

Esercitazione 07: Risposta in frequenza

29 aprile 2024 (3h)

Fondamenti di Automatica

Prof. M. Farina

Responsabile delle esercitazioni: Daniele Ravasio

Queste dispense sono state scritte e redatte dal Prof. Alessandro Papadopoulos, Mälardalen University
e successivamente in parte modificate e completate.

Richiami di teoria

Si consideri un sistema lineare con funzione di trasferimento $G(s)$.

Definizione: Risposta in frequenza. Si definisce risposta in frequenza associata alla funzione di trasferimento $G(s)$ la funzione $G(j\omega)$ della variabile reale $\omega \geq 0$.

Teorema della risposta in frequenza. Si consideri un sistema dinamico lineare

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases}$$

con funzione di trasferimento $G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D$. Se la matrice dinamica A del sistema non ha autovalori sull'asse immaginario, allora all'ingresso sinusoidale con pulsazione ω , ampiezza \bar{u} e fase φ :

$$u(t) = \bar{u} \sin(\omega t + \varphi), \quad t \geq 0,$$

esiste una condizione iniziale $\tilde{x}(0)$ tale che l'uscita $y(t)$ è pari a

$$\tilde{y}(t) = \bar{u}|G(j\omega)| \sin(\omega t + \varphi + \angle G(j\omega)), \quad t \geq 0,$$

Se il sistema è asintoticamente stabile, allora $y(t) \rightarrow \tilde{y}(t)$ per $t \rightarrow +\infty$ per ogni condizione iniziale.

1 Tracciamento diagrammi di Bode

Tracciare i diagrammi di Bode asintotici della risposta in frequenza del sistema dinamico lineare con funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{10}{s} \frac{1 + 0.1s}{1 + 0.01s}.$$

2 Tracciamento diagrammi di Bode con poli complessi coniugati

Si consideri un sistema dinamico lineare con funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}, \quad \omega_n = 2, \xi = 0.8.$$

Rispondere in maniera chiara e precisa ai seguenti quesiti:

1. Tracciare i diagrammi di Bode asintotici della risposta in frequenza associata a $G(s)$.
2. Dire che cosa cambia nei diagrammi di Bode asintotici nel caso in cui lo smorzamento sia $\xi = 0.1$.
3. Tracciare l'andamento qualitativo della risposta allo scalino unitario del sistema con $\xi = 0.8$ e con $\xi = 0.1$.

3 Risposta in frequenza

Data la funzione di trasferimento di un sistema lineare del terzo ordine

$$G(s) = 10 \frac{s + 1}{(s + 0.1)(s^2 + 20s + 100)}$$

Rispondere in maniera chiara e precisa ai seguenti quesiti:

1. Valutare le proprietà di stabilità del sistema.

2. Dire qual è il polo dominante del sistema.
3. Determinare la risposta di regime ($y_\infty(t)$) quando

$$u(t) = 2 + \sin(0.01t) + \sin(0.1t) + 2 \cos(100t), \quad t \geq 0$$

e valutare dopo quanto tempo la risposta del sistema si assesta a quella di regime calcolata.

4. Tracciare i diagrammi di Bode asintotici della risposta in frequenza del sistema con funzione di trasferimento $G(s)$ e verificare che siano consistenti con i risultati ottenuti al punto precedente.
5. Approssimare il sistema con un sistema di ordine ridotto in modo che la risposta allo scalino sia simile (approssimazione di bassa frequenza).

4 Analisi diagrammi di Bode

Si consideri un sistema lineare senza autovalori nascosti la cui funzione di trasferimento $G(s)$ ha associati i diagrammi di Bode della risposta in frequenza rappresentati in Figura 1.

