دانشگاه صنعتی شریف
دانشکده‌ی مهندسی کامپیوتر

هوش مصنوعی

پاییز ۱۴۰۰

استاد: محمدحسین رهبان

سوالات میان‌ترم

- زمان در نظر گرفته شده برای نوشتن پاسخ ۵ ساعت و برای آپلود آن ۱۵ دقیقه می‌باشد. بنابراین مهلت ارسال پاسخ به سوالات تا ساعت ۱۳:۱۵ پنجشنبه ۲۷ آبان است. هیچ ارسالی پس از این زمان پذیرفته نخواهد شد.
- هر گونه هم‌فکری ممنوع بوده و پاسخ شما باید کاملا حاصل تفکر و به نگارش خودتان باشد.
- امتحان به صورت کتاب و اینترنت باز است، با این حال جواب همه سوالات باید به بیان خودتان بوده و مشاهده مشابهت‌های غیر عادی به منظره تقلب در نظر گرفته خواهد شد. همچنین منابع استفاده شده برای پاسخ‌دهی به هر یک از سوال (در صورت وجود) باید مشخصا ذکر شود.
- لطفا تصویری واضحی از پاسخ سوالات خود بارگذاری کنید، در غیر این صورت پاسخ شما تصحیح نخواهد شد.

سوالات کوتاه پاسخ (۱۰ نمره)

۱. (۶ نمره) درستی و نادرستی عبارت‌های زیر را با توضیح کافی و کامل مشخص و توجیه کنید.

(آ) جست‌وجوی A^* گرافی قطعا تعداد حالات کمتر یا مساوی نسبت به جست‌وجوی گرافی هزینه یکنواخت گسترش می‌دهد. فرض کنید که هر حرکت بین حالات مختلف، یک هزینه حداقلی $\epsilon > 0$ دارد و هزینه‌ها لزوما برابر نیستند. تابع Heuristic را نیز سازگار (Consistent) در نظر بگیرید.

(ب) جست‌وجوی عمق اول (DFS) حالت خاص جست‌وجوی اول بهترین (Best-First) است.

(ج) beam search زمان $O(bk)$ و حافظه $O(bk)$ را می‌گیرد. b ضریب انشعاب (branching factor) و k تعداد node های انتخاب شده در هر مرحله می‌باشد.

حل.

(آ) درست، heuristic می‌تواند جستجو را هدایت کند و باعث کاهش گره‌های بسط داده‌شده شود. در بدترین حالت یعنی جایی که تابع heuristic برای تمام گره‌ها صفر باز می‌گرداند، الگوریتم‌های UCS و A^* تعداد برابری گره را بسط می‌دهند. پس در هیچ حالتی الگوریتم A^* با یک heuristic سازگار، گره‌های بیشتری از الگوریتم UCS بسط نمی‌دهد.

(ب) بله. اگر تابع هزینه $f(v)$ را در Best-First برابر $\frac{1}{d(v)}$ قرار بدهیم به DFS می‌رسیم.(d بیانگر عمق است)

(ج) نادرست است. فقط می‌توان در مورد حافظه نظر داد و درباره پیچیدگی زمانی چیزی نمی‌توان گفت.

۲. (۴ نمره) به سوالات زیر پاسخ کوتاه بدهید:

(آ) در یک CSP با n متغیر که هریک d مقدار ممکن دارند، حداکثر دفعاتی که یک الگوریتم جستجوی backtracking لازم است به عقب برگردد (تعداد دفعاتی که یک جواب ناقص یا کامل که با قیدها در تضاد باشد به‌دست آورد) تا به یک راه حل موفقیت‌آمیز یا شکست برسد چقدر است؟ با کمک arc consistency و به‌کار گرفتن MRV (Minimum Remaining Value) و LCV (Least Constraining Value) چطور؟

(ب) پیچیدگی worst-case اجرای AC-3 روی یک CSP با ساختار درختی چیست؟

حل.

