

天津大学

数字信号处理实验报告

实验2：数字滤波器设计

学院名称 精仪学院
专业 测控技术与仪器
学生姓名 卢雨萌
学号 3022202283
年级 2022级
班级 4班
时间 2024年11月24日

实验 2：数字滤波器设计

2024 年 11 月 24 日

1 实验目的

学会根据滤波器要求确定滤波器指标参数。掌握无限脉冲响应数字滤波器和窗函数法设计有限脉冲响应数字滤波器。通过观察滤波器输入输出信号的时域波形及频谱，理解数字滤波器的作用。

2 实验原理

采用脉冲响应不变法和双线性变换法设计无限脉冲响应数字滤波器时，需要首先确定模拟滤波器设计指标，然后设计模拟滤波器，最后根据脉冲响应不变法或者双线性变换法设计出无限脉冲响应数字滤波器。对比巴特沃斯滤波器和切比雪夫滤波器的特点。当数字滤波器需要线性相位时，采用窗函数法设计线性相位有限脉冲响应数字滤波器比较方便。

3 实验内容（附MATLAB代码）

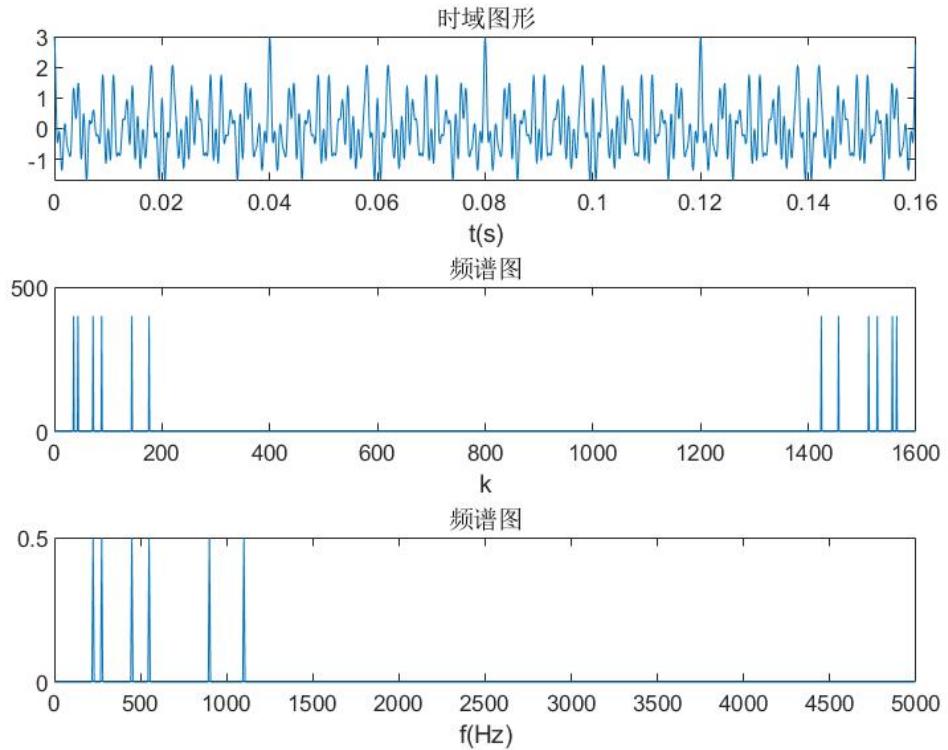
3.1 生成待滤波处理的信号

生成以下信号，采样频率 $f_s = 10000\text{Hz}$ ，采样点数 $N = 1600$

$$x_a(t) = \sum_{m=1}^3 \cos(2\pi f_{o_m}t) \cos(2\pi f_{c_m}t)$$

其中： f_o 为调制正弦波信号频率， f_c 为载波频率，共包括三个频率的载波调制信号。第 1 路 $m = 1$ ，调制正弦波频率为 100Hz ，载波频率为 1000Hz ；第 2 路 $m = 2$ ，调制正弦波频率为 50Hz ，载波频率为 500Hz ；第 3 路 $m = 3$ ，调制正弦波频率为 25Hz ，载波频率为 250Hz 。画出信号的时域及频谱。

