

بهار ۱۴۰۰

استاد: محمد حسین رهبان گردآورندگان: حمیدرضا کامکاری، علی قربانپور



دانشگاه صنعتی شریف دانشکدهی مهندسی کامپیوتر

مهلت ارسال: ۱۷ فروردین

## CSP-Adversarial

تمرين سوم

- مهلت ارسال پاسخ تا ساعت ۲۳:۵۹ روز مشخص شده است.
- همکاری و همفکری شما در انجام تمرین مانعی ندارد اما پاسخ ارسالی هر کس حتما باید توسط خود او نوشته شده باشد.
- در صورت همفکری و یا استفاده از هر منابع خارج درسی، نام همفکران و آدرس منابع مورد استفادهبرای حل سوال مورد نظر را ذکرکنید.
  - لطفا تصویری واضح از پاسخ سوالات نظری بارگذاری کنید. در غیر این صورت پاسخ شما تصحیح نخواهد شد.
- دو بخش این تمرین به صورت همزمان ریلیز شده است. در کوئرا در قسمت مربوط به آپلود این تمرین، دو بخش جداگانه برای آپلود بخشهای متفاوت در نظر گرفته شده. توجه داشته باشید که باید حتما هر بخش را در قسمت مربوط به خود آیلود کنید و فایل را به صورت یکجا آیلود نکنید.
  - بخش ۳.۱ دارای ۲۰ نمره امتیازی است و با گرفتن ۱۰۰ نمره از ۱۲۰ نمره، نمرهی کامل تمرین را دریافت میکنید.

## سوالات CSP (بخش ۲.۱) (۳.۱ نمره)

- ۱. (۶۰ نمره) مسائل زیر را با استفاده از یک مسئله Constraint Satisfaction Problem (CSP) مدلسازی کنید که در آن تعداد constraint ها و اندازههای شان چند جمله ای بر حسب اندازه خروجی باشد.
- الف) کشوری دارای n شهر هست که این شهرها با m جاده به هم متصل اند. قانون عجیبی در این کشور وجود دارد که جمعیت هر دو شهر مجاور باید لااقل ۱۰۰۰ نفر اختلاف داشته باشد. از طرفی برای اینکه یکی از شهرها پرجمعیت نشود جمعیت پرجمعیت ترین شهر باید حداکثر m برابر جمعیت شهر کم جمعیت باشد. اگر جمعیت هر شهر را پارامتری در نظر بگیریم، سعی کنید با استفاده از CSP مسئله را مدل کنید.
- ب) طبق قضیهای میدانیم هر نقشه را میتوان با حداکثر ۴ رنگ رنگ آمیزی کرد به طوریکه مناطق مجاور ناهمرنگ باشند. حالا فرض کنید میخواهیم با استفاده از ۴ رنگ آبی، قرمز، سیز و سفید میخواهیم نقشه را رنگ کنیم به طوری که رنگ آبی بیشترین استفاده را داشته باشد، سپس رنگ قرمز و سپس رنگ سبز و نهایتاً رنگ سفید را از همه کمتر استفاده کرده باشیم. در عین حال تعداد مناطقی که با آبی رنگ کرده ایم حداکثر ۱/۵ برابر تعداد مناطقی باشد که با سفید رنگ آمیزی کرده ایم. به چنین رنگ آمیزی استفاده از CSP رنگ آمیزی متعادل می گوییم. مسئله رنگ آمیزی متعادل را به ازای یک نقشه دلخواه با استفاده از مدل کنید.

## ۲. (۲۰ نمره)

- الف) گراف CSP را در نظر بگیرید که strong k-consistant میباشد. فرض کنید درجه رئوس این گراف حداکثر k-1 است. در اینصورت ثابت کنید با O(nd) میتوانیم مسئله CSP را حل کنیم. k-1 مقادیری است که رئوس میتوانند دریافت کنند و n نیز تعداد رئوس است)
- ب) حالاً فرض کنید درجه هر رأس حداکثر k است اما لااقل یکی از رئوس درجهاش کمتر از k میباشد. باز هم نشان دهید در صورت داشتن strong k-consistancy میتوانیم در O(nd) مسئله را حل کنیم.

