

Esercizi di riepilogo  
Variabili aleatorie  
Variabili aleatorie multiple  
parte 2

# Es1: Densità di probabilità

- Sia  $Z$  una v.a. continua con ddp

$$f_Z(z) = \begin{cases} \gamma(1 + z^2) & \text{se } -2 < z < 1, \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

- a) Per quali valori di  $\gamma$  questo è possibile?
- b) Trovare la distribuzione cumulata di  $Z$

## Es2: Bus e auto

- Tizio abita vicino al capolinea del bus. Si reca alla fermata ad un certo orario e se un bus è presente (con probabilità  $2/3$ ) lo prende. Se non lo trova controlla se c'è un'auto del car-sharing presente nelle vicinanze (distanza uniformemente distribuita tra 0 e 10 minuti di camminata a piedi), mentre si sa che un nuovo bus arriva al capolinea esattamente in 5 minuti.
- Trovare la distribuzione cumulata e il valore atteso del tempo di prendere un mezzo di trasporto

# Es3: Variabile aleatoria Esponenziale

- Sia  $\lambda > 0$ . La v.a. continua  $X$  si dice Esponenziale con parametro  $\lambda$  se la sua ddp è

$$f_X(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & \text{se } x \geq 0, \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

- a) Trovare la distribuzione cumulata di  $X$
- b) Trovare il valore atteso di  $X$
- c) Trovare la varianza di  $X$
- d) Siano  $X_1, X_2, X_3$  indipendenti e distribuite come  $X$ . Trovare la ddp di  $Z = \max\{X_1, X_2, X_3\}$ .
- e) Trovare la ddp di  $W = \min\{X_1, X_2\}$ .

## Es4: V.a. Esponenziale

- Sia  $X \sim \text{Exp}(\lambda)$ . Calcolare la probabilità che  $X$  appartenga ad uno degli intervalli  $[n, n + 1]$  con  $n$  dispari

## Es5: Perdita di memoria per v.a. continue

- Il tempo  $T$  di vita di una lampadina è una v.a. esponenziale con parametro  $\lambda$ .
- Tizio accende la lampadina, lascia la stanza, e quando ritorna dopo un tempo  $t$ , trova la lampadina ancora accesa (evento  $A = \{T > t\}$ ).
- Sia  $X$  il tempo rimanente di vita della lampadina. Qual è la distribuzione cumulata di  $X$  dato l'evento  $A$ ?

## Es6: Triangolo uniforme

- Siano  $X$  e  $Y$  due v.a. uniformi nella regione triangolare con vertici  $(0,0)$ ,  $(0,1)$ , e  $(1,0)$ .
  - a) Trovare la ddp congiunta di  $X$  e  $Y$
  - b) Trovare la ddp marginale di  $Y$
  - c) Trovare la ddp condizionata di  $X$  dato  $Y$
  - d) Trovare  $E[X|Y = y]$ , e si usi il teorema dell'aspettazione totale per trovare  $E[X]$  in termini di  $E[Y]$
  - e) Usare la simmetria del problema per trovare il valore di  $E[X]$

## Es7: Legnetto e triangolo

- Si ha un legnetto di lunghezza unitaria e lo si rompe in tre pezzi scegliendo a caso due punti di rottura in modo indipendente.
- Qual è la probabilità che i tre pezzi così ottenuti formino un triangolo?