

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE BUENOS AIRES

22.01 TEORIA DE CIRCUITOS

TRABAJO PRÁCTICO 5

Filtros activos y Celdas

Grupo 6:

Ariel MARTOREL 56209

Gonzalo SILVA 56089

Santiago BUALO 57557

Valentina LAGO 57249

Profesores:

Daniel JACOBY

Carlos BELAUSTEGUI GOITIA

Presentado: 30/10/2018

Contents

I	Celda Sallen-Key	3
1	Introducción	3
1.1	Análisis general	3
1.1.1	Transferencia	3
2	Aplicaciones	4
2.1	Legendre	4
2.2	Bessel	7
3	Mediciones	8
3.1	Sensibilidad	8
3.2	Legendre	9
3.3	Bessel	11
4	Conclusión	13
II	Celda Rauch	14
5	Introducción Teórica	14
5.1	Función transferencia considerando Avol infinito para una celda Rauch genérica	14
5.2	Elección de componentes para la determinación de un low-pass	14
5.3	Elección de componentes para la determinación de un high-pass	15
5.4	Elección de componentes para la determinación de un band-pass	16
5.5	Componentes para la determinación de un band-reject	17
5.6	Análisis teórico de la implementación band-pass con celda Rauch	17
5.7	Impedancia de entrada y salida	18
5.8	Single Amplifier Biquad (SAB) band-pass desarrollado por Delyiannis-Friend	18
5.9	Mejora del factor de calidad Q	19
5.10	Procedimiento de diseño	20
5.11	Valores teóricos de los componentes	20
5.12	Sensibilidades	20
6	Características de la celda Rauch implementada	21
6.1	Selección de etapas	21
6.2	Elección de componentes	22
6.3	Análisis Montecarlo	23
6.4	Impedancia de entrada	23
III	Filtro Sedra-Ghorab-Martin	25
7	Introducción	25
7.1	Marco teórico	25
8	Diseño del filtro	26
8.1	Obtención del filtro Cauer	27
8.1.1	Agrupación en cascada (Biquads)	28
8.1.2	Diseño de los filtros por separado	29
8.1.3	Agrupación de los filtros	30
8.2	Estudio del rango Dinámico	30

9	Construcción de la Celda Sedra-Ghorab-Martin	31
9.1	Función transferencia	31
9.2	Sensibilidades	33
9.3	Análisis de la impedancia de entrada	33
9.4	Análisis de montecarlo de la celda	35
IV	Celda Universal	37
10	Introducción teórica	37
10.1	Kerwin-Huelsman-Newcomb	37
10.2	Tow-Thomas	37
10.3	Ackerberg-Mossberg	38
10.4	Fleischer-Tow	38
10.4.1	Funcion transferencia	39
11	Aproximación1	39
12	Implementación	41
12.1	Etapa 1:	42
12.2	Etapa 2:	43
13	Simulación	43
14	Impedancia de Entrada	44
14.1	Impedancia de Salida	46
14.2	Cálculo de Sensibilidades	47
14.3	Mediciones	49
14.4	Conclusión	50

Parte I

Celda Sallen-Key

1 Introducción

En esta sección se mostrará el análisis y la implementación de celdas Sallen-Key para la creación de filtros analógicos en este caso de filtros pasa-bajos utilizando las aproximaciones de Legendre y de Bessel.

1.1 Análisis general

1.1.1 Transferencia

Acontinuación se procederá a realizar el análisis del circuito propuesto en la figura (insertar) con el que siguiendo las corrientes planteadas y las distintas tensiones establecidas se llega al siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} V_o = A_{vol}(V_p - V_n) \\ V_o = V_n K \\ V_p = V_f \left(\frac{Z_3}{Z_2 + Z_3} \right) \\ \frac{(V_F - V_I)}{Z_1} + \frac{(V_F - V_P)}{Z_2} + \frac{(V_F - V_O)}{Z_4} = 0 \end{cases}$$

Con el cual a través de un programa de resolución simbólica de ecuaciones matemáticas se obtienen a la siguiente función transferencia, que como la expresión era muy larga con A_{vol} finito se considero A_{vol} infinito:

$$H = \frac{V_o}{V_i} = \frac{K}{\frac{Z_1 Z_2}{Z_3 Z_4} + \left(\frac{Z_1 + Z_2}{Z_1} + \frac{Z_1(1-K)}{Z_4} \right) + 1}$$

siendo $K = 1 + \frac{R_B}{R_A}$ en el caso en el que se utiliza la celda para realizar un filtro pasa-bajos se obtiene la siguiente función transferencia tomando los siguientes valores:

$$Z_1 = R_1; Z_2 = R_2; Z_3 = \frac{1}{sC_2}; Z_4 = \frac{1}{sC_1}$$

y se obtiene la siguiente función transferencia:

$$H(s) = \frac{V_o}{V_i} = \frac{K}{R_1 R_2 C_1 C_2 s^2 + ((1-K)R_1 C_1 + R_1 C_2 + R_2 C_2) + 1} \quad (1)$$

con:

$$w_o = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}} \quad (2)$$

$$Q = \frac{1}{(1-K)\sqrt{\frac{R_1 C_1}{R_2 C_2}} + \sqrt{\frac{R_1 C_2}{R_2 C_1}} + \sqrt{\frac{R_2 C_2}{R_1 C_1}}} \quad (3)$$

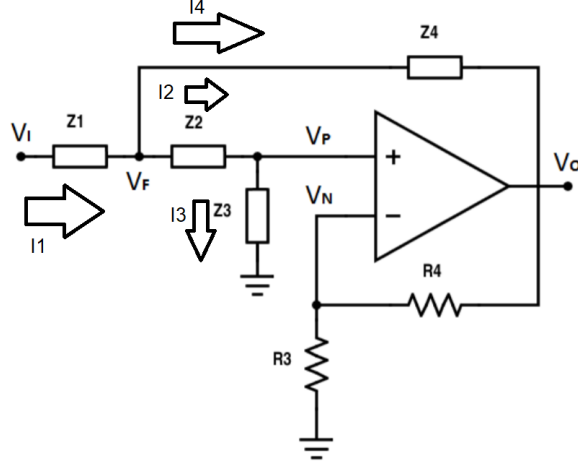


Figure 1: Análisis general de la Sallen-Key

2 Aplicaciones

En esta sección se estudiará como implementar celdas Sallen-Key para la realización de dos filtros distintos entre si que cumplen con las siguientes plantillas:

f_p	3.3 kHz	Orden	5
f_a	15.6 kHz	f_p	$37\text{ kHz} \pm 5\%$
A_p	3 dB	A_p	3 dB
A_a	40 dB	$ Z_{in}(f) $	$\geq 50\ \Omega$
$ Z_{in}(f) $	$\geq 50\ \Omega$	Filtro	LP
$\gamma(f_p)$	$\leq 5\%$		

Table 1: Filtro de Bessel y de Legendre a realizar

2.1 Legendre

Para cumplir con la plantilla propuesta para este filtro se utilizó un software de computadora para obtener la función transferencia del circuito mediante la aproximación por polinomios de Legendre con la cual se obtuvo la siguiente:

$$H(s) = \frac{G}{(s + p_1)(s + p_1^*)(s + p_2)(s + p_2^*)(s + p_3)}$$

donde $p_1 = (-39060 + j 230500)\text{rad}$ $p_2 = (-99980 + j 140900)\text{rad}$ $p_3 = (-121730)\text{rad}$ y se separó en las siguientes 3 etapas distintas:

$$H(s) = \frac{G}{(s - p_3)} \frac{1}{(s - p_2)(s - p_2^*)} \frac{1}{(s - p_1)(s - p_1^*)}$$

para la primera etapa se decidió utilizar un circuito integrador inversor como se ve en la figura (2)

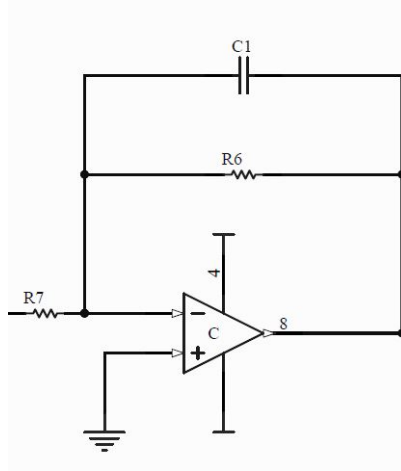


Figure 2: configuración del circuito integrador inversor

que posee la siguiente función transferencia

$$H(s) = -\frac{R_2}{R_1} \frac{1}{sCR_2 + 1}$$

donde:

$$w_o = 122.7 k \frac{rads}{seg}$$

$$Q = 0.5$$

por lo que se fija el valor de C en $1 nF$ y se obtiene los siguientes valores para las resistencias serán:

$$R = R7 = R6 = 8.2 k\Omega$$

Para las siguientes dos etapas se utilizaron para ambas celdas Sallen-Key con su configuración para filtros pasa-bajos como se puede ver en la figura(3)

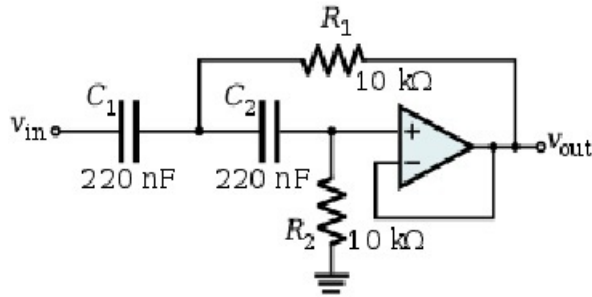


Figure 3: Celda Sallen-key configuración para pasa-bajos

Con la que encontramos la función transferencia enunciada en (1) con el cual reemplazando en (2) y (3) obtiene los siguientes valores:

$$w_{o2} = 233.4 k \frac{rads}{seg}$$

$$Q_2 = 2.99$$

$$w_{o3} = 172.7 \text{ k} \frac{\text{rads}}{\text{seg}}$$

$$Q_3 = 0.86$$

con los que con ayuda de un software de cálculo se obtienen los siguientes valores para los componentes para cada una de las celdas:

Etapa 1		Etapa 2	
$R1$	$60 \text{ k}\Omega = 22 \text{ k}\Omega + 33 \text{ k}\Omega$	$R1$	$15 \text{ k}\Omega$
$R2$	$60 \text{ k}\Omega = 22 \text{ k}\Omega + 33 \text{ k}\Omega$	$R2$	$15 \text{ k}\Omega$
$C1$	$176 \text{ pf} = 56 \text{ pF} + 120 \text{ pF}$	$C1$	1.8 nF
$C2$	56 pF	$C2$	47 pF

Table 2: Valores de los componentes para las etapas que utilizan celdas Sallen-Key

Se procedio a elegir el orden en cual poner cada etapa del circuito teniendo en cuenta la selectividad de cada una de sus etapas para evitar un incremento de la tensión de salida que podria llegar a dañar o a saturar las demas etapas. En este caso como los Q de cada etapa no son considerados muy elevados se seguio el mismo concepto pero como primer etapa se utilizó la celda de Q mas bajo que hay seguida por la segunda celda para al final incluir el integrador no-inversor.

Luego de estas 3 etapas se le agrego una cuarta etappa que consiste en un compensador de ganancia para realizar un ajuste mas fino para que el circuito cumpla plantilla. Este consiste de un sencillo no inversor conectado a la salida de la ultima etapa del filtro y esta nueva etapa consiste del siguiente circuito:

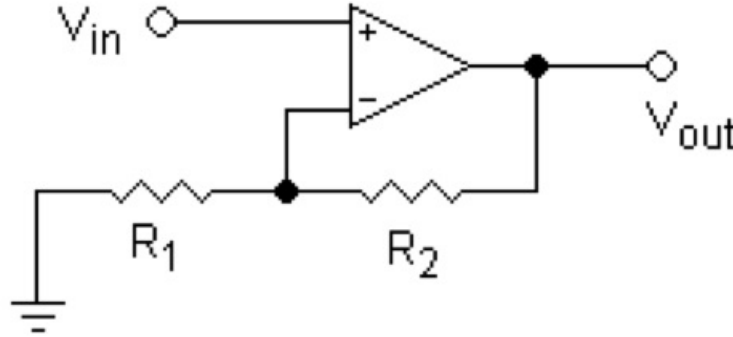


Figure 4: Circuito no inversor

Cuya transferencia es $H(s) = 1 + \frac{Z2}{Z1}$ tomando una $Z2 = 1 \text{ k}\Omega$ y $Z1$ como un preset de $20 \text{ k}\Omega$ obtendremos un rango bastante amplio de ganancias que ayudaran a conseguir atenuaciones de 3 dB para un rango de entre $(0.33 \text{ dB a } -5.6 \text{ db})$ con los que se podrán conseguir para corregir la atenuación del filtro sin afectar ni el Q ni el w_o .

2.2 Bessel

Para cumplir la primera plantilla requerida en la tabla anterior se utilizo un software de diseño de filtros analógicos obteniendose consecuentemente la siguiente función transferencia:

$$H(s) = \frac{G}{(s + p_1)(s + p_1^*)(s + p_2)(s + p_2^*)(s + p_3)}$$

$$\text{donde } p_1 = (-28680 + j 14910)rad \quad p_2 = (-19890 + j 30550)rad \quad p_3 = (-31199)rad$$

Dicha función transferencia posee dos polos complejos conjugados y un polo real por lo que utilizaron celdas Sallen-Key para los polos complejos conjugados y un integrador inversor para representar el polo simple.

Se procedio a realizar un análisis similar al realizado en el circuito anterior salvo que en este caso para las etapas realizadas con las celdas Sallen-Key se realizaron las siguientes consideraciones:

$$C1 = C2, R1 = R2$$

con los que se reemplazó los valores en (1) y se obtuvo las siguientes expresiones:

$$w_o = \frac{1}{RC}$$

$$Q = \frac{1}{3 - k}$$

con el cual reemplazando por los valores se obtienen los siguientes valores:

$$w_{o_{p1}} = 39724 rads \quad Q = 0.92$$

$$w_{o_{p2}} = 35220 rads \quad Q = 0.56$$

con dichos valores y ecuaciones se procedio a sacar los valores de los componentes a utilizar como se puede ver en la tabla (3).

Para los valores del integrador inversor se repitio el mismo procedimiento que para el filtro anterior teniendo en cuenta los siguientes valores:

$$w_o = 34000 \quad Q = 0.5$$

Y se llevo a los valores que se pueden observar en la siguiente tabla:

Celdas Sallen-Key				
	Etapas 1	Etapas 2	Integrador	
C	$470 pF$	$1 nF$	R_1	$100 k\Omega$
R	$60 k\Omega = 22 k\Omega + 33 k\Omega$	$60 k\Omega = 22 k\Omega + 33 k\Omega$	R_2	$43 k\Omega$
R_a	$4.7 k\Omega$	$2.2 k\Omega$	C	$680 pF$
R_b	$1 k\Omega$	$2 k\Omega$		

Table 3: Valores para las etapas del filtro

El orden de las etapas se eligio tomando el mismo criterio que se utilizó para decidir las etapas del filtro anterior.

3 Mediciones

3.1 Sensibilidad

Debido a las tolerancias de los componentes y a factores no ideales de los amplificadores operacionales, es probable que la respuesta de un filtro práctico se desvíe de lo que predice la teoría. A pesar de que algunos de los componentes se hacen ajustables para permitir la sintonía fina. Por lo tanto, es de interés conocer qué tan sensible es un filtro a las variaciones de los componentes. Se procedió a realizar el análisis de sensibilidades relativas considerando amplificadores operacionales ideales debido a la complejidad de las cuentas.

