



دانشگاه صنعتی شریف

دانشکده مهندسی کامپیوتر

هوش مصنوعی

بهار ۱۴۰۰

استاد: محمدحسین رهبان

گردآورندگان: پارسا اسکندر، امین روانبخش

مهلت ارسال: ۲۶ اسفند

جست و جوی محلی و فضای پیوسته

تمرین دوم بخش دوم

- مهلت ارسال پاسخ تا ساعت ۲۳:۵۹ روز مشخص شده است.
- همکاری و همفکری شما در انجام تمرین مانعی ندارد اما پاسخ ارسالی هر کس حتما باید توسط خود او نوشته شده باشد.
- در صورت همفکری و یا استفاده از هر منابع خارج درسی، نام همفکران و آدرس منابع مورد استفاده برای حل سوال مورد نظر را ذکر کنید.
- لطفا تصویری واضح از پاسخ سوالات نظری بارگذاری کنید. در غیر این صورت پاسخ شما تصحیح نخواهد شد.
- بخش اجباری دارای ۱۰۰ نمره است و نمره اضافی، نمره امتیازی در نظر گرفته می شود.

سوالات جست و جوی محلی (۶۰ نمره)

۱. (۶۰ نمره) در یک گراف، به دوری که در آن همه ی راس های گراف دقیقا یکبار دیده شود، دور همیلتونی می گویند. مساله ی پیدا کردن دور همیلتونی در حالت کلی NP-Complete است اما می خواهیم به کمک الگوریتم ژنتیک راه حلی برای آن ارائه دهیم.
- (آ) (۳۰ نمره) رشته های DNA و تابع سازگاری (fitness) را تعریف کنید. مقدار تابع سازگاری برای زمانی که به رشته ی هدف (دور همیلتونی) رسیده باشیم چقدر است؟
- (ب) (۳۰ نمره) هر کدام از مراحل selection, cross-over, mutation را برای این مساله و هم چنین تعبیر گرافی آن را توضیح دهید.

سوالات جست و جوی در فضای پیوسته (۶۰ نمره)

۱. (۶۰ نمره) در این سوال می خواهیم به بررسی خواص توابع توابع محدب بپردازیم
- (آ) (۲۰ نمره) می دانیم شرط لازم و کافی برای محدب بودن تابع $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ به صورت زیر است

$$\forall x, y \in \mathbb{R}^n, 0 \leq \alpha \leq 1 : f(\alpha x + (1 - \alpha)y) \leq \alpha f(x) + (1 - \alpha)f(y)$$
 با توجه به گزاره ی بالا اثبات کنید
 - $\forall x, y \in \mathbb{R}^n : f(y) \geq f(x) + \nabla f(x)^T (y - x)$
 - ثابت کنید ماتریس هسیان در تمامی فضا، مثبت نیمه معین است.
- (ب) (۱۰ نمره) آیا توابع زیر محدب هستند؟ توضیح دهید (در صورت نیاز با استفاده از نمودار هندسی توضیح دهید)
 - $x \in \mathbb{R} : e^x - x$
 - $S = \{(x, y) | (x^2 + y^2) \leq 1, y \geq x^3, y \geq -x\}$
- (ج) (۱۰ نمره) اگر $f(x) = x^3 + 3x^2$ باشد، دامنه ی f را جوری بیابید که f محدب باشد
- (د) (۲۰ نمره) ثابت کنید تابع سیگموئید محدب است. (در بازه ی منفی بی نهایت تا صفر)

$$\sigma = \frac{1}{1 + e^{-x}}$$