دانشگاه صنعتی شریف
دانشکده‌ی مهندسی کامپیوتر

هوش مصنوعی

پاییز ۱۴۰۱

استاد: محمدحسین رهبان

گردآورندگان: ارشان دلیلی، آرمان بابایی، آریا جلالی، رضا عبداله‌زاده

پاسخ تمرین اول — **مقدمه و جست‌وجو، جست‌وجوی محلی، بهینه‌سازی پیوسته** — مهلت ارسال: ۱۸ آبان

- مهلت ارسال پاسخ تا ساعت ۲۳:۵۹ روز مشخص‌شده است.
- در طول ترم امکان ارسال با تاخیر پاسخ همه‌ی تمارین تا سقف ۱۰ روز و در مجموع ۲۰ روز، وجود دارد. پس از گذشت این مدت، پاسخ‌های ارسال‌شده پذیرفته نخواهند بود. همچنین، به ازای هر روز تأخیر غیر مجاز ۱۰ درصد از نمره تمرین به صورت ساعتی کسر خواهد شد.
- هم‌کاری و هم‌فکری شما در انجام تمرین مانعی ندارد اما پاسخ ارسالی هر کس حتما باید توسط خود او نوشته شده باشد.
- در صورت هم‌فکری و یا استفاده از هر منابع خارج درسی، نام هم‌فکران و آدرس منابع مورد استفاده برای حل سوال مورد نظر را ذکر کنید.
- لطفا تصویری واضح از پاسخ سوالات نظری بارگذاری کنید. در غیر این صورت پاسخ شما تصحیح نخواهد شد.

سوالات نظری (۱۴۳ نمره)

۱. (۱۸ نمره) درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را با ذکر دلیل یا مثال نقض نشان دهید.

(آ) محیطی [۱] وجود دارد که هر عاملی [۲] در آن رفتار عقلانی [۳] دارد.

(ب) امکان عقلانی بودن یک عامل در دو محیط متفاوت وجود دارد.

(ج) عاملی که تنها اطلاعات جزئی [۴] درباره‌ی استیت دریافت می‌کند، نمی‌تواند کاملا عقلانی باشد.

حل.

(آ) درست. به عنوان مثال در محیطی با یک استیت، به طوری که تمامی کنش‌ها [۵] پاداش [۶] یکسانی دارند، کنشی که انتخاب می‌شود مهم نیست.

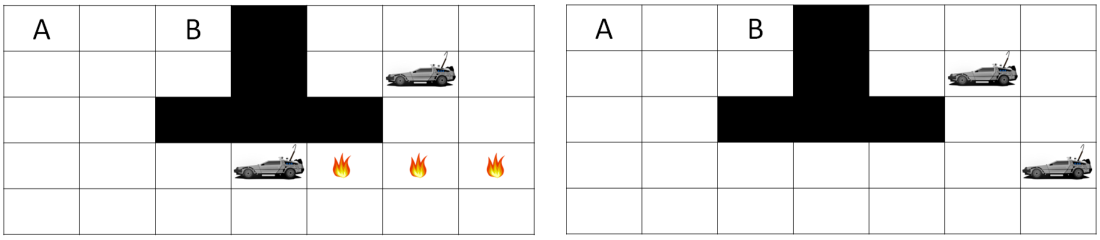
(ب) درست. می‌توانیم بخش‌های از محیط که توسط سیاست بهینه قابل دسترسی نیستن را تغییر دهیم به شرطی که آن بخش‌ها هنوز توسط عامل ما قابل دسترسی نباشند.

(ج) غلط. منطقی بودن یک عامل وابسته به توانایی تصمیم‌گیری درست با توجه به اطلاعات داده شده به آن عامل است.

۲. (۳۰ نمره) به دلیل تبحر شما در هوش مصنوعی، کنترل دو ماشین سفر در زمان به شما داده شده است. این دو ماشین که در یک سیاره‌ی مسطح با $N \times M$ کاشی گیر کرده‌اند، برای فرار از آن نیاز دارند به نقاط مشخص شده‌ای که در شکل پایین مشخص شده است برسند. در هر حرکت، هر دو ماشین حرکت می‌کنند. هر ماشین می‌تواند جابجا نشود و یا به یکی از همسایه‌های آزاد خود برود. ماشین‌ها نمی‌توانند هر دو وارد یک خانه شوند.

