

Nome e Cognome: _____

(IN STAMPATELLO MAIUSCOLO)

Codice Persona o Matricola: _____



**POLITECNICO
MILANO 1863**

RETI LOGICHE

☐ Prof. William Fornaciari

☐ Prof. Gianluca Palermo

☐ Prof. Fabio Salice

Appello del 16 Febbraio 2023

Prima di iniziare la prova si prega di leggere con attenzione i seguenti punti:

- Il tempo massimo a disposizione per svolgere la prova é di 1h:30min
- Non è permessa la consultazione di alcun materiale didattico durante lo svolgimento della prova. È severamente vietato colloquiare durante l'esame con i compagni di corso o utilizzare telefoni, PC, libri e appunti.
- In caso di necessità, il docente potrà richiedere lo svolgimento di una prova orale.
- Tutte le risposte devono essere riportate su questi fogli. Non saranno considerate valide le risposte fornite su fogli diversi da quelli contenuti in questo plico.
- Si segnali chiaramente sulla prima pagina il docente di riferimento
- Il punteggio degli esercizi è da considerarsi INDICATIVO
- LE PARTI SCRITTE IN FORMATO NON LEGGIBILE DAL DOCENTE SARANNO CONSIDERATE ERRATE IN FASE DI CORREZIONE

	Esercizio 1	Esercizio 2	Esercizio 3	Esercizio 4	Esercizio 5
PUNTI	8	6	4	8	6
Esame					
TOTALE					

ESERCIZIO 1

- (a) Date le due espressioni algebriche $F(A, B, C) = B'C + AB + BC'$ e $G(A, B, C) = B'C + BC' + AC$, si dimostri attraverso un solo processo algebrico che F e G sono identiche, ricordandosi che $F \text{ xor } G = 0$ se e solo se F e G producono sempre le stesse uscite. È necessario mostrare i passaggi fatti.

$$W = B'C$$

$$\bar{F}G + F\bar{G} = F \text{ xor } G$$

$$Z = BC'$$

$$F \text{ xor } G = (W + AB + Z)(W + Z + AC) + (W + AB + Z)(\overline{W + Z + AC})$$

$$= (\bar{W} \cdot \overline{AB} \cdot \bar{Z})(W + Z + AC) + (W + AB + Z)(\bar{W} \cdot \bar{Z} \cdot \overline{AC}) =$$

$$= \bar{W}(\bar{A} + \bar{B}) \cdot \bar{Z}(W + Z + AC) + (W + AB + Z)(\bar{W} \cdot \bar{Z} \cdot (\bar{A} + \bar{C}))$$

$$= \bar{W}(\bar{A} + \bar{B}) \cdot \bar{Z} \cdot AC + AB \bar{W} \cdot \bar{Z}(\bar{A} + \bar{C})$$

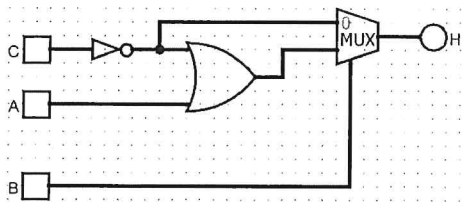
$$= \bar{W} \bar{Z} AC \bar{B} + AB \bar{C} \bar{W} \bar{Z} = \bar{W} \bar{Z} (AC \bar{B} + AB \bar{C})$$

$$\bar{W} \cdot \bar{Z} = (\overline{BC}) \cdot (\overline{B\bar{C}}) = (\bar{B} + \bar{C})(\bar{B} \cdot \bar{C}) = (B + \bar{C})(\bar{B} \cdot \bar{C}) = 0 + 0 = 0$$

$$F \text{ xor } G = 0 \cdot (AC \bar{B} + AB \bar{C}) = \emptyset$$

QUINDI $\boxed{F = G}$

- (b) Dato il circuito in figura, si scriva la forma algebrica di $H(A, B, C)$ e si determini se essa è uguale all'espansione di Shannon di $F(A, B, C)$ rispetto a B . È necessario mostrare i passaggi fatti.



