



POLITÉCNICA



UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID  
ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA  
AERONÁUTICA Y DEL ESPACIO  
GRADO EN INGENIERÍA AEROESPACIAL

---

TRABAJO FIN DE GRADO

Ignición rápida de blancos de fusión inercial mediante electrones relativistas generados por láseres ultra-intensos

**Autor:**

Andrés Pedraza Rodríguez

**Especialidad:**

Ciencia y Tecnología Aeroespacial (CTA)

**Tutor del trabajo:**

Jose Javier Honrubia Checa

Julio 2020



# Índice

Índice de figuras	5
Índice de cuadros	13
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Fusión nuclear por confinamiento inercial . . . . .	1
1.2. Estado del arte . . . . .	9
1.2.1. Fusión por confinamiento magnético . . . . .	9
1.2.2. Fusión por confinamiento inercial . . . . .	10
<b>2. Interacción láser-plasma</b>	<b>15</b>
2.1. Ecuaciones del plasma . . . . .	15
2.1.1. Parámetros del plasma . . . . .	15
2.1.2. Descripción cinética . . . . .	17
2.1.3. Descripción de fluido . . . . .	19
2.2. Absorción de la energía láser . . . . .	24
2.2.1. Absorción colisional . . . . .	26
2.2.2. Absorción por resonancia . . . . .	30
2.2.3. Otros mecanismos de absorción . . . . .	33
2.3. Transferencia de calor y ondas térmicas . . . . .	34
2.3.1. Difusión . . . . .	34
2.3.2. Conducción . . . . .	35
2.3.3. Radiación . . . . .	37
2.3.4. Ondas térmicas . . . . .	39
2.4. Ablación estacionaria . . . . .	45
2.4.1. Detonación y deflagración . . . . .	46
2.4.2. Ablación láser estacionaria . . . . .	47
2.5. Modelo cohete de la capa de ablación . . . . .	49

<b>3. Confinamiento inercial</b>	<b>53</b>
3.1. Compresión hidrodinámica . . . . .	54
3.1.1. Ondas de choque y de rarefacción . . . . .	54
3.1.2. Flujo isoentrópico . . . . .	60
3.2. Asimetrías de iluminación y blanco . . . . .	68
3.2.1. Perturbaciones de gran tamaño . . . . .	69
3.2.2. Perturbaciones de pequeño tamaño . . . . .	71
3.2.3. Escalado hidrodinámico de blancos . . . . .	71
3.3. Inestabilidades hidrodinámicas . . . . .	72
3.3.1. Inestabilidades de Rayleigh-Taylor . . . . .	72
3.3.2. Otras inestabilidades hidrodinámicas . . . . .	83
<b>4. Deceleración e ignición</b>	<b>85</b>
4.1. Materia caliente y densa . . . . .	86
4.1.1. Átomos en plasmas densos . . . . .	86
4.1.2. Plasma denso ideal . . . . .	90
4.1.3. Ecuación de estado general QEoS . . . . .	95
4.2. Formación del hot-spot . . . . .	100
4.3. Ignición por haz de electrones relativistas . . . . .	102
4.3.1. Generación . . . . .	103
4.3.2. Transporte . . . . .	109
4.3.3. Colimación . . . . .	121
4.4. Otros métodos de ignición . . . . .	129
4.4.1. Ignición rápida por haz de iones . . . . .	129
4.4.2. Ignición por onda de choque . . . . .	136
<b>5. Fusión nuclear y quemado</b>	<b>139</b>
5.1. Reacciones de fusión nuclear . . . . .	139
5.1.1. Energía de enlace . . . . .	139
5.1.2. Energía necesaria para la fusión de dos átomos . . . . .	141
5.1.3. Tasa de reacción . . . . .	145
5.1.4. Reacciones de fusión más relevantes . . . . .	147
5.2. Fusión termonuclear . . . . .	152
5.2.1. Temperatura de ignición ideal . . . . .	152
5.3. Balance energético . . . . .	154
5.3.1. Energía depositada . . . . .	154
5.3.2. Energía mecánica . . . . .	156
5.3.3. Pérdidas por Bremsstrahlung . . . . .	157
5.3.4. Conducción térmica . . . . .	158

5.3.5. Condición de autocalentamiento . . . . .	158
5.4. Evolución del hot-spot y proceso de quemado . . . . .	159
5.4.1. Tiempo de confinamiento . . . . .	160
5.4.2. Eficiencia del quemado . . . . .	161
5.5. Reactores de fusión . . . . .	163
5.5.1. Balance energético de la instalación . . . . .	163
5.5.2. Cámara de fusión . . . . .	164
5.5.3. Requisitos del blanco . . . . .	166
<b>6. Simulaciones</b>	<b>167</b>
6.1. Simulaciones unidimensionales . . . . .	167
6.1.1. SARA . . . . .	168
6.1.2. Compresión unidimensional . . . . .	168
6.1.3. Algoritmos genéticos . . . . .	175
6.1.4. Limitaciones . . . . .	180
6.2. Simulaciones bidimensionales . . . . .	182
6.2.1. Código empleado . . . . .	182
6.2.2. Compresión bidimensional . . . . .	182
6.2.3. Compresión asimétrica . . . . .	184
6.3. Simulaciones de ignición por electrones . . . . .	186
6.3.1. Código empleado . . . . .	186
6.3.2. Asimetría y campo magnético externo . . . . .	186
6.3.3. Duración e intensidad del pulso . . . . .	192
6.3.4. Campo magnético externo . . . . .	199
6.3.5. Energía mínima de ignición . . . . .	206
6.3.6. Perfil de densidad supergaussiano . . . . .	208
<b>7. Conclusiones</b>	<b>211</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>213</b>



# Índice de figuras

1.1.	Esquema de la configuración de materiales para distintos blancos.	2
1.2.	Distintos blancos de fusión con cono.	3
1.3.	Etapas de la ignición rápida.	3
1.4.	Etapas.	4
1.5.	Etapas.	4
1.6.	Diagrama de implosión. En (a) se muestra el perfil del pulso láser empleado para la compresión y en (b) el diagrama radio-tiempo.	5
1.7.	Diagrama de implosión. En (a) se muestra un detalle del diagrama radio-tiempo y (b) se identifican los distintos materiales y las ondas de choque.	6
1.8.	Distribución de ondas de choque. Se puede apreciar que las últimas ondas de choque se encuentran mucho más próximas que las primeras y que tienen mayor pendiente (mayor velocidad).	7
1.9.	Ignición de un blanco mediante un haz de iones.	8
1.10.	Cámara de fusión de la National Ignition Facility (USA).	9
1.11.	Sección del interior del reactor tipo tokamak del ITER.	10
1.12.	Cámara de fusión de la National Ignition Facility situada en el Lawrence Livermore National Laboratory (California,EEUU).	11
1.13.	Instalaciones del láser OMEGA (Nueva York, EEUU).	11
1.14.	Cámara de fusión del Laser Mègajoule (Nueva Aquitania, Francia).	12
1.15.	Diagrama de aprovechamiento de energía en iluminación hohlraum.	12
1.16.	Láser GEKKO XII en el Instituto de Ingeniería Láser (Osaka, Japón).	13
1.17.	Logotipo de Marvel Fusion.	13

2.1.	Regímenes de absorción en función de la intensidad y la longitud de onda del láser. . . . .	25
2.2.	Bremsstrahlung inverso. . . . .	26
2.3.	Densidad crítica. . . . .	27
2.4.	Fracción de luz absorbida. . . . .	28
2.5.	Absorción de luz en función de intensidad y longitud de onda. .	30
2.6.	Resonancia en función de la polarización del haz. . . . .	31
2.7.	Densidad de la corona de plasma. . . . .	31
2.8.	Esquema de propagación de la onda electromagnética. . . . .	32
2.9.	Dependencia de la absorción de energía con el parámetro $q$ . . . . .	33
2.10.	Conducción de calor. . . . .	37
2.11.	Diferentes tipos de ondas térmicas: (a) supersónica, (b) ablativa y (c) ablativa en un medio ópticamente grueso . . . . .	39
2.12.	Funciones características con parámetros $l = 3/2$ , $r = 2$ y $\gamma = 5/3$ correspondientes a una onda de calor ablativa generada por absorción colisional en plasma completamente ionizado. . . . .	43
2.13.	Funciones características con parámetros $l = 7/3$ , $r = 0$ y $\gamma = 1.2$ . .	44
2.14.	Esquema de una onda de ablación estacionaria. . . . .	46
2.15.	Curva de Hugoniot para detonaciones y deflagraciones. . . . .	47
2.16.	Onda de ablación estacionaria para ablación láser directa. . . . .	48
2.17.	Eficiencia hidrodinámica. . . . .	51
3.1.	Figura esquemática de la discontinuidad. . . . .	57
3.2.	Esquema de la propagación de una onda de rarefacción. . . . .	58
3.3.	Adiabática de Hugoniot para $\gamma = 5/3$ . . . . .	59
3.4.	Compresión mediante una única onda de choque (a) frente a compresión mediante varias ondas de choque (b). . . . .	60
3.5.	Esquema del método de las características. . . . .	62
3.6.	Representación de una compresión centrada en el plano x-t. En (a) distribución de las zonas y las características y en (b) distribución de densidad y velocidades para un tiempo $t = t_0/10$ . .	63
3.7.	Representación de una compresión centrada en el plano x-t. En (a) distribución de las zonas y las características y en (b) distribución de densidad y velocidades para un tiempo $t = t_0$ . . .	65
3.8.	Disminución del rendimiento para blancos no simétricos para distintos valores de $l$ en función de la amplitud de la perturbación. .	70
3.9.	Dos blancos confinados con defectos de forma. El blanco (a) no es susceptible de ignición mientras que el (b) sí lo es. . . . .	70

3.10. Dos casos equivalentes en los que existe una inestabilidad de tipo Rayleigh-Taylor. . . . .	73
3.11. Evolución de la cápsula a lo largo del tiempo (a) y etapas características de la evolución de la inestabilidad en (b) y (c). . . . .	73
3.12. Modelización de la inestabilidad. . . . .	74
3.13. Esquema lineal de la perturbación. . . . .	74
3.14. Ratio de crecimiento vs longitud de onda de la perturbación para RTI clásica y ablativa. . . . .	76
3.15. Inestabilidad de tipo Rayleigh-Taylor que alcanza una configuración no lineal. En (a) interfase fluido-vacio ( $A_t = 1$ ) y en (b) interfase entre dos fluidos ( $A_t < 1$ ). . . . .	77
3.16. Mezcla turbulenta de dos fluidos debido a las inestabilidades de tipo Rayleigh-Taylor. . . . .	77
3.17. Ratio de crecimiento en función del parámetro geométrico de la cápsula $R/\Delta R$ (in-flight aspect ratio) y del número de modo $l$ . . . . .	79
3.18. Ratios de crecimiento en función del número de modo $l$ . . . . .	81
3.19. Amplitud de los modos de perturbación en con confinamiento. La figura muestra las distintas contribuciones en líneas continuas y la suma de ellas en línea gruesa. Se puede ver que la corrección no lineal reduce la amplitud máxima teórica. . . . .	81
3.20. Tamaño del hot-spot en función de las perturbaciones . . . . .	82
3.21. Evolución de inestabilidad RMI . . . . .	83
3.22. Evolución de inestabilidad KHI . . . . .	84
4.1. Átomo hidrogénico, modelo basado en la teoría de Bohr. . . . .	87
4.2. Representación gráfica del cambio en los estados accesibles para los electrones como resultado de la ionización (continuum lowering). . . . .	90
4.3. Representación gráfica de las relaciones de Maxwell de la termodinámica. . . . .	90
4.4. Regiones de las distintas fases del plasma en función de la densidad y la temperatura donde se incluyen las curvas $T_m(\rho)$ (temperatura de fusión) y $T_D(rho)$ (temperatura de Debye). . . . .	97
4.5. Bombardeo del blanco de fusión con electrones relativistas. A la izquierda un mapa de la temperatura iónica y a la derecha un mapa de la temperatura electrónica. Como se puede apreciar el valor y la distribución de temperaturas es completamente diferente pese a tratarse del mismo blanco en el mismo instante de tiempo . . . . .	100

4.6. Últimas etapas de la implosión, deceleración, fusión y quemado. En (a) representación gráfica de las zonas y ondas de choque, en (b) evolución de las energías, en (c) evolución de parámetros termodinámicos y en (d) evolución del parámetro de confinamiento. Las zonas grises representan las regiones en las que se alcanza una temperatura mayor a 4 keV. . . . .	101
4.7. Hot-spot asimétrico. . . . .	102
4.8. Distintos regímenes de interacción del láser con el plasma en función de la intensidad y la longitud de onda del haz. . . . .	103
4.9. Esquema de la generación de un haz de electrones relativistas. .	104
4.10. Datos experimentales e interpolación: absorción en función de la intensidad y la longitud de onda del láser. Las figuras y cuadros representan resultados experimentales y límites de grupos de resultados experimentales respectivamente, con distintos láseres y distintos ángulos de incidencia. Las líneas negra y roja representan una aproximación de los resultados. . . . .	105
4.11. Rendimiento del láser y absorción. . . . .	106
4.12. Excitación potencial media para distintos elementos adimensionizada con el número atómico. . . . .	110
4.13. Esquema de la divergencia angular de los electrones. . . . .	113
4.14. Divergencia de electrones relativistas. . . . .	115
4.15. Divergencia de electrones relativistas para dos distribuciones energéticas (a) monoenergética y (b) maxwelliana. . . . .	115
4.16. Evolución del ratio entre pérdidas colisionales y resistivas para distintas energías electrónicas del haz y del plasma. . . . .	118
4.17. Inestabilidad de las dos corrientes. . . . .	120
4.18. Inestabilidad de Weibel. . . . .	120
4.19. Esquema de guiado resistivo. A la izquierda un mapa de los materiales según su número atómico $Z$ , en este caso la lámina es una aleación de hierro(26) con cromo(24), manganeso(25) y cobalto(27). A la derecha un mapa de las distribución de electrones. . . . .	123
4.20. Esquema del esquema del doble cono. . . . .	124
4.21. En (a,b) evolución del campo eléctrico y en (c,d) evolución del campo magnético. . . . .	124
4.22. Distribución de electrones con configuración de cono simple (a) y con doble cono (b). . . . .	125
4.23. Esquema del método de doble pulso. . . . .	126

4.24. Distribución de la intensidad del campo magnético. . . . .	127
4.25. Ubicación de la bobina láser en el cono de guiado. . . . .	127
4.26. Esquema de una bobina láser. . . . .	128
4.27. Esquema de aceleración de iones. . . . .	129
4.28. Esquema del método TNSA. . . . .	130
4.29. Esquema del método RPA. En (a) esquema del mecanismo Hole-Boring donde los electrones son acelerados directamente por la presión de radiación del láser y en (b) Light-Sailing donde toda una sección de plasma es acelerada por la presión de radiación del láser. . . . .	131
4.30. Esquema del Hole-Boring. Los iones son reflejados en el frente del láser. . . . .	132
4.31. Esquema del Light-Sailing. Toda la masa de la lámina objetivo es acelerada bajo la presión del láser. . . . .	132
4.32. Mecanismo BOA en sus distintas etapas . . . . .	133
4.33. Esquema de la fusión por ignición rápida . . . . .	134
4.34. Fusión por ignición rápida, disposición de las láminas que producen el haz de iones . . . . .	134
4.35. Fusión por ignición rápida . . . . .	135
4.36. Esquema de fusión por ignición rápida con haces convergentes . .	136
4.37. Fusión por ignición rápida con haces convergentes . . . . .	136
4.38. Ignición por onda de choque, esquema unidimensional. A la izquierda gradientes de presión a lo largo del tiempo y la posición radial y a la derecha dibujo esquemático del proceso a partir de la figura de la izquierda. . . . .	137
4.39. Distintos blancos de fusión ignitados por onda de choque. A la derecha un blanco perfectamente simétrico y a la izquierda dos asimétricos . . . . .	137
5.1. Energía de enlace por nucleón en función del número másico. . .	141
5.2. Potencial en función de la distancia entre dos núcleos que se aproximan con energía $\epsilon$ . . . . .	142
5.3. Sección eficaz de las diferentes reacciones de fusión en función de la energía cinética. . . . .	151
5.4. Energía depositada por las partículas alfa y energía evacuada por radiación. El punto de corte de ambas curvas determina la temperatura de ignición ideal. . . . .	153
5.5. Regiones del comportamiento del balance energético del hot-spot en el plano $T_h$ - $R_h\rho_h$ . . . . .	159

5.6.	Distribución radial de densidad en distintos tiempos. . . . .	160
5.7.	Esquema básico de un reactor de fusión por confinamiento inercial.	163
5.8.	Bombardeo de las paredes de la cámara de fusión. . . . .	165
6.1.	Esquema unidimensional del blanco de fusión a escala. . . . .	169
6.2.	Perfil del pulso láser empleado. . . . .	169
6.3.	Evolución de ondas de choque y rarefacción a lo largo del tiempo y del espacio. . . . .	170
6.4.	Evolución de la presión en la cara interna del DT. . . . .	171
6.5.	Evolución de la presión de ablación a lo largo del tiempo. . . . .	171
6.6.	Evolución de los radios de las interfasas a lo largo del tiempo, en escala logarítmica. . . . .	172
6.7.	Evolución de la velocidad a lo largo del tiempo. . . . .	173
6.8.	Evolución del parámetro de confinamiento a lo largo del tiempo. .	173
6.9.	Presión y densidad del DT a lo largo de la compresión frente al comportamiento de la materia degenerada. . . . .	174
6.10.	Evolución del parámetro de isoentropía $\beta = p(\rho, T)/p_{deg}(\rho)$ a lo largo del tiempo. . . . .	174
6.11.	Esquema de un algoritmo genético. . . . .	176
6.12.	Uso del paquete 'SSH/SFTP/SCP For Matlab (v2)' para acce- der al servidor y editar los datos. . . . .	176
6.13.	Optimización de las poblaciones por medio de la función 'ga- multiobj' del paquete 'Optimization Toolbox'. . . . .	177
6.14.	Detalle de una hoja de cálculo llena con resultados de distintas simulaciones. . . . .	177
6.15.	Llamada al ejecutable del SARA, y al programa que interpreta los datos. . . . .	178
6.16.	Cómputo de la ganancia y tratamiento de datos. . . . .	178
6.17.	Llamadas a la función de optimización con distintas poblaciones.	179
6.18.	Llamadas a las funciones de selección, cruce, mutación y restric- ción. . . . .	179
6.19.	Evolución de ondas de choque y rarefacción a lo largo del tiempo y del espacio obtenidas con otro código para el mismo pulso. . .	180
6.20.	Instalaciones de la National Ignition Facility. . . . .	181
6.21.	Instalaciones del Láser MègaJoule. . . . .	181
6.22.	Esquema de la simulación bidimensional. . . . .	182
6.23.	Simulación bidimensional. . . . .	183
6.24.	Simulación bidimensional asimétrica. . . . .	185

6.25. Perfiles de densidad y temperatura de partida para la simulación de ignición con compresión simétrica. . . . .	187
6.26. Perfiles de densidad y temperatura de partida para la simulación de ignición con compresión asimétrica. . . . .	188
6.27. Ignición de perfil simétrico sin campo magnético que colime el haz de electrones. . . . .	190
6.28. Ignición de perfil simétrico con un campo magnético para colimar el haz de electrones. . . . .	190
6.29. Ignición de perfil asimétrico sin campo magnético que colime el haz de electrones. . . . .	191
6.30. Ignición de perfil asimétrico con campo magnético para colimar el haz de electrones. . . . .	191
6.31. Distintos estrategias seguidas para aumentar la energía del láser. En azul el pulso inicial (29.234 kJ), en naranja un pulso con más intensidad (32.736 kJ), en verde un pulso con más duración (32.251 kJ) y en rojo un pulso con más intensidad y duración (40.003 kJ). . . . .	193
6.32. Balance de potencias del pulso inicial de 29.134 kJ. . . . .	194
6.33. Balance de potencias del pulso de mayor intensidad de 32.736 kJ. . . . .	194
6.34. Balance de potencias del pulso con mayor duración de 32.251 kJ. . . . .	195
6.35. Balance de potencias del pulso con mayor intensidad y duración de 40.003 kJ. . . . .	195
6.36. Distribuciones de densidad a lo largo de la simulación. . . . .	197
6.37. Detall del balance energético en los primeros instantes, antes de que haya empezado la fusión. . . . .	198
6.38. Balance energético de la simulación. . . . .	198
6.39. Artefactos diseñados para producir campos magnéticos intensos de corta duración. . . . .	199
6.40. Haz de electrones sometido a 0.5 kT de campo magnético. . . . .	200
6.41. Haz de electrones sometido a 1 kT de campo magnético. . . . .	200
6.42. Haz de electrones sometido a 2 kT de campo magnético. . . . .	201
6.43. Haz de electrones sometido a 5 kT de campo magnético. . . . .	201
6.44. Haz de electrones sometido a 10 kT de campo magnético. . . . .	202
6.45. Mapas de la temperatura electrónica para la ignición con un haz de electrones no sometido a campo magnético externo. . . . .	203
6.46. Mapas de la temperatura electrónica para la ignición con un haz de electrones sometido a un campo magnético externo de 0.5kT. . . . .	204

