



دانشگاه صنعتی شریف

دانشکده مهندسی کامپیوتر

هوش مصنوعی

بهار ۱۴۰۰

استاد: محمدحسین رهبان

گردآورندگان: پویا معینی، کورش شریعت

مهلت ارسال: ۴ خرداد

موضوع

تمرین ششم بخش دوم

- مهلت ارسال پاسخ تا ساعت ۲۳:۵۹ روز مشخص شده است.
- همکاری و همفکری شما در انجام تمرین مانعی ندارد اما پاسخ ارسالی هر کس حتما باید توسط خود او نوشته شده باشد.
- در صورت همفکری و یا استفاده از هر منابع خارج درسی، نام همفکران و آدرس منابع مورد استفاده برای حل سوال مورد نظر را ذکر کنید.
- لطفا تصویری واضح از پاسخ سوالات نظری بارگذاری کنید. در غیر این صورت پاسخ شما تصحیح نخواهد شد.

Regression (۱۰+۴۰ نمره)

۱. (۱۰+۴۰ نمره)

مسالهای رگرسیونی را در نظر بگیرید که تابع هزینه آن به فرم زیر است.

$$\min_W F(W) = \lambda W^T W + \|XW - Y\|_2^2$$

(آ) (۱۰ نمره) تاثیر اضافه شدن جمله‌ی اول بر جواب بهینه‌ی بدست آمده برای W چیست؟

(ب) (۲۰ نمره امتیازی) فرم بسته‌ی مقدار بهینه برای W را بدست آورید.

(ج) (۲۰ نمره امتیازی) تعریف می‌کنیم

$$W_1 = \operatorname{argmin}_W L(W)$$

$$W_2 = \operatorname{argmin}_W L(W) + \lambda W^T W$$

که $L(W)$ یک تابع کلی برحسب W است. اثبات کنید رابطه‌ی زیر برقرار است و سپس ارتباط آن با قسمت الف را بنویسد.

$$\|W_2\|_2 \leq \|W_1\|_2$$

Neural Net (۹۰ نمره)

۱. (۴۰ نمره) در حالت کلی نشان دهید خروجی هر شبکه عصبی با توابع فعال‌سازی خطی (و m لایه‌ی مخفی) را می‌توان با شبکه‌ای عصبی بدون لایه‌ی مخفی تشکیل داد.

۲. (۵۰ نمره) یک لایه در شبکه عصبی را در نظر بگیرید که متشکل از دو نورون است و ورودی آن نیز یک بردار دو بعدی است ($x \in \mathbb{R}^2$). اگر تابع activation دلخواه f را برای این لایه اعمال کنیم، می‌توان خروجی را به طور زیر نوشت:

$$y = f(Wx + b)$$

که $W \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ ماتریس وزن‌هاست و $b \in \mathbb{R}^2$ بردار bias‌هاست. حال اگر ما گرادینان تابع هزینه نسبت به خروجی این لایه داشته باشیم، با استفاده از قاعده زنجیری مشتق تابع هزینه نسبت به ماتریس وزن $\frac{\partial E}{\partial W}$ و بردار bias $\frac{\partial E}{\partial b}$ را بر حسب $\frac{\partial E}{\partial y}$ و ورودی x محاسبه کنید. استفاده از روابط **مشتق ماتریسی** توصیه می‌شود.