

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE BUENOS AIRES

22.01 TEORÍA DE CIRCUITOS

Trabajo práctico 5: Filtros Activos y Celdas

Grupo 4

GONZÁLEZ ORLANDO, Tomás Agustín	57090
PARRA, Rocío	57669
PIERDOMINICI, Matías Nicolás	57498
STEWART HARRIS, María Luz	57676

Profesores

JACOBY, Daniel Andrés
IRIBARREN, Rodrigo Iñaki
BELAUSTEGUI GOITIA, Carlos

Presentado: 30/10/2018

Índice

1	Celda Sallen-Key	2
1.1	Introducción: la celda Sallen-Key	2
1.1.1	Análisis de sensibilidades	6
1.2	Filtro 1: Legendre	7
1.3	Filtro 2: Bessel	7
2	Celda Rauch (Deliyannis-Friend modificada)	8
3	Sedra-Ghorab-Martin	9
3.1	Introducción	9
3.1.1	Usos	9
3.2	Obtención función transferencia con Cauer	9
3.3	Elección de componentes	14
3.3.1	Uso y ubicación del preset	15
3.3.2	Uso de buffers	15
3.4	Mediciones	17
3.5	Estabilidad	19
3.6	Anexo	20
3.6.1	Transformación complementaria: relación entre celda HPB y Deliyannis . . .	20
3.6.2	Transferencia con polo dominante por feedback	21
4	Celda Universal	23
4.1	Comparación de celdas universales	24
4.1.1	Kerwin Huelsman Newcomb (KHD)	24
4.1.2	Tow Thomas	25
4.1.3	Akerberg Mossberg	25
4.1.4	Fleischer Tow	26
4.2	Elaboración del filtro	27
4.2.1	Plantilla a relizar	27
4.2.2	Elección de celda	27
4.2.3	Análisis de sensibilidades de la celda Fleischer Tow	27
4.2.4	Diseño del filtro	27
4.2.5	Simulación del módulo de la respuesta en frecuencia	28
4.2.6	Simulación de la impedancia de entrada	29

4.2.7 Mediciones	29
----------------------------	----

Ejercicio 1

Celda Sallen-Key

En esta sección, se implementarán dos filtros pasabajos haciendo uso de celdas Sallen-Key en cascada. Sobre los mismos, se analizará su respuesta en frecuencia, impedancia de entrada e impedancia de salida, y la sensibilidad de los parámetros característicos del filtro a desviaciones en los valores de los componentes que lo integran respecto de su valor nominal.

Para esto, haremos en primer lugar un análisis teórico de las celdas Sallen-Key.

1.1 Introducción: la celda Sallen-Key

La Sallen-Key es una celda que permite realizar un filtro de segundo orden utilizando sólo *op amps*, resistencias y capacitores. Si bien normalmente con estos dos tipos de componentes pasivos sólo podrían obtenerse polos reales, es decir $Q \leq 1/2$, el *feedback* positivo introducido por el operacional permite obtener polos complejos conjugados, y por lo tanto una mayor selectividad. Como en este tipo de celdas existe un único *feedback* positivo, en general la sensibilidad del filtro a la dispersión de los parámetros del operacional es menor, y a los valores de los componentes pasivos es mayor, respecto de otro tipo de celdas.

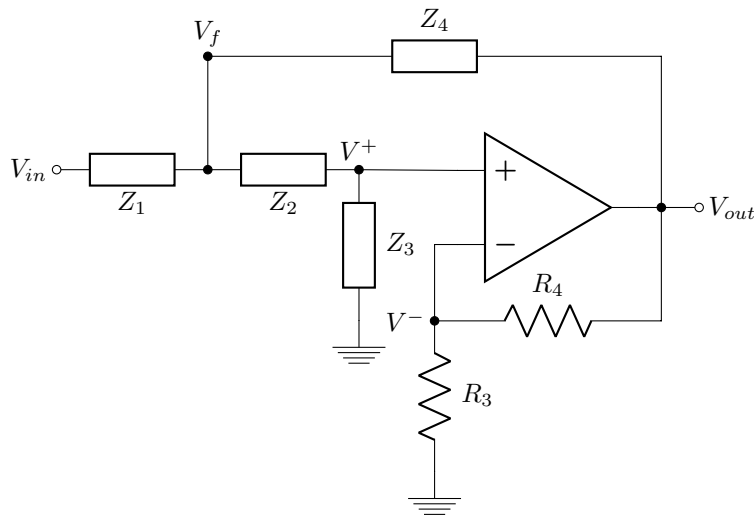


Figura 1.1: Celda Sallen-Key genérica

En esta configuración, las resistencias R_3 y R_4 determinan la ganancia de la celda, puesto que forman un circuito no inversor en el camino del *feedback* negativo. Las demás impedancias, por otro lado, sólo tienen injerencia en la ubicación de los polos y los ceros del circuito, si bien la misma también se ve afectada por las resistencias del no inversor.

Las ecuaciones que describen a este circuito son:

$$\begin{cases} V_{out} = A_{vol} \cdot (V^+ - V^-) \\ V^+ = \frac{Z_2}{Z_2 + Z_3} V_f \\ V^- = \frac{R_3}{R_3 + R_4} V_{out} \\ \frac{V_{in} - V_f}{Z_1} = \frac{V_f - V^+}{Z_2} + \frac{V_f - V_{out}}{Z_4} \end{cases} \quad (1.1)$$

De esta última ecuación y expresando V_f como función de V^+ se puede obtener que:

$$V^+ = \left[\left(1 + \frac{Z_3}{Z_2} \right) \cdot \left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_4} \right) - \frac{1}{Z_2} \right] \cdot \left(\frac{V_{in}}{Z_1} + \frac{V_{out}}{Z_4} \right) = \frac{d}{Z_1} V_{in} + \frac{\gamma}{Z_4} V_{out} \quad (1.2)$$

Por simplicidad, se efectuó la sustitución $\gamma = \left(1 + \frac{Z_3}{Z_2} \right) \cdot \left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_4} \right) - \frac{1}{Z_2}$. Si llamamos además $K = 1 + R_4/R_3$ a la ganancia del no inversor, esto se puede expresar mediante el siguiente diagrama de flujo de señal:

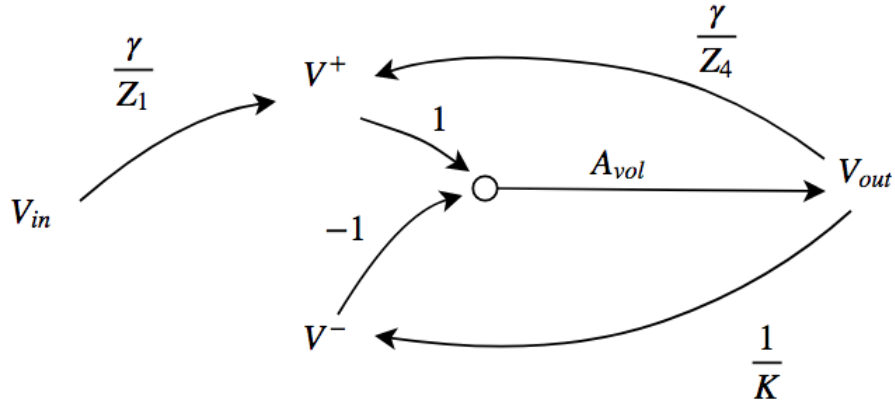


Figura 1.2: Diagrama de flujo de señal del circuito

Sucesivas simplificaciones permiten llevar el diagrama anterior a una forma que nos permita ver claramente los *loops* de *feedback* del circuito

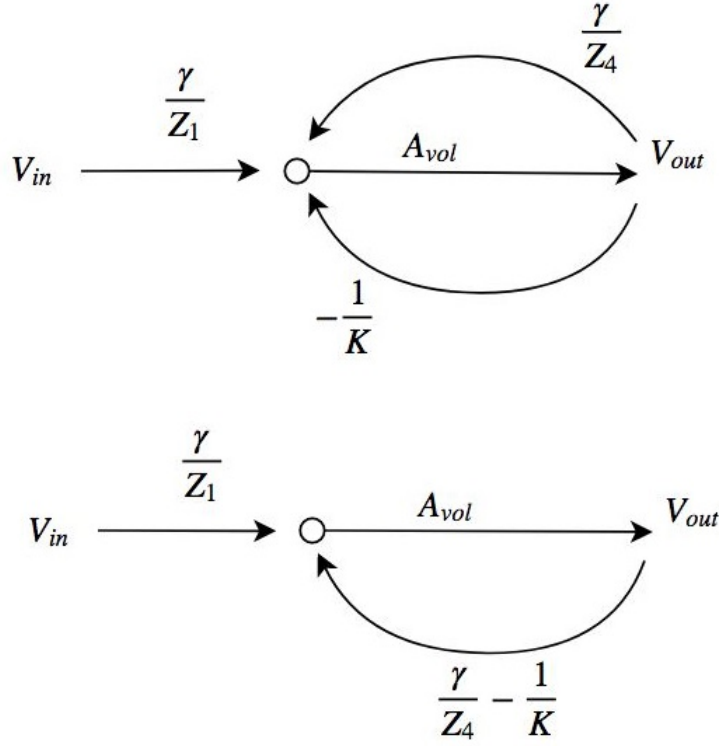


Figura 1.3: Simplificaciones del diagrama de flujo de señal

Partiendo de la figura 1.3, se puede obtener trivialmente la transferencia como:

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{\gamma}{Z_1} \cdot \left(\frac{A_{vol}}{1 + A_{vol} \cdot \left(\frac{\gamma}{Z_4} - \frac{1}{K} \right)} \right) \quad (1.3)$$

Si consideramos el caso ideal $A_{vol} \rightarrow \infty$, volviendo a reemplazar por el valor original de γ obtenemos que:

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{K}{\frac{Z_1 Z_2}{Z_3 Z_4} + \frac{Z_1}{Z_3} + \frac{Z_2}{Z_3} + \frac{Z_1 \cdot (1-K)}{Z_4} + 1} \quad (1.4)$$

En el caso particular de la celda Sallen-Key pasabajos, las sustituciones que se realizan son:

$$\begin{cases} Z_1 = R_1 & Z_3 = \frac{1}{sC_2} \\ Z_2 = R_2 & Z_4 = \frac{1}{sC_1} \end{cases}$$

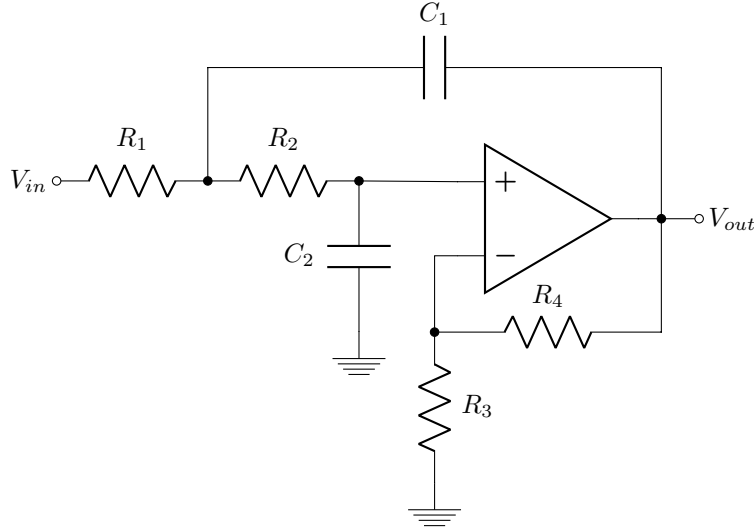


Figura 1.4: Celda Sallen-Key pasabajos

Reemplazando en la ecuación 1.4, se obtiene que:

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{K}{s^2 \cdot R_1 R_2 C_1 C_2 + s \cdot [R_1(1 - K)C_1 + (R_1 + R_2)C_2] + 1} \quad (1.5)$$

Efectivamente, esta ecuación corresponde a un filtro pasabajos de segundo orden, cuyos parámetros característicos son:

$$\begin{cases} f_0 = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}} \\ Q = \frac{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}{(R_1(1 - K)C_1 + (R_1 + R_2)C_2)} \\ G = 1 + \frac{R_4}{R_3} \end{cases} \quad (1.6)$$

Como se verá más adelante, los dos filtros implementados con estas celdas tienen ganancia unitaria. Si bien podrían utilizarse ganancias distintas de 1 en cada etapa, y si fuese necesario compensarlo con una etapa inversora o no inversora, por simplicidad sólo se considerará el caso $K = 1$. Un posible problema de utilizar este criterio es que obtener un valor elevado de Q puede tornarse más difícil, o simplemente imposible, dadas las restricciones prácticas a la hora de determinar los valores de los componentes. Sin embargo cabe destacar también que si $K > 1$, se debe prestar particular atención a no llegar a valores negativos para el coeficiente lineal del denominador de la transferencia, puesto que esto haría que el sistema pierda su estabilidad, y por lo tanto así nos desentendemos de este problema.