Para las sensibilidades relativas se utilizó la siguiente formula:

$$S_x^y = \frac{\partial y}{\partial x} \frac{x}{y}$$

Celda Sallen-Key etapa			
	G	Q	W_o
R_1	0	$Q\sqrt{\frac{R_2C_2}{R_1C_1}} - \frac{1}{2}$	-0.5
R_2	0	$-Q\sqrt{\frac{R_2C_2}{R_1C_1}} + \frac{1}{2}$	-0.5
C_1	0	$Q\left(\sqrt{\frac{R_2C_2}{R_1C_1}} + \sqrt{\frac{R_1C_2}{R_2C_1}}\right) - \frac{1}{2}$	-0.5
C_2	0	$-Q\left(\sqrt{\frac{R_2C_2}{R_1C_1}} + \sqrt{\frac{R_1C_2}{R_2C_1}}\right) + \frac{1}{2}$	-0.5
K	0	$QK\left(\sqrt{\frac{R_1C_1}{R_2C_2}}\right)$	0
R_a	$\frac{-R_b}{R_a+R_a}$	$Q(K-1)\left(\sqrt{\frac{R_1C_1}{R_2C_2}}\right)$	0
R_b	$\frac{-R_a}{R_a+R_a}$	$-Q(K-1)\left(\sqrt{\frac{R_1C_1}{R_2C_2}}\right)$	0

Integrador		
	G	W_o
R_1	-1	0
R_1	0	-1
C_1	0	-1
A_{vol}	0	0

Table 4: Tabla de sensibilidades

Celda Sallen-Key etapa 1				Celda Sallen-Key etapa 2			
	G	Q	W_o		G	Q	W_o
R_1	0	-0.015	-0.5	R_1	0	-0.0595	-0.5
R_2	0	+0.015	-0.5	R_2	0	-0.0595	-0.5
C_1	0.0145	$Q\left(\sqrt{\frac{R_2C_2}{R_1C_1}} + \sqrt{\frac{R_1C_2}{R_2C_1}}\right) - \frac{1}{2}$	-0.5	C_1	-0.9820	$Q\left(\sqrt{\frac{R_2C_2}{R_1C_1}} + \sqrt{\frac{R_1C_2}{R_2C_1}}\right) - \frac{1}{2}$	-0.5
C_2	-1.902	$-Q\left(\sqrt{\frac{R_2C_2}{R_1C_1}} + \sqrt{\frac{R_1C_2}{R_2C_1}}\right) + \frac{1}{2}$	-0.5	C_2	-1.0358	$-Q\left(\sqrt{\frac{R_2C_2}{R_1C_1}} + \sqrt{\frac{R_1C_2}{R_2C_1}}\right) + \frac{1}{2}$	-0.5
K	0	$QK\left(\sqrt{\frac{R_1C_1}{R_2C_2}}\right)$	0	K	0	$QK\left(\sqrt{\frac{R_1C_1}{R_2C_2}}\right)$	0

Integrador		
	G	W_o
R_1	-1	0
R_1	0	-1
C_1	0	-1
A_{vol}	0	0

Table 5: Tabla de sensibilidades de los filtros utilizados para legendre

Celda Sallen-Key etapa1				Celda Sallen-Key etapa2			
	G	Q	W_o		G	Q	W_o
R_1	-0.4228	-0.0595	-0.5	R_1	-0.4543	-0.4167	-0.5
R_2	-0.5417	-0.0595	-0.5	R_2	-0.4543	+0.4167	-0.5
C_1	-0.9645	$Q \left(\sqrt{\frac{R_2 C_2}{R_1 C_1}} + \sqrt{\frac{R_1 C_2}{R_2 C_1}} - \frac{1}{2} \right)$	-0.5	C_1	-0,9887	$Q \left(\sqrt{\frac{R_2 C_2}{R_1 C_1}} + \sqrt{\frac{R_1 C_2}{R_2 C_1}} - \frac{1}{2} \right)$	-0.5
C_2	0.9645	$-Q \left(\sqrt{\frac{R_2 C_2}{R_1 C_1}} + \sqrt{\frac{R_1 C_2}{R_2 C_1}} + \frac{1}{2} \right)$	-0.5	C_2	-0,9887	$-Q \left(\sqrt{\frac{R_2 C_2}{R_1 C_1}} + \sqrt{\frac{R_1 C_2}{R_2 C_1}} + \frac{1}{2} \right)$	-0.5
R_a	$\frac{-R_b}{R_a + R_a}$	-0.1190	0	R_a	$\frac{-R_b}{R_a + R_a}$	-0.8333	0
R_b	$\frac{-R_a}{R_a + R_a}$	0.1190	0	R_b	$\frac{-R_a}{R_a + R_a}$	0.8333	

Integrador		
	G	W_o
R_1	-1	0
R_1	0	-1
C_1	0	-1
A_{vol}	0	0

Table 6: Tabla de sensibilidades de los filtros utilizados para Bessel

3.2 Legendre

Para el filtro realizado con la aproximación por polinomios de Legendre se realizó una simulación estilo montecarlo haciendo variar las tolerancias de los capacitores en un 5% y de las resistencias en un 1% dentro del rango de frecuencias comprendido entre 9 kHz y 100 kHz ya que para valores de frecuencias mayores la atenuación es lo bastante grande como para medir físicamente dichos valores y se pudo obtener los siguientes graficos:

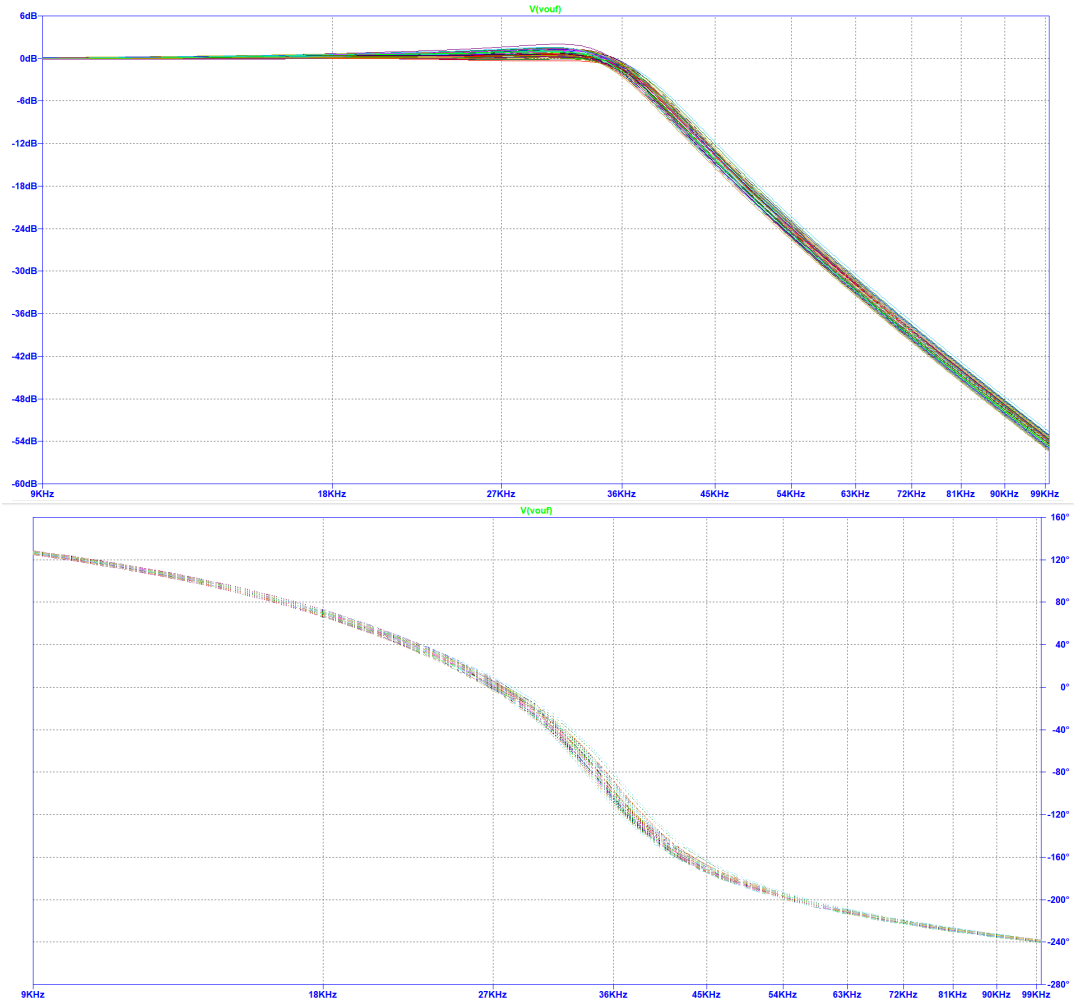


Figure 5: Montecarlo de filtro hecho con Legendre

Como se puede ver en la simulación se obtiene una pequeña ganancia no superior a los 1.8 dB y en f_p se obtiene un rango de atenuación que puede ir entre los 1 dB hasta los 5.6 dB por lo que se decidió para esta filtro utilizar un compensador de ganancia para los casos en que debido a las tolerancias de los componentes no se pueda cumplir plantilla como muestra la simulación. Dicha etapa de compensación se explicará mas adelante.

Se procedio a realizar las mediciones del circuito (con la etapa de compensación incluida) y se obtuvo los siguientes resultados:

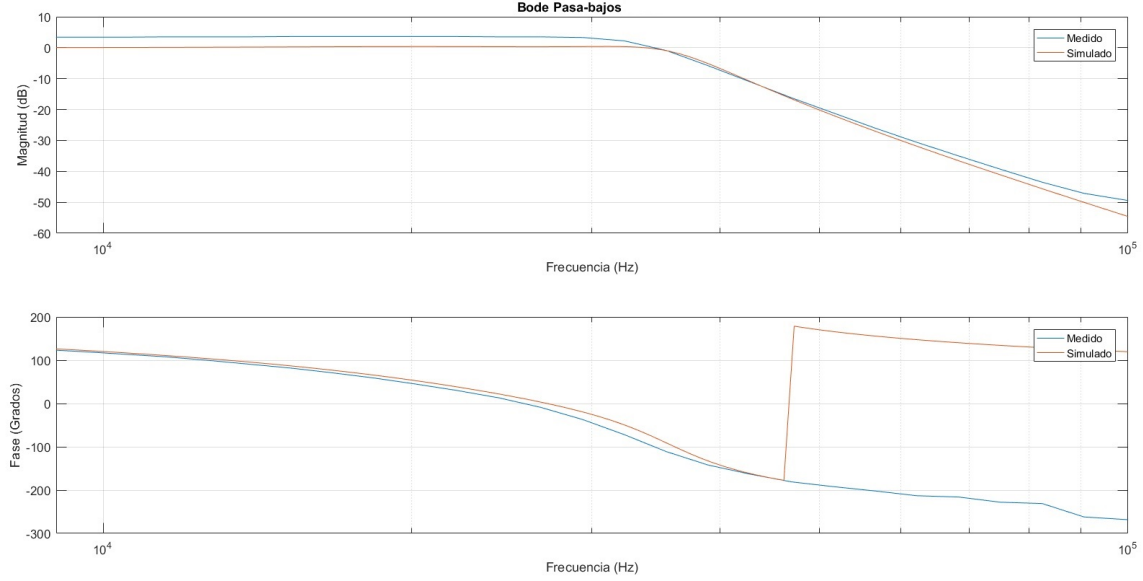


Figure 6: Contrastación entre el filtro simulado y el medido

Como se puede ver en las mediciones se logro cumplir plantilla obteniendo una atenuación de 3 dB a la frecuencia de $f_p = 37\text{ kHz}$ pero al hacerlo se obtuvo una ganancia en frecuencias menores a dicha frecuencia, esto se debe a las sensibilidades en la ganancia (ver tabla (5)) a la hora de realizar el circuito en la etapa uno que es la que posee mas capacitores para alcanzar los valores requeridos para cumplir plantilla, lo que implica un mayor margen de error para encontrar el valor necesario además de la sensibilidad considerable que tiene sobre todo C_2 sobre la ganancia. Por lo que habría que cambiar el metodo de calibración para obtener una mejor ganancia.

3.3 Bessel

Se repitió el proceso para el filtro pasa-bajos realizado con la aproximación de Bessel, realizando esta vez una simulación estilo montecarlo haciendo variar los valores de los capacitores en un 5% y de las resistencias en un 1% dentro de un rango de frecuencias mas chicos entre 100 Hz y 30 kHz debido a que la plantilla de este pide que a frecuencias mayores a $f = 16\text{ kHz}$ se encuentre una atenuación mayor a 40 dB por lo que se obtuvieron los siguientes gráficos:

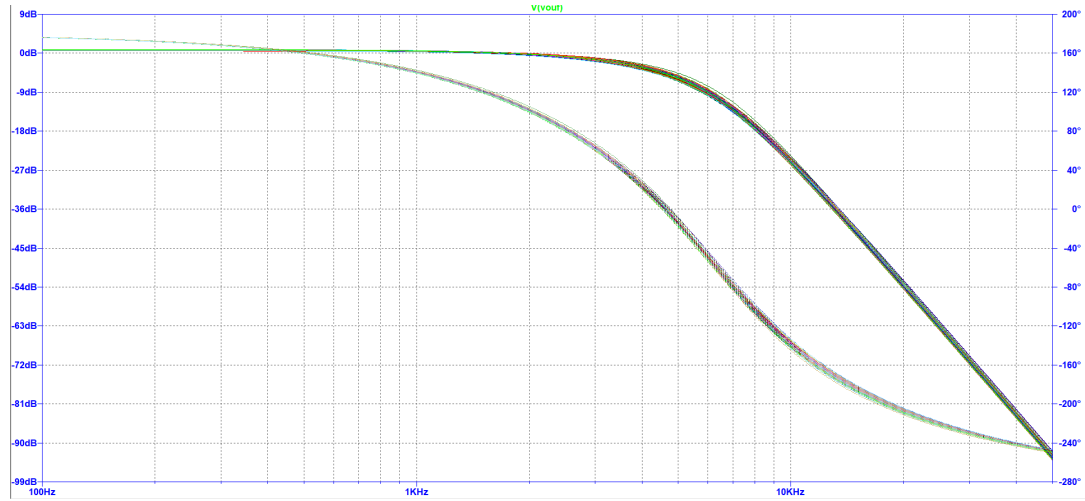


Figure 7: montecarlo del filtro hecho con Bessel

Como se puede ver los valores de este filtro no varían mucho en lo que corresponde a a ganancia y fase con respecto a los distintos posibles valores de resistencias y capacitores lo que nos indica que no necesitará de un gran ajuste a la hora de realizar el circuito por lo que para este filtro se obvio toda etapa de compensación de ganancia así como también se evito el uso de presets para calibrar este filtro.

Una vez realizadas las mediciones se las constrasto con los resultados de las simulaciones y se obtuvo el siguiente gráfico:

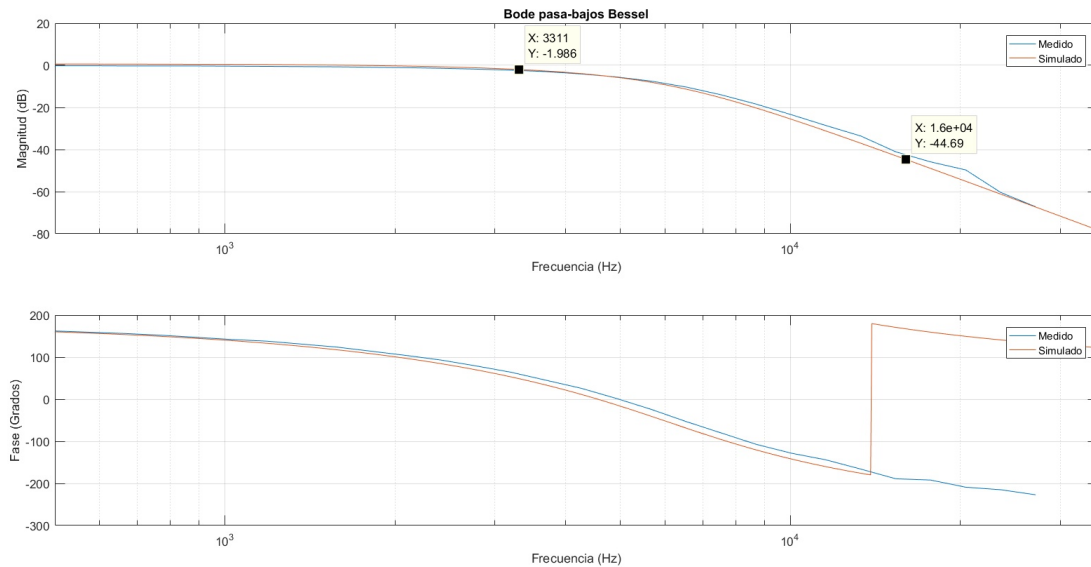


Figure 8: Diagrama de Bode del filtro Bessel contrastado

Como se puede observar en esta figura el filtro cumple con la plantilla requerida en lo que corresponde a banda de atenuación y banda pasante teniendo menos de 3 dB de atenuación antes de $f_p = 3,3\text{ kHz}$ y una atenuación mayor a 40 dB para frecuencias mayores a la frecuencia de atenuación $f_s = 15,6\text{ kHz}$. A su vez aunque no parezca en esta mediciones como en las del filtro de Legendre aunque las fases del simulado hagan un salto abrupto no significa que haya uno de estos, ya que estos saltos se deben a la interpretación de la fase que utiliza LTspice debido a que solo mide fases en el rango de 180° a -180°

