (30/100) Balanza

Supóngase un conjunto P de n pesas, $n \geq 0$:

$$P = \{p_0, \dots, p_{n-1}\}$$

tal que, para $i \in 0..n-1$, $p_i > 0$, $p_i \in \mathbf{nat}$.

Se dispone de una balanza de dos platos, en cada uno de los cuales pueden situarse algunas de las pesas de P , así como un peso desconocido $x \in \mathbf{nat}$, llamado el *objetivo*. Una situación típica tiene la forma



Cuando la balanza está equilibrada, el peso del objetivo es igual a la suma de los valores de las pesas que están en el plato opuesto menos la suma de los valores de las pesas que están en el mismo plato. El peso x es *P-pesable* si existe una manera de colocar el peso x y algunas de las pesas de P en la balanza, de manera que la balanza quede equilibrada. Se quiere decidir, dados P y x , si x es *P-pesable*.

Para esto *se quiere desarrollar un algoritmo de agenda*. Conviene tener una representación para lo que es un *ensayo de pesada* (escoger algunas de las pesas y ponerlas en los platos de la balanza), fácil de manipular. Con un arreglo:

$e : \mathbf{array}[0..n-1] \text{ of } \{0, 1, -1\}$

se representa un ensayo de pesada. Se supone que el peso x se coloca en el plato izquierdo de la balanza y, para $0 \leq i < n$:

- $e[i] = 0$: la pesa i no se coloca en ningún plato de la balanza;
- $e[i] = 1$: la pesa i se coloca en el plato izquierdo de la balanza;
- $e[i] = -1$: la pesa i se coloca en el plato derecho de la balanza.

- 1a Exprese los diferentes elementos de una solución del problema con algoritmo de agenda (SOLPOS, sat, ...) utilizando la notación anterior.
- 1b Argumente si su algoritmo amerita o no:
 - (i) Manejo de nodos marcados
 - (ii) Predicado dominó
- 1c Estime, en términos de n , el orden de complejidad de la verificación del predicado de satisfacción.
- 1d Estime, en términos de n , el orden de complejidad del paso
$$\text{AGENDA} := \text{AGENDA} \cup \text{SUC}.x$$
- 1e Si es posible estime, en términos de n , el orden de complejidad de su algoritmo.

2 (40/100) Vasijas

Considere una generalización del problema de las vasijas expresado en la sección 3.3 de las Notas del Curso, en la que se tienen dos vasijas de capacidades a y b litros y se quiere poder dejar c litros en cualquiera de las vasijas.

2a (25/40) Describa un algoritmo para resolver el problema que utilice un número mínimo de operaciones de llenado, vaciado y trasvase.

2b (15/40) Estime las complejidades temporal y espacial de la solución descrita para 2a.

3 (30/100) Red de transporte

Suponga una red de carreteras entre n ciudades, $n > 0$. Las ciudades se llaman con números en $1 \dots n$. Para cada par de ciudades i, j , sean

- d_{ij} : la distancia directa en kilómetros entre i y j (sin pasar por una ciudad intermedia)
- p_{ij} : el peso que se puede transportar en un camión que viaja entre i y j (por la vía directa).

3a Diseñe un algoritmo para determinar la ruta más corta entre las ciudades 1 y n . Estime la complejidad temporal correspondiente.

3b Diseñe un algoritmo para determinar la ruta que puede transportar más peso en un camión, entre 1 y n . Explique por qué es correcto su algoritmo. Estime la complejidad temporal correspondiente.

AYUDA: Para la corrección vea en Sicua+ la presentación *Algebraic path problems*, de J. Jonczy, 2008.