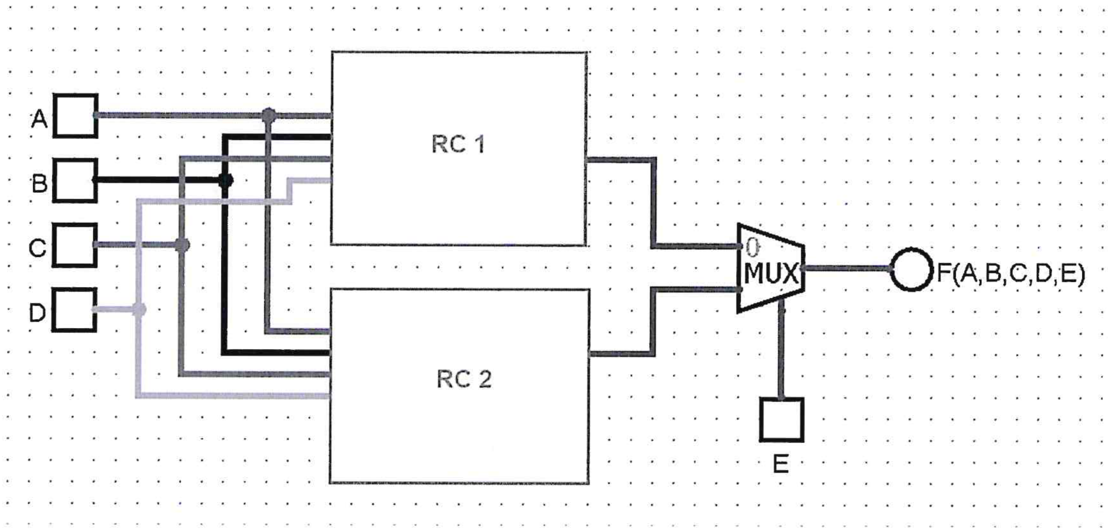
## ESERCIZIO 1

(A) Data la seguente espressione algebrica, si identifichino, **solo attraverso un processo algebrico**, le reti RC1 e RC2 di figura.

`F(A,B,C)= A'CD'E'+ABDE+CBD'E+A'B'CE+BC'DE'+ABCE'+A'C'DE+A'B'DE'`




(B) Si ricavino, attraverso un solo processo algebrico, l'intersezione di RC1 con AB (lo si denomini H) e l'intersezione di RC2 sempre con AB (lo si denomini G). Si ricordi che `F AND G` rappresenta l'intersezione di `F` con `G`.

(C) dimostri che H e G sono identiche attraverso un unico processo algebrico. Si ricordi che `F xor G = 0` se solo se `F` e `G` producono sempre le stesse uscite. Descrivere tutti i passaggi eseguiti durante la dimostrazione per garantire la completezza dell'argomentazione.

(D) Si sintetizzi la funzione ABD+ABCD' utilizzando solo porte `NAND` a **3 ingressi**.

NOTA: **Per garantire la validità di ogni risposta, è essenziale fornire una descrizione esplicita delle proprietà e/o teoremi dell'algebra booleana che sono stati utilizzati per rispondere in ogni richiesta.**

$RC1 = E'(\bar{A}C\bar{D} + B\bar{C}D + ABC + \bar{A}\bar{B}D)$

$RC2 = E(ABD + CB\bar{D} + \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}\bar{C}D)$