Para obtener ganancia unitaria, entonces, se reemplaza la resistencia R_4 por un cable y se deja un circuito abierto donde estaría R_3 , de forma tal que $G = 1 + \frac{R_4}{R_3} = 1$.

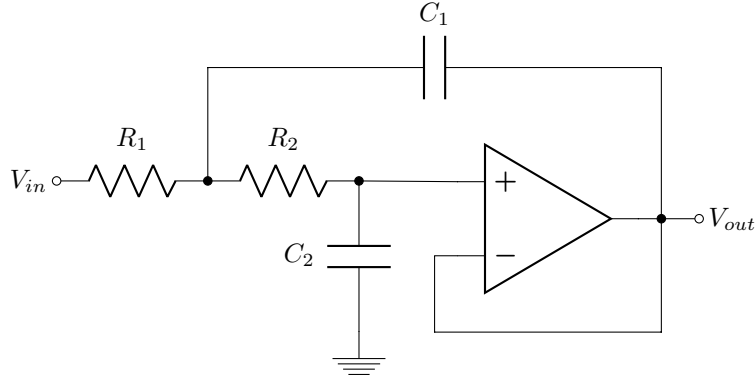


Figura 1.5: Celda Sallen-Key pasabajos con ganancia unitaria

«««< HEAD Con esta configuración, las expresiones finales de Q y f_0 son:

$$\begin{cases} f_0 = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}} \\ Q = \frac{\sqrt{R_1 R_2 C_1}}{(R_1 + R_2) \sqrt{C_2}} \\ G = 1 \end{cases} \quad (1.7)$$

1.1.1 Análisis de sensibilidades

Antes de determinar los valores de los componentes que se utilizarán para cada filtro, estudiaremos a qué componentes es más sensible cada parámetro del circuito. A partir de las expresiones obtenidas en 1.7, utilizando la fórmula $S_x^y = \frac{x}{y} \cdot \frac{\partial y}{\partial x}$, se calcularon las sensibilidades relativas de f_0 y Q a pequeñas variaciones en los valores de los componentes que las integran.

	R_1	R_2	C_1	C_2
f_0	$-1/2$	$-1/2$	$-1/2$	$-1/2$
Q	$-\frac{R_1 - R_2}{2 \cdot (R_1 + R_2)}$	$\frac{R_1 - R_2}{2 \cdot (R_1 + R_2)}$	$1/2$	$1/2$

Tabla 1.1: Sensibilidades de f_0 y Q a los valores de los componentes

Según estos resultados, la frecuencia del polo de una celda Sallen-Key de ganancia unitaria tiene la misma sensibilidad respecto de cada componente. En cuanto al factor de calidad, por otro lado, la sensibilidad a los capacitores es siempre $\pm 1/2$, pero a las resistencias depende de los valores de las mismas. Al igual que ocurría antes, Q será siempre igual de sensible a ambas resistencias, aunque en este caso con signo opuesto, pero ahora si $R_1 = R_2$, esta sensibilidad es 0. Cuanto más cercanos sean los valores de R_1 y R_2 entre sí, y más grandes sean estos valores, menos sensible será Q a estos parámetros.

Por lo tanto, se tomará el criterio de trabajar con resistencias iguales o cercanas entre sí, y siempre en el orden de los $k\Omega$. De esta manera, la sensibilidad de Q a las resistencias no debería ser demasiado elevado. Por ejemplo, si se tomase en una celda $R_1 = 1k\Omega$ y $R_3 = 3k\Omega$, se tendría que $S_R^Q = \pm 0.5$, es decir que sería idéntica a S_C^Q .

Por otro lado, como todas las sensibilidades de f_0 son -0.5 y no se contó con la posibilidad de utilizar capacitores de tolerancias inferiores al 10% para todos los valores, sabemos a priori que cada capacitor podría introducir un cambio de $-0.5 \cdot (\pm 10\%) = \mp 5\%$ en el valor de f_0 . Como hay dos capacitores por celda, esta dispersión asciende a 10%. Por lo tanto, se determinó utilizar resistencias de tolerancia 1%, ya que de usar 5% los cambios en los parámetros característicos del circuito podrían ascender al 15%, mientras que de esta manera se logra limitar este valor a 11%.

1.2 Filtro 1: Legendre

En primer lugar, se busca implementar un filtro pasabajos que cumpla la siguiente plantilla:

Orden	f_p	A_p	$ Z_{in}(f) $
5	$33kHz$	$3dB$	$\geq 50k\Omega \forall f$

Tabla 1.2: Plantilla del filtro pasabajos con Legendre

Como no se tiene restricciones de A_a , se determinó utilizar $A'_p = 1$ a la hora de calcular la transferencia, de forma tal que la tolerancia de los valores de los componentes no provoque que no se cumpla la plantilla.

Habiendo obtenido la función transferencia de este filtro mediante la aproximación de Legendre, poniendo además la condición de que todas las etapas deben tener ganancia unitaria, las etapas que se deben diseñar son las siguientes:

Etapas	Orden	$f_0 (kHz)$	Q
1	1	29.5	-
2	2	34.2	0.72
3	2	40.3	2.23

Tabla 1.3: Etapas del filtro 1

1.3 Filtro 2: Bessel

=====

<http://www.ti.com/lit/an/sloa024b/sloa024b.pdf> »»»> parent of 266f140... código para histogramas pasabajos

Ejercicio 2

Celda Rauch (Deliyannis-Friend
modificada)

Ejercicio 3

Sedra-Ghorab-Martin

3.1 Introducción

3.1.1 Usos

La celda Sedra-Ghorab-Martin implementa una función transferencia de orden 2 utilizando un solo op-amp, por lo que se dice que es una celda *SAB* (*single-amplifier-biquad*). Se destaca por tener una baja sensibilidad del Q de los polos respecto a la ganancia de lazo abierto comparada con otras topologías (por ejemplo, la Sallen-Key analizada en el ejercicio 1). A cambio de esta ventaja, aumenta la sensibilidad respecto a los componentes pasivos.

En esta sección se utiliza la metodología descrita en la publicación *Optimum Configurations for Single-Amplifier Biquadratic Filters* de Adel S. Sedra, Mohamed A. Ghorab y Ken Martin para obtener un filtro pasabajos con la siguiente plantilla:

f_a	12.2KHz
f_p	24.4KHz
A_p	2dB
A_a	40dB
$ Z_{in}(f) $	$>50K\Omega$

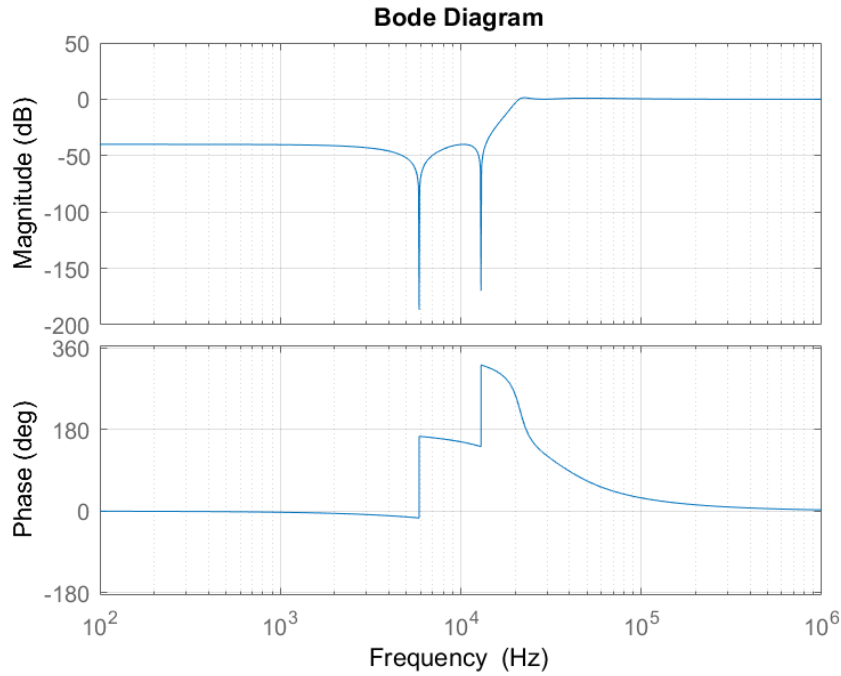
Se analiza el solamente el circuito HPB ya que el LPB no fue utilizado.

3.2 Obtención función transferencia con Cauer

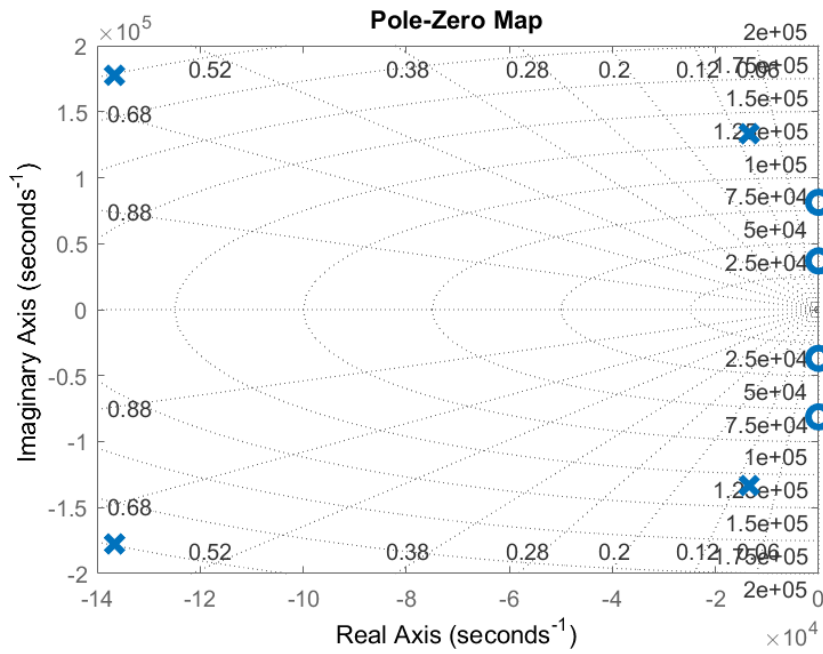
Se utilizó la aproximación de Cauer. Vale la pena mencionar que ésta tiene ceros sobre el eje imaginario, por lo que pequeñas variaciones en los parámetros del circuito puedan llevar los ceros de un lado al otro del eje. Este fenómeno no afecta significativamente el módulo de la transferencia, pero sí cambia el sentido del salto de 180° en la fase en f_z . Para obtener la función transferencia, se usó una plantilla más restrictiva: $A_a = 41\text{dB}$ y $A_p = 1\text{dB}$, y se usó una desnormalización del 50% entre f_a y f_p . Con estas consideraciones se obtuvo la función transferencia del filtro y se dividió en etapas:

Filtro total:

$$H(s) = \frac{3.43 \cdot s^4 + 2.73 \cdot 10^{10} \cdot s^2 + 3.01 \cdot 10^{19}}{4.075 \cdot s^4 + 1.223 \cdot 10^{06} \cdot s^3 + 3.077 \cdot 10^{11} \cdot s^2 + 2.549 \cdot 10^{16} \cdot s + 3.67 \cdot 21} \quad (3.1)$$



(a) Función transferencia del filtro



(b) Diagrama polos y ceros del filtro

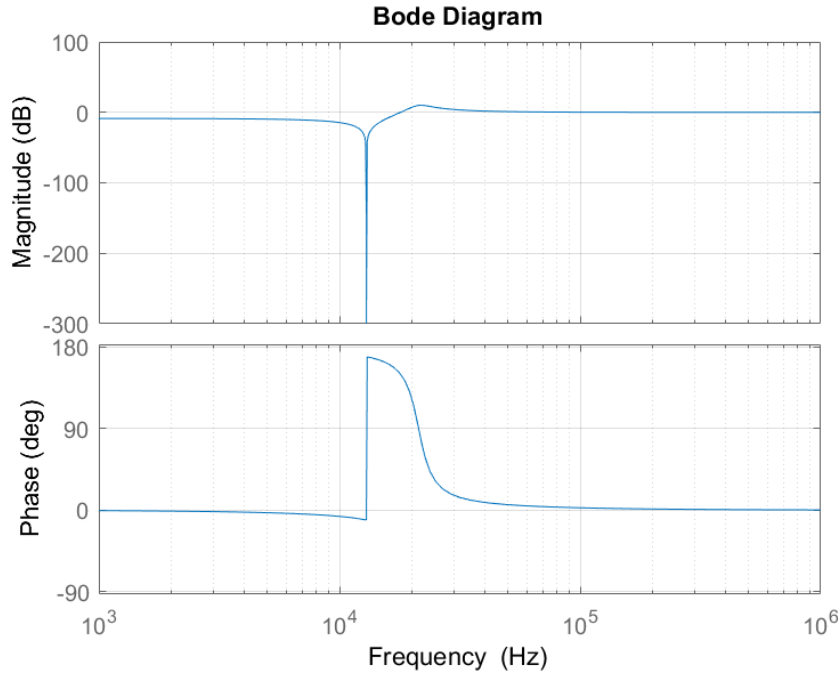
Se dividieron los polos y ceros en dos etapas:

Primera etapa:

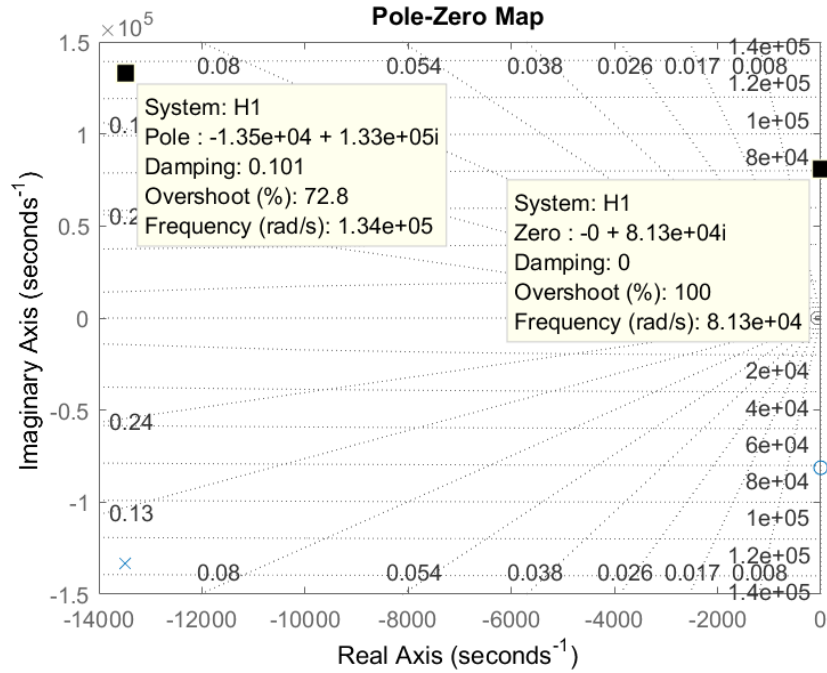
- $f_z = 12.9$ KHz
- $f_0 = 21.3$ KHz
- $Q = 4.67$

- Gain = -0.5dB

$$H_1(s) = \frac{4.69 \cdot s^2 + 3.1 \cdot 10^{10}}{4.97 \cdot s^2 + 1.34 \cdot 10^5 \cdot s + 8.92 \cdot 10^{10}} \quad (3.2)$$



(a) Función transferencia de la etapa 1

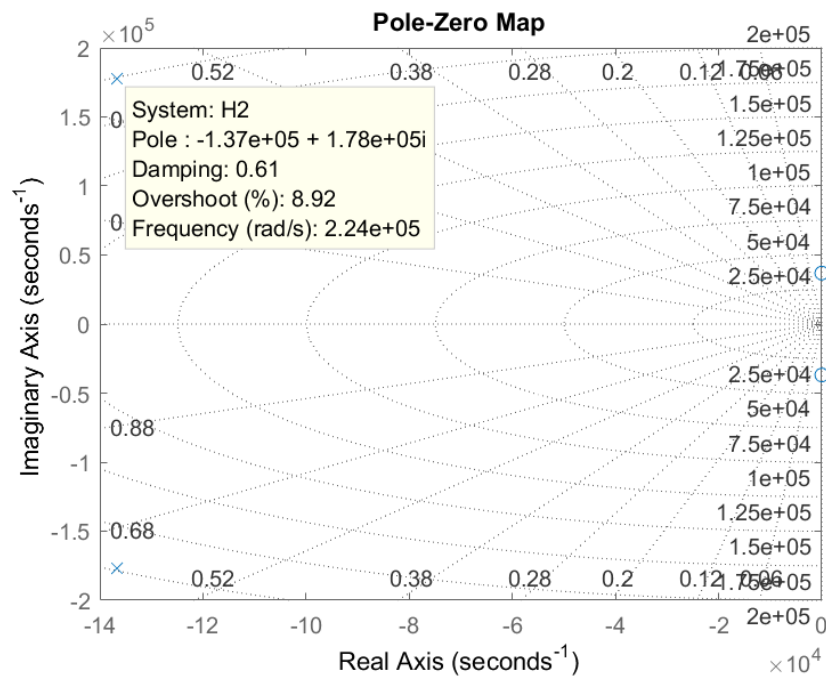
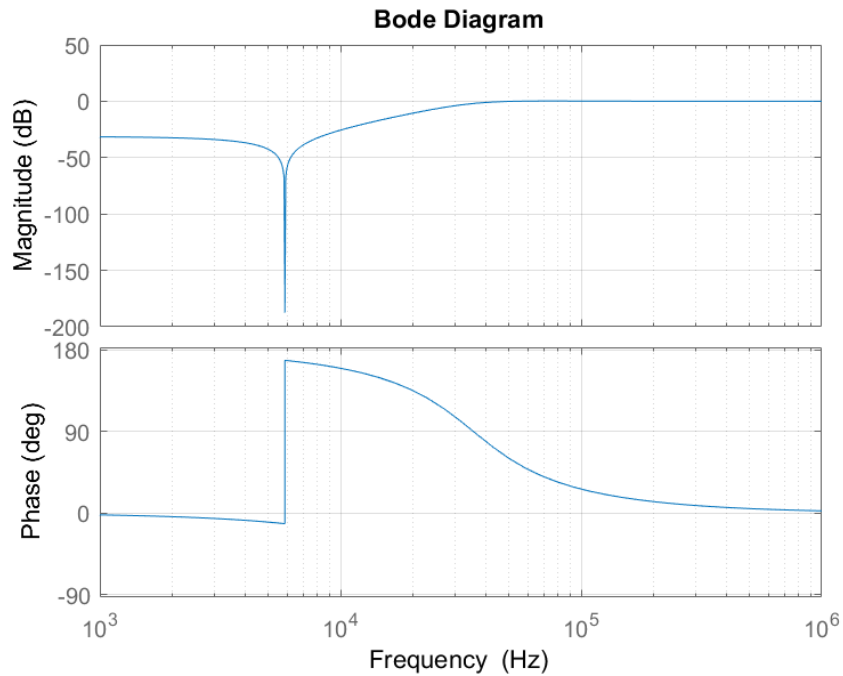


(b) Diagrama polos y ceros de la etapa 1

Segunda etapa

- $f_0 = 5.9\text{KHz}$
- $f_p = 35.6 \text{ KHz}$
- $Q = 0.82$
- $\text{Gain} = -1\text{dB}$

$$H_2(s) \frac{0.73 \cdot s^2 + 9.96 \cdot 10^8}{0.82 \cdot s^2 + 2.24 \cdot 10^5 \cdot s + 4.12 \cdot 10^{10}} \quad (3.3)$$



Dado que las dos etapas son filtros high-pass notch, se utilizó el circuito HPB dos veces (figura 3.4)

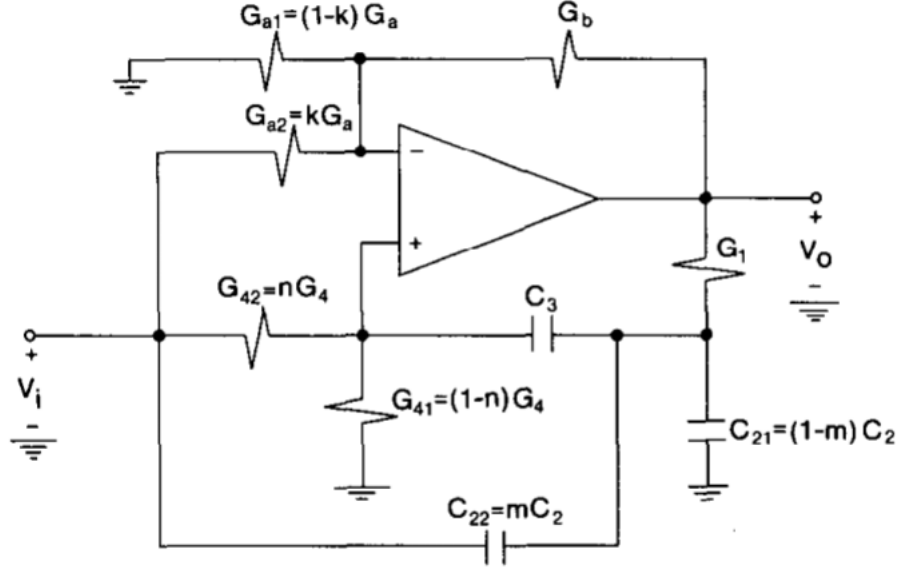


Figura 3.4: Circuito HPB

3.3 Elección de componentes

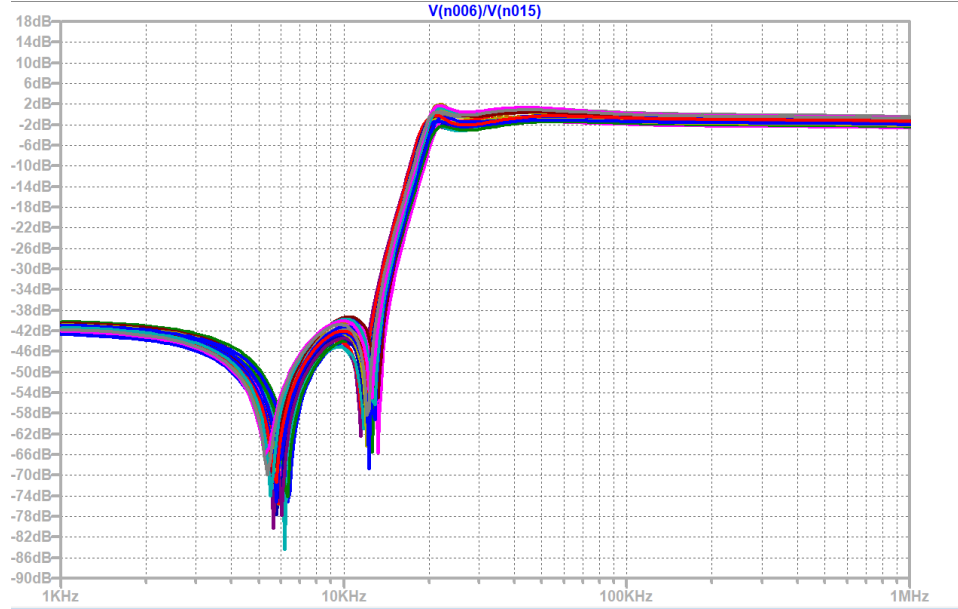
Se siguió el proceso de selección de componentes detallado en el paper, eligiendo $Q_0 = \frac{Q}{3}$ para la primer etapa y $Q_0 = \frac{Q}{5}$ para la segunda, y $\frac{1}{G_b} = 1K\Omega$.

