

Esercizi di riepilogo

Variabili aleatorie discrete

Es1: Gratta e vinci

- La prob. di vincere 5€ comprando un «gratta e vinci» da 2€ è di $1/15$ *
- Si assuma che i biglietti siano vincenti o perdenti indipendentemente dagli altri biglietti, e che non ci siano altri premi
- Comprando 10 biglietti, e chiamando X il numero di biglietti vincenti:
 - a) Qual è la ddp di X ?
 - b) Qual è la prob. di non trovare biglietti vincenti?
 - c) Qual è la prob. di trovare più vincenti che perdenti?
 - d) Trovare valore atteso e varianza di X
 - e) Sia Y il profitto. Trovare valore atteso e varianza di Y .
 - f) Qual è il massimo prezzo che si può pagare per non andare in perdita (mediamente)?

* Valore approssimato tratto dal sito di Lottomatica

Es2: La moneta di S. Pietroburgo

- Vi viene proposto il seguente gioco: lanciate una moneta bilanciata fino all'uscita della prima testa. Detto X il numero di lanci, vincete 2^X €.
- Qual è il massimo prezzo che siete disposti a pagare per giocare?

Es3: Indovina il numero

- Un numero da 1 a 8 viene scelto in modo casuale. Bisogna indovinarlo ricevendo risposte del tipo «sì» / «no»
- Qual è il numero atteso di domande quando
 - La domanda i -esima è «È il numero i ?»
 - Con ogni domanda si cerca di eliminare metà dei numeri rimanenti

Es4: Capacità paranormali

- Il mago Amleto dice di avere capacità paranormali. Per verificarlo, si lancia una moneta 10 volte e si chiede al mago Amleto di indovinare i risultati dei lanci.
- Il mago Amleto indovina 7 lanci su 10. Qual è la probabilità di fare almeno altrettanto bene senza avere capacità paranormali?

Es5: Dado e moneta

- Un dado a 4 facce (0,1,2,3) viene lanciato per determinare quante volte lanciare una moneta bilanciata. Sia
 - N = risultato del lancio del dado
 - K = numero totale di teste nei lanci di moneta
- Determinare
 - a) $p_N(n)$
 - b) $p_{N,K}(n, k)$
 - c) $p_{K|N}(k|2)$
 - d) $p_{N|K}(n|2)$

Es6: Momenti condizionati

- a) Quale valore di x massimizza $E[Y|X = x]$?
- b) Quale valore di y massimizza $\text{Var}[X|Y = y]$?
- c) Sia $R = \min(X, Y)$. Si illustri $p_R(r)$.
- d) Sia $A = \{X^2 \geq Y\}$. Determinare numericamente $E[XY]$ e $E[XY|A]$.

Y

3	1/8				1/8
2			1/8		1/8
1	1/8		1/8		1/8
0					1/8
	0	1	2	3	4

X

Es7: Lo studente di Informazione e Stima

- La probabilità che uno studente di informazione e stima ha di risolvere correttamente un esercizio è p , indipendentemente dagli altri esercizi.
- Lo studente comincia a fare esercizi e si ferma quando riesce a farne 3 corretti consecutivamente (perché si sente sicuro di aver capito), oppure quando ne sbaglia 2 consecutivamente (per tornare a studiare)
- Qual è il numero atteso di esercizi affrontati?

Es8: Gli studenti di Informazione e Stima

- Ci sono due studenti di informazione e stima ugualmente bravi. Risolvono correttamente ogni esercizio con probabilità p , indipendentemente dagli altri esercizi.
- Ognuno di loro comincia ad affrontare gli esercizi, e si ferma quando ne risolve uno correttamente.
- Sapendo che in tutto sono stati affrontati n esercizi, con quale probabilità il primo studente ne ha affrontati i ?