(آ) در هردو صورت $O(d^n)$ ؛ زیرا در حالت کلی ممکن است مجبور به بررسی تمامی حالات ممکن شویم. همچنین MRV و LCV معمولاً heuristic های راه‌گشایی هستند؛ اما لزوماً باعث کاهش backtrack کردن در بدترین حالت نمی‌شوند.

(ب) در این‌صورت هیچ arc دوباره بررسی نمی‌شود، بنابراین پیچیدگی اجرای AC-3 برابر با $O(nd)$ (یا $O(ED)$) خواهد بود که E اندازه‌ی یال‌ها و D بزرگترین دامنه است.

سوالات تشریحی (۴۰ نمره)

۱. (۱۰ نمره) فرض کنید که قرار است N تا PacMan را به طور همزمان کنترل کنید. در هر لحظه چند PacMan می‌توانند در یک خانه قرار بگیرند و در هر واحد زمان هر کدام از آن‌ها یک واحد افقی یا عمودی حرکت کرده یا در خانه‌ای که قرار داشتند می‌ایستند. هدف بازی قرار دادن همه PacMan ها در یک خانه در کمترین حرکات ممکن است. در این سوال باید با استفاده از نمادگذاری زیر به سوالات جواب بدهید:

- m: تعداد خانه‌هایی که دیوار نیستند و PacMan ها می‌توانند به آن بروند.
- n: تعداد PacMan ها
- $p_i = (x_i, y_i)$: موقعیت PacMan شماره i

سوالات:

(آ) فضای حالت این مسئله را مشخص کنید. (۲ نمره)

(ب) اندازه فضای حالت را مشخص کنید. (۱ نمره)

(ج) بهترین کران بالایی را که برای Branching Factor این مسئله می‌توانید ارائه کنید، بنویسید. (۱ نمره)

(د) کرانی برای تعداد گره‌هایی که در روش UCS بسط داده می‌شوند ارائه کنید. جواب شما باید عبارتی بر حسب n و m باشد. (۳ نمره)

(ه) فرض کنید هیورستیک زیر برای این مسئله ارائه شده‌است. با استدلال مشخص کنید که آیا Admissible یا Consistent است یا نه؟ (۳ نمره)

$$h((x_1, y_1), ..., (x_n, y_n)) = \frac{1}{2} \max\{\max_{i,j} |x_i - x_j|, \max_{i,j} |y_i - y_j|\}$$

حل.

(آ) یک زوج مرتب n تایی که هر درایه آن عددی از 1 تا m است.

(ب)

$$M^n$$

(ج)

$$5^n$$

هر یک من پنج اکشن مختلف دارد. حرکت به یکی از چهار جهت یا ایستادن در همین نقطه.

(د) مشابه BFS تعداد گره‌هایی که بسط داده می‌شود کران b^D دارد که b فاکتور انشعاب و D ماکسیمم عمق درخت است. در نتیجه جواب در اینجا $5^{\frac{mn}{2}}$ است. زیرا که حداکثر عمق در این سوال $M/2$ است و ضریب انشعاب هم 5^n است. حداکثر عمق هم به این شکل بدست آمده است: بدترین حالت ممکن را تصور کنید. PacMan هایی که در دورترین حالت ممکن قرار داشته باشند را بخواهیم در کنار هم بیاوریم. با توجه به این که در کل M خانه قابل حرکت وجود دارد، حداکثر تعداد حرکاتی که بعد از آن به حالت جواب می‌رسیم $M/2$ است (چون هر دو پک منی که دور هستند به سمت هم حرکت می‌کنند و نه فقط یکی از آن‌ها).

