



دانشگاه صنعتی شریف

دانشکده مهندسی کامپیوتر

## هوش مصنوعی

بهار ۱۴۰۰

استاد: محمدحسین رهبان

گردآورندگان: پویا معینی، کورش شریعت

تمرین ششم بخش اول

یادگیری ماشین و دسته‌بندی

مهلت ارسال: ۲۸ اردیبهشت

- مهلت ارسال پاسخ تا ساعت ۲۳:۵۹ روز مشخص شده است.
- هم‌کاری و هم‌فکری شما در انجام تمرین مانعی ندارد اما پاسخ ارسالی هر کس حتما باید توسط خود او نوشته شده باشد.
- در صورت هم‌فکری و یا استفاده از هر منابع خارج درسی، نام هم‌فکران و آدرس منابع مورد استفاده برای حل سوال مورد نظر را ذکر کنید.
- لطفا تصویری واضح از پاسخ سوالات نظری بارگذاری کنید. در غیر این صورت پاسخ شما تصحیح نخواهد شد.

### سوالات نظری (۱۰۰ نمره)

۱. (۵۰ نمره)

فرض کنید  $Y \sim \text{Bernouli}(p)$  پیروی میکند (قاعدتا  $Y$  یک متغیر تصادفی باینری است). سپس فرض کنید  $N$  مشاهده‌ی i.i.d از  $Y$  داریم.

(آ) درست‌نمایی این مشاهدات را به دست آورید. سپس از آن لگاریتم بگیرید. به عبارت بهتر  $\log$ -Likelihood را محاسبه کنید.

(ب) قاعدتا قصد داریم رابطه‌ی به دست آمده در قسمت قبل را بیشینه کنیم. این هدف معادل است با کمینه کردن قرینه‌ی آن. حال فرض می‌کنیم بین  $p$  و  $x$  رابطه‌ی  $\log\left(\frac{p}{1-p}\right) = ax + b$  برقرار است. با جاگذاری این رابطه در رابطه‌ی قبل، به چه معادله‌ی مشهوری می‌رسیم؟ (فرض کنید مشابه مشاهدات  $Y$ ،  $n$  مشاهده‌ی iid برای  $x$  نیز داریم).

۲. (۵۰ نمره)

همانطور که می‌دانید الگوریتم Logistic Regression معمولا برای حالت دسته‌بندی باینری به کار می‌رود. اما برای حالتی که  $K$  دسته داشته باشیم نیز به سادگی قابل تعمیم است.

(آ) چه تغییراتی لازم است انجام دهیم تا الگوریتم از حالت باینری به حالت  $K$ -class تبدیل شود.

(ب) شبه کد کامل الگوریتم تغییر یافته را با فرض حل مساله‌ی بهینه‌سازی با استفاده از Stochastic gradient descent بنویسد.