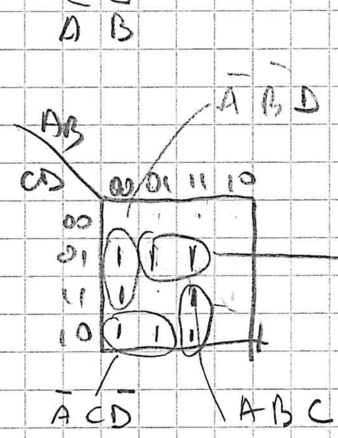
SHANNON

↑

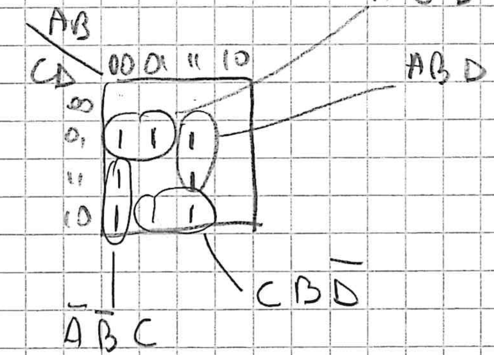
a TORRE

$\boxed{\text{ES } 1}$

$\bar{A}C\bar{D} + B\bar{C}D + ABC + \bar{A}\bar{B}D$




$\boxed{RC1 \Rightarrow \text{MINIMA}}$




$\boxed{RC2 \Rightarrow \text{MINIMA}}$

$F = RC1 \text{ AND } AB = AB\bar{C}D + ABC$

$G = RC2 \text{ AND } AB = ABD + ABC\bar{D}$

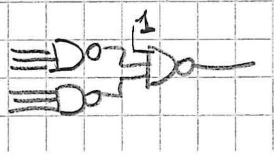
$\overline{(AB\bar{C}D + ABC)}(ABD + ABC\bar{D}) + (AB\bar{C}D + ABC)\overline{(ABD + ABC\bar{D})}$ $\boxed{\text{XOR}}$

$[(\bar{A}+\bar{B}+C+\bar{D})(\bar{A}+\bar{B}+\bar{C})](ABD + ABC\bar{D}) + (AB\bar{C}D + ABC)(\bar{A}+\bar{B}+\bar{D})(\bar{A}+\bar{B}+\bar{C}+D)$

$\underbrace{[\bar{A}+\bar{B}+\cancel{A}D+\bar{D}\bar{C}](ABD + ABC\bar{D})}_{\emptyset} + \underbrace{(AB\bar{C}D + ABC)[\bar{A}+\bar{B}+\bar{D}\bar{C}]}_{\emptyset} = \emptyset + \emptyset = 0$

$ABD + ABC\bar{D} = ABCD + AB\bar{C}D + ABC\bar{D} = ABC + ABD$

$\overline{\overline{ABC + ABD}} = \overline{\overline{ABC} \cdot \overline{ABD}}$



**ESERCIZIO 2**

Data la seguente funzione di uscita multipla e non completamente specificata.

$$F(a,b,c,d): \quad ON1_{set} = \{m2, m5, m13, m15\} \quad DC1_{set} = \{m1, m3, m14\}$$
$$ON2_{set} = \{m0, m5, m12, m14\} \quad DC2_{set} = \{m1, m2, m13\}$$

(a) Identifcare con il metodo di Quine-McCluskey tutti gli implicanti primi.

(b) Calcolare con il metodo di Quine-McCluskey una copertura minima usando come funzione di costo il numero di letterali della copertura.

Si applichino ordinatamente, ESSENZIALITA' ⇒ DOMINANZA DI RIGA ⇒ DOMINANZA DI COLONNA per poi ripartire dalla essezialità. Ad ogni passaggio possono essere applicate diverse essenzialità o diverse dominanze. Per ogni passo riportare chiaramente le trasformazioni avvenute. Prima di ripartire con una nuova essenzialità, si riporti la tabella intermedia.

Si scriva la funzione ottenuta e si indichi il costo in termini di letterali.

Mostrare tutti passaggi fatti. Per la fase di generazione degli implicanti primi, si usino le tabelle qui sotto riportate. Evidenziare chiaramente la separazione tra le diverse sotto-parti delle tabelle.

| $m_x$ | | $f_1$ $f_2$ |
|---|---|---|
| 0 | 0000 | 0 1 |
| 1 | 0001 | 1 1 |
| 2 | 0010 | 1 1 |
| 3 | 0011 | 1 0 |
| 5 | 0101 | 1 1 |
| 12 | 1100 | 0 1 |
| 13 | 1101 | 1 1 |
| 14 | 1110 | 1 1 |
| 15 | 1111 | 1 0 |

| $m_x m_y$ | | $f_1$ $f_2$ |
|---|---|---|
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |

| $m_x m_y m_z m_t$ | | $f_1$ $f_2$ |
|---|---|---|
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |

| | m2 | m5 | m13 | m15 | | m0 | m5 | m12 | m14 | LETTERALI |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| P0 | X | | | | | | | | | 4 |
| P1 | | | | | | | | | X | 4 |
| P2 | | | | | | X | | | | 3 |
| P3 | | | | | | X | | | | 3 |
| P4 | | | | | | | | | | 3 |
| P5 | | X | | | | | X | | | 3 |
| P6 | X | | | | | | | | | 3 |
| P7 | | X | X | | | | X | | | 3 |
| P8 | | | | | | | | X | | 3 |
| P9 | | | | | | | | X | X | 3 |
| P10 | | | X | X | | | | | | 3 |
| P11 | | | | X | | | | | | 3 |