	Etapal	Etapal2
Ra1	6,37E-05	2,35E+02
Ra2	7,18E-05	5,88E+03
Ra	1,35E-04	2,26E+02
Rb	1,00E-03	1,00E+03
R1	2,17E-03	1,67E+03
R41	1,42E-04	5,21E+02
R42	8,29E-05	1,39E+04
R4	2,25E-04	5,02E+02
C21	5,60E-09	3,87E-09
C22	4,67E-09	1,00E-09
C2	1,03E-08	4,87E-09
C3	5,23E-09	4,87E-09

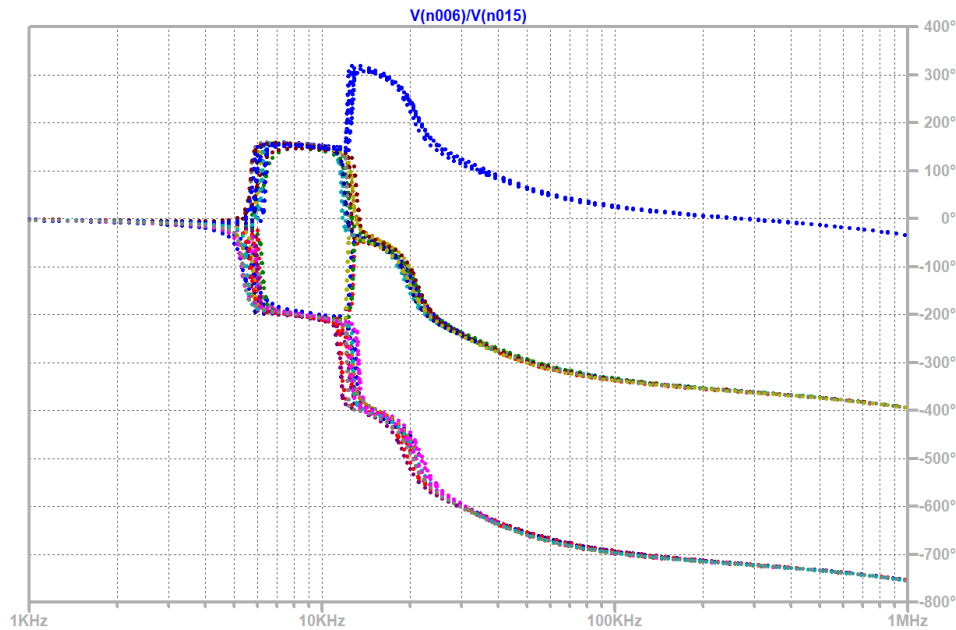
Sensibilidades	S_X^G	S_X^Q	S_X^{W0}	S_X^{Wz}
Ra1	-0.34	0.60	0.00	-0.24
Ra2	0.04	0.66	0.00	0.74
Rb	0.29	-1.26	0.00	-0.50
R41	0.00	-0.48	-0.32	0.76
R42	0.00	-0.28	-0.18	-1.26
R1	0.00	0.76	-0.50	-0.50
C3	0.00	-0.63	-0.50	-0.50
C21	0.15	0.56	-0.45	-0.52
C22	-0.15	0.07	-0.05	0.02

3.3.1 Uso y ubicación del preset

Con los valores elegidos y con tolerancias del 10% para los capacitores y 1% para las resistencias (las mínimas disponibles en el pañol), el análisis de Montecarlo indica que hay posibilidad de que el circuito no cumpla con la plantilla (ver figura 3.5a. Para solucionar esto, se utilizó un preset. Se eligió ubicarlo en R_b ya que es el componente que tiene mas sensibilidad con Q , y además tiene sensibilidad cero respecto a f_0 , por lo que permite modificar el Q del polo sin cambiar su frecuencia de corte.



(a) Magnitud. Notar que en la banda pasante supera los 2dB y también está por debajo de los -2dB.



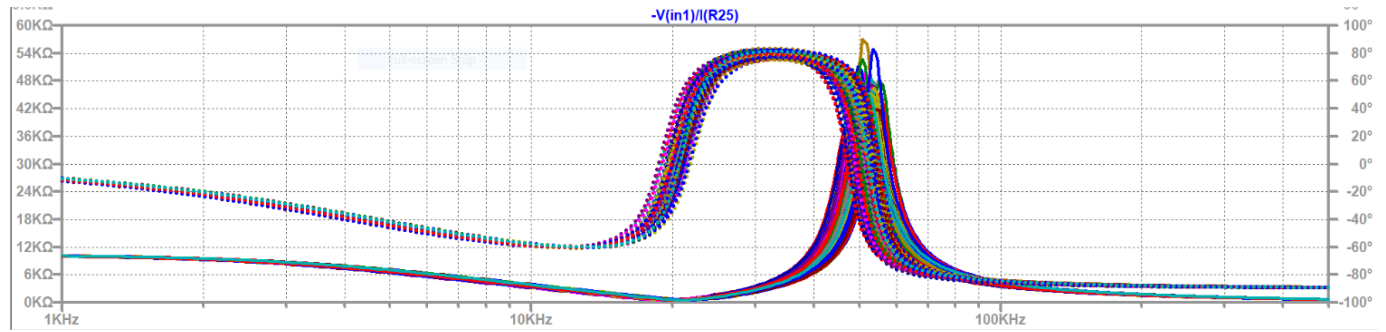
(b) Fase

Figura 3.5: Análisis de montecarlo del filtro

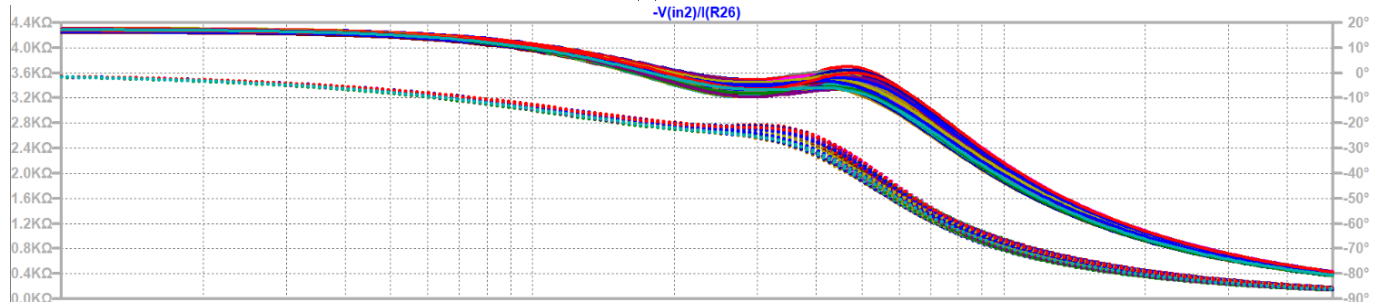
3.3.2 Uso de buffers

Se utilizó un buffer en la entrada del circuito ya que la impedancia de entrada tiene valores cercanos a cero entre la frecuencia de atenuación y de paso (figura 3.6a). Se agregó otro buffer entre las etapas ya que la impedancia de salida

de la etapa 1 es comparable con la de entrada de la etapa 2 (figuras 3.6b y 3.7a). Por ejemplo, a 20KHz, la impedancia de entrada de la segunda etapa es cercana a los 3.6Ω y la de salida de la primera es cercana a los 800Ω . No se utilizó un buffer en la salida del filtro ya que se consideró que una impedancia de salida menor a 75Ω era aceptable.