解：



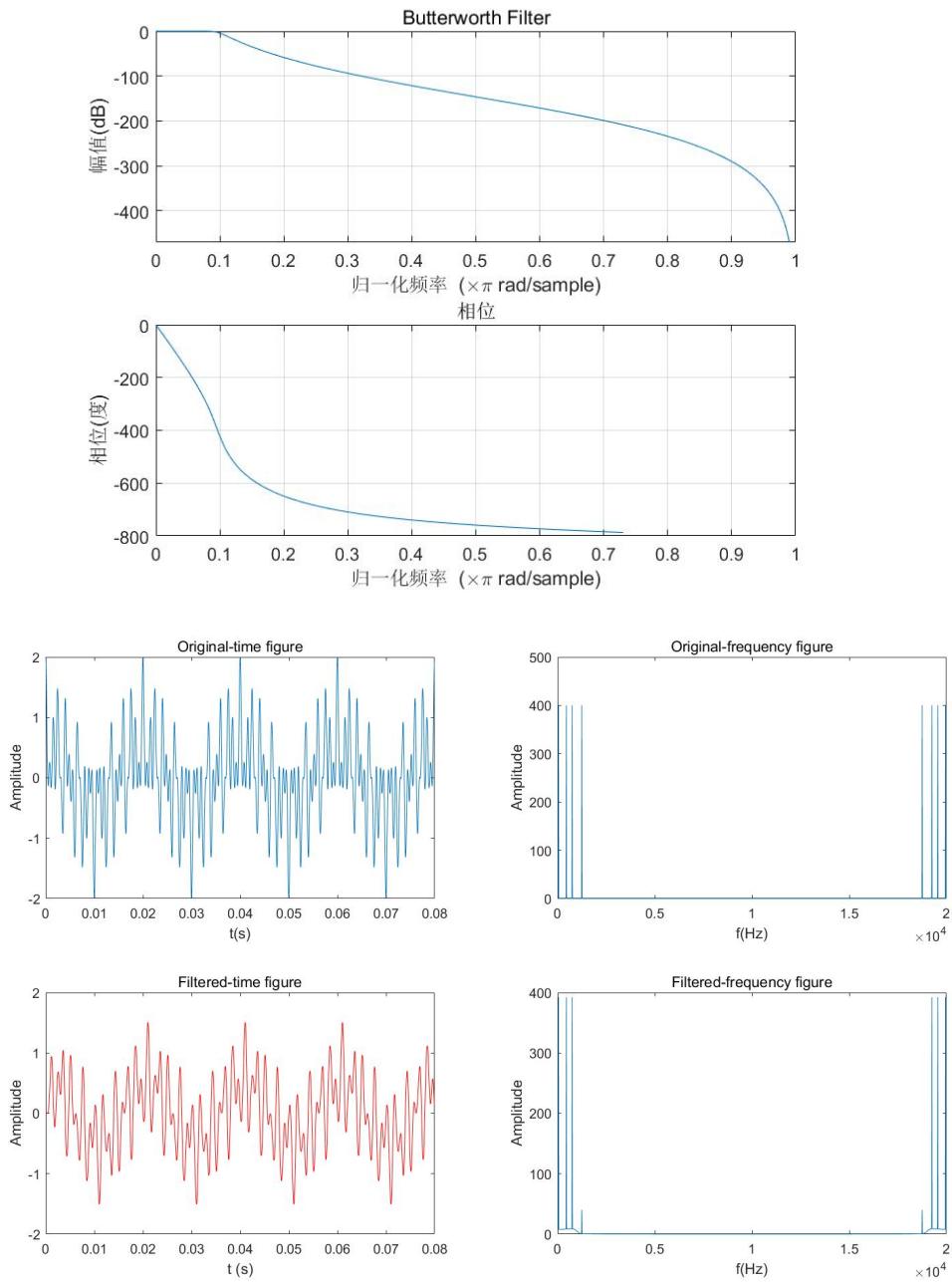
```
%实验2 1产生3路调幅正弦信号
clear all;
N=1600;
fs=10000;
Ts=1/fs;
n=0:1:(N-1);
t=n*Ts;
fc1=1000; fo1=100;
fc2=500; fo2=50;
fc3=250; fo3=25;
x=cos(2*pi*fo1*t).*cos(2*pi*fc1*t)+cos(2*pi*fo2*t).*cos(2*pi*fc2*t)+cos(2*pi*fo3*t).*cos(2*pi*fc3*t);
subplot(3,1,1);
plot(t,x);
xlabel('t(s)')
title('时域图形');
subplot(3,1,2);
xf=fft(x);
plot(n,abs(xf));
title('频谱图');
xlabel('k');
subplot(3,1,3);
n1=0:1:N/2-1;
% x1=xf(1:N/2);
xfhalf=2*abs(xf(1:N/2))/N;
xfhalf(1)=abs(xf(1))/N;
plot(n1*fs/N,xfhalf);
```

```
title('频谱图');
xlabel('f(Hz)');
```

3.2 采用巴特沃斯滤波器设计低通滤波器

对载波频率为 250Hz 的调幅信号，设计巴特沃斯低通滤波器，其设计指标为：通带截止频率 $f_p = 280\text{Hz}$ ，通带衰减 $\alpha_p = 1\text{dB}$ ，阻带截止频率 $f_s = 450\text{Hz}$ ，阻带最小衰减 $\alpha_s = 30\text{dB}$ 。画出滤波器的幅频特性曲线，滤波器输出信号的时域及频谱图。

解：



```

% 实验2 2
fp=280;
ap=1; % dB
fs=450;
as=30; % dB
f_N=20000;
wp_d = fp * pi / (f_N / 2);
ws_d = fs * pi / (f_N / 2);
% Butterworth Filter Design
[N_d, wc_d] = buttord(wp_d, ws_d, ap, as);
[b_d, a_d] = butter(N_d, wc_d);
figure;
freqz(b_d, a_d);
title('Butterworth Filter');

N=1600;
Ts=1/f_N;
n=0:1:(N-1);
t=n*Ts;
% Modulating Freq
fc1=200;
fc2=1000;
% Carrier Freq
carrier_f=cos(2*pi*250*t);
% Amplitude-modulation signal
x=(cos(2*pi*fc1*t)+cos(2*pi*fc2*t)).*carrier_f;

% Ini fig(time)
figure;
subplot(2,2,1);
plot(t,x);
xlabel('t(s)');
ylabel('Amplitude');
title('Original-time figure');
% Ini fig(freq)
xf0 = fft(x);
subplot(2,2,2);
plot(n*f_N/N,abs(xf0));
title('Original-frequency figure');
xlabel('f(Hz)');
ylabel('Amplitude');

% Pass the filter
filtered_signal = filter(b_d, a_d, x);
% Pass fig(time)
subplot(2,2,3);
plot(t, filtered_signal, 'r');
title('Filtered-time figure');
xlabel('t (s)');
ylabel('Amplitude');
% Pass fig(freq)
xf = fft(filtered_signal);
subplot(2,2,4);
plot(n*f_N/N,abs(xf));
title('Filtered-frequency figure');