[۱] Environment
[۲] Agent
[۳] Rational
[۴] Partial Information
[۵] Actions
[۶] Reward

ماشین‌های ما برای سفر در زمان نیاز دارند به سرعت ۸۸ مایل بر ساعت برسند و به دلیل اصطکاک بالای این سیاره، یک دنباله‌ای از آتش از خود به جا می‌گذارند. ماشین‌ها نمی‌توانند وارد خانه‌ای شوند که ماشین دیگر یا خودشان قبلا در آن جا حضور داشتند؛ زیرا باعث منفجر شدن ماشین می‌شود.



همانطور که از شکل بالا مشخص است، ماشین پایین با سه حرکت به سمت چپ مسیر ماشین بالا را کامل بسته است و راه خروجی برای او نگذاشته است.

شما باید در کمترین تعداد حرکت هر ماشین را به مسیر خروجی خود (که روی شکل مشخص شده‌اند و از قبل می‌دانیم هر خروجی مربوط به کدام ماشین است) برسانید.

** دقت کنید جواب‌های شما باید برای حالت کلی نیز برقرار باشد و تنها خاص شکل بالا نباشد.

(آ) کران بالای مناسبی برای اندازه فضای مسئله برحسب N و M بدست بیاورید.

(ب) کران بالای مناسبی برای ضریب انشعاب [۷] بدست بیاورید.

(ج) یک تابع اکتشافی [۸] قابل‌قبول [۹] غیربدیهی [۱۰] برای مسئله ارائه دهید.

حل.

(الف) دقت کنید به ازای هر کاشی ۲ حالت آتش و یا حالت عادی داریم و هر خودرو می‌تواند در MN کاشی موجود قرار بگیرد، در نهایت با استفاده از اصل ضرب می‌توانیم کران بالای مقابل را برای اندازه‌ی فضای مسئله ارائه بدهیم.

$$2^{MN}(MN)^2$$

(ب) ۲۵ برای اولین حرکت و ۱۶ برای بعد از آن.

در ابتدا هر ماشین توانایی حرکت در ۴ جهت و یا حرکت نکردن را دارد و در ادامه به دلیل محدود شدن یک جهت به دلیل دنباله آتش تنها ۴ عمل برای ماشین باقی می‌ماند.

(ج) ماکسیمم فاصله‌ی منهتن ماشین ۱ از خروجی خود و ماشین ۲ از خروجی خود.
جواب‌های درست دیگری نیز وجود دارد.

۳. (۲۰ نمره) به سوالات زیر پاسخ کوتاه دهید. (با استدلال)

(آ) فرض کنید تابع f یک تابع محدب باشد که بر روی $\mathbb{R}$ تعریف شده است. اگر تابع اکتشافی $h(x)$ برای مسئله‌ای با تابع هزینه‌ی $h^*(x)$ قابل‌قبول باشد، اثبات کنید تابع اکتشافی $f'(h(x))$ برای مسئله‌ای با تابع هزینه‌ی

[۷] Branching Factor
[۸] Heuristic Function
[۹] Admissible
[۱۰] Non-Trivial

$f'(h^*(x))$ قابل‌قبول است.

(ب) در صورت داشتن تابع‌های اکتشافی قابل‌قبول $h_1(n), h_2(n), \ldots, h_m(n)$ که هیچکدام بقیه را غالب نکند، تابع اکتشافی جدیدی ارائه دهید که هم قابل‌قبول باشد و هم توابع اکتشافی $h_1(n), h_2(n), \ldots, h_m(n)$ را غالب کند.

حل.

(الف) دقت کنید چون تابع f یک تابع محدب است، می‌دانیم $f''(x) >= 0$ که صعودی بودن مشتق تابع f را نشان می‌دهد. حال می‌توانیم بنویسیم.

$$h(x) \leq h^*(x) \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow f'(h(x)) \leq f'(h^*(x))$$

(ب) $max(h_1(n), h_2(n), \ldots, h_m(n))$

۴. (۲۵ نمره) می‌خواهیم مسئله‌ی SSP را با استفاده از الگوریتم ژنتیک حل کنیم. برای این کار مکانیزم crossover و جهش مربوط به الگوریتم ژنتیک را برای مسئله‌ی گفته شده ارائه دهید.

حل.