(ه) حالت ریلکس شده مسئله را در نظر بگیرید که هیچ دیواری وجود ندارد و پک‌من‌ها می‌توانند قطری هم حرکت کنند. تعداد قدم‌هایی که برای حل مسئله نیاز است $\text{ceil}\ \ 1/2\max(\max_{i,j}|x_i-x_j|, \max_{i,j}|y_i-y_j|)$ است. در نتیجه سقف $h2$ خاصیت Admissible را دارد چون $h_2 < \text{ceil}\ \ h_2$. همچنین Consistent هم هست زیرا حداکثر تغییر هر کدام از قدر مطلق‌ها در هر گام 2 است. یعنی h در هر مرحله حداکثر یک واحد کاهش خواهد یافت و هزینه معمول یک حرکت هم یک است.

۲. (۱۰ نمره) فرض دو تابع f,g توابع محدب باشند. ثابت کنید توابع $f(x)+g(x), max(f(x),g(x))$ توابعی محدب هستند.

حل.

(آ) باید ثابت کنیم:

$$\forall x,y \in \mathbb{R}, 0 \leq \alpha \leq 1 : (f+g)(\alpha x+(1-\alpha)y) \leq \alpha(f+g)(x)+(1-\alpha)(f+g)(y)$$

داریم:

$$(f+g)(\alpha x+(1-\alpha)y) = f(\alpha x+(1-\alpha)y)+g(\alpha x+(1-\alpha)y) \leq \alpha f(x)+(1-\alpha)f(y)+\alpha g(x)+(1-\alpha)g(y) =$$

$$(\alpha(f+g)(x)+(1-\alpha)((f+g)(y))$$

(ب) قرار می‌دهیم $h = Max\{f,g\}$ و حال باید ثابت کنیم:

$$\forall x,y \in \mathbb{R}, 0 \leq \alpha \leq : h(\alpha x+(1-\alpha)y) \leq (\alpha h(x)+(1-\alpha)h(y))$$

اما توجه کنید به اضای هر $x \in \mathbb{R}$ داریم:

$$h(x) \geq g(x), h(x) \geq f(x)$$

$$h(x) = g(x) \;\; or \;\; h(x) = f(x)$$

پس داریم:لذا حکم معادل اثبات این دو حکم است:

$$f(\alpha x+(1-\alpha)y) \leq \alpha h(x)+(1-\alpha)h(y)$$

$$g(\alpha x+(1-\alpha)y) \leq \alpha h(x)+(1-\alpha)h(y)$$

از آنجایی که f,g محدب اند داریم:

$$f(\alpha x+(1-\alpha)y) \leq \alpha f(x)+(1-\alpha)f(y) \leq \alpha h(x)+(1-\alpha)h(y)$$

$$g(\alpha x+(1-\alpha)y) \leq \alpha g(x)+(1-\alpha)g(y) \leq \alpha h(x)+(1-\alpha)h(y)$$

حکم ثابت شد.

۳. (۱۰ نمره) چهار دانشجو با نام‌های آرش، رضا، علی و متین قصد اجاره‌ی خانه در طبقات مختلف یک ساختمان را دارند. در این ساختمان سه طبقه وجود دارد (۱ و ۲ و ۳) و هر کدام وارد یک طبقه خواهند شد (ممکن است بیش از یک نفر در یک طبقه خانه اجاره کنند). اما این تمام ماجرا نیست؛

- آرش و رضا نمی‌خواهند با هم در یک طبقه باشند.
- آرش و علی فقط در طبقه‌ی ۲ حاضرند با هم باشند.
- اگر آرش و علی در طبقه‌ی یکسانی نباشند، یکی از آن‌ها باید در طبقه‌ی ۳ باشد.
- متین نمی‌خواهد با بقیه هم‌طبقه‌ای باشد.
- همچنین متین می‌خواهد نسبت به علی در طبقه‌ی بالاتری باشد.

