



هوش مصنوعی

پاییز ۱۴۰۰

استاد: محمدحسین رهبان

امتحان میان ترم

- زمان در نظر گرفته شده برای نوشتن پاسخ ۱۸۰ دقیقه و برای آپلود آن ۲۰ دقیقه است. بنابراین مهلت پاسخ به سوالات تا ساعت ۲۰ : ۱۷ پنجشنبه ۸ اردیبهشت است. هیچ ارسالی پس از این زمان پذیرفته نخواهد شد.
- هر گونه هم‌فکری ممنوع بوده و پاسخ شما باید کاملاً حاصل تفکر و نگارش خودتان باشد.
- امتحان به صورت کتاب و اینترنت باز است، با این حال جواب همه سوالات باید به بیان خودتان بوده و مشاهده مشابهت‌های غیرعادی به عنوان تقلب در نظر گرفته خواهد شد. همچنین منابع استفاده شده برای پاسخ‌دهی به هر یک از سوال‌ها (در صورت وجود) باید مشخصاً ذکر شود.
- لطفاً تصویری واضح از پاسخ سوالات خود بارگذاری کنید. در غیر این صورت پاسخ شما تصحیح نخواهد شد.
- توجه کنید که بخشی از ثبت پاسخ سوال آخر در گوگل‌فرم صورت می‌گیرد.

لینک گوگل فرم

سوالات (۵۰ نمره)

۱. (۹ نمره) سوالات کوتاه پاسخ

- (آ) درستی یا نادرستی عبارت «یک معیار ارزیابی^۱، با ارزیابی دنباله‌ای از وضعیت‌های عامل^۲، منطقی بودن^۳ عامل را بررسی می‌کند» را با ذکر دلیل مشخص کنید. (۱/۵ نمره)
- (ب) درستی یا نادرستی گزاره مقابل را با ذکر دلیل مشخص کنید: اگر $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ تابعی محدب باشد و a و b عضو دامنه f باشند، به طوری که $a < b$ باشد، نامساوی زیر برقرار است: (۱/۵ نمره)

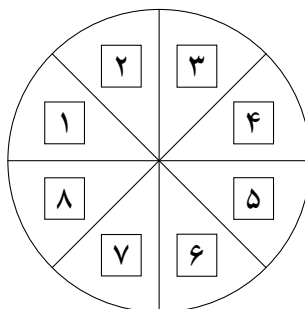
$$\forall x \in [a, b] : f(x) \leq \frac{b-x}{b-a}f(a) + \frac{x-a}{b-a}f(b)$$

- (ج) آیا به ازای هر $k > 0$ الگوریتم جست‌وجو A^* با تابع اکتشافی^۴ $h(n) = k$ تضمین می‌کند که جواب بهینه را برگرداند؟ توضیح دهید. (۱/۵ نمره)
- (د) درستی یا نادرستی گزاره مقابل را با ذکر دلیل مشخص کنید: مقدار اولیه دما در الگوریتم Simulated Annealing تأثیری در همگرایی الگوریتم ندارد. (۱/۵ نمره)
- (ه) حداکثر تعداد دفعاتی که الگوریتم جستجوی Backtracking ممکن است در یک CSP با ساختار درختی مجبور به Backtrack شود، در صورتی که از Arc Consistency و ترتیب بهینه‌ای از متغیرها استفاده کند، چقدر است؟ توضیح دهید. (۱/۵ نمره)
- (و) آیا استفاده از الگوریتم Minimax و هرس آلفا-بتا^۵ در بازی منج عملی منطقی است؟ چرا؟ (۱/۵ نمره)

^۱Performance Measure^۲Agent^۳Rationality^۴Heuristic Function^۵Alpha-Beta Pruning

۲. (۱۲ نمره)

یک بازی به نام مارپیچ داریم که روی یک دایره که به $2n$ قسمت مساوی تقسیم شده است انجام می‌شود. هر قسمت این دایره را از ۱ تا $2n$ شماره‌گذاری می‌کنیم. در شکل زیر فضای بازی برای n برابر با ۴ را مشاهده می‌کنید:



در این بازی n مهره متمایز داریم که از ۱ تا n شماره‌گذاری شده‌اند و هر کدام در ابتدا در یکی از خانه‌های دایره قرار گرفته‌اند. در یک خانه بیش از یک مهره نمی‌تواند قرار بگیرد. برای هر مهره، یک خانه مقصد متمایز داریم که از ابتدا مشخص شده است و هدف بازی این است که با کم‌ترین هزینه همه‌ی مهره‌ها را در خانه‌ی مقصد خود قرار دهیم.

