

سؤال 1
الف

$$P(A|e, f) \propto P(A, e, f)$$

$$\text{choose } G: \sum_G P(G|e) = 1$$

$$\text{choose } C: \sum_C P(C|A, B) P(D|C) P(e|C) = \sum_C P(C, D, e|A, B) = P(D, e|A, B)$$

$$\text{choose } D: \sum_D P(f|D) P(D, e|A, B) = \sum_D P(D, f, e|A, B) = P(f, e|A, B)$$

$$\text{choose } B: \sum_B P(B) P(f, e|A, B) = \sum_B P(B, f, e|A) = P(f, e|A)$$

$$P(A) \text{ ضرب } : P(A) \times P(f, e|A) = P(A, e, f)$$

سؤال 1

ب

$$P(A|e,f) \propto P(A,e,f)$$

$$\text{choose } G : \sum_G P(G|e) = 1$$

$$\text{choose } D : \sum_D P(D|C) P(e|D) P(f|D) = \sum_D P(e,f,D|C) = P(e,f|C)$$

$$\text{choose } B : \sum_B P(B) P(C|A,B) = \sum_B P(B,C|A) = P(C|A)$$

$$\text{choose } C : \sum_C P(C|A) P(e,f|C) = \sum_C P(C,e,f|A) = P(e,f|A)$$

$$P(A) \text{ ضرب : } P(e,f|A) \times P(A) = P(A,e,f)$$

سؤال 1

ب

Elimination :

$$P(A|b_+, c_-) \propto P(A, b_+, c_-)$$

$$P(A, b_+, c_-) = \sum_{D, E} P(b_+) P(E|b_+) P(A|b_+) P(c_-|A) P(D|A)$$

$$= P(b_+) P(A|b_+) P(c_-|A) \sum_D P(D|A) \sum_E P(E|b_+)$$

$$= P(b_+) P(A|b_+) P(c_-|A)$$

حاسب محاسبات بالا برای a_+ نیاز به ۲ عمل ضرب دارد. برای a_- هم به همین شکل است.
پس در کل ۴ ضرب لازم است. البته یک جمع و تقسیم هم برای normalization نیاز است.

$$P(a_+, b_+, c_-) = P(b_+) P(a_+|b_+) P(c_-|a_+) = 0.1 \times 0.1 \times 0.7 = 0.007$$

$$P(a_-, b_+, c_-) = P(b_+) P(a_-|b_+) P(c_-|a_-) = 0.1 \times 0.2 \times 0.9 = 0.018$$

$$\Rightarrow P(a_+|b_+, c_-) = \frac{0.007}{0.025} = 0.28$$

$$\Rightarrow P(a_-|b_+, c_-) = 1 - 0.28 = 0.72$$

Enumeration:

$$P(A|b+,c-) \propto P(A, b+, c-)$$

$$P(A, b+, c-) = \sum_{D, E} P(b+) P(E|b+) P(A|b+) P(c-|A) P(D|A)$$

محاسبه عبارت بالا برای a_+ ۴ حالت برای D, E دارد. بنابراین ۴ عبارت باید باهم جمع شوند. در عبارت ۱ از ۴ عبارت ضرب به دست می آید. همین مراحل برای a_- نیز باید تکرار شود. پس در کل ۳۲ ضرب و ۶ جمع داریم. البته یک تقسیم و جمع هم برای normalization نیاز است.

$$P(a+, b+, c-) = P(b+) P(a+|b+) P(c-|a+) \left\{ P(e+|b+) P(d+|a+) + P(e+|b+) P(d-|a+) + P(e-|b+) P(d+|a+) + P(e-|b+) P(d-|a+) \right\}$$

$$= 0.9 \times 0.8 \times 0.7 \times \left\{ 0.5 \times 0.2 + 0.5 \times 0.1 + 0.5 \times 0.2 \times 0.5 \times 0.1 \right\} = 0.1504$$

$$P(a-, b+, c-) = P(b+) P(a-|b+) P(c-|a-) \left\{ P(e+|b+) P(d+|a-) + P(e+|b+) P(d-|a-) + P(e-|b+) P(d+|a-) + P(e-|b+) P(d-|a-) \right\}$$

$$= 0.8 \times 0.2 \times 0.9 \times \left\{ 0.5 \times 0.1 + 0.5 \times 0.2 + 0.5 \times 0.1 + 0.5 \times 0.2 \right\} = 0.142$$

$$\Rightarrow P(a+|b+, c-) = \frac{P(a+|b+, c-)}{P(a+|b+, c-) + P(a-|b+, c-)} = \frac{0.1504}{0.1504 + 0.142} = 0.757$$

$$\Rightarrow P(a-|b+, c-) = 1 - P(a+|b+, c-) = 0.243$$

