

Informazione e stima – 28/06/2021 – Compito B

- Ogni esercizio viene valutato da 0 a 6 punti
 - Verranno valutate solo le parti scritte in penna – non usare correttori
 - Non riportare solo il risultato, ma cerca di argomentare sinteticamente la risposta.
 - Riportare il proprio nome, cognome, codice persona, e tipo di compito svolto su ogni foglio consegnato
 - Esercizio da escludere dal punteggio finale:
-
- ① Sia X il numero di 3 e Y il numero di 5 ottenuti in 10 lanci di dado (a 6 facce, onesto) e sia $Z = X + Y$. Si calcolino le varianze di X , Y e Z .
Suggerimento: chiedersi se X e Y sono indipendenti o meno.
 - ② La variabile aleatoria X , Gaussiana, ha valore medio 0 e varianza 1. La variabile aleatoria Y , indipendente da X , vale 1 o 3 con uguale probabilità. Si calcoli la legge di probabilità di $Z = XY$.
 - ③ Si estraggono 100 variabili casuali X_i Gaussiane indipendenti con valore medio $m = 0$ e varianza $\sigma^2 = 1$, e sia $Y = \sum_{i=1}^{100} |X_i|$. Usando la disuguaglianza di Markov, dare un'approssimazione di $\Pr(Y > 200)$.
 - ④ Alla cassa di un supermercato arrivano clienti paganti in contanti secondo un $PP(\lambda = 10 \text{ clienti/ora})$ e clienti con pagamenti elettronici secondo un $PP(\lambda = 5 \text{ clienti/ora})$. Qual è la probabilità che tra i primi 10 clienti ci siano stati più pagamenti elettronici che in contanti?
 - ⑤ Partendo da un generatore di campioni indipendenti U_i distribuiti come $U \sim \mathcal{U}[0, 1]$, descrivere un algoritmo per campionare da una distribuzione $X \sim \text{Geom}(p)$. Mediamente quanti campioni uniformi bisogna generare per avere un campione geometrico?
 - ⑥ Si lancia 20 volte una moneta con $P(T) = 0.2$ e 80 volte una moneta con $P(T) = 0.8$. Tutti i lanci sono indipendenti. Quanti bit di entropia vengono generati?

Informazione e stima – 28/06/2021 – Compito A

- Ogni esercizio viene valutato da 0 a 6 punti
 - Verranno valutate solo le parti scritte in penna – non usare correttori
 - Non riportare solo il risultato, ma cerca di argomentare sinteticamente la risposta.
 - Riportare il proprio nome, cognome, codice persona, e tipo di compito svolto su ogni foglio consegnato
 - Esercizio da escludere dal punteggio finale:
-
- ① In un torneo si sa che ogni squadra di calcio segna in una partita con probabilità 0.6, indipendentemente da tutto. Qual è la legge di probabilità del numero di partite giocate per osservare la quarta partita con risultato 0-0?
 - ② Alla cassa di un supermercato arrivano clienti paganti in contanti secondo un $PP(\lambda = 10 \text{ clienti/ora})$ e clienti con pagamenti elettronici secondo un $PP(\lambda = 5 \text{ clienti/ora})$. Qual è la probabilità che tra i primi 10 clienti ci siano stati più pagamenti elettronici che in contanti?
 - ③ Sia $\{X|M = \mu\} \sim \mathcal{N}(\mu, 1)$, dove μ è un parametro ignoto di cui si conosce solo la distribuzione a priori $M \sim \mathcal{U}[1, 2]$. Determinare lo stimatore MAP \widehat{M}_{MAP} basato su una osservazione X .
 - ④ Partendo da un generatore di campioni indipendenti U_i distribuiti come $U \sim \mathcal{U}[0, 1]$, descrivere un algoritmo per campionare da una distribuzione $X \sim \text{Geom}(p)$. Mediamente quanti campioni uniformi bisogna generare per avere un campione geometrico?
 - ⑤ Il numero di Eulero e può essere calcolato come $e = (1 - \int_0^1 e^{-x} dx)^{-1}$. Partendo da un generatore di campioni indipendenti U_i distribuiti come $U \sim \mathcal{U}[0, 1]$, descrivere un algoritmo per stimare il valore di e sempre più accuratamente all'aumentare del numero di campioni U_i generati.
 - ⑥ Si lancia 20 volte una moneta con $P(T) = 0.2$ e 80 volte una moneta con $P(T) = 0.8$. Tutti i lanci sono indipendenti. Quanti bit di entropia vengono generati?