



INSTITUTO TECNOLÓGICO  
DE  
BUENOS AIRES

INGENIERÍA ELECTRÓNICA  
22.01 - TEORÍA DE CIRCUITOS

---

**TRABAJO PRÁCTICO N°2**

---

*Grupo 4:*

Álvarez, Lisandro  
Fogg, Matias  
Díaz, Ian  
Delgado, Milton  
Dieguez, Manuel  
Oh, Victor

*Legajos:*

57771  
56252  
57515  
56451  
56273  
56679

APROBADO EN FECHA: .....

ENTREGADO EL 9 DE NOVIEMBRE DE 2019

# Índice general

<b>1. Celda Rauch (Deliyannis-Friend modificada)</b>	<b>3</b>
1.1. Transferencia Numérica . . . . .	3
1.2. Implementación del Filtro . . . . .	3
1.2.1. Transferencia de la Celda Rauch . . . . .	4
1.2.2. Impedancia de Entrada . . . . .	5
1.2.3. Diseño de la Celda . . . . .	5
1.2.4. Análisis de Sensibilidades . . . . .	6
1.3. Celda Construida . . . . .	7
1.3.1. Selección de componentes . . . . .	7
1.3.2. Resultados de las Mediciones . . . . .	7
1.3.3. Análisis de los Resultados . . . . .	8
1.3.4. Calibración . . . . .	9
1.3.5. Rango Dinámico . . . . .	9
1.4. Anexo . . . . .	10
1.4.1. Transferencia Numérica . . . . .	10
1.4.2. Transferencia de la Celda Rauch . . . . .	11
1.4.3. Impedancia de Entrada . . . . .	12
1.4.4. Análisis de Sensibilidades . . . . .	12
<b>2. Celda Sedra-Ghorab-Martin (R)</b>	<b>14</b>
2.1. Introducción . . . . .	14
2.2. Marco teórico . . . . .	14
2.3. Diseño . . . . .	16
2.3.1. Aproximación del filtro . . . . .	16
2.3.2. Separación en etapas . . . . .	17
2.3.3. Implementación de etapas: celdas Sedra . . . . .	18
2.3.4. Parámetros del circuito completo . . . . .	20
2.4. Mediciones . . . . .	25
2.5. Conclusión . . . . .	28
<b>3. Celda Universal</b>	<b>29</b>
3.1. Introducción . . . . .	29
3.2. Plantilla . . . . .	29
3.3. Cálculos teóricos . . . . .	29
3.4. Implementación . . . . .	31
3.5. Diseño . . . . .	33
3.5.1. Selección de configuracion de celda . . . . .	33
3.5.2. Selección de componentes . . . . .	36
3.5.3. Sensibilidades . . . . .	37
3.5.4. Análisis de montecarlo . . . . .	40

3.5.5. Impedancia de entrada . . . . .	40
3.5.6. Impedancia de salida . . . . .	41
3.6. Medición . . . . .	41
3.7. Conclusión . . . . .	43

# Capítulo 1

## Celda Rauch (Deliyannis-Friend modificada)

Se buscó implementar un filtro pasa banda que cumpla con los parámetros indicados en el Cuadro 1.1.

Pendiente Pasabajos normalizado	-40dB/dec
$f_p$	56kHz
$B$	1/10
$A_p$	3dB
$Z_{in}(f)$	$\geq 50\text{k}\Omega$

Cuadro 1.1: Filtro Chebycheff

### 1.1. Transferencia Numérica

A partir del dato de la pendiente del pasabajos normalizado, se determina que utilizando la aproximación de Chebycheff el orden del filtro será  $n = 2$ . Aunque la amplitud máxima del filtro en banda pasante es  $A_p = 3\text{dB}$  se utilizó para el cálculo de la transferencia  $A_p = 1$  ya que se previó que por las tolerancias de los componentes la curva de la transferencia se desplazará. Usando la aproximación de Chebycheff para el filtro pasabajos normalizado y desnormalizándolo a un filtro pasabajos (véase Anexo), se obtuvo la expresión (1.1) de orden  $n = 4$ .

$$H_{BP}(s) = \frac{1,2380 \cdot 10^9 s^2}{s^4 + 3,8625 \cdot 10^4 s^3 + 2,4897 \cdot 10^{11} s^2 + 4,7819 \cdot 10^{15} + 1,5328 \cdot 10^{22}} \quad (1.1)$$

La plantilla resultante para este filtro se puede observar en la Figura 1.1.

Luego, utilizando herramientas matemáticas, se factorizó (1.1) en productos de transferencias de orden 2 para poder implementar el circuito correspondiente:

$$H_{BP}(s) = \frac{3,3645 \cdot 10^4 s}{s^2 + 1,8449 \cdot 10^4 s + 1,1320 \cdot 10^{11}} \cdot \frac{3,6797 \cdot 10^4 s}{s^2 + 2,0176 \cdot 10^4 s + 1,3540 \cdot 10^{11}} \quad (1.2)$$

### 1.2. Implementación del Filtro

Ambas transferencias de segundo orden de la expresión (1.2) se pueden expresar de la manera estándar:

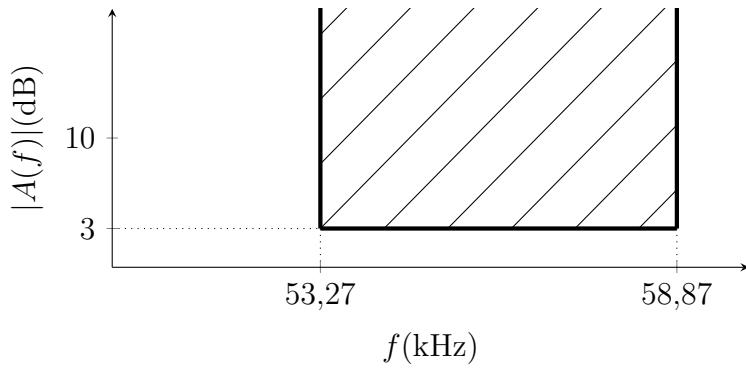


Figura 1.1: Plantilla del Pasabandas

$$H_{BPI}(s) = \frac{G \frac{w_{0i}}{Q_i} s}{s^2 + \frac{w_{0i}}{Q_i} s + w_0^2} \quad (1.3)$$

Se utilizaron dos celdas Rauch pasabanda para la implementación física cada etapa del filtro.

### 1.2.1. Transferencia de la Celda Rauch

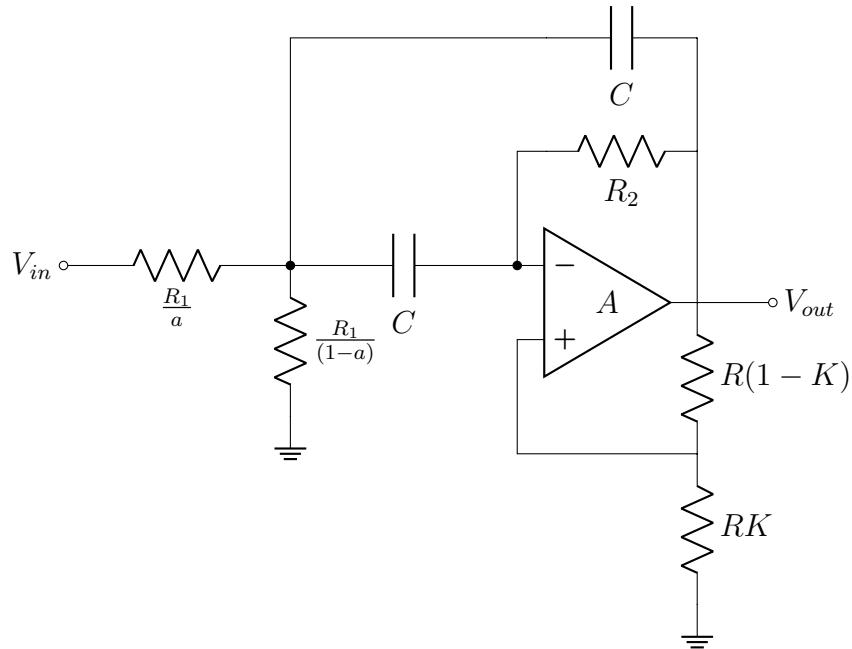


Figura 1.2: Celda Rauch con Q mejorado

Se buscó implementar el filtro con transferencia (1.2) utilizando dos celdas Rauch en una configuración Pasabandas con los criterios de diseño de *Rolf Schaumann* en su libro "*Design of Analog Filters*". A partir de la expresión (1.3) se puede observar que en ambos casos, se requiere de un Q alto al implementar esta celda. Sin embargo, si se intentara sintetizar con la configuración básica de este se una relación entre  $R_1$  y  $R_2$  demasiado alta. Para resolver este problema, se implementó la celda Rauch con retroalimentación positiva para mejorar este factor de calidad sin necesidad de una relación alta entre resistencias.

Como se observa en la figura 1.2, esta celda suele construirse con ambos capacitores del mismo valor.

Asumiendo que el amplificador operacional es ideal para la etapa de diseño del filtro, resolviendo el circuito con asistencia de herramientas matemáticas, se obtuvo la transferencia de la celda:

$$H(s) = -\frac{1}{1-K} \cdot \frac{G_0 \frac{w_0}{Q_0} s}{s^2 + \frac{w_0}{Q_0} \cdot (1 - 2Q_0^2 \alpha) s + w_0^2} \quad (1.4)$$

donde

$$w_0^2 = \frac{1}{R_1 R_2 C^2} \quad G_0 = \frac{a R_2}{2 R_1} \quad Q_0 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{R_2}{R_1}} \quad \alpha = \frac{K}{1-K}$$

Para llevar la transferencia (1.4) a la forma estándar (1.3) se tiene:

$$Q = \frac{Q_0}{(1 - 2Q_0^2 \alpha)} \quad G = G_0 \cdot \frac{Q}{Q_0} \cdot \frac{1}{1-K}$$

### 1.2.2. Impedancia de Entrada

Para continuar con el diseño, se calculó también la impedancia de entrada de la celda:

$$Z_{in} = \frac{R_1}{a} \cdot \frac{s^2 + \frac{w_0}{Q} s + w_0^2}{s^2 + \frac{w_0}{Q} (1 - GK) s + w_0^2 + \frac{w_0}{Q} \frac{G(1-K)}{CR_2}} \quad (1.5)$$

El proceso del cálculo se encuentra en el anexo. Los valores en la expresión (1.5) corresponden a los utilizados en el diseño de la celda.

### 1.2.3. Diseño de la Celda

Una vez obtenidas las expresiones de las transferencias de las celdas y sus impedancias de entrada, se pudo calcular los valores de los componentes a utilizarse para construirlas.

De acuerdo al libro de Schaumann, fue estudiado que un valor óptimo para la construcción del circuito es tomar  $Q_0 \approx 1,5$  así que este será tomado como valor para el cálculo de los componentes.

Tomando como ejemplo la primera etapa de la transferencia (1.2) se calculó que:

$$\frac{3,3645 \cdot 10^4 s}{s^2 + 1,8449 \cdot 10^4 s + 1,1320 \cdot 10^{11}} = \frac{G \frac{w_0}{Q} s}{s^2 + \frac{w_0}{Q} s + w_0^2} \quad (1.6)$$

$$\Rightarrow \frac{w_0}{Q} = 1,8449 \cdot 10^4 \quad w_0^2 = 1,1320 \cdot 10^{11} \quad G \frac{w_0}{Q} = 3,3645 \cdot 10^4$$

$$\Rightarrow w_0 = 3,3645 \cdot 10^5 \quad Q = 18,24 \quad G = 1,824 \quad (1.7)$$

A partir de las expresiones anteriores se puede despejar

$$\alpha = \frac{1}{2Q_0^2} \left( 1 - \frac{Q_0}{Q} \right) = 0,203$$

Conociendo también la expresión de  $K$  se obtiene que

$$K = \frac{\alpha}{1 + \alpha} = 0,169$$

$$G_0 = G \frac{Q_0}{Q} (1 - K) = 1,824 \frac{1,5}{18,24} (1 - 0,169) = 0,1246$$

Finalmente, para calcular los valores de las resistencias se utilizaron las fórmulas descritas en el libro y se registraron los resultados en el cuadro 1.2.

$$R_2 = 2Q_0 \frac{1}{w_0 C} \quad R_1 = \frac{R_2}{4Q_0^2} \quad a = \frac{G_0}{2Q_0^2} \quad (1.8)$$

Valor	Celda 1	Celda 2
$C$	470pF	820pF
$R_1$	2,11kΩ	1,10kΩ
$a$	0,0277	0,0277
$R_1/a$	76,1kΩ	39,9kΩ
$R_1/(1-a)$	2,17kΩ	1,14kΩ
$R_2$	19,0kΩ	9,94kΩ
$RK$	1,69kΩ	1,69kΩ
$R(1-K)$	8,31kΩ	8,31kΩ
$Q$	18,27	18,27
$f_0$	5,35kHz	58,6kHz

Cuadro 1.2: Valores calculados para los componentes

Dado que era necesario que la impedancia de entrada sea  $Z_{in} \geq 50\text{k}\Omega$  se escogió un capacitor tal que se cumpla esta condición para la primera celda. El valor de la capacitancia se escogió iterativamente para que se cumpla esta condición en la simulación del circuito. En la segunda celda se escogió el capacitor para que todas las resistencias utilizadas se encuentren en el orden de los kΩ.

#### 1.2.4. Análisis de Sensibilidades

Para construir físicamente los componentes con sus valores necesarios, se analizó la sensibilidad en los parámetros  $Q$ ,  $G$ , y  $\omega_0$  en relación a sus componentes. Se calculó la sensibilidad de un parámetro  $X$  respecto a un componente  $Y$  con la expresión (1.9)

$$S_Y^X = \frac{\partial X}{X} / \frac{\partial Y}{Y} = \frac{Y}{X} \cdot \frac{\partial X}{\partial Y} \quad (1.9)$$

A partir de los resultados en el Cuadro 1.7 (Anexo) se obtuvieron los valores de las sensibilidades de cada celda.

Dado los altos niveles de sensibilidad respecto que se observan en ambas celdas respecto a las resistencias utilizadas, será necesario utilizar resistencias con tolerancias del 1% para que el circuito funcione dentro de los márgenes deseados. Por otro lado, para los valores de  $K$  también se observa un alto nivel de sensibilidad; por lo tanto, se utilizarán un preset más 2 resistencias para fijar el valor de  $K$ . Se utilizaron resistencias fijas de 8,2kΩ y 1,5kΩ más un preset de 200Ω, llegando a un total de  $R = 9,9\text{k}\Omega$ . Recalculando las resistencias se obtiene que:

$$KR = 1,677\text{k}\Omega \quad (1 - K)R = 8,223\text{k}\Omega$$

A partir de los valores de las sensibilidades,

$f(\dots)$	$\omega_0$	$Q$	$G$
$S_{R1}^f$	-0,5	-11,7	-12,2
$S_{R2}^f$	-0,5	11,7	12,2
$S_C^f$	-1	0	0
$S_K^f$	0	13,4	13,4
$S_A^f$	0	0	0
$S_a^f$	0	0	1

Cuadro 1.3: Sensibilidades de los parámetros en la Celda 1

$f(\dots)$	$\omega_0$	$Q$	$G$
$S_{R1}^f$	-0,5	-11,7	-12,2
$S_{R2}^f$	-0,5	11,7	12,2
$S_C^f$	-1	0	0
$S_K^f$	0	13,4	13,6
$S_A^f$	0	0	0
$S_a^f$	0	0	1

Cuadro 1.4: Sensibilidades de los parámetros en la Celda 2

## 1.3. Celda Construida

### 1.3.1. Selección de componentes

Se utilizaron los componentes indicados en los Cuadros 1.5 y 1.6 para construir las celdas.

Componente	Construcción	Valor	Unidad
$R_1/a$	$68k + 8,2k$	$76,2k$	$\Omega$
$R_1/(1 - a)$	$150k // 2,2k$	$2,17k$	$\Omega$
$R_2$	$18k + 1k$	$19,0k$	$\Omega$
$C$	$468p$	$468p$	F

Cuadro 1.5: Componentes de la primera celda

Todas las resistencias utilizadas fueron de tecnología SMD ya que las sensibilidades del circuito eran muy altas en todos los parámetros, no sólo de la relación de las resistencias en la retroalimentación positiva. Los capacitores utilizados fueron de tecnología multicapa para la primera celda por su disponibilidad y su respuesta en frecuencia más óptima para este rango de frecuencias. Por otro lado se utilizaron resistencias de tipo *Plate* para la segunda celda ya que para esa capacitancia era la tecnología disponible.

### 1.3.2. Resultados de las Mediciones

*Los resultados de las mediciones se agregarán más tarde.*

La respuesta en frecuencia fue medida, utilizando un *Analog Discovery*, excitando el circuito con una señal de entrada de amplitud  $1V_{PP}$ . La impedancia de entrada, por su lado, fue medida conectando un resistor de  $100k\Omega$  previo a la entrada del filtro y utilizando el *Analog Discovery* configurado para medir esta impedancia de entrada.

Componente	Construcción	Valor	Unidad
$R_1/a$	$39k + 820k$	$76,2k$	$\Omega$
$R_1/(1 - a)$	$1,5k//4,7k$	$2,17k$	$\Omega$
$R_2$	$1,8M//10k$	$19,0k$	$\Omega$
$C$	$809p$	$809p$	F

Cuadro 1.6: Componentes de la segunda celda

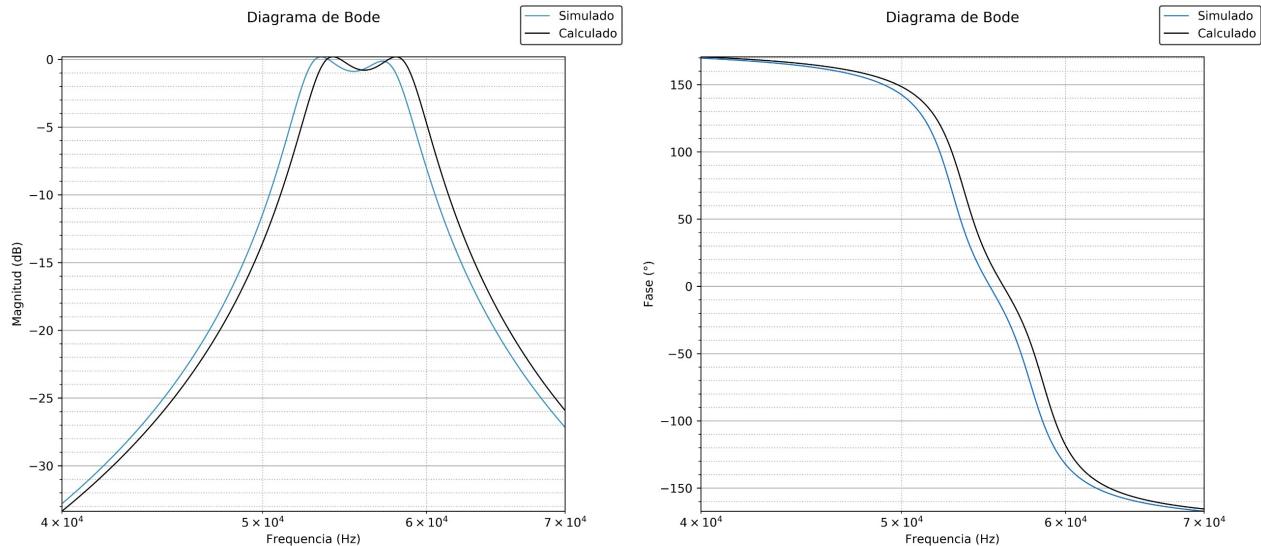


Figura 1.3: Transferencia de las Celdas en Cascada

### 1.3.3. Análisis de los Resultados

En la figura 1.3 se puede observar que no pudo obtenerse una transferencia que corresponda a la plantilla, a pesar que sí se pudo obtener un filtro pasabandas de cuarto orden. Esto puede deberse a que por las altas sensibilidades a los componentes que tienen los parámetros de las celdas, cualquier pequeña desviación en los valores necesarios pueden causar una significante modificación de estos.

