



سوالات نظری (۱۰۰ نمره)

۱. (۴۰ نمره)

$$\frac{n(n-1)}{2}$$

یک شبکه بیزی با نودهای X_1, X_2, \dots, X_N در نظر بگیرید. حال فرض کنید بین تمامی X_j و X_i ها با شرط آنکه $j > i$ یال وجود دارد. پس تعداد کل یا کای این گراف برابر با $\frac{n(n-1)}{2} = 1 \dots (n-2)(n-1)$ است. حال برای آنکه نشان دهیم این گراف هیچ دور جهت داری ندارد از فرض خلف استفاده می‌کنیم: فرض خلف: دور جهت‌داری به شکل $X_{i_1}, X_{i_2}, \dots, X_{i_m}, X_{i_1}$ وجود دارد پس داریم:

$$i_1 < i_2 < \dots < i_m < i_1 \implies i_1 < i_1$$

پس فرض خلف باطل است و این گراف هیچ دور جهت داری ندارد.

۲. (۶۰ نمره)

•

$$\begin{aligned} P(B, E) &= \sum_a P(B, E, a) = \sum_a P(B)P(E)P(a|B, E) \\ &= P(B)P(E) \sum_a P(a|B, E) = P(B)P(E) \end{aligned}$$

•

$$P(B, E) = P(B)P(E) \implies B \perp E$$

•

$$\begin{aligned} P(A, B, M) &= P(B)P(A|B)P(M|A) = P(A)P(B|A)P(M|A) \\ P(B, M|A) &= \frac{P(A, B, M)}{P(A)} = \frac{P(A)P(B|A)P(M|A)}{P(A)} = P(B|A)P(M|A) \\ \implies B &\perp M|A \end{aligned}$$