در هر مرحله هر مهره به طور مستقل از سایر مهره‌ها می‌تواند یکی از حرکات زیر را انجام دهد:

- با یک واحد هزینه به خانه‌ی سمت راست خود برود.
- با یک واحد هزینه به خانه سمت چپ خود برود.
- با دو واحد هزینه به خانه روبروی خود برود.
- بدون صرف هزینه در جای خود بماند.

همچنین اگر دو مهره در مجاورت هم باشند، هر کدام علاوه بر حرکات بالا می‌توانند با صرف یک واحد هزینه، از روی مهره‌ی دیگر بپرند و به خانه‌ی بعد از مهره‌ی دیگر بروند. یعنی اگر مهره اول روی خانه‌ی i ام و مهره‌ی دوم روی خانه‌ی $i+1$ ام باشد، در مرحله‌ی بعد مهره‌ی اول مستقل از این که برای مهره‌ی دوم چه حرکتی انتخاب می‌شود، می‌تواند به خانه‌ی $i+2$ نیز برود.

دقت کنید هزینه‌ی هر کنش برابر مجموع هزینه‌ای که برای جابه‌جا کردن هر مهره در آن کنش صرف شده است، می‌شود. همچنین همه‌ی حرکات به طور هم‌زمان انجام می‌شود. به طور مثال اگر دو مهره در مجاورت هم باشند، در مرحله‌ی بعدی این امکان وجود دارد که هر کدام به جای یک‌دیگر بروند و مشکلی از جهت این که در یک خانه بیش از دو مهره قرار بگیرد به وجود نمی‌آید. اما اگر یکی از آن‌ها بخواهد در مرحله‌ی بعد در جای خود بماند، مهره‌ی دیگر نمی‌تواند به آن خانه برود.

با توجه به توضیحات بالا به سوالات زیر پاسخ دهید:

- (آ) با استفاده از یک مجموعه، حالت‌های این مسئله را نشان دهید. (۲ نمره)
- (ب) تعداد حالت‌های فضای مسئله را به دست آورید و نحوه‌ی به دست آوردن این تعداد را به طور مختصر توضیح دهید. (۲ نمره)
- (ج) بهترین کران بالایی را که می‌توانید برای ضریب انشعاب^۶ این مسئله پیدا کنید، بنویسید و به طور مختصر آن را توضیح دهید. (۲ نمره)

^۶Branching Factor

- (د) فرض کنید برای حل این مسئله تابع اکتشافی h را برابر «مجموع فواصل هر مهره تا جایگاه خود» تعریف کنیم. با ذکر استدلال قابل قبول^۷ و همچنین یکنوا^۸ بودن این تابع را بررسی کنید. (۳ نمره)
- (ه) یک تابع اکتشافی غیربیدی، غیر از تابع ذکر شده در قسمت قبل، برای این مسئله تعریف کنید که قابل قبول و یکنوا باشد. ذکر استدلال برای قابل قبول و یکنوا بودن الزامی است. (۳ نمره)

۳. (۶ نمره)

۳ جمعیت زیر از یک الگوریتم ژنتیک را در نظر بگیرید:

(a) 01010000 10000001

(b) 10010000 01000001

(c) 01010000 10100001

جمعیت (b) از روی جمعیت (a) تولید شده است؛ توجه کنید که در این بازتولید، فرآیند Crossover پس از رقم دوم رخ داده است. جمعیت (c) نیز از جهش بر روی جمعیت (a) حاصل شده است؛ توجه کنید که رشته دوم جهش یافته است. حال فرض کنید که تابع ارزیابی این الگوریتم، تعداد ۱های موجود در رشته باشد. با این فرض به موارد زیر پاسخ دهید.