6.47. Mapas de la temperatura electrónica para la ignición con un haz de electrones sometido a un campo magnético externo de $1kT$ . . . . .	205
6.48. Pulsos empleados en el estudio paramétrico de la energía mínima de ignición. . . . .	206
6.49. Comportamiento del blanco bajo distintas energías de ignición. . . . .	207
6.50. Balance de potencias del perfil supergaussiano de densidad. . . . .	208
6.51. Balance de energías del perfil supergaussiano de densidad. . . . .	209
6.52. Distribuciones de densidad a lo largo de la simulación. . . . .	210

# Índice de cuadros

3.1. Densidades de partículas, temperaturas, caminos libres medios y tiempos de colisión medios típicos en los plasmas empleados en confinamiento inercial. . . . .	55
4.1. Distintos valores de la constante de apantallamiento $\sigma(n, m)$ en función de los valores de $n$ (fila) y $m$ . . . . .	88
4.2. Modelos para determinar la temperatura electrónica. . . . .	108
5.1. Reacciones de fusión más relevantes y parámetros necesarios para la factorización de la sección eficaz. El parámetro $Q$ incluye tanto la desintegración positrónica como la energía de los neutrinos cuando estas son relevantes. El parámetro $\langle Q_\nu \rangle$ es la energía promedio de los neutrinos. Es común emplear en física nuclear la unidad barn $1\text{barn} = 10^{-24}\text{cm}^2$ . . . . .	150
5.2. Sección eficaz de las diferentes reacciones de fusión. . . . .	151
5.3. Opciones de fabricación para la primera capa de la cámara de fusión. . . . .	165
6.1. Parámetros del láser. . . . .	189
6.2. Parámetros del láser. . . . .	192



# Capítulo 1

## Introducción

El objetivo de este trabajo es, en primer lugar, realizar un estudio teórico sobre los procesos que integran la fusión nuclear por confinamiento inercial y después discutir los resultados de las diversas simulaciones de la ignición de blancos mediante un haz de electrones relativistas. Para la primera parte es necesario enfocar las distintas fases desde distintas perspectivas usando para ello distintas ramas de la ciencia. Para la segunda parte es necesario separar el problema en varias fases que puedan ser simuladas de forma eficiente.

La fusión nuclear se presenta hoy en día como una fuente de energía limpia y prácticamente inagotable que puede proporcionar una solución al problema energético actual. Además los elementos necesarios para producirla, el deuterio y el tritio, son dos isótopos del hidrógeno, el elemento más abundante en el universo, por lo que pueden encontrarse en otros cuerpos celestes lo que también hace interesante el desarrollo de esta tecnología como método de propulsión y de producción de energía en escenarios espaciales.

### 1.1. Fusión nuclear por confinamiento inercial

Cómo conseguir que dos partículas ligeras colisionen entre sí es un proceso que lleva pudiendo describirse desde los inicios del siglo XX gracias al desarrollo de la Mecánica Cuántica y que fue llevado a cabo en un laboratorio en los años 30 de ese mismo siglo. Manejar este proceso para un conjunto mayor de partículas, aunque presenta muchas más dificultades, ya en la década de 1940 (como parte del proyecto Manhattan) se estudió la posibilidad de emplear la fusión nuclear con fines bélicos y la primera bomba de hidrógeno estalló el 1 de noviembre de 1952. Sin embargo han pasado más de sesenta años desde que

se propuso emplear estos mismos procesos como fuente de energía y a día de hoy (2020) aún no se ha construido un reactor suficientemente eficiente como para la explotar este recurso a nivel comercial.

Para lograr la fusión se pueden emplear distintos métodos y todos ellos se encuentran en investigación y desarrollo. La reciente mejora en tecnología láser ha hecho del método de fusión nuclear por confinamiento inercial una opción prometedora.

La fusión nuclear por confinamiento inercial consiste en la compresión rápida de un blanco de material termonuclear. La propia inercia del material acelerado hacia el interior es la encargada de mantener el combustible comprimido durante un breve periodo de tiempo, tiempo en el cual se provocan las primeras reacciones de fusión que, al liberar energía, propicia el resto de reacciones en el combustible.

Los blancos propuestos en los últimos intentos de llevar a cabo una fusión eficiente son pequeñas esferas huecas o cilindros huecos de material termonuclear deuterio-tritio (dos isótopos del hidrógeno) recubiertas por una capa de material de ablación. Esta capa es calentada súbitamente por un láser y pasa a estado de plasma. La presión generada en esta capa provoca la compresión del combustible hacia el interior.

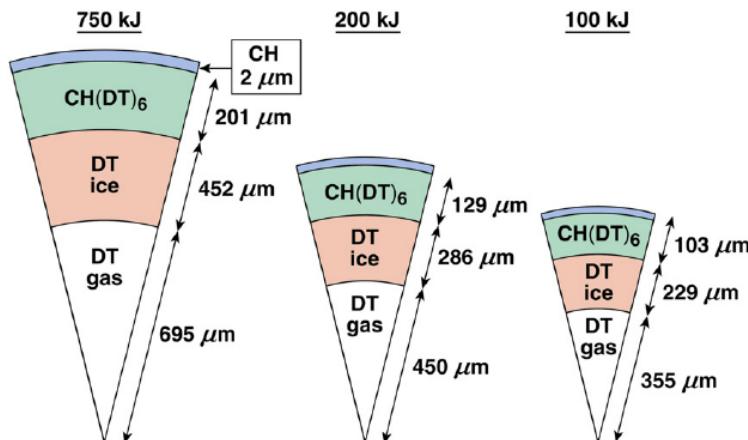


Figura 1.1: Esquema de la configuración de materiales para distintos blancos.

Si la ignición se lleva a cabo mediante un haz de iones o electrones además se incorpora un cono de aleación cobre, de oro o de carbono DLC (Diamond Like Carbon) que guía el láser y donde se aloja al menos una lámina que produce los iones o electrones.

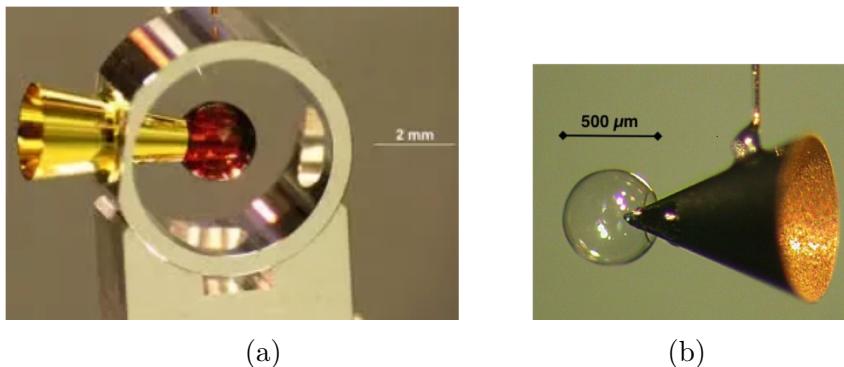


Figura 1.2: Distintos blancos de fusión con cono.

Actualmente la fusión por confinamiento inercial se basa en cuatro procesos que ocurren secuencialmente en distintos tiempos pero en el mismo espacio:

- Interacción entre láser y capa de ablación
- Compresión
- Deceleración e ignición
- Fusión nuclear y quemado

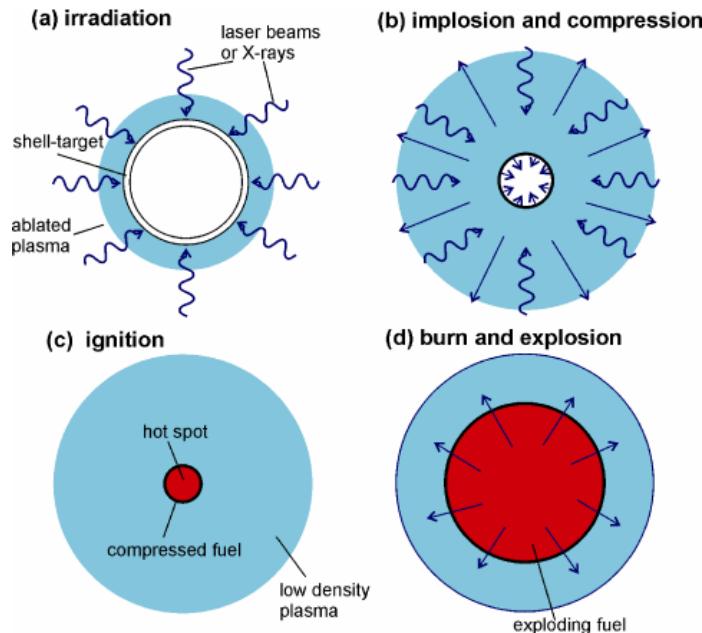


Figura 1.3: Etapas de la ignición rápida.

El proceso ocurre en intervalos de tiempo del orden de nanosegundos y con potencias que rondan los exavatios por centímetro cuadrado por tanto el comportamiento de las partículas que conforman el blanco es bastante complejo y aparecen mecanismos e inestabilidades que de no ser tratadas con cuidado pueden reducir el rendimiento o incluso detener el proceso.

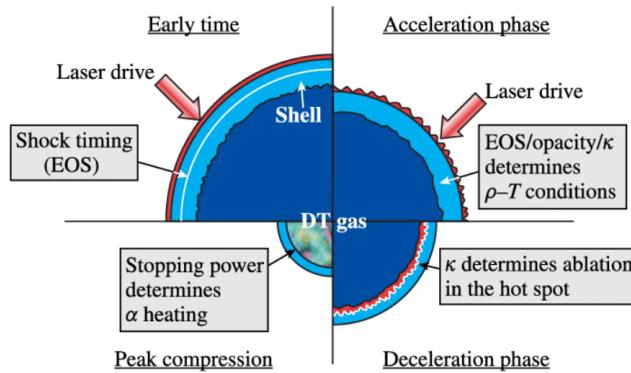


Figura 1.4: Etapas.

La simetría del blanco y la homogeneidad de la iluminación láser son los dos factores más influyentes a la hora de determinar la evolución de las inestabilidades.

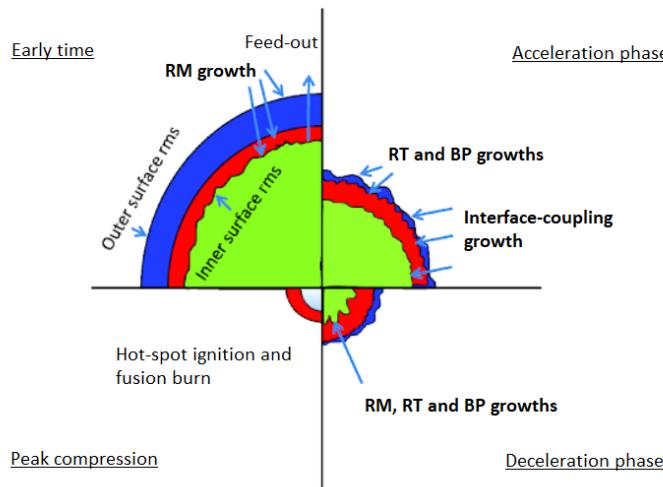


Figura 1.5: Etapas.

Para predecir el comportamiento de los blancos de fusión y la ganancia energética posible se realizan simulaciones de las cuales se obtienen datos y diagramas que representan la evolución de las diversas variables a lo largo del proceso. Para terminar con esta introducción es necesario su visualización y la familiarización con lo que más adelante serán términos frecuentemente usados y desarrollados con más profundidad. De entre todos los diagramas el más característico es el de la evolución del radio en función del tiempo.

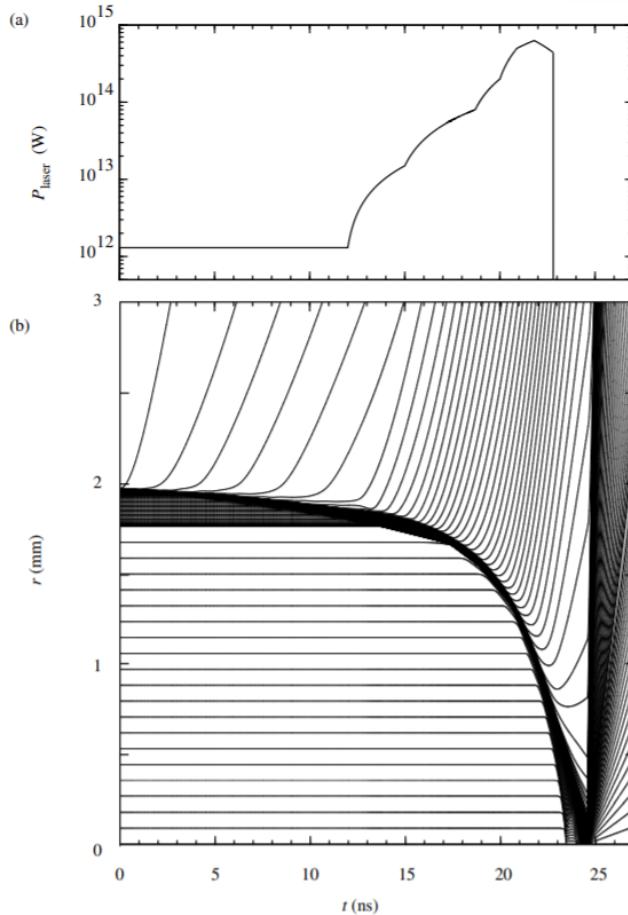


Figura 1.6: Diagrama de implosión. En (a) se muestra el perfil del pulso láser empleado para la compresión y en (b) el diagrama radio-tiempo.

En este diagrama la evolución de las distintas capas se puede identificar con facilidad:

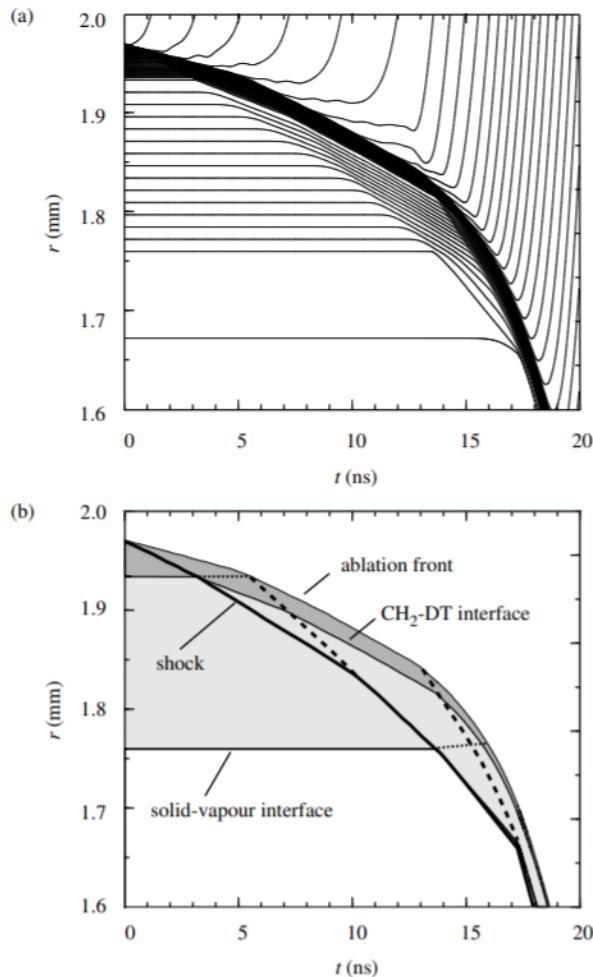


Figura 1.7: Diagrama de implosión. En (a) se muestra un detalle del diagrama radio-tiempo y (b) se identifican los distintos materiales y las ondas de choque.

Como se puede observar la capa exterior, de ablación, va disminuyendo con el tiempo como consecuencia de la acción del láser. Esto origina un aumento de presión que acaba acelerando el combustible termonuclear hacia el centro donde se confina en un espacio reducido a una alta densidad.

Se desea que la compresión se realice de la forma más rápida posible porque en este tipo de confinamiento se aprovecha precisamente la aceleración del combustible como mecanismo para su propio confinamiento y más isoentrópica posible porque es la forma de compresión más eficiente.

Si el blanco fuese macizo se habría de comprimir únicamente mediante ondas de choque lo cual supondría emplear una gran cantidad de energía que se invertiría principalmente en aumentar la entropía. Además, la compresión por onda de choque está limitada a una densidad máxima por motivos fluidodinámicos. Una sucesión de ondas de choque es una buena solución a este problema ya que cuanto menos intensas sean menor será la entropía generada. Sin embargo, existe un límite superior para el número de ondas de choque ya que cada una de ellas es más rápida que su predecesora y pueden llegar a alcanzarse unas a otras antes de tiempo, por lo que el pulso debe ser diseñado para una secuenciación adecuada.

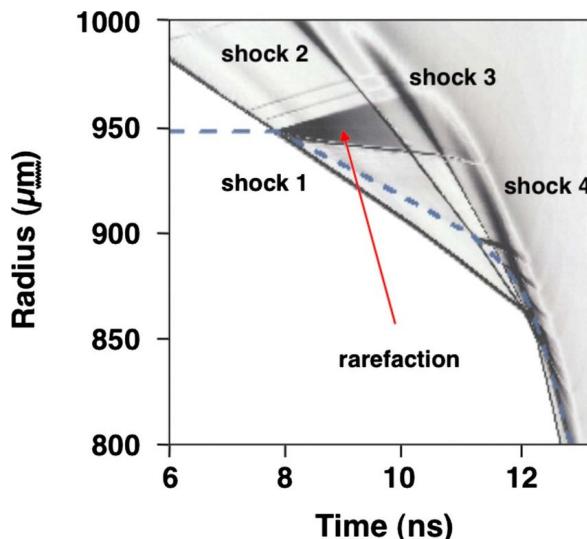


Figura 1.8: Distribución de ondas de choque. Se puede apreciar que las últimas ondas de choque se encuentran mucho más próximas que las primeras y que tienen mayor pendiente (mayor velocidad).

El último aspecto clave del proceso es la ignición. Existen varios métodos en desarrollo, pero se pueden clasificar en tres grandes grupos:

- Ignición central
- Ignición por onda de choque
- Ignición por haz de partículas

La ignición central se basa en comprimir hidrodinámicamente tanto el blanco que sus propias condiciones de presión y temperatura inicien espontáneamente

la fusión. La ignición por onda de choque se basa en desencadenar dos ondas de choque violentas en el momento de mayor densidad que al colisionar entre sí generen una región de alta densidad y temperatura donde comienza la fusión. La ignición por haz de partículas se basa en el bombardeo del blanco con un haz de partículas (iones, protones o electrones) que calienten una región del blanco donde se inicia la fusión.