$$H = \bar{B}(\bar{C}) + B(\bar{C} + A)$$

$$F = \bar{B}C + B\bar{C} + AB$$

$$F = B(F(A, 1, C)) + \bar{B}(F(A, 0, C))$$

$$= F_B + \bar{F}_B$$

$$F_B = (\bar{C} + A) \quad \bar{F}_B = C$$

$$H = \bar{B}[\bar{C}] + B[\bar{C} + A]$$

$$F = \bar{B}[C] + B[A + \bar{C}]$$

sono \neq

- (c) Si semplifichino le seguenti espressioni usando le proprietà dell'algebra di Boole:

$$-(A + B')(A + BC) = \underbrace{AA + ABC + B'A + B'BC}_A = A(1 + BC + B') = A$$

$$- A'B'CD' + A'BC + A'BD + A'BC' + A'BCD' =$$

AB \ CD	00	01	11	10
00		1		
01		1		
11		1		
10	1	1		

$\bar{A}\bar{B}$

$\bar{A}\bar{C}\bar{D}$

> verifica

$$\bar{A}\bar{C}\bar{D}(\bar{B} + B) + \bar{A}B(C + \bar{C})$$

$$\bar{A}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}B = \bar{A}\bar{B} + \bar{A}BD =$$

$$= \bar{A}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}B(1 + D)$$

$$= \bar{A}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}B$$

ESERCIZIO 2

Calcolare con il metodo di Quine-McCluskey una copertura minima della seguente tabella di copertura. Si mostrino chiaramente i passaggi fatti, elencando le regole applicate. Si applichino ordinatamente, ESSENZIALITA' \Rightarrow DOMINANZA DI RIGA \Rightarrow DOMINANZA DI COLONNA per poi ripartire dalla essenzialità. Ad ogni passaggio possono essere applicate diverse essenzialità o diverse dominanze. Per ogni passo riportare chiaramente le trasformazioni avvenute. Prima di ripartire con una nuova essenzialità, si riporti la tabella intermedia.

Implicanti	m_{X0}	m_{X1}	m_{X2}	m_{X3}	m_{X4}	m_{X5}	m_{X6}	m_{X7}	m_{X8}	m_{X9}	COSTO
I1	x	x	x	x	x		x	x		x	3
I2		x	x	x	x	x		x			3
I3						x		x	x		3
I4						x		x	x	x	2
I5	x		x	x	x		x	x		x	2
I6		x	x		x					x	2
I7	x		x			x	x				2

ESERCIZIO 2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	COSTO
1	X	X	X	X	X		X	X		X	3
2		X	X	X	X	X		X			3
3						X		X	X		3
4						X		X	X	X	2
5	X		X	X	X		X	X		X	2
6		X	X		X					X	2
7	X		X			X	X				2

Dominanza di riga

4 domina 3

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	COSTO
1	X	X	X	X	X		X	X		X	3
2		X	X	X	X	X		X			3
4						X		X	X	X	2
5	X		X	X	X		X	X		X	2
6		X	X		X					X	2
7	X		X			X	X				2

Dominanza di colonna

D domina E

D domina H

D domina C

I Domina J

I Domina F

A domina G

	A	B	D	I	COSTO
1	X	X	X		3
2		X	X		3
4				X	2
5	X		X		2
6		X			2
7	X				2

Essenzialità

4 essenziale

$$F = 4 + \dots$$

	A	B	D	COSTO
1	X	X	X	3
2		X	X	3
5	X		X	2
6		X		2
7	X			2

Dominanza di Riga

1 domina 2

5 domina 7

	A	B	D	COSTO
1	X	X	X	3
2		X	X	3
5	X		X	2
6		X		2

TABELLA CIRCOLARE: unica soluzione 1 – ogni altra copertura ha costo maggiore.