Cuando se trató de encontrar el retardo de grupo del circuito se pudo observar que las mediciones en ese sentido no tuvieron un buen grado de precisión ya sea por el osciloscopio en si o por las condiciones en las que se realizaron dichas mediciones o por la cantidad de puntos que se tomaron para realizar dichas mediciones que se pueden observar en el siguiente gráfico:

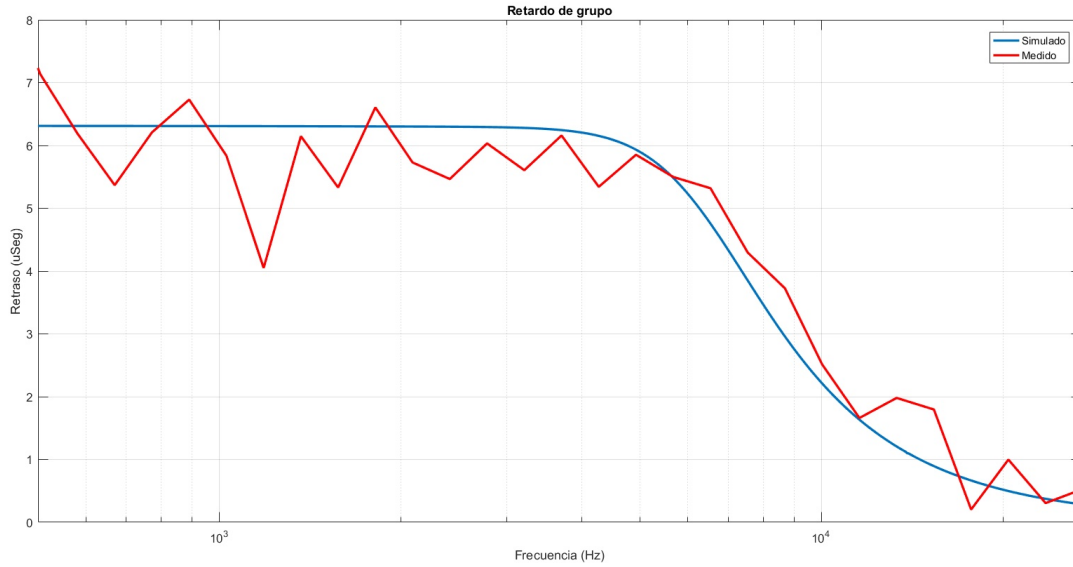


Figure 9: Retardo de grupo filtro pasa-bajos

Como se puede observar en la imagen anterior se debio claramente haber tomado mas puntos en ese rango como a su vez mejorar las condiciones en las que se realizaron las mediciones ya sea cambiando la tensión de entrada al sistema y utilizando una mejor función para obtener el retardo de grupo de forma indirecta como se realizó para obtener esas mediciones.

4 Conclusión

Se pudieron implementar ambos filtros con cierto grado de facilidad, aunque se debio usar el criterio que se utilizó para elegir los componentes del filtro pasa bajos hecho a partir de las aproximaciones de Bessel para realizar el filtro con aproximaciones por polinomios de Legendre ya que el elegir distintos valores de capacitores hizo que se aumenten las sensibilidades asi como la cantidad de componentes que se tuvieron que utilizar para la fabricación de dicho filtro aumentandole la posibilidad de error que aun con la etapa de corrección de ganancia no se pudo evitar corregir con exactitud. A su vez se pudo observar como con cambios en los valores de componentes se pudo obtener con el mismo circuito (sin tener en cuenta etapas de compensación) filtros pasa-bajos con distintas características y que cumplan distintas plantillas.

Part II

Celda Rauch

5 Introducción Teórica

Como se puede ver en la figura 5, este tipo de celda utiliza mas de una trayectoria de retroalimentacion, es por esto que también se la suele denominar celda de retroalimentacion múltiple. A diferencia de la Sallen-Key, que configuran el OpAmp para una ganancia finita K, las celdas de retroalimentacion múltiple aprovechan toda la ganancia de lazo abierto y también se denominan filtros de ganancia infinita. Junto con los filtros KRC, son las realizaciones con un único OpAmp mas populares de las respuestas de segundo orden.

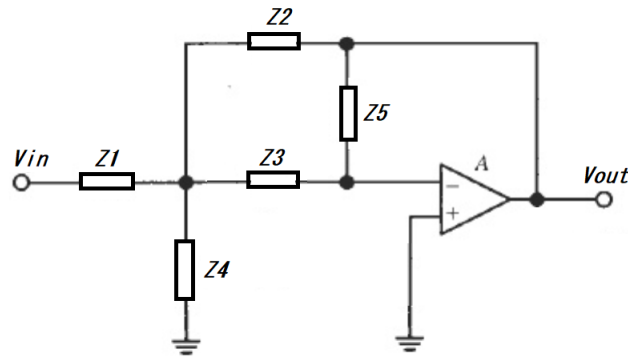


Figura 10: Celda Rauch

5.1 Función transferencia considerando Avol infinito para una celda Rauch genérica

Primero, procederemos a calcular la función transferencia genérica de la celda. Luego, analizaremos como, variando las impedancias del circuito, obtenemos filtros del tipo low-pass, high-pass, band-pass y band-reject.

La función transferencia genérica queda determinada según:

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = - \frac{1}{\frac{Z_1}{Z_2} + \frac{Z_3}{Z_5} \left(1 + Z_1 \left(\frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} + \frac{1}{Z_4} \right) \right)}$$

El signo negativo de esta transferencia denota el comportamiento inversor de la celda Rauch.

5.2 Elección de componentes para la determinación de un low-pass

$$\begin{cases} Z_1 = R_1 \\ Z_2 = R_2 \\ Z_3 = R_3 \\ Z_4 = \frac{1}{sC_4} \\ Z_5 = \frac{1}{sC_5} \end{cases}$$

El mismo es un filtro con ganancia alta, a continuación se muestra su función transferencia:

$$H_{LP}(s) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = - \frac{\frac{1}{R_1 R_3 C_4 C_5}}{s^2 + s \frac{1}{C_4} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) + \frac{1}{R_2 R_3 C_4 C_5}}$$

A partir de la misma podemos obtener las siguientes características:

$$\begin{cases} \omega_p = \sqrt{\frac{1}{R_2 R_3 C_4 C_5}} \\ Q_p = \frac{\sqrt{\frac{C_4}{C_5}}}{\frac{\sqrt{R_2 R_3}}{R_1} + \sqrt{\frac{R_3}{R_2}} + \sqrt{\frac{R_2}{R_3}}} \\ |H_o| = \frac{R_2}{R_1} \end{cases}$$

Donde ω_p es la frecuencia del polo, Q_p el factor de calidad de los mismos y $|H_o|$ el modulo de la ganancia en continua.

5.3 Elección de componentes para la determinación de un high-pass

Al filtro anterior se puede aplicar una transformación RC-CR para obtener un high-pass, el cual también es un filtro con ganancia mayor

$$\begin{cases} Z_1 = \frac{1}{sC_1} \\ Z_2 = \frac{1}{sC_2} \\ Z_3 = \frac{1}{sC_3} \\ Z_4 = R_4 \\ Z_5 = R_5 \end{cases}$$

$$H_{HP}(s) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = - \frac{s^2 \frac{C_1}{C_2}}{s^2 + s \frac{1}{R_5} \left(\frac{C_1}{C_2 C_3} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right) + \frac{1}{R_4 R_5 C_2 C_3}}$$

Con las siguientes características:

$$\begin{cases} \omega_p = \sqrt{\frac{1}{R_4 R_5 C_2 C_3}} \\ Q_p = \frac{\sqrt{\frac{R_5}{R_4}}}{\frac{C_1}{\sqrt{C_2 C_3}} + \sqrt{\frac{C_3}{C_2}} + \sqrt{\frac{C_2}{C_3}}} \\ |H_o| = \frac{C_1}{C_2} \end{cases}$$

5.4 Elección de componentes para la determinación de un band-pass

Tambien existe una configuracion para el filtro band-pass de retroalimentacion múltiple, donde:

$$\begin{cases} Z_1 = R_1 \\ Z_2 = \frac{1}{sC_2} \\ Z_3 = \frac{1}{sC_3} \\ Z_4 = R_4 \\ Z_5 = R_5 \end{cases}$$

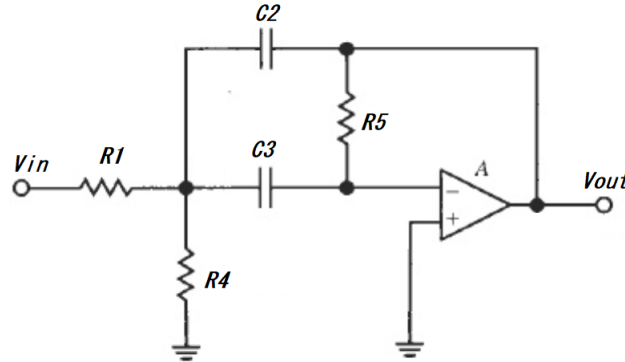


Figura 11: Implementación de band-pass con celda Rauch

Su función transferencia es:

$$H_{BP}(s) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = - \frac{\frac{s}{R_1 C_2}}{s^2 + s \left(\frac{1}{R_5 C_3} + \frac{1}{R_5 C_2} \right) + \frac{1}{R_5 C_2 C_3} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_4} \right)}$$

Con las siguientes características:

$$\begin{cases} \omega_p = \sqrt{\frac{1}{R_5 C_2 C_3} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_4} \right)} \\ Q_p = \frac{\sqrt{1 + \frac{R_4}{R_1}}}{\sqrt{\frac{R_4}{R_5} \left(\sqrt{\frac{C_2}{C_3}} + \sqrt{\frac{C_3}{C_2}} \right)}} \\ |H_o| = \frac{\frac{R_5}{R_1}}{1 + \frac{C_2}{C_3}} \end{cases}$$

5.5 Componentes para la determinación de un band-reject

Si bien no existe configuración para la cual obtener un filtro band-reject, podemos realizarlo a partir de la suma de una transferencia low-pass y otra high-pass implementadas con celdas Rauch de la siguiente forma:

$$H_{BR}(\$) = H_{LP}(\$) + H_{HP}(\$)$$

Sin embargo, para la construcción del mismo necesitaríamos un operacional correspondiente a cada una de las celdas, mas otro operacional para realizar un sumador. En total, tres operacionales.

Para reducir el numero de operacionales utilizados también podemos pensar a nuestra transferencia como:

$$H_{BR}(\$) = 1 - H_{BP}(\$) = \frac{\$^2 R_1 R_5 C_2 C_3 + \$ (R_5 C_3 + R_1 (C_2 + C_3)) + \left(1 + \frac{R_1}{R_4}\right)}{\$^2 R_1 R_5 C_2 C_3 + \$ R_1 (C_2 + C_3) + \left(1 + \frac{R_1}{R_4}\right)}$$

Siempre y cuando se cumpla la condición $R_5 C_3 + R_1 (C_2 + C_3) = 0$ ya que la transferencia genérica de un band-reject es la siguiente:

$$H_{BR}(\$) = \frac{\$^2 + \omega_0^2}{\$^2 + \beta \$ + \omega_0^2}$$

De esta ultima forma, nos queda un filtro con las siguientes características:

$$\begin{cases} \omega_p = \sqrt{\frac{1 + \frac{R_1}{R_4}}{R_1 R_5 C_2 C_3}} \\ Q_p = \frac{\sqrt{R_1 R_5 C_2 C_3} \sqrt{1 + \frac{R_1}{R_4}}}{R_1 (C_2 + C_3)} \\ |H_o| = 1 \end{cases}$$

5.6 Análisis teórico de la implementación band-pass con celda Rauch

En el presente trabajo practico nos centraremos en describir las características de la celda implementada para un band-pass.

Para la realización de la celda antes mencionada nos basamos en el libro “Design of Analog Filters - Rolf Schaumann Mac E Van Valkenburg”.

5.7 Impedancia de entrada y salida

La impedancia de entrada al circuito de la Figura 11 es la siguiente:

$$Z_{in} = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{\$^2 R_1 R_4 R_5 C_2 C_3 + \$ R_1 R_4 (C_2 + C_3) + R_1 + R_4}{\$^2 R_4 R_5 C_2 C_3 + \$ R_4 (C_2 + C_3) + 1}$$

Notemos que los resultados obtenidos tienen sentido según el circuito analizado:

- En continua, los capacitores de la Figura 11 “se comportan como un circuito abierto” y la impedancia que se ve a la entrada es el paralelo de R_1 y R_4 .

$$Z_{in}(\$ \rightarrow 0) = R_1 + R_4$$

- En alta frecuencia, los capacitores “se comportan como cables”. Además, por masa virtual, a la entrada solo vemos solo R_1

$$Z_{in}(\$ \rightarrow \infty) = R_1$$

La impedancia de salida del circuito de la Figura 11 será muy baja, ya que se la está tomando a la salida del operacional. No consideramos que sea de gran utilidad calcularla para el análisis de nuestro circuito.

5.8 Single Amplifier Biquad (SAB) band-pass desarrollado por Delyiannis-Friend

El circuito band-pass, realizado con un único operacional, fue desarrollado por Delyiannis y Friend.

Este circuito es igual analizado anteriormente para un band-pass, simplemente se han seleccionado ambos capacitores iguales tal que:

$$\omega_p = \frac{1}{C} \sqrt{\frac{1}{R_5} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_4} \right)}$$

También establecen una relación entre las resistencias R_1 y R_4 :

$$\begin{cases} R_1 = \frac{R}{a} \\ R_4 = \frac{R}{1-a} \end{cases}$$

Realizando el filtro con estas características logramos expresar los valores de los elementos del circuito directamente en términos de los parámetros del filtro según:

$$\begin{cases} R_5 = 2Q_p \frac{1}{\omega_p C} \\ R = \frac{R_5}{4Q_p^2} \\ a = \frac{H_o}{2Q_p^2} \end{cases}$$

5.9 Mejora del factor de calidad Q

Para lograr un elevado Q , se debe agregar una realimentacion positiva al circuito de la Figura ?? obteniendo el siguiente circuito:

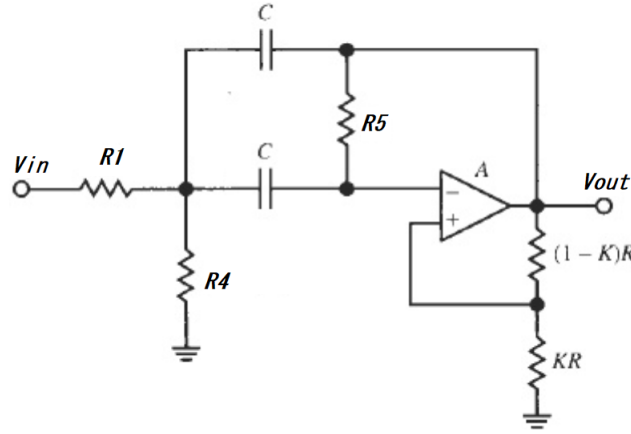


Figura 12: Circuito Delyiannis-Friend con mejora de Q

Nótese que se agrego la igualdad en los capacitores del circuito. Esto es por lo descrito en la subseccion anterior.

La diferencia con el circuito anterior es que ahora $V^+ \neq 0$ y la misma esta relacionada con V_2 según:

$$V^+ = KV_2$$

Este cambio mantiene la frecuencia ω_p a la que se encuentran los polos y determina mejora el factor de calidad Q según:

$$Q = \frac{Q_p}{1 - 2\alpha Q_p^2}$$

Donde Q_p es el factor de calidad determinado en la subseccion anterior sin el feedback positivo y la constante α es: $\alpha = \frac{K}{1-K}$

La ganancia en banda de paso también es incrementada y tiene el siguiente valor:

$$G = H_o \frac{Q}{Q_p(1 - K)}$$

Notemos que variando K , Q puede tomar fácilmente al valor deseado. K es incrementado para incrementar Q . G también aumenta y disminuye con Q . Mientras que ω_p no se ve afectada.

5.10 Procedimiento de diseño

El diseno del circuito con los valores de ω_p , Q y G obtenidos en las subsecciones anteriores es el siguiente:

- Primero, seleccionamos el valor de Q_p . Un estudio de Schaumann (en 1990) acerca de las sensibilidades del circuito determino que la elección mas optima es:

$$Q_p \sim 1,5$$

- Paso siguiente, determinamos α . Esto nos va a determinar la cantidad de feedback positivo del circuito $K = \frac{\alpha}{1+\alpha}$
- Luego obtenemos la ganancia según:

$$H_o = G \frac{Q_p}{Q} (1 - K)$$

- Finalmente, con el valor de C , obtenemos los valores resistencias y el valor de a .

