

Informe Laboratorio 5

Cálculos

Para calcular V_{in} es necesario hallar la impedancia equivalente de la línea de transmisión con la carga. Para ello, se puede realizar el siguiente proceso iterativo, para cada equivalente π en cascada:

Para $i = 1$ hasta n , n es el número de equivalentes π en cascada.

1. Calcular Z_{eq_k} como paralelo entre impedancia de la carga e impedancia capacitiva de la línea.
2. Sumar impedancias en serie $Z_{eq_{k-1}}$ e impedancia inductiva de la línea.
3. Calcular Z_{eq_k} como el paralelo entre $Z_{eq_{k-1}}$ y la impedancia capacitiva de la línea.
4. Repetir el paso 3 si $i \neq n$

Fin

Con la impedancia equivalente se calcula el voltaje V_{in} a partir del voltaje de la fuente, como un divisor de voltaje entre la resistencia de la fuente y la impedancia equivalente Z_{eq} ,

$$V_{in} = V_s \left(\frac{Z_{eq}}{Z_{eq} + R_s} \right) [V]$$

Como V_s es conocido, se plantea el sistema de ecuaciones de la forma $Ax = b$, con $x = V_{in}$, que es un vector de dimensión 11, i.e., un valor de voltaje de entrada para cada frecuencia así:

$$V_s = V_{in} \left(\frac{Z_{eq} + R_s}{Z_{eq}} \right) [V]$$

Para calcular V_L es necesario hallar el circuito equivalente de Thevenin en terminales de la carga, para eso se calcula la impedancia equivalente de Thevenin así:

Para $i = 1$ hasta n , n es el número de equivalentes π en cascada.

1. Calcular Z_{eq_k} como paralelo entre impedancia de la fuente e impedancia capacitiva de la línea.
2. Sumar impedancias en serie $Z_{eq_{k-1}}$ e impedancia inductiva de la línea.
3. Calcular Z_{eq_k} como el paralelo entre $Z_{eq_{k-1}}$ y la impedancia capacitiva de la línea.
4. Repetir el paso 3 si $i \neq n$.

Fin

Luego, el voltaje equivalente de Thevenin se calcula como divisores de voltaje sucesivos hasta llegar al nodo de la carga, y se hace de manera similar al caso de V_{in} . Finalmente, se plantea el sistema de ecuaciones así:

$$V_{th} = V_L \left(\frac{Z_{th} + Z_L}{Z_{th}} \right) [V]$$

$$Z_L = R_{load} + j\omega L_{load}$$

Resultados y análisis

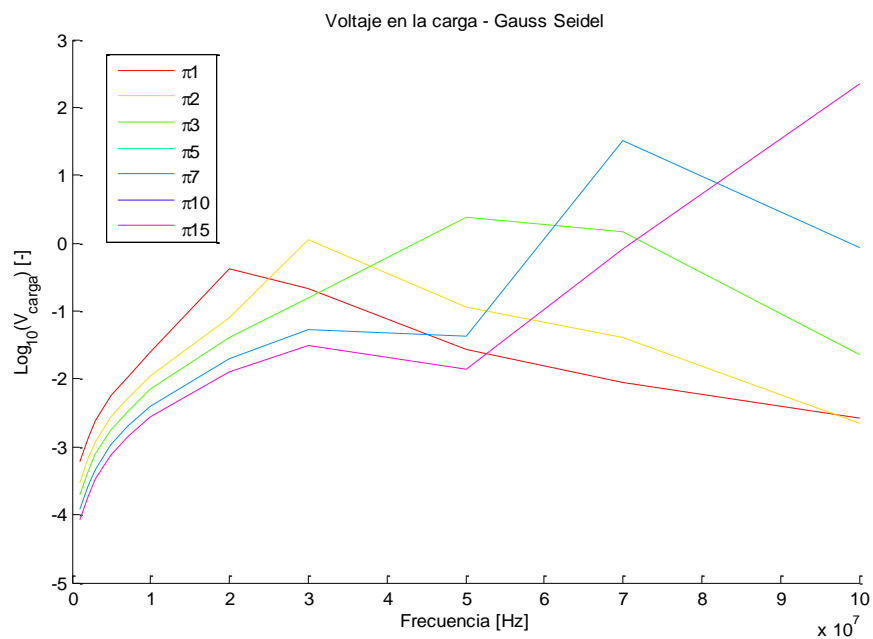


Figura 1. Log en base 10 del voltaje en la carga vs frecuencia para cada equivalente pi en cascada utilizando el método de Gauss-Seidel.