P4 copre solo DC: eliminato

**ESSENZIALITA'**

NON CI SONO ESSENZIALITA'

**DOMINANZA RIGHE**

| | m2 | m5 | m13 | m15 | | m0 | m5 | m12 | m14 | LETTERALI |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ~~P0~~ | ~~X~~ | | | | | | | | | ~~4~~ |
| ~~P1~~ | | | | | | | | | ~~X~~ | ~~4~~ |
| ~~P2~~ | | | | | | ~~X~~ | | | | ~~3~~ |
| P3 | | | | | | X | | | | 3 |
| ~~P5~~ | | ~~X~~ | | | | | ~~X~~ | | | ~~3~~ |
| P6 | X | | | | | | | | | 3 |
| P7 | | X | X | | | | X | | | 3 |
| ~~P8~~ | | | | | | | | ~~X~~ | | ~~3~~ |
| P9 | | | | | | | | X | X | 3 |
| P10 | | | X | X | | | | | | 3 |
| ~~P11~~ | | | | ~~X~~ | | | | | | ~~3~~ |

P6 domina P0
P9 domina P1
P3 domina P2
P7 domina P5
P9 domina P8
P10 domina P11

**DOMINANZA COLONNE**

| | m2 | m5 | ~~m13~~ | m15 | | m0 | m5 | m12 | ~~m14~~ | LETTERALI |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| P3 | | | | | | X | | | | 3 |
| P6 | X | | | | | | | | | 3 |
| P7 | | X | ~~X~~ | | | | X | | | 3 |
| P9 | | | | | | | | X | ~~X~~ | 3 |
| P10 | | | ~~X~~ | X | | | | | | 3 |

m5 di F1 domina m13
m12 di F2 domina m14

**ESSENZIALITA'**

| | m2 | m5 | m15 | | m0 | m5 | m12 | TTERALI |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| P3 | | | | | X | | | 3 |
| P6 | X | | | | | | | 3 |
| P7 | | X | | | | X | | 3 |
| P9 | | | | | | | X | 3 |
| P10 | | | X | | | | | 3 |

Tutti Essenziali

Costo: 15

F1= P6 + P7 + P10 che diventa F1 = m2m3 + m13m15 = !a!bc + abd
F2= P3 + P7 + P9 F2 = m0m2 + m12m14 = !a!b!d + ab!d
P7 = m5m13 = abd

| | CD\AB | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|
| | 00 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 01 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| | 11 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| | 10 | 1 | 0 | 1 | 0 |

1*2

| | | | |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 0 | 4 | 12 | 8 |
| 1 | 5 | 13 | 9 |
| 3 | 7 | 15 | 11 |
| 2 | 6 | 14 | 10 |

| | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| m0 | 0 | 1 | 0 |
| m1 | 1 | 1 | 0 |
| m2 | 1 | 1 | 0 |
| m3 | 1 | 0 | 0 |
| m4 | 0 | 0 | 0 |
| m5 | 1 | 1 | 0 |
| m6 | 0 | 0 | 0 |
| m7 | 0 | 0 | 0 |
| m8 | 0 | 0 | 0 |
| m9 | 0 | 0 | 0 |
| m10 | 0 | 0 | 0 |
| m11 | 0 | 0 | 0 |
| m12 | 0 | 1 | 0 |
| m13 | 1 | 1 | 0 |
| m14 | 1 | 1 | 0 |
| m15 | 1 | 0 | 0 |