```

```

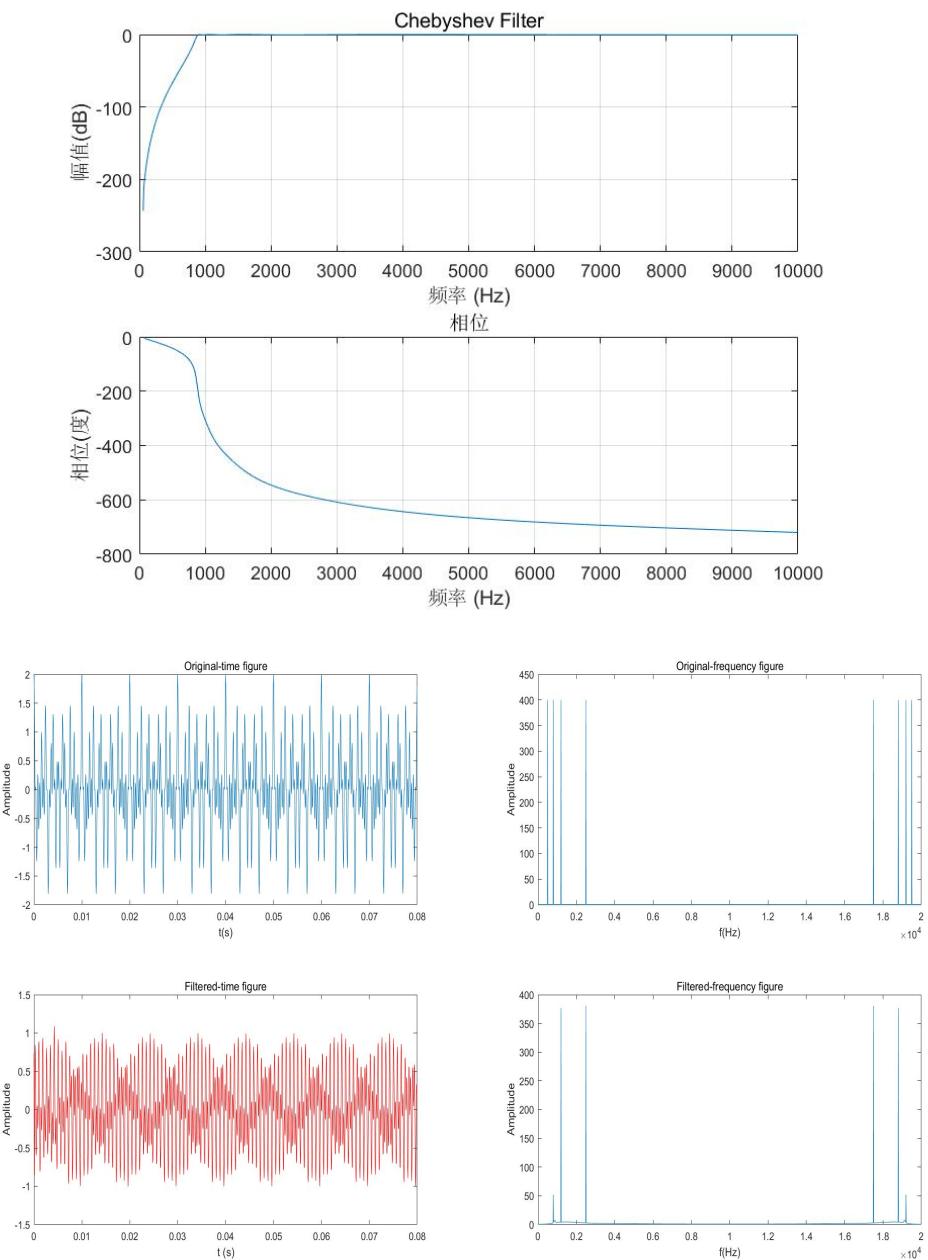
xlabel('f(Hz)');
ylabel('Amplitude');

```

3.3 采用切比雪夫滤波器设计高通滤波器

对载波频率为 1000Hz 的调幅信号，设计切比雪夫高通滤波器，其设计指标为：通带截止频率 $f_p = 890\text{Hz}$ ，通带衰减 $\alpha_p = 0.5\text{dB}$ ，阻带截止频率 $f_s = 550\text{Hz}$ ，阻带最小衰减 $\alpha_s = 50\text{dB}$ 。画出滤波器的幅频特性曲线，滤波器输出信号的时域及频谱图。

解：



```

% 实验2 3
fp=890;
ap=0.5; % dB
fs=550;
as=50; % dB
f_N=20000;
wp = fp / (f_N / 2);
ws = fs / (f_N / 2);
% Chebyshev Filter Design
[n, Wn] = cheb1ord(wp, ws, ap, as);
[b, a] = cheby1(n, ap, Wn, 'high');
figure;
freqz(b, a, 1024, f_N);
title('Chebyshev Filter');

N=1600;
Ts=1/f_N;
n=0:1:(N-1);
t=n*Ts;
% Modulating Freq
fc1=200;
fc2=1500;
% Carrier Freq
carrier_f=cos(2*pi*1000*t);
% Amplitude-modulation signal
x=(cos(2*pi*fc1*t)+cos(2*pi*fc2*t)).*carrier_f;

% Ini fig(time)
figure;
subplot(2,2,1);
plot(t,x);
xlabel('t(s)');
ylabel('Amplitude');
title('Original-time figure');
% Ini fig(freq)
xf0 = fft(x);
subplot(2,2,2);
plot(n*f_N/N,abs(xf0));
title('Original-frequency figure');
xlabel('f(Hz)');
ylabel('Amplitude');

% Pass the filter
filtered_signal = filter(b, a, x);
% Pass fig(time)
subplot(2,2,3);
plot(t, filtered_signal, 'r');
title('Filtered-time figure');
xlabel('t (s)');
ylabel('Amplitude');
% Pass fig(freq)
xf = fft(filtered_signal);
subplot(2,2,4);
plot(n*f_N/N,abs(xf));
title('Filtered-frequency figure');

