

# **Esercitazione 05: Trasformata di Laplace e funzione di trasferimento**

25 marzo 2024 (3h)

**Fondamenti di Automatica**

Prof. M. Farina

Responsabile delle esercitazioni: Daniele Ravasio

Queste dispense sono state scritte e redatte dal Prof. Alessandro Papadopoulos, Mälardalen University e successivamente in parte modificate e completate.

## 1 Stabilità e funzione di trasferimento

Dato il sistema dinamico descritto dalle seguenti equazioni:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_1(t) + x_3(t) + u(t) \\ \dot{x}_2(t) = x_3(t) \\ \dot{x}_3(t) = x_1(t) - x_2(t) - 2x_3(t) \\ y(t) = x_3(t) \end{cases}$$

1. Si calcoli la funzione di trasferimento da  $u(t)$  a  $y(t)$ .
2. Si dica se il sistema è asintoticamente stabile.

## 2 Risposta all'esponenziale

Dato il sistema

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = -6x_1(t) - 5x_2(t) + u(t) \\ y(t) = -x_1(t) + x_2(t) \end{cases}$$

con  $x_1(0) = 0$  e  $x_2(0) = 0$ .

1. Si calcoli la funzione di trasferimento del sistema con ingresso  $u(t)$  e uscita  $y(t)$ .
2. Si valuti la stabilità del sistema.
3. Si calcoli l'espressione analitica del movimento forzato dell'uscita  $y(t)$  in risposta al segnale di ingresso  $u(t) = e^{2t}$ ,  $t \geq 0$ .
4. Si calcoli l'espressione analitica del movimento forzato dell'uscita  $y(t)$  in risposta al segnale di ingresso  $u(t) = e^t$ ,  $t \geq 0$ .

## 3 Movimento del sistema

Dato il sistema lineare:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = -x_1(t) + u(t) \\ \dot{x}_2(t) = -x_2(t) + 9u(t) \\ y(t) = x_1(t) + x_2(t) \end{cases}$$

1. Determinare la funzione di trasferimento  $G(s)$  del sistema con ingresso  $u(t)$  e uscita  $y(t)$  e valutare la stabilità del sistema.
2. Determinare l'espressione analitica  $y(t)$  della risposta a  $u(t) = e^{-3t}$ ,  $t \geq 0$ .
3. Verificare la correttezza dell'espressione applicando, se possibile, i teoremi del valore iniziale e finale.
4. Determinare il movimento dell'uscita associato a

$$x(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad u(t) = e^{-3t}, t \geq 0.$$

## 4 Poli multipli

Dato un sistema lineare di ordine 3 avente funzione di trasferimento:

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)^2(s+2)}.$$

1. Valutare la stabilità del sistema.
2. Determinare l'espressione analitica del movimento forzato dell'uscita  $y(t)$  in risposta al segnale di ingresso a scalino  $u(t) = \text{sca}(t)$ ,  $t \geq 0$ .