2

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 |

1*3

| | | | |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 |

1*2*3

| | | | |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 |

3

| | | | |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 |

2*3

| | | | |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 |

Implicanti primi 12
Implicanti 19

| | | 1 | 2 | 3 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| m0 | 0000 | 0 | 1 | 0 | 1 | v |
| | | | | | | |
| m1 | 0001 | 1 | 1 | 0 | 2 | v |
| m2 | 0010 | 1 | 1 | 0 | 2 | P |
| m4 | 0100 | 0 | 0 | 0 | 0 | x |
| m8 | 1000 | 0 | 0 | 0 | 0 | x |
| | | | | | | |
| m3 | 0011 | 1 | 0 | 0 | 1 | v |
| m5 | 0101 | 1 | 1 | 0 | 2 | v |
| m6 | 0110 | 0 | 0 | 0 | 0 | x |
| m9 | 1001 | 0 | 0 | 0 | 0 | x |
| m10 | 1010 | 0 | 0 | 0 | 0 | x |
| m12 | 1100 | 0 | 1 | 0 | 1 | v |
| | | | | | | |
| m7 | 0111 | 0 | 0 | 0 | 0 | x |
| m11 | 1011 | 0 | 0 | 0 | 0 | x |
| m13 | 1101 | 1 | 1 | 0 | 2 | v |
| m14 | 1110 | 1 | 1 | 0 | 2 | P |
| | | | | | | |
| m15 | 1111 | 1 | 0 | 0 | 1 | v |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| !a!b!c | m0m1 | 0 | 1 | 0 | 1 | P |
| !a!b!d | m0m2 | 0 | 1 | 0 | 1 | P |
| !a!c!d | m0m4 | 0 | 0 | 0 | 0 | x |
| !b!c!d | m0m8 | 0 | 0 | 0 | 0 | x |
| | | | | | | |
| !a!bd | m1m3 | 1 | 0 | 0 | 1 | P |
| !a!cd | m1m5 | 1 | 1 | 0 | 2 | P |
| !b!cd | m1m9 | 0 | 0 | 0 | 0 | x |
| !a!bc | m2m3 | 1 | 0 | 0 | 1 | P |
| !ac!d | m2m6 | 0 | 0 | 0 | 0 | x |
| !bc!d | m2m10 | 0 | 0 | 0 | 0 | x |
| !ab!c | m4m5 | 0 | 0 | 0 | 0 | x |
| !ab!d | m4m6 | 0 | 0 | 0 | 0 | x |
| b!c!d | m4m12 | 0 | 0 | 0 | 0 | x |
| a!b!c | m8m9 | 0 | 0 | 0 | 0 | x |
| a!b!d | m8m10 | 0 | 0 | 0 | 0 | x |
| a!c!d | m8m12 | 0 | 0 | 0 | 0 | x |
| | | | | | | |
| !acd | m3m7 | 0 | 0 | 0 | 0 | x |
| !bcd | m3m11 | 0 | 0 | 0 | 0 | x |
| !abd | m5m7 | 0 | 0 | 0 | 0 | x |
| b!cd | m5m13 | 1 | 1 | 0 | 2 | P |
| !abc | m6m7 | 0 | 0 | 0 | 0 | x |
| bc!d | m6m14 | 0 | 0 | 0 | 0 | x |
| a!bd | m9m11 | 0 | 0 | 0 | 0 | x |
| a!cd | m9m13 | 0 | 0 | 0 | 0 | x |
| a!bc | m10m11 | 0 | 0 | 0 | 0 | x |
| ac!d | m10m14 | 0 | 0 | 0 | 0 | x |
| ab!c | m12m13 | 0 | 1 | 0 | 1 | P |
| ab!d | m12m14 | 0 | 1 | 0 | 1 | P |
| | | | | | | |
| bcd | m7m15 | 0 | 0 | 0 | 0 | x |
| acd | m11m15 | 0 | 0 | 0 | 0 | x |
| abd | m13m15 | 1 | 0 | 0 | 1 | P |
| abc | m14m15 | 1 | 0 | 0 | 1 | P |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| !a!c | m0m1m4m5 | 0 | 0 | 0 | 0 | x |
| !b!c | m0m1m8m9 | 0 | 0 | 0 | 0 | x |
| !a!b | m0m1m2m3 | 0 | 0 | 0 | 0 | x |
| !a!d | m0m2m4m6 | 0 | 0 | 0 | 0 | x |
| !b!d | m0m2m8m10 | 0 | 0 | 0 | 0 | x |
| !c!d | m0m4m8m12 | 0 | 0 | 0 | 0 | x |
| | | | | | | |
| !ad | m1m3m5m7 | 0 | 0 | 0 | 0 | x |
| !bd | m1m3m9m11 | 0 | 0 | 0 | 0 | x |
| !cd | m1m5m9m13 | 0 | 0 | 0 | 0 | x |
| !ac | m2m3m6m7 | 0 | 0 | 0 | 0 | x |
| !bc | m2m3m10m11 | 0 | 0 | 0 | 0 | x |
| c!d | m2m6m10m14 | 0 | 0 | 0 | 0 | x |
| !ab | m4m5m6m7 | 0 | 0 | 0 | 0 | x |
| b!c | m4m5m12m13 | 0 | 0 | 0 | 0 | x |
| b!d | m4m6m12m14 | 0 | 0 | 0 | 0 | x |
| a!b | m8m9m10m11 | 0 | 0 | 0 | 0 | x |
| a!c | m8m9m12m13 | 0 | 0 | 0 | 0 | x |
| b!d | m8m10m12m14 | 0 | 0 | 0 | 0 | x |
| | | | | | | |
| cd | m3m7m11m15 | 0 | 0 | 0 | 0 | x |
| bd | m5m7m13m15 | 0 | 0 | 0 | 0 | x |
| bc | m6m7m14m15 | 0 | 0 | 0 | 0 | x |
| ad | m9m11m13m15 | 0 | 0 | 0 | 0 | x |
| ac | m10m11m14m15 | 0 | 0 | 0 | 0 | x |
| ab | m12m13m14m15 | 0 | 0 | 0 | 0 | x |