$$F = 4 + 1$$

ESERCIZIO 3

ESERCIZIO 3

Data la seguente specifica VHDL di un circuito combinatorio con quattro ingressi a, b, c, d e due uscite f e g, lo si realizzi usando un dispositivo programmabile PAL con OR a due ingressi. Non si applichi nessuna semplificazione alle espressioni riportate. Si mostrino esplicitamente i percorsi di retroazione uscita-ingresso se necessari.

```
library ieee;
use ieee.std_logic_1164.all;
```

```
entity esercizio_PAL is
port(  a : in std_logic;
      b : in std_logic;
      c : in std_logic;
      d : in std_logic;
      f : out std_logic;
      g : out std_logic; );
end entity;
```

```
architecture rtl of esercizio_PAL is
    signal x : std_logic;
begin
    f <= (a and b) or ((not b) and (not c) and d);
    g <= c or ((not a) and b) or x;
    x <= a or ((not b) and d);
end rtl;
```

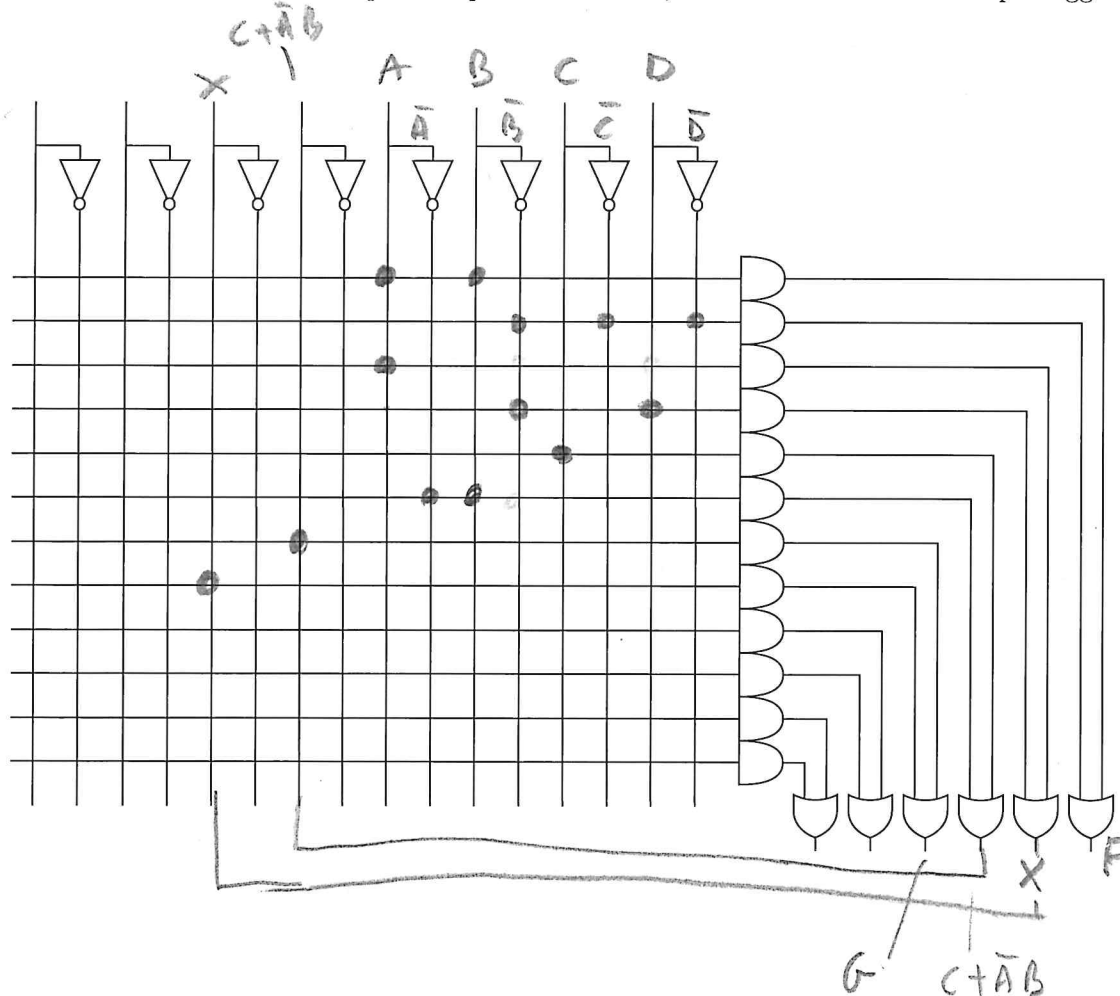
$$F = (AB) + (\bar{B})(\bar{C})(D)$$

$$= AB + \bar{B}\bar{C}D$$

$$X = A + \bar{B} \cdot D$$

$$G = C + (\bar{A}B) + X = (C + \bar{A}B) + X$$

Si faccia uso dello schema sotto riportato per la soluzione, mostrando chiaramente i passaggi svolti.