می‌توانیم وجود هر عنصر را با ۱ و عدم آن را با ۰ نشان دهیم. برای crossover می‌توانیم با استفاده از Uniform crossover بچه‌ی جدید تولید کنیم. به این صورت که هر بیت را می‌توانیم با احتمال خاصی از والد اول یا والد دوم بگیریم. در نهایت برای جهش نیز می‌توانیم با یک احتمال خاصی یک بیت را از ۰ به ۱ و یا از ۱ به ۰ تبدیل کنیم.

۵. (۳۰ نمره) جمعیتی متشکل از پنج کروموزم را با مقادیر فیتنس (قبل از امتیازبندی)

$$f_1 = ۵, f_2 = ۷, f_3 = ۸, f_4 = ۱۰, f_5 = ۱۵$$

در نظر بگیرید. در هر یک از حالات مقابل احتمال انتخاب کروموزم ۴ در یک مرحله‌ی انتخاب را محاسبه کنید.

(آ) انتخاب چرخ رولت [۱۱]

(ب) انتخاب چرخ رولت پس از مرتب کردن امتیازها به صورت خطی(بالاترین امتیاز برابر با ۱۰ و کمترین امتیاز مقدار ۱ را در امتیازبندی جدید به خود می‌گیرند)

(ج) انتخاب تورنمنت [۱۲] با سایز تورنمنت برابر با ۲، و احتمال ۰/۷۵ برای انتخاب بهترین کروموزم در هر تورنمنت.

حل.

(آ)

$$p_i = \frac{f_i}{\sum_{j=1}^{N} f_j} \Rightarrow p_4 = \frac{۱۰}{۵ + ۷ + ۸ + ۱۰ + ۱۵} = \frac{۲}{۹}$$

[۱۱] Roulette Wheel Selection
[۱۲] Tournament Selection

(ب)

$$p_۴ = \frac{۵/۵}{۱ + ۲/۸ + ۳/۷ + ۵/۵ + ۱۰} \approx ۰/۲۴$$

(ج) کروموزم ۴ با احتمال $\frac{۱}{۱۰}$ در مقابل هر رقیب شرکت می‌کند و در مقابل کروموزم ۵ با احتمال ۰/۲۵ و در بقیه‌ی موارد با احتمال ۰/۷۵ انتخاب می‌شود. در نهایت داریم.

$$\frac{۱}{۱۰}(۰/۲۵ + ۰/۷۵ + ۰/۷۵ + ۰/۷۵) = ۰/۲۵$$

۶. (۲۰ نمره) فرض کنید تابع f یک تابع محدب [۱۳] مشتق‌پذیر با دامنه‌ی $\mathbb{R}_+$ باشد.

(آ) اثبات کنید تابع

$$F(x) = \frac{۱}{x}\int_۰^x f(t)dt, \quad x \in \mathbb{R}_{++}$$

محدب است.($\mathbb{R}_{++}$ به معنای اعداد حقیقی مثبت و $\mathbb{R}_+$ به معنای اعداد حقیقی نامنفی است.)

(ب) نامساوی زیر را اثبات کنید

$$\int_a^b f(t)dt \leq \frac{۱}{۲}(b-a)(f(a)+f(b)) \quad (a,b) \in R_+^۲$$

حل.

(آ) با دو بار مشتق گرفتن از $F(x)$ داریم.

$$F'(x) = -(\frac{۱}{x^۲})\int_۰^x f(t)dt + \frac{f(x)}{x}$$

$$F''(x) = \frac{۲}{x^۳}\int_۰^x f(t)dt - ۲\frac{f(x)}{x^۲} + \frac{f'(x)}{x}$$
$$= \frac{۲}{x^۳}\int_۰^x (f(t) - f(x) - f'(x)(t-x))dt$$

حال از محدب بودن تابع $f(x)$ نتیجه می‌شود.

$$f(t) \geq f(x) + f'(x)(t-x) \Rightarrow F''(x) \geq ۰$$

(ب)

$$\int_a^{\frac{b+a}{۲}} f(t)dt - \frac{b-a}{۲}f(a) = \int_a^{\frac{b+a}{۲}}\int_a^t f'(s)dsdt \leq$$
$$\int_{\frac{b+a}{۲}}^b \int_t^b f'(s)dsdt = \frac{b-a}{۲}f(b) - \int_{\frac{b+a}{۲}}^b f(t)dt$$

در نهایت داریم.

$$\int_a^b f(t)dt \leq \frac{b-a}{۲}(f(b)+f(a))$$

[۱۳] Convex