**ESERCIZIO 3**

Si consideri l'operazione $C = A - B$ tra due operandi, floating point, codificati secondo lo standard IEEE 745.
Se l'operando B é

B=0 | 01111111 | 00000000000000000000000

e il risultato C è

C=0 | 01111100 | 00000000000000000000000

Si scriva sia la codifica IEEE 754 (normalizzata) di A sia il suo valore decimale.
Per garantire la validità della risposta è necessario mostrare e giustificare tutti i passaggi effettuati.

$C = A - B \rightarrow A = B + C$

$B = 0 \; 01111111 \; \boxed{1} \; 00000 \ldots 0$

$C = 0 \; 01111100 \; \boxed{1} \; 0000 \ldots 0$

SCALO C ALLO STESSO ESPONENTE DI A (SHIFT 3 POSIZIONI DX)

$B = 0 \; 01111111 \; \boxed{1} \; 00000 \ldots 0$

$C = 0 \; 01111111 \; \boxed{0} \; 00100 \ldots 0$

$A = 0 \; 01111111 \; \boxed{1} \; 00100 \ldots 0$

GIÁ NORMALIZZATO.

VERIFICA: $B_{10} = +2^{127-127}(1+0) = 1$

$C_{10} = +2^{124-127}(1+0) = 2^{-3} = 0.125$

$A_{10} = 1.125_{10} = 0 \; 01111111 \; 00100 \ldots 0$ OK

| 0.125 | |
|---|---|
| 0,250 | 0 |
| 0.500 | 0 |
| 1 | 1 |

**ESERCIZIO 4**

Data la seguente tabella degli stati di una macchina completamente specificata, dotato di un ingresso x da 1 bit

uscita U 1 bit

| | 0 | 1 |
|---|---|---|
| A | E/1 | A/1 |
| B | D/0 | I/0 |
| ~~C~~ | ~~B/0~~ | ~~A/1~~ |
| D | B/1 | A/1 |
| E | D/0 | I/0 |
| F | E/1 | A/1 |
| ~~G~~ | ~~C/1~~ | ~~G/0~~ |
| ~~H~~ | ~~B/1~~ | ~~A/0~~ |
| I | F/0 | B/1 |

(1) Si effettui l'analisi di raggiungibilità considerando lo stato A come stato di reset, e rimuovendogli stati irraggiungibili;

(2) Partendo dal risultato ottenuto al punto (1), si applichi l'analisi di equivalenza degli stati.

(3) Si identifichi la macchina minima equivalente, e si riscriva la tabella degli stati ridotta;

(4) Si sintetizzi la macchina minima usando FF di tipo SR. → codifica binaria

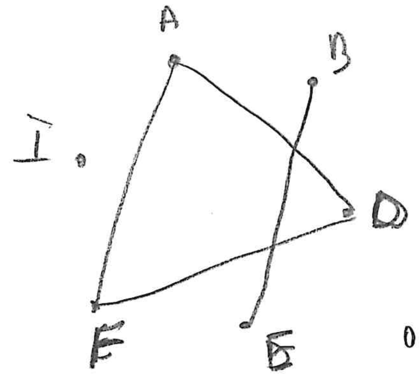
(5) Si disegni il circuito evidenziando in modo preciso i segnali di RST e CLK e la loro connessione agli elementi di memoria utilizzati.