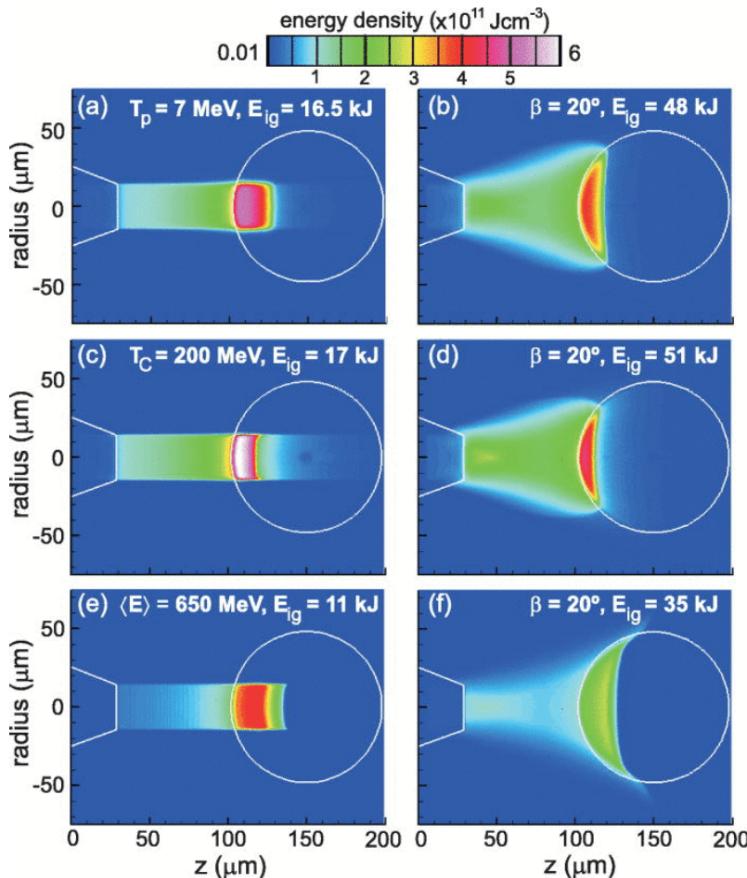


Figura 1.9: Ignición de un blanco mediante un haz de iones.

La fusión, una vez iniciada, ha de mantenerse en un entorno en el cual la emisión de energía por radiación no supere a la energía generada pues de lo contrario las reacciones de fusión se detienen y el proceso finaliza sin que el combustible haya sido aprovechado. Por mucho que se optimice la compresión del blanco el porcentaje de combustible quemado ronda el 30% ya que al empezar la fusión el combustible empieza a acelerarse hacia fuera perdiéndose

así las condiciones de alta densidad, presión y temperatura

Finalmente existe un último límite para el proceso y es la capacidad de la cámara de fusión para soportar la liberación de energía y la radiación. Blancos más grandes suponen una mayor ganancia energética pero también una mayor cantidad de energía que debe ser manejada.



Figura 1.10: Cámara de fusión de la National Ignition Facility (USA).

## 1.2. Estado del arte

### 1.2.1. Fusión por confinamiento magnético

Mientras que la fusión nuclear por confinamiento magnético ha recibido en los últimos años una mayor atención por haber solucionado muchos de sus problemas principales, la fusión nuclear por confinamiento inercial se ha posicionado en un segundo plano. El pasado 3 de agosto de 2020 comenzó el ensamblaje del reactor de fusión del proyecto ITER (International Thermonuclear Experimental Reactor), un proyecto internacional que aúna los esfuerzos de técnicos y científicos de la Unión Europea, China, Estados Unidos, Japón, Corea del Sur, Rusia e India. Este reactor tipo tokamak espera producir su primer plasma en 2025 y operar con deuterio-tritio para 2035.

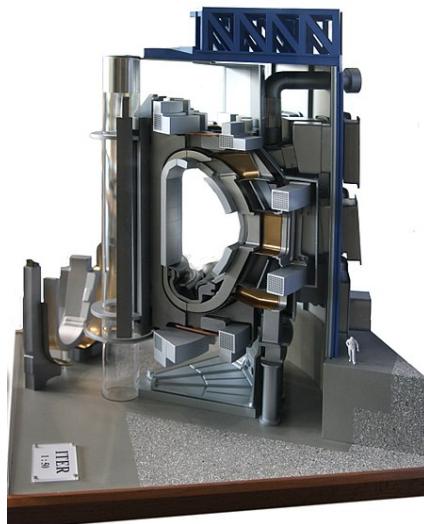


Figura 1.11: Sección del interior del reactor tipo tokamak del ITER.

### 1.2.2. Fusión por confinamiento inercial

En cambio, la fusión por confinamiento inercial se ha encontrado con una serie de problemas técnicos, sobre todo asociados a inestabilidades del plasma (principalmente del tipo Rayleigh–Taylor) que han hecho que las ganancias energéticas esperadas se hayan reducido enormemente ya que el blanco necesita un mayor aporte de energía para comprimirse lo suficiente. El método de ignición rápida ha conseguido reducir las energías necesarias para la ignición proponiendo un modelo en el cual el blanco se comprime sin llegar a ignitar y luego se le hace ignitar mediante la aplicación de un haz de partículas.

A día de hoy existen instalaciones en Estados Unidos, Europa y Japón orientadas a la experimentación con láseres ultra intensos que permiten una mayor compresión del combustible y una mayor ganancia. Esto se debe al desarrollo de láseres más potentes que logran alcanzar altas potencias, del orden de petavatios (PW), durante cortos períodos de tiempo, del orden de picosegundos (ps).

Estados Unidos cuenta con instalaciones como la National Ignition Facility (NIF) que en 2013 consiguió extraer más energía que la que había sido aplicada al blanco y que en 2018 logró producir 54KJ de energía.



Figura 1.12: Cámara de fusión de la National Ignition Facility situada en el Lawrence Livermore National Laboratory (California,EEUU).

Además, en la Universidad de Rochester cuentan con el láser OMEGA que actualmente es el más potente del mundo. Es un láser de vidrio de neodimio de frecuencia ultravioleta triplicada de 60 haces, que es capaz de entregar 40 kilojulios con una potencia de hasta 60 teravatios sobre un objetivo de menos de 1 milímetro de diámetro. Este láser en combinación con el OMEGA EP (Extended Performance) es el encargado de comprimir e ignorar los blancos.



Figura 1.13: Instalaciones del láser OMEGA (Nueva York, EEUU).

En Europa Francia está a la cabeza del desarrollo nuclear de fusión, no solo albergará el proyecto ITER sino que además cuenta con las instalaciones del Laser Mègajoule (LMJ) donde también han conseguido la ignición. Diseñado para entregar 1.8 MJ, el Laser Mégajoule usa 22 líneas láser que cuentan cada una con dos amplificadores de lámparas flash de xenón por las que gracias a un conmutador óptimo el láser pasa dos veces para aumentar así su eficiencia. Una vez amplificado el láser se colima y pasa por un multiplicador de frecuencia donde la frecuencia se eleva hasta el ultravioleta. Finalmente se enfoca hasta un radio de 0.25 mm antes de entrar a la cámara de fusión.

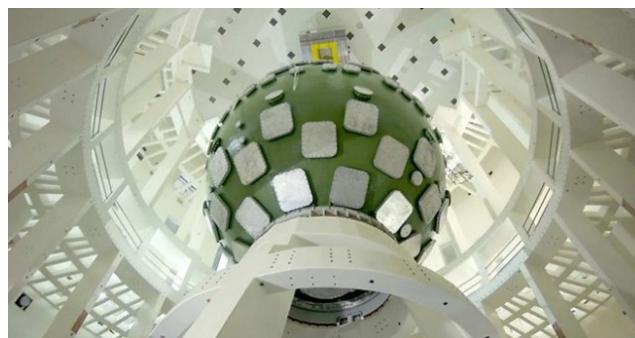


Figura 1.14: Cámara de fusión del Laser Mègajoule (Nueva Aquitania, Francia).

Tanto las instalaciones de la NIF como las de LMJ basan sus experimentos en la iluminación indirecta con rayos X (hohlraum) que ha demostrado ser menos eficiente que la iluminación directa donde el láser incide directamente sobre el blanco y solo pierde la parte de la energía que el blanco refleja (en torno al 20 %).

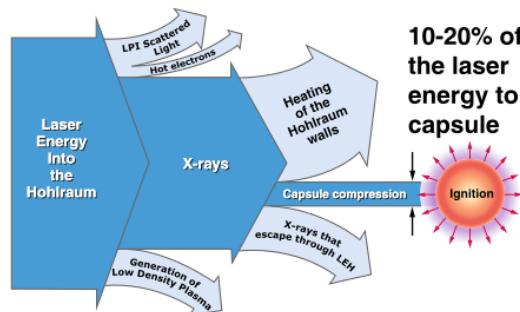


Figura 1.15: Diagrama de aprovechamiento de energía en iluminación hohlraum.

Este tipo de iluminación, la directa, es la que Japón ensaya en el instituto de tecnología de Osaka por medio del láser GEKKO XII. Este láser de vidrio dopado con neodimio cuenta con 12 haces de alta potencia que, a diferencia de la mayoría de los láseres ICF modernos, cuya frecuencia se triplica al tercer armónico, solo tiene una frecuencia duplicada a 532 nm (luz verde). En comparación con la mayoría de los experimentos ICF con láser de vidrio de neodimio, GEKKO también es bastante pequeño, con líneas de luz de unos 10 m de largo. Los 12 haces del láser GEKKO son capaces de entregar alrededor de 10 kilojulios por pulso de 1 a 2 ns (10 a 20 teravatios).



Figura 1.16: Láser GEKKO XII en el Instituto de Ingeniería Láser (Osaka, Japón).

El ritmo de consumo actual de energía de la humanidad frente al lento desarrollo de la tecnología de fusión inercial ha despertado el interés no solo de científicos e investigadores sino también de empresarios y estadistas, ya que las nuevas técnicas y tecnologías disponibles se prueban con lentitud debido a la falta de recursos e inversión. Debido a esta situación, este año (2020), se ha fundado la primera empresa privada dedicada a la producción industrial de energía de fusión por confinamiento inercial. Esta empresa, llamada Marvel Fusion, refleja el interés del sector privado por la energía de fusión por confinamiento inercial.



Figura 1.17: Logotipo de Marvel Fusion.

Marvel Fusion es la primera empresa del sector privado del mundo en aprovechar los recientes avances en la tecnología de fusión basada en láser. Está dirigida por científicos reconocidos en física de fusión, láser y tecnología de blancos. El equipo de Marvel Fusion está buscando desarrollar un prototipo de planta de energía de fusión con capacidad de carga base en el rango de 1 a 5 gigavatios.

# Capítulo 2

## Interacción láser-plasma

La primera etapa de la fusión nuclear por confinamiento inercial consiste en el comportamiento del material de la capa de ablación bajo la acción del haz láser. El resultado de esta interacción es una rápida eyección de masa hacia el vacío exterior lo cual produce sobre el combustible una fuerte presión que acelera el material termonuclear hacia el interior de la cápsula.

Aunque esta sección se centra en los procesos que ocurren en la capa de ablación las ecuaciones generales que rigen el comportamiento del plasma son las mismas tanto para el plasma generado en la capa de ablación por interacción del láser como para el plasma generado por la alta densidad y temperatura que alcanza el material termonuclear. Sin embargo al no estar en contacto directo con el láser, el combustible puede ser tratado en ocasiones como un fluido simple que implosiona de acuerdo a las leyes de la hidrodinámica.

### 2.1. Ecuaciones del plasma

Se denomina plasma al estado fluido de la materia en el cual cierta proporción de partículas están cargadas eléctricamente (ionizadas) aunque en conjunto el fluido tiene una carga neutra. Dado que existen cargas con cierta movilidad los plasmas interactúan con campos electromagnéticos.

#### 2.1.1. Parámetros del plasma

Antes de entrar en el estudio del plasma es necesario definir un par de parámetros que lo caracterizan y que aparecerán a lo largo del desarrollo de las ecua-

ciones. Estos parámetros son la longitud de Debye y el logaritmo de Coulomb. La longitud de Debye ( $\lambda_D$ ) es aquella a partir de la cual los fenómenos electromagnéticos se ven apantallados, es decir, dado que existen gran cantidad de cargas tanto positivas como negativas, el campo electromagnético creado por una carga aislada se ve apantallado a una distancia  $\lambda_D$  de la misma. La forma más general de obtener este parámetro en un plasma es por medio de la ecuación:

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 k_B / q_e^2}{n_e / T_e + \sum_{ij} j^2 n_{ij} / T_i}} \quad (2.1)$$

donde  $\lambda_D$  es la longitud de Debye,  $\varepsilon_0$  es la permitividad eléctrica del vacío,  $k_B$  es la constante de Boltzmann,  $q_e$  es la carga del electrón,  $T_e$  y  $T_i$  son las temperaturas de los electrones y de los iones, respectivamente,  $n_e$  es la densidad de electrones,  $n_{ij}$  es la densidad de especies atómicas  $i$ , con carga iónica positiva  $j q_e$ . Normalmente el término iónico se elimina para obtener:

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 k_B T_e}{n_e q_e^2}} \quad (2.2)$$

Esta longitud define el radio de una esfera donde la carga de un ión resulta relevante y dentro de esa esfera, denominada esfera de Debye, existe un número de partículas  $N_D$  que son afectadas por el campo.

$$N_D \simeq \frac{4\pi}{3} n_{e0} \left(1 + \frac{1}{Z}\right) \lambda_D^3 \quad (2.3)$$

donde todos los iones positivos se consideran como una única especie de carga media  $Ze$ . Algunos autores denominan a este valor 'parámetro de plasma' y algunos otros denominan parámetro de plasma a la inversa de este valor.

Dentro de la esfera de Debye existe otra dentro de la cual la energía cinética de las partículas es comparable a la energía de interacción entre ellas y por tanto se producen desviaciones conocidas como colisiones. El radio de esta esfera se calcula igualando las energías medias cinética y de interacción y el resultado es la longitud  $b_c$ :

$$T \approx \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 b_c} \Rightarrow b_c \approx \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 T} \quad (2.4)$$

donde la energía cinética se representa por medio de la temperatura.

El logaritmo de la relación entre la longitud de Debye y la distancia  $b_c$  se conoce como logaritmo de Coulomb:

$$\ln \Lambda = \ln \frac{\lambda_D}{b_c} \approx N_D \quad (2.5)$$

### 2.1.2. Descripción cinética

La descripción cinética es la modelización más general del plasma y se basa en el estudio del plasma como partículas cargadas e independientes que interactúan entre sí mediante fuerzas no colisionales, descritas por las ecuaciones de Maxwell, y fuerzas colisionales, modelizadas por la ecuación de Fokker-Planck. Esta descripción se expresa en términos de funciones de distribución  $f_\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{v})$  donde  $\alpha$  representa a una de las especies de iones que conforman el plasma.

Las fuerzas no colisionales, cuyo efecto se manifiesta en distancias mayores a la longitud de Debye, se expresan mediante las ecuaciones de Maxwell aplicadas a la distribución de partículas:

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{E} &= \frac{1}{\epsilon_0} \sum_\alpha q_\alpha \int f_\alpha d^3v \\ \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 \\ \nabla \times \mathbf{B} &= \mu_0 \sum_\alpha q_\alpha \int \mathbf{v} f_\alpha d^3v + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \end{cases} \quad (2.6)$$

Por tanto, el efecto que tienen sobre una carga viene dado por:

$$\mathbf{F}_{nc} = q_\alpha (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (2.7)$$

Por otra parte las fuerzas colisionales, que tienen como origen las colisiones entre partículas dentro de la esfera de Debye, se modelizan mediante:

$$\frac{\mathbf{F}_c}{m_\alpha} \cdot \frac{\partial f_\alpha}{\partial \mathbf{v}} \equiv \left( \frac{\partial f_\alpha}{\partial t} \right)_{c\alpha} \quad (2.8)$$

El término de colisiones se obtiene de la ecuación de Fokker-Planck. Dado que el número de partículas que existen dentro de la esfera de Debye es grande y las colisiones frecuentes, sobre todo si se trata de un plasma completamente ionizado, en el transcurso de un intervalo de tiempo  $\Delta t$  habrán ocurrido tantas colisiones que el estado anterior dejará de tener importancia. De esta forma el estado de la función de distribución en  $t + \Delta t$  será:

$$f_\alpha(\mathbf{v}_\alpha, t + \Delta t) = \int f_\alpha(\mathbf{v}_\alpha - \Delta \mathbf{v}_\alpha, t) P(\mathbf{v}_\alpha - \Delta \mathbf{v}_\alpha, \Delta \mathbf{v}_\alpha, \Delta t) d^3 \Delta v_\alpha$$

donde  $P$  es la densidad de probabilidad de que una partícula con velocidad  $v_\alpha - \Delta v_\alpha$  sufra un cambio de velocidad  $\Delta v_\alpha$  en un tiempo  $\Delta t$ .

Desarrollando en series de Taylor la ecuación anterior, aplicando que

$$\int P(\mathbf{v}_\alpha, \Delta \mathbf{v}_\alpha, \Delta t) d^3 \Delta v_\alpha = 1$$

y tomando el límite  $\Delta t \rightarrow 0$  se llega a la ecuación de Fokker-Planck para las colisiones en el plasma:

$$\left( \frac{\partial f_\alpha}{\partial t} \right)_{col} = \sum_\beta \gamma_{\alpha\beta} \left[ -\frac{\partial}{\partial \mathbf{v}_\alpha} \cdot \left( f_\alpha \frac{\partial h_{\alpha\beta}}{\partial \mathbf{v}_\alpha} \right) + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}_\alpha \partial \mathbf{v}_\alpha} : \left( f_\alpha \frac{\partial^2 g_{\alpha\beta}}{\partial \mathbf{v}_\alpha \partial \mathbf{v}_\alpha} \right) \right] \quad (2.9)$$

donde el sumatorio hace referencia a todas las partículas incluidas las  $\alpha$  y el resto de términos son:

$$\begin{aligned} \gamma_{\alpha\beta} &\equiv \frac{(q_\alpha q_\beta)^2 \ln \Lambda}{4\pi \varepsilon_0^2 m_\alpha^2} \\ h_{\alpha\beta} &\equiv \frac{m_\alpha}{\mu_{\alpha\beta}} \int \frac{dn_\beta}{|\mathbf{v}_\alpha - \mathbf{v}_\beta|} = \frac{m_\alpha}{\mu_{\alpha\beta}} \int \frac{f_\beta(\mathbf{v}_\beta)}{|\mathbf{v}_\alpha - \mathbf{v}_\beta|} d^3 v_\beta \\ g_{\alpha\beta} &\equiv \int |\mathbf{v}_\alpha - \mathbf{v}_\beta| dn_\beta = \int |\mathbf{v}_\alpha - \mathbf{v}_\beta| f_\beta(\mathbf{v}_\beta) d^3 v_\beta \\ \mu_{\alpha\beta} &= \frac{m_\alpha m_\beta}{m_\alpha + m_\beta} \end{aligned}$$

donde  $h_{\alpha\beta}$  y  $g_{\alpha\beta}$  se conocen como potenciales de Rosenbluth y  $\mu_{\alpha\beta}$  es la masa reducida del sistema binario de partículas  $\alpha$  y  $\beta$ .

Definido así el término de las fuerzas colisionales se tiene así una expresión para el plasma de acuerdo con la descripción cinética:

$$\frac{\partial f_\alpha}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \frac{\partial f_\alpha}{\partial \mathbf{x}} + \frac{q_\alpha}{m_\alpha} (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \frac{\partial f_\alpha}{\partial \mathbf{v}} = \left( \frac{\partial f_\alpha}{\partial t} \right)_{col,F-P} \quad (2.10)$$

donde el término de colisiones es el de la ecuación de Fokker-Planck.

### 2.1.3. Descripción de fluido

Aunque la descripción cinética es bastante exacta suele ser más sencillo y menos costoso computacionalmente, tomar la masa de partículas de plasma como fluido y estudiarlo por medio de las ecuaciones de Navier-Stokes, normalmente simplificadas sin términos de viscosidad (ecuaciones de Euler), combinadas con las ecuaciones de Maxwell clásicas del electromagnetismo. Para el tratamiento de este problema como fluido es necesario que el número de Knudsen sea más pequeño que la unidad:

$$k_n = \frac{\lambda}{L_c} \ll 1 \quad (2.11)$$

donde  $\lambda$  hace referencia al camino libre medio de una partícula del fluido y  $L_c$  hace referencia a la longitud característica del problema.

