Esercitazione 02: Analisi di sistemi dinamici: movimenti ed equilibri di sistemi LTI

4 marzo 2024 (3h)

Fondamenti di Automatica

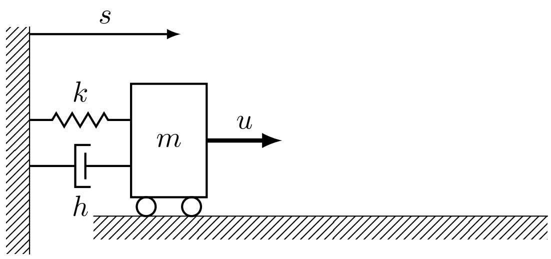
Prof. M. Farina

Responsabile delle esercitazioni: Daniele Ravasio

Queste dispense sono state scritte e redatte dal Prof. Alessandro Papadopoulos, Mälardalen University e successivamente in parte modificate e completate.

1 Sistema massa-molla-smorzatore

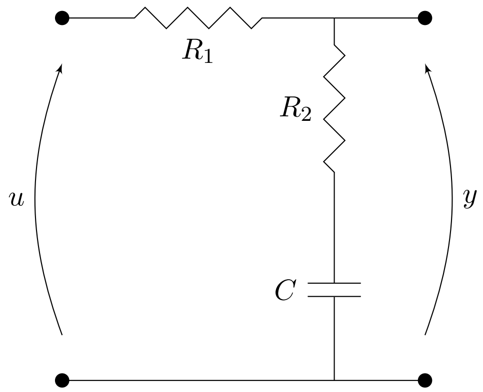
Sia dato il sistema fisico riportato in Figura, che rappresenta un carrello che si muove lungo una guida orizzontale rettilinea. Si considera il contributo dell'attrito trascurabile. Al carrello di massa m viene applicata una forza $u(t)$ lungo la direzione del moto. L'uscita del sistema è la posizione $p(t)$ del carrello. Il carrello è connesso a un muro con una molla con costante elastica $k \in \mathbb{R}$, $k \geq 0$ e con uno smorzatore con costante di smorzamento $h \in \mathbb{R}$, $h \geq 0$.



1. Scrivere le equazioni del sistema nello spazio di stato.
2. Calcolare gli autovalori del sistema al variare di k e h.
3. Posti $m = 1$, $h = 3$ e $k = 2$, calcolare la risposta libera dell'uscita del sistema partendo da posizione $p(0) = 1$ e velocità nulla.
4. Posti $m = 1$, $k = h = 2$ calcolare la risposta libera dell'uscita del sistema partendo da posizione $p(0) = 1$ e velocità nulla.
5. Posti $m = 1$, $h = 0$ e $k = 1$, calcolare la risposta libera dell'uscita del sistema partendo da posizione $p(0) = 1$ e velocità nulla.
6. Posti $m = 1$, $h = 0$ e $k = 0$, calcolare la risposta libera dell'uscita del sistema partendo da posizione $p(0) = 1$ e velocità nulla.
7. Posti $m = 1$, $h = 0$ e $k = 0$, calcolare la risposta libera dell'uscita del sistema partendo da posizione nulla e velocità $v(0) = 1$.
8. Posti $m = 1$, $h = 3$ e $k = 2$, si trovi il valore di $\overline{u}$ tale che il sistema abbia un equilibrio in posizione $\overline{p} = 2$ e velocità nulla.
9. Dire cosa cambia nel punto precedente se la posizione e la velocità iniziali sono entrambe nulle, mentre la forza applicata al carrello è $u(t) = \overline{u} = 4$.

2 Circuito RC

Si consideri il partitore di tensione rappresentato in figura con $R_1 = R_2 = 1$ e $C = 1$, dove $u(t)$ è la tensione di ingresso al circuito e $y(t)$ è la tensione misurata in uscita.



1. Scrivere il modello del circuito nello spazio di stato.
2. Determinare lo stato e l'uscita di equilibrio per $u(t) = \overline{u}$, $\forall t \geq 0$.
3. Calcolare la risposta del sistema all'ingresso $u(t) = \overline{u}\,\mathrm{sca}(t)$, per condizioni iniziali nulle.
4. Calcolare la risposta del sistema all'ingresso $u(t) = \overline{u}e^{-2t}$, per condizioni iniziali nulle.
5. Calcolare la risposta del sistema all'ingresso $u(t) = \overline{u}\cos\left(\frac{t}{2}\right)$, per condizioni iniziali nulle.