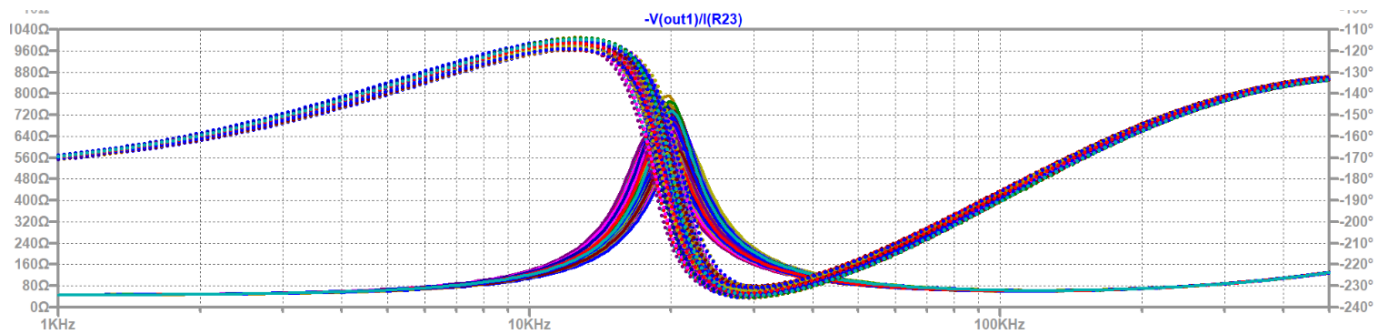


(a) Etapa 1

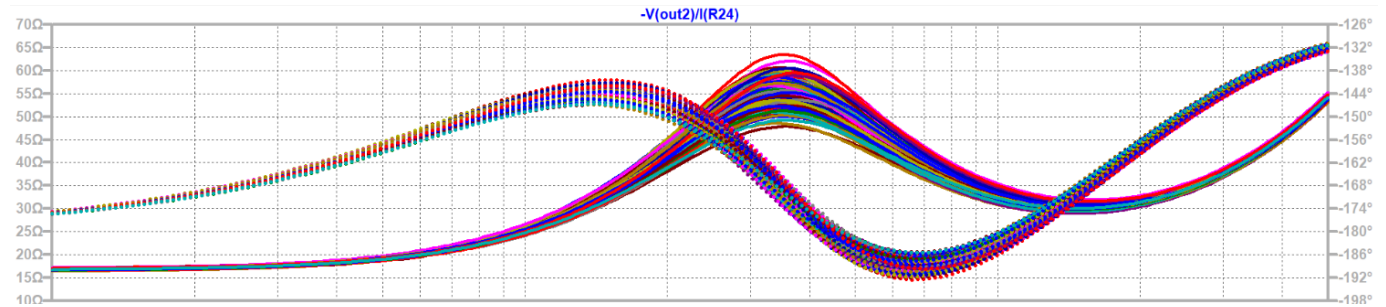


(b) Etapa 2

Figura 3.6: Impedancias de entrada sin buffer



(a) Etapa 1

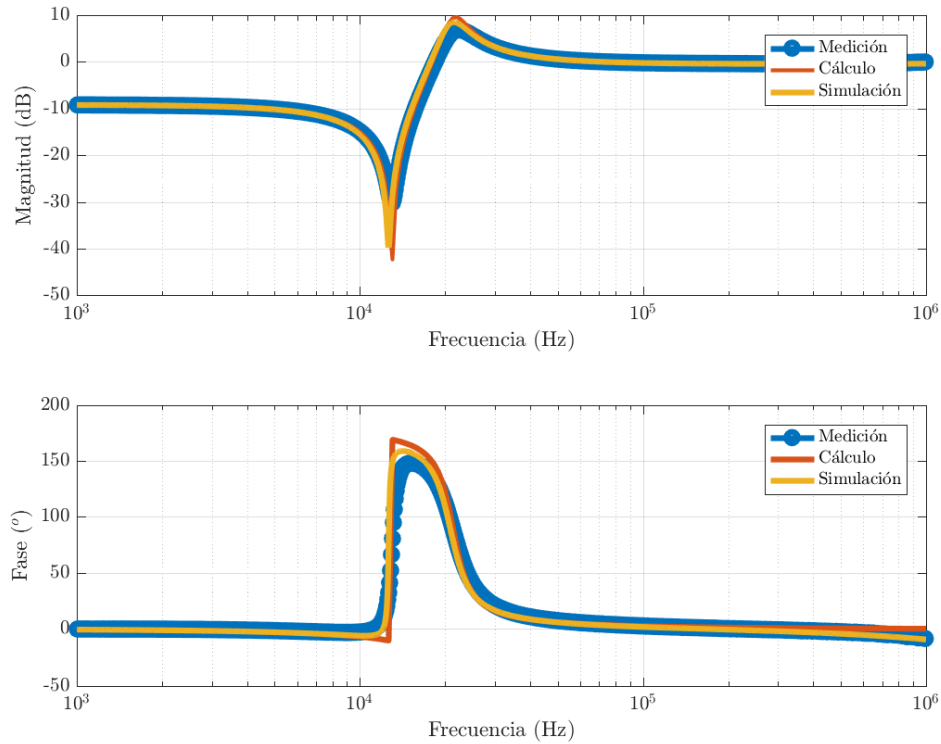


(b) Etapa 2

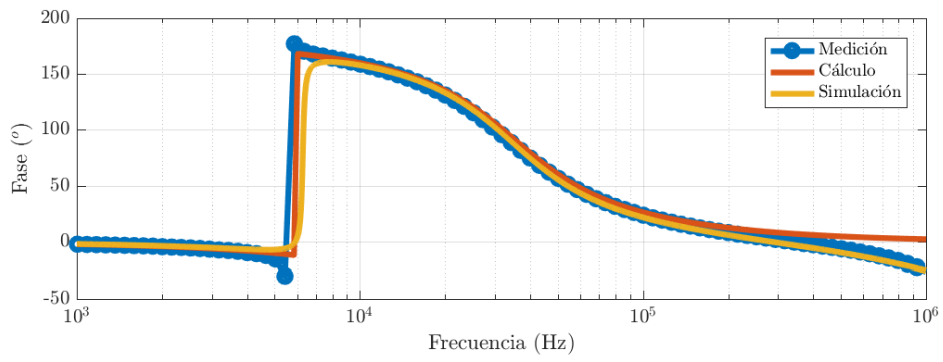
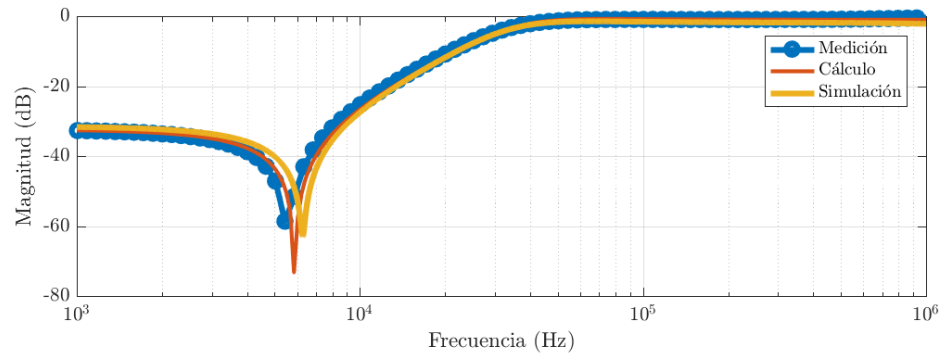
Figura 3.7: Impedancias de salida sin buffer

3.4 Mediciones

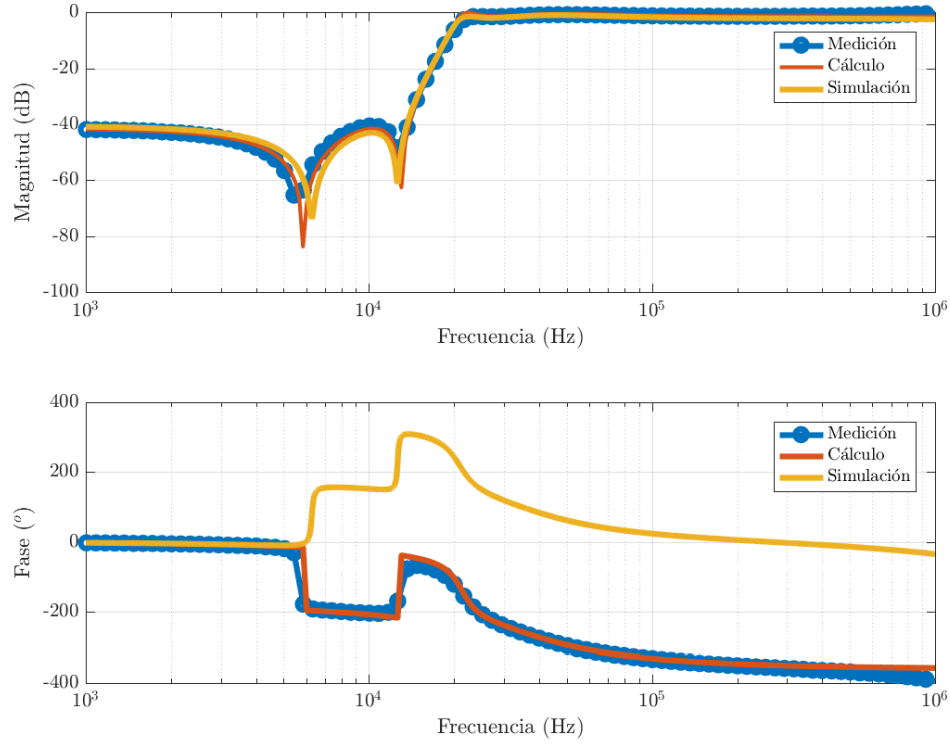
Se realizaron mediciones de la respuesta en frecuencia de cada etapa por separado y en conexión en cascada formando el filtro. Para esto no se utilizó un osciloscopio, sino el *Analog Discovery*, ya que puede recorrer todo el espectro a mayor velocidad, y esto permite ver en tiempo real como se modifica el circuito al cambiar la variable de ajuste. Luego de ser calibrado, el filtro cumple plantilla. Como se mencionó anteriormente, debido a un cambio en el semiplano en donde se encuentran los ceros, el salto de fase de 180° en f_z se produce en el diferentes sentidos.



(a) Etapa 1



(b) Etapa 2



(c) Filtro

Figura 3.8: Respuesta en frecuencia simulada, medida y calculada.

3.5 Estabilidad

Asumiendo que las etapas no se cargan entre sí, la conexión en cascada no modifica a los ceros de la función transferencia de las etapas como por ejemplo lo hace una conexión en la que se agrega un lazo de realimentación, por lo que si ambas etapas son estables, el filtro es estable. Sin embargo, en este análisis se desprecian los efectos de los buffers a la entrada de las celdas, los cuales pueden desestabilizar al circuito. Se hizo un análisis de estabilidad de cada etapa considerando su margen de fase, pero este resultado incorrecto (posiblemente por un error de cuentas). Se lo describe en el anexo.

Una vez medida la respuesta en frecuencia, se pusieron en repetidas veces tanto una señal cuadrada como una señal senoidal de frecuencias del orden de los 10MHz para intentar que el filtro oscile pero no se consiguió.

3.6 Anexo

3.6.1 Transformación complementaria: relación entre celda HPB y Deliyannis

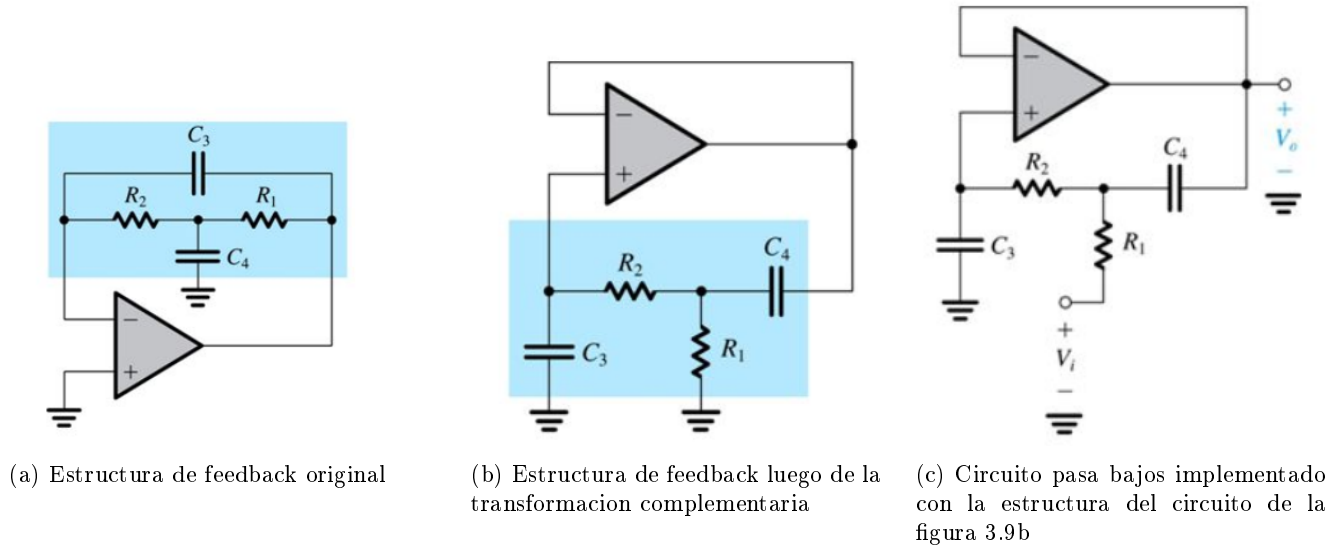


Figura 3.9

La estructura de feedback de la celda HPB propuesta parte de aplicar la transformación complementaria a la estructura de feedback del circuito Deliyannis (figura 3.10)