En este caso la longitud característica es la de Debye y se habrá de estudiar el caso concreto de cada especie:

$$L_c = \lambda_D = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 k_B T_e}{n_e q_e^2}} \quad (2.12)$$

$$\lambda = \frac{1}{n_\alpha \sigma} = \left( \frac{4\pi \epsilon_0}{e^2} \right)^2 \frac{T^2}{\pi n_\alpha} \quad (2.13)$$

Una vez comprobado que el problema puede tratarse por medio de la Mecánica de Fluidos se pasa a definir una densidad y una velocidad media para el conjunto de partículas de la especie iónica  $\alpha$  que existen dentro de la partícula fluida (cuyo radio es mayor o igual al de la esfera de Debye).

$$n_\alpha = \int f_\alpha d^3 v \quad (2.14)$$

$$\mathbf{u}_\alpha = \frac{1}{n_\alpha} \int \mathbf{v} f_\alpha d^3 v \quad (2.15)$$

La ecuación de conservación de la masa es inmediata dado que las colisiones entre partículas de la misma especie dentro del volumen de control no producen ningún cambio en la distribución

$$\int \left( \frac{\partial f_\alpha}{\partial t} \right)_{col_{\alpha-\alpha}} d^3 v = 0 \quad (2.16)$$

Y dado que cuando  $|\mathbf{v}| \rightarrow \infty$  la distribución tiende a cero, la ecuación de continuidad es

$$\frac{\partial n_\alpha}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \cdot (n_\alpha \mathbf{u}_\alpha) = 0 \quad (2.17)$$

De igual forma, las colisiones entre partículas de la misma especie no cambian la cantidad de movimiento del conjunto:

$$\int \left( \frac{\partial f_\alpha}{\partial t} \right)_{col_{\alpha-\alpha}} m_\alpha \mathbf{v} d^3 v = 0 \quad (2.18)$$

Sin embargo el choque con otras especies sí que produce un cambio en la cantidad de movimiento:

$$\int \left( \frac{\partial f_\alpha}{\partial t} \right)_{col_{\alpha-\beta}} m_\alpha \mathbf{v} d^3 u \equiv m_\alpha n_\alpha (\mathbf{u}_\beta - \mathbf{u}_\alpha) \nu_{\alpha\beta} \quad (2.19)$$

En este caso  $\nu_{\alpha\beta}$  hace referencia a la frecuencia con que las colisiones ocurren entre estas dos partículas.

Para el caso más general, en el que existe un campo magnético y por tanto existe una presión paralela y una presión transversal al campo para cada especie,

$$p_{\parallel\alpha} = n_\alpha T_{\parallel\alpha}, \quad p_{\perp\alpha} = n_\alpha T_{\perp\alpha} \quad (2.20)$$

las expresiones anteriores de la cantidad de movimiento pueden reescribirse de la siguiente forma, donde se incluyen las fuerzas no colisionales, y obtenerse así la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento para la especie *alpha*.

$$\begin{aligned} m_\alpha \left( \frac{\partial \mathbf{u}_\alpha}{\partial t} + \left( \mathbf{u}_\alpha \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \right) \mathbf{u}_\alpha \right) &= - \frac{1}{n_\alpha} \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \cdot [p_{\perp\alpha} \mathbf{I} + (p_{\parallel\alpha} - p_{\perp\alpha}) \mathbf{b} \mathbf{b}] \\ &\quad + q_\alpha (\mathbf{E} + \mathbf{u}_\alpha \times \mathbf{B}) + \sum_{\beta \neq \alpha} m_\alpha (\mathbf{u}_\beta - \mathbf{u}_\alpha) \nu_{\alpha\beta} \end{aligned} \quad (2.21)$$

donde  $\mathbf{I}$  hace referencia a la matriz identidad y  $\mathbf{b} = \frac{\mathbf{B}}{B}$  versor en la dirección del campo magnético.

De esta forma se obtienen las ecuaciones de la fluidodinámica de una de las especies del plasma.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial n_\alpha}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \cdot (n_\alpha \mathbf{u}_\alpha) = 0 \\ m_\alpha \left( \frac{\partial \mathbf{u}_\alpha}{\partial t} + \left( \mathbf{u}_\alpha \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \right) \mathbf{u}_\alpha \right) = - \frac{1}{n_\alpha} \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \cdot [p_{\perp\alpha} \mathbf{I} + (p_{\parallel\alpha} - p_{\perp\alpha}) \mathbf{bb}] \\ \quad + q_\alpha (\mathbf{E} + \mathbf{u}_\alpha \times \mathbf{B}) + \sum_{\beta \neq \alpha} m_\alpha (\mathbf{u}_\beta - \mathbf{u}_\alpha) \nu_{\alpha\beta} \end{array} \right.$$

## Modelo de dos fluidos

Normalmente el plasma está compuesto de electrones y varias especies de núcleos ionizados. Si se toman todas las especies de iones como una sola con una masa promedio  $m_i$  densidad promedio  $n_i$  y carga promedio  $Ze$  el plasma puede aproximarse mediante dos fluidos:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial n_e}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \cdot (n_e \mathbf{u}_e) = 0 \\ \frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \cdot (n_i \mathbf{u}_i) = 0 \\ m_e n_e \frac{d\mathbf{u}_e}{dt} = - \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \cdot [p_{\perp e} \mathbf{I} + (p_{\parallel e} - p_{\perp e}) \mathbf{bb}] - e n_e (\mathbf{E} + \mathbf{u}_e \times \mathbf{B}) + \mathbf{R}_{ei} \\ m_i n_i \frac{d\mathbf{u}_i}{dt} = - \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \cdot [p_{\perp i} \mathbf{I} + (p_{ii} - p_{\perp i}) \mathbf{bb}] + Z e n_i (\mathbf{E} + \mathbf{u}_i \times \mathbf{B}) + \mathbf{R}_{ie} \\ \nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho_c}{\epsilon_0} \\ \nabla \times \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \\ \nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \end{array} \right. \quad (2.22)$$

A las cuales se les puede añadir las relaciones de barotropía de cada especie

$$p_{\parallel} n_{\parallel}^{-\gamma_n} = cte, p_{\perp} n_{\perp}^{-\gamma_{\perp}} = cte \quad (2.23)$$

donde

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{ei} &= -\mathbf{R}_{ie} \equiv m_e n_e (\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_e) \nu_{ei} \\ \rho_c &= Z e n_i - e n_e, \mathbf{j} = Z e n_i \mathbf{u}_i - e n_e \mathbf{u}_e \end{aligned}$$

El valor de  $\mathbf{R}_{ei}$  puede determinarse en un plasma con distribución maxweliana partiendo del hecho de que la velocidad de los electrones es mucho menor que la velocidad de deriva (de las cargas que crean corriente como conjunto)

$$\mathbf{R}_{ei} = -m_e \frac{n_e}{3(2\pi)^{3/2}} \left(\frac{m_e}{T_e}\right)^{5/2} \mathbf{u}_e \int \frac{v_e^2}{\tau_u} \exp\left(-\frac{m_e v_e^2}{2T_e}\right) d^3 v_e$$

### Modelo de fluido simple

Este modelo de dos fluidos puede simplificarse aún más y tratarse como fluido simple dado que  $m_i \gg m_e$  y que  $Zn_i \approx n_e$ . Para ello deben tomarse partículas fluidas mucho mayores que las esferas de Debye y definirse las siguientes magnitudes del fluido:

$$\mathbf{j} = en_e (\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_e) \quad (2.24)$$

$$\mathbf{u} \equiv \frac{m_i n_i \mathbf{u}_i + m_e n_e \mathbf{u}_e}{m_i n_i + m_e n_e} = \frac{m_i \mathbf{u}_i + Z m_e \mathbf{u}_e}{m_i + Z m_e} \quad (2.25)$$

$$\rho \equiv m_i n_i + m_e n_e \quad (2.26)$$

Las ecuaciones de continuidad de la masa y de cantidad de movimiento del plasma como fluido simple pueden expresarse entonces como:

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \\ \rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \cdot [p_{\perp} \mathbf{I} + (p_i - p_{\perp}) \mathbf{b} \mathbf{b}] - \frac{m_e}{e^2} \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \cdot \left[ \frac{\mathbf{j} \mathbf{j}}{n_e} \right] + \rho_c \mathbf{E} + \mathbf{j} \times \mathbf{B} \end{cases} \quad (2.27)$$

donde las presiones paralelas y perpendiculares al campo magnético son:

$$p_{\parallel} \equiv p_{\parallel e} + p_{\parallel i}$$

$$p_{\perp} \equiv p_{\perp e} + p_{\perp i}$$

y se ha introducido la derivada convectiva:

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} \equiv \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \left( \mathbf{u} \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \right) \mathbf{u}$$

Analizando la expresión de la conservación de la cantidad de movimiento se pueden despreciar algunos términos:

$$\frac{|m_e \mathbf{j} \cdot \mathbf{j}| / (e^2 n_e)}{|\rho \mathbf{u} \mathbf{u}|} \approx \frac{m_e}{m_i} \frac{|\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_e|^2}{u^2} \ll 1$$

$$\frac{|\rho_c \mathbf{E}|}{|\nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{u})|} \approx \frac{\rho_c E}{\rho u^2 / L} \approx \frac{\epsilon_0 B}{\rho} = \frac{B^2}{\mu_0 \rho c^2}$$

y el segundo término suele ser despreciable excepto para campos magnéticos muy intensos.

Por tanto, para un fluido simple las ecuaciones que rigen su comportamiento son:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \\ \rho \frac{D \mathbf{u}}{Dt} = -\nabla \left( p_{\perp} + \frac{B^2}{2\mu_0} \right) + (\mathbf{B} \cdot \nabla) \left[ \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - (p_{\parallel t} - p_{\perp}) \frac{\mathbf{B}}{B^2} \right] \\ \nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho_c}{\epsilon_0} \\ \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \\ \nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \end{array} \right. \quad (2.28)$$

donde, al igual que en el caso de los dos fluidos

$$\rho_c = Z e n_i - e n_e \approx \frac{n_e m_i}{Z} \mathbf{j} = Z e n_i \mathbf{u}_i - e n_e \mathbf{u}_e$$

La densidad de corriente  $\mathbf{j}$  puede estimarse mediante la ley de Ohm que para un proceso lo suficientemente lento como para despreciar la inercia de los electrones tiene la forma:

$$\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B} = \eta \mathbf{j} + \frac{1}{e n_e} \left\{ \mathbf{j} \times \mathbf{B} - \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \cdot [p_{\perp e} \mathbf{I} + (p_{\text{he}} - p_{\perp e}) \mathbf{b} \mathbf{b}] \right\} \quad (2.29)$$

donde se ha introducido la resistividad del plasma:

$$\eta \equiv \frac{m_e \nu_{ei}}{e^2 n_e}$$

Es costumbre adimensionalizar comparar las presiones termodinámica y magnética mediante

$$\beta \equiv \frac{2\mu_0 p_{\perp}}{B^2}$$

Si además suponemos que este fluido simple es además homogéneo, sin resistividad ni viscosidad y el campo magnético es tal que la presión es isótropa se llega fácilmente a las ecuaciones de la magnetohidrodinámica ideal (MHD ideal).

## 2.2. Absorción de la energía láser

La interacción entre el láser y el blanco ocurre en la capa de ablación. Esta capa, al ser calentada rápidamente hasta altas temperaturas pasa de estado sólido a plasma. Teniendo en cuenta la rapidez del proceso y las altas temperaturas, el plasma es considerado como plasma ideal no degenerado y la energía es transferida directamente a los electrones que la propagan en forma de ondas electrónicas.

Para describir la absorción y transmisión de energía en la capa de ablación se recurre a un modelo de perturbaciones en torno a un plasma homogéneo y se usan las ecuaciones del plasma linealizadas. De esta forma las magnitudes perturbadas se indican con un subíndice 1 y se desarrollan en modos de Fourier.

$$A_1(\mathbf{x}, t) \rightarrow \operatorname{Re} [A_1 e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t)}]$$

donde  $A_1$  es un número complejo.

La propagación de ondas electromagnéticas se describe con la ecuación siguiente (que no es más que un desarrollo de las ecuaciones de Maxwell en términos de  $\mathbf{E}$  y  $\mathbf{j}$ )

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} - \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t} \quad (2.30)$$

y reescribiéndola para las magnitudes perturbadas queda como:

$$-\mathbf{k} \times (\mathbf{k} \times \mathbf{E}_1) = \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{E}_1 + \frac{4\pi i \omega}{c^2} \mathbf{j}_1 \quad (2.31)$$

La solución de esta ecuación pasa por relacionar la corriente con el campo eléctrico y magnético mediante la ley de Ohm y el campo magnético con el eléctrico mediante las ecuaciones de Maxwell.

En su forma más general la intensidad del láser, a partir de la solución a la ecuación anterior, será de la forma:

$$I_L = \frac{E^2}{2\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}} \propto e^{-2\Im(k)x} e^{-2i[\Re(k)x - \omega t]} \quad (2.32)$$

donde  $I_L$  hace referencia a la intensidad de la onda electromagnética.

Como se puede ver, el parámetro  $\mathbf{k}$  puede ser descompuesto en parte real e imaginaria, de esta forma la parte real pasa a formar parte de la parte osculatoria de la solución mientras que la parte imaginaria supone un amortiguamiento (o una excitación) de la onda. El láser en este caso actúa como creador y excitador de dichas ondas (y es por ello que pueden aparecer fenómenos de resonancia), se define entonces el coeficiente de absorción como:

$$\alpha = 2\Im(k) \quad (2.33)$$

La absorción de la energía del láser se realiza principalmente mediante el mecanismo de absorción colisional aunque también se produce una absorción por resonancia y una absorción paramétrica.

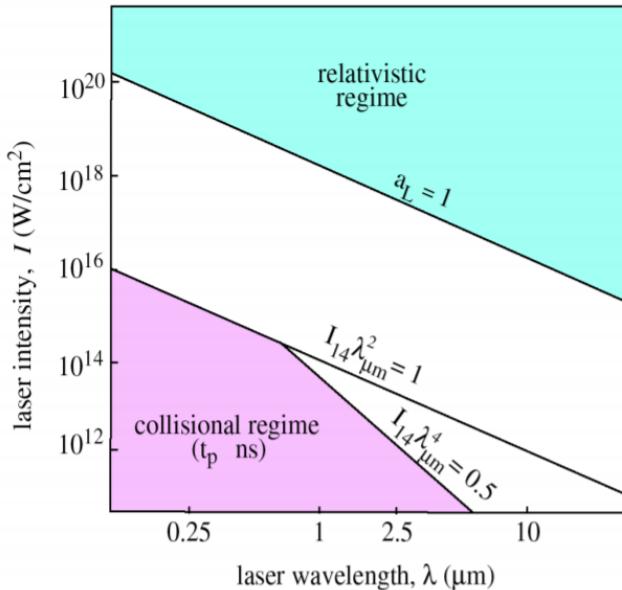


Figura 2.1: Regímenes de absorción en función de la intensidad y la longitud de onda del láser.

En realidad, son la intensidad y la longitud de onda las que determinan el mecanismo predominante

$$I_L \lambda_L^2 \leq 10^{18} W/cm^2 \mu m^2 \blacktriangleright \text{Régimen colisional}$$

$$I_L \lambda_L^2 \geq 10^{18} W/cm^2 \mu m^2 \blacktriangleright \text{Régimen relativista}$$

pero en los procesos de iluminación directa se trabaja en la zona de régimen colisional. Los métodos de absorción relativistas se discutirán en el apartado dedicado a la ignición por electrones relativistas, donde las intensidad del láser es mucho mayor y se aprovecha este tipo de fenómenos para generar una haz de partículas con el cual ignitar el combustible.

### 2.2.1. Absorción colisional

En este caso el calentamiento se debe a un fenómeno conocido como Bremsstrahlung inverso. Este fenómeno consiste en la transferencia de energía de un fotón a un electrón del núcleo el cual ve incrementada su energía. En la figura subyacente se puede observar un esquema del proceso.

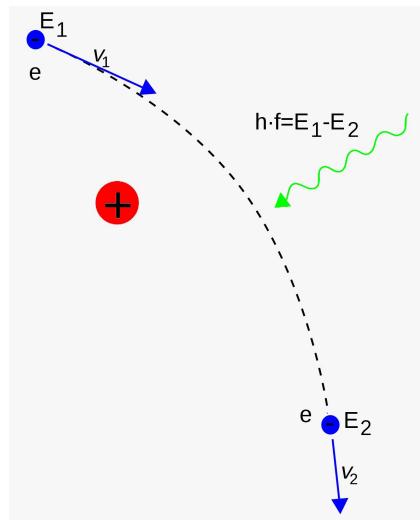


Figura 2.2: Bremsstrahlung inverso.

El problema está en que los fotones que conforman el haz láser solo pueden penetrar hasta la densidad crítica del plasma, es decir, hasta que la frecuencia del láser y del plasma coincidan.

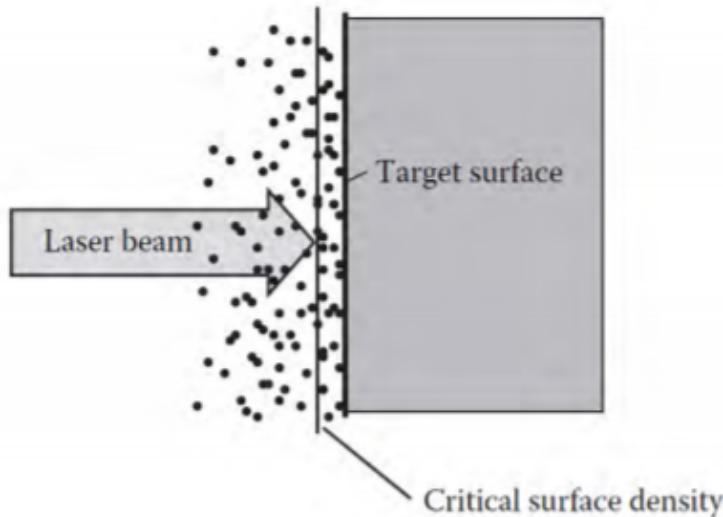


Figura 2.3: Densidad crítica.

La frecuencia del plasma se define como

$$\omega_{pe}^2 \equiv \frac{e^2 n_{0e}}{\varepsilon_0 m_e}, \quad \omega_{pi}^2 \equiv \frac{(Ze)^2 n_{0i}}{\varepsilon_0 m_i} \quad (2.34)$$

En este caso son los electrones los que se ven acelerados por el fenómeno de Bremsstrahlung inverso y son ellos los que luego de acelerarse colisionan con otros electrones o con los iones. Igualando esta frecuencia a la del láser, expresada según su longitud de onda  $\omega_L = 2\pi c/\lambda$ , se obtiene la densidad crítica del plasma

$$n_c = \frac{\pi m_e c^2}{e^2 \lambda^2} \quad (2.35)$$

donde  $n_c$  hace referencia a la densidad crítica, densidad a partir de la cual no penetra más el láser.