5.11 Valores teóricos de los componentes

Según lo previamente analizado y sin tener en cuenta la relacion entre las resistencias R_1 y R_4 , los valores de los componentes son:

$$\omega_p = \frac{1}{C} \sqrt{\frac{1}{R_5} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_4} \right)}$$

$$Q = \frac{\sqrt{R_5 R_4 \left(1 + \frac{R_4}{R_1} \right)}}{2R_4 - \alpha R_5 \left(1 + \frac{R_4}{R_1} \right)}$$

$$G = \frac{R_5}{2R_1 R_4 (K - 1) + K R_5 (R_1 + R_4)}$$

5.12 Sensibilidades

Al obtener las sensibilidades relativas de ω_p , Q y G respecto a los componentes que determinan la celda, notamos que ω_p solo depende de las variaciones de R_1 y R_4 . Y por el contrario, los valores tanto Q como de G varían ante el cambio de cualquier componente del circuito.

A partir de estos resultados, concluimos que sera complejo, para el diseño de nuestro circuito, lograr suma exactitud en los valores de Q y G .

6 Características de la celda Rauch implementada

6.1 Selecccion de etapas

La consigna determina que debemos realizar un filtro con las siguientes características:

Característica	Valor
<i>Pendiente pasabajos normalizado</i>	$-40dB/dec$
f_p	$64kHz$
B	$1/10$
A_p	$3dB$
$ Z_{in}(f) $	$\geq 50k\Omega$
<i>Filtro</i>	BP

Figura 13: Características del filtro implementado con celda Rauch

Para cumplir con estas características se utilizara la aproximación de Chebycheff I.

Las frecuencias que delimitan la banda de paso son:

Frecuencia	Valor
f_p^-	$60879,95Hz$
f_p^+	$67279,95Hz$

Figura 14: Frecuencias delimitadoras de la banda de paso

Estas frecuencias fueron obtenidas utilizando los datos de f_p y B dados por la consigna.

La pendiente pasa bajos normalizado de $-40dB/dec$ nos dice que el pasa-bajos normalizado debe tener orden 2. Para esto se implementaran dos etapas Rauch cada una con polos complejos conjugados

La atenuacion maxima en banda de paso establecida es de $3dB$, por lo que para disminuir el Q obtenido en cada etapa decidimos bajarla a un valor de $0.05dB$. Esto se puede hacer ya que, en Chebycheff I, disminuir el ripple en banda de paso disminuye el valor de Q . Evitamos tener un valor de Q alto debido a los resultados obtenidos en la seccion de sensibilidad. Para obtener filtros con un alto Q , necesitaríamos de componentes con muy baja tolerancia, por lo que el circuito se vuelve irrealizable.

Finalmente, utilizando el Trabajo Practico n°4, se hallaron los siguientes valores:

Etapas	$\omega_p[rad/s]$	Q_{max}
1°	$2\pi*59047.69$	6.95
2°	$2\pi*69367.66$	6.95

Figure 15: Caracteristicas de las etapas

La transferencia generica es la siguiente:

$$H_{BP} = \frac{k \frac{\$}{\omega_p Q}}{\frac{\$^2}{\omega_p^2} + \frac{\$}{\omega_p Q} + 1}$$

En definitiva, la transferencia de cada una de las etapas es:

$$H_{BPetapa\ 1} = \frac{3.878x10^{-7}\$}{7.2649x10^{-12}\$^2 + 3.878x10^{-7}\$ + 1}$$

$$H_{BPetapa\ 2} = \frac{3.301x10^{-7}}{5.264x10^{-12}\$^2 + 3.301x10^{-7}\$ + 1}$$

6.2 Eleccion de componentes

De acuerdo al analisis teorico descripto anteriormente, la eleccion de los componentes fue la siguiente:

Etapa	R_1	C	R_4	R_5	$R(1 - K)$	RK
1°	$82K\Omega$	$189pF$	5048Ω	42797Ω	$3491,5\Omega$	608Ω
2°	$47K\Omega$	$285pF$	2848Ω	24167Ω	2001Ω	349Ω

Figure 16: Componentes para la realizacion de la celda

Estos valores se obtuvieron despejando de las relaciones mencionadas con anterioridad, teniendo como dato el ω_p y Q de cada etapa y asumiendo un $Q_p = 1.5$.

Sin embargo, en vez de setear el valor del capacitor C , como se menciona en la seccion 2.2.4, debimos setear los valores de resistencias R_1 tanto de la primera como de la segunda etapa. Esto se hizo con el objetivo de cumplir que la impedancia de entrada minima de la primera etapa sea mayor a $50k\Omega$ y que la impedancia de entrada de la segunda etapa sea mayor a la de salida de la primera etapa.

La gran mayoria de los valores de los componentes de la tabla no son comerciales, por lo que, se asociaron ciertos componentes en serie o paralelo para alcanzar mayor precision. Con el objetivo de tener todavia mas precision tambien se utilizaron resistencias del 1% de tolerancia.

Por consigna, se puede agregar un preset por etapa, por lo que decidimos agregarlos y no tener que depender de la precision de los componentes en las resistencias R_5 de cada etapa. Se eligio esta resistencia luego de analizar los calculos de sensibilidades y notar que Q depende fuertemente de ella.

El operacional utilizado es el TL082, ya que como vimos en trabajos practicos anteriores, permite trabajar en un amplio rango de frecuencias y tiene una alta impedancia de entrada.

6.3 Analisis Montecarlo

El mismo se realizo para ver la influencia de las tolerancias de las resistencias sobre nuestro circuito.

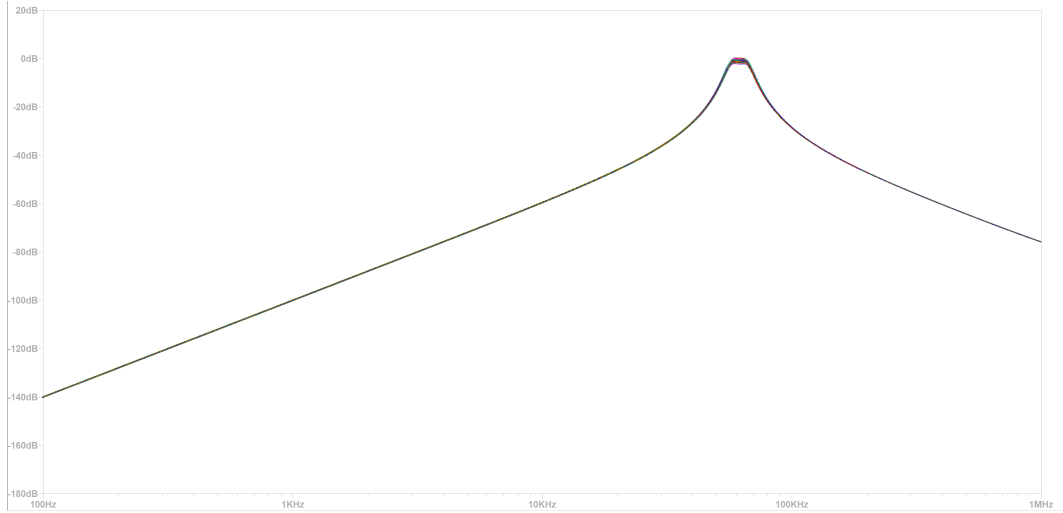


Figura 17: Analisis Montecarlo

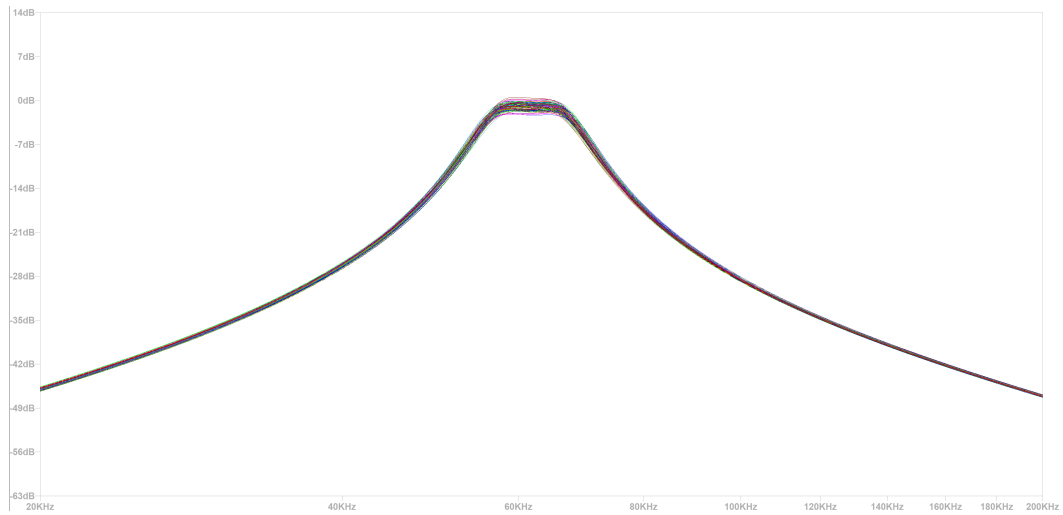


Figura 18: Analisis Montecarlo cerca de la frecuencia cental de banda de paso

A partir de los graficos anteriores notamos como, a pesar de las tolerancias de los componentes, se mantiene la frecuencia en la banda de paso. Esto es por lo analizado en la parte de sensibilidades.

6.4 Impedancia de entrada

Al simular en LTspice la impedancia de entrada observamos que el minimo valor al cual se llega es mayor a los $60K\Omega$ cumpliendo, de esta forma, plantilla.

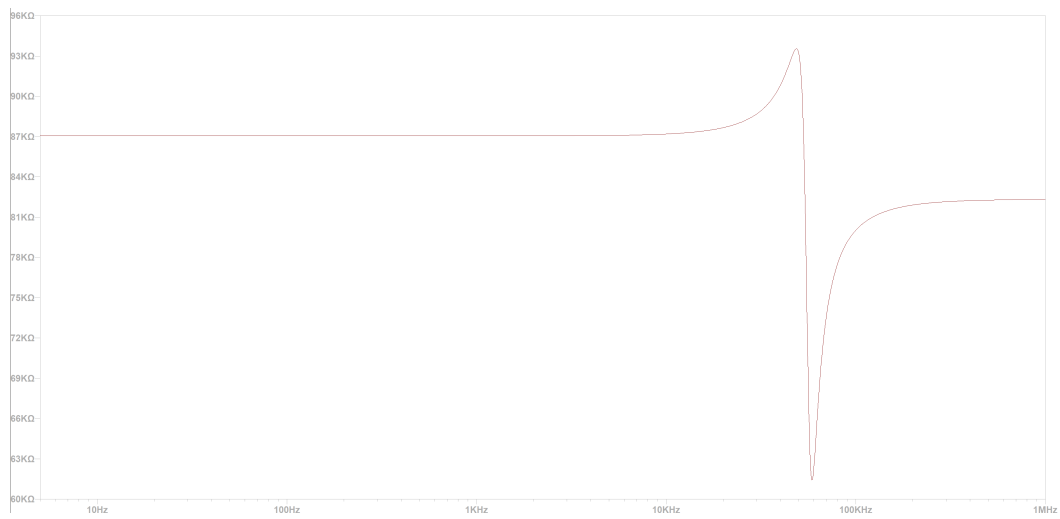


Figura 19: Impedancia de entrada simulada

Part III

Filtro Sedra-Ghorab-Martin

7 Introducción

En esta parte del presente trabajo práctico, vamos a realizar un filtro pasa altos, valiéndonos de la aproximación elíptica de Cauer, y materializándolo en el circuito en base a lo que se enuncia en el paper: Optimum Congurations for SingleAmplifier Biquadratic Filters, de A. Sedra, M Ghorab y K Martin.

Según el escrito, la celda es un derivado de la celda Deliyannis, que usa feedback tanto negativo como positivo para obtener la selectividad requerida para el par de polos del filtro implementado.

7.1 Marco teórico

Sedra, junto con sus pares, construye su celda a partir de realizarle modificaciones a la celda Delyannis y la utilización de la celda Sallen-Key, de manera tal de poder mejorar la sensibilidad del mismo a la hora de conectar dichos filtros en cascada.

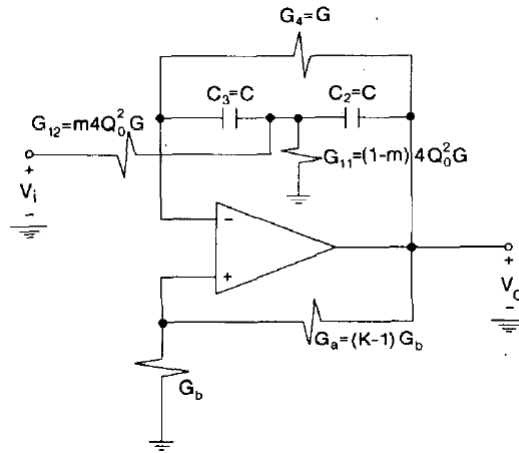


Figure 20: Celda de Deliyannis, utilizada como base para construir la celda Sedra-Ghorab-Martin.

Si Observamos la celda anterior con cautela, la selda es el equivalente a la celda Sallen-Key pero con realimentación positiva, la cual puede ser optimizada para su funcionamiento. Sin embargo, dicha optimización, no preserva la sensibilidad de los polos, por lo que en el paper, se va a realizar un estudio del circuito para lograr minimizar esa situación.

f_a	13300 Hz
f_p	26600 Hz
A_p	2 dB
A_a	40 dB
$ Z_{in}(f) $	$\geq 50 k\Omega$

Table 7: Parámetros del filtro.

También como parte de la consigna, para la realización de dicho circuito es necesario implementar la aproximación elíptica o Cauer para obtener la función transferencia deseada.

8.1 Obtención del filtro Cauer

Se procede a realizar la aproximación Cauer, teniendo en cuenta los parámetros mencionados en la tabla anterior. Para ello, nos vamos a valer del software diseñado para el trabajo práctico anterior, así como una tabla de referencia de la aproximación Cauer para poder obtener de manera práctica la función transferencia del mismo.

Según los valores, es necesaria una función Cauer de orden $n=4$. Por lo que la función transferencia total nominal queda conformada de la siguiente manera:

$$H_N(S) = \frac{C*(S^2+4,59326)*(s^2+23,2272)}{(s^2+0,30116*S+1.06258)*(s^2+0,88456*S+0,41032)}$$

Donde C es un valor tal que la ganancia del filtro sea $|T(\omega)| = 1$. Para nuestro caso, $C = 0,0036987$.

La gráfica correspondiente a dicha transferencia desnormalizada para los valores de la tabla 7, es la siguiente:

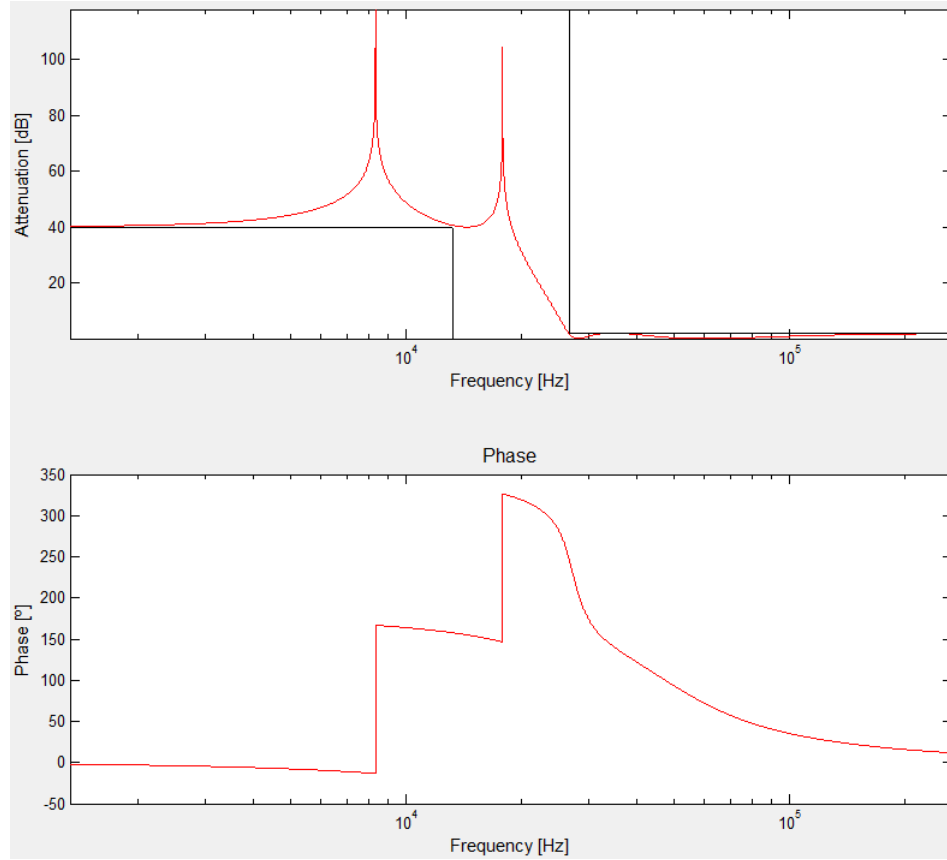


Figure 23: Diagrama de bode de la función $H_N(\frac{\omega_0}{S})$.