En el caso de este filtro, dado que las capacitancias de los componentes son menores a las deseadas, toda la banda pasante se vio desplazada hacia la derecha en el gráfico de la respuesta en frecuencia. La causa de esto es más evidente en los gráficos 1.4 y 1.5 donde se puede observar cómo estas capacitancias distintas a las usadas para diseñar la celda causan que las frecuencias centrales de cada pasa banda de primer orden sean desplazadas hacia frecuencias mayores, relación que puede observarse también en el cálculo de la frecuencia central de cada celda.

Por otro lado, la atenuación observada en la transferencia sólo podría ser atribuida a las resistencias utilizadas o a la configuración del preset. Sin embargo, aunque todas estas fueron calibradas de previo a la medición, esta reducción en la amplitud de salida podría ser atribuida a defectos en el amplificador operacional.

Observando la figura 1.6 se puede observar cómo, a pesar que las capacitancias no son iguales a las deseadas, la impedancia de entrada del filtro se siguió manteniendo sobre los  $50k\Omega$  para todo el rango de frecuencias de la banda pasante.

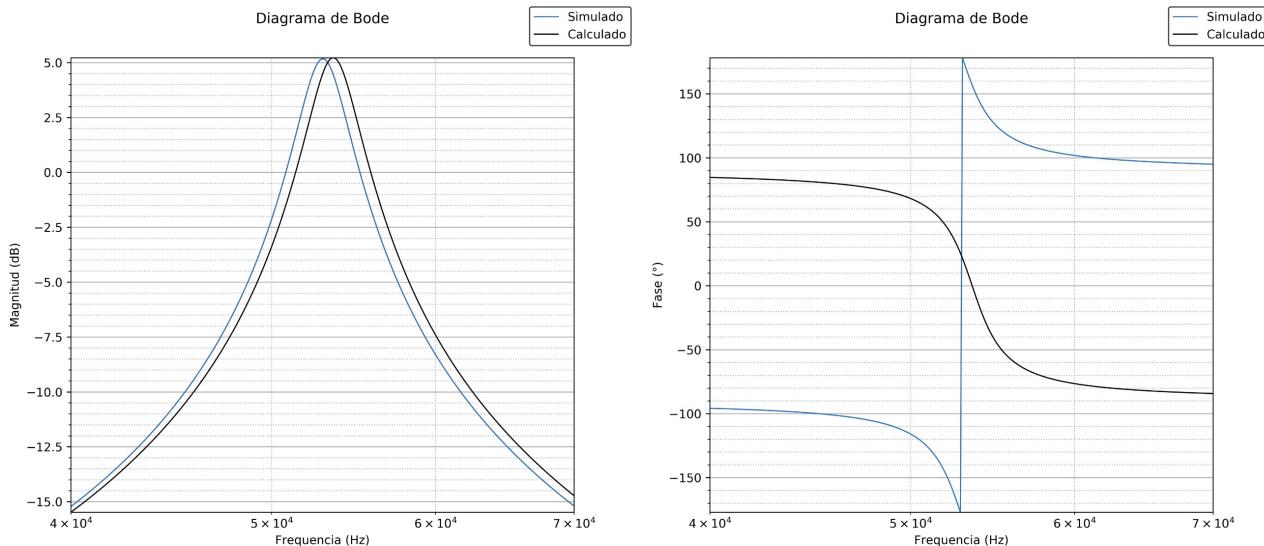


Figura 1.4: Transferencia de la primera Celda

### 1.3.4. Calibración

Idealmente si el filtro se encontrase en correcto funcionamiento, con una alimentación de  $\pm 15V$  se debe calibrar el filtro de la siguiente manera:

- Medir la ganancia en la salida de la primera celda y buscar la frecuencia donde se encuentre el máximo de ganancia. Modificar el preset de esta celda hasta que la ganancia sea de 5dB.
- Medir la ganancia en la salida de la segunda celda, conectada en cascada y buscar la otra frecuencia donde se encuentre el otro máximo de la ganancia. Una vez encontrado ajustar el preset de la segunda celda hasta que la ganancia de este punto sea de 0dB
- Buscar las frecuencias donde la ganancia sea de  $-3\text{dB}$  y verificar que estas frecuencias se encuentren dentro de la banda pasante de la plantilla del diseño.

### 1.3.5. Rango Dinámico

Teniendo en cuenta que la máxima ganancia en cualquiera de estas celdas debería ser de  $5,1\text{dB} \approx 1,8V/V$ , la señal de entrada debe ser tal que no sature la salida de ningún amplificador operacional, principalmente el que pertenece a la primera celda. Dado que se alimenta el integrador con una tensión de  $\pm 15V$  se considera que este saturará con una tensión de  $14V$ , por lo tanto:

$$V_{iMax} = \frac{V_{oMax}}{1,8} = 7,78V \quad (1.10)$$

Considerando una tensión mínima de salida  $V_{oMin} = 10\text{mV}$  y que la ganancia mínima de este circuito según la plantilla debe ser de  $-3\text{dB} \approx 0,708V/V$ :

$$V_{iMin} = \frac{V_{oMin}}{0,708} = 14,1\text{mV} \quad (1.11)$$

En conclusión, el rango dinámico de este filtro debería ser:

$$RD = 20\log \left( \frac{V_{iMax}}{V_{iMin}} \right) = 54,84\text{dB} \quad (1.12)$$

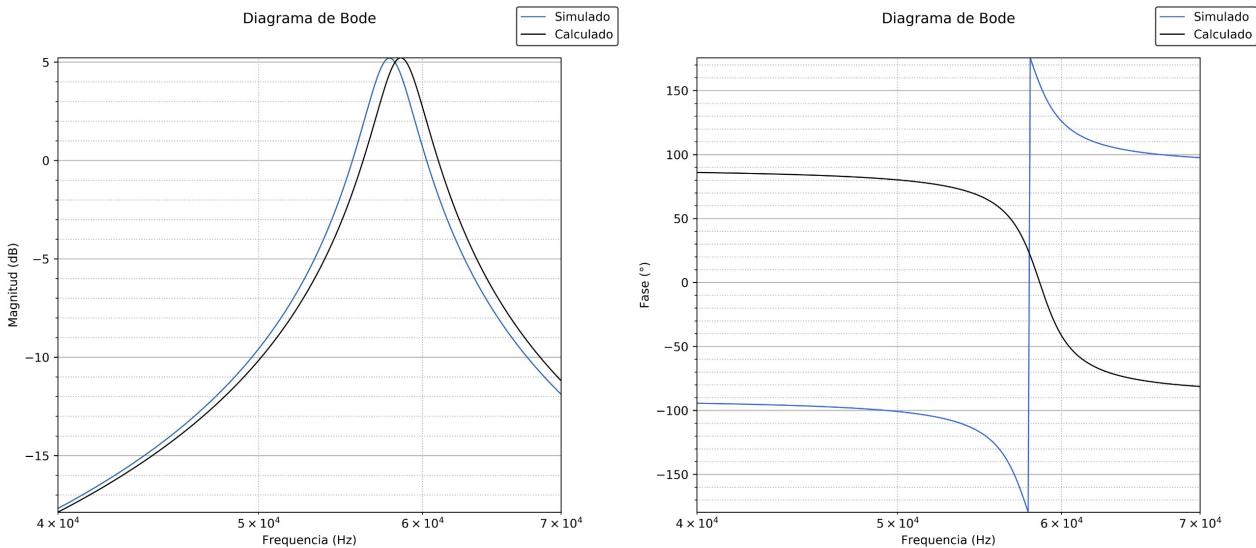


Figura 1.5: Transferencia de la segunda Celda

## 1.4. Anexo

### 1.4.1. Transferencia Numérica

Dado que se utilizó  $A_p = 1\text{dB}$  se obtuvo  $\epsilon$  tal que:

$$\epsilon = \sqrt{10^{A_p/10} - 1} = \sqrt{10^{0,1} - 1} = 0,5088 \quad (1.13)$$

Luego se calcularon las singularidades correspondientes al pasabajos normalizado de orden  $n = 2$ :

$$s_P = -\sigma_k + j\omega_k \quad (1.14)$$

$$\sigma_k = -\operatorname{senh}(\beta)\operatorname{sen}(\alpha_k) \quad (1.15)$$

$$\omega_k = \cosh(\beta)\cos(\alpha_k) \quad (1.16)$$

$$\alpha_k = \frac{2k-1}{2n}\pi \quad (0 \leq k \leq 2n-1) \quad (1.17)$$

$$\beta = \operatorname{senh}^{-1}(\epsilon^{-1}) \quad (1.18)$$

A partir de las ecuaciones (1.15) a (1.18) se obtienen 4 polos (2 pares complejos conjugados). Para el diseño del filtro, se tomaron aquellos en el semiplano izquierdo y se obtuvo la transferencia del pasabajos normalizado:

$$H_{LPN}(s) = \frac{1}{(s - s_{p1})(s - s_{p1}^-)} \quad (1.19)$$

A la expresión (1.19) se le aplicó la desnormalización del pasabajos al pasabanda:

$$s \rightarrow \frac{1}{B} \left( \frac{s}{\omega_0} + \frac{\omega_0}{s} \right) \quad (1.20)$$

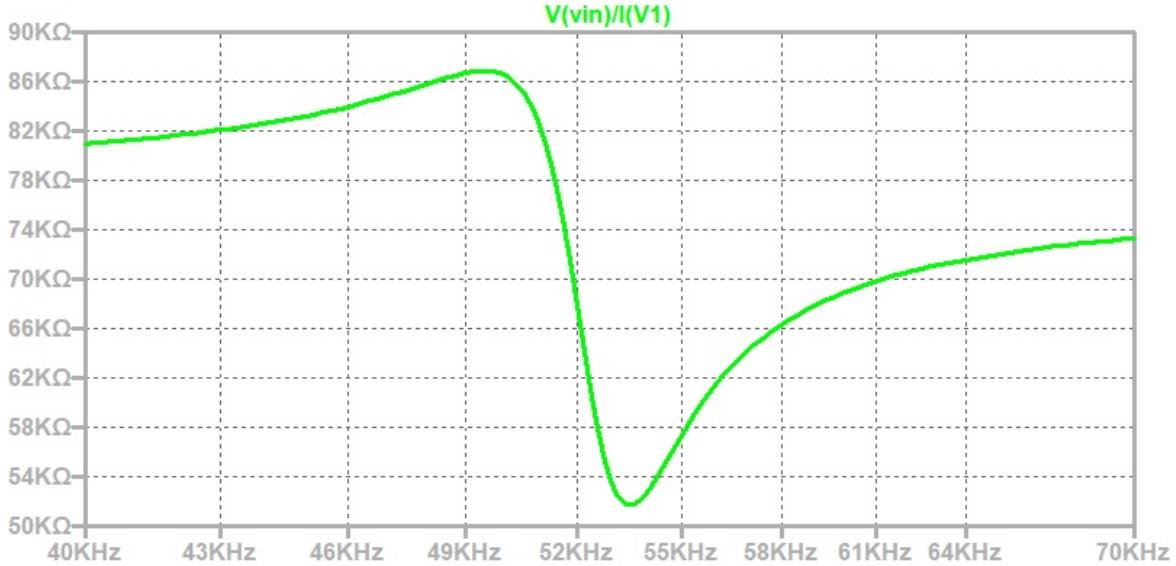


Figura 1.6: Impedancia de Entrada de las Celdas en Cascada

Aplicando la desnormalización (1.20) se obtuvo la transferencia de 4º orden:

$$H_{BP}(s) = \frac{B^2 \omega_0^2 s}{s^4 + (2\sigma B \omega_0) s^3 + [2 + B^2 (\sigma^2 + \omega^2)] w_o^2 + (2\sigma B \omega_0^3) s + w_0^4} \quad (1.21)$$

$$H_{BP}(s) = \frac{1,2380 \cdot 10^9 s^2}{s^4 + 3,8625 \cdot 10^4 s^3 + 2,4897 \cdot 10^{11} s^2 + 4,7819 \cdot 10^{15} + 1,5328 \cdot 10^{22}}$$

#### 1.4.2. Transferencia de la Celda Rauch

Se calculó la transferencia de la Celda Rauch aplicando la ley de Nodos de Kirchoff y con asistencia de MATLAB.

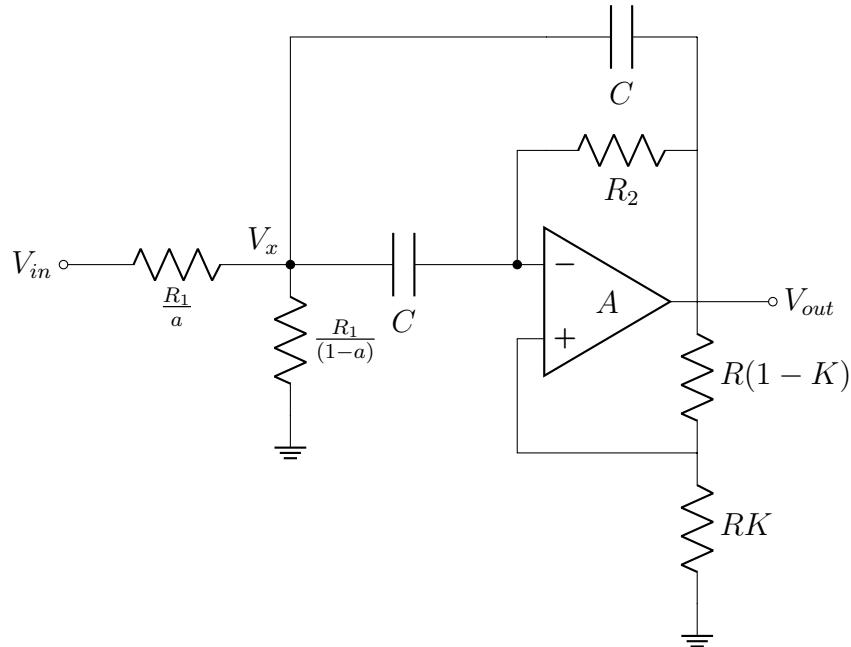


Figura 1.7: Celda Rauch con Q mejorado

Se aplicó la ley de nodos de Kirchoff en  $V_x$  y  $V^-$ :

$$\frac{V_{in} - V_x}{R_1/a} = \frac{V_x - V_{out}}{1/sC} + \frac{V_x}{R_1/(1-a)} + \frac{V_x - V^-}{1/sC} \quad (1.22)$$

$$\frac{V_x - V^-}{1/sC} = \frac{V^- - V_{out}}{R_2} \quad (1.23)$$

$$V^- = V^+ - \frac{V_{out}}{A} = V_{out}(K - 1/A) \quad (1.24)$$

Además, tomando divisor de tensiones:

$$V^+ = V_{out} \cdot \frac{KR}{KR + (1-K)R} = V_{out}K \quad (1.25)$$

Resolviendo algebráicamente las ecuaciones (1.22), (1.23), (1.24) y (1.25) se obtuvo la transferencia de la celda:

$$H(s) = -\frac{1}{1 - K + 1/A} \cdot \frac{\frac{a}{R_1 C} s}{s^2 + \frac{2}{R_2 C} \cdot \left(1 - \frac{R_2}{2R_1} \cdot \frac{K-1/A}{1-K+1/A}\right) s + \frac{1}{R_1 R_2 C^2}} \quad (1.26)$$

Aproximando con  $A \rightarrow \infty$  para un amplificador operacional ideal, se obtiene la transferencia en (1.4)

### 1.4.3. Impedancia de Entrada

$$i_{in} = (V_{in} - V_x) / \frac{R_1}{a} = \left( V_{in} - V_{out} \frac{1}{sC} [K(1/R_2 + sC) - 1/R_2] \right) / \frac{R_1}{a} \quad (1.27)$$

$$i_{in} = V_{in} \left[ 1 - H(s) \frac{1}{sC} [K(1/R_2 + sC) - 1/R_2] \right] = V_{in} \left[ 1 + H(s) \left( \frac{1-K}{sCR_2} - K \right) \right] / \frac{R_1}{a}$$

$$Z_{in} = \frac{V_{in}}{i_{in}} = \frac{R_1/a}{1 + H(s) \left( \frac{1-K}{sCR_2} - K \right)} \quad (1.28)$$

Operando algebráicamente se obtiene la expresión

$$Z_{in} = \frac{R_1}{a} \cdot \frac{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}(1-GK)s + \omega_0^2 + \frac{\omega_0 G(1-K)}{CR_2}}$$

### 1.4.4. Análisis de Sensibilidades

Operando sobre las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} w_0^2 &= \frac{1}{R_1 R_2 C^2} & G_0 &= \frac{a R_2}{2 R_1} & Q_0 &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{R_2}{R_1}} & \alpha &= \frac{K}{1-K} \\ Q &= \frac{Q_0}{(1-2Q_0^2\alpha)} & G &= G_0 \cdot \frac{Q}{Q_0} \cdot \frac{1}{1-K} \end{aligned}$$

se obtuvieron expresiones en función de los componentes con los cuales se calcula la sensibilidad:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2} C} \quad (1.29)$$

$$Q = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{R_2}{R_1}} \frac{R_1(1-K)}{2R_1 - K(2R_1 + R_2)} \quad (1.30)$$

$$G = a \frac{R_2}{2R_1 - K(2R_1 + R_2)} \quad (1.31)$$

Para poder calcular las sensibilidades de los parámetros  $\omega_0$ ,  $Q$ , y  $G$  respecto a  $A_{VOL}$  se obtuvieron sus funciones a partir de la expresión (1.26)

$$Q(R_1, R_2, K, A) = \frac{0,5\sqrt{R_2/R_1}}{1 - \frac{R_2}{2R_1} \cdot \frac{K-1/A}{1-K+1/A}} \quad (1.32)$$

$$G(R_1, R_2, K, A, a) = \frac{aR_2}{2R_1 - (K-1/A)(2R_1 + R_2)} \quad (1.33)$$

Se calcularon las derivadas sensibilidades de cada parámetro respecto a sus componentes utilizando expresiones simbólicas en MATLAB y operando algebráicamente:

$f(\dots)$	$\omega_0$	$Q$	$G$
$S_{R1}^f$	-0,5	$-\frac{KR_2}{2R_1(1-K)-KR_2} - \frac{1}{2}$	$-\frac{2R_1(1-K)}{2R_1(1-K)-KR_2}$
$S_{R2}^f$	-0,5	$\frac{KR_2}{2R_1(1-K)-KR_2} + \frac{1}{2}$	$\frac{2R_1(1-K)}{2R_1(1-K)-KR_2}$
$S_C^f$	-1	0	0
$S_K^f$	0	$\frac{KR_2(1-K)}{2R_1(1-K)-KR_2}$	$\frac{2R_1}{2R_1-K(2R_1+R_2)} - 1$
$S_A^f$	0	$\frac{1}{A} \cdot \frac{R_2}{(1-K+1/A)[2R_1+(R_2+2R_1)(1/A-K)]}$	$\frac{1}{A} \cdot \frac{R_2+2R_1}{(R_2+2R_1)(1/A-K)+2R_1}$
$S_a^f$	0	0	1

Cuadro 1.7: Sensibilidades de los parámetros en una celda

# Capítulo 2

## Celda Sedra-Ghorab-Martin (R)

### 2.1. Introducción

En un paper presente en el volumen 12 de la publicación IEEE Transactions on Circuits and Systems, de diciembre de 1980, A. Sedra, M. Ghorab y K. Martin propusieron dos circuitos biquadráticos (con funciones transferencia de denominador y numerador de orden dos) que hacen uso de la estructura de retroalimentación positiva de Sallen-Key.

