



۱. (۲۰ نمره)

اگر داده سوم را به تابع فرضیه اول بدهیم، عبارت  $w(1)x(1) + w(2)x(2)$  مستقل از برجسب این داده برابر خواهد شد. پس با اعمال تابع فرضیه اول روی این داده مستقل از برجسب واقعی اش، به هر شیوه‌ای که وزن های مدل را مقداردهی کنیم برجسب پیش‌بینی شده برای این داده یکسان خواهد بود.

اما در فرضیه‌ی دوم مقدار عبارت  $w(0) + w(1)x(1) + w(2)x(2)$  برابر با  $w(0)$  می‌شود که مدل می‌تواند این وزن را برجسب داده‌ی سوم یاد بگیرد و برجسب درستی را برای آن پیش‌بینی کند. پس مدل فرضیه‌ی دوم قابلیت پیش‌بینی کردن این داده را برجسب برجسب واقعی اش، برخلاف فرضیه‌ی اول، دارد.

۲. (۲۰ نمره) در پرسپترون می‌دانیم:

- predict according to the current model

$$\hat{y}_i = \begin{cases} +1 & \text{if } \mathbf{w}^T \mathbf{x}_i > 0 \\ -1 & \text{if } \mathbf{w}^T \mathbf{x}_i \leq 0 \end{cases}$$

- if  $y_i = \hat{y}_i$ , no change
- else,  $\mathbf{w} \leftarrow \mathbf{w} + y_i \mathbf{x}_i$

به ترتیب برای داده‌ها مراحل زیر را طی می‌کنیم:  
داده اول:

$$W^T X_1 = 0 \implies \hat{y} = -1 \implies \hat{y}_1 \neq y_1$$

$$W_1 = W_0 + (1, 1)^T = (1, 1)^T$$

$$X_1 + X_2 = 0 \text{ معادله خط جدا کننده:}$$

داده دوم:

$$W^T X_2 = (1, 1)(2, -1)^T = 1 \implies \hat{y}_2 = 1 \implies \hat{y}_2 \neq y_2$$

$$W_2 = W_1 - (2, -1)^T = (-1, 2)$$

$$-X_1 + 2X_2 = 0 \text{ معادله خط جدا کننده:}$$

داده سوم:

$$W^T X_3 = (-1, 2)(-3, -1)^T = 1 \Rightarrow \hat{y}_3 = 1 \Rightarrow \hat{y}_3 \neq y_3$$

$$W_3 = W_2 - (-3, -1)^T = (2, 3)$$

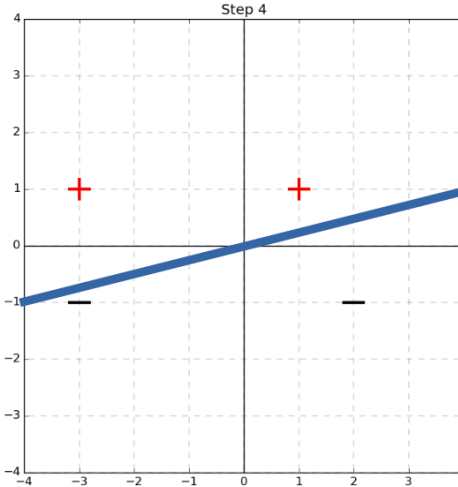
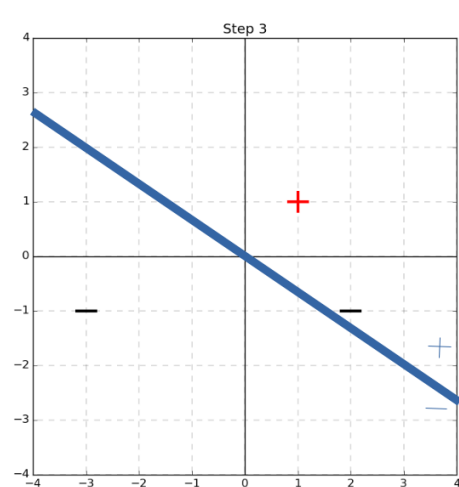
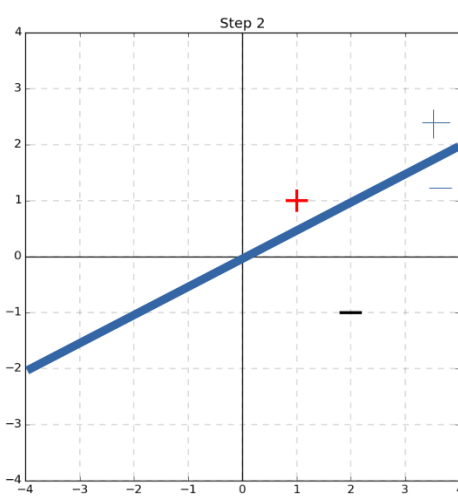
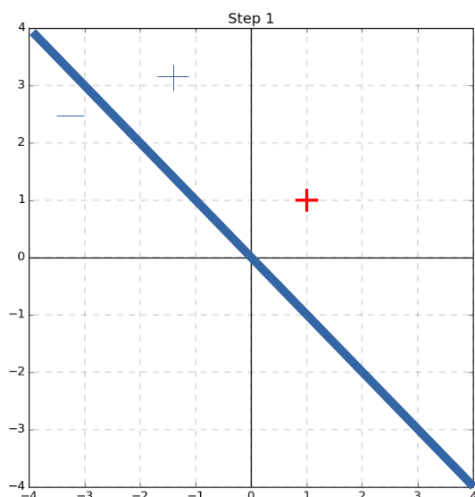
معادله خط جدا کننده:  $2X_1 + 3X_2 = 0$

داده چهارم:

$$W^T X_4 = (2, 3)(-3, 1)^T = -3 \Rightarrow \hat{y}_4 = -1 \Rightarrow \hat{y}_4 \neq y_4$$

$$W_4 = W_3 + (-3, 1)^T = (-1, 4)$$

معادله خط جدا کننده:  $-X_1 + 4X_2 = 0$



قسمت ب: مشخصاً خطی که حاشیه بین مرز تصمیم و داده آموزش را بیشینه کند، خط  $y=0$  است ولی در پرسپترون ما اصلاً به این عامل توجه نمی‌کنیم و هیچ پناستی برای کم بودن این فاصله در نظر نمی‌گیریم که پرسپترون بخواهد این فاصله را بیشینه کند. در واقع تنها کافی است که آخرین داده‌ای که الگوریتم با آن مواجه می‌شود، درست دسته‌بندی شود.