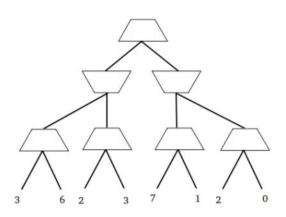
۳. (۴۰ نمره) برای برگزاری کنفرانسی در دانشگاه شریف از ۶ سخنران دعوت شده است تا در این کنفرانس سخنرانی کنند. ارائهها در بازههای یکساعته برنامهریزی شده است بدین صورت که زمان شروع آنها میتواند یکی از ساعات ۲، ۲، ۳ و ۴ عصر باشد. از این افراد پرسیدیم چه زمانی برای ارائهی آنها مناسب است و یک زیرمجموعه از مجموعه ساعات ممکن را به عنوان پاسخ در دست داریم. مورد دیگری که باید در نظر گرفت محتوای ارائههاست به گونهای که برخی ارائهها را نمیتوان همزمان در یک ساعت در سالنهای مختلف شروع کرد، زیرا شرکت کنندگان به طور عمده به هر دوی این سخنرانیها علاقهمند هستند. جدول زیر شرایط گفته شده را برای سخنرانهای مختلف نشان می دهد.

گراف محدودیت را برای این مسئله رسم کنید. همچنین یک زمانبندی که این محدودیتها را ارضا میکند مشخص کنید.

افرادی که نباید همزمان با این سخنران ارائه داشته باشند	ساعتهای ممکن برای سخنرانی	سخنران
حسن، امين، سينا، الهه	1	على
امين، سينا، الهه	۱، ۲، ۳، ۴	حسن
الهه	۲،۳،۲،۱	امين
	۲،۳،۲،۱	سينا
صبرينه	۲،۲،۱	الهه
	۲	صبرينه

## سؤالات adversarial (بخش ۱۰۰) (۳.۲ نمره)

۱. (۶۰ نمره) دو نفر یک بازی zero-sum به صورت زیر میکنند. نفر اول سعی دارد نتیجه بازی را بیشینه کند در حالیکه نفر دوم سعی دارد نتیجه بازی کمینه بشود. توجه کنید نفر اول میتواند تقلب کند به این صورت که هر گاه نوبت نفر دوم شد به جای او بازی کند. اما با این کار c امتیاز منفی خواهد گرفت. بنابراین ممکن است در جاهایی تقلب صرفه نداشته باشد. دقت کنید که نفر دوم از تقلب کردن نفر اول مطلع نیست و با استراتژی minimax بازی میکند.



- الف) به ازای c = 1 سعی کنید درخت را با اعداد پر کنید به صورتی که در هر رأس مقدار امتیاز آن فرد باشد در صورتیکه هوشمندانه عمل کند.
  - ب) به ازای  $c = \Delta$  درخت را یر کنید.
  - ج) آیا میتوانیم از روشهایی مثل alpha-beta pruning برای بهینه تر کردن جست وجو استفاده کنیم؟
    - ۲. (۴۰ نمره) سينا و الهه در حال انجام بازي زير هستند.
- در ابتدا دو مجموعه سکه روی میز قرار دارد که در آنها به ترتیب ۱ و ۴ سکه قرار دارد. بازی را سینا آغاز میکند.

- سینا می تواند مجموعه با سکههای بیشتر را انتخاب کند (حرکت C) یا به الهه اجازه ی حرکت دهد (حرکت C). اگر سینا تصمیم C را بگیرد به خودش C سکه و به الهه C سکه خواهد رسید. اگر تصمیم C را بگیرد گروه تعداد سکههای هر دو گروه بر روی میز دو برابر می شود. حال نوبت الهه است که تصمیم بگیرد گروه بزرگتر را انتخاب کند یا با دادن نوبت به سینا تعداد سکههای بازی را دو برابر کند. (دقت کنید که با حرکت C بازی تمام می شود)
- این بازی تا حداکثر ۱۰۰۰ مرحله انجام می شود. در مرحلهی ۱۰۰۰ الهه با انتخاب P به پول ۲۱۰۰۰ می رسد و همین مقدار نیز به سینا می رسد.

گراف بازی به همراه سود سینا و الهه برای حالات مختلف را رسم کنید.

اگر سینا و الهه هر دو به دنبال بیشینه کردن سود خود باشند با استفاده از هرس کردن از حالات انتهایی به سمت بالا مشخص کنید به هر کدام چند سکه خواهد رسید.