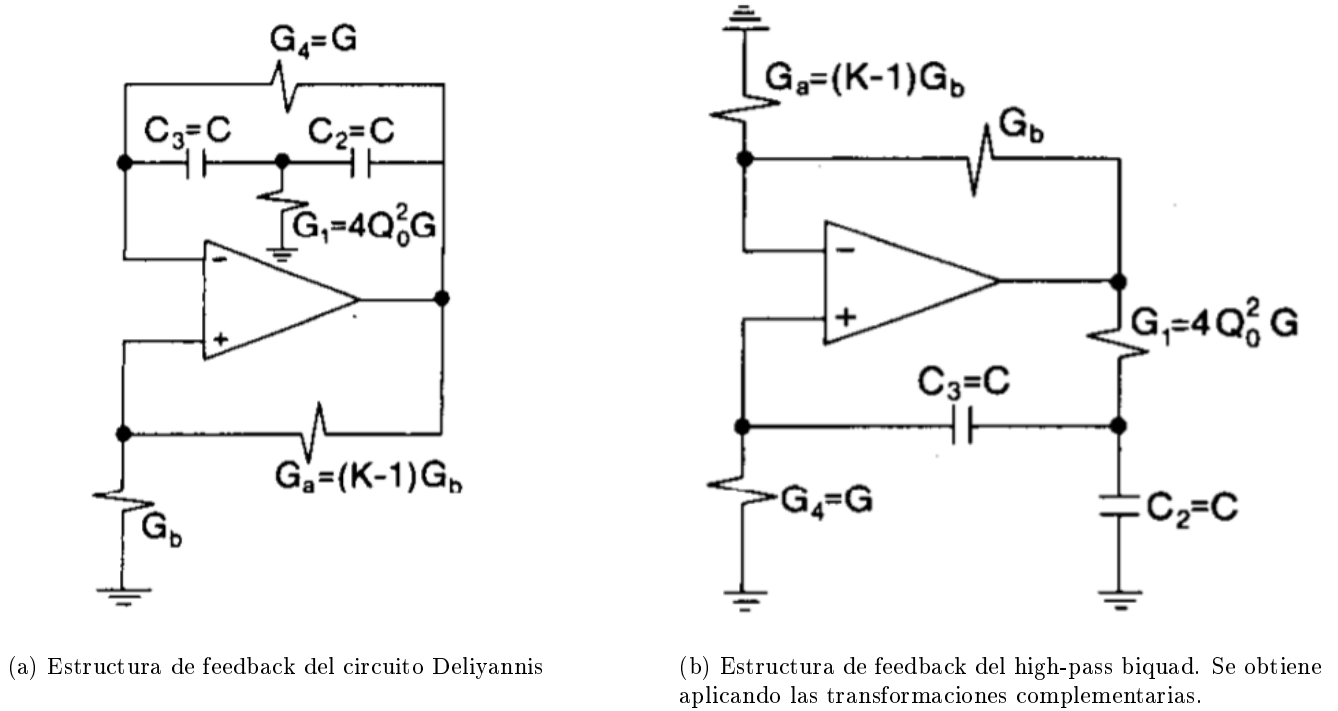


Figura 3.10

3.6.2 Transferencia con polo dominante por feedback

Se muestra a continuación el desarrollo realizado para intentar obtener la función transferencia mediante el uso de diagramas de flujo de señal y feedback teniendo en cuenta el polo dominante del op-amp. La ventaja de este método de resolución es que se puede obtener rápidamente el loop-gain $L(s)$ del circuito y hacer un análisis de margen de fase para analizar la estabilidad. Al reemplazar la $H(s)$ obtenida con los valores de una de las dos celdas, la respuestas en frecuencia no coinciden, lo que lleva a concluir que hay un error de cálculo.

$$V_0 = (V^+ - V^-) \cdot A_{vol} \quad (3.4)$$

Nodo V^- :

$$(V_i - V^-) \cdot G_{a2} + (V_0 - V^-) \cdot G_b - V^- G_{a1} = 0 \quad (3.5)$$

$$V^- = V_i \cdot \frac{G_{a2}}{G_a G_b} + V_0 \cdot \frac{G_b}{G_a + G_b} \quad (3.6)$$

Si $K_1 = \frac{G_{a2}}{G_a G_b}$ y $K_2 = \frac{G_b}{G_a + G_b}$:

$$V^- = K_1 \cdot V_i + K_2 \cdot V_0 \quad (3.7)$$

Nodo V^+ :

$$(V_0 - V_A)G_1 + (V^+ - V_A)sC_3 + (V_i - V_A)sC_{22} = V_A sC_{21} \quad (3.8)$$

$$V^+ = V_i \frac{G_{42}}{G_4 + C_2} + V_A \frac{sC_3}{G_4 + sC_2} \quad (3.9)$$

Nodo V_A :

$$(V_0 - V_A)G_1 + (V^+ - V_A)sC_3 + (V_i - V_A)sC_{22} = sC_{21}V_A \quad (3.10)$$

$$V_A = \frac{1}{sC_2 + sC_3 + G_1} \cdot (V_0 G_1 + V^+ sC_3 + V_i sC_{22}) \quad (3.11)$$

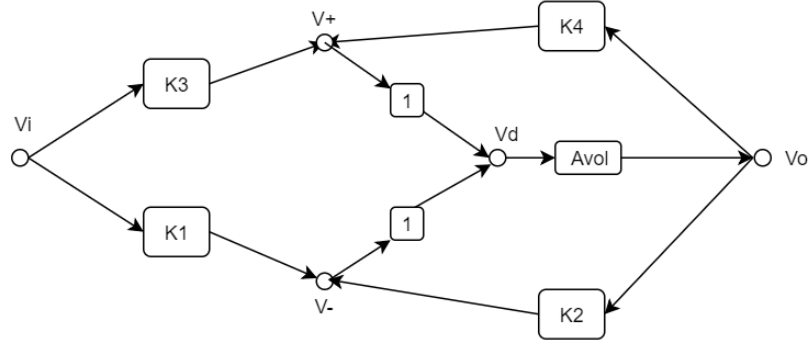
Uniendo la expresión de V_A y de V^+ y con $M = \frac{sC_3}{(G_4 + sC_2)(sC_2 + sC_3 + G_1)}$

$$V^+ = V_i \frac{G_{42}}{G_4 + sC_2} + V_0 G_1 \cdot M + V^+ sC_3 \cdot M + V_i sC_{22} \cdot M \quad (3.12)$$

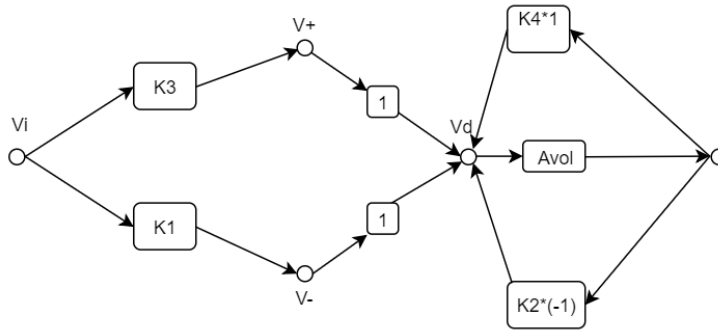
$$V^+ = \frac{\frac{G_{42}}{G_4 + C_2} + sC_{22} \cdot M}{1 - sC_3 \cdot M} \cdot V_i + \frac{G_1 \cdot M}{1 - sC_3 \cdot M} \cdot V_0 \quad (3.13)$$

Con $K_3 = \frac{\frac{G_{42}}{G_4 + C_2} + sC_{22} \cdot M}{1 - sC_3 \cdot M}$ y $K_4 = \frac{G_1 \cdot M}{1 - sC_3 \cdot M}$:

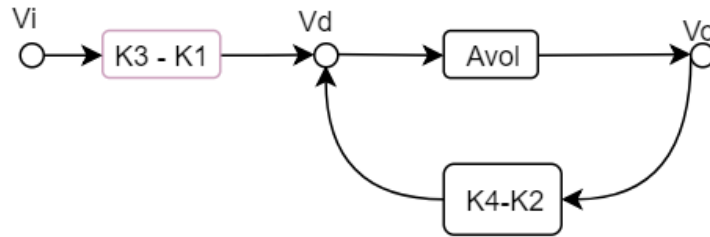
$$V^+ = K_3 \cdot V_i + K_4 \cdot V_0 \quad (3.14)$$



(a) Diagrama de flujo de señal del high-pass notch.



(b)



(c) Feedback de la celda high-pass notch

Figura 3.11

De la figura 3.11c se obtiene la transferencia del filtro y el loop-gain $L(s)$:

$$H(s) = (K_3 - K_1) \cdot \frac{A_{vol}}{1 + (K_2 - K_4)A_{vol}} \approx \frac{K_3 - K_1}{K_2 - K_4} \quad (3.15)$$

$$L(s) = A_{vol}(K_3 - K_1) \quad (3.16)$$

Ejercicio 4

Celda Universal

Las celdas universales, son filtros que basan su funcionamiento en etapas de integradores, derivadores y sumadores. Permitiendo crear circuitos de segundo orden.

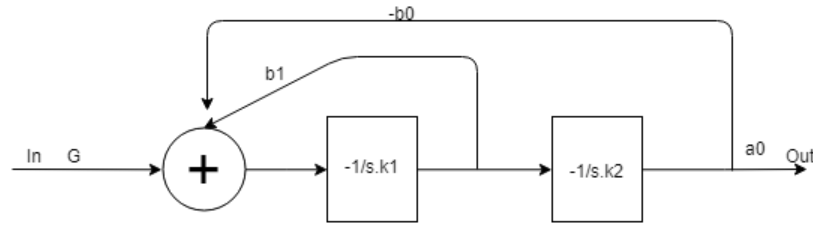


Figura 4.1: Cel universal generica

La figura 4.1 muestra una primera aproximación a una celda universal, cuya función transferencia es la siguiente:

$$H(S) = \frac{S^2 K_1 K_2}{S^2 K_1 K_2 + b_1 S K_2 + b_0}$$

de la ecuación se obtiene Q y W_0 :

$$W_0 = \sqrt{\frac{b_0}{K_1 K_2}}$$

$$Q = \frac{1}{b_1} \sqrt{\frac{b_0 K_1}{K_2}}$$

Las sensibilidades de Q y W_0 son:

$$S_{b_0}^{W_0} = \frac{\partial W_0}{\partial b_0} \frac{b_0}{W_0} = \frac{1}{2}$$

$$S_{K_1}^{W_0} = S_{K_2}^{W_0} = -S_{b_0}^{W_0} = \frac{-1}{2}$$

$$S_{b_0}^Q = \frac{\partial Q}{\partial b_0} \frac{b_0}{Q} = \frac{1}{2}$$

$$S_{K_1}^Q = S_{K_2}^Q = S_{b_0}^Q = \frac{1}{2}$$

La sensibilidad de Q y W_0 frente a sus parámetros es constante e igual, esto es una característica favorable de las celdas universales, su baja sensibilidad le permite lograr valores de Q altos.

