成長する線分要素の挙動に関して

藤本將太郎

2016 年 4 月 18 日

1　研究背景

- 本田先生の研究
- 脇田先生の研究
- 2 次元平面内での界面の運動の解析
- 軸を定めて 1 つの関数で表すことのできないときの挙動の記述の可能性

2　研究目的

- 2 次元平面内でのひも状構造体の挙動に関する実際の物理を再現するモデルを作成し, 現象の背後にある統計性などに注目できるフレームワークを作成する (？)

3　研究方法

3.1　モデル化について

2 次元平面内でのひも状物質の挙動の理解のために, この対象が N 個の質点がそれぞれバネで 1 次元的に繋がれているようなモデルを考える.

このとき, これらの質点間に働く力は, バネの伸びによるフック則に従う力 F^s と, 近接点との位置関係によって生じる曲げ弾性による力 F^b である. また, これらの力の他に, 速度に比例する力として粘性抵抗 (粘性係数 γ) による力が働くとすると,i 番目 ($i \in [0, N-1]$) の質点にかかる力は, 以下の運動方程式によって表される.

$$m\ddot{\vec{x}}_i = F_i^s + F_i^b - \gamma\dot{\vec{x}}_i$$

$$\begin{aligned}
F_i^s &= -k_{i-1}(d_{i-1} - n_{i-1}) + k_i(d_i - n_i) \\
F_i^b &= E_i\left(\frac{\vec{x}_{i-1} + \vec{x}_{i+1}}{2} - \vec{x}_i\right) \\
&\quad - \frac{1}{2}E_{i-1}\left(\frac{\vec{x}_{i-2} + \vec{x}_{i+2}}{2} - \vec{x}_{i-1}\right)
\end{aligned}$$

$$-\frac{1}{2}E_{i+1}\left(\frac{\vec{x}_i+\vec{x}_{i+2}}{2}-\vec{x}_{i+1}\right)$$

$\vec{x}_i$: i 番目の質点の位置ベクトル
k_i : i 番目と $i+1$ 番目の質点間のバネのバネ定数
n_i : i 番目と $i+1$ 番目の質点間のバネの自然長
d_i : i 番目と $i+1$ 番目の質点間の距離
E_i : $i-1, i, i+1$ 番目の 3 つの質点により決まる曲げ弾性係数

ここで，ひもの先端と終端がつながっている場合 (これを**閉な場合**と呼ぶことにする) には k_{-1} や n_{-1}，d_{-1}，E_0，E_N などはラベル 0 の質点とラベル $N-1$ の質点の間でそれぞれ定義されるものである．一方で，ひもの先端と終端が繋がれていない場合 (これを**開な場合**と呼ぶことにする) には，これらの値は定義されず，$k_{-1}=E_0=E_N=0$ と再定義することにする．

シミュレーションでは実際にこの運動方程式を 4 次のルンゲクッタ法もしくはオイラー法で計算することによって時間発展を記述する．

また，このシミュレーションにおいては，上の運動方程式の時間発展を考えるだけでなく，ひも状構造体の成長を記述するために，単位時間ごとに，それぞれのバネの自然長を増大させるようにする．