```

```

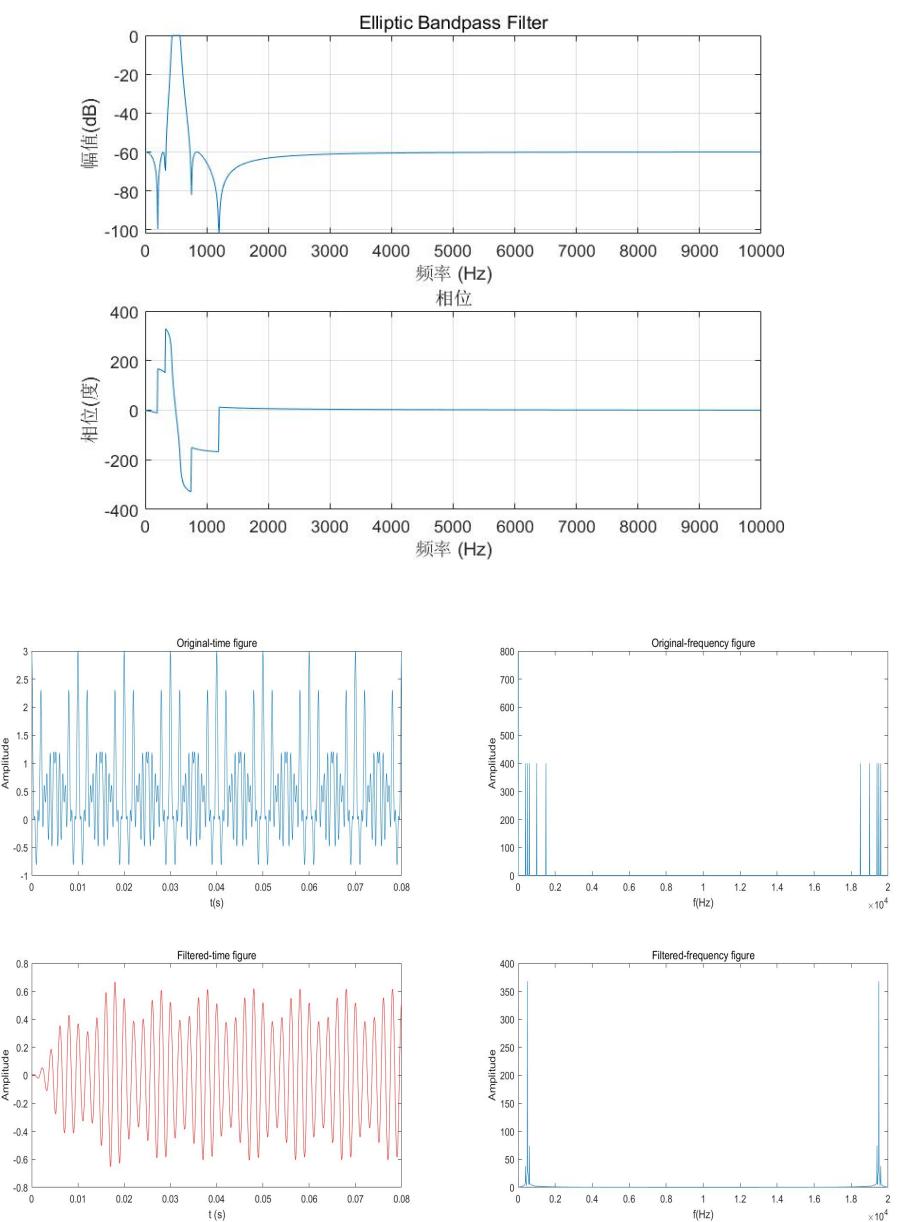
xlabel('f(Hz)');
ylabel('Amplitude');

```

3.4 采用椭圆滤波器设计带通滤波器

对载波频率为 500Hz 的调幅信号，采用椭圆滤波器设计带通滤波器，其设计指标为：通带 截止频率 $f_{p1} = 440\text{Hz}$ 和 $f_{p2} = 560\text{Hz}$ ，通带衰减 $\alpha_p = 0.1\text{dB}$ ，阻带截止频率 $f_{s1} = 275\text{Hz}$ 和 $f_{s2} = 900\text{Hz}$ ，阻带最小衰减 $\alpha_p = 60\text{dB}$ 。画出滤波器的幅频特性曲线， 滤波器输出信号 的时域及频谱图。

解：



```

% 实验2 4
fp1=440;
fp2=560;
ap=0.1; % dB
fs1=275;
fs2=900;
as=60; % dB
f_N=20000;
wp1 = fp1 / (f_N / 2);
wp2 = fp2 / (f_N / 2);
ws1 = fs1 / (f_N / 2);
ws2 = fs2 / (f_N / 2);
% Chebyshev Filter Design
[N, Wn] = ellipord([wp1 wp2], [ws1 ws2], ap, as);
[b, a] = ellip(N, ap, as, Wn, 'bandpass');
figure;
freqz(b, a, 1024, f_N);
title('Elliptic Bandpass Filter');

N=1600;
Ts=1/f_N;
n=0:1:(N-1);
t=n*Ts;
% Modulating Freq
fc1=100;
fc2=500;
fc3=1000;
% Carrier Freq
carrier_f=cos(2*pi*500*t);
% Amplitude-modulation signal
x=(cos(2*pi*fc1*t)+cos(2*pi*fc2*t)+cos(2*pi*fc3*t)).*carrier_f;

% Ini fig(time)
figure;
subplot(2,2,1);
plot(t,x);
xlabel('t(s)');
ylabel('Amplitude');
title('Original-time figure');
% Ini fig(freq)
xf0 = fft(x);
subplot(2,2,2);
plot(n*f_N/N,abs(xf0));
title('Original-frequency figure');
xlabel('f(Hz)');
ylabel('Amplitude');

% Pass the filter
filtered_signal = filter(b, a, x);
% Pass fig(time)
subplot(2,2,3);
plot(t, filtered_signal, 'r');
title('Filtered-time figure');
xlabel('t (s)');
ylabel('Amplitude');

```

```
% Pass fig(freq)
xf = fft(filtered_signal);
subplot(2,2,4);
plot(n*f_N/N,abs(xf));
title('Filtered-frequency figure');
xlabel('f(Hz)');
ylabel('Amplitude');
```

3.5 产生需要滤波的信号

(1) 生成受高频噪声污染的单频正弦信号：生成以下信号：采样频率 $f_s = 1024\text{Hz}$ ，采样点数 $N = 1024$

$$x_a(t) = \sin(2\pi f_o t)$$

其中： $f_o = 10\text{Hz}$ 为正弦波信号频率，生成一随机白噪声信号，信号在 $o \sim 100$ 之间随机变化。设计巴特沃斯高通滤波器将低频信号滤除，设计指标为：通带截止频率 $f_p = 40\text{Hz}$ ，通带衰减 $\alpha_p = 3\text{dB}$ ，滤波器阶数为 5 阶。将正弦信号与经过高通滤波器的随机噪声信号进行叠加，画出其时域波形及频谱图。