4.1 Comparación de celdas universales

4.1.1 Kerwin Huelsman Newcomb (KHN)

El circuito correspondiente a la celda es:

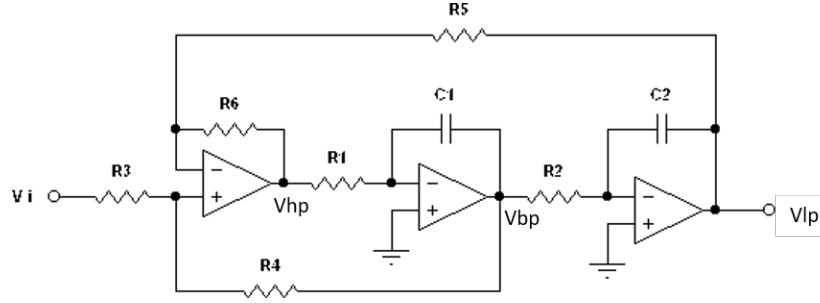


Figura 4.2: KHN

De la cual se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$V_{BP} = -\frac{V_{HP}}{R_1 C_1 S}$$

$$V_{LP} = -\frac{V_{BP}}{R_2 C_2 S} = \frac{V_{HP}}{S^2 R_1 C_1 R_2 C_2}$$

$$\frac{V_{HP}}{V_i} = \frac{\frac{R_4}{R_3 + R_4}}{\frac{R_3}{R_3 + R_4} \frac{1}{R_1 C_1 S} + \frac{R_5}{R_5 + R_6} + \frac{R_6}{R_5 + R_6} \frac{1}{S^2 R_1 C_1 R_2 C_2}}$$

de la ultima ecuación se obtiene los valores de Q y W_0 :

$$W_0 = \sqrt{\frac{\frac{R_6}{R_5}}{R_1 R_2 C_1 C_2}}$$

$$Q = \frac{\left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right) \sqrt{R_6 R_1 C_1}}{\left(1 + \frac{R_6}{R_5}\right) \sqrt{R_5 R_2 C_2}}$$

En cuanto a la sencivilidades de los paramteros anteriormnte descriptos en funcion de sus componentes, son:

$$S_{R_1}^{W_0} = S_{R_2}^{W_0} = S_{R_5}^{W_0} = S_{C_1}^{W_0} = S_{C_2}^{W_0} = -S_{R_6}^{W_0} = \frac{1}{2}$$

$$S_{R_1}^Q = S_{C_1}^Q = -S_{R_2}^Q = S_{C_2}^Q = \frac{1}{2}$$

$$S_{R_4}^Q = -S_{R_3}^Q = \frac{R_4}{R_4 + R_3} < 1$$

$$S_{R_5}^Q = -S_{R_6}^Q = \frac{-Q}{2} \frac{R_5 - R_6}{1 + \frac{R_4}{R_5}}$$

Si $R_5 = R_6$ se logra reducir significativamente la sencivilida de Q . Dicha baja sencivilidad es una de las mejores caracterisitcas de esta celda.

4.1.2 Tow Thomas

El circuito correspondiente a la celda es:

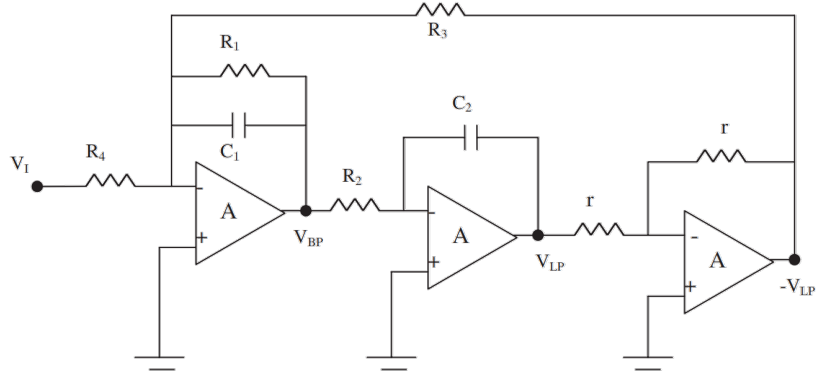


Figura 4.3: Tow Thomas

$$\frac{V_{BP}}{V_i} = -\frac{\frac{1}{R_4 C_1} S}{S^2 + \frac{1}{R_1 C_1} S + \frac{1}{R_2 R_3 C_1 C_2}}$$

$$\frac{V_{LP}}{V_i} = \frac{\frac{1}{C_1 C_2 R_2 R_4}}{S^2 + \frac{S}{C_1 R_1} + \frac{1}{C_1 C_2 R_2 R_3}}$$

Donde W_0 y Q son:

$$W_0 = \frac{1}{\sqrt{C_1 C_2 R_2 R_3}}$$

$$Q = R_1 \sqrt{\frac{C_1}{C_2 R_2 R_3}}$$

La ventaja de la celda es que permite controlar el Q del circuito variando únicamente la resistencia R_1 , sin alterar el W_0 ni la ganancia. También variando R_4 se logra variar la ganancia del circuito sin alterar el Q y el W_0 .

4.1.3 Akerberg Mossberg

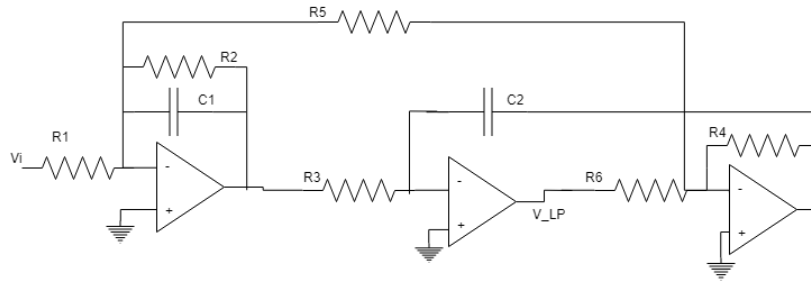


Figura 4.4: Akerberg Mossberg

Cuya función transferencia es:

$$\frac{V_{LP}}{V_i} = \frac{\frac{R_5}{R_1} \sqrt{\frac{R_6}{R_3 R_4 R_5 C_1 C_2}}}{S^2 + \frac{1}{R_2 C_1}}$$

de la expresión se obtiene:

$$W_0 = \sqrt{\frac{R_6}{R_3 R_4 R_5 C_1 C_2}}$$

$$Q = R_2 C_1 \sqrt{\frac{R_6}{R_3 R_4 R_5 C_1 C_2}}$$

4.1.4 Fleischer Tow

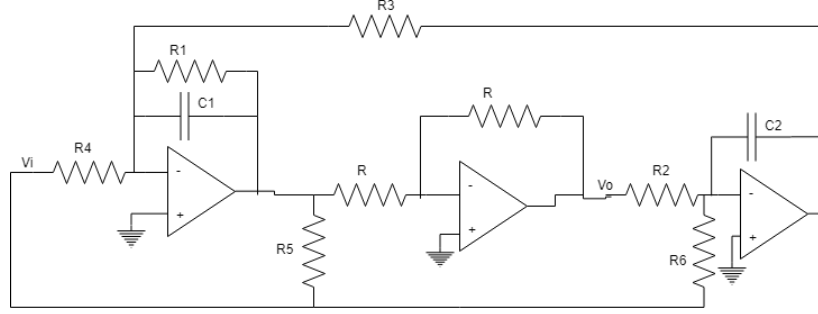


Figura 4.5: Fleischer Tow

Su función transferencia es la siguiente:

$$\frac{V_O}{V_i} = - \frac{\frac{R}{R_5} S^2 + \frac{1}{R_1 C_1} \left(\frac{R}{R_5} - \frac{R_1}{R_4} \right) S + \frac{1}{R_3 R_6 C_1 C_2}}{S^2 + \frac{1}{R_1 C_1} S + \frac{1}{R_2 R_3 C_1 C_2}}$$

Donde W_0 y Q son:

$$W_0 = \sqrt{\frac{1}{R_2 R_3 C_1 C_2}}$$

$$Q = R_1 \sqrt{\frac{C_1}{R_2 R_3 C_2}}$$

Para lograr distintos filtros se utilizan las siguientes condiciones:

Pasa bajos

$$R_4 = \infty, R_5 = \infty \text{ y } R_6 = \frac{R_2}{G}$$

Pasa banda

$$R_5 = \infty, R_6 = \infty \text{ y } R_4 = \frac{R_1}{G}$$

Pasa altos

$$R_6 = \infty, R_4 = \frac{R_1}{G} \text{ y } R_5 = \frac{R}{G}$$

Rechaza banda

$$R_4 = \frac{R_5 R_1}{R}$$

Pasa todo

$$R_5 = \frac{R}{G}, R_6 = \frac{R_2}{G} \text{ y } R_4 = \frac{R_1}{G}$$

4.2 Elaboración del filtro

Se eligió una de las configuraciones previamente mencionadas, y se implementó un filtro que cumpla ciertas condiciones.

4.2.1 Plantilla a relizar

El obetivo del filtro es que cumpla las siguientes condiciones:

f_{∞}	30KHz
Δf_a	600Hz
Δf_p	13.2KHz
A_a	40dB
A_p	6dB
$ Z_{in}(f) $	$> 50K\Omega$
Filtro	BR

Tabla 4.1: Plantilla

4.2.2 Elección de celda

Como el filtro solicitado es un rechaza banda, se necesita que la celda posea una salida pasa altos o rechaza banda, por ende, como la celda Tow Thomas y la Akerberg Mossber no poseen fueron descartadas como opciones. En cuanto a la KHN Para realizar la salida rechaza banda se necesitan restar dos etapas, y por ende se eligió la flesher tow que posee una configuración pasa banda sin alterar el circuito (una sola etapa).

4.2.3 Analisis de sencivilidades de la celda Fleischer Tow

Se realizó el calculo de las sencivilidades relativas de Q y W_0 respecto a sus compoentes.

$$S_{R_2}^{W_0} = S_{R_3}^{W_0} = S_{C_1}^{W_0} = S_{C_2}^{W_0} = -\frac{1}{2}$$

$$S_{R_1}^Q = 1$$

$$S_{R_2}^Q = S_{R_3}^Q = S_{C_2}^Q = -S_{C_1}^Q = \frac{-1}{2}$$

Como se observa en las sencivilidades, son constantes y no dependen de los componentes. Permitiendo que la celda alcance altos Q .

4.2.4 Diseño del filtro

A partir de la plantilla indicada anteriormente, se obtuvieron los valores de las frecuencias de atenuación y de paso. $f_A^- = 29701$, $f_A^+ = 30301$, $f_P^- = 24100$ y $f_P^+ = 37344$ Tambien se simuló la función transferencia:

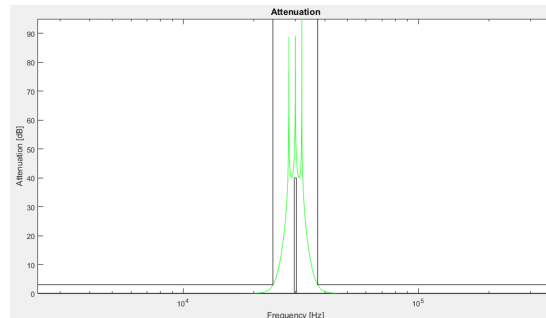


Figura 4.6: Grafico de atenuación

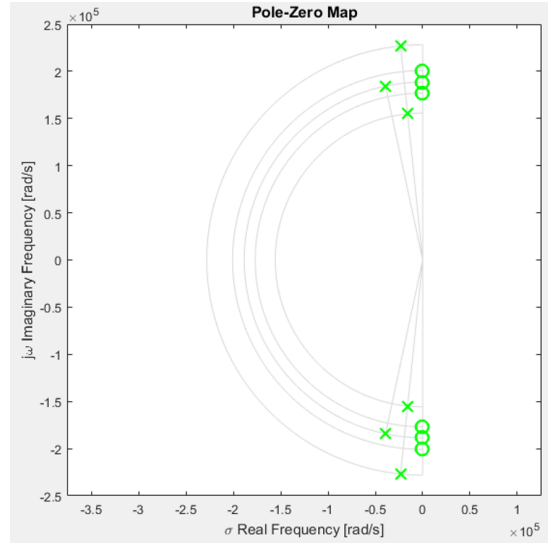


Figura 4.7: Grafico de polos y ceros

A partir de los polos y ceros obtenidos, se eligieron los componentes de las tres etapas necesarias para realiza el filtro.

4.2.5 Simulación del modulo del la respuesta en frecuencia

Se simularon las tres etapas en cascadas para corroborar que cumpla plantilla el diseño teorico, la tolerancia de las resistencias fueron del 5% y 10% para los capacitores.

