



دانشگاه صنعتی شریف

دانشکده‌ی مهندسی کامپیوتر

# هوش مصنوعی

بهار ۱۴۰۰

استاد: محمدحسین رهبان

گردآورندگان: هانیه احسانی اسکویی

مهلت ارسال: ۱۷ فروردین

## Search Adversarial & CSPs

پاسخ تمرین تئوری سوم

### سوالات CSP (بخش ۳.۱) (۱۲۰ نمره)

۱. (۶۰ نمره)

الف) متغیرهای  $p_i$  جمعیت هر شهر هستند.

variables:  $p_1, \dots, p_n$

مجموعه شهرها را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$P = \{p_1, \dots, p_n\}$$

همچنین مجموعه جاده‌ها به صورت زیر است:

$$Q = \{(i, j) : i < j, \text{ exists a path between } i \text{ and } j\}$$

دامنه جمعیت هر شهر عدد صحیح مثبت است.

$$\text{Domain: } p_i \in \mathbb{Z}^+$$

محدودیت‌ها عبارتند از:

$$\text{constrains: } |Q| = m$$

$$\forall (i, j) \in Q, |p_i - p_j| \geq 1000$$

$$\max\{P\} \leq 3 \min\{P\}$$

Variables:

ب)

متغیرهای تصادفی را رنگ‌ها به شکل زیر در نظر می‌گیریم. ( $n$  تعداد شهرها است).

رنگ آبی با  $b$  مشخص می‌شود و  $b_i$  نشان‌دهنده این است که شهر شماره  $i$  آبی است یا خیر. اگر آبی بود یک می‌شود و اگر نبود صفر.

$$b_1, \dots, b_n$$

به همین ترتیب برای رنگ‌های قرمز و سبز و سفید به طور مشابه داریم:

$$r_1, \dots, r_n$$

$$g_1, \dots, g_n$$

$$w_1, \dots, w_n$$

دامنه متغیرها به صورت زیر خواهد بود:

$$\text{Domain: } \forall_i b_i, r_i, g_i, w_i \in \{0, 1\}$$

محدودیت‌ها به شکل زیر خواهند بود:

$$\text{Constrains: } \sum_{i=1}^n b_i > \sum_{i=1}^n r_i > \sum_{i=1}^n g_i > \sum_{i=1}^n w_i$$

$$\sum_{i=1}^n b_i \leq 1.5 \sum_{i=1}^n w_i$$

هر ناحیه فقط یک رنگ دارد. پس:

$$\forall_i b_i + r_i + g_i + w_i = 1$$

برای هر  $i$  و  $j$  مجاور داریم:

$$\forall_i b_i b_j + r_i r_j + g_i g_j + w_i w_j = 0$$

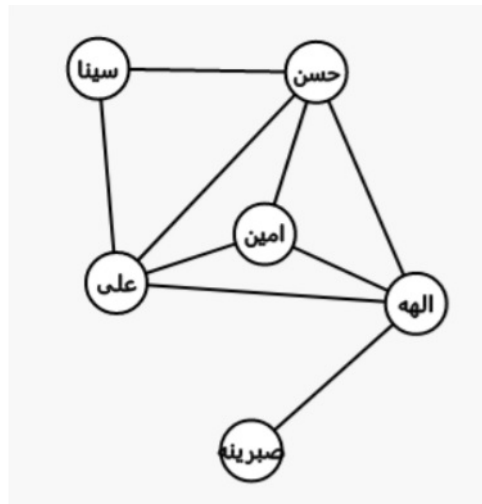
در این سوال هر مدل دیگری که با مسئله همخوانی داشته باشد، قابل قبول است.

۲. (۲۰ نمره) اصلحیه: در صورت سوال مشکلی وجود داشت و آن این است که هر دو بخش مسئله در  $O(nkd)$  قابل حل هستند.

الف) برای هر رأس  $d$  مقدار مختلفی که می‌تواند به خود بگیرد را بررسی می‌کنیم تا به خواسته مسئله برسیم. بررسی هر مقدار حداکثر  $O(k)$  زمان می‌برد؛ چرا که باید با  $k$  رأس مجاور خود چک شود که  $k$  constant باشد. در کل  $n$  رأس داریم؛ بنابراین در  $O(nkd)$  می‌توانیم این مسئله را حل کنیم.

ب) با استقرا ثابت می‌کنیم. اگر  $n \leq k$  باشد مشابه قسمت الف قابل حل است. پس پایه مسئله را حالت  $n \leq k$  در نظر می‌گیریم. فرض استقرا را این در نظر می‌گیریم که برای  $m$  که  $k \leq m < n$  حکم برقرار است. حال گراف  $n$  رأسی را در نظر بگیرید؛ این گراف حداقل یک رأس با درجه کمتر از  $k$  دارد. اگر این رأس را حذف کنیم، چون گراف ما همبند است، این رأس حداقل یک یال دارد و در نتیجه در طی این حذف یک گراف دیگر  $n - 1$  رأسی ساخته می‌شود که همه رأس‌های آن حداکثر از درجه  $k$  هستند به جز یک رأس که حداکثر از درجه  $k - 1$  است و طبق فرض استقرا این گراف در  $O(nkd)$  strong  $k$ -consistent می‌شود. حال اگر رأس محذوف را برگردانیم، کافی است در  $O(kd)$  این رأس را بررسی کنیم. پس در کل در  $O(nkd)$  این مسئله قابل حل است.