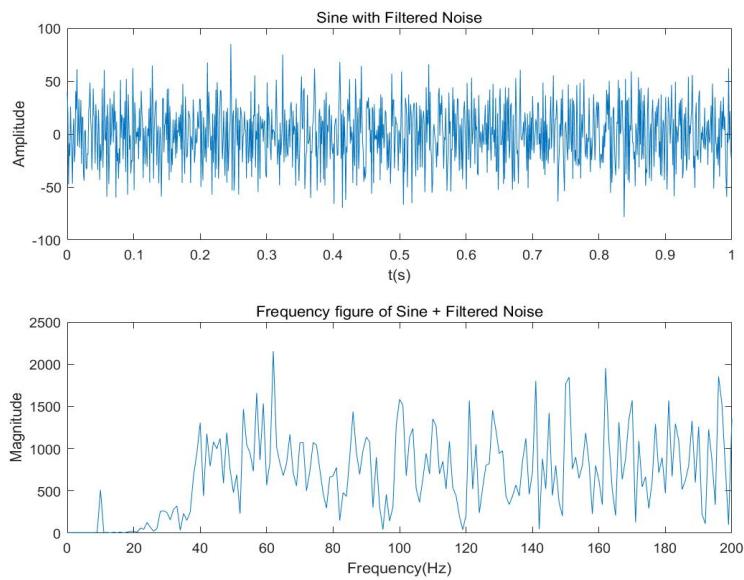
(2) 受高频噪声污染的调幅正弦信号：生成以下信号，采样频率 $f_s = 1000\text{Hz}$ ，采样点数 $N=2000$

$$x_a(t) = \cos(2\pi f_o t)\cos(2\pi f_c t)$$

其中： $f_o = 10\text{Hz}$ 为调制正弦波信号频率， $f_c = 100\text{Hz}$ 为载波频率。生成一随机噪声信号，设计巴特沃斯高通滤波器将低频信号滤除，设计指标为：通带截止频率 $f_p = 160\text{Hz}$ ，通带衰减 $\alpha_p = 1\text{dB}$ ，阻带截止频率 $f_s = 130\text{Hz}$ ，阻带最小衰减 $\alpha_s = 30\text{dB}$ 。将调幅正弦信号与经过高通滤波器的随机噪声信号进行叠加，画出其时域波形及频谱图。

解：

(1)



```

% 实验2 5 1
fs = 1024;
N = 1024;
fo = 10;
fp = 40;
ap = 3; % dB
filter_order = 5;
n = 0:N-1;
t = n / fs;

xa = sin(2*pi*fo*t);
% Noise
noise = 100 * rand(1, N);

% Butterworth filter
wp = fp / (fs / 2);
[b, a] = butter(filter_order, wp, 'high');
filtered_noise = filter(b, a, noise);

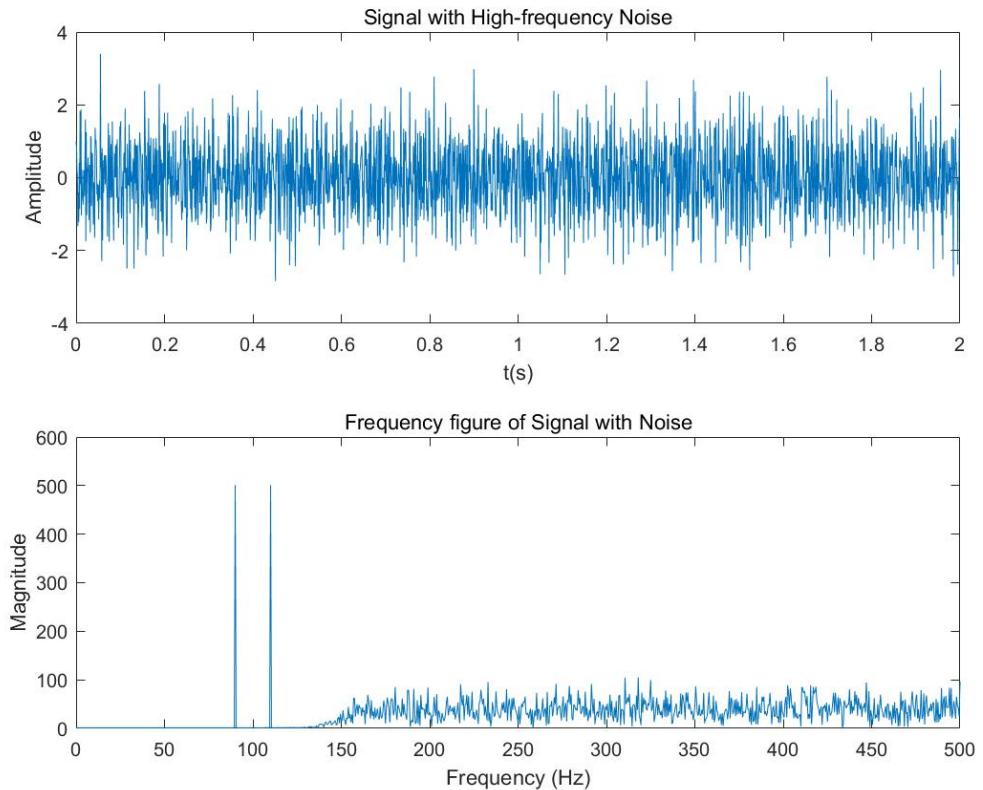
signal_with_noise = xa + filtered_noise;
% fig(time)
figure;
subplot(2, 1, 1);
plot(t, signal_with_noise);
title('Sine with Filtered Noise');
xlabel('t(s)');
ylabel('Amplitude');

% fig(freq)
xf_sine = fft(xa);
xf_noise = fft(noise);
xf_filtered_noise = fft(filtered_noise);
xf_signal_with_noise = fft(signal_with_noise);

f = n * fs / N;
subplot(2, 1, 2);
plot(f, abs(xf_signal_with_noise));
title('Frequency figure of Sine + Filtered Noise');
xlabel('Frequency(Hz)');
ylabel('Magnitude');
xlim([0, 200]);

