

一、填空题 [16 分, 每题两分]

1、序列 $x(n)$ 为 $N=6$ 点的实有限长序列, 具体为 $x(n)=\{1,2,4,3,0,5\}$, 则其离散傅里叶变换 $X(k)$ 的对应的值 $X(0)=$ 15; $X(3)=$ -5。

2、假设 $X(k)$ 是 $x(n)$ 的 7 点 DFT, $Y(k)=W_7^{4k}X(k)$ 。不计算 $Y(k)$, 则 7 点序列 $y(n)=$ $x(n-4)$ 。

3、FFT 直接计算中, 可利用序列 W_N^{4k} 的 周期性 和 可约性 (填两项性质) 优化设计后减少计算量。

5、无限冲激响应 IIR 滤波器的系统函数为 $\frac{1}{1-0.9z^{-1}}$, $z=0.9$, 试判断滤波器的类型(低通、高通、带通、带阻)为 低通 滤波器。

6、有限冲激响应 FIR 滤波器的系统函数 $H(z)=\frac{1-z^{-1}}{2}$, 试判断滤波器的类型(低通、高通、带通、带阻)为 高通 滤波器。

7、常用的、可采用闭式解得到的连续时间模拟滤波器包括 巴特沃斯, 切比雪夫 I 型 (至少写出两种), 可以用于数字滤波器的设计。

8、设计 FIR 滤波器最常用的方法是采用窗函数法, 实际设计中常用的窗函数包括 矩形窗, 布莱克曼窗 (至少写出两种)。

二、简答、计算题 [18 分]

1、简述有限冲激响应与无限冲激响应两种滤波器的各自的优缺点?

FIR: 优点: 线性相位; 稳定性全在零点, 稳定; 非递归, 无反馈, 误差小。 缺点: 难算; 阶数高。

IIR: 优点: 可用模拟滤波器的结果得到; 幅频特性好。 缺点: 无快速算法; 非线性相位, 需用全通网络补偿校正。

2、将模拟率滤波器 $H(s)=1/(s+2)(s+1)$, 分别用脉冲响应不变法与双线性变化法将其转化为

数字滤波器, 分别写出 $H(z)$ 以及对应设计步骤。

脉冲响应不变法: 极点 $-2, -1$

$$H(s) = \frac{-1}{s+2} + \frac{1}{s+1} \quad H(z) = \frac{-1}{1+e^{-2T}z^{-1}} + \frac{1}{1+e^{-T}z^{-1}}$$

双线性变换法:

$$s = C \cdot \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}, \quad C = \frac{2}{T}$$

$$H(z) = \frac{-T(1+z^{-1})}{2(1-z^{-1})+2T(1+z^{-1})} + \frac{T(1+z^{-1})}{2(1-z^{-1})+T(1+z^{-1})}$$