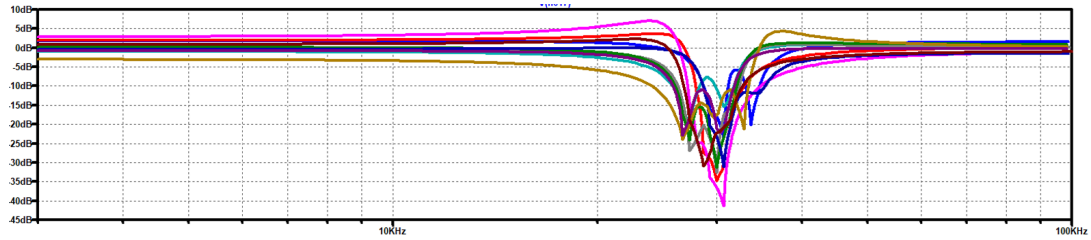


Figura 4.8: Modulo de la respuesta en frecuencia

Como se observa en la simulación $f_0 \in (28KHz, 32KHz)$. Ademas presentan sobrepicos en ganancia, estos se deben a que se deja de cumplir la condicion para que las celdas sean pasa banda $R_4 = \frac{R_5 R_1}{R}$.

A partir del análisis de Montecarlo del circuito se realizó un histograma, para conocer la dispersión de las características relevantes del circuito.

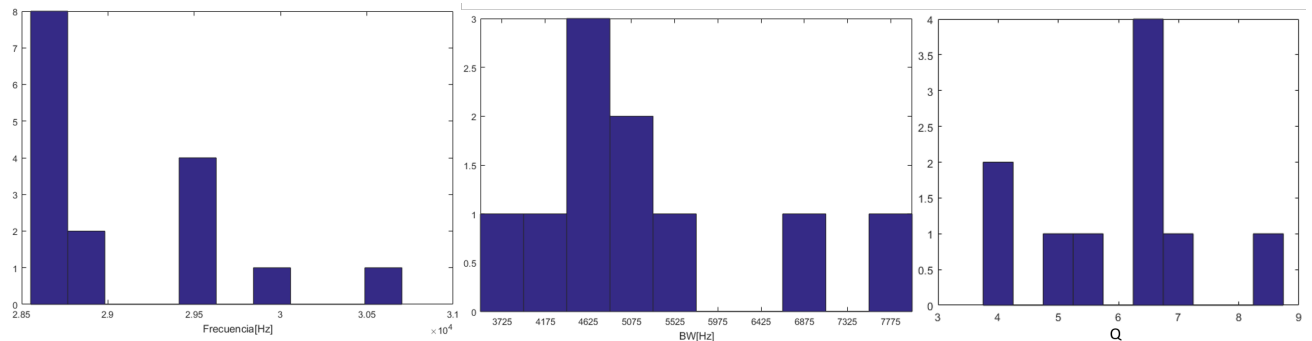


Figura 4.9: Histogramas de $W_0, \Delta W$ y Q , obtenidos del analisis de montecarlo

	Valor medio	Desvió estándar
f_0	29161 Hz	621 Hz
Δf	5166 Hz	1378 Hz
Q	5.6	1.42

Tabla 4.2: Información estadística del análisis de Montecarlo.

4.2.6 Simulación de la impedancia de entrada

Como se observa en la figura, la impedancia de entrada del circuito es menor que $7K\Omega$, por ende para conseguir una impedancia de entrada superior a los $50K\Omega$, al filtro se le agrego un buffer.

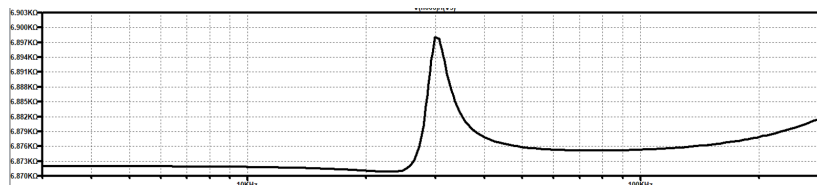


Figura 4.10: Simulación impeancia de entrada

4.2.7 Mediciones

Se midió la respuestan en frecuencia y la impedancia de entrada del circuito.

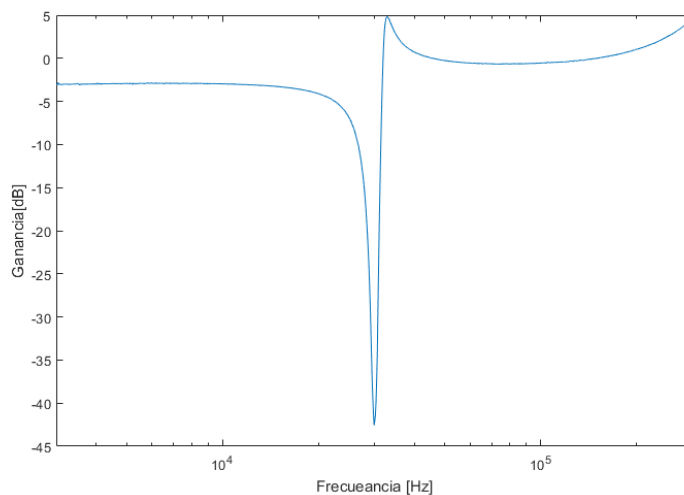


Figura 4.11: Modulo de la respuesta en frecuencia

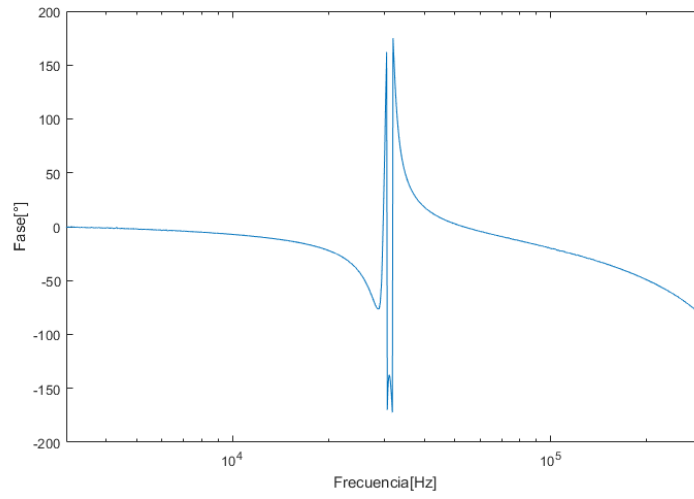


Figura 4.12: Fase de la respuesta en frecuencia

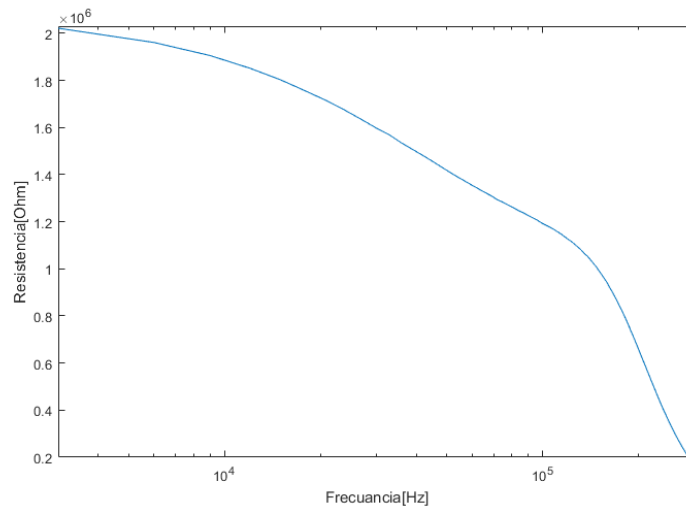


Figura 4.13: Modulo de la impedancia de entrada

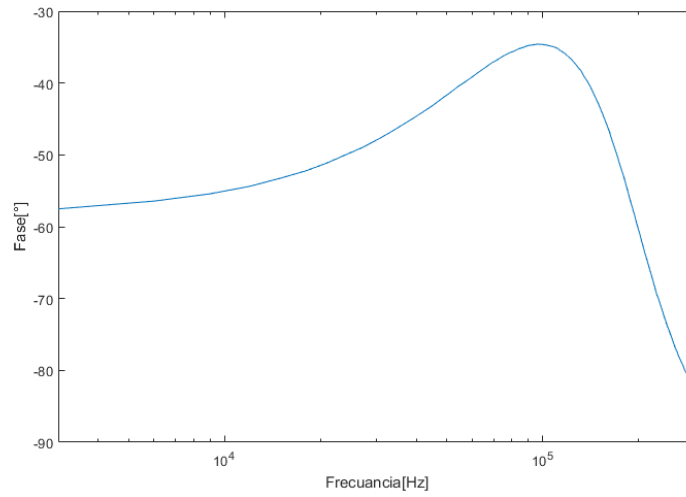


Figura 4.14: Fase de la impedancia de entrada

Tal como se observa en grafico 4.13, la impedancia de entrada supera los $50K\Omega$, por ende se cumple la condición de diseño solicitada.

Al grafico de la respuesta en frecuencia se le superpuso la plantilla indicada anteriormente, para observar correctamente la plantilla y la respuesta en frecuencia, se midió en un intervalo de frecuencias cercanas al sobre pico.

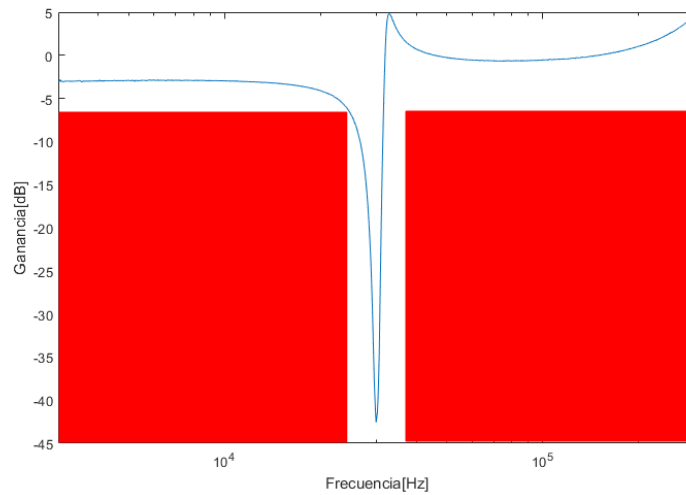


Figura 4.15: Modulo de la respuesta en frecuencia y plantilla

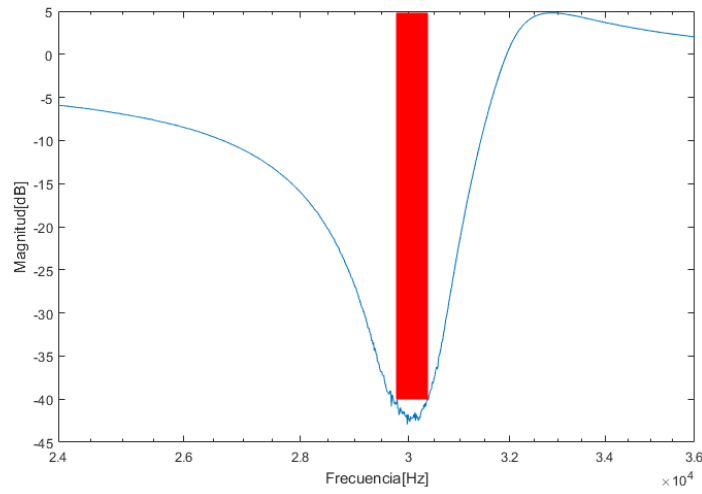


Figura 4.16: Zoom del modulo de la respuesta en frecuencia y plantilla

Tal como se observa en los gráficos previos, se cumple satisfactoriamente la plantilla.