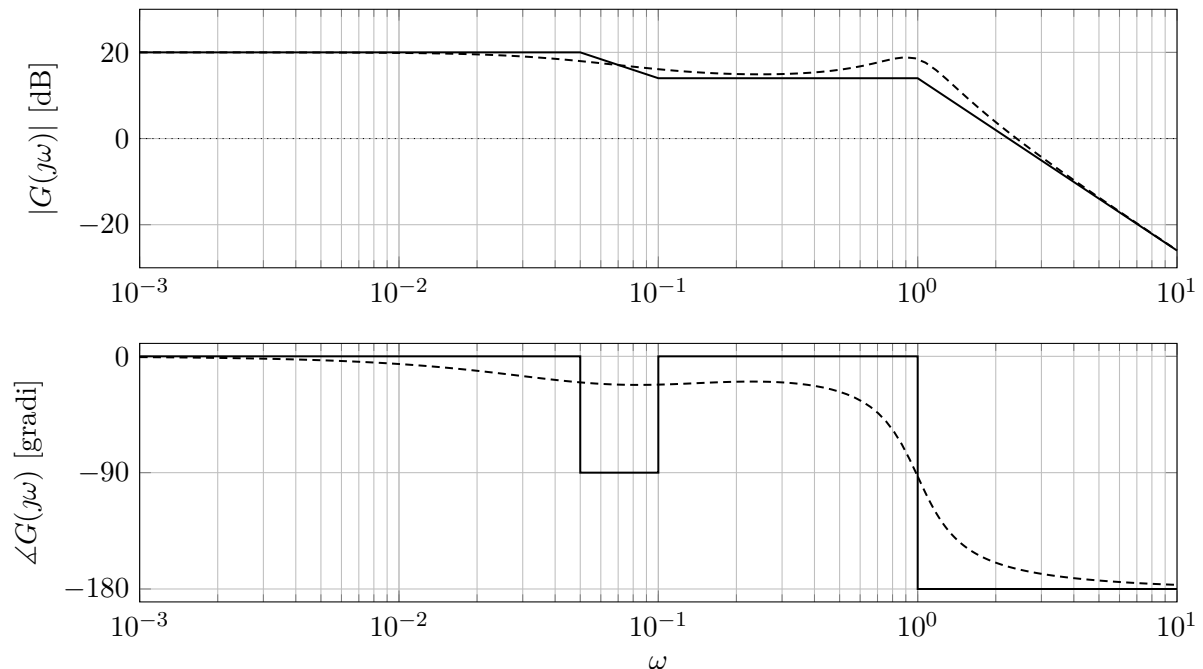


Figura 1: Diagrammi di Bode della risposta in frequenza associati a $G(s)$.

Rispondere in maniera chiara e precisa ai seguenti quesiti:

1. Dire, motivando la risposta, quanto valgono guadagno, tipo e moduli dei poli e zeri del sistema, se il sistema è asintoticamente stabile, se ha poli complessi o reali.
2. Dire, motivando la risposta, quale fra i gli andamenti riportati in Figura 2 rappresenta la risposta allo scalino del sistema.

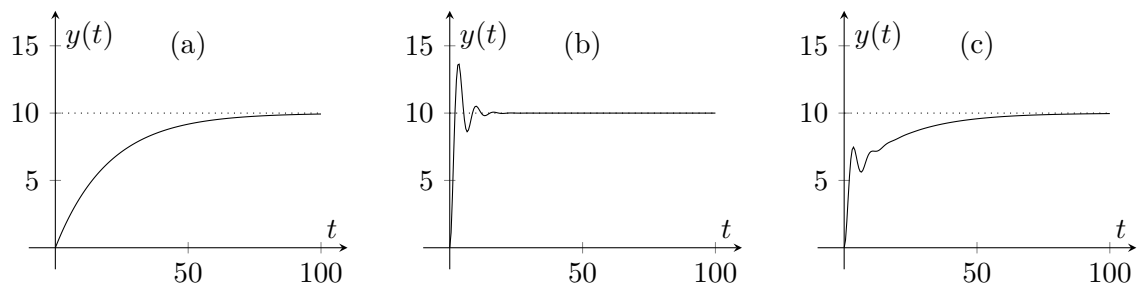


Figura 2: Alternative per la risposta allo scalino.