(1) $A(E) \to A(E(D,I)) \to A(E(D(B),I(F))) \to A(E(D(B),I(F)))$

A B ~~C~~ D E F ~~G~~ ~~H~~ I

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| B | X | | | | |
| D | E,B | X | | | |
| E | X | ~ | X | | |
| F | ~ | X | E/B | X | |
| I | X | X | X | X | X |
| | A | B | D | E | F |

I, {ADF}, {B,E}




| | 0 | 1 |
|---|---|---|
| ADF | BE/1 | ADF/1 |
| BE | ADF/0 | I/0 |
| I | ADF/0 | BE/1 |

| | | 0 | 1 |
|---|---|---|---|
| 00 | α | β/1 | α/1 |
| 01 | β | α/0 | γ/0 |
| 10 | γ | α/0 | β/1 |

| $t\ t^{+1}$ | S R |
|---|---|
| 0 0 | 0 X |
| 0 1 | 1 0 |
| 1 1 | X 0 |
| 1 0 | 0 1 |

| $Q_1\ Q_0$ | 0 | 1 |
|---|---|---|
| 0 0 | 01/1 | 00/1 |
| 0 1 | 00/0 | 10/0 |
| 1 0 | 00/0 | 01/1 |

| $Q_1\ Q_0$ | 0 | 1 |
|---|---|---|
| 0 0 | 0x, 10/1 | 0x, ~~0x~~/1 |
| 0 1 | 0x, 01/0 | 10, 01/0 |
| 1 0 | 01, 0x/0 | 01, 10/1 |
| | $S_1 R_1, S_0 R_0; U$ | |

