Reti Logiche
v1.0 2018

Forme canoniche e trasformazioni con De Morgan

Docente:
prof. William FORNACIARI

Definizioni: Mintermini e Maxtermini

- *Mintermine*
  - espressione *prodotto* che contiene in modo affermato o negato tutte le variabili di una funzione
  - esempio: $m_3 = \overline{x} \cdot y \cdot z$ $\qquad 3 = 011$
  - non è mintermine di funzione a tre var: x y, xz, ...
- *Maxtermine*
  - espressione *somma* che contiene in modo affermato o negato tutte le variabili di una funzione
  - esempio: $M_3 = x + \overline{y} + \overline{z}$
  - non è Maxtermine di funzione a tre var: x+y, x, ...

Forme canoniche

- A partire dalla tabella di verità, ogni funzione logica può essere espressa univocamente in
  - Prima Forma canonica (SOP)
    - sommatoria di tutti i mintermini relativi alle configurazioni di ingresso che generano uscita 1
  - Seconda Forma canonica (POS)
    - produttoria di tutti i maxtermini relativi a configurazioni di ingresso corrispondenti agli 0 della funzione di uscita
- Tale possibilità è conseguenza del teorema di espansione di Shannon
  - $f(x_1, x_2, \ldots x_n) = \overline{x}_1\, f(0, x_2, \ldots x_n) + x_1 f(1, x_2, \ldots x_n)$
  - $f(x_1, x_2, \ldots x_n) = (\overline{x}_1 + f(1, x_2, \ldots x_n))\,(x_1 + f(0, x_2, \ldots x_n))$

Esempio: somma binaria

Riporto	*1 1 1 0*
Addendo	1 0 1 1 +
Addendo	0 1 1 1 =
Somma	1 0 0 1 0

X_0	Y_0	C_0	S_0	C_1
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

Esempio: Prima Forma canonica

$$
\begin{array}{llllll}
C_1 = 1 & \text{se} & x_0 & y_0 & C_0 & \\
 & & 0 & 1 & 1 & \overline{x_0}\, y_0\, C_0 \; + \\
 & & 1 & 0 & 1 & x_0\, \overline{y_0}\, C_0 \; + \\
 & & 1 & 1 & 0 & x_0\, y_0\, \overline{C_0} \; + \\
 & & 1 & 1 & 1 & x_0\, y_0\, C_0
\end{array}
$$

- $C_1\ (x,y,c_0) = m_3+m_5+m_6+ m_7=\Sigma\ (3,5,6,7)$

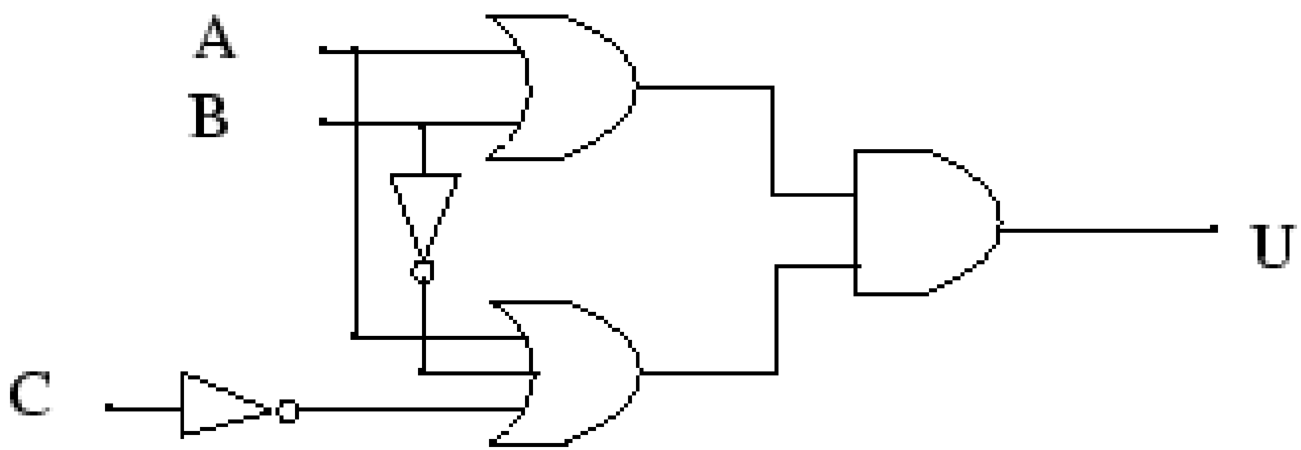
Esempio: Seconda Forma canonica

$C_1 = 0$ se	x_0	y_0	C_0	
	0	0	0	$(x_0 + y_0 + C_0)$
	0	0	1	$(x_0 + y_0 + \overline{C_0})$
	0	1	0	$(x_0 + \overline{y_0} + C_0)$
	1	0	0	$(\overline{x_0} + y_0 + C_0)$

- $C_1 (x,y,c_0) = M_0 M_1 M_2 M_4 = \Pi (0,1,2,4)$

Sintesi SOP o POS

- Le RC corrispondenti alle forme canoniche sono sempre a due livelli
- In generale una qualunque espressione POS o SOP può essere realizzata con RC a due livelli di logica
  - Esempio: $U = (A+B)(A+B+C)$

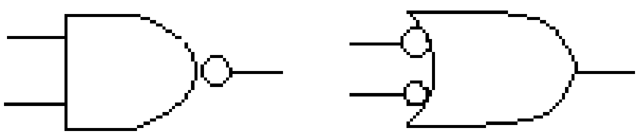


Equivalenze: leggi di De Morgan

- Il teorema di De Morgan afferma

$$\overline{A \bullet B} = \overline{A} + \overline{B}$$

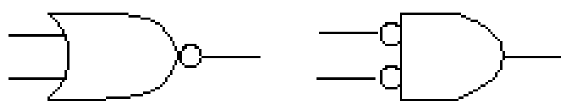
- che corrisponde all'equivalenza circuitale



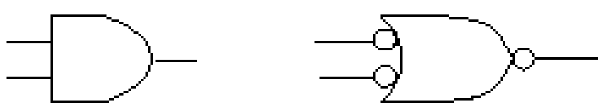
- Le relazioni di equivalenza dell'algebra booleana sono interpretate a livello circuitale come relazioni di equivalenza fra moduli logici

Equivalenze

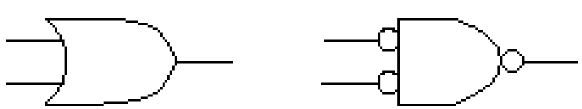
- La possibilità di rappresentare in modo diverso le stesse funzioni logiche consente di effettuare trasformazioni circuitali basandosi su proprietà algebriche



$$\overline{A+B} = \overline{A} \bullet \overline{B}$$



$$A \bullet B = \overline{\overline{A} + \overline{B}}$$



$$A + B = \overline{\overline{A} \bullet \overline{B}}$$