ESERCIZIO 4

Si deve progettare un contatore caratterizzato dal seguente ciclo di conteggio, usando obbligatoriamente le tre tipologie di flip-flip indicate in figura (D per Q_2 , T per Q_1 e JK per Q_0). Il reset/stato iniziale è "000".

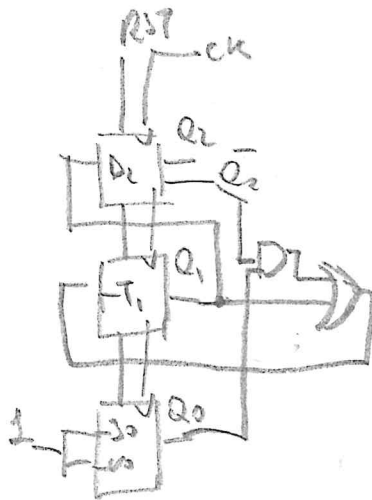
Q_2	Q_1	Q_0
0	0	0
0	0	1
0	1	0
1	0	1

RESET

Si risponda alle seguenti domande:

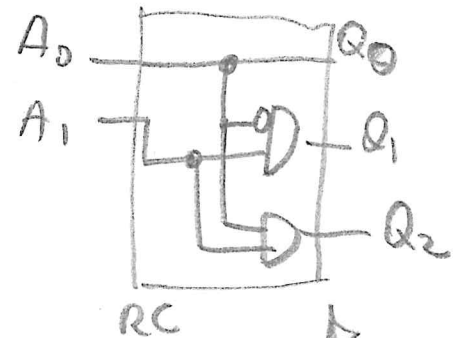
- Si determinino le funzioni di eccitazioni dei bistabili, riportandole anche nella tabella delle eccitazioni riportata qui sotto;
- Si sintetizzino le reti combinatorie ottimizzate corrispondenti alle funzioni di eccitazione;
- Si disegni il circuito completo del contatore così progettato, indicando anche i segnali di clock e reset.
- Facendo poi uso di un contatore binario modulo 4 (00→01→10→11→00...), si progetti la logica necessaria per ottenere in uscita lo stesso ciclo di conteggio presente in tabella, e si disegni il circuito

È necessario mostrare i passaggi fatti.



Stato presente			Funz. Eccitazione			
Q_2	Q_1	Q_0	D_2	T_1	J_0	K_0
0	0	0	0	0	1	X
0	0	1	0	1	X	1
0	1	0	1	1	1	X
1	0	1	0	0	X	1

0	0	0
1	0	1
2	0	1
3	0	1
4	1	0
6	1	1
7	1	1



$Q_2 Q_1$	00	01	11	10
Q_0		1	X	X
1		X	X	

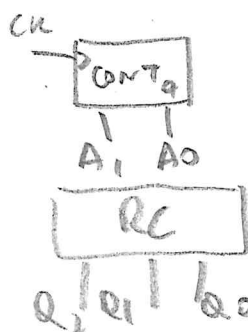
$$D = Q_1$$

$Q_2 Q_1$	00	01	11	10
Q_0		1	X	X
1		X	X	

$$T = \bar{Q}_2 Q_0 + Q_1$$

$Q_2 Q_1$	00	01	11	10
Q_0	X	X	X	X
1	1	X	X	1

$$K_0 = J_1 = 1$$



$A_1 A_0$	$Q_2 Q_1 Q_0$
0 0	0 0 0
0 1	0 0 1
1 0	0 1 0
1 1	1 0 1

$$\begin{aligned} Q_0 &= A_0 \\ Q_1 &= A_1 \bar{A}_0 \\ Q_2 &= A_1 A_0 \end{aligned}$$