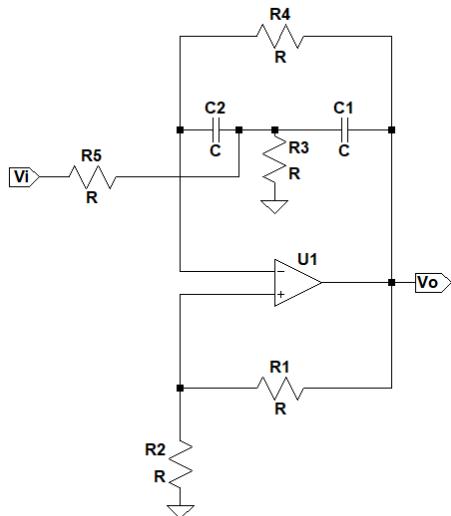


Figura 2.1: Circuito Pasabanda Deliyannis

Estos circuitos tienen sensibilidades y ecuaciones de diseño de polos idénticas al circuito de Deliyannis, que es la base del filtro Deliyannis-Friend. Sin embargo, mejoran las sensibilidades de los ceros de transmisión, además de permitir el diseño de todos los tipos posibles de filtros de segundo orden.

En la presente sección, se hace uso del circuito propuesto en esa publicación para implementar cada una de las etapas de un filtro a partir de una plantilla propuesta por la cátedra.

### 2.2. Marco teórico

Se parte del circuito pasa-banda propuesto por Deliyannis que se muestra en la Figura 2.1. Este circuito fue modificado por Friend, cargando la T, para poder implementar otras funciones de

filtros. Sin embargo, el circuito resultante no puede ser utilizado para implementar un filtro pasa-bajos, además de tener un proceso de diseño trabajoso.

Los autores de la publicación plantean como alternativa realizar la transformación complementaria del circuito, que resultará en la estructura de retroalimentación positiva de Sallen-Key y además preservará los polos del circuito original y sus sensibilidades.

En la Figura 2.2 se pueden observar el circuito de Deliyannis (a), una variante (c), y sus transformaciones complementarias (b y d, respectivamente). La transformación complementaria involucra aterrizar todo aquello que esté conectado a la salida del op-amp, conectar lo que esté a tierra a la salida del op-amp, e invertir las entradas del op-amp.

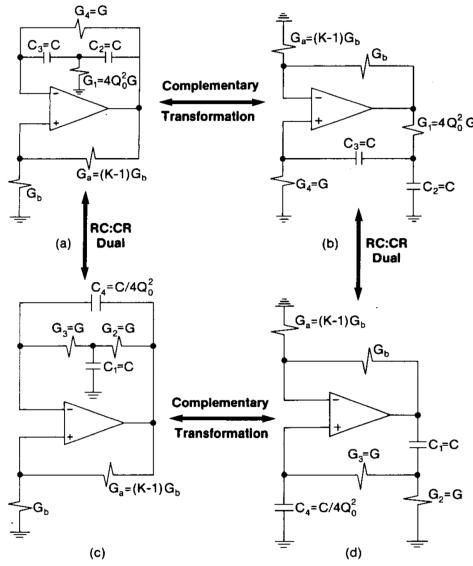


Figura 2.2: Transformaciones complementarias de los circuitos de Deliyannis

Para implementar mediante los circuitos (b) y (d) de la Figura 2.2 todos los tipos de filtro, se le deben agregar ceros de transmisión de forma tal que cumplan una función transferencia de la forma

$$T(s) = \frac{n_2 s^2 + n_1 s + n_0}{s^2 + s(\frac{\omega_0}{Q}) + \omega_0^2}$$

donde  $n_2$ ,  $n_1$  y  $n_0$  son coeficientes que determinan los ceros de transmisión y que dependerán del tipo de filtro a implementar.

Es aquí que se encuentra la clave del descubrimiento: para implementar la función transferencia con estos circuitos sin modificar sus polos ni las sensibilidades de los mismos, se propone desaterrar de forma completa o parcial todos los componentes que previamente estaban a tierra, y conectarlos a la fuente de señal de entrada. Los circuitos resultantes se pueden observar en la Figura 2.3. Aquí, el circuito (a) es el pasa-altos biquadrático (HPB, por sus siglas en inglés), y el (b) es el pasa-bajos biquadrático (LPB). Están basados en los circuitos (b) y (d) de la Figura 2.2, respectivamente.

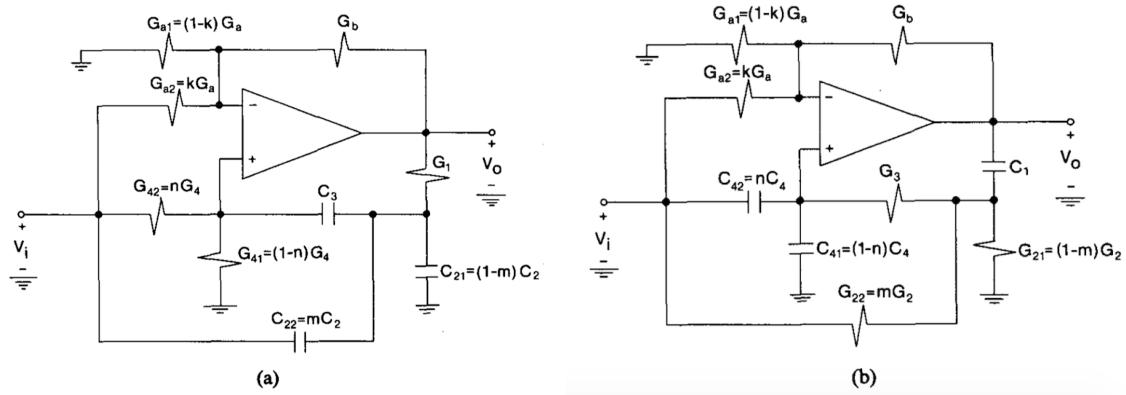


Figura 2.3: Circuitos HPB y LPB propuestos por los autores

Resolviendo el circuito, se obtiene la función transferencia que debe ajustarse a la plantilla. A partir de esta se deducen los valores de los componentes, se realiza un análisis de sensibilidades y se procede a diseñar el filtro.

## 2.3. Diseño

### 2.3.1. Aproximación del filtro

Se eligió una plantilla más restrictiva que la propuesta por la cátedra (Cuadro 2.1) para disponer de un margen razonable de error. La plantilla se ve en el Cuadro 2.2.

	Frecuencia
$f_a$	12.2 (kHz)
$f_p$	24.4 (kHz)
$A_a$	40 dB
$A_p$	2 dB
$ Z_{in}(f) $	$\geq 50 (k\Omega)$

Cuadro 2.1: Plantilla del filtro propuesto por la cátedra

	Frecuencia
$f_a$	13 (kHz)
$f_p$	23 (kHz)
$A_a$	45 dB
$A_p$	1 dB
$ Z_{in}(f) $	$\geq 50 (k\Omega)$

Cuadro 2.2: Plantilla propuesta

En primer lugar, se debe escoger un método de aproximación para derivar de la plantilla una función transferencia de un circuito que permita cumplir con los requerimientos de la misma: se eligió el método de aproximación de Cauer para obtener un orden mínimo y economizar en diseño y componentes.

Mediante cálculo simbólico asistido por computadora, se obtiene la siguiente función transferencia para la aproximación de Cauer de grado 4, que cumple con los requerimientos planteados:

$$H(s) = \frac{891,2 \cdot 10^{-3}s^4 + 6,83 \cdot 10^9s^2 + 7,24 \cdot 10^{18}}{s^4 + 337,19 \cdot 10^3s^3 + 9,241 \cdot 10^{10}s^2 + 8,4 \cdot 10^{15}s + 1,98 \cdot 10^{21}}$$

La función transferencia y el diagrama de polos y ceros de esta aproximación pueden verse en las figuras 2.4 y 2.5, respectivamente.

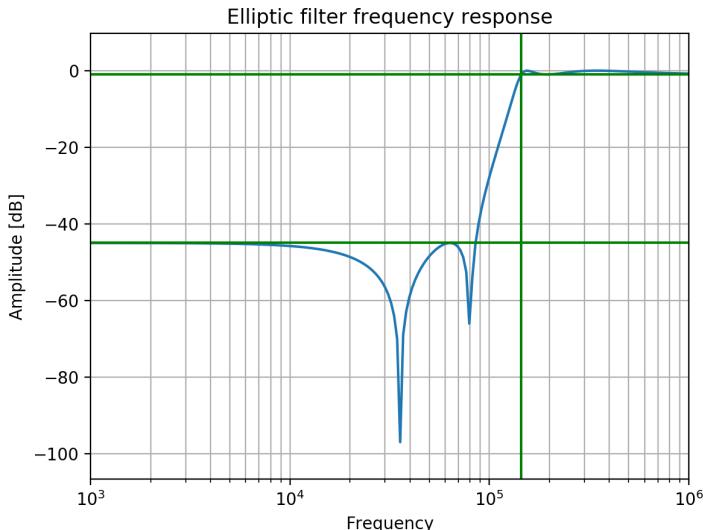


Figura 2.4: Función transferencia de la aproximación de Cauer para la plantilla propuesta

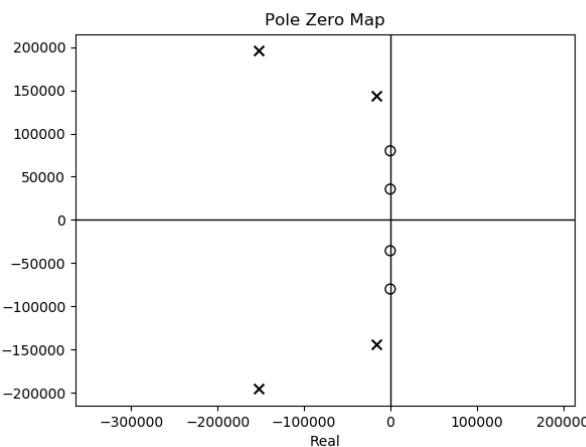


Figura 2.5: Diagrama de polos y ceros de la aproximación de Cauer para la plantilla propuesta

### 2.3.2. Separación en etapas

#### Funciones transferencia de las etapas

Para implementar el circuito, al ser de orden 4 la aproximación, se divide esta transferencia en dos funciones biquadráticas. Estas corresponderán a las transferencias de cada una de las etapas a conectar en cascada, que se implementarán mediante circuitos como el descripto en la sección 2.2, que llamaremos celdas Sedra. Las funciones transferencia resultantes son:

$$H_1(s) = \frac{891,25 \cdot 10^{-3}s^2 + 1,13 \cdot 10^9}{s^2 + 304,3 \cdot 10^3s + 6,14 \cdot 10^{10}}$$

$$H_2(s) = \frac{s^2 + 6,394 \cdot 10^9}{s^2 + 32,8 \cdot 10^3 s + 20,96 \cdot 10^9}$$

Los diagramas de Bode y de polos y ceros para la etapa 1 y 2 se pueden ver en las figuras 2.6 y 2.7, respectivamente.

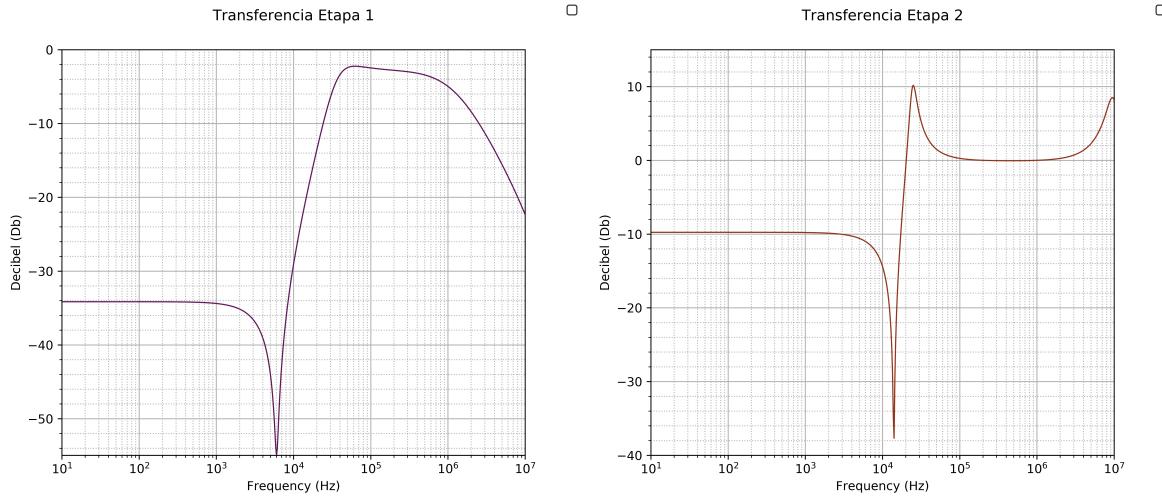


Figura 2.6: Funciones transferencia

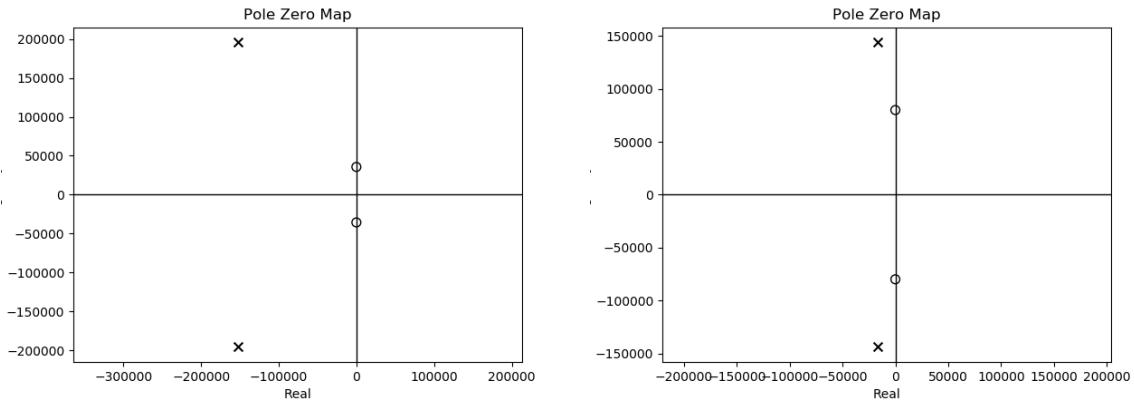


Figura 2.7: Diagramas de polos y ceros (etapa 1 izquierda, etapa 2 derecha)

### Asociación de polos y ceros para cada etapa

Las funciones transferencia para cada etapa fueron obtenidas con asistencia de funciones de la librería *SciPy* de Python, que selecciona de forma conveniente los polos y los ceros de cada una. Para obtener dos transferencias lo más planas posible, se asocian los polos y ceros interiores y exteriores.

#### 2.3.3. Implementación de etapas: celdas Sedra

Cada una de las etapas se implementó con un circuito (Figura 2.3) HPB idéntico a los descriptos por los autores de la publicación mencionada en la sección 2.2. A continuación, se detalla el procedimiento de diseño.

## Valores reales del circuito

A partir de las funciones transferencia obtenidas, se obtienen para las etapas 1 y 2 los valores del Cuadro 2.3. Se añaden al mismo los valores comerciales disponibles para la implementación práctica del filtro en un circuito.

Parámetro	Etapa 1	Etapa 2
$\omega_0$	280332 rad/s	156890 rad/s
Q	0.986	6.42
$n_2$	$794,3 \cdot 10^{-3}$	1

Cuadro 2.3: Valores tomados de la transferencia de cada etapa

Se calculan con estos valores los parámetros de diseño y los componentes del circuito HPB. Se elige  $C = 5nF$  y  $G_b = 1k\Omega$  y se calculan los demás componentes del circuito:

Parámetro	Fórmula	Etapa 1	Etapa 2
K	$1 + \frac{(1 - \frac{Q_0}{Q})}{2 * Q_0^2}$	0.904	1.011
k	$n_2 * \frac{(\frac{\omega_z}{\omega_0})^2}{1 - \frac{Q_0}{Q}}$	0.0308	-0.706
n	$k * (1 - \frac{Q_0}{K * Q})$		
m	$k * (K - 1) * \frac{(1 + 2 * Q_0^2 * (\frac{\omega_0}{\omega_z})^2)}{K}$	-3,56	-0.623

Figura 2.8: Parámetros intrínsecos de cada celda

Componente	Relación	Etapa 1	Etapa 2	Etapa 1	Etapa 2
		Valores calculados		Valores comerciales	
$C_3$	$(K-1)*G_b$	5nF	5nF	4.7nF	4.7nF
$G_{a1}$	$(1-k)*G_a$	$\frac{1}{67,9\Omega}$	$\frac{1}{11928,26\Omega}$	$\frac{1}{68\Omega}$	$\frac{1}{12000\Omega}$
$G_{a2}$	$k*G_a$	$\frac{1}{2877,97\Omega}$	$\frac{1}{14146\Omega}$	$\frac{1}{3000\Omega}$	$\frac{1}{15000\Omega}$
$G_{41}$	$(1 - n)*G_4$	$\frac{1}{269\Omega}$	$\frac{1}{6014,13\Omega}$	$\frac{1}{270\Omega}$	$\frac{1}{6200\Omega}$
$G_{42}$	$n*G_4$	$\frac{1}{11547,46\Omega}$	$\frac{1}{12486,56\Omega}$	$\frac{1}{12000\Omega}$	$\frac{1}{12000\Omega}$
$C_{21}$	$(1 - m)*C$	4.61nF	0.363nF	4.7nF	0.39nF
$C_{22}$	$m * C$	0.385nF	4.63nF	0.39nF	4.7nF

Figura 2.9: Selección de componentes para las etapas

## Selección del orden de las etapas: rango dinámico

Para conservar el máximo rango dinámico posible, se ordenan las etapas a conectar en cascada según sus valores de Q de forma creciente.