$\boxed{RST = 00}$

| $Q_1Q_0$ \ $X$ | 0 | 1 |
|---|---|---|
| 00 | 0 | 0 |
| 01 | 0 | 1 |
| 11 | X | X |
| 10 | 0 | 0 |

$S_1$

$S_1 = X Q_0$

| $Q_1Q_0$ \ $X$ | 0 | 1 |
|---|---|---|
| 00 | X | X |
| 01 | X | 0 |
| 11 | X | X |
| 10 | 1 | 1 |

$C_1$

$C_1 = Q_1$

$C_1 = \overline{Q_0}$

| $Q_1Q_0$ \ $X$ | 0 | 1 |
|---|---|---|
| 00 | 1 | 0 |
| 01 | 0 | 0 |
| 11 | X | X |
| 10 | 0 | 1 |

$S_0$

$S_0 = Q_1 X + \overline{Q_1}\,\overline{Q_0}\,\overline{X}$

| $Q_1Q_0$ \ $X$ | 0 | 1 |
|---|---|---|
| 00 | 0 | X |
| 01 | 1 | 1 |
| 11 | X | X |
| 10 | X | 0 |

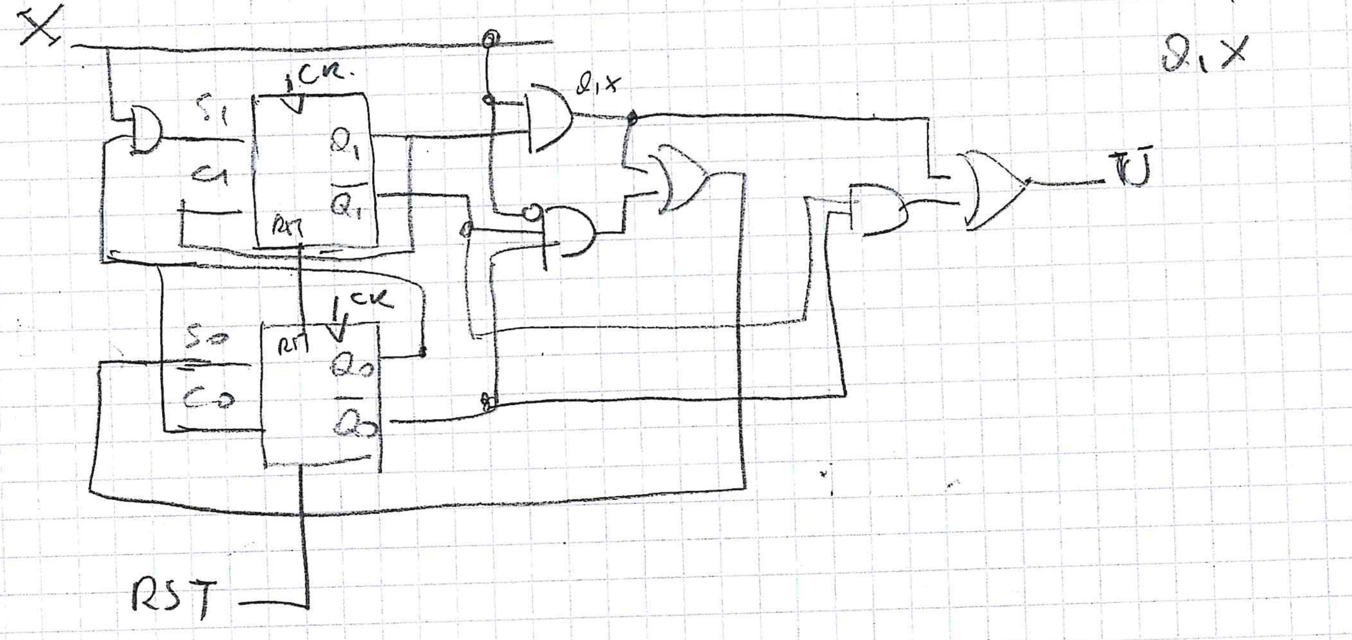
$C_0$

$C_0 = Q_0$

| $Q_1Q_0$ \ $X$ | 0 | 1 |
|---|---|---|
| 00 | 1 | 1 |
| 01 | 0 | 0 |
| 11 | X | X |
| 10 | 0 | 1 |

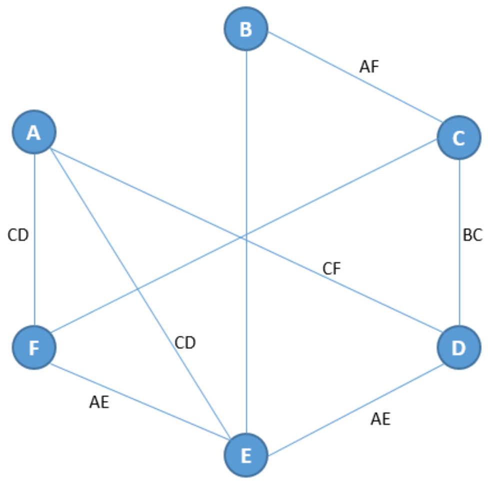
$U$

$U = \overline{Q_1}\,\overline{Q_0} + Q_1 X$



**ESERCIZIO 5**

Dato il seguente grafo di compatibilità,



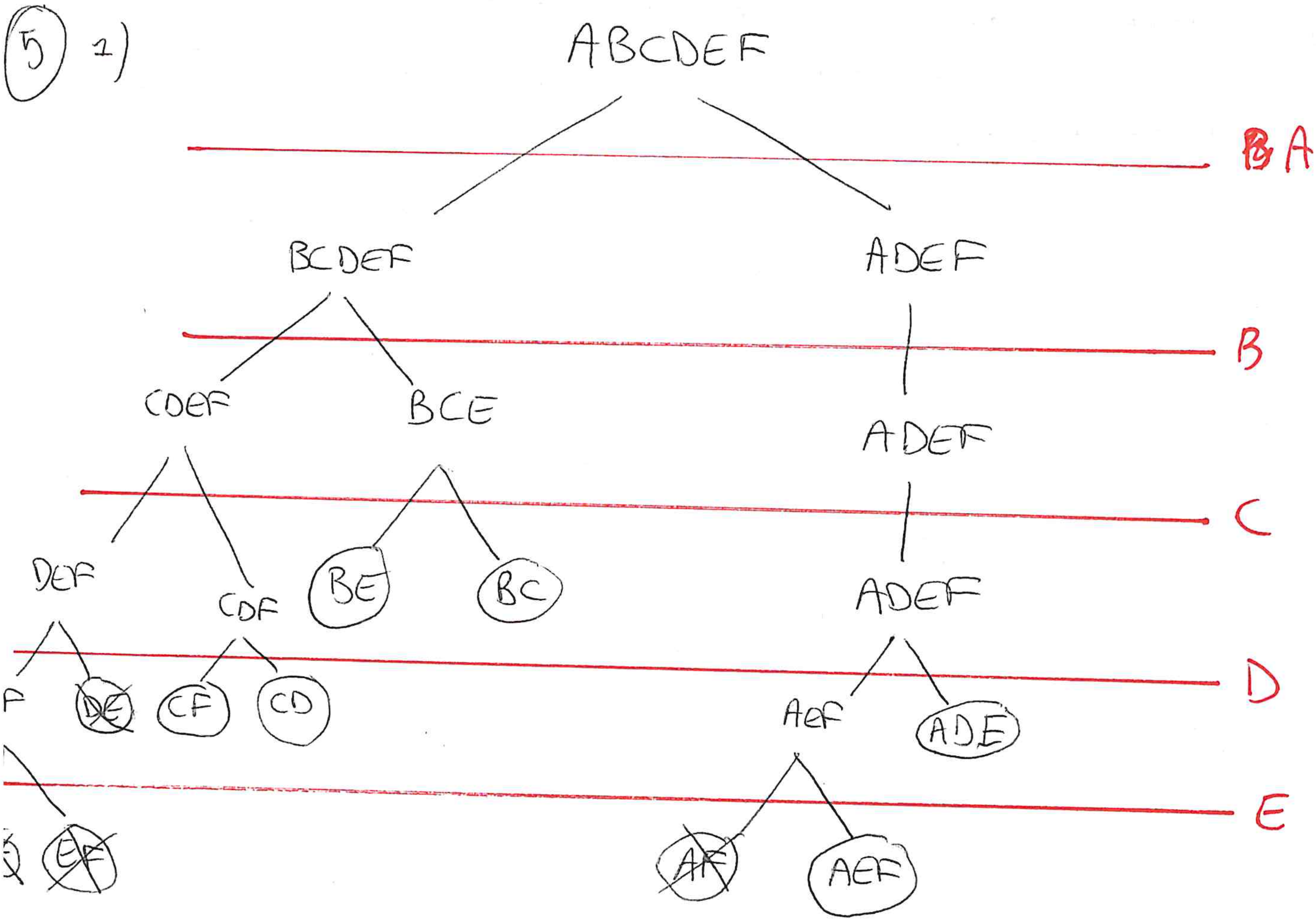