3、简述脉冲响应不变法、双线性不变法由模拟滤波器设计数字滤波器的优缺点。

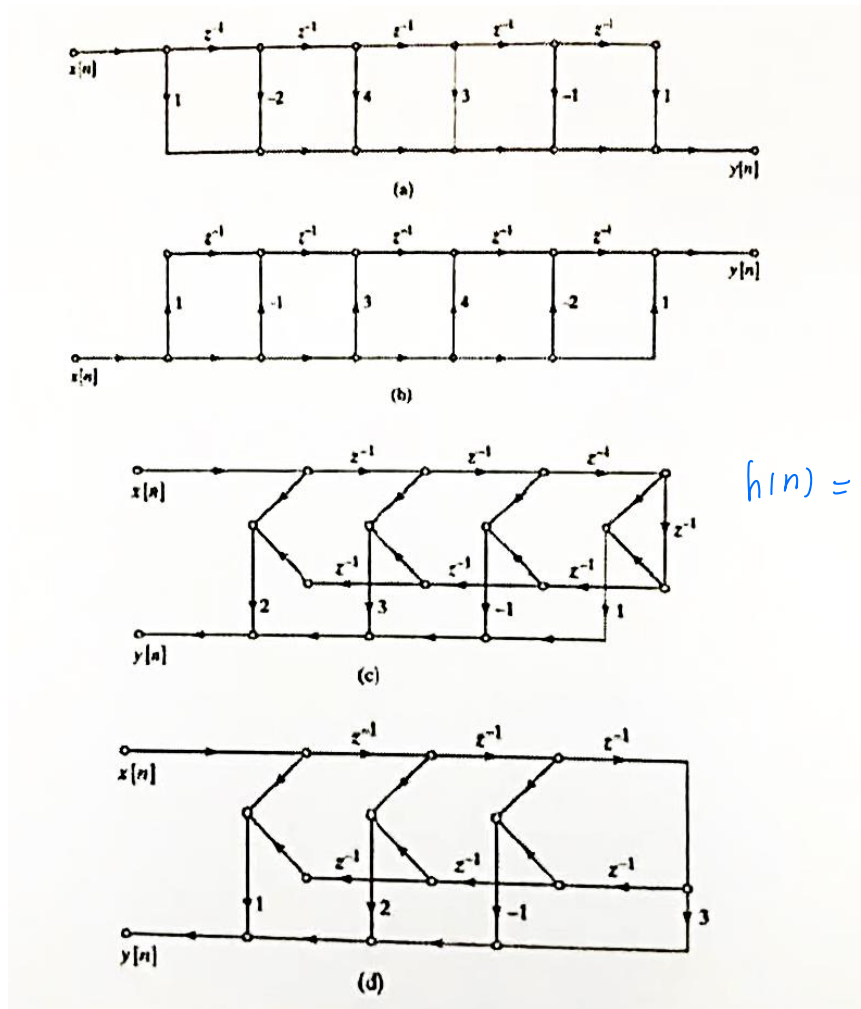
优点: 脉冲响应不变法
完全模拟单位抽样响应, 时域逼近良好
频率线性

双线性变换法
避免混叠, 单值

缺点: 混叠, 非单值

除 0 频率附近外非线性

三、计算、简答题 [10 分]



1、写出题目三图所示各系统的单位冲激响应。

$$(a): H(z) = 1 - 2z^{-1} + 4z^{-2} + 3z^{-3} - z^{-4} + z^{-5}$$

$$(b): H(z) = 1 - 2z^{-1} + 4z^{-2} + 3z^{-3} - z^{-4} + z^{-5}$$

$$(c): H(z) = (1 + z^{-1}) \times 2 + (z^{-1} + z^{-6}) \times 3 + (z^{-2} + z^{-5}) \times (-1) + (z^{-3} + z^{-4})$$

$$(d): H(z) = (1 + z^{-6}) \times 1 + (z^{-1} + z^{-5}) \times 2 + (z^{-2} + z^{-4}) \times (-1) + 3z^{-3}$$

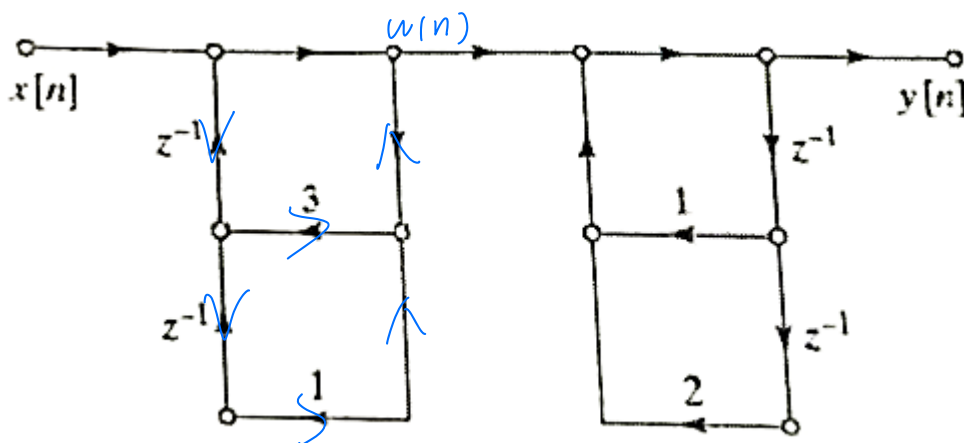
2、请指出四个系统中哪些系统是线性相位的离散时间系统？

(c)、(d)

四、计算作图题 [10 分]

线性时不变系统如下图所示的流图实现。

? 箭头方向



1、写出该信号流图对应的差分方程。

$$y(n) = 3x(n-1) + x(n-2) + y(n-1) + 2y(n-2)$$

2、该系统的系统函数是什么?

$$H(z) = \frac{1 + 3z^{-1} + z^{-2}}{1 - z^{-1} - 2z^{-2}}$$

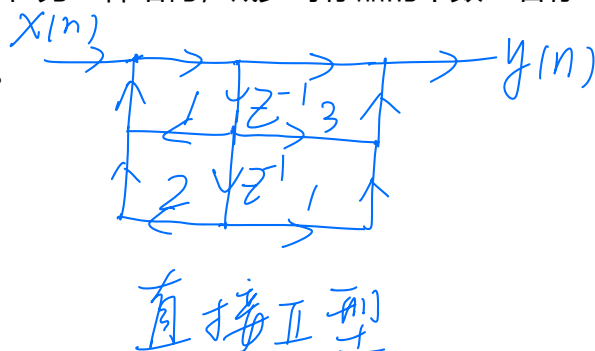
3、在上图的实现中，计算每个输出样本需要多少次实数乘法与实数加法。(假设输入 $x(n)$ 为实数，且乘以 1 不计算在乘法总次数)

实乘: 2

实加: 3

4、图中的实现包括几个寄存器 (延迟单元)? 是否存在另一种结构, 减少寄存器的个数? 若存在, 画出其流图; 若不存在, 请解释为什么不能减少。

2个延迟单元; 存在



五、计算题 [22 分]

$$x(n) = \{1, 0, -1, 0\} \quad h(n) = \{1, 2, 4, 8\}$$

有两个 4 点的序列 $x(n)$ 和 $h(n)$, 其表达式为 $x(n) = \cos(\frac{\pi n}{2})$, $n=0,1,2,3$; $h(n) = 2^n$, $n=0,1,2,3$ 。