۳. (۴۰ نمره) گراف محدودیت به شکل زیر است:

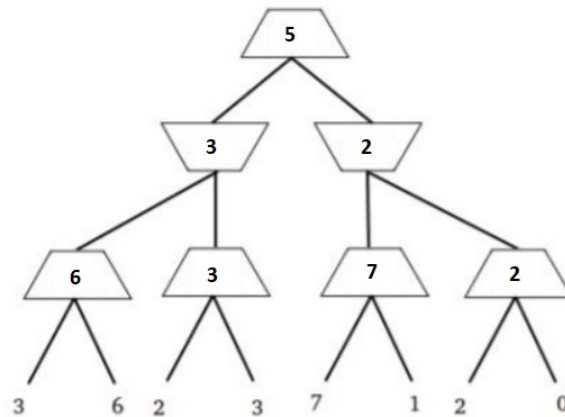


یک زمان‌بندی معتبر به این صورت است:

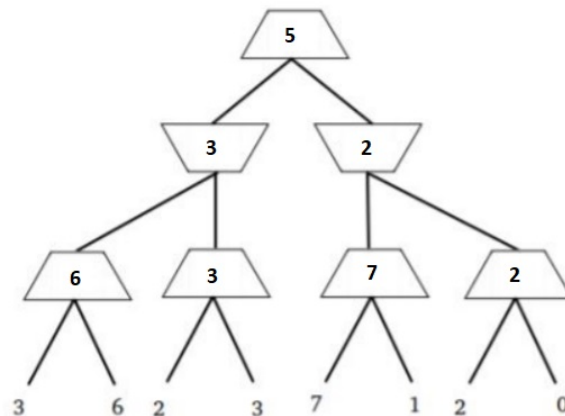
- ۱: علی
- ۲: صبرینه
- ۳: الهه
- ۴: حسن
- ۵: امین
- ۶: سینا

۱. (۶۰ نمره)

الف) درخت به صورت زیر خواهد بود:



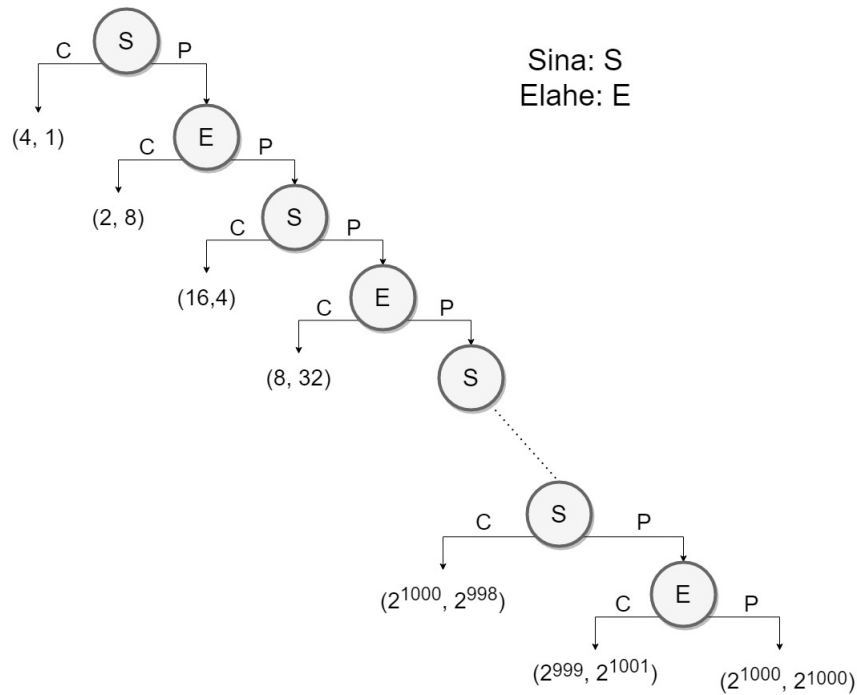
توجه کنید که در دو گره زیر گره ریشه، اعداد ۲ و ۳ انتخاب نفر دوم هستند اما نفر اول در دو حالت بهتر است که تقلب کند و در نتیجه در گره سمت راست امتیاز ۵ و در گره سمت چپ امتیاز ۴ را کسب کند. (ب) درخت به صورت زیر خواهد بود:



توجه کنید که در اینجا به نفع نفر اول نیست که تقلب کند.

ج) خیر، چرا که الگوریتم alpha-beta pruning بدون در نظر گرفتن تقلب طراحی شده است و ممکن است طی این الگوریتم رأسی حذف شود که با تقلب می‌توانستیم امتیاز بیشتری را از آن کسب کنیم. در واقع ما رأسی داریم که در نتیجه تقلب نفر اول رخ می‌دهند را نمی‌بینیم و نتیجه تصمیم ما قطعی نیست؛ بنابراین نمی‌توانیم از این الگوریتم استفاده کنیم.

۲. (۴۰ نمره) درخت بازی به شکل زیر است:



از پایین درخت شروع به بالا رفتن می‌کنیم. در مرحله ۱۰۰۰ به نفع الهه است که سکه‌ها را بردارد و به بازی ادامه ندهد. در مرحله قبل انتخاب بهینه برای سينا این است که پول را بردارد و به بازی ادامه ندهد. در مرحله قبل آن الهه بهتر است که پول را بردارد و به بازی ادامه ندهد و همین طور که تا بالای درخت پیش می‌رویم، حالت بهینه برای هر یک این است که پول را بردارند و به بازی ادامه ندهند. در نهایت سينا این انتخاب را می‌کند که ۴ تا سکه را بردارد و در نتیجه به الهه ۱ سکه می‌رسد.