A partir de la ecuación de propagación se halla el coeficiente de absorción el cual resulta

$$\alpha = \frac{\nu_{ec}}{c} \left( \frac{n_e}{n_c} \right)^2 / \sqrt{1 - n_e/n_c} \quad (2.36)$$

Desarrollando los términos se puede llegar a una expresión más transparente del coeficiente:

$$\alpha \propto \left( \frac{n_e}{n_c} \right)^2 T_e^{-3/2} \lambda^{-2} \left( 1 - \frac{n_e}{n_c} \right)^{-1/2} \quad (2.37)$$

Gracias a este coeficiente se puede estimar qué porcentaje de energía es realmente absorbida por la capa de ablación. Tomando una distribución de densidad homogénea para el plasma de la capa de ablación  $n = n_0 \exp(x/L)$  la fracción de luz absorbida es:

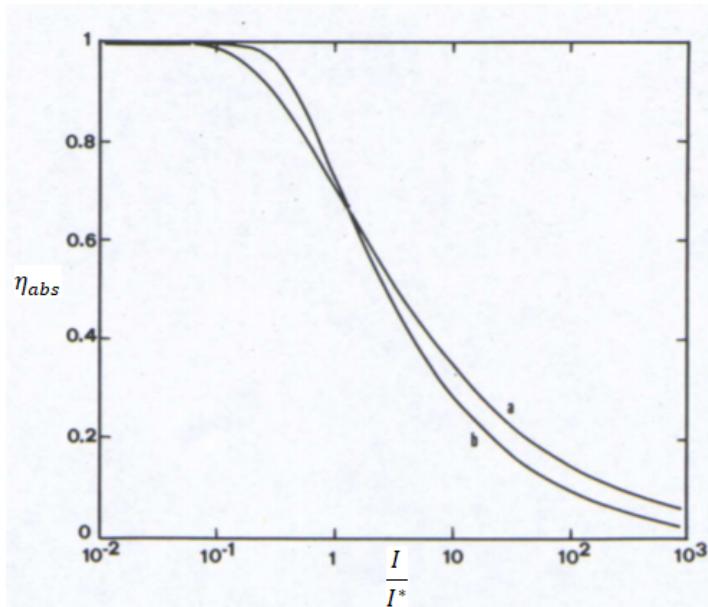


Figura 2.4: Fracción de luz absorbida.

$$\eta_{abs} = 1 - \exp \left( 2 \int_0^\infty \alpha(x) dx \right) = 1 - \exp \left( -\frac{8v_{ei}L}{3c} \right) \quad (2.38)$$

donde el último miembro se deduce de la definición de  $\alpha$  y del siguiente modelo de absorción de luz:

$$\nu_{\text{abs}} \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2 = \nu_{\text{ei}} \frac{1}{2} n m \nu_{\text{osc}}^2$$

$$\alpha = \frac{\nu_{\text{abs}}}{v_g} = \frac{\nu_{\text{abs}}}{c\mu} = \nu_{\text{ei}} \frac{n m \nu_{\text{osc}}^2}{c \mu \varepsilon_0 E^2} = \nu_{\text{ei}} \frac{n e^2 E^2}{c \mu \varepsilon_0 E^2 m \omega^2}$$

$$\alpha = \left( \frac{n e^2}{\varepsilon_0 m} \right) \frac{\nu_{\text{ei}}}{c \mu \omega^2} = \frac{\omega_p^2 \nu_{\text{ei}}}{c \omega^2} \left( 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right)^{-1/2}$$

donde  $\nu_{\text{abs}}$  es la frecuencia de absorción,  $\nu_{\text{osc}}$  es la frecuencia de oscilación de los electrones,  $\nu_{\text{ei}}$  es la frecuencia de colisión de electrones con iones y  $v_g = d\omega/dk$  es la velocidad de los grupos de electrones. Según este modelo se tiene que:

$$\eta_{\text{abs}} = 1 - \exp \left( -\frac{8}{3} \frac{\nu_{\text{ec}}}{c} L \right) \approx 1 - \exp \left( -0.007 \frac{ZL}{\lambda_L^2 T_e^{3/2}} \right) \quad (2.39)$$

Con  $L$  y  $\lambda_L$  en  $\mu\text{m}$  y la temperatura en KeV. Lo cual nos permite, tomando el plasma subcrítico como isotermo, estimar el balance de flujos de calor en la superficie crítica:

$$I_L \eta_{\text{abs}} = 4 \rho_c (\Gamma_B T_e)^{3/2} f \quad (2.40)$$

donde se ha introducido la densidad crítica  $\rho_c = (A m_p / Z) n_c$  la constante de gas ideal  $\Gamma_B = (Z + 1) k_B / (A m_p)$  y la inhibición de flujo  $f$ .

Para diferentes longitudes de onda e intensidades se obtuvieron experimentalmente los siguientes resultados (los cuales se asemejan bastante al modelo exponencial de la densidad).

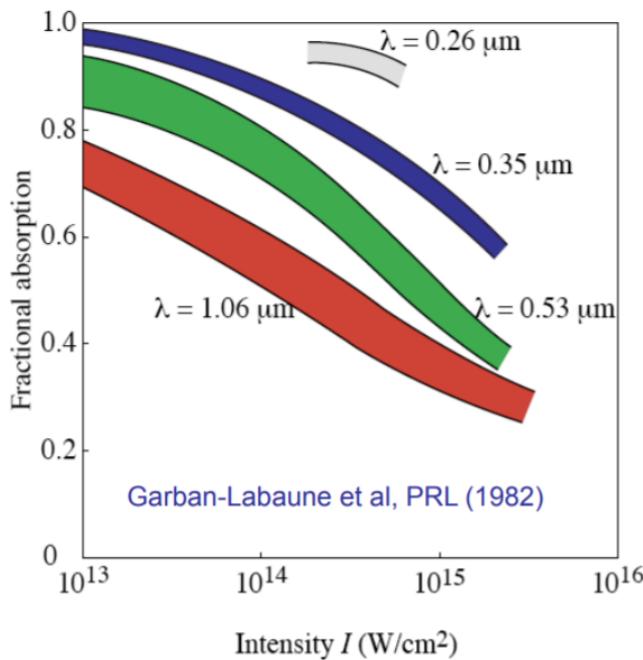


Figura 2.5: Absorción de luz en función de intensidad y longitud de onda.

### 2.2.2. Absorción por resonancia

La absorción por resonancia acaece solo bajo condiciones muy específicas. Para que aparezca resonancia es necesario que la frecuencia del láser coincida con la frecuencia del plasma y que la luz láser tenga polarización paralela, es decir que el campo eléctrico tenga la misma dirección que la de propagación de la onda, y además la frecuencia del láser tiene que coincidir con la del plasma, por tanto la resonancia ocurre en la capa de densidad crítica. La figura 2.6 es un esquema del fenómeno de resonancia en función de los dos tipos de polarización lineal (longitudinal o transversal) que puede tener el haz láser.

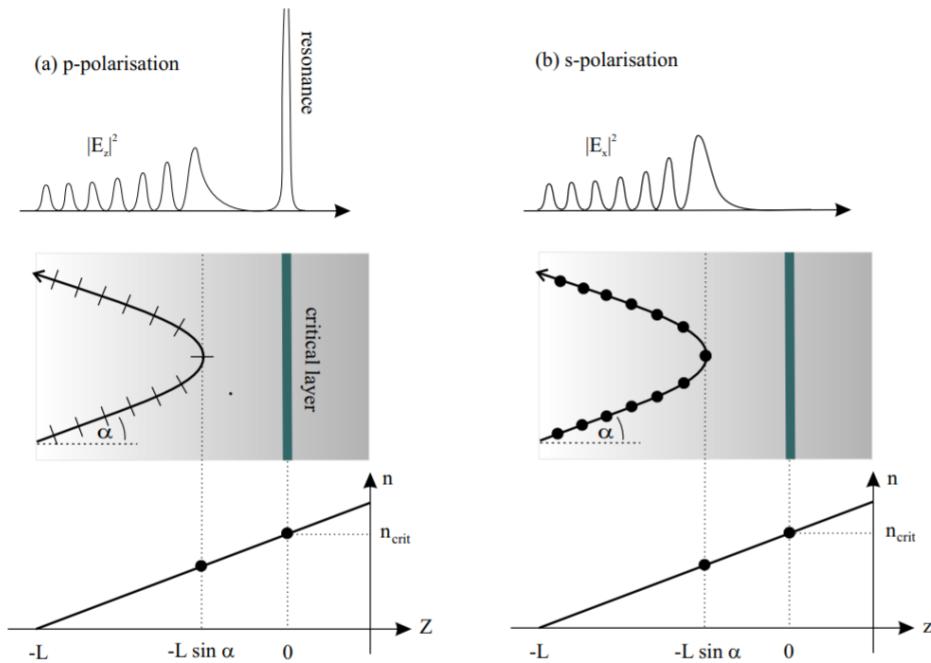


Figura 2.6: Resonancia en función de la polarización del haz.

En este caso se toma un perfil de densidad lineal lo cual no se aleja de la realidad para el segmento de plasma considerado.

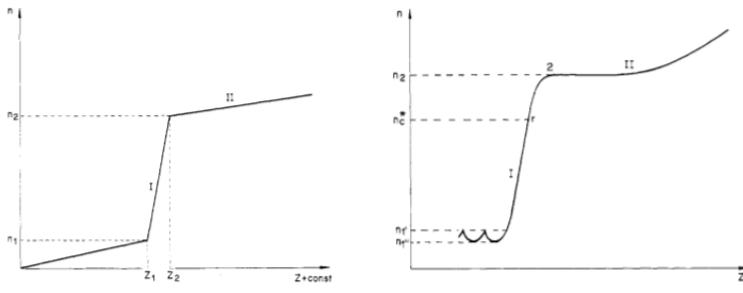


Figura 2.7: Densidad de la corona de plasma.

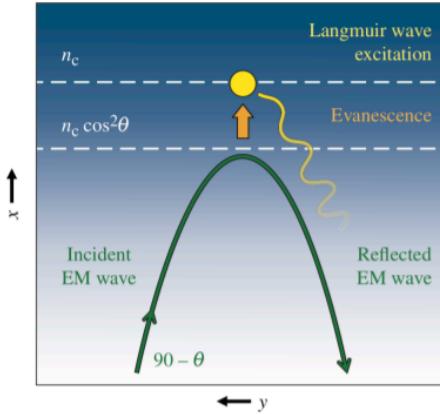


Figura 2.8: Esquema de propagación de la onda electromagnética.

De acuerdo al modelo lineal la dispersión local de ondas electromagnéticas está determinada por el número de onda de la dirección paralela

$$k_{\parallel} = (\omega_L/c) [\cos^2 \theta - n_e(x)/n_c]^{1/2} \quad (2.41)$$

donde  $\omega_L$  es la frecuencia del láser.

La onda se propaga hasta una densidad  $n_e \cos^2 \theta$  donde se separa en ondas reflejadas y ondas evanescentes. La onda evanescente atraviesa el resto del plasma hasta llegar a la densidad crítica donde excita una onda electrónica en el plasma (EPW).

El coeficiente de absorción de este mecanismo para un plasma con un perfil de densidad lineal y para un láser p-polarizado es:

$$\alpha_R = 36\tau^2 \frac{|Ai(\tau)|^3}{|Ai(\tau)|} \quad (2.42)$$

donde  $Ai$  es la función de Airy y el parámetro  $\tau$  se obtiene mediante:

$$\tau = \left( \frac{2\pi L}{\lambda_L} \right)^{2/3} \sin^2 \theta$$

Experimentalmente se ha comprobado que la energía absorbida en función del parámetro  $q = (\frac{\omega_L L}{c})^{2/3} \sin^2 \theta$  conduce a la curva que muestra la figura 2.9.

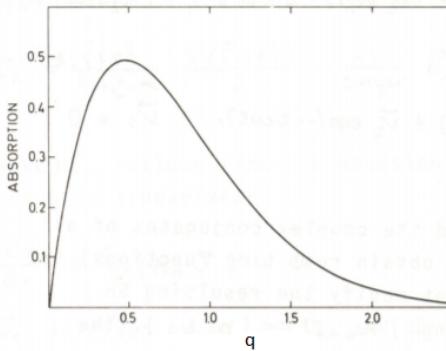


Figura 2.9: Dependencia de la absorción de energía con el parámetro  $q$ .

Como se puede ver para una onda de incidencia normal ( $\theta = 0$ ) no se tiene ninguna absorción por resonancia aunque en plasmas magnetizados sí puede producirse este tipo de absorción aún cuando  $\theta = 0$ .

### 2.2.3. Otros mecanismos de absorción

Además de estos dos tipos de absorción existen muchos más fenómenos que son resultado del carácter oscilatorio de la radiación y que implican el acoplamiento entre ondas que aparecen como resultado de ecuaciones no lineales de propagación y que generalmente se asocian con inestabilidades, lo cual puede provocar que mecanismos de absorción más eficaces se vean impedidos y así baje la eficiencia del proceso.

En la dispersión estimulada de Raman (Stimulated Raman Scattering) las ondas del láser se acoplan con ondas de tipo Langmuir del plasma, las cuales son oscilaciones electrónicas de alta frecuencia fruto de inestabilidades eléctricas en el interior del plasma. Mientras, en la dispersión estimulada de Brillouin (Stimulated Brillouin Scattering) las ondas del láser se acoplan con ondas iónicas acústicas.

Además los fotones del láser pueden decaer dando lugar a una quasi-partícula conocida como plasmón (asociada a una oscilación colectiva local de densidad de carga) y dando lugar a una onda acústica en un proceso conocido como decaimiento paramétrico (Parametric Decay) o los mismos fotones pueden decaer originando dos ondas de Langmuir en lo que se conoce como decaimiento de dos plasmones (Two Plasmon Decay).

## 2.3. Transferencia de calor y ondas térmicas

Las ondas térmicas son junto con la convección hidrodinámica los mecanismos de transmisión de energía dentro del material. La energía en este caso la transportan electrones y protones calientes por medio de la conducción y de la difusión. Estos mecanismos son especialmente relevantes a altas temperaturas ya que pueden evacuar calor del blanco más rápido que lo que la hidrodinámica lo concentra.

Las ondas térmicas y las ondas de choque suelen ocurrir en distintos lugares y al mismo tiempo y, aunque avanzan a velocidades diferentes, el paso de una puede influir en el comportamiento de otra.

Es necesario destacar que aunque la descripción de la transmisión de calor por medio de la difusión y conducción posibilita un estudio sencillo del que se pueden extraer conclusiones bastante acertadas no dejan de ser herramientas rudimentarias para el estudio de plasmas y es por ello que hoy en día se usan métodos numéricos basados en la descripción cinética.

### 2.3.1. Difusión

La difusión de electrones, iones y fotones es fácil de estudiar fenomenológicamente tomando un flujo de calor  $\mathbf{q}$  proporcional a la densidad energética  $U$ .

$$\mathbf{q} \approx -\frac{v_{av}\lambda}{3} \nabla U \quad (2.43)$$

donde  $\lambda$  es el camino libre y  $v_{av}$  es la velocidad promedio.

En el caso en el que la longitud característica es mucho mayor que el camino libre y los electrones e iones son capaces de equilibrarse térmicamente, al menos de manera local, se puede establecer una relación entre densidad energética y temperatura de forma que:

$$\mathbf{q} = -\chi(T) \nabla T \quad (2.44)$$

donde

$$\chi = \frac{v_{av}\lambda}{3} \frac{dU}{dT}$$

La difusión de electrones es sencilla de describir tomando a estos como gas

ideal, la cual es una hipótesis válida como se vio en la sección dedicada al estudio del plasma .De esta forma la densidad energética y la velocidad son:

$$U_e = 3/2 n_e k_B T_e$$

$$v_{av} \propto \sqrt{\frac{k_B T_e}{m_e}}$$

$$\lambda = \frac{1}{n_e \sigma_c} \propto T_e^2$$

donde  $k_b$  es la constante de Boltzman.

Esto nos permite aproximar el coeficiente  $\chi_e$  mediante:

$$\chi_e = \chi_{e0} T^{5/2}$$

De forma que la ecuación que describe el flujo de difusión de electrones queda:

$$\mathbf{q}_e = -\chi_{e0} T^{5/2} \nabla T \quad (2.45)$$

### 2.3.2. Conducción

La conducción electrónica juega un papel clave en la capa de ablación ya que es el mecanismo principal por el cual la energía depositada por el láser se transfiere a la capa de ablación. El calentamiento se produce por efecto Joule, por tanto es necesario remontarse hasta la ecuación de Fokker-Planck de la descripción cinética para poder determinar la densidad de corriente. La ecuación colisional de Fokker-Planck se reescribirá con objeto de facilitar el desarrollo de la misma.

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla f - \frac{e}{m} (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \nabla_v f = A \nabla_v \cdot \left( \frac{\nabla_v f}{v} - \frac{\mathbf{v} (\mathbf{v} \cdot \nabla_v f)}{v^3} \right) + C_{ee}(f) \quad (2.46)$$

donde se hace uso del parámetro  $A = (2\pi n Z e^4 / m^2) L n \Lambda$  y  $C_{ee}$  es el término colisional electrón-electrón.

Para obtener la función de distribución de electrones se recurre a un modelo de perturbaciones respecto a una distribución maxwelliana.

$$f(v, \mu) = f_0(v) + \mu f_1(v) \quad (2.47)$$

donde  $\mu = \cos(\theta)$ , con  $\theta$  como ángulo que forma  $\mathbf{v}$  con el gradiente, y

$$f_0(v) = \frac{n}{2\pi^{2/3}v_{th}^3} e^{\frac{-v^2}{2v_{th}^2}} \quad (2.48)$$

$$v_{th} = \sqrt{\frac{k_B T}{m}} \quad (2.49)$$

Introduciendo esta solución en la ecuación de Fokker-Planck se obtiene:

$$\partial f_1 / \partial t + v \partial f_0 / \partial x - (e/mv) \|\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}\| \partial f_0 / \partial v = - (2A/v^3) f_1 \quad (2.50)$$

Con lo que se puede determinar la solución de primer orden:

$$f_1(v) = -\frac{v^4}{2A} \left( \frac{\partial f_0}{\partial x} - \frac{e}{mv} \|\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}\| \frac{\partial f_0}{\partial v} \right) \quad (2.51)$$

Se ha querido conservar el término de las fuerzas no colisionales al completo ya que así se puede estudiar el comportamiento de la conducción en blancos magnetizados. En la descripción cinética se determinó que la corriente de cargas era

$$\mathbf{j} = q_\alpha \int \mathbf{v} f_\alpha d^3v \quad (2.52)$$

y dado que el efecto Joule supone una transformación íntegra de la corriente en calor finalmente se obtiene

$$q = \mathbf{j} \cdot \mathbf{E} = \int \frac{mv^2}{2} \mu v f_1 d^3v \quad (2.53)$$

Sin embargo el flujo de calor y los gradientes térmicos están limitados ya que la función integrada tiene la siguiente forma:

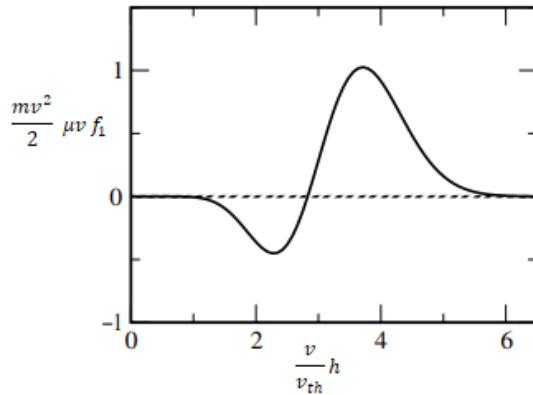


Figura 2.10: Conducción de calor.

Y como se puede apreciar, algunos electrones circulan en sentido contrario a la onda de calor disipando la energía y limitando el flujo

### 2.3.3. Radiación

La radiación es la difusión de fotones la cual es más compleja ya que su número no se conserva, aunque es proporcional a  $T^3$ . La radiación es el mecanismo dominante en materiales ópticamente gruesos. Se define profundidad óptica como

$$\tau = Ln \left( \frac{S^i}{S^t} \right) \quad (2.54)$$

donde  $S^i$  es el flujo de radiación recibido y  $S^t$  es el flujo de radiación transmitido.

Los materiales ópticamente gruesos se definen por  $\tau \gg$ . La energía por radiación transportada en la dirección  $\Omega$  a través de un área  $dA$  con el ángulo sólido  $d\Omega$  en el intervalo de frecuencias  $d\nu$  y en un tiempo  $dt$  es:

$$dE_R = I_\nu(\mathbf{r}, \Omega, t) dA d\Omega d\nu dt \quad (2.55)$$

donde  $I_\nu$  se conoce como intensidad espectral y puede ser calculada mediante la siguiente fórmula:

$$\frac{1}{c} \frac{\partial I_\nu}{\partial t} + \boldsymbol{\Omega} \cdot \nabla I_\nu = \eta_\nu \left( 1 + \frac{c^2}{2h\nu^3} I_\nu \right) - \kappa_\nu I_\nu \quad (2.56)$$

donde el primer término del segundo miembro de la ecuación hace referencia a una emisión espontánea y el segundo término hace referencia a la absorción de radiación.

Una vez determinada la intensidad espectral, esta puede integrarse para obtener la densidad espectral de energía de radiación, es decir, dependiente de la frecuencia

$$U_\nu = \int \frac{I_\nu}{c} d\Omega \quad (2.57)$$

E integrando la densidad espectral de energía para todas las frecuencias, se obtiene la densidad de energía total.

$$U = \int_0^\infty U_\nu d\nu \quad (2.58)$$

Para el equilibrio térmico la intensidad espectral está definida por la ley de Planck:

$$I_{\nu p} = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{\exp(h\nu/k_B T) - 1} \quad (2.59)$$

Y por tanto la densidad de energía total resulta

$$U_p = \frac{\pi^2}{15\hbar^3 c^3} (k_B T)^4 = \frac{4\sigma_B}{c} T^4 \quad (2.60)$$

donde  $c$  es la velocidad de la luz y  $\sigma_B$  es la constante de Stefan-Boltzman,  $k_B$  es la constante de Boltzmann y  $\hbar$  es la constante de Planck  $h$  dividida por  $2\pi$ .