## Asociación de impedancias para conexión en cascada

Para conservar las funciones transferencia de cada etapa y hacer que la transferencia total del circuito sea el producto de las mismas, debe evitarse que las etapas se carguen entre sí. A tal efecto, la impedancia de salida de cada etapa debe ser mucho menor que la impedancia de entrada de la etapa que le sigue. La impedancia de salida de la etapa 1 y la impedancia de entrada de la etapa 2 se pueden ver graficadas en frecuencia en la Figura 2.10.

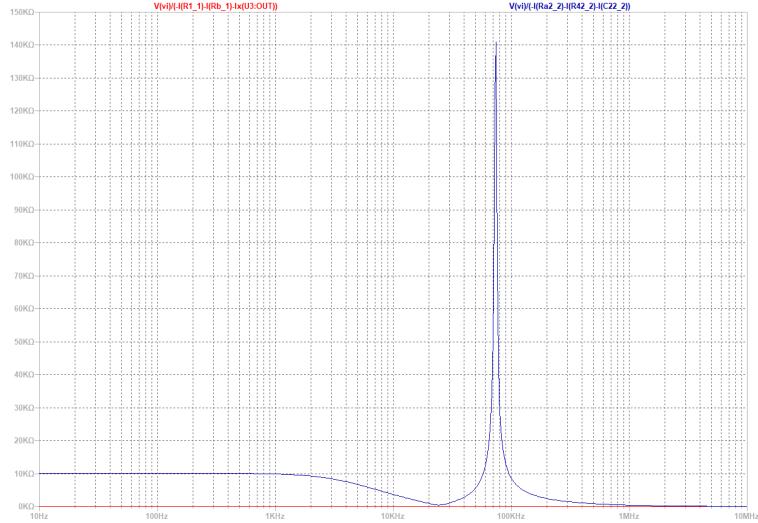


Figura 2.10: Impedancia de salida de la etapa 1 (rojo) y de entrada de la etapa 2 (azul)

Se puede observar que estas impedancias no son comparables, por lo que se considera despreciable la carga entre las etapas. Aún en la zona en la que se acercan más, como se puede observar en el detalle de la Figura 2.11, la impedancia de entrada de la etapa 2 es 150 veces más grande que la impedancia de salida de la etapa 1.

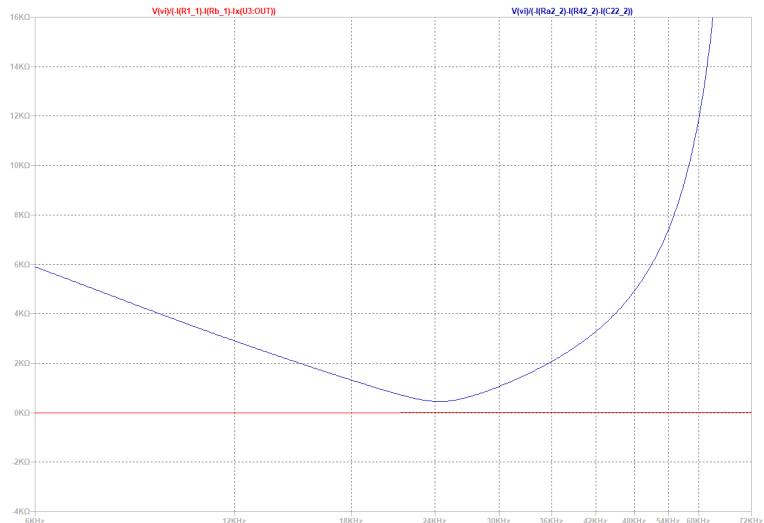


Figura 2.11: Detalle de la comparación de impedancias

### 2.3.4. Parámetros del circuito completo

A continuación, se detallan parámetros relevantes del circuito completo.

#### Impedancia de entrada

La impedancia de entrada del circuito es la misma que la de la primera etapa. Esta se puede observar en la Figura 2.12. Se puede ver que es menor al valor mínimo de  $30k\Omega$  propuesto en la plantilla, por lo que se optó por anteponer un circuito *buffer* en la entrada para aumentarla a ordenes de gigaohmios.

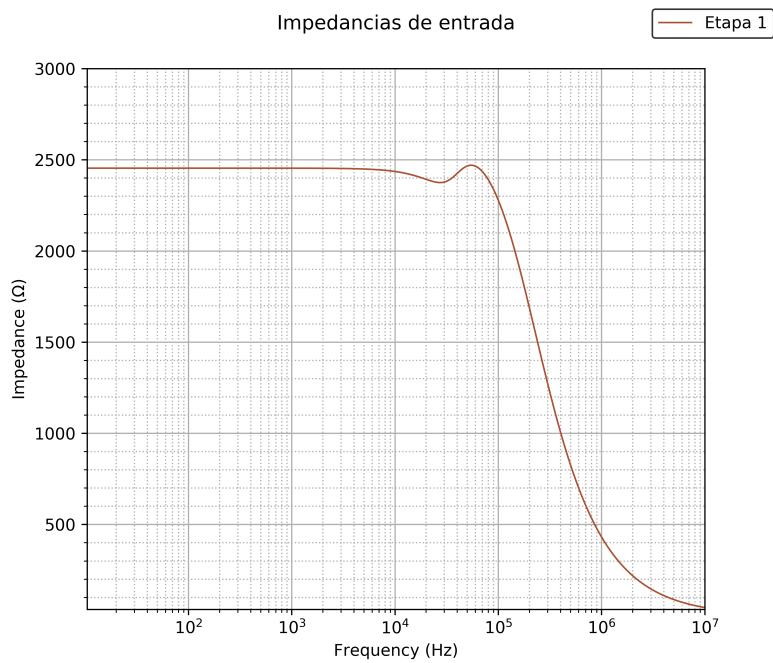


Figura 2.12: Impedancia de entrada del circuito total

### Impedancia de salida

La impedancia de salida del circuito total, como se puede observar en la Figura 2.13, resultó satisfactoriamente baja para todo el rango de frecuencias en consideración.

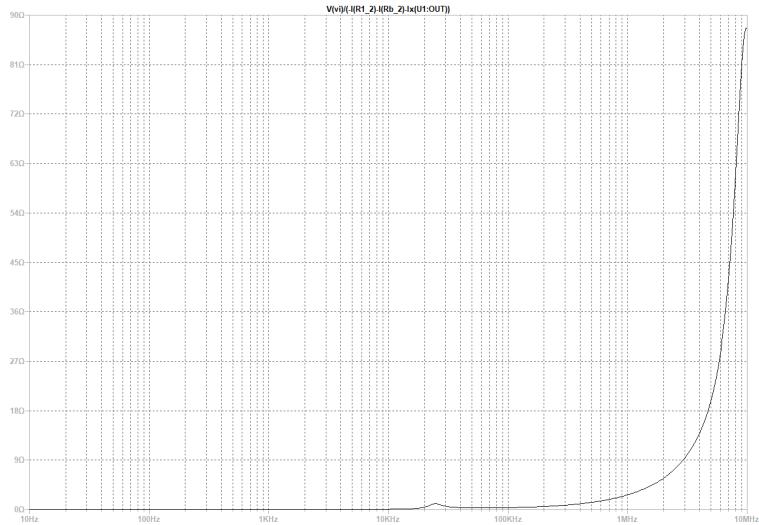


Figura 2.13: Impedancia de salida del circuito total

### Transferencia total del circuito

Como se detalló en la sección 2.3.3, se utilizaron valores comerciales cercanos a los teóricos para todos los componentes del circuito. Naturalmente, se simularon ambas instancias del circuito (con valores reales y comerciales), y se comprobó que la transferencia obtenida no dejara de cumplir con los parámetros especificados. Estas mediciones se pueden ver en la Figura 2.14.

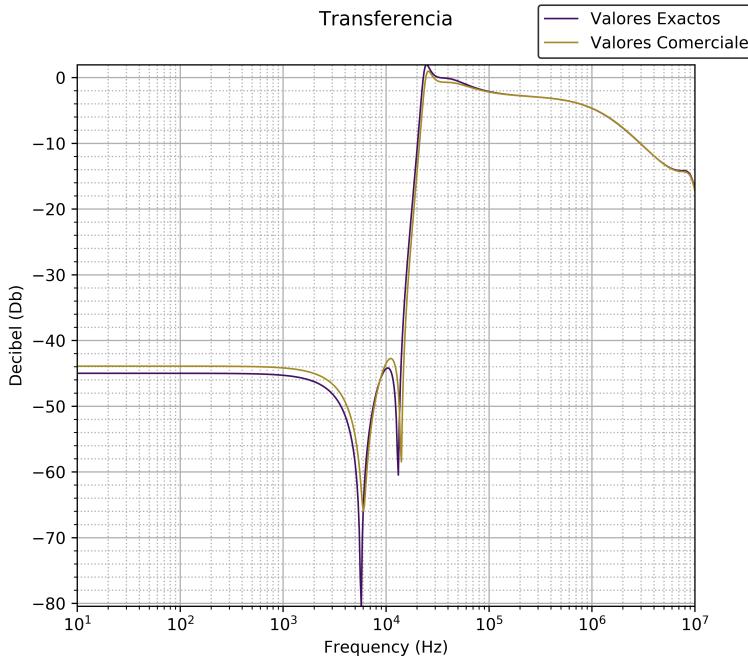


Figura 2.14: Transferencia del circuito: comparación con valores teóricos

Asimismo, se consideraron los efectos de las tolerancias de dichos componentes en el desempeño del filtro: se tomaron variaciones del 10 % para capacitores, y del 1 % para resistencias, ya que todas ellas son de montaje superficial. La simulación de Montecarlo del circuito para dichas tolerancias se observa en la Figura 2.15. Se puede notar que a pesar del error en los valores, el circuito no deja de cumplir con lo requerido en la banda atenuada. Para los peores casos, en la banda pasante se observa algo de atenuación indeseada, de órdenes pequeños. Los resultados se consideraron satisfactorios a pesar de esto último.

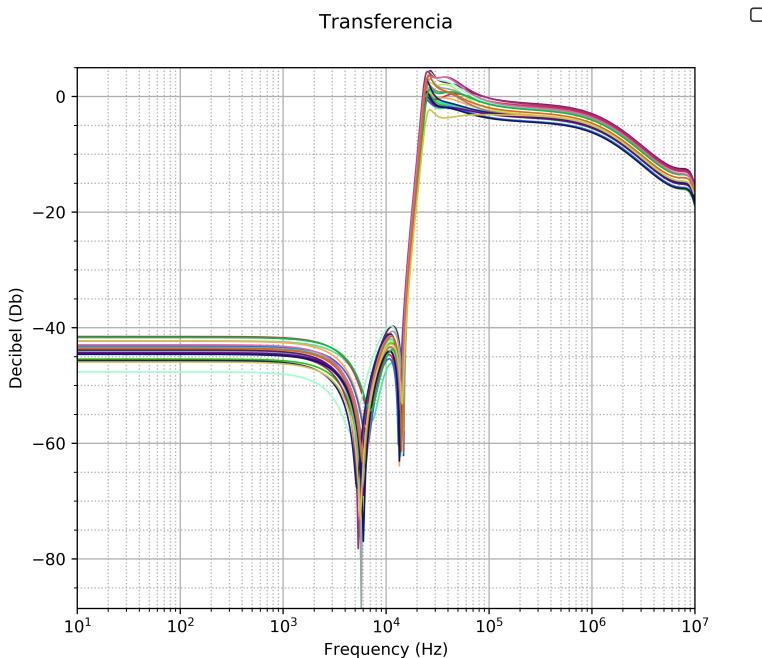


Figura 2.15: Transferencia del circuito: Montecarlo

En el diagrama de Montecarlo de la fase, observado en la Figura 2.16, se ve que hay un cambio de fase repentino en frecuencias cercanas a los 5kHz. Esto se debe al cero de la primera etapa,

que se encuentra sobre el eje imaginario: en este punto de frecuencias, este cero produce un cambio de fase. Para ciertos valores de tolerancias este cero se encuentra en el semiplano derecho, generando un cambio de fase de -90 grados; para otros, se mantiene en el semiplano izquierdo y genera un cambio de fase de 90 grados. Es preferible que se mantengan en el semiplano izquierdo, ya que de pasar al derecho podrían causar problemas de estabilidad en el sistema.

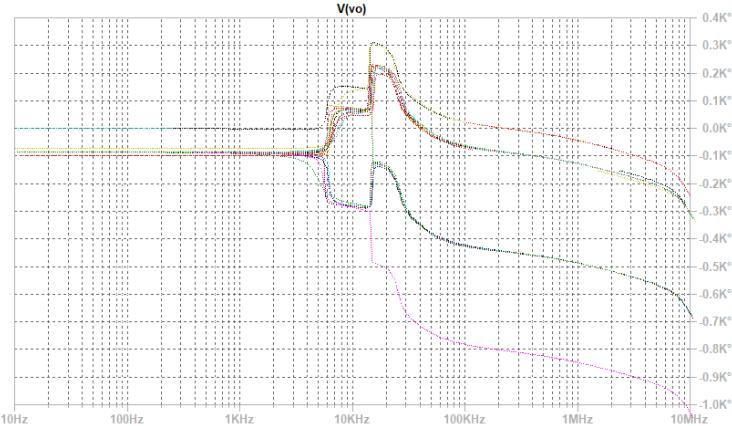


Figura 2.16: Transferencia del circuito: Montecarlo

Se realizó como parte del análisis de tolerancias una serie de histogramas para los parámetros  $f_0$  y  $Q$  de cada polo para cada etapa. Estos se observan en las figuras 2.17 y 2.18, respectivamente.

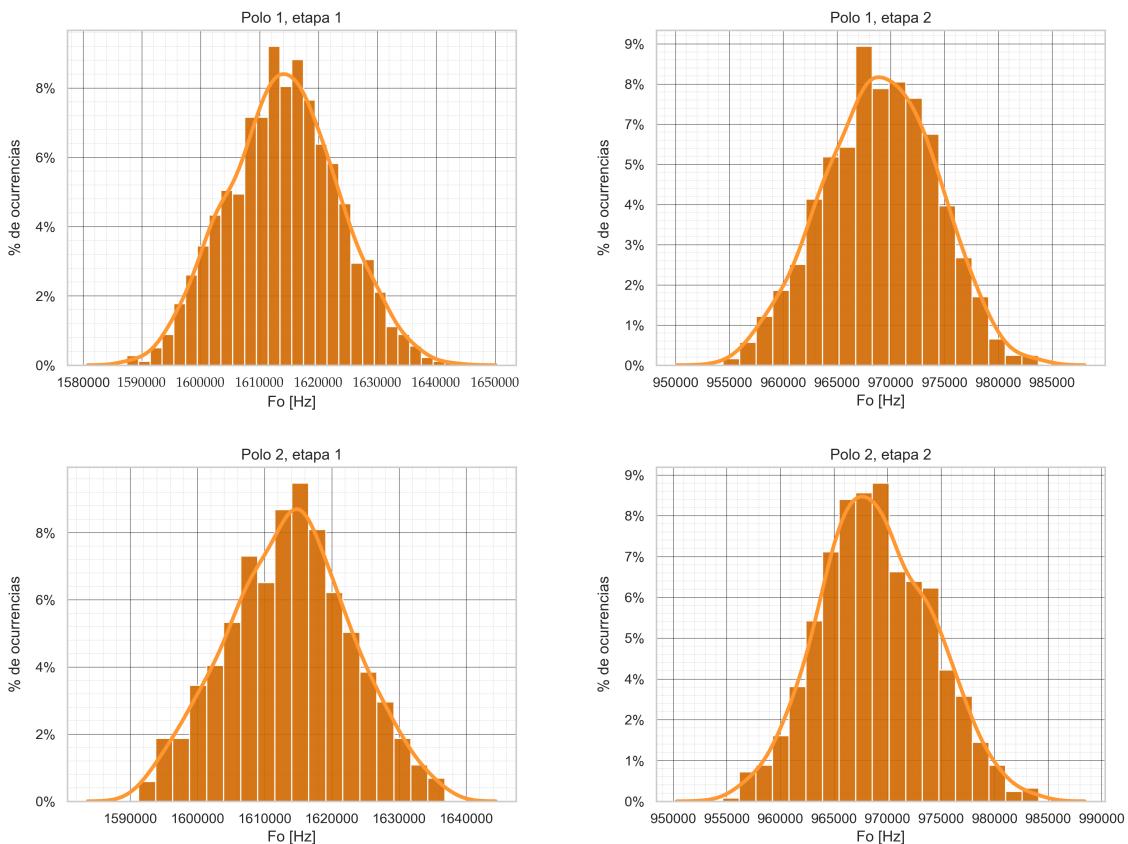


Figura 2.17: Histogramas de  $f_0$  para cada polo

Se puede notar que, para todos los casos, la dispersión de estos parámetros está acotada a un rango del 10-20 %. Se considera que es una dispersión razonable, más habiendo comprobado que para todos los valores tomados el filtro cumple con las especificaciones de la plantilla.

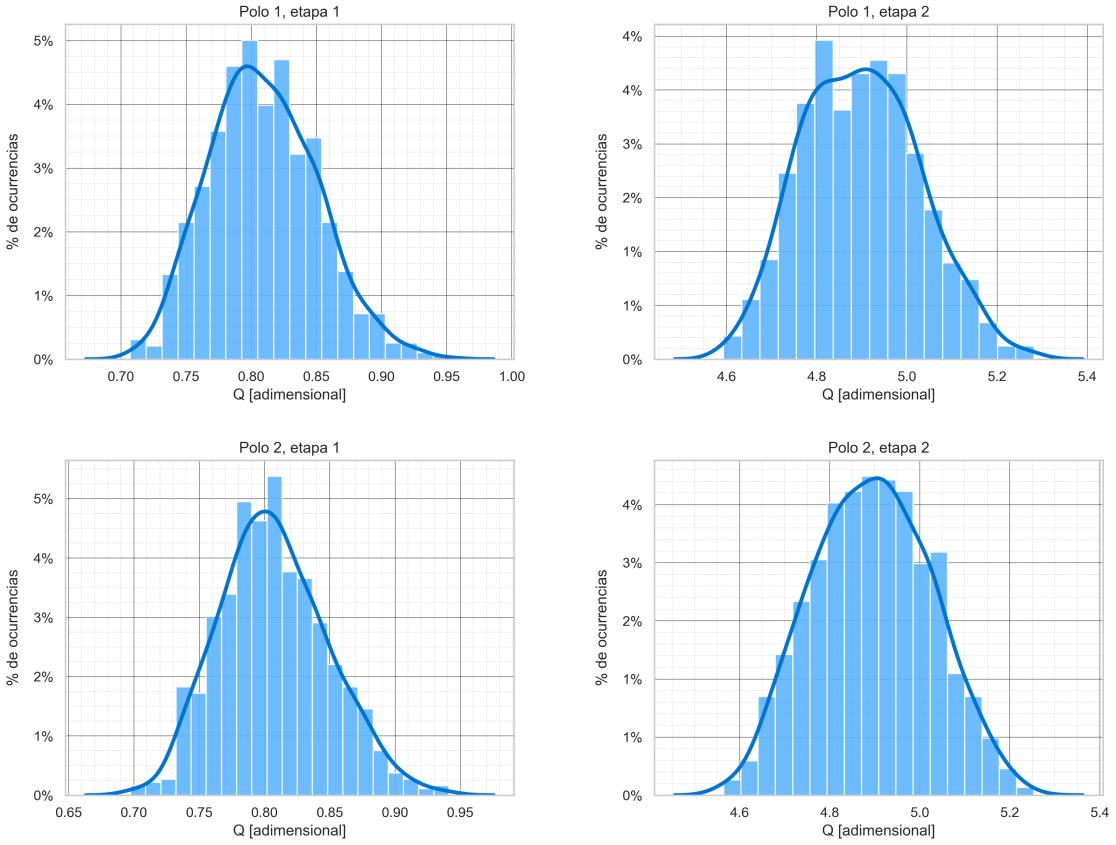


Figura 2.18: Histogramas de  $Q$  para cada polo

### Regulación del $Q$ : *presets*

Se incorporaron al circuito dos resistencias variables (*presets*), una en cada etapa. Estas resistencias se colocaron en lugar de  $R_b$ , ya que  $\omega_0$  es insensible a los cambios en ella. Las sensibilidades de  $Q$  y  $\omega_0$  a las distintas resistencias de cada etapa se pueden obtener del Cuadro ??.