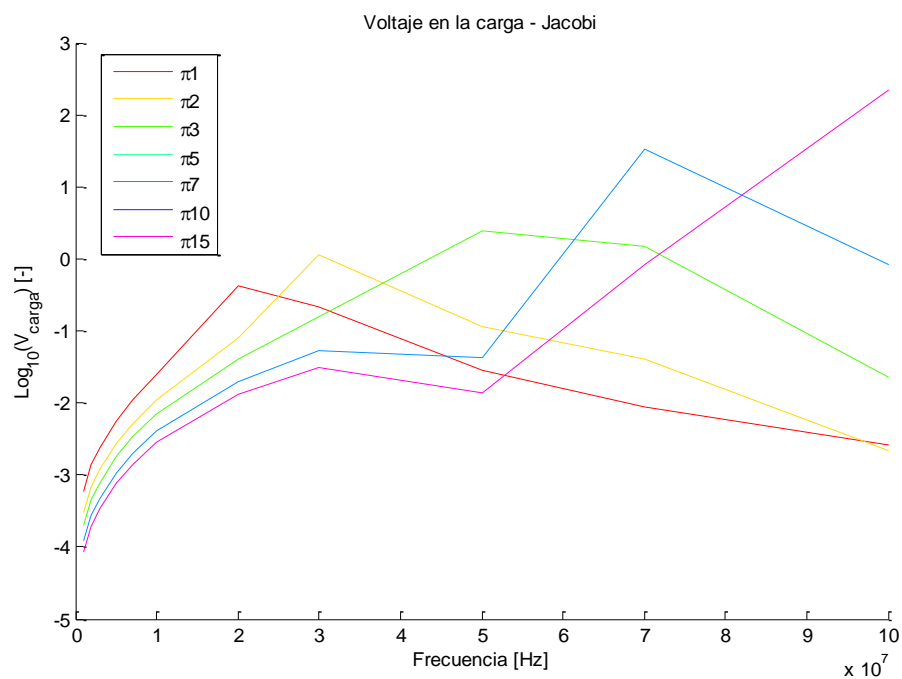


Figura 2. Log en base 10 del voltaje en la carga vs frecuencia para cada equivalente pi en cascada utilizando el método de Jacobi.

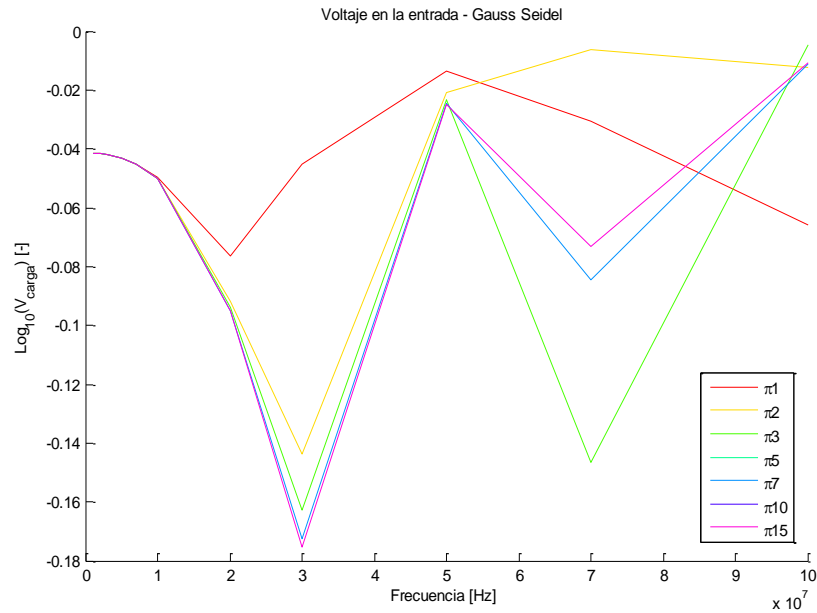


Figura 3. Log en base 10 del voltaje en la entrada vs frecuencia para cada equivalente π en cascada, utilizando el método de Gauss Seidel.