ESERCIZIO 5

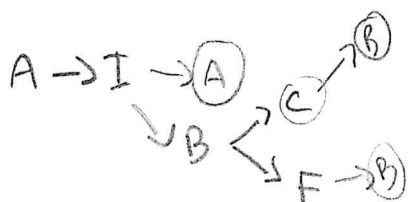
Data la seguente tabella degli stati di una macchina non completamente specificata,

S	X=0	X=1
A(RST)	I,00	-,01
B	C,00	F,-1
C	B,0-	-,00
D	A,10	F,-0
E	B,10	E,10
F	B,-0	-,10
G	B,01	A,0-
H	C,0-	E,01
I	A,01	B,0-

Si risponda ai seguenti punti da risolvere uno dopo l'altro.

- Si dica se la macchina è di Mealy o di Moore;
- Si effettui l'analisi di raggiungibilità eliminando gli stati non raggiungibili;
- Si mostri l'analisi di compatibilità sulla macchina data applicando il metodo di Paul-Unger (tabella delle implicazioni);
- Si identifichino le classi di massima compatibilità usando l'algoritmo ad "albero";
- Si riscriva la tabella degli stati ridotta usando le classi di massima compatibilità;

È necessario mostrare i passaggi fatti.

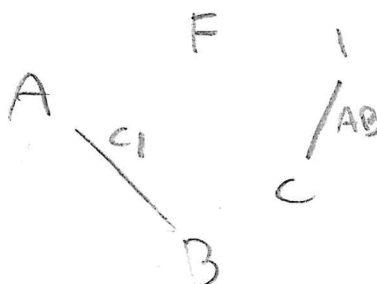


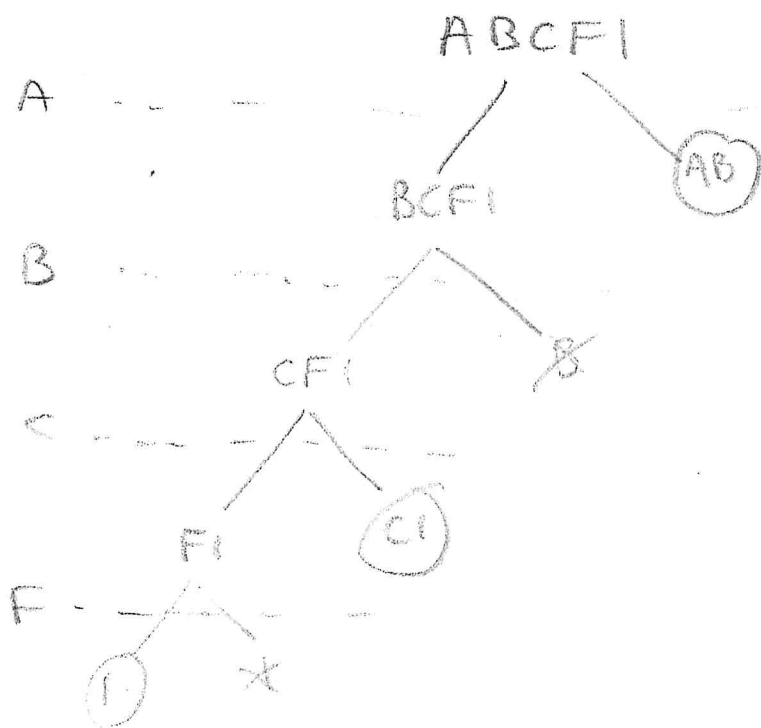
RAGG: A, B, C, F, I

IRR: D, E, G, H

	X=0	X=1
A	I,00	-,01
B	C,00	F,-1
C	B,0-	-,00
F	B,-0	-,10
I	A,01	B,0-

B	C	
C	X	X
F	X	X
I	X	X
A	B	C





$$\alpha = \{A, B\}$$

$$\beta = \{C, I\}$$

$$\gamma = \{F\}$$

	$x=0$	$x=1$
α	3,00	8,01
β	2,01	2,00
γ	2,-0	-,-10