```

(2)



```
% 实验2 5 2
Fs = 1000;
N = 2000;
fo = 10;
fc = 100;
n = 0:N-1;
t = n / Fs;
xa = cos(2*pi*fo*t) .* cos(2*pi*fc*t);

% Generate noise
noise = randn(1, N);
% Butterworth filter
fp = 160;
fs = 130;
ap = 1; % dB
as = 30; % dB
wp = fp / (Fs / 2);
ws = fs / (Fs / 2);
[N_d, wc_d] = buttord(wp, ws, ap, as);
[b_d, a_d] = butter(N_d, wc_d, 'high');

filtered_noise = filter(b_d, a_d, noise);
signal_with_noise = xa + filtered_noise;

% fig(time)
figure;
subplot(2,1,1);
```

```

plot(t, signal_with_noise);
title('Signal with High-frequency Noise');
xlabel('t(s)');
ylabel('Amplitude');

% fig(freq)
xf_signal = fft(signal_with_noise);
f = (0:N-1) * Fs / N;
subplot(2,1,2);
plot(f, abs(xf_signal));
title('Frequency figure of Signal with Noise');
xlabel('Frequency (Hz)');
ylabel('Magnitude');
xlim([0, 500]);

```

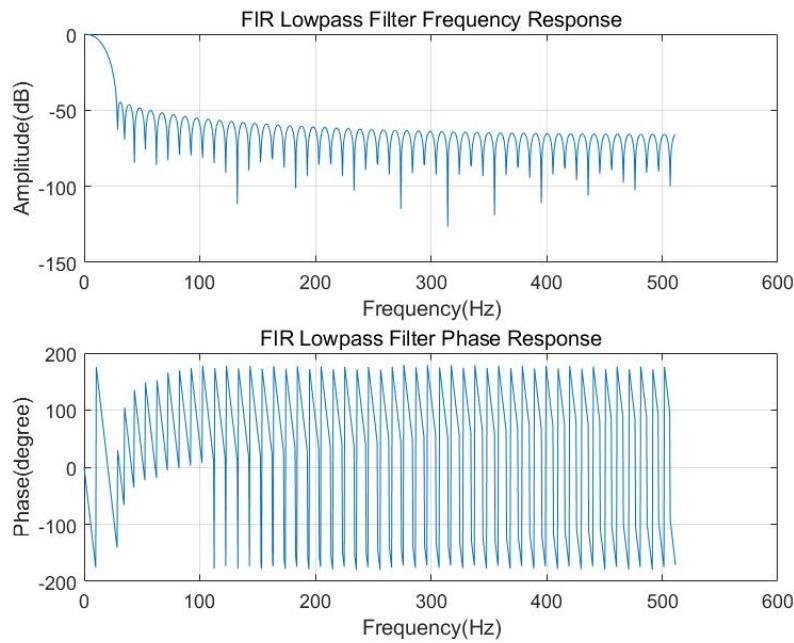
3.6 用窗函数法设计线性相位 FIR 滤波器

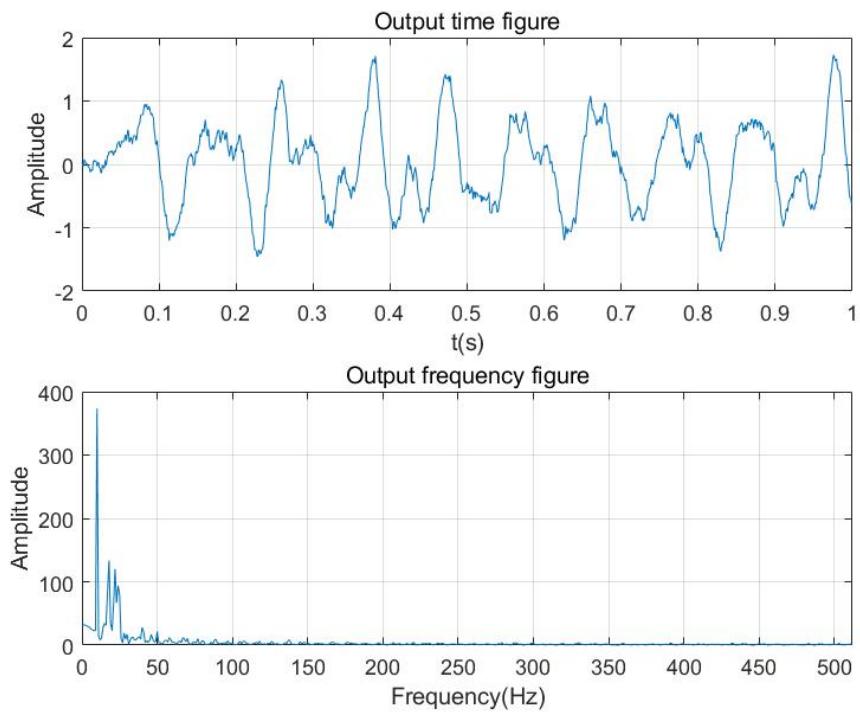
(1) 对上一实验产生的受高频噪声污染的单频正弦信号采用线性相位有限脉冲响应低通数字滤波器进行滤波处理。滤波器设计指标为：通带截止频率 $f_p = 15\text{Hz}$, 通带衰减 $\alpha_p = 3\text{dB}$, 阻带截止频率 $f_s = 30\text{Hz}$, 阻带最小衰减 $\alpha_s = 12\text{dB}$ 。画出滤波器的幅频曲线及相频曲线，画出滤波器输出信号。

(2) 对上一实验产生的受高频噪声污染的调幅正弦信号采用线性相位有限脉冲响应低通数字滤波器进行滤波处理。滤波器设计指标为：通带截止频率 $f_p = 115\text{Hz}$, 通带衰减 $\alpha_p = 0.1\text{dB}$, 阻带截止频率 $f_s = 130\text{Hz}$, 阻带最小衰减 $\alpha_s = 60\text{dB}$ 。画出滤波器的幅频曲线及相频曲线，画出滤波器输出信号。