La plantilla posee dos pares de polos y ceros conjugados:

$$\begin{cases} p_1 = 27222,11 \text{ Hz}, Q = 6.44 & p_2 = 48640,62 \text{ Hz}, Q = 0.99 \\ z_1 = 8323.14 \text{ Hz} & z_2 = 17849,82 \text{ Hz} \end{cases}$$

8.1.1 Agrupación en cascada (Biquads)

Una transferencia bicuadrática se caracteriza por poseer la forma de un cociente de polinomios en la que el denominador queda determinado por un par conjugado de polos; mientras que el numerador es de grado igual o menor que el denominador. Dicha transferencia, va a quedar determinada por los parámetros del filtro y por el tipo de celda que se desee realizar.

Si observamos la constelación de polos del filtro Cauer, podemos ver como un par de polos posee un Q mayor que su otro par. Esto, va a definir de qué manera se conectan las etapas entre sí, puesto que va a influir en cómo se van a conectar los circuitos.

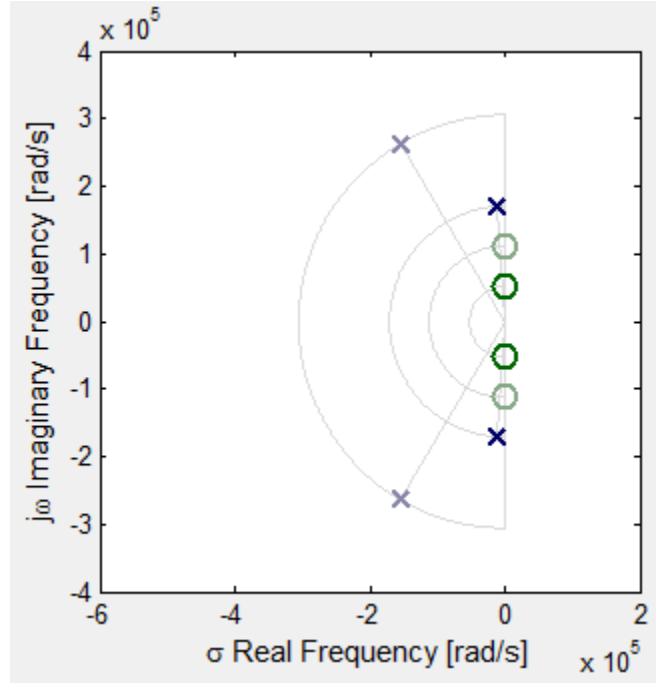


Figure 24: Constelación de polos y ceros de la aproximación Cauer.

8.1.2 Diseño de los filtros por separado

Como hemos mencionado anteriormente, es posible armar dos implementaciones biquadráticas colocadas en cascada que tengan la forma de pasa altos notch (o, en inglés, high pass notch), tal que para cada una la transferencias se tendrá una transferencia de la forma :

$$H(S) = a * \frac{s^2 + \omega_z^2}{S^2 + S * \frac{\omega_p}{Q} + \omega_p^2}$$

donde ω_p es la frecuencia del polo y ω_z la frecuencia del cero.

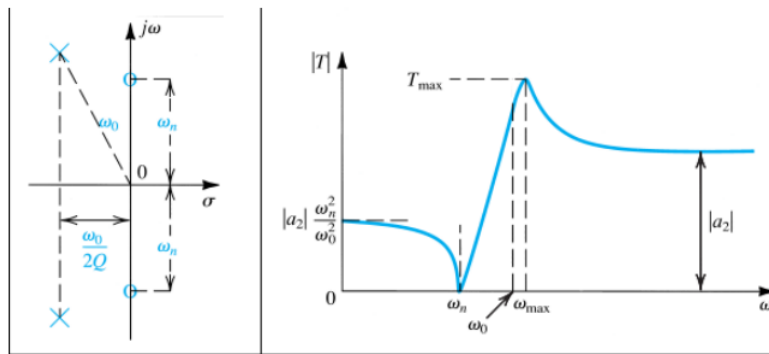


Figure 25: Diagrama de los parámetros del filtro high pass notch.

De esta manera, y repitiendo el proceso para las dos etapas mencionadas, llegamos a que la función transferencia final está dada por:

$$H_{final}(S) = H_1(S) * H_2(S) = H_N(\frac{\omega}{S})$$

8.1.3 Agrupación de los filtros

Una vez diseñados los filtros por separado, resta unirlos para obtener la función transferencia deseada. Para ello, se van a unir en forma de cascada.

Como para un filtro de orden n existen $\frac{n!}{2}$ formas distintas de ordenarlo, vamos a seleccionar un criterio que se adecúe a nuestras necesidades.

El criterio que vamos a seleccionar consiste en emparejar los polos de mayor Q del circuito con el par conjugado de ceros de transmisión de frecuencia más cercana a ellos. Esta disposición, hace que minimizando la 'distancia' entre polos y ceros emparejados, las sensibilidades generales en la posición tanto del polo como del cero (respecto de los componentes) tiendan a cancelarse y el filtro sea más fácil de diseñar para selectividades altas. Con lo cual el emparejamiento óptimo siguiendo este criterio sería :

Etapas 1: ($p_1 = 27222, 11 \text{ Hz}$; $z_2 = 17849, 82 \text{ Hz}$)

Etapas 2: ($p_2 = 48640, 62 \text{ Hz}$; $z_1 = 8323, 14 \text{ Hz}$)

De esta manera, las funciones transferencias quedan conformadas de la siguiente manera:

$$\begin{cases} H_1(S) = \frac{S^2 + 318.616 \cdot 10^6}{S^2 + 4537.02 \cdot S + 741.043 \cdot 10^6} \\ H_2(S) = \frac{S^2 + 69.275 \cdot 10^6}{S^2 + 49131.94 \cdot S + 2.3659 \cdot 10^9} \end{cases}$$

8.2 Estudio del rango Dinámico

El rango dinámico es la relación que hay entre la señal saliente y la señal más alta que puede entrar al sistema sin distorsionar la salida; y la más pequeña que puede procesar sin confundirla con ruido. El nivel máximo de tensión está limitado, en gran medida, por el amplificador operacional: Slew Rate, saturación y distorsión. Para asegurar que un filtro está preparado para recibir una señal de entrada apta para su correcto comportamiento BIBO-estable dadas estas limitaciones, debe analizarse la respuesta en frecuencia en todo el rango, ya que si una señal de alta tensión con una frecuencia en banda de transición entra al sistema, puede llegar a saturar los operacionales que conforman el circuito, por más que el circuito se encuentre atenuando allí. Por otra parte, para hallar el nivel mínimo de señal sólo se debe considerar la banda de paso, ya que la información útil de la señal pertenece a este intervalo de frecuencias. Por lo que las señales de tensión a frecuencias correspondientes a la banda de atenuación serán atenuadas lo más posible y no es de interés diferenciar a estas últimas del nivel de ruido.

Los criterios a tener en cuenta para analizar/mejorar el rango dinámico lo más posible son:

- Evitar exagerada atenuación en banda de paso
- Mantener la señales de interés por arriba del piso de ruido y por debajo de lo que puedan manejar los operacionales del circuito sin distorsionar.
- Evitar ganancia innecesaria.
- Para todas las frecuencias la señal no debe ser lo suficientemente alta como para cargar a las demás etapas: Como el circuito está compuesto por componentes cuyos comportamientos se ven alterado en el rango de frecuencias, pueden surgir efectos en el filtro no deseados.
- Mantener el nivel de la señal de interés, en la banda de paso, lo más inalterada posible.

Con estos criterios mencionados anteriormente, procedemos a analizar cada etapa por separado:

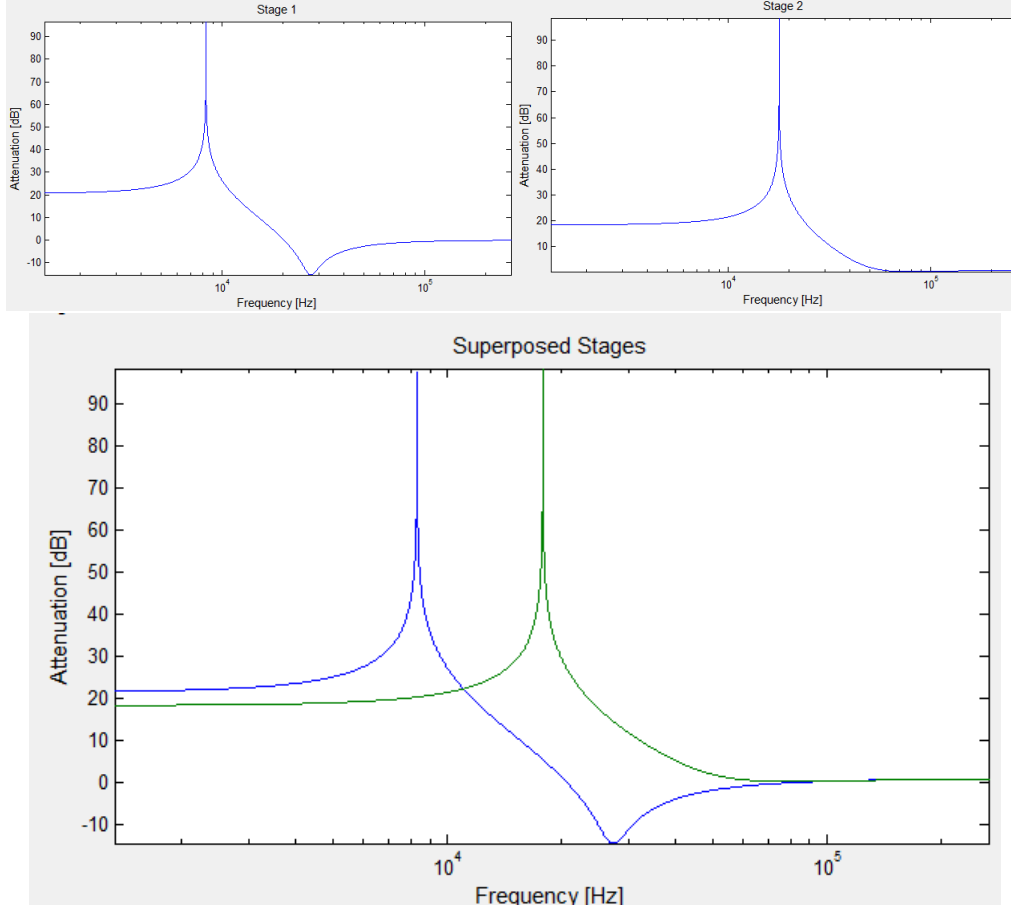


Figure 26: Bode de las etapas por separado (de izq a der: etapa 1, etapa 2, superpuestas).

9 Construcción de la Celda Sedra-Ghorab-Martin

9.1 Función transferencia

La función transferencia de la celda, puede ser expresada de la siguiente manera:

$$H_C(S) = \frac{n_2 S^2 + n_1 S + n_0}{S^2 + \frac{\omega_0}{Q} S + \omega_0^2}$$

Donde n_2, n_1 y n_0 son coeficientes que se construyen a partir del tipo de celda que se quiere realizar.

Para nuestro caso:

$$\omega_0^2 = \frac{G_1(G_{41} + G_{42})}{C_3(C_{21} + C_{22})}$$

$$\frac{\omega_0}{Q} = (G_{41} + G_{42}) \left(\frac{1}{(C_{21} + C_{22})} + \frac{1}{C_3} \right) - \frac{G_1}{(C_{21} + C_{22})} * \frac{(G_{a1} + G_{a2})}{G_b}$$

$$n_2 = \frac{(G_{a1} + G_{a2} + G_b)}{G_b} * \frac{C_{22}}{(C_{21} + C_{22})} - \frac{G_{a2}}{G_b}$$

$$n_1 = \frac{(G_{a1} + G_{a2} + G_b)}{G_b} * G_{42} \left(\frac{1}{(C_{21} + C_{22})} + \frac{1}{C_3} \right) - \frac{G_{a2}}{G_b} * \left[\frac{G_1}{(C_{21} + C_{22})} + (G_{41} + G_{42}) * \left(\frac{1}{(C_{21} + C_{22})} + \frac{1}{C_3} \right) \right]$$

$$n_0 = \frac{G_1(G_{41} + G_{42})}{C_3(C_{21} + C_{22})} * \left[\frac{G_{42}}{G_{41} + G_{42}} * \frac{(G_{a1} + G_{a2} + G_b)}{G_b} - \frac{G_{a2}}{G_b} \right]$$

Para resolver las ecuaciones, se consideraron las siguientes variables:

$A_0 = 100000$, Ganancia del amplificador operacional a lazo abierto.

$\sigma_A = 0.5$, Desvío estandar del valor de A_0 .

$\omega_t = 3\text{Mhz}$, Ancho de banda unitario del operacional.

σ_R y $\sigma_C = 0.05$:Desvíos estandard de los valores de las resistencias y capacitores respectivamente.

El proceso de elección de los componentes el el siguiente:

Se calcula un factor de mérito Q_0 , para así mantener equilibradas todas las sensibilidades del filtro, de la siguiente fórmula:

$$Q_0 = \sqrt[4]{|A(s_0)|^2 * \frac{(8\sigma_R^2 + \sigma_C^2)}{8\sigma_A^2}}, \text{ con } s_0 = -\frac{\omega_0}{2Q} + j\omega_0\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}$$

Una vez obtenidos Q_0 , se procede a calcular un segundo parámetro K, tal que:

$$K = \frac{1}{2Q_0} * (1 - \frac{Q_0}{Q}) + 1$$

Con el, se elige el valor k tal que el parámetro m sea ≤ 1 , a partir de la siguiente fórmula:

$$m = k * (\frac{K-1}{K}) * [1 + 2Q_0^2(\frac{\omega_0}{\omega_z})^2]$$

Por último, se elige un último parámetro n que va a regular la realimentación.

$$n = k * (1 - \frac{Q_0}{K*Q})$$

Una vez obtenidos todos los valores, se procede a calcular los valores de los capacitores C_{21} , C_{22} y C_3 de manera que:

$$\frac{C_{22}}{C_{21}} \cong \frac{m}{1-m}, C_3 = C_{21} + C_{22}$$

Ahora, y considerando la distorsión de los polos, vamos a recalcular los valores de frecuencia y factor de calidad, para así poder recomodar el filtro para evitar efectos no deseados, de manera que:

$$\omega_p = \omega_0 * (1 + Q_0(\frac{\omega_0}{\omega_t}))$$

$$Q_p = Q[1 - 2Q_0Q(\frac{\omega_0}{\omega_t}) * (\frac{1}{2Q} - \frac{\omega_0}{\omega_t})]$$

Ahora, calculamos las resistencias, sabiendo que:

$$G_1 = 2Q_0\omega_p\sqrt{C_3 * (C_{21} + C_{22})} \text{ y } G_{41} + G_{42} = \frac{G_1}{4Q_0^2}$$

Resolviendo y reemplazando los valores, se llega al siguiente circuito final:

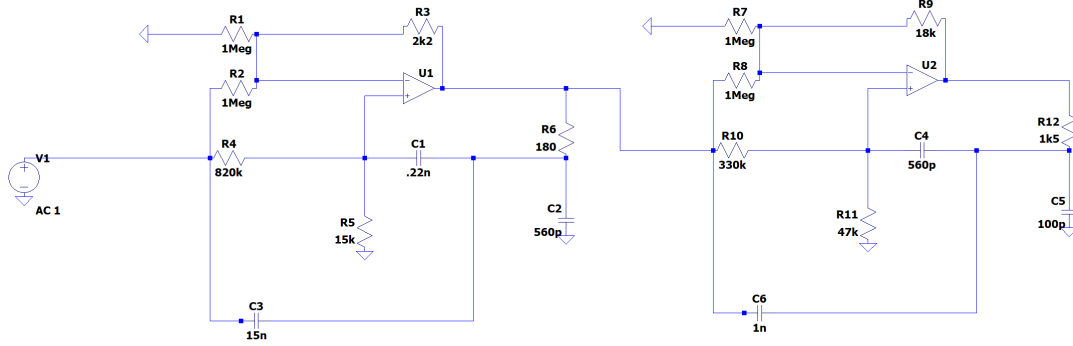


Figure 27: Circuito final, con sus valores elegidos.