(1) Si identifichino tutte la classi di massima compatibilità utilizzando l'algoritmo ad albero. *Nota: si verifichi anche graficamente che il risultato ottenuto è corretto.*

(2) Se esiste, **sempre utilizzando le classi di massima compatibilità**, si identifichi una copertura della macchina più piccola rispetto a quella che le utilizza tutte.

(3) *"Questo grafo potrebbe essere anche di una macchina completamente specificata"*. Si giustifichi perché questa affermazione è vera o falsa.

Per garantire la validità delle risposte, è essenziale fornire una descrizione esplicita delle proprietà utilizzate e della teoria a cui si fa riferimento.

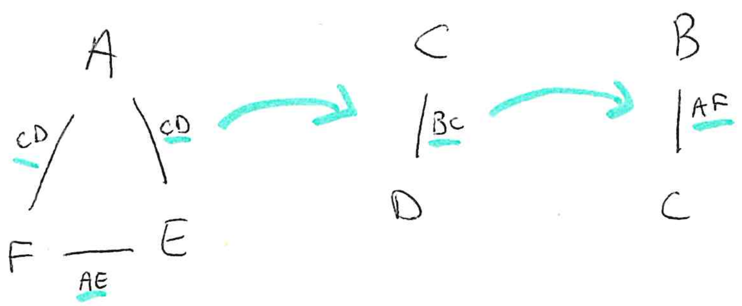
(5) 1)




CLASSI MASSIMA COMPATIBILITÀ:

- A, E, F
- A, D, E
- B, E
- B, C
- C, F
- C, D

2) UNA POSSIBILE COPERTURA È:




$\alpha = \{A, E, F\}$

$\beta = \{C, D\}$

$\gamma = \{B, C\}$

3) L'AFFERMAZIONE É FALSA: É VIOLATA LA TRANSITIVITÀ, QUIND NON INDUCE UNA CLASSE DI EQUIVALENZA E NON É POSSIBILE AVERE PARTIZIONI DISGIUNTE.