	$\omega_0$	$Q$
$R_1$	$-\frac{1}{2}$	$-(\frac{Q}{Q_0} - \frac{1}{2})$
$C_2$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}(\frac{Q}{Q_0} - 1)$
$C_3$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}(\frac{Q}{Q_0} - 1)$
$R_4$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{Q}{Q_0} - \frac{1}{2}$
$R_a$	0	$-(\frac{Q}{Q_0} - 1)$
$R_b$	0	$\frac{Q}{Q_0} - 1$

Cuadro 2.4: Sensibilidades de  $\omega_0$  y  $Q$  respecto de los componentes pasivos

De esta manera, se proporciona una ajuste grueso y uno fino del  $Q$  del circuito. La transferencia para distintos valores de estos resistores se simuló y se puede observar en la Figura 2.19.

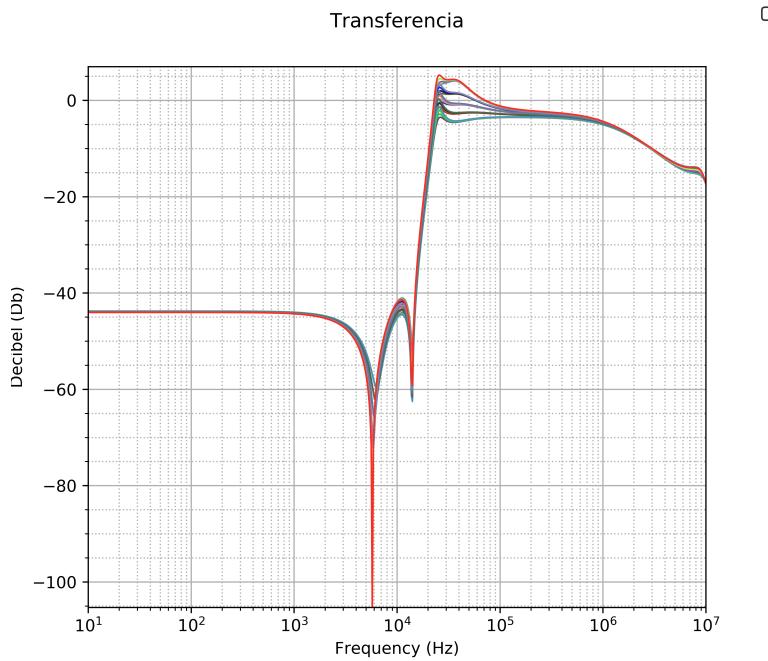


Figura 2.19: Efectos de las resistencias variables sobre la transferencia del circuito

#### **Estabilidad: respuesta a una señal cuadrada**

Se simuló la respuesta a una señal cuadrada del circuito completo, y como se ve en la Figura 2.22, el sistema se comporta de forma deseable: la oscilación del transitorio se estabiliza en medio período para frecuencias de hasta MHz.

## 2.4. Mediciones

Se implementó el circuito completo, que se muestra en la Figura 2.20, en PCB. Todas las resistencias utilizadas son de montaje superficial con tolerancias del 1 % y los capacitores tienen una tolerancia del 10 %. Los integrados utilizados para la implementación del filtro en principio estaba pensado que fueran del tipo LM833, por su generoso BWP de 120kHz, para evitar atenuar buena parte de la banda pasante. Sin embargo, por limitaciones de disponibilidad, se utilizó el modelo TL082. Se muestran las simulaciones para ambos. El integrado para el *buffer* de entrada es TL082, también por restricciones de disponibilidad.

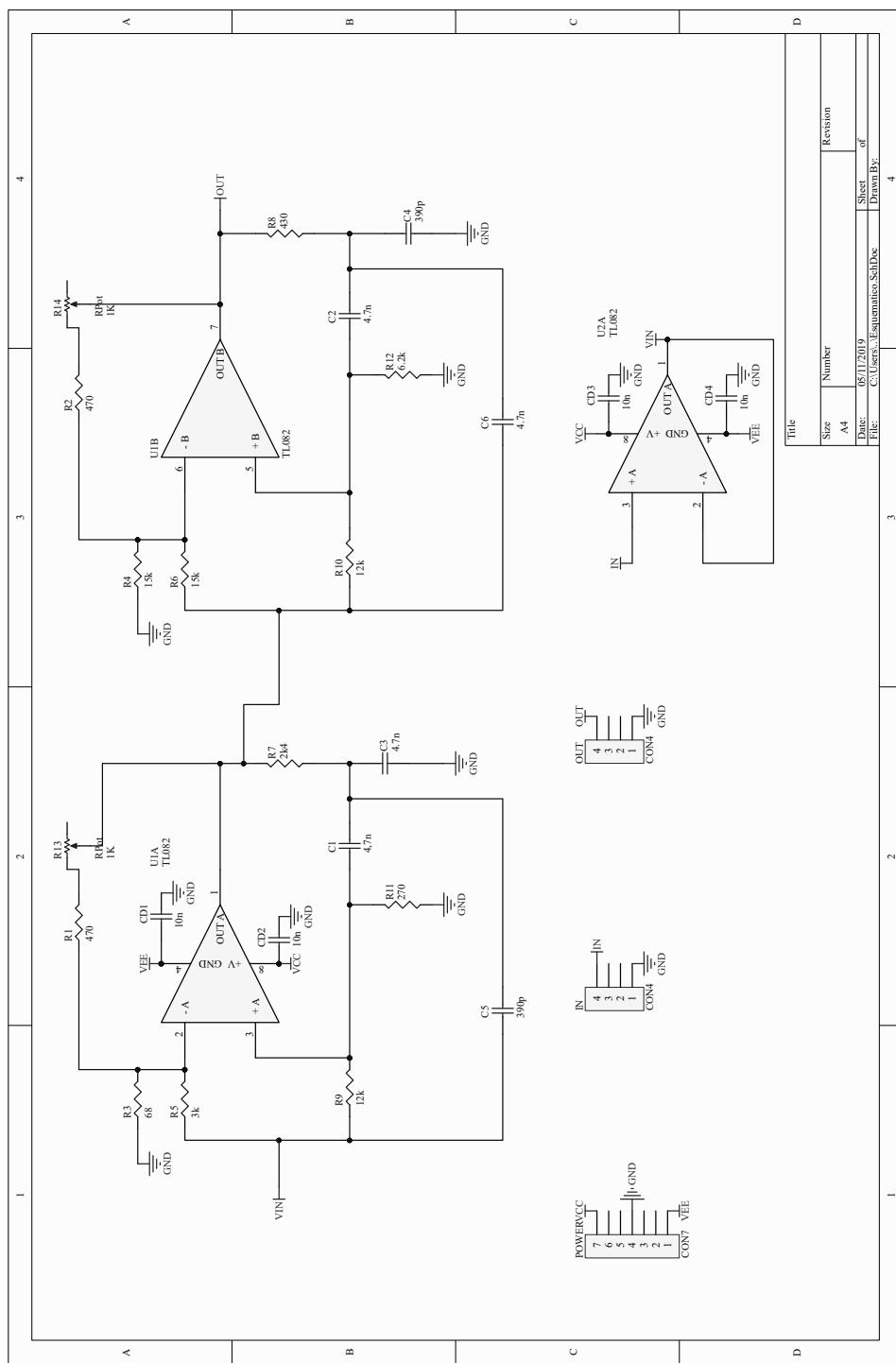


Figura 2.20: Circuito completo implementado en PCB

A continuación, se realiza una comparación de los valores relevantes ya examinados en secciones anteriores con las mediciones reales realizadas sobre el circuito.

### Respuesta en frecuencia

La comparación de respuesta en frecuencia teórica, medida sobre el TL082 y simulada para ambos integrados puede observarse en la Figura 2.21.

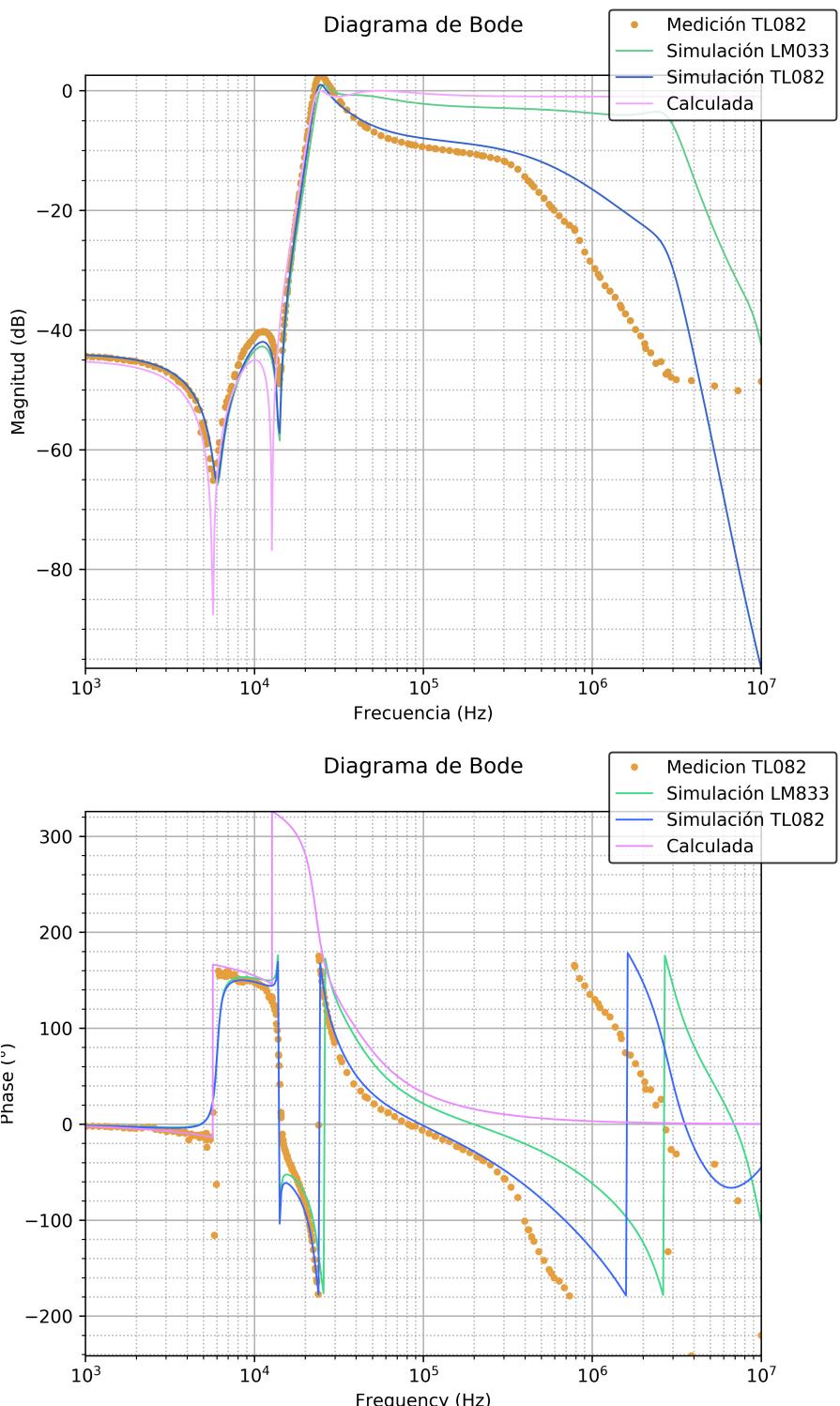


Figura 2.21: Comparación respuesta en frecuencia: teórico, simulado, medido

Se observó que los resultados medidos fueron muy similares a los teóricos y simulados. A pesar del muy limitado ancho de banda, se consideró que estos fueron satisfactorios. En el gráfico de fase, se aprecia que para los valores de componentes reales, el cero de la primera etapa mencionado en la sección 2.3.4 se ubica del lado derecho del eje imaginario, dando origen al cambio positivo de fase en 5kHz. Esto resulta subóptimo, ya que puede provocar problemas de estabilidad en el circuito.

## Respuesta al escalón

La comparación de respuesta al escalón medida y simulada puede observarse en la Figura 2.22.

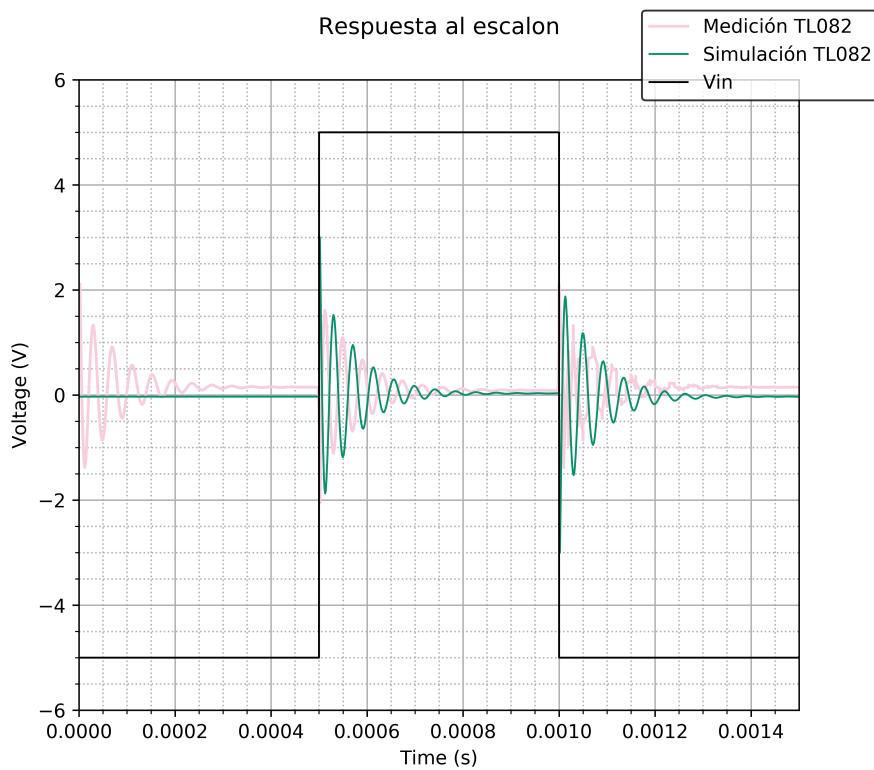


Figura 2.22: Comparación respuesta al escalón: teórico, simulado, medido

Se observa que el circuito no oscila, no tiene problemas de estabilidad, confirmando el estudio previo a la construcción del circuito. Los resultados son satisfactorios.

## 2.5. Conclusión

Se implementó existosamente un filtro pasa-altos haciendo uso de las mejoras propuestas por Sedra, Ghorab y Martin al circuito de Deliyannis-Friend. Este filtro tiene similares sensibilidades para los polos, pero reducidas para los ceros de transmisión. Aprovechando las facilidades provistas por los autores, se pudo realizar un filtro que cumple una plantilla considerablemente restrictiva economizando notablemente en componentes.

# Capítulo 3

## Celda Universal

### 3.1. Introducción

En esta sección se busca realizar un filtro *Notch* que cumpla una determinada plantilla y que sea implementada con una celda universal.

### 3.2. Plantilla

En la Tabla 3.1 se puede observar la plantilla del filtro *Notch*. Como parámetros a destacar esta la frecuencia del *notch* ( $f_0$ ) a  $30kHz$  con una profundidad mayor a  $50dB$ .