解：

(1)





```
% 实验2 6 1
fs = 1024;
N = 1024;
fo = 10;
fp = 15;
fs1 = 30;
Rp = 3; % dB
Rs = 12; % dB
t = (0:N-1) / fs;
Xa = sin(2 * pi * fo * t);
% Generate noise
noise = 100 * randn(1, N);
% Butterworth Filter
[b_hp, a_hp] = butter(5, fs1 / (fs/2), 'high');
filtered_noise = filter(b_hp, a_hp, noise);
combined_signal = Xa + filtered_noise;
% combined_signal = Xa + noise;
% FIR
beta = 4;
b = fir1(100, fp / (fs/2), 'low', kaiser(101, beta));
filtered_signal = filter(b, 1, combined_signal);
% 绘制滤波器的幅频曲线及相频曲线
[H, w] = freqz(b, 1, 1024, fs);
figure;
subplot(2, 1, 1);
plot(w, 20*log10(abs(H)));
title('FIR Lowpass Filter Frequency Response');
xlabel('Frequency(Hz)');
ylabel('Amplitude(dB)');
grid on;
```

```

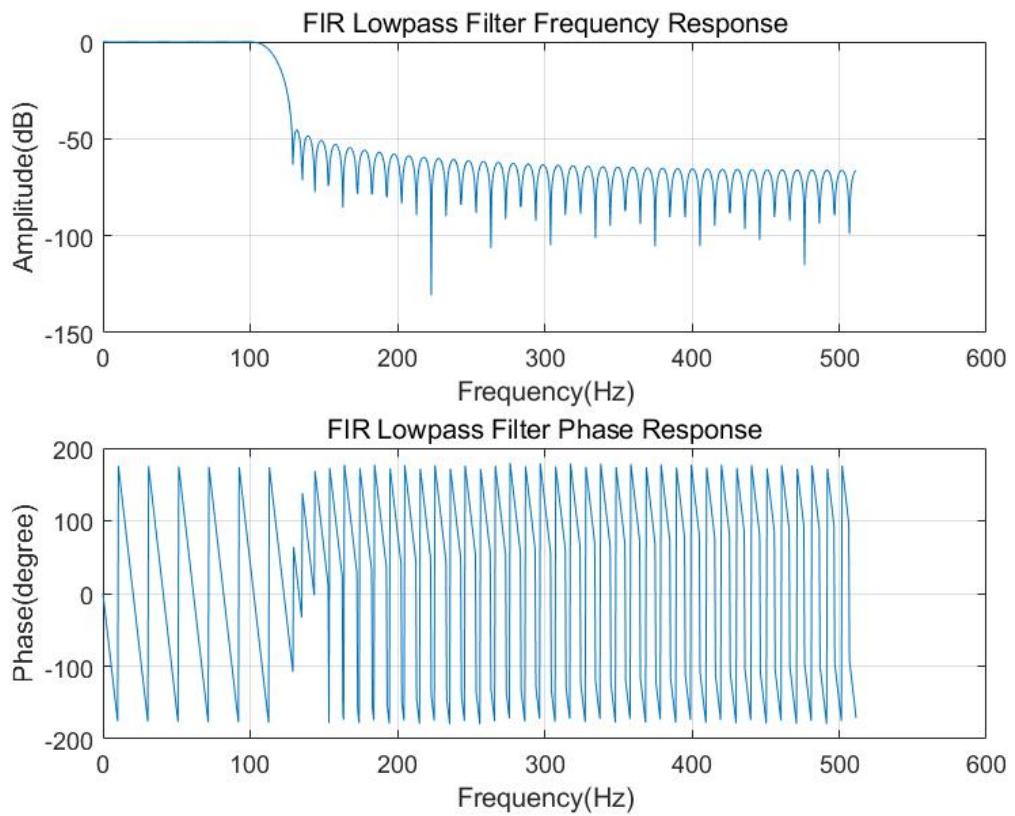
subplot(2, 1, 2);
plot(w, angle(H) * 180 / pi);
title('FIR Lowpass Filter Phase Response');
xlabel('Frequency(Hz)');
ylabel('Phase(degree)');
grid on;

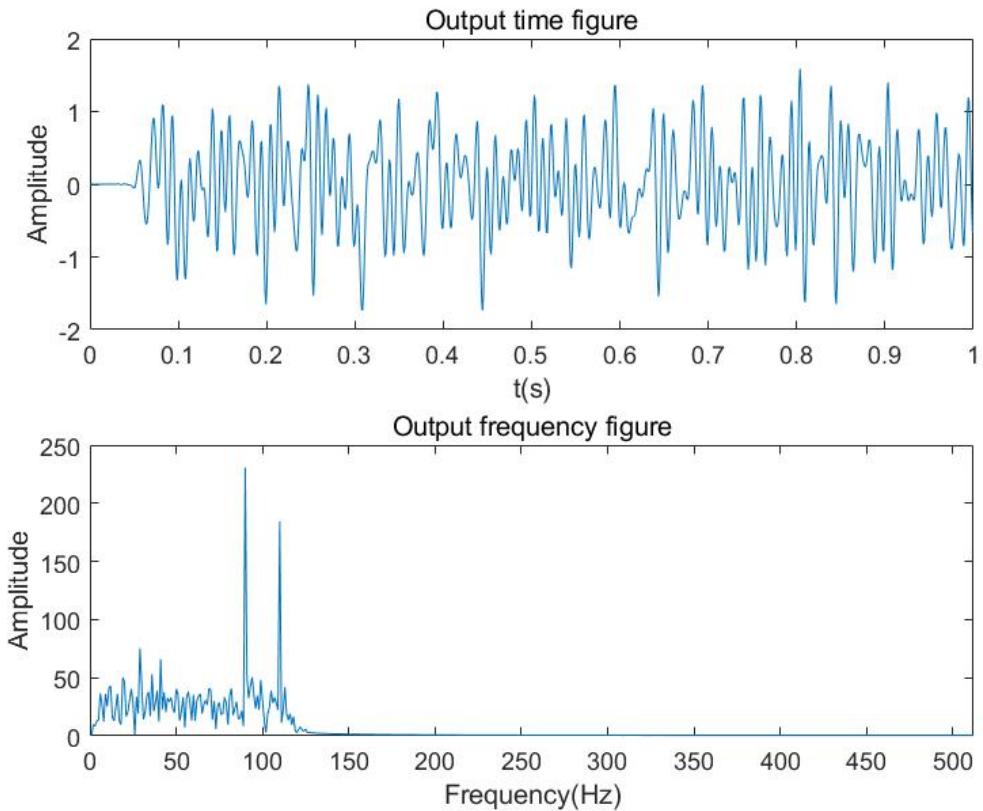
figure;
subplot(2, 1, 1);
plot(t, filtered_signal);
title('Output time figure');
xlabel('t(s)');
ylabel('Amplitude');
grid on;

f = (0:N-1) * fs / N;
X_filtered = fft(filtered_signal);
X_filtered_mag = abs(X_filtered);
subplot(2, 1, 2);
plot(f, X_filtered_mag);
title('Output frequency figure');
xlabel('Frequency(Hz)');
ylabel('Amplitude');
xlim([0, fs/2]);
grid on;