Dado que el camino libre de los fotones es una compleja función que depende de la frecuencia, la densidad y la temperatura, se usa en esta descripción el camino libre medio de Rosseland y así se tiene que para los fotones el coeficiente  $\chi_r$  toma la forma:

$$\chi_r = \frac{16}{3} \sigma_B T^3 \lambda_{r(\rho, T)}$$

Y por tanto el flujo de calor debido a la radiación es:

$$\mathbf{q}_r = -\frac{16}{3} \sigma_B T^3 \lambda_{r(\rho, T)} \nabla T \quad (2.61)$$

### 2.3.4. Ondas térmicas

Los dos tipos de ondas térmicas relacionadas con la hidrodinámica que son relevantes en la fusión por confinamiento inercial son las ondas térmicas supersónicas y las ablativas. Cuando un material es alcanzado repentinamente por un haz láser que transporta una energía  $q_{ex}$  y la deposita en la superficie crítica se forma una onda de choque supersónica que avanza hacia el interior del material mientras que la densidad se mantiene inalterada. Al cabo de poco tiempo comienza el movimiento hidrodinámico resultante del aumento de temperatura del material y una onda de rarefacción (descompresiva) parte desde el exterior de la capa de ablación siguiendo a la onda de choque (compresiva). La situación que se tiene ahora es la de una onda térmica subsónica ablativa que puede avanzar por un material ópticamente transparente, como en la figura 2.11.b, o por un material ópticamente grueso, como en la figura 2.11.c

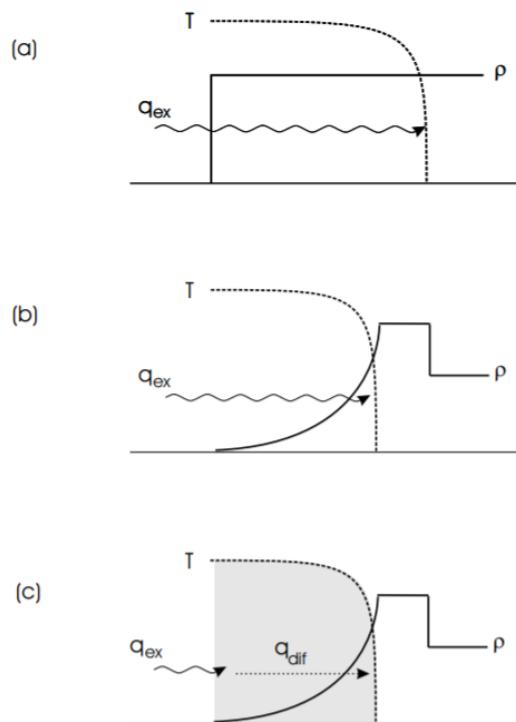


Figura 2.11: Diferentes tipos de ondas térmicas: (a) supersónica, (b) ablativa y (c) ablativa en un medio ópticamente grueso

En la fusión nuclear por confinamiento inercial (ICF) la última de las tres es la más importante ya que la energía transportada por el láser se deposita en la superficie crítica por un mecanismo u otro y una vez allí los electrones toman el relevo transportando el grueso de energía de forma conductiva. Sin embargo existen contribuciones de otros mecanismos y en ocasiones estos efectos pueden resultar adversos como ocurre con materiales pesados que irradian energía al vacío al calentarse.

Para describir los procesos fluidodinámicos que ocurren en un material sacudido por una onda térmica es más sencillo recurrir a las ecuaciones de la fluidodinámica de Lagrange. Esta formulación, a diferencia de la de Euler no toma volúmenes de control de masa variable sino que usa un sistema de referencia que se mueve con la masa. Esta formulación es más efectiva cuando se trata con procesos en los que existen fuertes compresiones y diferentes materiales como es el caso. En esta sección se tratará con las ecuaciones del movimiento plano ya que su formulación es más sencilla y la generalización a movimientos cilíndricos y esféricos consiste tan solo en aplicar los factores métricos correspondientes. Las ecuaciones de fluidodinámica lagrangiana unidimensionales para el caso de movimiento plano son:

$$\begin{cases} \frac{\partial V}{\partial t} = \frac{\partial u}{\partial m} \\ \frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial m} \\ \frac{\partial e}{\partial t} + p \frac{\partial V}{\partial t} = -\frac{\partial q}{\partial m} \end{cases} \quad (2.62)$$

donde  $V = 1/\rho = V(m, t)$  es volumen específico,  $u = u(m, t)$  es velocidad,  $p = p(m, t)$  es presión,  $e = e(m, t)$  es energía específica y  $q = q(m, t)$  es flujo de calor, también específico. Como se puede apreciar las variables fluidodinámicas se expresan en función de la coordenada másica  $m$  en lugar de en función de la coordenada espacial  $x$ .

Para completar la descripción de las ondas térmicas, el flujo de calor se modeliza mediante:

$$\frac{\partial q}{\partial m} = -k(e, V)q$$

$$q = -\chi(e, V) \frac{\partial e}{\partial m}$$

Para la absorción de energía externa y la difusión de calor respectivamente. Y para las funciones  $\chi$  y  $k$  se usarán los modelos exponenciales (Pakula y Sigel):

$$k = k_0 e^{-l} v^{-(r-1)}$$

$$\chi = \chi_1 e^l v^r$$

donde  $k_0$ ,  $\chi_1$ ,  $l$  y  $r$  son constantes que se determinan según las propiedades del problema.

Por último, también es necesario hacer uso de una ecuación de estado, la cual se emplea de forma generalizada mediante:

$$e = \frac{pv}{\gamma - 1} = c_0 T^\delta$$

### Onda térmica supersónica

Dado que la onda térmica supersónica no implica movimiento hidrodinámico se puede describir simplemente haciendo uso de:

$$\begin{cases} \frac{\partial e}{\partial t} = -\frac{\partial q}{\partial m} \\ \frac{\partial q}{\partial m} = -k_0 e^{-l} q \end{cases} \quad (2.63)$$

Ecuaciones que para un flujo de calor constante  $q_0$  en  $m = 0$  tienen solución analítica:

$$\begin{aligned} q(m, t) &= q_0 \left(1 - \frac{m}{m_f}\right)^{1/l} \\ e(m, t) &= [(l+1)\kappa_0 q_0 t]^{1/(l+1)} \left(1 - \frac{m}{m_f}\right)^{1/l} \\ m_f(t) &= [(l+1)\kappa_0 q_0 t]^{l/(l+1)} / \frac{1}{\kappa_0 l} \end{aligned}$$

### Onda térmica ablativa

En cambio, para una onda de térmica ablativa la solución es más compleja ya que es necesario usar todas las ecuaciones anteriormente mencionadas. Para flujo de calor externo continuo  $q_0$  se pueden recurrir a las denominadas soluciones autosemejantes. El primer paso para obtener estas soluciones es aplicar el

teorema II para reducir así el número de variables de las que depende el problema adimensionalizándolo adecuadamente. Aplicando el teorema II a este problema se concluye que las soluciones han de tener la forma:

$$x = A_x t^{\tau_x} X(\xi)$$

donde se hace uso de la variable adimensional:

$$\xi = \frac{m}{At^\tau}$$

Los coeficientes  $A_x$  y el coeficiente  $A$  junto con los exponentes  $\tau_x$  y el exponente  $\tau$  cumplen determinadas por el análisis dimensional, es decir, han de estar relacionados de forma que las dimensiones sean consistentes. Por otra parte las funciones características  $X(\chi)$  se obtienen sustituyendo en las ecuaciones que definen el problema, en este caso las ecuaciones de Lagrange de la fluidodinámica. Así las variables del problema se expresan como:

$$\begin{aligned} q(m, t) &= A_q t^{\tau_q} Q(\xi) \\ e(m, t) &= A_e t^{\tau_e} E(\xi) \\ u(m, t) &= A_u t^{\tau_u} U(\xi) \\ p(m, t) &= A_p t^{\tau_p} P(\xi) \\ V(m, t) &= A_V t^{\tau_V} V(\xi) \end{aligned} \tag{2.64}$$

con coeficientes dimensionales que cumplan las ecuaciones:

$$A_e = A_u^2 = A_q/A = (A_p/A)^2 = (A_V A)^2$$

y exponentes temporales que obedezcan:

$$\tau_e = 2\tau_u = \tau_s + 1 - \tau = \tau_p + 2(1 - \tau) = 2(\tau_V + \tau - 1)$$

Por medio de las condiciones de contorno se cierra el problema.

En el caso de flujo de calor constante, que sería una situación típica de los primeros instantes de la ablación, las condiciones de contorno resultan:

$$\begin{aligned} \frac{\partial q}{\partial m} &= k_0 e^{-l} v^{-(r-1)} q \\ A_q &= q_0 \\ \tau_q &= 0 \end{aligned}$$

De esta forma se obtienen el resto de variables:

$$\begin{aligned}
 q(m, t) &= q_0 Q(\xi) \\
 e(m, t) &= q_0^{2r/N} \cdot (\kappa_0 t)^{2/N} \cdot E(\xi) \\
 u(m, t) &= q_0^{r/N} \cdot (\kappa_0 t)^{1/N} \cdot U(\xi) \\
 p(m, t) &= q_0^{1-r/N} \cdot (\kappa_0 t)^{-1/N} \cdot P(\xi) \\
 V(m, t) &= q_0^{-1+3r/N} \cdot (\kappa_0 t)^{3/N} \cdot V(\xi) \\
 m/t &= q_0^{1-2r/N} \cdot (\kappa_0 t)^{-2/N} \cdot \xi
 \end{aligned} \tag{2.65}$$

donde  $N = (2l + 3r - 1)$ .

Introduciendo estas soluciones en las ecuaciones de Lagrange, en función del valor que tengan  $l$ ,  $r$  y  $\gamma$  para el material y la geometría del problema, las funciones características tienen distintas formas:

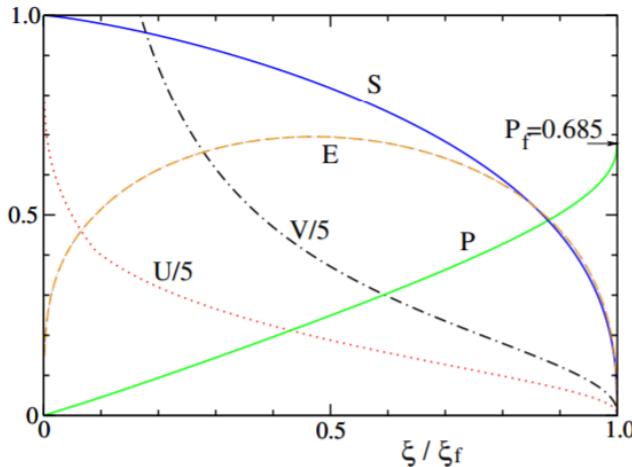


Figura 2.12: Funciones características con parámetros  $l = 3/2$ ,  $r = 2$  y  $\gamma = 5/3$  correspondientes a una onda de calor ablativa generada por absorción colisional en plasma completamente ionizado.

Para este caso,  $P(\xi_f) = 0.685$  y  $\xi_f = 0.732$ .

Sin embargo, a medida que se desarrolla la ablación la conducción va desempeñando un papel más importante en la conducción de calor y las condiciones de contorno son las de un flujo de calor difusivo:

$$q = -\chi(e, V) \frac{\partial e}{\partial m}$$

$$A_q = \chi_1 A_e^{l+1} A_V^r / A$$

$$\tau_q = (l+1)\tau_e + r\tau_r - \tau$$

Y con ello se determina que las soluciones tienen la forma:

$$\begin{aligned} q(m, t) &= q_0 Q(\xi) \\ e(m, t) &= q_0^{2(r+2)/N} \cdot (t/\chi_1)^{2/N} \cdot E(\xi) \\ u(m, t) &= q_0^{(r+2)/N} \cdot (t/\chi_1)^{1/N} \cdot U(\xi) \\ p(m, t) &= q_0^{2(l+r+1)/N} \cdot (t/\chi_1)^{-1/N} \cdot P(\xi) \\ V(m, t) &= q_0^{-2(l-1)/N} \cdot (t/\chi_1)^{3/N} \cdot \mathcal{V}(\xi) \\ m/t &= q_0^{(2l+r)/N} \cdot (t/\chi_1)^{-2/N} \cdot \xi \end{aligned} \quad (2.66)$$

donde  $N = (2l + 3r + 4)$  y las funciones características son de la forma que aparecen en la figura 2.13:

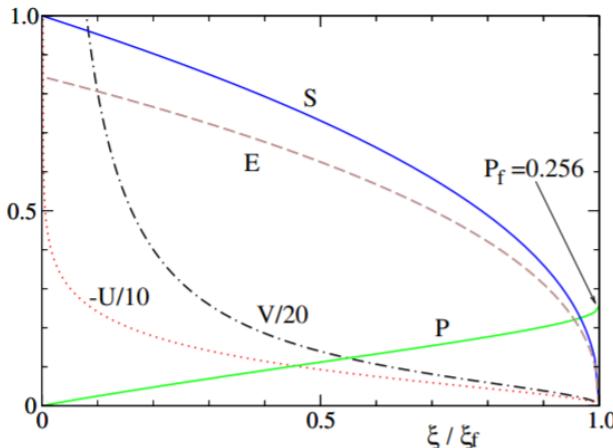


Figura 2.13: Funciones características con parámetros  $l = 7/3$ ,  $r = 0$  y  $\gamma = 1.2$ .

Para este caso,  $P(\xi_f) = 0.685$  y  $\xi_f = 0.732$ .

De esta forma quedan determinadas completamente la presión ablación y la masa eyectada en función del flujo de calor externo el cual viene definido por los parámetros del láser. En estos dos últimos casos las presiones de ablación fueron:

$$p_a = q_0^{1-\frac{1}{4}}(k_0 t)^{-1/8}0.685$$

$$p_a = q_0^{1-\frac{10}{13}}\left(\frac{t}{\chi_1}\right)^{-3/26}0.256$$

y las masas de ablación

$$\dot{m}_a = q_0^{1/2}(k_0 t)^{-1/4}0.732$$

$$\dot{m}_a = q_0^{7/13}\left(\frac{t}{\chi_1}\right)^{-3/13}0.247$$

para ablación por absorción directa y para ablación con flujo de calor difusivo respectivamente. Los coeficientes  $q_0$  y  $k_0$  o  $\chi_1$  son los que ligan estas soluciones con los parámetros del láser ya que  $q_0 \propto I_L$  mientras que  $k_0$  y  $\chi_1$  se determinan mediante la longitud de onda.

## 2.4. Ablación estacionaria

la ablación estacionaria ocurre en materiales ópticamente delgados cuando la absorción es local en el frente de ablación. En el caso de la ablación por iluminación directa esto es cuando la absorción de energía se localiza en la superficie crítica. Aunque la ablación ocurra de forma estacionaria la fluidodinámica no tiene por qué serlo ya que los gradientes de presión y temperatura motivan el movimiento del fluido. En la figura 2.14 se puede apreciar la forma que adquieren las variables termodinámicas para un modelo muy sencillo en el cual el calentamiento de la corona formada por el plasma expelido por la onda de rarefacción es isotermo y la energía se deposita directamente en la superficie.

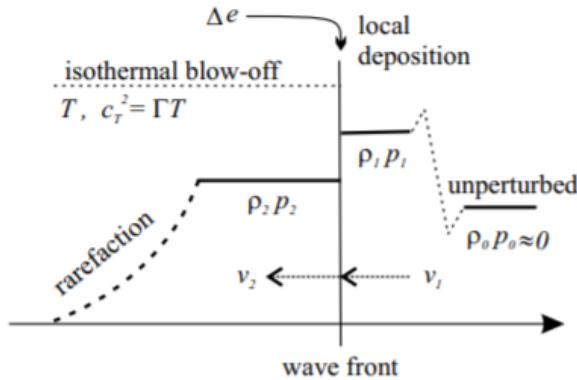


Figura 2.14: Esquema de una onda de ablación estacionaria.

El balance de flujos energéticos en el frente se expresa según:

$$q_{ext} = \rho_2 v_2 \Delta e + \rho_2 a_t^3 \quad (2.67)$$

donde  $a_t = (\Gamma T)^{1/2}$  es la velocidad del sonido isotérmica.

### 2.4.1. Detonación y deflagración

La combustión de la capa de ablación puede ocurrir repentinamente y a velocidades supersónicas implicando la existencia de ondas de choque, en cuyo caso se hablará de detonación, o por el contrario la combustión puede ser más lenta y estar regida por los fenómenos de conducción térmica en cuyo caso se hablará de deflagración.

En ambos casos las ecuaciones de conservación a ambos lados del frente de ablación son:

$$\begin{cases} \rho_2 v_2 = \rho_1 v_1 = j = cte. \\ p_2 + \rho_2 v_2^2 = p_1 + \rho_1 v_1^2 \\ e_2 + \frac{p_2}{\rho_2} + \frac{v_2^2}{2} = e_1 + \frac{p_1}{\rho_1} + \frac{v_1^2}{2} + \Delta e \end{cases} \quad (2.68)$$

De las dos primeras ecuaciones se llega a que:

$$\frac{p_2 - p_1}{\frac{1}{\rho_2} - \frac{1}{\rho_1}} = -j^2 = cte \quad (2.69)$$

Como se puede ver, para subidas de presión se tendrán también incrementos de densidad (detonación) mientras que para bajadas de presión se tendrán decrementos de densidad (deflagración). Este concepto se puede plasmar muy bien con la curva de Hugoniot para detonaciones y deflagraciones.

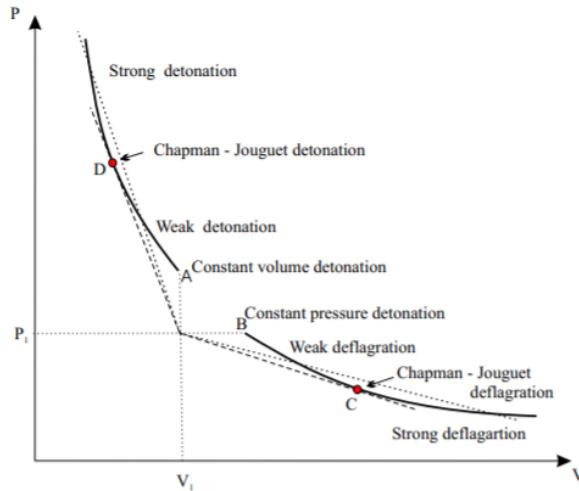


Figura 2.15: Curva de Hugoniot para detonaciones y deflagraciones.

En esta figura  $V = \frac{1}{\rho}$  es el volumen específico.

### 2.4.2. Ablación láser estacionaria

En esta sección se pretende aplicar todos los planteamientos y deducciones anteriores para establecer, de manera sencilla y concisa, una correlación entre los parámetros que definen el haz y los parámetros que definen la ablación y que serán empleados más adelante en el modelo cohete. Como se vio en el apartado 2.2.1, el láser solo es capaz de propagarse hasta la densidad crítica

$$n_c = \frac{\pi m_e c^2}{e^2 \lambda^2} \quad (2.70)$$

Y debido a que la energía de la onda no se absorbe completamente habrá que estimar la transferencia de energía mediante un coeficiente, en este caso  $\eta_{abs}$

$$\eta_{abs} = 1 - \exp \left( -\frac{8}{3} \frac{\nu_{ec}}{c} L \right) \approx 1 - \exp \left( -0.007 \frac{ZL}{\lambda_L^2 T_e^{3/2}} \right) \quad (2.71)$$

Esto nos permite formular un balance de flujos en la superficie crítica donde, debido a la baja densidad del material de ablación, no existe detonación

$$I_L \eta_{abs} = 4\rho_c (\Gamma_B T_e)^{3/2} f \quad (2.72)$$

donde  $\rho_c = \frac{A}{Z} m_p n_c$  está definida por  $A$  y  $Z$  los números másico y atómico respectivamente.