$f_0$	30kHz
Notch Depth	$> 50dB$
$\Delta f_a$	600Hz
$\Delta f_p$	13Hz
$A_a$	40dB
$A_p$	6dB
$G$	$[-3:3]dB$
$ Z_{in}(f) $	$> 50k\Omega$

Cuadro 3.1: Plantilla

### 3.3. Cálculos teóricos

En esta sección se utiliza la aproximación de Chebychev II para diseñar el filtro. En primer lugar, se deben calcular  $f_a^-$ ,  $f_a^+$ ,  $f_p^-$  y  $f_p^+$ . Las mismas son calculadas utilizando las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned}f_0^2 &= f_a^- f_a^+ = f_p^- f_p^+ \\ \Delta f_a &= f_a^- - f_a^+ \\ \Delta f_p &= f_p^- - f_p^+\end{aligned}$$

Gracias a estas ecuaciones y a la plantilla, se obtiene:

$$\begin{aligned}f_a^- &= 29701Hz \\ f_a^+ &= 30301Hz\end{aligned}$$

$$f_p^- = 24196 \text{Hz}$$

$$f_p^+ = 37196 \text{Hz}$$

Se cargan estos últimos resultados y la plantilla en un programa de aproximación. Los resultados muestran que para implementar el filtro se deben tener dos etapas donde ambas son filtros notch. En la Figura 3.1 se pueden ver el diagrama de polos y ceros que deben tener las etapas del filtro. Nótese que, ambos pares de ceros se encuentran sobre el eje  $j\omega$ . Las frecuencias de los polos y ceros son las siguientes:

$$f_{p1} = 24479 \text{Hz}$$

$$f_{p2} = 367643,91 \text{Hz}$$

$$f_{z1} = 29848 \text{Hz}$$

$$f_{z2} = 30151 \text{Hz}$$

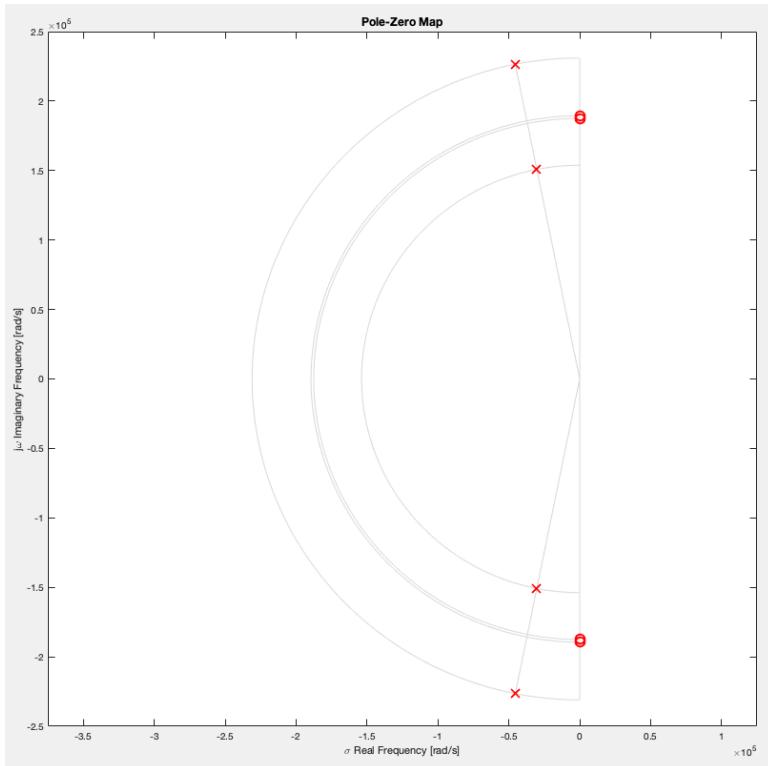


Figura 3.1: Diagrama de polos y ceros

Donde los sufijos  $p$  y  $z$  representan polos y ceros respectivamente. Ademas, ambas etapas tienen  $Q = 2,54$ . Con toda esta información es posible armar las funciones transferencias de las dos etapas. La función transferencia de la primera etapa sera  $H_1(s)$  y la segunda sera  $H_2(s)$ . Para poder armarlas se debe primero agrupar los pares de polos y ceros. Es decir, se debe decidir que polo se asigna con cual cero. Una regla simple que optimiza el rango dinámico del filtro es agrupar los polos con los ceros que estén mas próximos. Es fácil demostrar (observando la Figura 3.1) que  $p_1$  esta mas cerca de  $z_1$  y  $p_2$  esta mas cerca de  $z_2$ . Entonces, las funciones transferencias son:

$$H_1(s) = k \frac{s^2 + w_{z1}^2}{s^2 + s \frac{w_{p1}}{Q} + w_{p1}^2} \quad (3.1)$$

$$H_2(s) = k \frac{s^2 + w_{z2}^2}{s^2 + s \frac{w_p^2}{Q} + w_p^2} \quad (3.2)$$

Donde  $k$  representa la ganancia asignada a cada etapa. Esta ganancia es util para asegurar que las señales se mantengan por debajo de los límites de saturación del amplificador operacional utilizado para hacer la etapa. Sin embargo, como se ve en la sección *Diseño*, se define  $k = 1$ . Por ultimo, se debe definir el orden de las etapas. Es decir, como las etapas se implementan en cascada, se debe definir en que orden se implementan  $H_1(s)$  y  $H_2(s)$ . La regla de decisión es implementar las etapas de manera que las de menor  $Q$  estén primero. Pero como en este caso ambas etapas tienen el mismo  $Q$ , se define arbitrariamente que la primera etapa sea  $H_1(s)$ . Como (3.1) y (3.2) son de la misma forma, es de utilidad tener una función transferencia genérica para usar en la sección de *Diseño*. La misma se muestra a continuación:

$$H(s) = k \frac{s^2 + w_z^2}{s^2 + s \frac{w_p^2}{Q} + w_p^2} \quad (3.3)$$

Para finalizar la sección se muestran las atenuaciones de ambas etapas por separado y el bode de ambas etapas en cascada. La Figura 3.2a muestra la atenuación en función de la frecuencia de la etapa 1 con los valores calculados teóricamente mientras que la Figura 3.2 lo muestra para la etapa 2. La Figura 3.3 muestra el bode del filtro con ambas etapas. Nótese en este ultimo que el notch se ubica en  $30kHz$ .

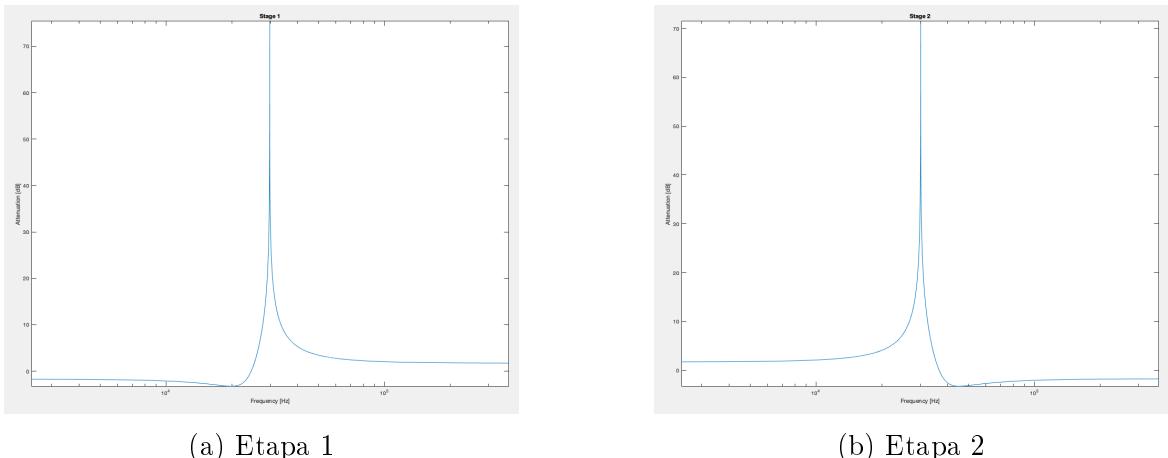
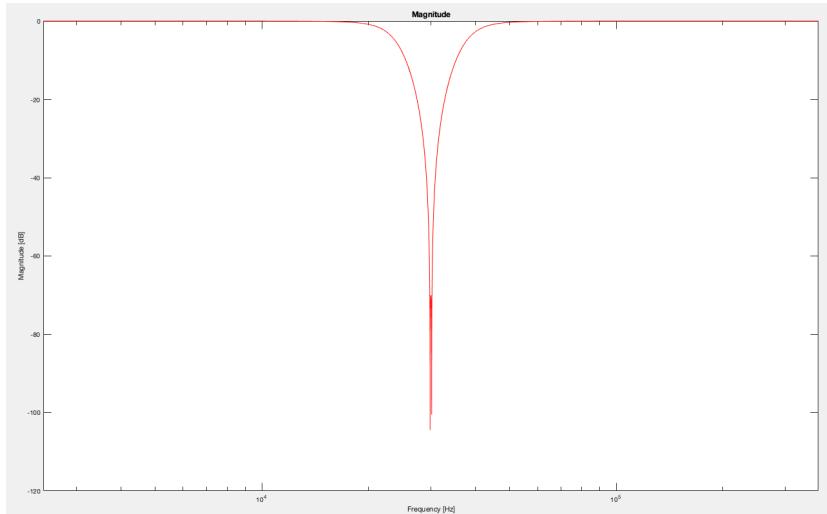


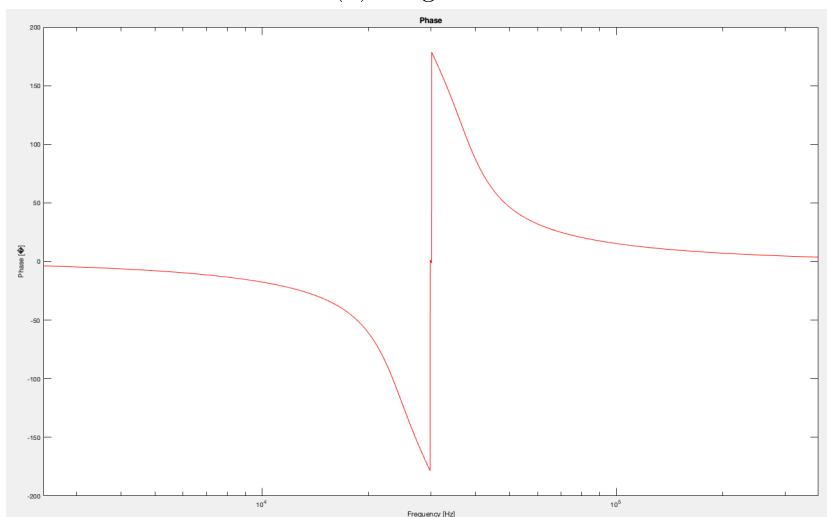
Figura 3.2: Atenuación de las etapas 1 y 2

### 3.4. Implementación

En esta sección se analizan distintas configuraciones para luego poder diseñar la etapas del filtro. Recordar que, como se deben realizar dos etapas *notch*, la celda debe estar configurada de modo que se pueda realizar la función trasferencia 3.3. En primer lugar se investiga sobre la celda universal *Kerwin-Huelsman-Newcomb* creada por Kerwin, L. P. Huelsman y R. W. Newcomb en 1967 que utiliza dos integradores y un amplificador sumador. La celda se puede ver en la Figura 3.4. La configuración provee una respuesta de segundo orden de pasa bajos, pasa banda y pasa altos. Es posible combinar estas respuestas para sintetizar una respuesta de *notch* con la ayuda de un cuarto amplificador operacional. En esta configuración se puede demostrar que el factor de calidad  $Q$  depende del ratio  $\frac{R_2}{R_1}$ . Luego, se tiene un  $Q$  mucho mas sensible a las tolerancias de las resistencias, lo que es una desventaja. Una ventaja de esta celda es que cuenta con varias salidas para obtener las respuestas de pasa bajos, pasa banda y pasa



(a) Magnitud



(b) Fase

Figura 3.3: Bode del filtro calculado mediante el programa de aproximación

altos (como se ve en la figura). Si se quiere obtener una respuesta *notch*, como es le caso, se debe agregar un amplificador operacional mas que sume las salidas pasa alto y pasa bajo.

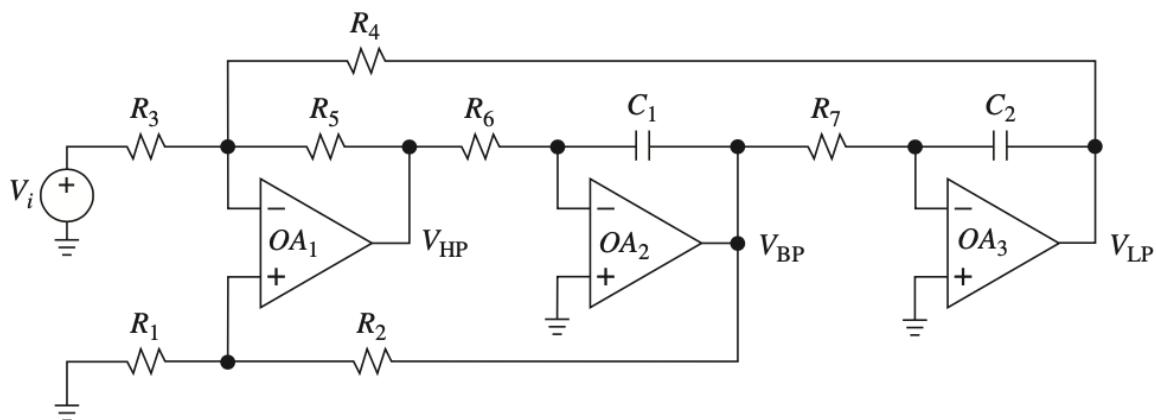


Figura 3.4: Configuración Kerwin-Huelsman-Newcomb

En segundo lugar, se investiga sobre la configuración *Tow-Thomas*. La misma se puede ver

en la Figura 3.5. La celda consiste en dos integradores, donde uno esta en configuración *lossy* y un tercer amplificador operacional que tiene ganancia unitaria cuyo propósito es proveer inversión de polaridad. Se puede configurar uno de los integradores como no inversor, luego se puede eliminar el amplificador inversor dejando solo dos amplificadores operacionales. De todos modos esta configuración no provee la posibilidad de obtener ceros de trasmisión.

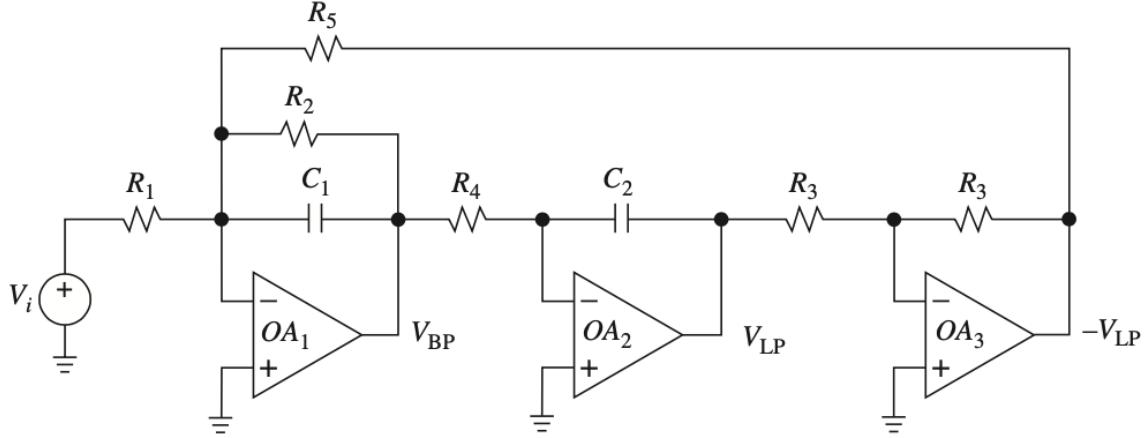


Figura 3.5: Configuración Tow-Thomas

En tercer lugar, se analiza la configuración *Ackerberg-Mossberg* que esta basada en la configuración *Tow-Thomas*. Lo que cambia entre ambas configuraciones es la implementación del integrador no inversor. Sin embargo, solamente sirve para realizar filtros pasabanda y pasa bajos. Este circuito se ve muy limitado en muchas aplicaciones practicas que requieren ceros de transmisión en el plano  $j\omega$ . Es posible agregar ceros de transmisión mediante un sumador pero a costa de agregar un amplificador operacional lo que hace que el circuito tenga en total cuatro amplificadores operacionales. En la Figura 3.6 se puede ver el circuito en configuración *Ackerberg-Mossberg* que permitiría realizar la función transferencia 3.3.

Por ultimo, se analiza la celda *Fleischer-Tow* que es otra modificación de la *Tow-Thomas*. Esta celda cuenta con la ventaja que con tres amplificadores operacionales se puede obtener cualquier tipo de respuesta. En la Figura 3.7 se muestra la celda *Fleischer-Tow*.

## 3.5. Diseño

### 3.5.1. Selección de configuracion de celda

En la sección anterior se mostraron las distintas configuraciones de celdas universales que se pueden utilizar. Como se vio, la celda *Tow-Thomas* no permite obtener ceros de transmision por lo que se descarta para utilizarla. En cuanto a la *Ackerberg-Mossberg* y la *Kerwin-Huelsman-Newcomb*, si bien permiten obtener respuestas del tipo *notch* requieren un amplificador mas. En consecuencia, como la celda *Fleischer-Tow* solo requiere tres amplificadores operacionales para dar una respuesta *notch* se opta por utilizar esta celda. Como se mostró anteriormente, el circuito que describe dicha celda se puede ver en la Figura 3.7. De dicho circuito es posible extraer la función transferencia. La misma se muestra a continuación:

$$H(s) = -\frac{s^2 \frac{R_8}{R_6} + s \frac{R_8(R_4R_7-R_1R_6)}{R_4R_7R_1C_1} + \frac{R_8}{R_3R_5R_7C_1C_2}}{s^2 + s \frac{1}{R_1C_1} + \frac{R_8}{R_2R_3R_7C_1C_2}} \quad (3.4)$$

Se toman las siguientes igualdades para simplificar la función trasferencia y para que se asemeje lo mas posible a la función trasferencia de un filtro *Notch* (3.3) . Las mismas son:

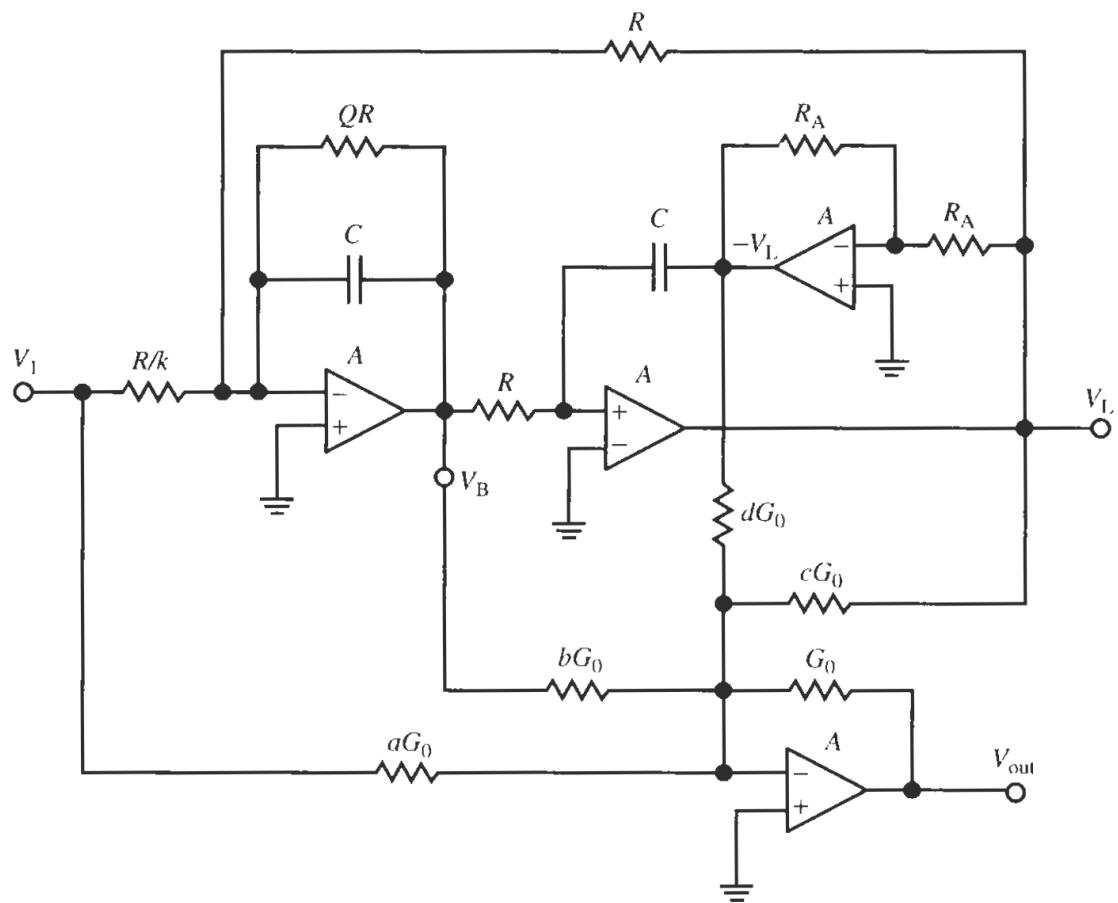


Figura 3.6: Configuración Ackerberg-Mossberg

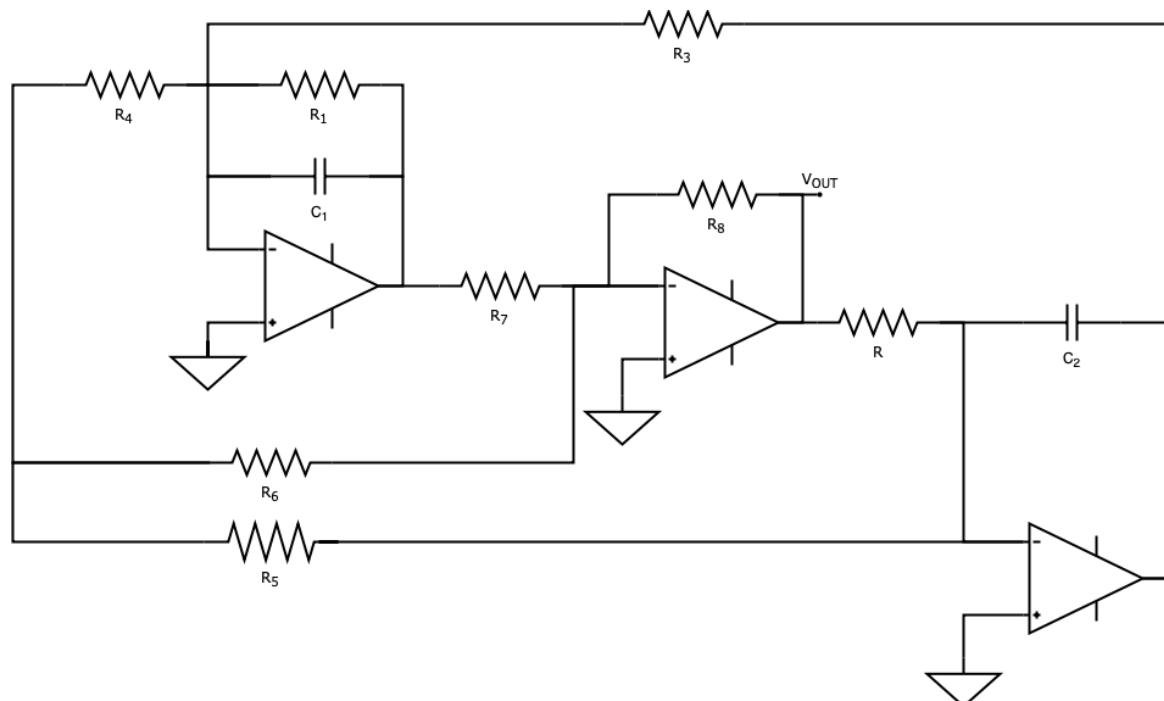


Figura 3.7: Configuración Fleischer-Tow

$$R_4 = \frac{R_1 R_6}{R_7}$$

$$C = C_1 = C_2$$

$$R_8 = R_7$$

$$R = R_2 = R_3$$

$$R_5 = R_6$$

La nueva función trasferencia resulta ser:

$$H(s) = -\frac{s^2 \frac{R_8}{R_5} + \frac{1}{R_5 R C^2}}{s^2 + s \frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 R_3 C^2}} \quad (3.5)$$

Como se puede observar, (3.5) tiene la forma de un filtro *Notch*. Solo resta obtener las relaciones de los parámetros del filtro ( $\omega_p$ ,  $\omega_z$  y  $Q$ ) con los componentes de la celda. Nuevamente se utiliza la función trasferencia (3.3) para extraer dichas relaciones:

$$R = \frac{1}{\omega_p C}$$

$$R_1 = \frac{Q}{\omega_p C}$$

$$R_5 = \frac{1}{k \omega_z^2 R C^2}$$

$$R_8 = k R_5$$

Para simplificar las cuentas y como no hay posibilidad de saturar a los amplificadores operacionales involucrados, se define  $k = 1$ . Nótese, que solamente hay tres valores de resistencia diferentes. Esto se puede ver como una ventaja ya que disminuye la complejidad del circuito. Ya es posible armar una celda con configuración *Fleischer-Tow* que describe un filtro *Notch*. La misma se puede ver en la Figura 3.8. Como ya es sabido la configuración *Fleischer-Tow* cuenta con tres amplificadores por lo que se decide utilizar el integrado TL084 ya que contiene cuatro amplificadores operacionales.

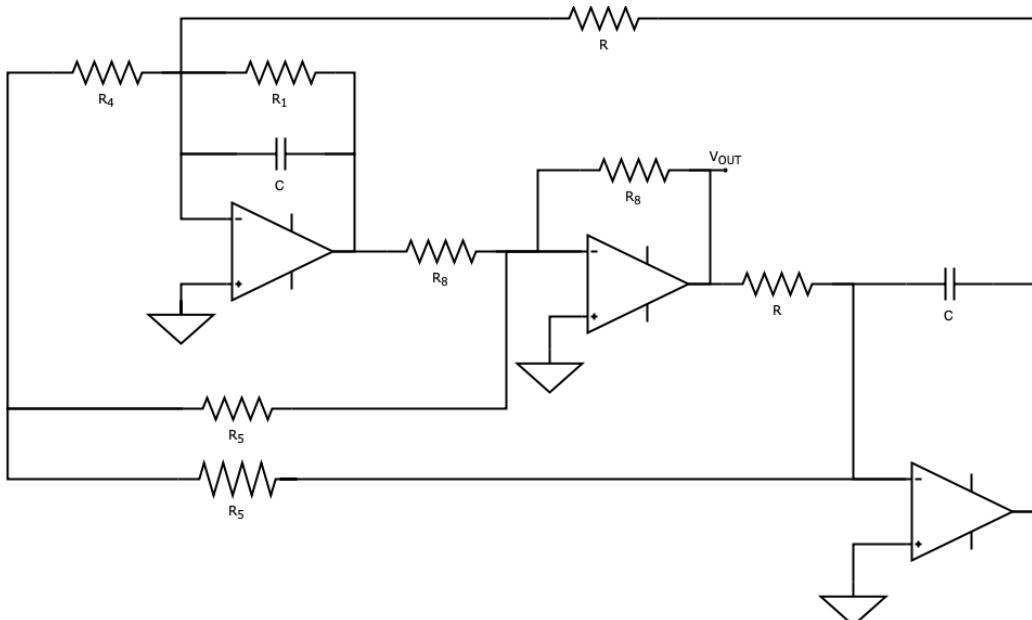


Figura 3.8: Filtro *Notch* implementado con *Fleischer-Tow*

### 3.5.2. Selección de componentes

Al tener el circuito que describe un filtro *Notch* es posible continuar con el diseño del filtro deseado. Como se vio anteriormente, para cumplir la plantilla se requieren dos etapas. La primera etapa tiene  $Q = 2,54$  y contiene el siguiente polo y cero:

$$f_{p1} = 24479 \text{ Hz}$$

$$f_{z1} = 29848 \text{ Hz}$$

Gracias a estos valores y a las relaciones anteriormente calculadas, se pueden calcular los valores de los componentes. Los resultados se muestran en la Tabla 3.2.

$R_1$	$16514\Omega$
$R$	$6501\Omega$
$R_5$	$4373\Omega$
$R_4$	$16514\Omega$
$R_8$	$4373\Omega$

Cuadro 3.2: Componentes calculados etapa 1

Como los valores de la Tabla 3.2 no son comerciales, se utilizan los que se muestran en la Tabla 3.3.

$R_1$	$33k\Omega // 33k\Omega$
$R$	$6,2k$
$R_5$	$4,3k\Omega$
$R_4$	$33k\Omega // 33k\Omega$
$R_8$	$4,3k\Omega$

Cuadro 3.3: Componentes comerciales etapa 1

Por otro lado, la segunda etapa tiene un  $Q = 2,54$  y contiene el siguiente polo y cero en:

$$f_{p2} = 36764 \text{ Hz}$$

$$f_{z2} = 30151 \text{ Hz}$$

Los valores de los componentes se muestran en la Tabla 3.4 y en la Tabla 3.5 se muestran los valores comerciales.

$R_1$	$10995\Omega$
$R$	$4329\Omega$
$R_5$	$6436\Omega$
$R_4$	$10995\Omega$
$R_8$	$6436\Omega$

Cuadro 3.4: Componentes calculados etapa 2

Cabe aclarar que para ambas etapas se utiliza  $C = 1nF$  ya que con dicho valor las resistencias adquieren valores del orden de los  $k\Omega$ .

Si ambas etapas se ponen en cascada y se simula, se obtiene el bode de la Figura 3.9. En primer lugar, se puede destacar que se cumple la profundidad del notch, lo que es satisfactorio. Sin embargo, la frecuencia en la que se produce el notch no es exactamente  $30kHz$  si se utilizan

$R_1$	$11k\Omega$
$R$	$4,3k$
$R_5$	$6,2k\Omega$
$R_4$	$11k\Omega$
$R_8$	$6,2k\Omega$

Cuadro 3.5: Componentes comerciales etapa 2

los valores de los componentes de los componentes propuestos. Esto se debe principalmente a que los valores necesarios para que se den en esta frecuencia no existen comercialmente. Al aproximar los valores de las resistencias se produce este error. Para solucionar este problema se decide utilizar un preset en ambas etapas en el lugar de  $R_7$ . Como se verá más adelante, la sensibilidad de  $R_7$  implica una modificación en la ubicación de los ceros en ambas etapas. Luego, se explota esta situación para calibrar el circuito de manera que ambas etapas tengan los ceros donde corresponde y que al tener las etapas en cascada la frecuencia se ubique en  $30kHz$ . Luego, al tener esta nueva opción, se encontró que si  $R_7$  es  $4100\Omega$  para la primera etapa y  $6300\Omega$  para la segunda etapa la simulación cumple con la plantilla del filtro. La Figura 3.9 muestra el bode del filtro con estas modificaciones. Habiendo aclarado esto, se cambia  $R_7$  de la primera etapa por un preset de  $5k\Omega$  y por uno de  $10k\Omega$  para la segunda etapa.

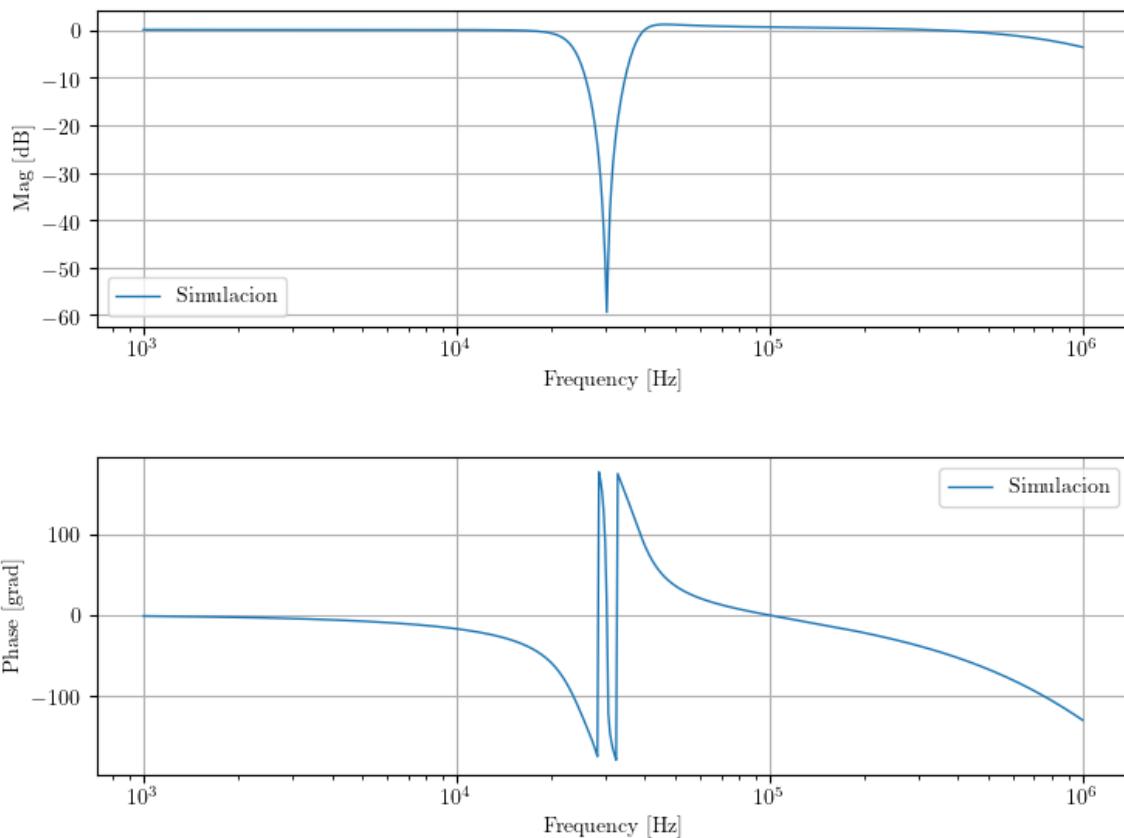


Figura 3.9: Simulación del filtro con componentes comerciales

### 3.5.3. Sensibilidades

En esta sección se busca analizar la sensibilidad de los componentes del circuito propuesto. Para calcular las sensibilidades se utiliza la siguiente ecuación:

$$S_{x_k}^{g(x)} = \frac{\delta g(x)}{\delta x_k} \frac{x_k}{g(x)}$$

En primer lugar, se calcula la sensibilidad de  $Q_z$ . Recordando la función trasferencia completa de la celda *Fleischer-Tow* (3.4) se extrae la expresión del factor de calidad de cero  $Q_z$ :

$$Q_z = \frac{R_4 R_7 C_1 \omega_z}{R_8 (R_4 R_7 - R_1 R_6)} = \frac{R_1 R_4}{R_4 R_7 - R_1 R_6} \sqrt{\frac{C_1 R_8 R_7}{R_3 R_5 C_2}}$$

Gracias a un algoritmo, se obtienen los siguientes resultados:

$$\begin{aligned} S_{R_1}^{Q_z} &= \frac{R_4 R_7}{R_1 R_6 - R_4 R_7} \\ S_{R_3}^{Q_z} &= \frac{-1}{2} \\ S_{R_4}^{Q_z} &= \frac{R_1 R_6}{R_1 R_6 - R_4 R_7} \\ S_{R_5}^{Q_z} &= \frac{-1}{2} \\ S_{R_6}^{Q_z} &= -\frac{R_1 R_6 + R_4 R_7}{2(R_1 R_6 - R_4 R_7)} \\ S_{R_7}^{Q_z} &= \frac{R_1 R_6 + R_4 R_7}{2(R_1 R_6 - R_4 R_7)} \\ S_{C_1}^{Q_z} &= \frac{1}{2} \\ S_{C_2}^{Q_z} &= \frac{-1}{2} \end{aligned}$$

En segundo lugar, se calcula la sensibilidad de  $Q$ . La expresión de  $Q$  es:

$$Q = \sqrt{\frac{R_8 C_1}{R_2 R_3 R_7 C_2}} R_1$$

Gracias a un algoritmo, se obtienen los siguientes resultados:

$$\begin{aligned} S_{R_1}^Q &= 1 \\ S_{R_2}^Q &= -\frac{1}{2} \\ S_{R_3}^Q &= -\frac{1}{2} \\ S_{R_7}^Q &= -\frac{1}{2} \\ S_{R_8}^Q &= \frac{1}{2} \\ S_{C_1}^Q &= \frac{1}{2} \\ S_{R_2}^Q &= -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

En tercer lugar, se calcula la sensibilidad de  $\omega_0$ . Se recuerda su expresión:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{R_8}{R_2 R_3 R_7 C_1 C_2}}$$

Gracias a un algoritmo, se obtienen los siguientes resultados:

$$S_{R_2}^{\omega_0} = -\frac{1}{2}$$

$$S_{R_3}^{\omega_0} = -\frac{1}{2}$$

$$S_{R_7}^{\omega_0} = -\frac{1}{2}$$

$$S_{R_8}^{\omega_0} = \frac{1}{2}$$

$$S_{C_1}^{\omega_0} = -\frac{1}{2}$$

$$S_{C_2}^{\omega_0} = -\frac{1}{2}$$

En cuarto lugar, se calcula la sensibilidad de  $\omega_z$ . Se recuerda su expresión:

$$\omega_z = \sqrt{\frac{R_8}{R_3 R_5 R_7 C_1 C_2}}$$

Gracias a un algoritmo, se obtienen los siguientes resultados:

$$S_{R_3}^{\omega_z} = -\frac{1}{2}$$

$$S_{R_5}^{\omega_z} = -\frac{1}{2}$$

$$S_{R_7}^{\omega_z} = -\frac{1}{2}$$

$$S_{R_8}^{\omega_z} = \frac{1}{2}$$

$$S_{C_1}^{\omega_z} = -\frac{1}{2}$$

$$S_{C_2}^{\omega_z} = -\frac{1}{2}$$

Por ultimo se calcula la sensibilidad de  $G$ . La expresión de  $G$  es:

$$G = \frac{R_8}{R_6}$$

Se puede ver fácilmente que:

$$S_{R_8}^G = 1$$

$$S_{R_6}^G = -1$$

### 3.5.4. Análisis de montecarlo

Es de importancia aclarar que, para implementar el circuito, se utilizan todas resistencias SMD ya que tienen tolerancia de aproximadamente 1%. La Figura 3.10 muestra el análisis de montecarlo sobre el circuito. Como se puede observar, tanto la profundidad del notch como la frecuencia a la que este se ubica varían considerablemente. Esto provoca que la plantilla no se cumpla en varios casos. Como se vio en la sección de sensibilidad, la mayoría de los componentes afectan considerablemente el comportamiento del circuito, a pesar de utilizar resistencias baja tolerancia. Para solucionar este problema, se vuelve a recurrir a la opción del preset en la resistencia  $R_7$ . El preset en ambas etapas calibra el circuito para que los ceros se ubiquen donde corresponden compensando las variaciones de los componentes.