این وضعیت بغرنج را به‌صورت یک CSP مدل‌سازی کنید؛

(آ) و گراف شرطها را رسم کنید. (۴ نمره)

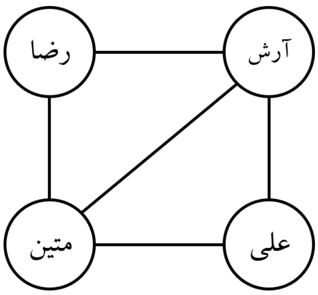
(ب) با اعمال arc consistency روی گراف، دامنه‌ی طبقات ممکن برای هریک را به‌دست آورید. (۴ نمره)

(ج) فرض کنید حین اجرای local search با کمک الگوریتم min-conflicts روی این CSP، به مقداردهی زیر رسیده‌ایم:

$$\{Arash = 3, Reza = 1, Ali = 2, Matin = 3\}$$

حال باید کدام متغیر را برای مقداردهی مجدد انتخاب کنیم؟ و چه مقدار جدیدی باید به آن نسبت دهیم؟ از ترتیب الفبایی اسامی به‌عنوان tie-breaker استفاده کنید. (۲ نمره)

حل.

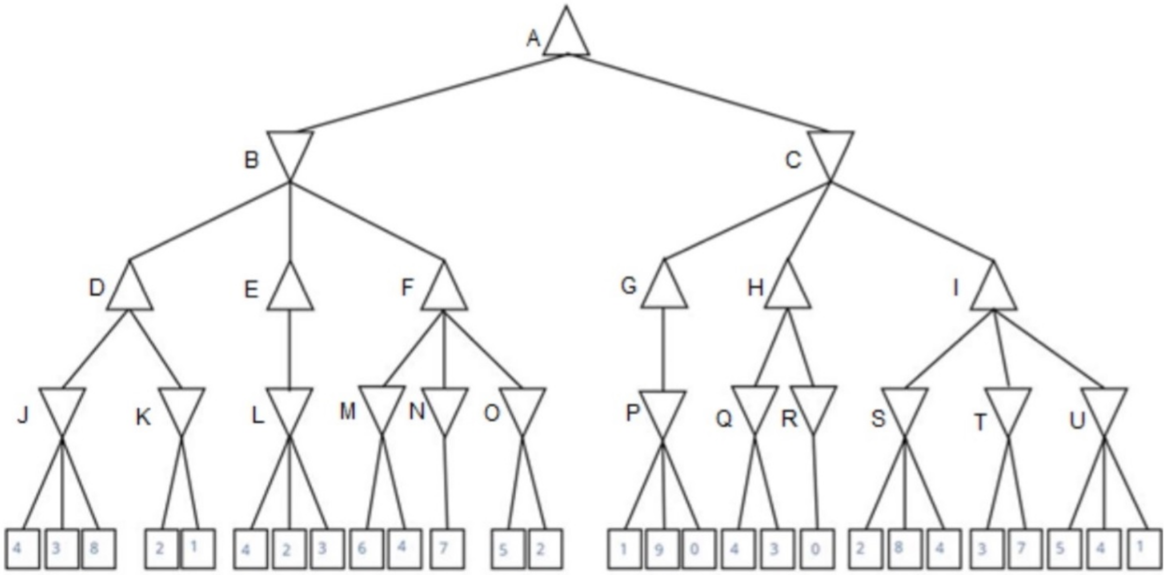


(آ)

(ب) از دامنه‌ی مقادیر برای آرش و متین طبقه‌ی ۱ و از علی طبقه‌ی ۳ حذف می‌شوند و سایر مقادیر مجازند (توضیح: با توجه به قید پنجم طبقه‌ی ۳ از علی و طبقه‌ی ۱ از متین خط می‌خورند و سپس با توجه به ترکیب قید ۲ و ۳ آرش نمی‌تواند در طبقه‌ی ۱ باشد چون علی دیگر نمی‌تواند در طبقه‌ی ۳ باشد).

(ج) آرش ــ طبقه‌ی ۲

۴. (۱۰ نمره) با توجه به درخت minimax زیر به سوالات پاسخ دهید.



(آ) مقدار ریشه را به‌دست آورید.

(ب) اگر بخواهیم از هرس آلفا بتا استفاده کنیم مشخص کنید کدام یک از شاخه‌ها هرس می‌شوند.

حل.