(آ) بیشینه‌ی Fitness هریک از جمعیت‌ها را بیان کنید. (۳ نمره)

(ب) آیا نقطه‌ی بهتری برای فرآیند Crossover رخ داده به منظور تولید جمعیت (b) وجود دارد؟ اگر بله، این نقطه کجاست و چرا بهتر است؟ دقت کنید اگر چند نقطه‌ی بهتر موجود باشد، باید محل همه‌ی آن‌ها را در پاسخ خود ذکر کنید. (۳ نمره)

۴. (۱۲ نمره)

در مورد تحذب توابع به سوالات زیر پاسخ دهید:

(آ) تحذب توابع زیر را نشان دهید: (هر مورد ۳ نمره)

i.

$$f(x) = x \ln x$$

$$x \in (0, \infty)$$

ii.

$$g(x) = \|Ax - b\|^2$$

$$x \in \mathbb{R}^n, A_{m \times n}, b \in \mathbb{R}^m$$

(ب) در مورد تابع زیر به سوالات داده شده پاسخ دهید.

$$f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}, f(\mathbf{x}) = \frac{1}{e^{\mathbf{w}^T \cdot \mathbf{x}}}$$

که در آن \mathbf{w} یک بردار ثابت 3×1 است و T نماد ترانهاده است.

^۷Admissible

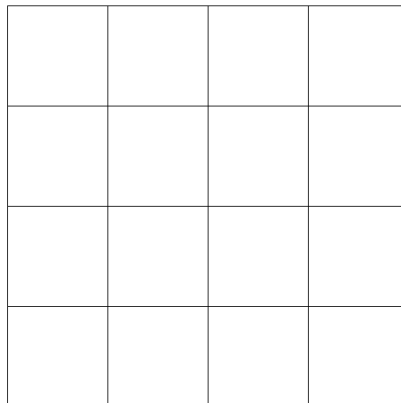
^۸Monotone

- i. الگوریتم Gradient Descent را با نقطه شروع $x = [4, 5, 9]$ و $w = [0, 0.04, 0.09]$ تا دو مرحله اجرا کنید. پارامتر α را ۱۰ در نظر بگیرید. توجه کنید مقدار w ثابت است و x باید آپدیت شود. (۳ نمره)
- ii. آیا تابع f محدب است؟ توضیح دهید. (۳ نمره)

۵. (۵ نمره)

برای بازگشایی کلاس‌های دانشگاه نیاز داریم دستورالعمل‌های بهداشتی را رعایت کنیم. برای این کار باید فاصله‌های بین فردی حداقل ۲ متر باشد و هر نفر باید حداقل دو دوز واکسن زده باشد و با ماسک به دانشگاه بیاید. حال فرض کنید بخواهیم n دانشجو را در یک کلاس بنشانیم. این شرایط را به صورت یک Constraint Satisfaction Problem (CSP) مدل‌سازی کنید و متغیرها و دامنه‌هایشان و قیدهای موجود را در حالت کلی مشخص کنید.

با فرض اینکه هر دانشجو در یک نقطه جا می‌گیرد و هر نقطه از کلاس (داخل یا حاشیه شکل) قابل استفاده است، اگر بخواهیم ۸ نفر را در یک کلاس ۴ متر در ۴ متر بنشانیم یک چینش معتبر را برای این حالت روی نقشه‌ی کلاس مشخص کنید.



۶. (۶ نمره)

درخت بازی رسم شده در صفحه بعد را در نظر بگیرید. راس ریشه از نوع بیشینه‌کننده^۹ است. به کمک روش هرس آلفا-بتا^{۱۰} و با بررسی رئوس هر ردیف از چپ به راست، مقادیر آلفا و بتا را در هر راس محاسبه کنید و سپس مقدار نهایی هر راس را هم بدست آورید. همچنین باید یال‌های هرس شده را هم مشخص کنید.

برای ثبت جواب این سوال، باید از **گوگل فرم** استفاده کنید. بدین شکل که برای هر راس در گوگل فرم، قسمتی به صورت a_i, b_i, c_i قرار داده شده است. a_i بیانگر مقدار α برای آن راس، b_i بیانگر مقدار β برای آن راس و c_i بیانگر مقدار درون آن راس است. در صورتی که آن راس هرس شده بود، مقادیر را به صورت x, x, x وارد کنید. برای وارد کردن بی‌نهایت هم \inf یا $-\inf$ بنویسید.

همچنین در نهایت باید یال‌هایی که هرس شده‌اند را هم مشخص کنید. براساس حرف d_i که کنار هر یال نوشته شده، برای یال‌های هرس شده باید گزینه‌های مربوط به آن‌ها را در بخش مشخص شده در فرم علامت بزنید.

لینک گوگل فرم

توجه کنید که همچنان باید راه‌حل خود برای این سوال را به همراه سایر سوالات در کوئرا هم ارسال کنید.

^۹maximizer

^{۱۰}Alpha-Beta Pruning