1、计算 4 点的 DFT, $X(k) = \text{DFT}(x(n))$;

$$X(k) = \sum_{n=0}^3 x(n) W_4^{nk} = \{0, 2, 0, 2\}$$

2、计算 4 点的 DFT, $H(k) = \text{DFT}(h(n))$;

$$H(k) = \sum_{n=0}^3 h(n) W_4^{nk} = \{15, -3+6j, -5, -3-6j\}$$

3、计算 4 点的循环卷积, $y(n) = x(n) \otimes h(n)$;

$$y(n) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \\ 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ -6 \\ 3 \\ 6 \end{bmatrix} \quad \therefore y(n) = \{-3, -6, 3, 6\}$$

4、计算两个序列的线性卷积 $y(n) = x(n) * h(n)$;

$$y(n) = \{1, 2, 3, 6, -4, -8, 0\}$$

5、利用 DFT 计算两个序列的线性卷积;

$$4+4-1=7 \quad y(n) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \\ 8 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 6 \\ -4 \\ -8 \\ 0 \end{bmatrix}$$

6、利用 DFT 计算两个序列的循环卷积;

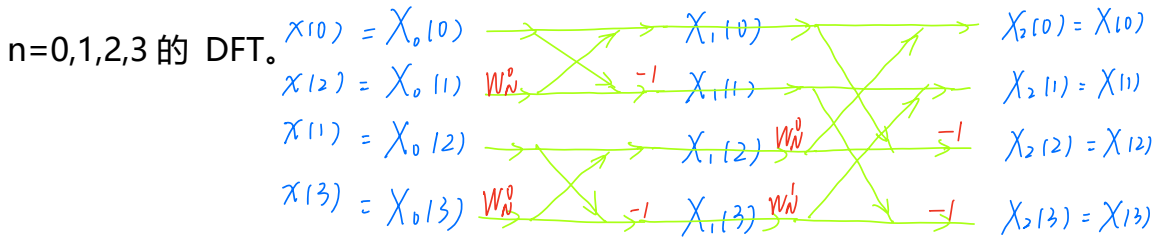
几点?

7、满足什么条件者两个序列的循环卷积与线性卷积是相同的?

$$L \geq M+N-1$$

六、画图计算题 [24 分]

1、画出 $N=4$ 基 2 时间抽取的 FFT 的流图, 并利用该流图计算 4 点的离散序列 $x(n) = \{1, 1, 1, 1\}$, $n=0, 1, 2, 3$ 的 DFT。

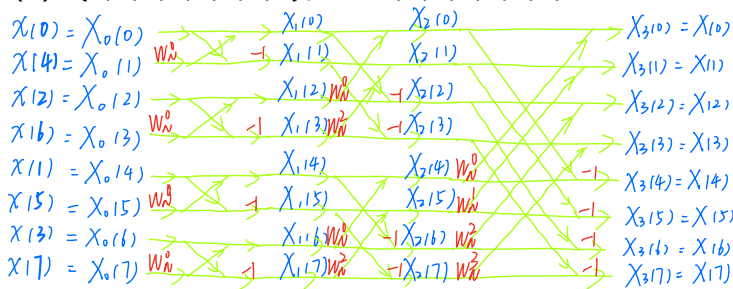


$$X(k) = \{4, 0, 0, 0\}$$

2、画出 $N=8$ 基 2 时间抽取的 FFT 的流图, 并利用该流图计算 8 点的离散序列

$x(n) = \{1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0\}$, $n=0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ 的 DFT。

$$X(k) = \{4, 1 - (\sqrt{2} + 1)j, 0, 1 + (1 - \sqrt{2})j, 0, 1 + (\sqrt{2} - 1)j, 0, 1 + (1 + \sqrt{2})j\}$$



3、利用上面画出的 $N=8$ 基 2 时间抽取的 FFT 的流图计算 8 点的离散序列

$x(n) = \{1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0\}$, $n=0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ 的 DFT。

$$X(k) = \{4, 0, 0, 0, 4, 0, 0, 0\}$$

4、计算 $x(n) = \{1, 1, 1, 1\}$, $n=0, 1, 2, 3$ 的离散时间傅里叶变换 (DTFT)。

$$X(e^{j\omega}) = \sum_{n=0}^3 x(n) e^{-j\omega n} = \sum_{n=0}^3 e^{-j\omega n} = \frac{1 - e^{-j4\omega}}{1 - e^{-j\omega}} = e^{-j\frac{3}{2}\omega} \frac{\sin(2\omega)}{\sin(\frac{1}{2}\omega)}$$

5、试对比说明上述 1-4 题的物理意义以及关系。

4 是连续谱

1~3 是对谱进行采样

N 越大, 采样点越密