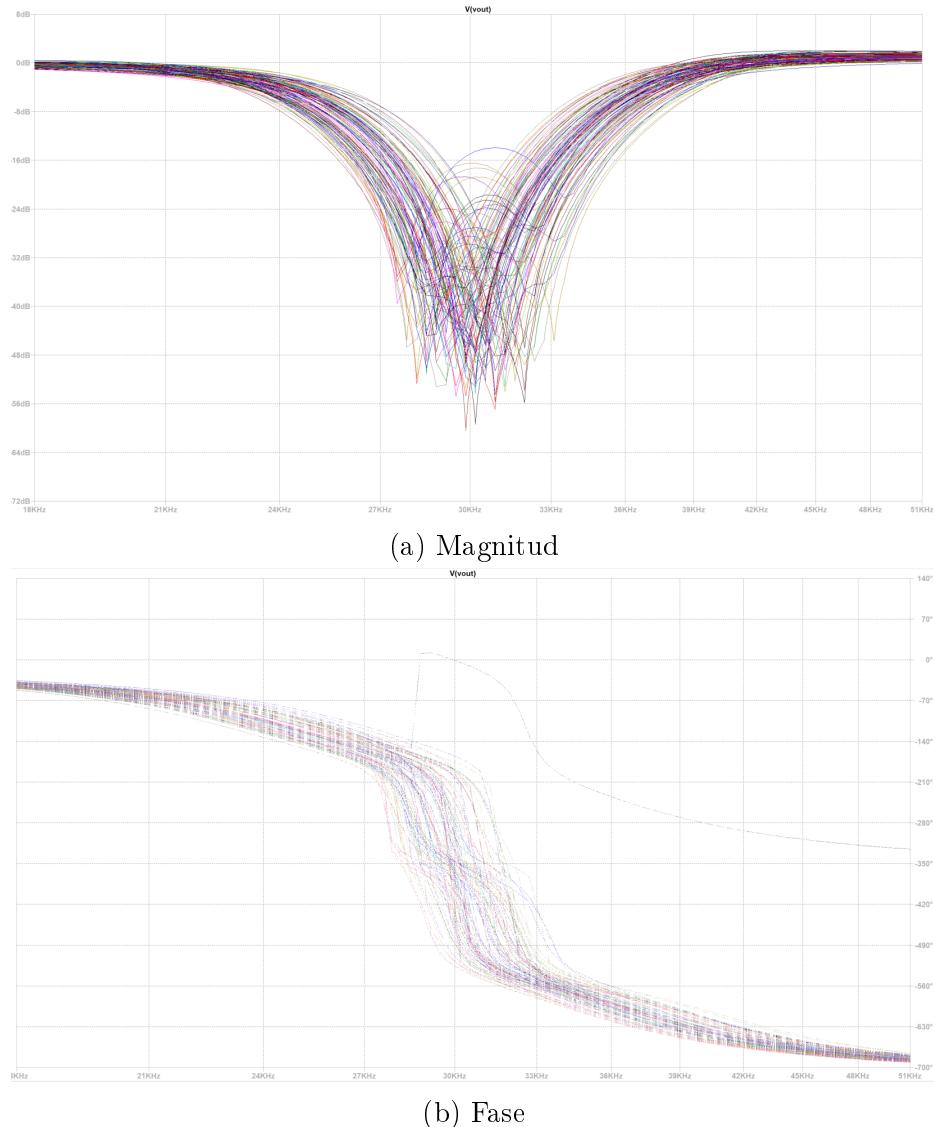


Figura 3.10: Análisis montecarlo

### 3.5.5. Impedancia de entrada

Como la plantilla impone que la impedancia de entrada sea mayor a  $50k\Omega$  se decide incorporar buffers a la entrada de ambas etapas. Como cada etapa del circuito es implementada con dos integrados TL084 que contiene cuatro operacionales, es posible utilizar uno de ellos como buffer. Con esta configuración, la simulación de la impedancia de entrada se puede ver en la Figura

3.11. Como se puede observar, con esta configuración se cumple ampliamente la condición de la impedancia de entrada.

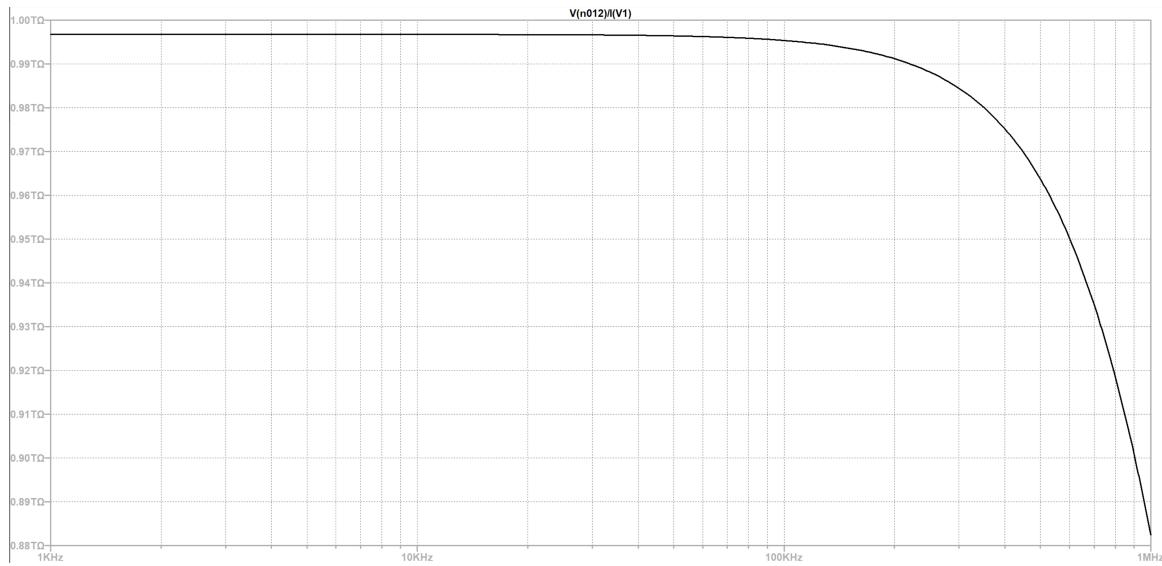


Figura 3.11: Simulación de impedancia de entrada

### 3.5.6. Impedancia de salida

En la Figura 3.12 se puede ver la simulación de la impedancia de salida. Como se puede ver, aumenta abruptamente a partir de  $100kHz$ .

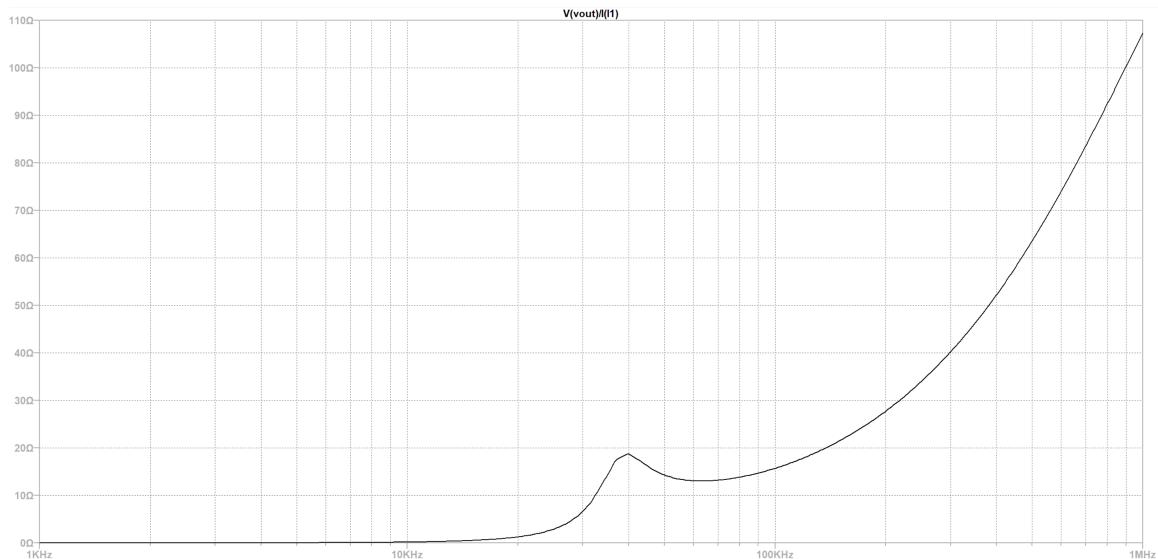


Figura 3.12: Simulación de impedancia de salida

## 3.6. Medición

En esta sección se muestran los resultados de las mediciones. Primero se exponen los bodes de las etapas por separado para poder determinar si cada etapa funciona de la manera esperada. En los bodes de las etapas se muestran tres curvas. La primera es la simulación con los componentes calculados (los de las tablas 3.2 y 3.2), la segunda es con los componentes con los valores

comerciales (los de las tablas 3.3 y 3.5) y la tercera curva es la medición. Como ultimo se muestra el bode del filtro completo. En este se muestra la simulación de todo el filtro completo con los buffers a la entrada de cada etapa y su respectiva medición.

El bode de la primera etapa se ve en la Figura 3.13. Se puede observar que los resultados son sumamente satisfactorios ya que la simulación con los valores de los componentes calculados, la simulación con los valores de los componentes utilizados y la medición eso prácticamente idénticos. Esto sucede en la magnitud que es el parámetro de interés. También, nótese que en la medición y en la simulación la atenuación aumenta en frecuencias altas. Esto es de esperarse ya que a estas frecuencias comienza a actuar el polo dominante del amplificador operacional. En cuanto a la fase, se puede apreciar una cierta dispersión pero a partir de  $100kHz$ . La frecuencia donde se ubica el *notch* es aproximadamente  $29800Hz$  lo que es excelente ya que es prácticamente igual a  $f_{z1}$ . Ademas, cabe aclarar que el preset en  $R_7$  resulta de enorme ayuda ya que permitió ubicar el polo de la etapa en la frecuencia deseada dando muy buenos resultados.

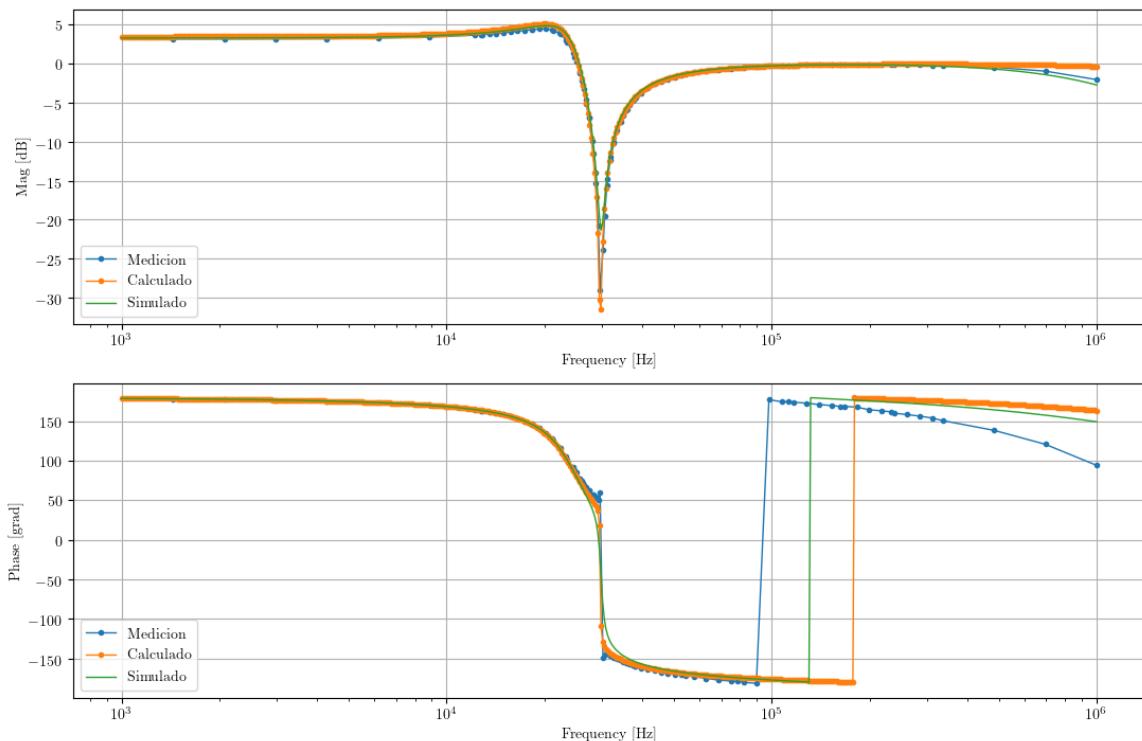


Figura 3.13: Bode prima etapa

Algo muy similar se dio en la segunda etapa. El bode de la misma se puede ver en la Figura 3.14. Al igual que la primera etapa, los resultados son muy buenos. El *notch* se ubica prácticamente en  $f_{z2}$  y las tres curvas están prácticamente superpuestas.

Finalmente, en la Figura 3.15 se muestra el bode del filtro con ambas etapas y sus respectivos buffers. Como era de esperarse la simulación y la medición son prácticamente iguales ya que las etapas por separado dieron muy buenos resultados. En primer lugar, se contempla que la frecuencia donde se ubica el *notch* es muy aproximado a  $30kHz$  por lo que el filtro cumple dicho condición de la plantilla. Ademas, se logra una profundidad de *notch* mayor a  $50dB$  cumpliendo la condición de la plantilla. También, se puede ver que se logra cumplir con el resto de las condiciones de la plantilla.

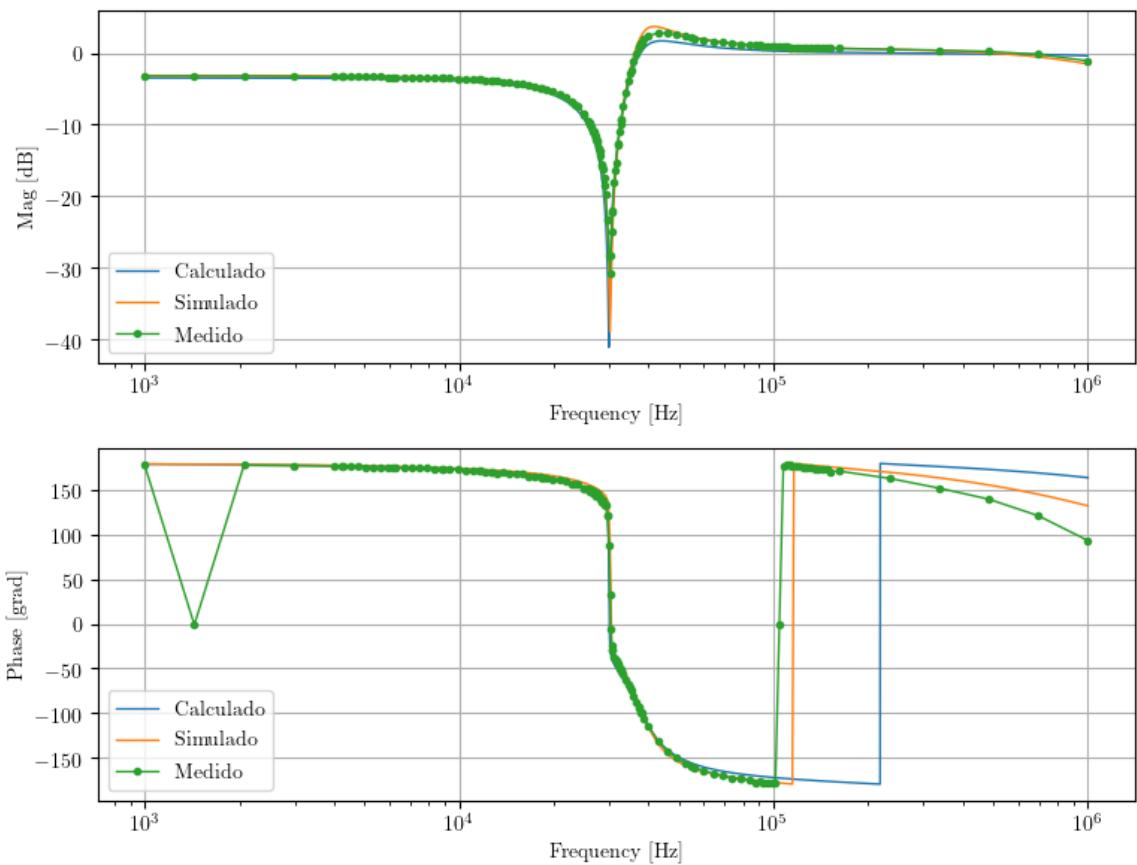


Figura 3.14: Bode segunda etapa

### 3.7. Conclusión

Se logro implementar el filtro deseado con dos etapas con la configuración *Fleischer-Tow*. La plantilla del filtro se cumple en el filtro implementado. La decisión de utilizar un preset en  $R_7$  fue de inmensa utilidad ya que permitió calibrar las etapas por separado y obtener los resultados deseados.

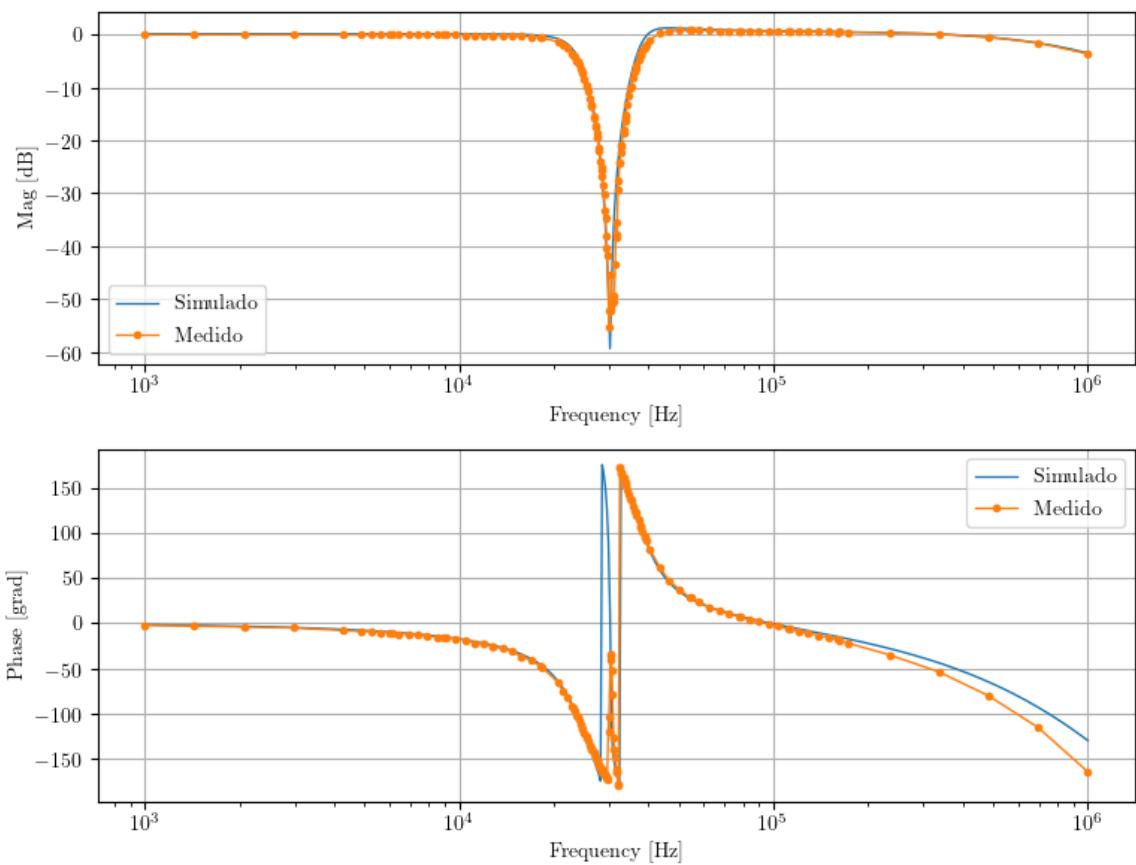


Figura 3.15: Bode del filtro