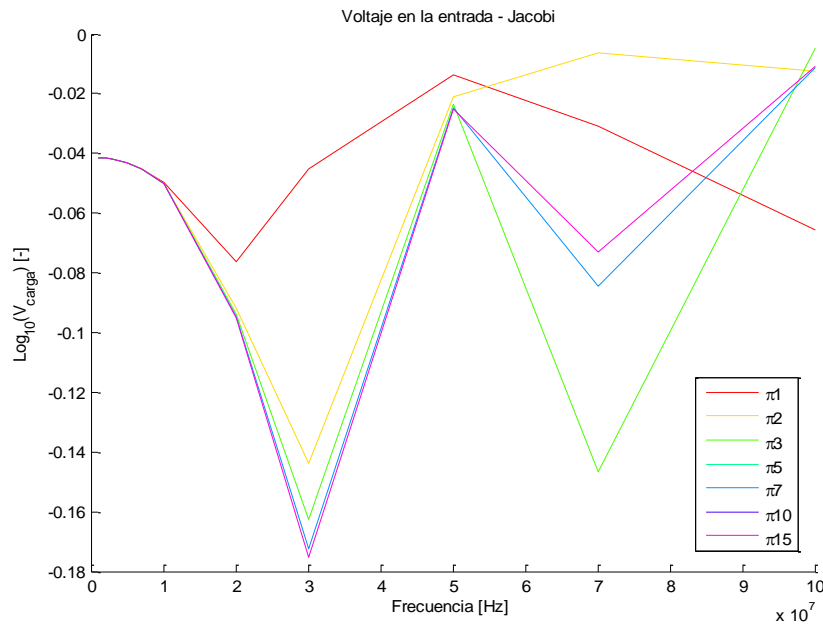


Figura 4. Log en base 10 del voltaje en la entrada vs frecuencia para cada equivalente π en cascada, utilizando el método de Jacobi.

El desempeño de los métodos numéricos es similar, ambos arrojan los mismos resultados para la precisión de $1e-5$ voltios, y un máximo de 100 iteraciones. Para el caso de los voltajes en la carga y en la entrada, en el rango de frecuencias desde 1MHz hasta 3MHz, se puede observar que éstos se

hacen menores a medida que aumenta la cantidad de equivalentes π en cascada, lo cual se debe a que la impedancia equivalente de las líneas aumenta y la caída de tensión en la línea es mayor. Sin embargo, cuando aumenta la frecuencia se observa que el efecto capacitivo de la línea de transmisión predomina sobre el efecto inductivo y la tensión aumenta a medida que aumenta la cantidad de equivalentes π en cascada, es decir, cuando se hacen más particiones de las líneas.

Finalmente, se puede concluir que el voltaje visto en la entrada, como el equivalente de la línea y de la carga permite caracterizar el comportamiento del circuito completo a distintas frecuencias. Se observa que la caída de tensión en la línea es máxima en 2 picos, a 3 y 7 Mhz, se deduce que a dichas frecuencias, la impedancia de la línea entra en resonancia y consume una cantidad de potencia mayor a cuando no está en resonancia. Por lo cual, no se recomienda trabajar con esa línea de transmisión para 3 y 7 Mhz si se quieren minimizar las pérdidas en la línea de transmisión.

Anexos – Código Matlab

Calculo del equivalente de dos impedancias en paralelo

```
function [zeq] = paralelo(z1, z2)
    zeq = 1/((1/z1) + (1/z2));
end
```

Calculo del equivalente de Thevenin en terminales de la carga para un número n de equivalentes pi en cascada.

```
function [ Vth, Zth ] = lineas(n)

    syms Vs Vth;
    % Parámetros generales
    Rs = 10; % Ohm
    Cline = 200e-12; % F/m
    Lline = 0.5e-6; % H/m
    len = 1/n; % m
    f = [1 2 3 5 7 10 20 30 50 70 100]*1e6; % Hz

    % Calculo de Impedancia equivalente de Thevenin
    Z1 = 1i*(2*pi*f)*(len*Lline); % Inductiva
    Z2 = 1./(1i*(2*pi*f)*(Cline*len/2)); % Capacitiva
    Zth = zeros(length(f), 1);

    for i=1 : length(f)
        Zth(i) = paralelo(Rs, Z2(i));
        for j=1 : n
            Zth(i) = paralelo((Zth(i) + Z1(i)), Z2(i));
            if j ~= n
                Zth(i) = paralelo(Zth(i), Z2(i));
            end
        end
    end

    % Calculo de Voltaje de Thevenin
    Vth = Vs*(Rs./(Rs + Z2));
    for i=1 : n
        if i == n
            q = 1;
        else
            q = 0.5;
        end
    end
```

```
        end
        Vth = Vth.*(q*Z2./(Z1 + q*Z2));
    end

end
```