```

(2)





```
% 实验2 6 2
fs = 1024;
N = 1024;
fo = 10;
fc = 100;
fp = 115;
fs1 = 130;
ap = 0.1; % dB
as = 60; % dB
t = (0:N-1) / fs;
xa = cos(2 * pi * fo * t) .* cos(2 * pi * fc * t);
% Generate noise
noise = randn(1, N);
% Butterworth filter
Wp_norm = ap / (fs / 2);
Ws_norm = as / (fs / 2);
[n_butter, Wn_butter] = buttord(Wp_norm, Ws_norm + 50/(fs/2), ap, as);
[b_hp, a_hp] = butter(n_butter, Wn_butter, 'high');
filtered_noise = filter(b_hp, a_hp, noise);
combined_signal = xa + filtered_noise;
% FIR
beta = 4;
b_lp = fir1(100, fp / (fs/2), 'low', kaiser(101,beta));
filtered_signal = filter(b_lp, 1, combined_signal);
[H, w] = freqz(b_lp, 1, 1024, fs);
figure;
subplot(2, 1, 1);
```

```

plot(w, 20*log10(abs(H)));
title('FIR Lowpass Filter Frequency Response');
xlabel('Frequency(Hz)');
ylabel('Amplitude(dB)');
grid on;
subplot(2, 1, 2);
plot(w, angle(H) * 180 / pi);
title('FIR Lowpass Filter Phase Response');
xlabel('Frequency(Hz)');
ylabel('Phase(degree)');
grid on;

figure;
subplot(2, 1, 1);
plot(t, filtered_signal);
title('Output time figure');
xlabel('t(s)');
ylabel('Amplitude');

f = (0:N-1) * fs / N;
X_filtered = fft(filtered_signal);
X_filtered_mag = abs(X_filtered);
subplot(2, 1, 2);
plot(f, X_filtered_mag);
title('Output frequency figure');
xlabel('Frequency(Hz)');
ylabel('Amplitude');
xlim([0, fs/2]);

```

4 思考题

- (1)、调幅信号的频谱有什么特点?
- (2)、巴特沃斯滤波器、切比雪夫滤波器和椭圆滤波器有什么特点? 实现相同的技术指标, 哪种滤波器的阶数更低?
- (3)、线性相位的有限脉冲响应数字滤波器有什么特点?

解:

(1)

包含一个中心载波分量, 且具有对称分布的上、下边带, 频谱宽度为调制信号带宽的两倍, 载波功率通常占主导地位, 边带频谱与调制信号频谱一致。

(2)

a. 巴特沃斯滤波器

特点:

通带响应: 通带完全平坦, 没有波动 (0阶通带纹波), 即幅频响应在通带内是单调下降的。

过渡带: 过渡带相对较宽, 频率选择性较差 (即响应曲线变化较慢)。

相位响应：相位响应较好，接近线性。

实现难度：实现较为简单，适合对相位要求较高的场景，例如通信系统中的信号处理。

b. 切比雪夫滤波器

特点：

通带响应：通带有波动（纹波），称为切比雪夫I型滤波器；也可以设计为阻带有波动的滤波器，称为切比雪夫II型滤波器。

切比雪夫I型：通带有等幅纹波，通带内不平坦。

切比雪夫II型：阻带有等幅纹波，通带平坦。

过渡带：过渡带比巴特沃斯滤波器更陡峭，因此需要的阶数较低。

相位响应：相位响应比巴特沃斯差一些，但比椭圆滤波器好。

实现难度：比巴特沃斯复杂，但仍相对简单。

c. 椭圆滤波器

特点：

通带响应：通带和阻带都存在波动（纹波），即幅频响应在通带和阻带内都有等幅波动。

过渡带：过渡带最陡峭，在所有滤波器中具有最好的频率选择性，即在相同技术指标下，椭圆滤波器的过渡带最窄。

相位响应：相位响应最差，非线性相位特性较为明显，不适合对相位敏感的应用场合。

实现难度：设计和实现都最复杂。

d. 在满足相同技术指标（如通带内平坦度、阻带衰减、过渡带陡峭度等）的情况下，三种滤波器所需的阶数比较为：

椭圆滤波器 < 切比雪夫滤波器 < 巴特沃斯滤波器

椭圆滤波器具有最陡峭的过渡带，因此需要的阶数最低。

切比雪夫滤波器次之，过渡带较椭圆滤波器宽一些，但比巴特沃斯滤波器陡峭。

巴特沃斯滤波器过渡带最宽，频率选择性最差，因此需要的阶数最高。

(3)

优点：

1、很容易获得严格的线性相位，避免被处理的信号产生相位失真。

2、极点全部在原点，一定是稳定系统；

3、任何一个非因果的有限长序列，总可以通过一定的延时，转变为因果序列，因果性总是满足；

4、非递归型，无反馈运算，运算误差小。

缺点：

1、要获得好的过渡带特性，需要以较高的阶数为代价；

2、无法利用模拟滤波器的设计结果，一般无解析设计公式，要借助计算机辅助设计程序完成。