Cuyo diagrama de bode es el siguiente:

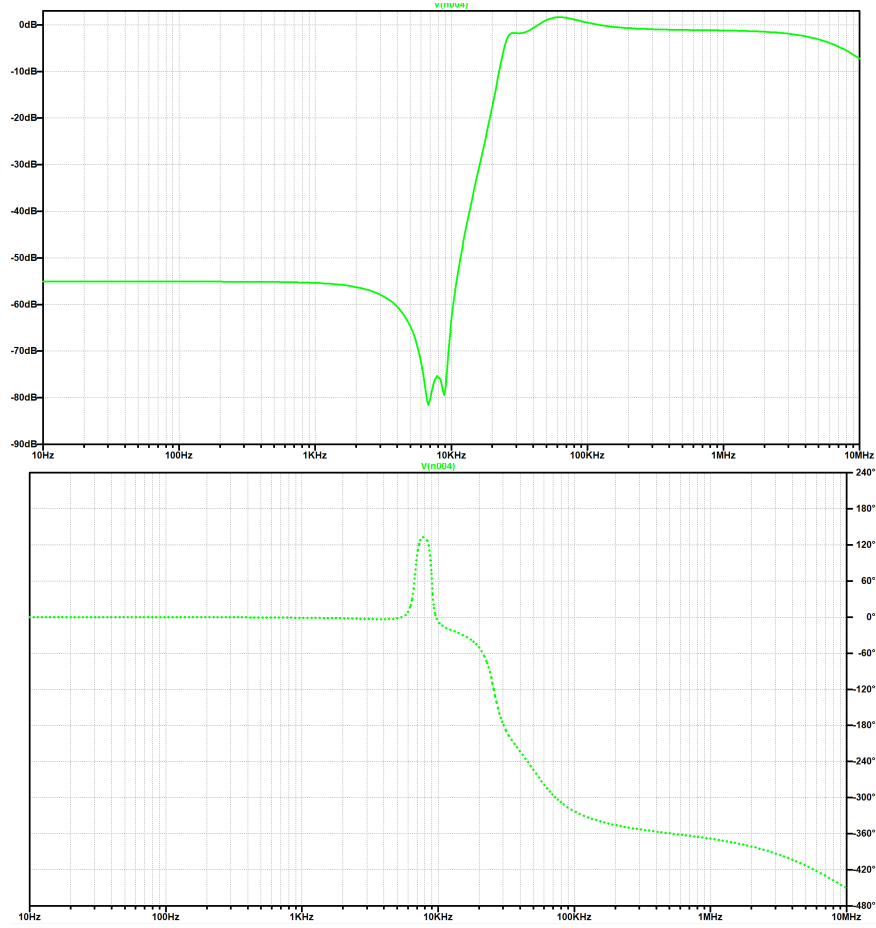


Figure 28: Diagrama de bode de la celda construida.

9.2 Sensibilidades

Para la realización de ambas etapas del filtro, se utilizaron resistencias y capacitores de valores comerciales con una tolerancia del 5%. Las sensibilidades calculadas se muestran a continuación:

$S_{R_1}^{\omega_0} = -\frac{1}{2}$	$S_{C_2}^{\omega_0} = -\frac{1}{2}$	$S_{C_3}^{\omega_0} = -\frac{1}{2}$
$S_{R_4}^{\omega_0} = -\frac{1}{2}$	$S_{R_a}^{\omega_0} = 0$	$S_{R_b}^{\omega_0} = 0$
$S_{R_1}^Q = -(\frac{Q}{Q_0} - \frac{1}{2})$	$S_{C_2}^Q = -\frac{1}{2}(\frac{Q}{Q_0} - 1)$	$S_{C_3}^Q = -\frac{1}{2}(\frac{Q}{Q_0} - 1)$
$S_{R_4}^Q = (\frac{Q}{Q_0} - \frac{1}{2})$	$S_{R_a}^Q = -(\frac{Q}{Q_0} - 1)$	$S_{R_b}^Q = (\frac{Q}{Q_0} - 1)$

Table 8: Cuadro de sensibilidades.

Podemos ver como la sensibilidad del polo es afectada de igual manera por todos los componentes que forman la celda por lo que es importante elegir valores de resistencias para R_1 y R_4 para que compensen su desvío entre sí, eligiendo una de las dos mas grande que el valor nominal y la otra por debajo. Lo mismo aplica para la elección de C_2 y C_3 .

9.3 Análisis de la impedancia de entrada

Por último para este análisis, vamos a centrarnos en la impedancia de entrada que presenta nuestra celda: por pedido de plantilla, la misma debe ser superior a los 50KΩ. Sin embargo, la construcción de la misma no

contempla la posibilidad de elegir un rango de valores como impedancia de entrada. Si procedemos a medir la impedancia resultante nos encontramos con los siguientes valores para todo el rango de frecuencias:

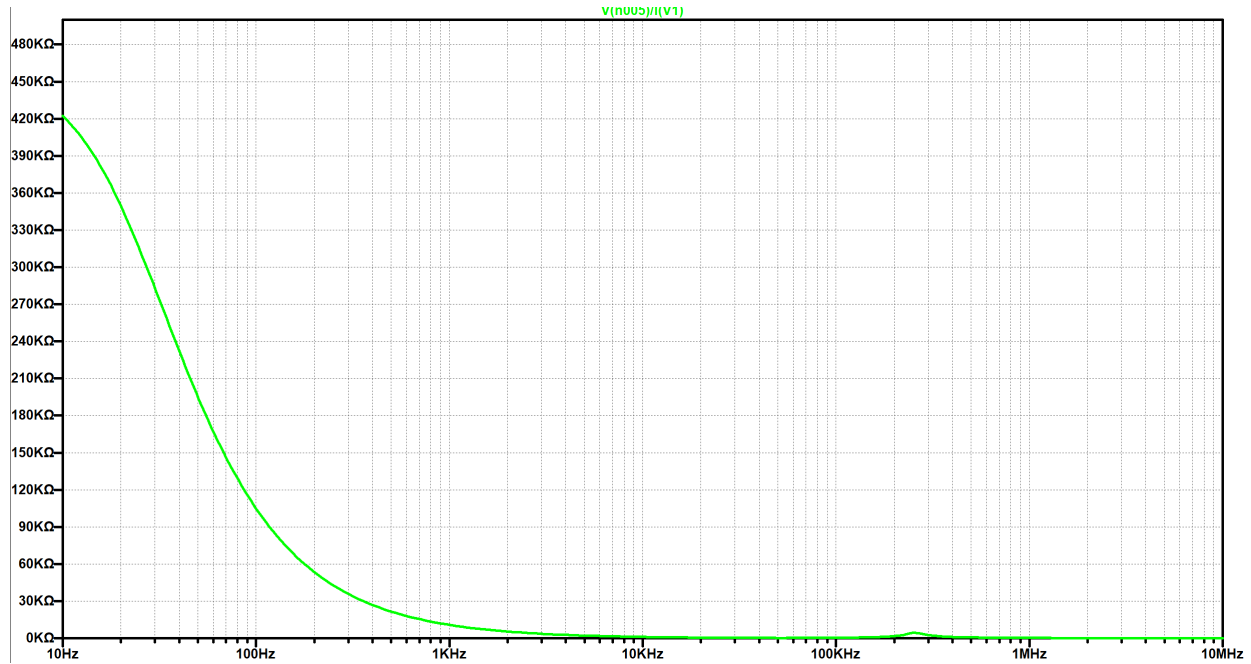


Figure 29: Análisis de la impedancia de entrada en todo el espectro f .

Como podemos observar, la impedancia es mayor a $50K\Omega$ solo hasta los $600Hz$, luego tiende a cero cuando $f \rightarrow \infty$.

Si uno trata de rediseñar el circuito para que la impedancia aumente, se encuentra con el hecho de que es inútil, puesto que los capacitores la disminuyen drásticamente a medida que la frecuencia aumenta.

En base a esto, se decidió agregar un buffer a la entrada de la misma en configuración de bootstrap, para así, lograr una mayor impedancia de entrada. Podemos observar los efectos del mismo en la siguiente gráfica:

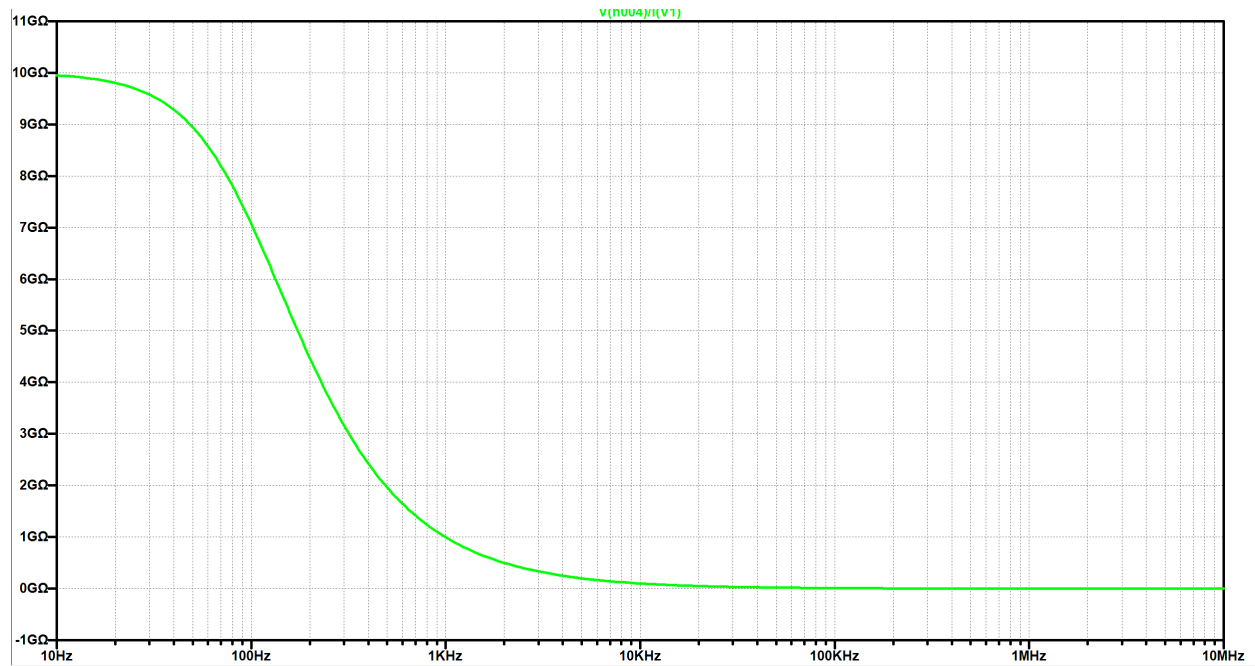


Figure 30: Impedancia de entrada final en todo el rango de frecuencias.

La diferencia es observable a primera vista, obteniéndose valores muy elevados para baja frecuencia, disminuyendo hasta los $110\text{K}\Omega$ a los 10MHz , frecuencia a la cual el filtro ya es totalmente inútil por cuestiones operativas del amplificador operacional entre otras cosas, por lo que la impedancia queda resuelta.

9.4 Análisis de montecarlo de la celda

En el ítem anterior, vimos como afectan los componentes a las sensibilidades de los polos y el factor de calidad. En este punto, vamos a ver de una forma más visual cómo afecta el rendimiento de mi circuito las distintas variaciones de mis componentes:

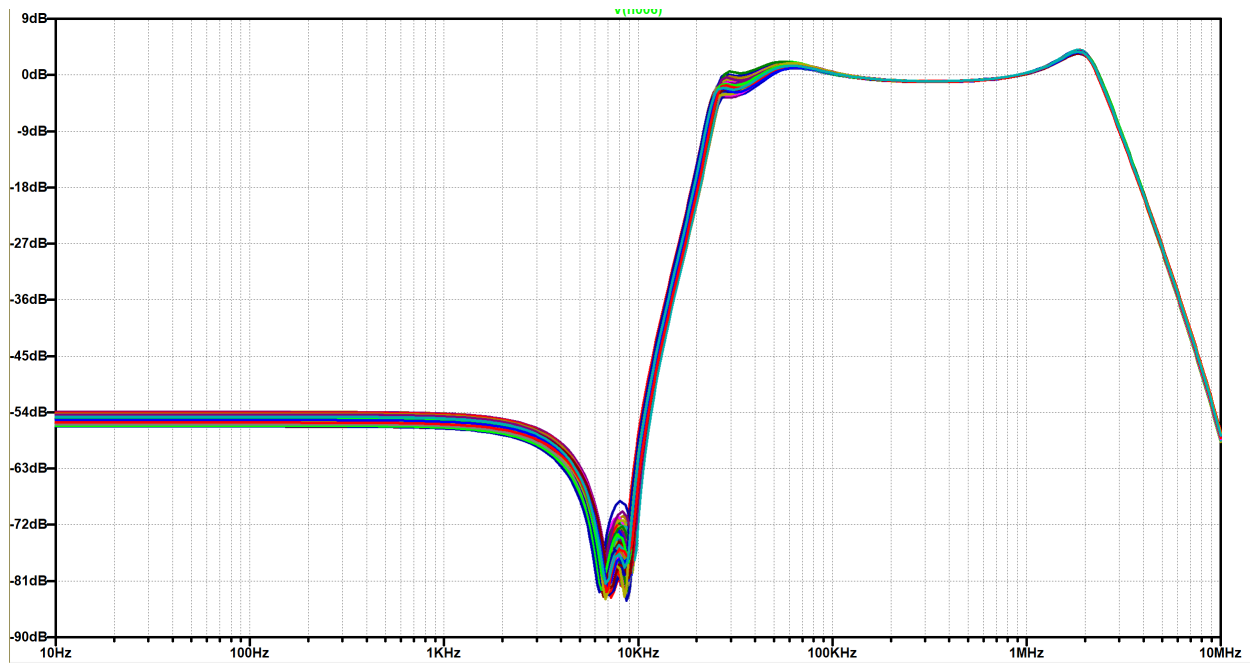


Figure 31: Análisis montecarlo hecho con LTSpice.

Podemos observar que si se varían los componentes un 5% respecto a su rango de valores, no se obtienen diferencias significativas en cuanto a rango de valores. Si hacemos zoom en las zonas críticas, es decir en la región de 13kHz y en la de 26kHz, vemos cómo todos los diagramas cumplen la plantilla.

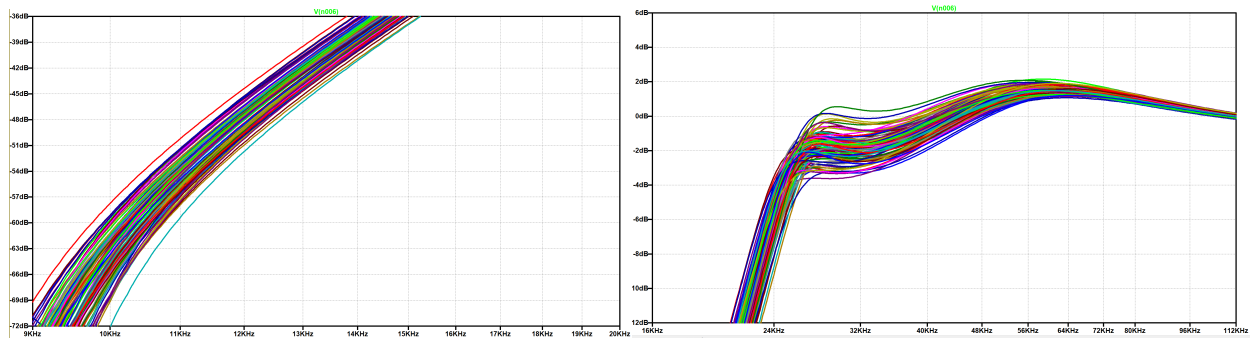


Figure 32: Montecarlo en la región de 13kHz y 26kHz.

Celda Universal

10 Introducción teórica

Una celda universal es un circuito de orden 2 el cual, mediante el uso simultaneo de amplificadores operacionales, modifica una senal de entrada para obtener cualquier tipo de filtro (pasa bajo, pasa alto, pasa banda, rechaza banda). Estas celdas se caracterizan por usar bloques sumadores, restadores, integradores, amplificadores y atenuadores.

Algunos tipos de celdas universales

10.1 Kerwin-Huelsman-Newcomb

Esta fue la primera celda universal, tiene una muy buena flexibilidad, buen rendimiento, y bajas sensibilidades. La implementacion basica de esta celda, tiene tres amplificadores operacionales con la cual se puede hacer un filtro pasa alto, pasa banda y pasa bajos, pero si se desea tener ceros de transmision en el eje $j\omega$, es necesario agregar un amplificador operacional mas que suma las salidas pasa alto y pasa bajo.