Calculo del voltaje de entrada V_{in} por los métodos de Jacobi y Gauss-Seidel para n equivalentes pi en cascada.

```
function [ Vin_gauss, Vin_jacobi ] = lineas2(n)

    % Parámetros generales
    Vs = 1;
    Rs = 10; % Ohm
    Cline = 200e-12; % F/m
    Lline = 0.5e-6; % H/m
    len = 1/n; % m
    f = [1 2 3 5 7 10 20 30 50 70 100]*1e6; % Hz
    Rload = 100; % Ohm
    Lload = 0.2653e-6; % H
    Zload = Rload + 1i*(2*pi*f)*Lload; % Ohm

    % Calculo de Impedancia equivalente de Thevenin
    Z1 = 1i*(2*pi*f)*(len*Lline); % Inductiva
    Z2 = 1./(1i*(2*pi*f)*(Cline*len/2)); % Capacitiva
    Zeq = zeros(length(f), 1);

    for i=1 : length(f)
        Zeq(i) = paralelo(Zload(i), Z2(i));
        for j=1 : n
            Zeq(i) = paralelo((Zeq(i) + Z1(i)), Z2(i));
            if j ~= n
                Zeq(i) = paralelo(Zeq(i), Z2(i));
            end
        end
    end

    Vin_gauss = gauss_seidel(diag((Zeq+Rs)./Zeq), ones(11,1)*Vs, ones(11,1), 100, 0.00001);
    Vin_jacobi = jacobi(diag((Zeq+Rs)./Zeq), ones(11,1)*Vs, ones(11,1), 100, 0.00001);
end
```

Script con cálculos y gráficas para cada frecuencia y para cada equivalente π

```
n = [1 2 3 5 7 10 15];

Vs = 1;
Rload = 100; % Ohm
Lload = 0.2653e-6; % H
f = [1 2 3 5 7 10 20 30 50 70 100]*1e6; % Hz
Zload = Rload + 1i*(2*pi*f)*Lload; % Ohm
Vload_gauss = zeros(length(n),length(f));
Vload_jacobi = zeros(length(n),length(f));
Vin_gauss = zeros(length(n),length(f));
Vin_jacobi = zeros(length(n),length(f));

for i = n
```

Gerardo Andrés Riaño Briceño (201112388)

```
[b, Zth] = lineas(i); % b = Vth
b = double(subs(b, Vs));
A = diag((Zth + Zload)./Zth);
% Vload
Vload_gauss(i,:) = gauss_seidel(A, b, ones(11,1)*Vs, 1000, 0.00001)';
Vload_jacobi(i,:) = jacobi(A, b, ones(11,1)*Vs, 1000, 0.00001)';
% Vin
[ Vin_gauss(i,:), Vin_jacobi(i,:) ] = lineas2(i);
end

%% Gráficas Vload

cc = hsv(length(n));
figure; hold on;
for i=1 : length(n)
    semilogx(f, log10(abs(Vload_jacobi(i,:))), 'color', cc(i,:), 'DisplayName',
    strcat('\pi',sprintf('%d', n(i))));
end
title('Voltaje en la carga - Jacobi');
xlabel('Frecuencia [Hz]');
ylabel('Log_{10}(V_{carga}) [-]');
legend('show');

figure; hold on;
for i=1 : length(n)
    semilogx(f, log10(abs(Vload_gauss(i,:))), 'color', cc(i,:), 'DisplayName',
    strcat('\pi',sprintf('%d', n(i))));
end
title('Voltaje en la carga - Gauss Seidel');
xlabel('Frecuencia [Hz]');
ylabel('Log_{10}(V_{carga}) [-]');
legend('show');

%% Gráficas Vin

figure; hold on;
for i=1 : length(n)
    semilogx(f, log10(abs(Vin_jacobi(i,:))), 'color', cc(i,:), 'DisplayName',
    strcat('\pi',sprintf('%d', n(i))));
end
title('Voltaje en la entrada - Jacobi');
xlabel('Frecuencia [Hz]');
ylabel('Log_{10}(V_{carga}) [-]');
legend('show');

figure; hold on;
for i=1 : length(n)
    semilogx(f, log10(abs(Vin_gauss(i,:))), 'color', cc(i,:), 'DisplayName',
    strcat('\pi',sprintf('%d', n(i))));
end
title('Voltaje en la entrada - Gauss Seidel');
xlabel('Frecuencia [Hz]');
ylabel('Log_{10}(V_{carga}) [-]');
legend('show');
```