Ahora, haciendo uso de la definición de velocidad del sonido isotérmica y de la ecuación de estado se obtienen finalmente:

$$T_c = \frac{1}{\Gamma} \left( \frac{I_L}{4\rho_c} \right)^{2/3} \quad (2.73)$$

$$p_a = 2\rho_c a_t^2 = \left( \frac{\rho_c}{2} \right)^{1/3} I_L^{2/3} \quad (2.74)$$

$$\dot{m}_a = \rho_c a_t = \left( \frac{\rho_c}{2} \right)^{2/3} I_L^{1/3} \quad (2.75)$$

Ecuaciones que son válidas para una ablación plana, sin tener en cuenta transmisión de calor por electrones supratérmicos ni radiación, con ionización completa y despreciando la energía de ionización (esto último es bastante correcto para materiales con bajo número atómico).

El esquema de la onda de ablación es el que aparece en la figura 2.16.

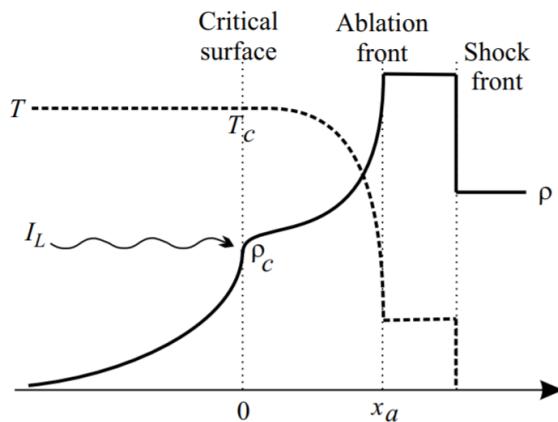


Figura 2.16: Onda de ablación estacionaria para ablación láser directa.

Por último, es necesario comentar que el espacio que queda entre la superficie crítica y el frente de ablación es una distancia que la energía ha de salvar por medio de la conducción. Según el modelo estacionario podemos obtener fácilmente que el espesor de la capa de conducción es:

$$x_a \propto (I_L \lambda^2)^{4/3} \lambda^2 \quad (2.76)$$

Así, los parámetros del láser  $I_L$  y  $\lambda$  han de ser optimizados. Hasta ahora una longitud de onda corta parecía ser siempre beneficiosa, ya que aumenta el coeficiente de absorción  $\eta_{abs}$ , la presión de ablación  $p_a$  y la masa eyectada  $\dot{m}_a$  pero por contrapartida una longitud de onda muy corta estrecha la capa de ablación. Esto último es un problema ya que cuando se trata con blancos reales, en los que aparecen irregularidades, y con láseres reales, cuya iluminación puede no ser por completo homogénea, es la capa de conducción la que cumple una función uniformizante evitando así dichas inestabilidades.

## 2.5. Modelo cohete de la capa de ablación

Un modelo que describe de forma sencilla el efecto de la eyección de masa de la capa de ablación hacia el exterior es conocido como "modelo cohete". El calentamiento por parte del láser de la capa de ablación produce que la masa de esta capa se acelere hacia el exterior al mismo tiempo que, a modo de reacción, se crea una presión que acelera el combustible nuclear hacia el centro generándose así una implosión. El nombre de este modelo se debe a que fue desarrollado para estudiar el comportamiento de lanzadores y misiles puesto que su método de propulsión consiste en desprenderte de parte de su masa total a una gran velocidad produciéndose así un empuje en la dirección contraria que propulsa la aeronave.

Se considera que el material que conforma la capa de ablación se vaporiza por efecto del láser y la materia es eyectada a una velocidad  $v_{exp}$  de forma estacionaria. Aunque la velocidad de expulsión de materia varía a lo largo del proceso, sí se puede considerar constante para cada instante de tiempo, así el problema será resuelto mediante la sucesión de varias soluciones que serían como imágenes congeladas del proceso integradas a lo largo del tiempo.

Mientras el láser aporta energía, el proceso se puede considerar isotermo y por tanto la velocidad  $v_{exp}$  será la del sonido de un gas en expansión a temperatura constante ya que se expande al vacío:  $a_{iso} = \sqrt{p/\rho} = cte$ . La masa  $M = M(t)$  y el radio  $R = R(t)$  decrecen a lo largo del tiempo a medida que la cápsula

de combustible se acelera hacia el centro bajo acción de una presión  $p_a$ . La dinámica del movimiento de la cápsula se puede escribir como:

$$M \frac{du}{dt} = -4\pi R^2 p_a \quad (2.77)$$

donde  $u = dR/dt$  es la velocidad de implosión. Como se puede observar, aunque la masa cambie con el tiempo, no se introduce la derivada de la masa ya que esta es constante para cada "instantánea" del proceso.

La ecuación que define el gasto másico (es decir, la variación de masa) es:

$$\frac{dM}{dt} = -4\pi R^2 \dot{m} \quad (2.78)$$

donde  $\dot{m}$  hace referencia a la cantidad de masa ablacionada por unidad de tiempo y área que a través de la ecuación de conservación de masa, en la superficie de ablación resulta ser:  $\dot{m} = \rho_a v_{exp}$ .

Dado que la velocidad de expulsión de masa es la del sonido,  $p_a = \dot{m}v_{exp}$ . Si se sustituye el térmico de la presión en la ecuación de la dinámica de la cápsula finalmente se obtiene la expresión:

$$\frac{du}{dt} = \frac{v_{exp}}{M} \frac{dM}{dt} \quad (2.79)$$

Que puede integrarse desde el instante inicial, en el cual  $u_{t=0} = 0$  y  $M_{t=0} = M_0$ , y un tiempo arbitrario para obtener la ecuación del cohete.

$$u = v_{exp} \ln \left( \frac{M_0}{M} \right)$$

Si se integra hasta el tiempo en el cual el material colapsa en el centro se tiene la denominada velocidad de implosión

$$v_{imp} = v_{exp} \ln \left( \frac{M_0}{M_1} \right) \quad (2.80)$$

La velocidad de implosión juega un papel clave en la compresión del núcleo y en las posibilidades de que en el blanco se produzca la fusión ya que toda la energía cinética con la que colapsa se convertirá en energía interna del material como se verá en capítulos posteriores. Se puede apreciar la dependencia directa de la velocidad de implosión con la velocidad de expulsión de masa. Para estimar la eficiencia con la que el blanco ha sido comprimido gracias a la acción de la

capa de ablación se introduce el parámetro de eficiencia hidrodinámica que se define como:

$$\eta_h = \frac{E_{imp}}{E_a} \quad (2.81)$$

donde  $E_{imp}$  es la energía cinética de implosión y  $E_a$  es la energía cinética del material de ablación expelido. Ambas energías se pueden obtener de las siguientes expresiones:

$$E_{imp} = \frac{1}{2} M_1 v_{exp}^2 \left[ \ln \left( \frac{M_0}{M_1} \right) \right]^2$$

$$E_a = \frac{1}{2} (M_0 - M_1) v_{exp}^2$$

Dividiendo ambas expresiones se obtiene el parámetro de eficiencia hidrodinámica en función tan solo de la relación entre la masa inicial (de la capa de ablación junto con el combustible) y masa final (en la que prácticamente toda la capa de ablación se ha vaporizado).

$$\eta_h = \frac{M_1/M_0 [\ln(M_1/M_0)]^2}{1 - M_1/M_0} \quad (2.82)$$

El parámetro  $M_1/M_0$  se conoce como fracción de masa comprimida y si se dibuja la anterior función el resultado es:

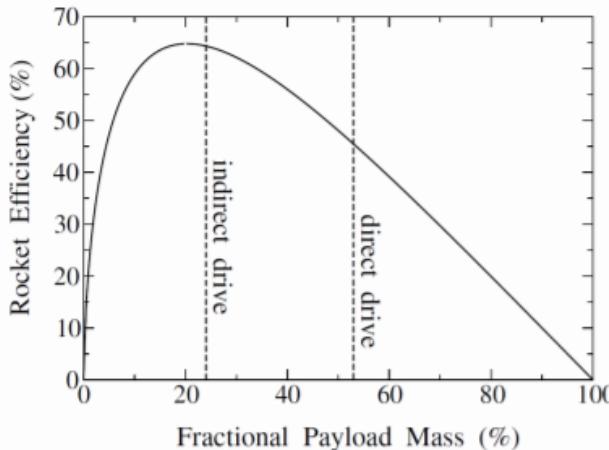


Figura 2.17: Eficiencia hidrodinámica.



# Capítulo 3

## Confinamiento inercial

Tras la una primera interacción entre el láser y el blanco, la presión originada por la eyección de masa de la capa de ablación a alta velocidad provoca la aceleración del combustible termonuclear hacia el centro de la cápsula. El objetivo es hacer colapsar el material en ese punto, aumentando así su densidad y su temperatura, para establecer unas condiciones propicias en el combustible para la fusión nuclear ocurra.

Mientras que el movimiento hidrodinámico tiende a concentrar tanto la masa como la temperatura otros fenómenos como la radiación, la conducción y las inestabilidades hidrodinámicas tenderán a relajar las extremas condiciones del confinamiento por lo cual desde un punto de vista práctico se tendrán que evitar, mitigar o anular en la medida de lo posible para conseguir una fusión eficiente.

En esta etapa el combustible se acelera hacia el interior pero la interacción entre la capa de ablación y el láser continúa y más material ablativo es eyectado hacia el exterior. Aunque la cápsula se encuentre en fase de plasma en este capítulo se estudia la convergencia hidrodinámica del combustible de manera que la forma más sencilla de analizar el proceso es suponiendo que la interacción láser-plasma en la capa de ablación genera una presión que comprime un fluido ideal mientras que el vacío exterior provoca una descompresión de las capas más externas.

### 3.1. Compresión hidrodinámica

Las características deseadas para el confinamiento son la rapidez y la isoentropía. Por un lado la presión de ablación resultante de la interacción láser-blanco genera ondas de choque que recorren el combustible y por otro lado el vacío exterior provoca ondas de rarefacción. Dado que intervienen en el proceso ondas de choque y de rarefacción no se puede conseguir una compresión completamente isoentrópica, sin embargo se puede diseñar la compresión para que sea lo más isoentrópica posible.

Se estudiará por un lado el fenómeno de ondas de choque y de rarefacción y por otro las condiciones en las que un fluido puede comprimirse isoentrópicamente y con ello se establecerán los límites del comportamiento del fluido durante la compresión.

Aunque para esta descripción se ha considerado el plasma como fluido ideal anteriores discusiones sobre la descripción del plasma como fluido muestran que este comportamiento no está lejos de la realidad.

#### 3.1.1. Ondas de choque y de rarefacción

##### Ecuaciones del gas ideal

En la fusión por confinamiento inercial las ondas de choque y de rarefacción juegan un papel determinante ya que son las encargadas de aumentar (o disminuir) la presión y la densidad del blanco y a su vez son los mecanismos causantes del incremento de entropía. Para lograr una compresión isoentrópica su dinámica ha de ser estudiada con detalle para poder así diseñar un pulso láser adecuado.

Una descripción básica de estos fenómenos se puede obtener por medio de las ecuaciones de Euler. Estas ecuaciones son una simplificación de las ecuaciones que gobiernan la mecánica de fluidos, es decir de las de Navier-Stokes, y no tienen en cuenta la viscosidad del fluido. Ambos sistemas de ecuaciones se basan en la conservación de la masa, del impulso y de la energía. Escritas de manera indicial las ecuaciones de Euler son:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t} \rho + \frac{\partial}{\partial x_k} (\rho u_k) = 0 \\ \frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_k} (\rho u_i u_k + p \delta_{ik}) = 0 \\ \frac{\partial}{\partial t} \left( \left( e + \frac{u^2}{2} \right) \rho \right) + \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \left( h + \frac{u^2}{2} \right) \rho u_k + q_k \right) = \dot{w} \end{cases} \quad (3.1)$$

donde  $\rho$  hace referencia a la densidad,  $\mathbf{u}$  a la velocidad promedio,  $p$  a la presión,  $e$  a la energía específica,  $q$  al flujo de calor y por último las fuentes de potencia exteriores están representadas mediante  $\dot{w}$ .

Sin embargo este sistema no está determinado y hará falta en este caso introducir una ecuación de estado para el gas ideal y una ecuación de estado para la energía específica, las cuales tendrán la forma:

$$p = p(\rho, T) \quad (3.2)$$

$$e = e(\rho, T) \quad (3.3)$$

El modelo fluidodinámico, como se vio en la descripción del plasma, está limitado por las longitudes y tiempo característicos. Además suponen la existencia de un equilibrio termodinámico y como se vio anteriormente este problema puede ser resuelto considerando el material como dos fluidos con diferentes temperaturas. Los caminos y tiempos característicos del combustible criogénico y del hot-spot son los que aparecen en la tabla 3.1

	$n_i$ (cm $^{-3}$ )	$T$ (keV)	$l$ (cm)	$\tau$ (sec)
<b>hot-spot</b>	$10^{25}$	10	$10^{-4}$	$10^{-12}$
<b>combustible frío</b>	$10^{26}$	1	$10^{-7}$	$10^{-14}$

Tabla 3.1: Densidades de partículas, temperaturas, caminos libres medios y tiempos de colisión medios típicos en los plasmas empleados en confinamiento inercial.

En contraste con estos valores se tienen longitudes características de la cápsula del orden de  $100\mu m$ , tiempos de implosión del orden de  $1 - 10ns$  y tiempos de quemado de entre  $10$  y  $100ps$ . Estos valores son mucho más grandes que los que aparecen en la tabla lo cual justifica el uso de la mecánica de fluidos para caracterizar este proceso físico.

Dado que se va a estudiar un flujo isoentrópico, es más práctico trabajar reemplazando la ecuación de la energía por la de entropía. La segunda ley de la termodinámica  $De = TDs - pD(1/\rho)$  relaciona ambas variables y sustituyendo finalmente se obtiene

$$\frac{Ds}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla \cdot \mathbf{q} + \frac{1}{\rho} \mathcal{P} \quad (3.4)$$

donde de nuevo se hace uso del operador:

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla$$

En el caso de fluidos isoentrópicos se tendrá además que:

$$\frac{Ds}{Dt} = 0$$

Y si el gas es también politrópico, en el caso adiabático se tiene una relación de la forma

$$\frac{p}{\rho^\gamma} = A(s)$$

Por lo tanto la condición de isoentroía puede expresarse como:

$$\frac{D(p/\rho^\gamma)}{Dt} = 0 \quad (3.5)$$

## Discontinuidades

Tanto ondas de choque como de rarefacción consisten en una discontinuidad finita en las propiedades de un fluido. Por lo tanto existirá una superficie que separe las dos regiones y que puede ser definida como  $f(\mathbf{x}, t) = 0$  y de esta forma la velocidad normal de avance será:

$$u_s = \frac{-\partial f / \partial t}{|\nabla f|}$$

Para formular las leyes de conservación se usan coordenadas relativas a la superficie, de esta forma las velocidades relativas están dadas por:

$$\mathbf{v} = \mathbf{u} - u_s \mathbf{n} \quad (3.6)$$

donde  $\mathbf{n}$  representa la velocidad normal de avance del frente de onda. Tomando el eje  $x$  en la dirección de avance de la discontinuidad el esquema de la onda es el siguiente:

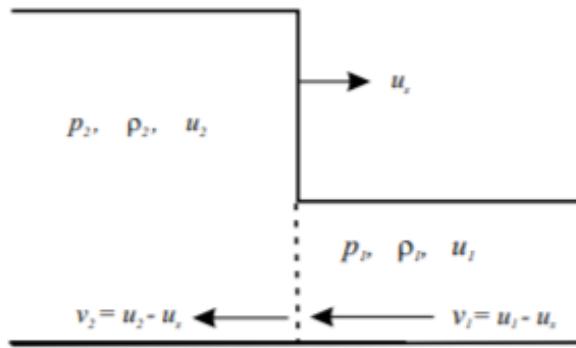


Figura 3.1: Figura esquemática de la discontinuidad.

Al estudiar el flujo que atraviesa la interfase y postular la conservación de masa, cantidad de movimiento y energía las ecuaciones resultantes son:

$$\begin{cases} \rho_1 v_{x1} = \rho_2 v_{x2} \\ \rho_1 v_{x1}^2 + p_1 = \rho_2 v_{x2}^2 + p_2 \\ \rho_1 v_{y1} v_{x1} = \rho_2 v_{y2} v_{x2} \\ \rho_1 v_{z1} v_{x1} = \rho_2 v_{z2} v_{x2} \\ (h_1 + \mathbf{v}_1^2/2) \rho_1 v_{x1} + q_1 = (h_2 + \mathbf{v}_2^2/2) \rho_2 v_{x2} + q_2 \end{cases} \quad (3.7)$$

En el caso de reacciones nucleares será necesario reescribir la ecuación de la energía pero de momento no. Se puede observar que una discontinuidad en la que no existe flujo de masa a través de la superficie ( $v_{x1} = v_{x2} = 0$ ) también es solución a este sistema de ecuaciones. En este tipo de discontinuidades dos corrientes con distintas propiedades termodinámicas fluyen de forma paralela sin mezclarse. En el caso de las ondas de choque (y de rarefacción) el flujo a través de la superficie de discontinuidad es  $\rho_1 v_{x1} = \rho_2 v_{x2}$  y escogiendo un sistema de referencia adecuado las ecuaciones pueden simplificarse haciendo que las velocidades  $v_{y1} = v_{y2}$  sean nulas.

$$\begin{cases} \rho_1 v_{x1} = \rho_2 v_{x2} = j \\ \rho_1 v_{x1}^2 + p_1 = \rho_2 v_{x2}^2 + p_2 \\ h_1 + \mathbf{v}_1^2/2 = h_2 + \mathbf{v}_2^2/2 \end{cases} \quad (3.8)$$

donde se ha introducido la constante  $j$  que representa el flujo de masa a través de la superficie.

Sustituyendo el valor de esta constante en la ecuación de la cantidad de movimiento se obtiene, que anteriormente fue mencionada en la descripción de las ondas ablativas:

$$\frac{p_2 - p_1}{\frac{1}{\rho_2} - \frac{1}{\rho_1}} = -j^2 \quad (3.9)$$

Y como es una cantidad definida positiva:

$$j = + \sqrt{\frac{p_2 - p_1}{\frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_2}}} \quad (3.10)$$

Lo cual permite dos soluciones posibles. En primer lugar si  $p_2 > p_1$  entonces  $\rho_2 > \rho_1$  y por tanto se tratará de una compresión, la onda en este caso se conoce como onda de choque. Por otro lado si  $p_2 < p_1$  entonces  $\rho_2 < \rho_1$  y se producirá una descompresión, la onda en este caso se conoce como onda de rarefacción.

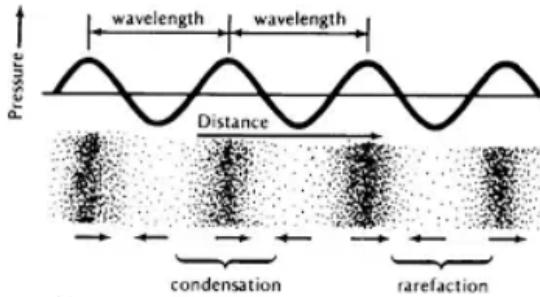


Figura 3.2: Esquema de la propagación de una onda de rarefacción.