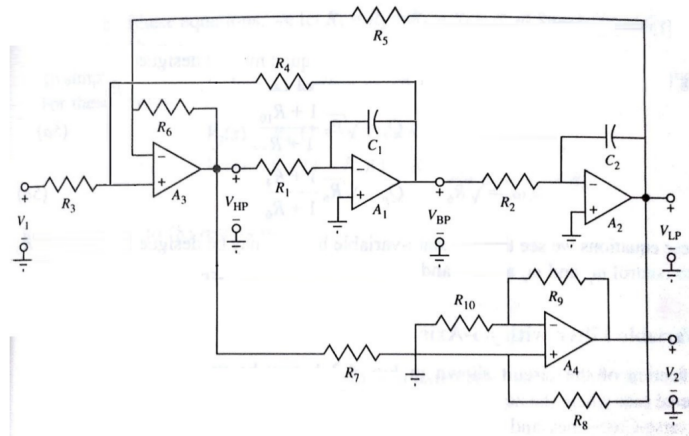


Figure 33: Filtro con ceros de transmision

10.2 Tow-Thomas

Lo principal que hace esta celda es agregar un inversor despues del segundo integrador y ademas se une el sumador con el otro integrador, haciendo asi un sumador integrador con un solo operacional. Con esta version no es posible obtener ceros de transmision.

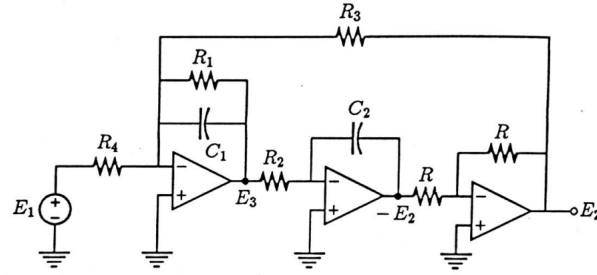


Figure 34: Tow-Thomas

10.3 Ackerberg-Mossberg

Esta celda esta basada en la Tow-Thomas cambiando la posicion del amplificador operacional inversor. Se lo conecta en el lazo de retroalimentación del segundo integrador. Para obtener ceros de transmision se suman las salidas

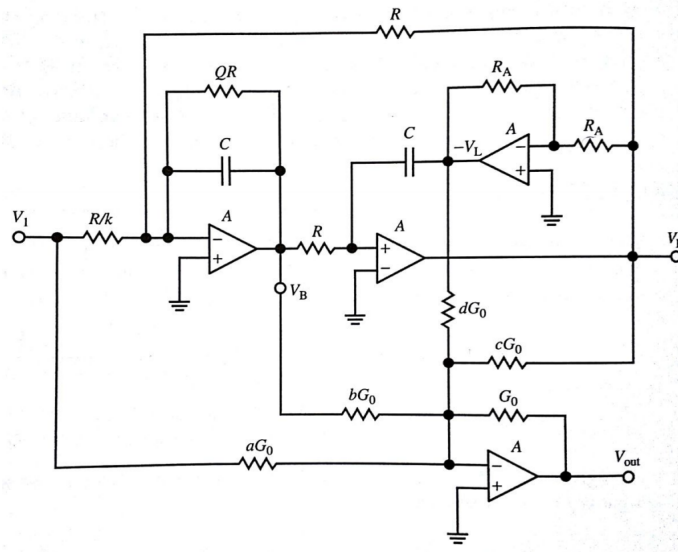


Figure 35: Celda Ackerberg-Mossberg sumando las salidas

10.4 Fleischer-Tow

Esta celda es una modificacion de la Tow-Thomas y la que va a ser utilizada debido a que solo con tres amplificadores operacionales se logra hacer cualquier transferencia de segundo orden

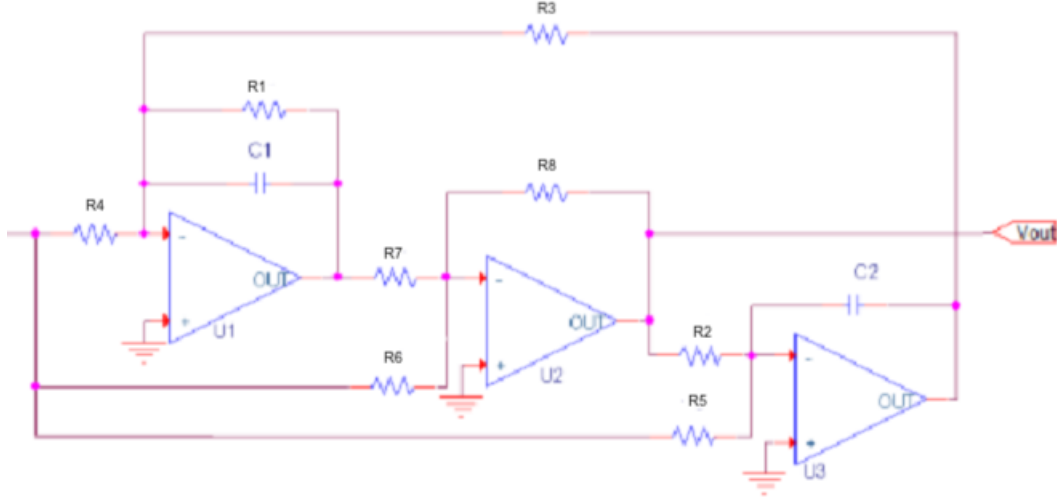


Figure 36: Celda Fleischer-Tow

10.4.1 Funcion transferencia

$$H(s) = -\frac{\frac{s^2 R_8}{R_6} + \frac{R_8}{R_4 R_7 R_1 C_1} (R_4 R_7 - R_1 R_6) + \frac{R_8}{R_3 R_5 R_7 C_1 C_2}}{s^2 + \frac{1}{R_1 C_1} + \frac{R_8}{R_2 R_3 C_1 C_2 R_7}}$$

11 Aproximación1

Se desea implementar un circuito que cumple con las siguientes especificaciones

Q	4
f_0	16 kHz
Grado	4
Filtro	BR
Aproximación	Chebyshev inverso

Con esos datos, se hallaron los datos restantes de la plantilla.

Se utilizó un Q lo mayor posible para asegurar que cuando se realice el circuito este sea al menos 4. Este Q es de 5,7.

Teniendo en cuenta esto y sabiendo que $Q = \frac{f_0}{\Delta f_p}$ se obtiene que $\Delta f_0 = 2800$

Ademas se sabe que:

$$f_0^2 = f_p^+ \cdot f_p^- = f_a^+ \cdot f_a^- \quad (4)$$

$$\Delta f_p = f_p^+ - f_p^- \quad (5)$$

despejando (5) y reemplazando en (4) se obtiene:

$$f_p^+ = 17.461 \text{ Hz}$$

$$f_p^- = 14.661 \text{ Hz}$$

Luego se propuso un $\Delta f_a = 500Hz$, con esto y con la ecuacion (4) se llega a:

$$f_a^+ = 16.252Hz$$

$$f_a^- = 15.752Hz$$

Finalmente se propuso $A_p = 6dB$ y $A_a = 40dB$

Con estos datos se realizo el cheby 2 el cual quedaba con un $n = 2$ y cuando se hizo la desnormalizacion a BR quedo de orden 4

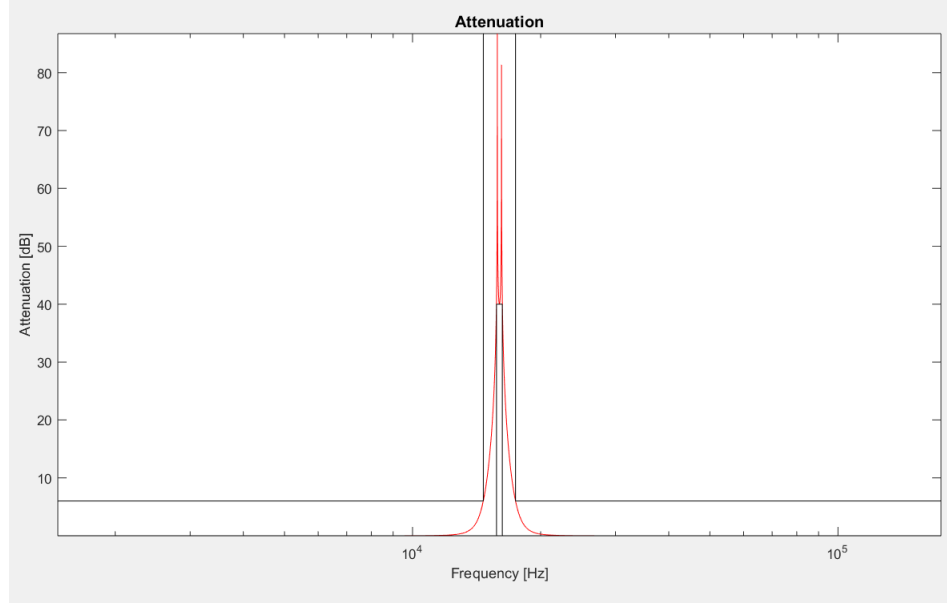


Figure 37: Cheby 2 desnormalizado a BR con los datos obtenidos anteriormente

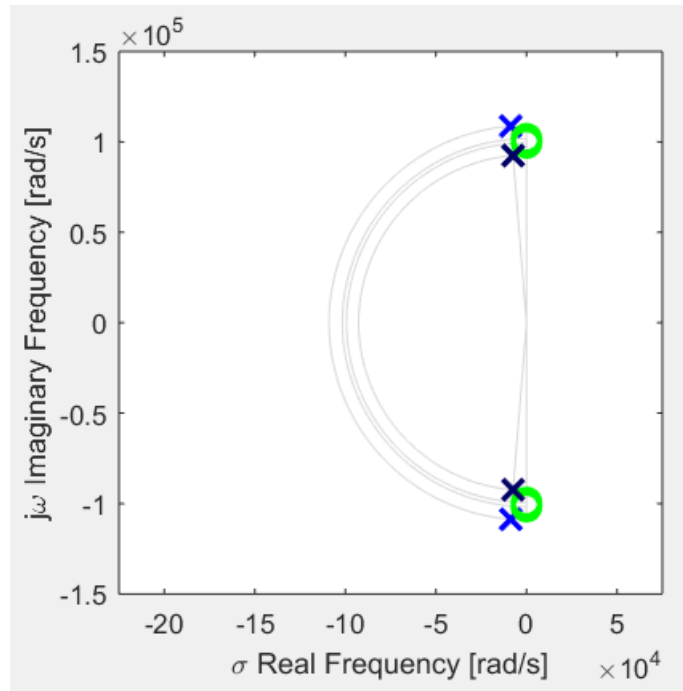


Figure 38: Diagrama de polos y ceros

12 Implementación

La celda que se utilizara es la Fleischer-Tow

Como el circuito tiene que ser de orden 4, se debieron colocar dos etapas en cascada, ademas, como la impedancia de entrada (como se analizara mas adelante) no era significativa ($4k\Omega$) se colocó un buffer en la entrada y también otro buffer para conectar las dos etapas. El circuito es el siguiente (cada etapa representa el circuito de una celda Fleischer Tow):

Union de las etapas del circuito
]

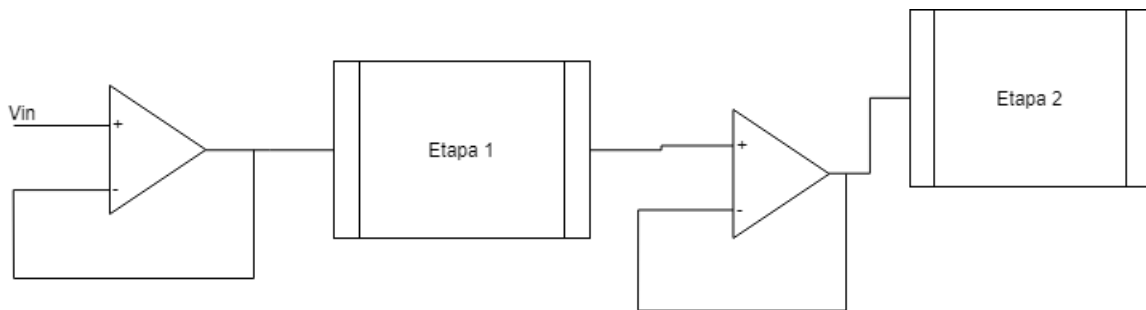


Figure 39: Union de las etapas del circuito

Valores de los componentes para que la celda sea un rechaza banda,

$$R_8 = R_7$$

$$R_4 = \frac{R_6 \cdot R_1}{R_8}$$

Luego para simplificar las cuenta se considero o siguiente:

$$R = R_2 = R_3$$

$$R_5 = R_6$$

$$C = C_1 = C_2$$

Y teniendo en cuenta las siguientes relaciones:

$$2\pi f_0 = \frac{1}{RC}$$

$$Q = \frac{R_1}{R}$$

$$2\pi f_z = \frac{1}{C\sqrt{R \cdot R_7}}$$

$$G = 1 = \frac{R}{R_6}$$

$$R_4 = \frac{R_6 \cdot R_1}{R_8}$$

Se pueden hallar los valores de todos los componentes.

Ambas etapas fueron obtenidas con un software, el cual nos devuelve el Q de cada etapa y la frecuencia a la cual esta el polo y el cero

12.1 Etapa 1:

$$Q = 6,26$$

$$f_0 = 17.352Hz$$

$$f_z = 16.183Hz$$

Con estos valores , con las relaciones mencionadas anteriormente y considerando $C = 1nF$ se llega a:

$$R_1 = 57.416\Omega$$

$$R = 9.171,9\Omega$$

$$R_4 = 49.940\Omega$$

$$R_6 = R$$

$$R_7 = 10.544\Omega$$

12.2 Etapa 2:

$$Q = 6,26$$

$$f_0 = 14.753Hz$$

$$f_z = 15.818Hz$$

Nuevamente considerando $C = 1nF$

$$R_1 = 67.532\Omega$$

$$R = 10.787\Omega$$

$$R_4 = 77.640\Omega$$

$$R_6 = R$$

$$R_7 = 9383\Omega$$

13 Simulación

Teniendo en cuenta estos valores, se hicieron dos simulaciones, uno sin tener en cuenta las tolerancias y otro haciendo una simulacion de MonteCarlo:

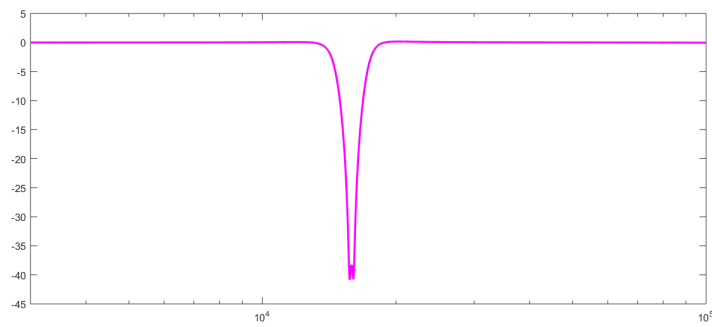


Figure 40: Simulación sin tolerancias

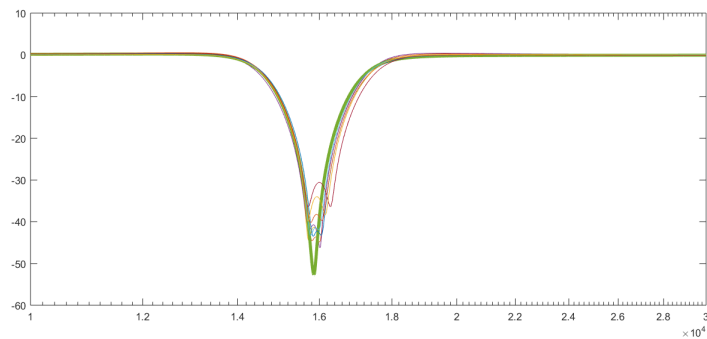


Figure 41: Simulacion MonteCarlo

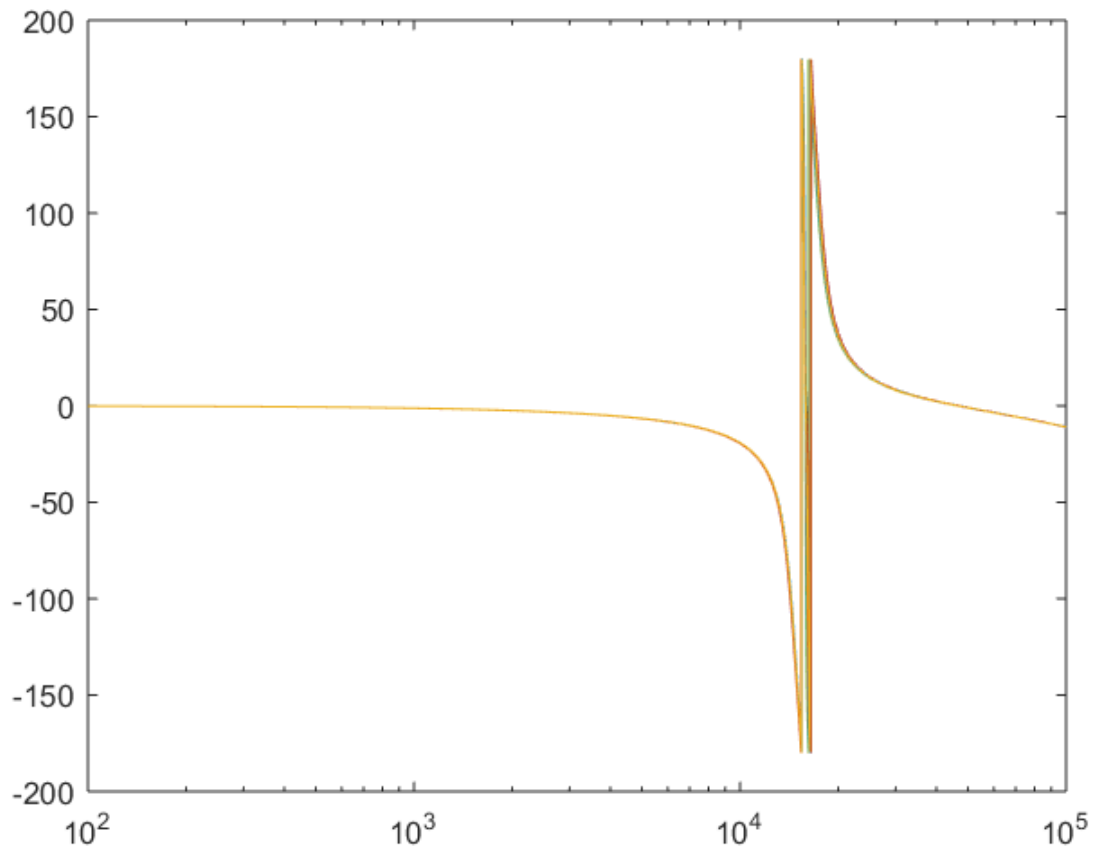


Figure 42: Simulacion MonteCarlo fase

Analizando la simulacion MonteCarlo se puede ver como se ve afectado el ancho de banda y la profundidad del Notch. La frecuencia central (la cual se encuentra muy cerca de 16 kHz) no se ve muy afectada por esto.

Las tolerancias afectan mucho al circuito, entonces se le va a colocar en una resistencia de cada etapa un preset para poder ajustar los valores de forma mas precisa. Esta se pondra en R_7 ya que de esta depende el cero, para asi poder acomodarlo de la mejor manera posible.

14 Impedancia de Entrada

Para hallar la impedancia de entrada, se simulo en LTspice:

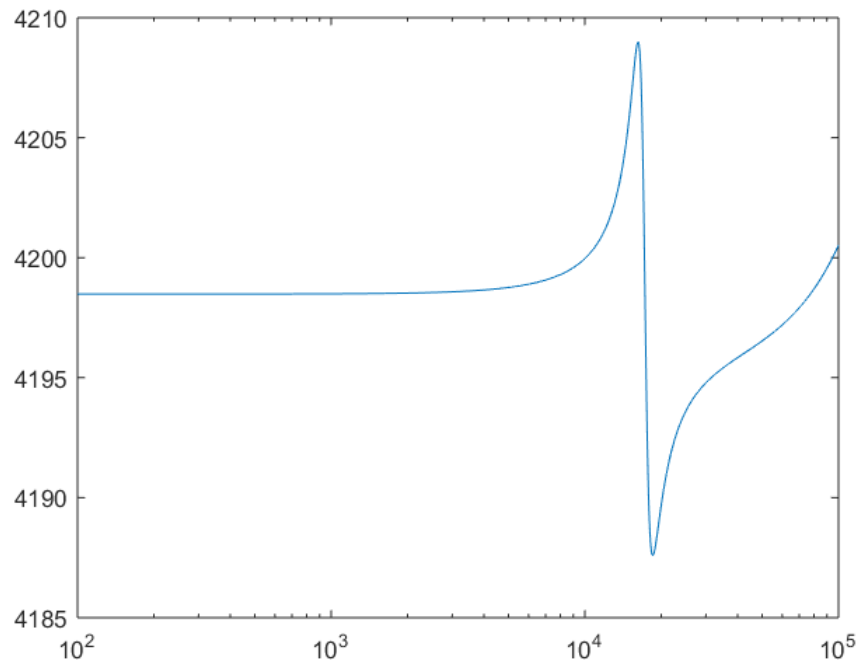


Figure 43: Impedancia de entrada

Como se puede ver, la impedancia es relativamente chica, es por lo que se decidió poner un buffer en la entrada y también un buffer en la entrada de la segunda etapa, para lograr que la impedancia de entrada sea grande. Se simuló con un TL084, aunque luego se usó un TL074 debido a que el 084 no estaba disponible en pañol:

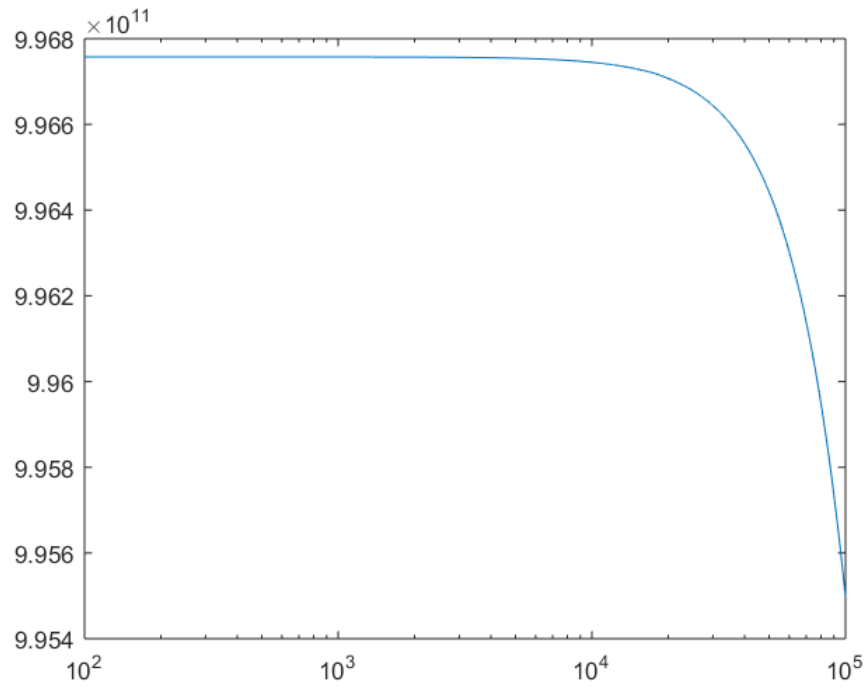


Figure 44: Impedancia de entrada con buffer

Viendo esa simulación, se puede ver que la impedancia de entrada es considerablemente mayor.

14.1 Impedancia de Salida

Se simulo la impedancia de salida y se la grafico dando como resultado el siguiente grafico

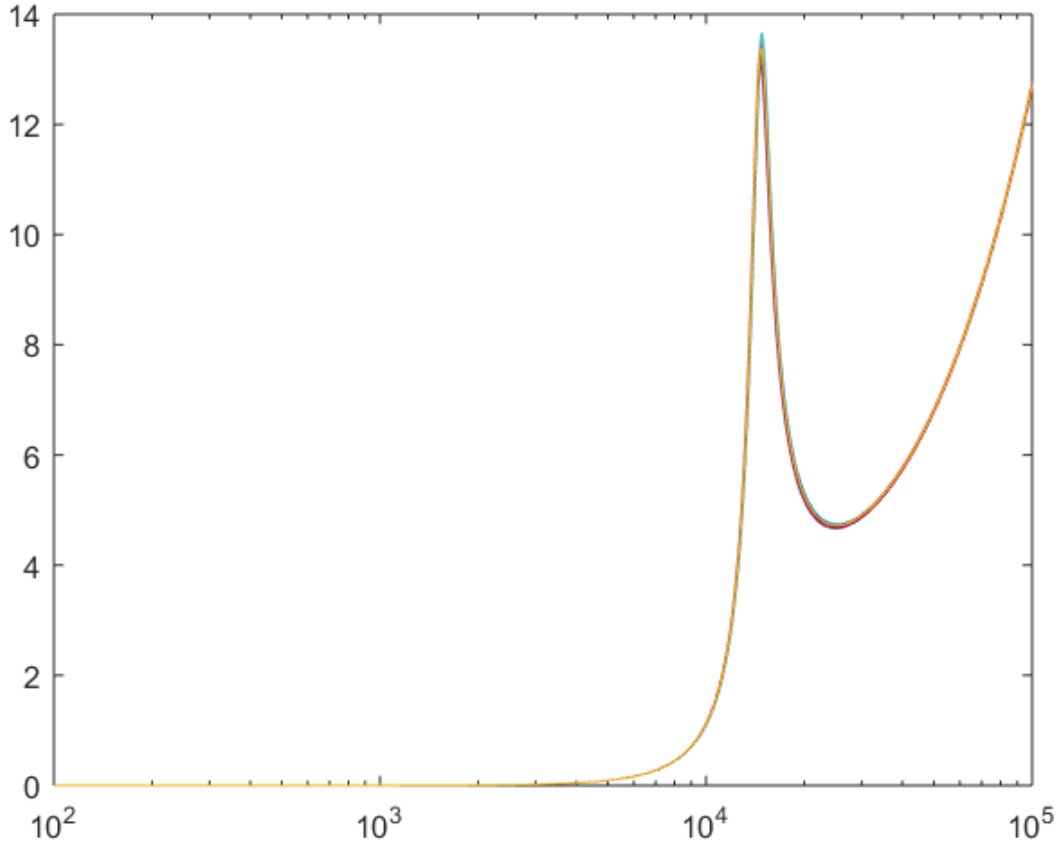


Figure 45: Impedancia de salida

Como se puede ver, la impedancia de entrada aumenta y luego en la frecuencia f_0 disminuye para luego seguir aumentando

14.2 Cálculo de Sensibilidades

A continuación se realizará el cálculo de sensibilidades relativas

$$S_{x_k}^{g(x)} = \left(\frac{d.g(x)}{d.x_k} \cdot \frac{x_k}{g(x)} \right) \quad (6)$$

Sabiendo que el factor de calidad del cero es

$$Q_z = \frac{R_1 R_4}{R_4 R_7 - R_1 R_6} \sqrt{\frac{C_1 R_6 R_7}{C_2 R_3 R_5}}$$

se calcularán las sensibilidades de Q_z respecto de todos los componentes:

$$S_{R_1}^{Q_z} = -\frac{R_4 R_7}{R_1 R_6 - R_4 R_7}$$

$$S_{R_4}^{Q_z} = \frac{R_1 R_6}{R_1 R_6 - R_4 R_7}$$

$$S_{R_6}^{Q_z} = -\frac{1}{2} \frac{R_1 R_6 + R_4 R_7}{R_1 R_6 - R_4 R_7}$$

$$S_{R_7}^{Q_z} = \frac{1}{2} \frac{R_1 R_6 + R_4 R_7}{R_1 R_6 + R_4 R_7}$$

$$S_{C_2}^{Q_z} = S_{R_3}^{Q_z} = S_{R_5}^{Q_z} = -\frac{1}{2}$$

$$S_{C_1}^{Q_z} = \frac{1}{2}$$

ahora se calculara la sensibilidad del Q

$$Q = \frac{R_1}{R}$$

$$S_{R_1}^Q = 1$$

$$S_R^Q = 1$$

$$\omega_0 = \frac{1}{RC}$$

$$S_C^{\omega_0} = S_R^{\omega_0} = -1$$

$$\omega_z = \frac{1}{C\sqrt{R \cdot R_7}}$$

$$S_C^{\omega_z} = -1$$

$$S_R^{\omega_z} = S_{R_7}^{\omega_z} = -\frac{1}{2}$$

$$G = \frac{R}{R_6}$$

$$S_R^G = 1$$

$$S_{R_6}^G = -1$$

14.3 Mediciones

Se llevo a cabo la placa, poniendo como buffer entre etapas y en la entrada dos TL074. Las resistencias utilizadas fueron todas SMD debido a su buena tolerancia excepto en dos resistencias (una por cada etapa) que se pusieron presets para poder compensar aun mejor las tolerancias.

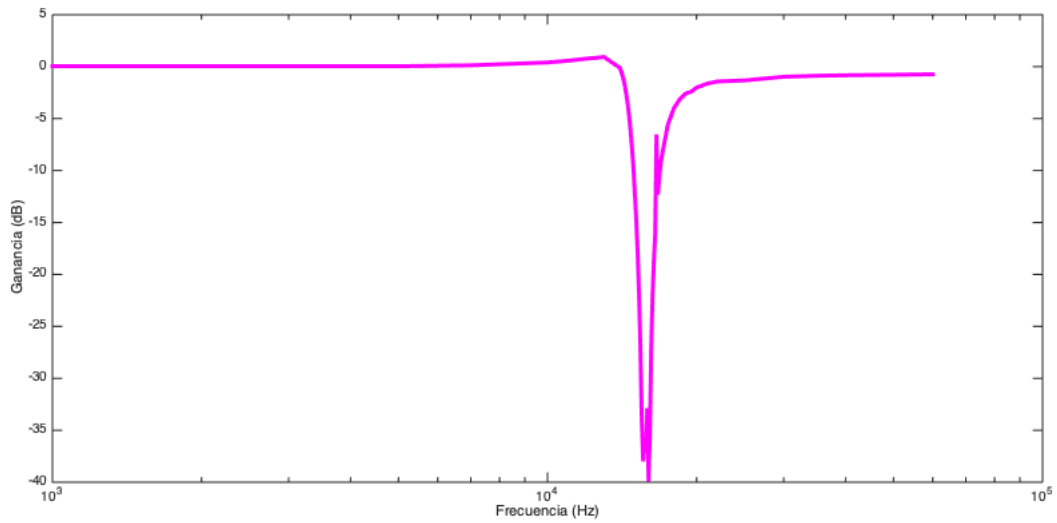


Figure 46: Bode del notch

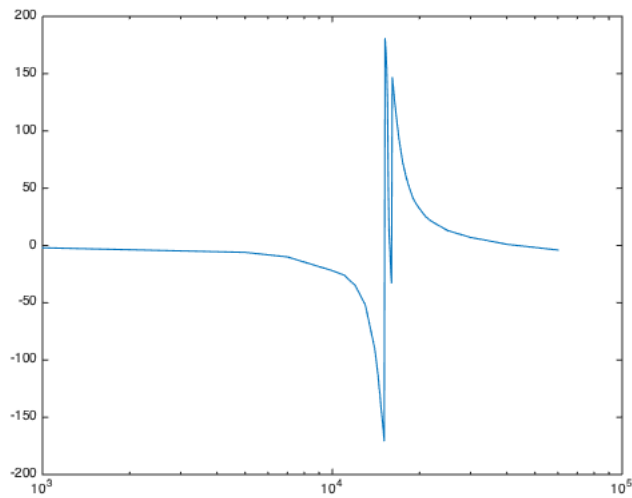


Figure 47: Fase del Notch

Como se puede apreciar en el grafico, la banda atenuada no esta en 40 dB, esto era esperable debido a que en la simulacion de MonteCarlo se apreciaba como podia suceder eso debido a la tolerancia de los componentes. Si se hubiera ajustado mejor el preset, probablemente se podria haber cumplido que atenuara 40 dB.

No se midio la impedancia de entrada, debido a que esta iba a ser la del buffer que se le puso

14.4 Conclusión

Se eligió el filtro Fleischer Tow ya que es el que logra hacer un Notch, con menor cantidad de amplificadores operacionales en cada etapa.

Se realizó un filtro de orden 4 con un $Q=5.71$ que cumpliera con una plantilla planteada y luego se lo llevó a cabo en una placa dando como resultado lo esperado por las simulaciones realizadas.

A la entrada del circuito se le tuvo que poner un buffer y también uno entre conexión de etapas, debido a que la impedancia de entrada de las etapas eran muy chicas, esto no modificó el comportamiento de la placa.

Por último, se intercambiaron las etapas para ver si todo funcionaba igual, y se llegó a la conclusión de que, en este caso, no importa el orden en que se pongan las etapas, el circuito se va a comportar de igual manera.