La tercera ecuación conduce a la denominada condición de Hugoniot:

$$h(p_2, V_2) - h(p_1, V_1) = \frac{1}{2} (V_1 + V_2) (p_2 - p_1) \quad (3.11)$$

donde se ha hecho uso de  $V_1 = 1/\rho_1$  y  $V_2 = \rho_2$ . Esta relación permite determinar el estado termodinámico detrás de la onda en función de la entalpía específica. En el caso de un gas ideal cuya ecuación de estado sea  $e = pV/(\gamma - 1)$  la condición de Hugoniot se puede reescribir como:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{(\gamma + 1)p_2 + (\gamma - 1)p_1}{(\gamma + 1)p_1 + (\gamma - 1)p_2} \quad (3.12)$$

La curva que describe esta relación es llamada en ocasiones adiabática de Hugoniot y está representada en la figura 3.3:

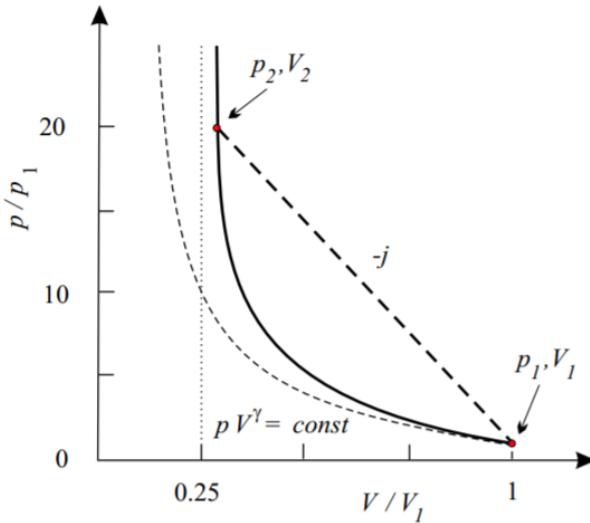


Figura 3.3: Adiabática de Hugoniot para  $\gamma = 5/3$ .

Se pueden apreciar dos comportamientos. El punto 1 corresponde al límite de onda de choque débil y en este caso el comportamiento sí es adiabático. Por otra parte el punto 2 corresponde al límite de onda fuerte donde el salto de presiones aunque sea mayor no consigue una mayor compresión.

$$(\rho_2/\rho_1)_{\max} = (\gamma + 1)/(\gamma - 1) \quad (3.13)$$

Esto quiere decir que, a diferencia de la compresión isoentrópica no se puede comprimir hasta una densidad teóricamente infinita el combustible. La solución al fuerte incremento de entropía que produce una única onda de choque es el uso de sucesivas ondas de choque más débiles ya que su comportamiento es más cercano al isoentrópico.

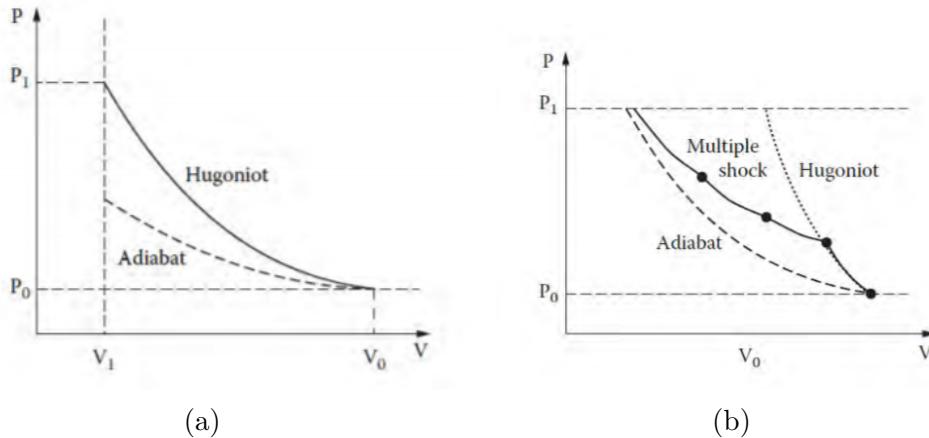


Figura 3.4: Compresión mediante una única onda de choque (a) frente a compresión mediante varias ondas de choque (b).

### 3.1.2. Flujo isoentrópico

#### Flujo plano isoentrópico y método de las características

En este caso se estudiará la evolución isoentrópica plana de un gas politrópico en el cual, como se vio anteriormente, existe una relación de la forma:

$$\frac{p}{\rho^\gamma} = A(s_0) \quad (3.14)$$

En este caso el parámetro relacionado con la entropía es constante y esto permite establecer una serie de relaciones entre las variables fluidodinámicas que serán de gran utilidad en planteamientos posteriores:

$$\frac{p}{p_0} = \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma = \left( \frac{a}{a_0} \right)^{\frac{2\gamma}{\gamma-1}} \quad (3.15)$$

donde  $a = dp/d\rho = \gamma p/\rho$  es la velocidad del sonido adiabática y las magnitudes con subíndice 0 hacen denotan el valor de las magnitudes en un estado tomado como referencia.

Como el flujo es plano solo dependerá de una coordenada espacial, en este caso  $x$ , y las ecuaciones de Euler quedan:

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial u}{\partial x} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{a^2}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} = 0 \end{cases} \quad (3.16)$$

donde se ha sustituido el gradiente de presiones por  $a^2 \partial \rho / \partial x$  haciendo uso de las relaciones anteriores y eliminando así un parámetro.

Si se multiplica la primera ecuación por  $\pm a / \rho$  y se suma a la segunda se obtiene:

$$\frac{Du}{Dt} \Big|_{C_{\pm}} \pm \frac{a}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} \Big|_{C_{\pm}} = 0 \quad (3.17)$$

donde

$$\frac{D}{Dt} \Big|_{C_{\pm}} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + (u \pm a) \frac{\partial}{\partial x}$$

representa la derivada temporal de una magnitud física a lo largo de lo que se denominan 'curvas características' y se denotan con  $C_{\pm}$  dependiendo del signo que tome su definición.

En términos físicos estas curvas características representan las trayectorias que describen pequeñas perturbaciones acústicas que viajan tanto a izquierda como a derecha, de ahí que existan dos características. Es común en este método denotar la velocidad del sonido como  $c$  en lugar de como  $a$  así que de aquí en adelante se empleará dicha notación. Las curvas están definidas en el plano espacio-temporal como:

$$\frac{dx_{C_{\pm}}}{dt} = u(x, t) \pm c(x, t) \quad (3.18)$$

De la ecuación 3.17 se deduce que a lo largo de estas características ha de conservarse la magnitud:

$$J_{\pm} = u \pm \int_{C_{\pm}} \frac{c}{\rho} d\rho \quad (3.19)$$

Estas cantidades se denominan 'variables de Riemann' y para el caso isoentrópico resultan ser

$$J_{\pm} = u \pm \frac{2}{\gamma - 1} c \quad (3.20)$$

Una vez definidas estas curvas características se puede describir el estado de cualquier punto del plano espacio-tiempo a partir de otros puntos con propiedades conocidas. Generalmente a partir de las condiciones iniciales y de contorno se puede, por medio de la intersección de curvas características, determinar el estado de cualquier otro punto. Un esquema del método aparece en la figura siguiente:

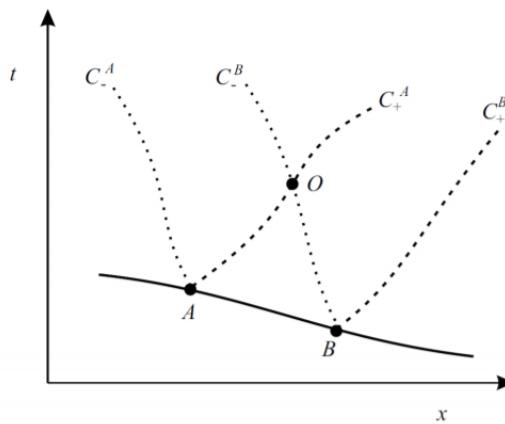


Figura 3.5: Esquema del método de las características.

Para calcular el estado del punto 0 simplemente se han de seguir las características que parten de los puntos  $A$  y  $B$  a lo largo de las cuales se conservan las magnitudes:

$$J_+^A = u_A + \frac{2c_A}{\gamma - 1} \quad J_-^B = u_B - \frac{2c_B}{\gamma - 1}$$

Y dado que el punto 0 es donde convergen dichas características:

$$J_+^A = u_0 + \frac{2c_0}{\gamma - 1} \quad J_-^B = u_0 - \frac{2c_0}{\gamma - 1}$$

Por lo tanto las propiedades fluidodinámicas del punto 0 son:

$$u_0 = \frac{J_+^A + J_-^B}{2}$$

$$c_0 = \frac{\gamma - 1}{2} \left( \frac{J_+^A - J_-^B}{2} \right)$$

### Compresión isoentrópica

Este método resulta muy útil a la hora de determinar la configuración de un fluido que experimenta una compresión. Para estudiar la compresión unidimensional es útil considerar un cilindro semiinfinito delimitado por un pistón cuya posición se determina con  $X_p(t)$ . En el interior del cilindro existe un gas en reposo ( $u_0 = 0$ ) con presión  $p_0$  y densidad  $\rho_0$ . En este caso se estudia una compresión centrada lo cual implica que la posición del pistón a lo largo del tiempo no es una función arbitraria. Esta distribución es de especial interés ya que los blancos de fusión tienen simetría esférica y por tanto se desea que la compresión converja a un punto: el centro de la esfera. Por conveniencia se escoge el punto en el que las características coinciden como  $x = 0$  y  $t = 0$ . La situación se ilustra en la siguiente figura:

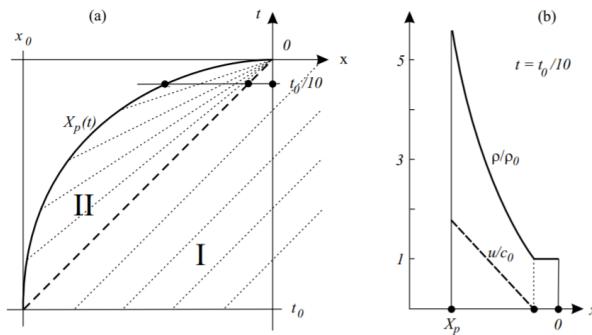


Figura 3.6: Representación de una compresión centrada en el plano x-t. En (a) distribución de las zonas y las características y en (b) distribución de densidad y velocidades para un tiempo  $t = t_0/10$ .

La primera perturbación producida por el movimiento del cilindro recorre el gas con velocidad  $c_0$  y por tanto dibuja una línea  $x_0 = c_0 t_0$  que divide el gas en dos regiones. Mientras que la zona  $I$  corresponde al gas estático y sin perturbar, en la zona  $II$  el fluido está siendo comprimido y acelerado a medida que avanza el pistón. A partir de las condiciones iniciales en la primera zona de gas sin perturbar se tendrá:

$$u = 0$$

$$c = c_0$$

Por otro lado en la zona del gas afectada por el pistón la velocidad del sonido se modifica:

$$c = c_0 + \frac{\gamma - 1}{2} u$$

Y para una compresión centrada el campo de velocidades de la zona *II* queda:

$$\frac{x}{t} = u + c = c_0 + \frac{\gamma + 1}{2} u$$

Relacionando las ecuaciones anteriores con el movimiento del pistón se puede encontrar la ley que determina su posición. Como  $u = dx_p/dt$  y  $c = c_p$  se tiene que:

$$\frac{dc_p(t)}{dt} = -\frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \frac{c_p}{t}$$

Y por integración:

$$\frac{c_p(t)}{c_0} = \left( \frac{\rho_p(t)}{\rho_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{2}} = \left( \frac{p_p(t)}{p_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{2\gamma}} = \left( \frac{t_0}{t} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma+1}}$$

Por lo que la ley de movimiento del pistón que consigue una compresión isoentrópica centrada es:

$$\frac{X_p(t)}{x_0} = \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} \left( \frac{t}{t_0} \right)^{\frac{2}{\gamma+1}} - \frac{2}{\gamma - 1} \frac{t}{t_0}$$

Como se puede observar la velocidad aumenta a lo largo del tiempo (es decir que el pistón se acelera) hasta que en  $t \rightarrow 0$  diverge. En este punto, que es donde convergen las características, toda la masa del cilindro que en un instante inicial se distribuía a lo largo del intervalo  $[x_0, 0]$  se ve comprimida en un espacio infinitesimal por lo que su presión y densidad tienden a infinito. Esta singularidad no existe más que en el papel ya que se ha modelizado la compresión como un proceso isoentrópico. Además una compresión de este tipo requiere una potencia infinita ya que:

$$P(t) \propto p_p(t) u_p(t) \propto |t|^{-(3\gamma-1)/(\gamma-1)}$$

Sin embargo el modelo isoentrópico arroja luz sobre cómo debería comportarse la cápsula de combustible para conseguir una alta compresión.

### Descompresión isoentrópica

El método de las características resulta también útil a la hora de describir el comportamiento de un fluido que experimenta una descompresión. Para estudiar la descompresión unidimensional de nuevo se considera un cilindro semi-infinito limitado por un pistón pero esta vez, tras una aceleración instantánea en el tiempo  $t = 0$ , se desplaza hacia la izquierda con velocidad constante  $-u_p$ . En este caso se estudia también un proceso centrado ya que existe en un primer momento una interfase entre la capa de ablación y el vacío exterior. En la figura 3.7 se pueden apreciar mejor los efectos sobre el fluido que ejerce el pistón con su movimiento y las tres diferentes zonas.

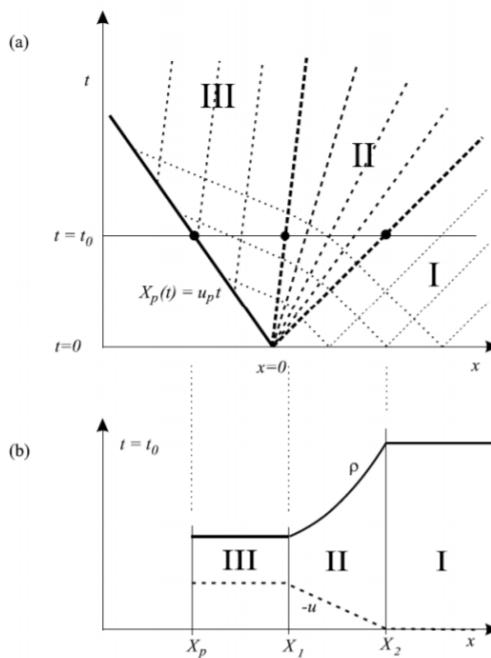


Figura 3.7: Representación de una compresión centrada en el plano x-t. En (a) distribución de las zonas y las características y en (b) distribución de densidad y velocidades para un tiempo  $t = t_0$ .

La perturbación producida por el súbito movimiento del cilindro se transmite al gas a la velocidad del sonido en reposo  $c_0$  pero el paso de la perturbación cambia las propiedades del gas, descomprimiéndolo, y las siguientes perturbaciones se propagan a menor velocidad. El gas en contacto con el cilindro se desplaza a la velocidad del cilindro, mientras, existe una región del gas aún sin perturbar

ya que la primera perturbación se propaga con velocidad  $c_0$ . Entre una y otra zona el gas se acelera y descomprime progresivamente.

La zona  $I$  de gas sin perturbar se caracteriza por una velocidad del sonido  $c_0$  y una velocidad  $u = 0$ . Estos valores son la solución del método de las características ya que los puntos del eje  $t = 0$  transportan las variables de Riemann:

$$J_+ = \frac{2c_0}{\gamma - 1} \quad J_- = \frac{-2c_0}{\gamma - 1}$$

Y por tanto el estado de la zona  $I$  es:

$$u = \frac{J_+ + J_-}{2} = 0 \quad c = \frac{\gamma - 1}{2} \left( \frac{J_+ - J_-}{2} \right) = c_0$$

Las características que cubren esta zona tienen pendiente  $\pm c$ .

En cambio la zona  $III$  de fluido que se mueve a la velocidad el pistón está determinada por otras características y la pendiente de estas será:

$$c = c_0 + \frac{\gamma - 1}{2} u$$

Dado que el fluido se desplaza con velocidad  $-u_p$  la velocidad de propagación será menor a la de la zona  $I$ . La variable de Riemann tomará el valor:

$$J_+ = u + \frac{2c}{\gamma - 1} = -2u_p + \frac{2c_0}{\gamma - 1}$$

y las características  $C_+$  que parten del pistón estarán descritas por:

$$\left. \frac{dx}{dt} \right|_{C_+} = c_0 - \frac{\gamma + 1}{2} u_p$$

Las líneas  $C_+$  además de ser rectas son paralelas lo cual significa que el flujo es uniforme en esa zona. El resto de propiedades del gas que sigue al pistón con velocidad  $-u_p$  se pueden extraer de las propiedades de isoentropía de la ecuación 3.15.

Por último queda describir el comportamiento de la zona  $II$ . Esta zona tiene un comportamiento interesante ya que al haberse acelerado el pistón instantáneamente no es posible establecer ninguna condición de contorno. Aunque todas las características  $C_+$  sean líneas rectas ya que parten del origen y no atraviesan otras zonas, no son paralelas entre sí y describen un abanico.

Por un punto arbitrario  $O$  de coordenadas  $x_O, t_O$  perteneciente a esta zona pasará una característica

$$x = (u_O + c_O)t$$

Y las propiedades de este punto serán:

$$u_O = \frac{2c_0}{\gamma + 1} \left( \frac{x_O}{c_0 t_O} - 1 \right) \quad c_O = \frac{2c_0}{\gamma + 1} \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} \frac{x_O}{c_0 t_O} \right)$$

De ello se puede determinar que para una velocidad del pistón

$$|u_{crit}| = \frac{2c_0}{\gamma - 1}$$

la última característica (la más cercana a la zona  $III$ ) tiene pendiente negativa y por tanto el flujo tras la zona  $II$  sería supersónico. Para velocidades mayores a la crítica, la región  $III$  se convertiría en un espacio vacío comprendido entre el pistón en  $x_p = -u_p t$  y el frente de rarefacción en  $x = -2c_0 t / (\gamma - 1) = -u_{crit} t$ . Justo en este caso se refleja el comportamiento del blanco de fusión ya que al ser vaporizada la capa de ablación esta se convierte en un gas que se expande hacia el vacío.

### Materia degenerada

La extrema compresión del combustible lo hace comparable a un gas de electrones degenerados de Fermi. En este estado los electrones están sometidos a tal compresión que ocupan densamente los niveles más bajos de energía de los átomos. Por el principio de exclusión de Pauli ningún electrón puede estar descrito por la misma función de onda, es decir, no puede poseer los mismos números cuánticos que lo definan. A partir de este principio se puede deducir que la presión de este gas será de la forma:

$$p_{deg} = \frac{(3\pi^2)^{2/3} \hbar^2}{5m} \left( \frac{N}{V} \right)^{5/3} = A_{deg} \rho^{5/3} \quad (3.21)$$

Donde  $A_{deg} = 2.1710^{12} (erg/g)(g/cm^3)^{-2/3}$  en el caso de una mezcla de deuterio-tritio (DT) equimolar.

Tomando como referencia esta presión se puede caracterizar la compresión mediante el parámetro de isoentropía  $\beta$ :

$$\beta = \frac{p(\rho, T)}{p_{deg}(\rho)} \quad (3.22)$$

De esta forma se puede comparar la evolución de la presión del blanco y comparar la entropía generada.

Desde un primer momento se ha propuesto un modelo de blanco consistente en una esfera hueca y esta característica está motivada por dos factores. El primero es que el espacio vacío que puede recorrer el material permite su aceleración y por tanto mejora la compresión ya que un blanco macizo ha de ser comprimido únicamente mediante ondas de choque. El segundo motivo es que permite una compresión más isoentrópica. Otra de las características comunes de los blancos es el estado criogénico del combustible termonuclear. Aunque por un lado supone problemas añadidos para la fabricación, una menor temperatura supone que el material parte de un estado de mínima entropía:

$$\beta \propto \frac{p_0}{r_0^{5/3}} \quad (3.23)$$

Además el gas interno es consecuencia de vaporización del material y aumenta mucho su entropía con el paso de ondas de choque por lo que tiene un efecto negativo, un material a menor temperatura tendrá menor presión de vapor y por tanto el gas interior será menos denso y una fuente de entropía menor.

## 3.2. Asimetrías de iluminación y blanco

Los modelos unidimensionales son muy útiles a la hora de determinar los aspectos más generales del proceso, sin embargo la asunción de simetría esférica es un planteamiento muy idealizado dado que las superficies del blanco poseen cierta rugosidad y dado que el láser no ilumina homogéneamente toda la superficie. Estos pequeños defectos en la simetría producen grandes efectos en la implosión. Las perturbaciones pueden clasificarse principalmente en dos tipos:

- Perturbaciones de tamaño comparable al de la cápsula.
- Perturbaciones de tamaño mucho menor que el de la cápsula.

Un modelo bidimensional a un cuarto permite reproducir la mayoría de las perturbaciones. Estas perturbaciones no deberían suponer ningún problema para la fusión, en principio, ya que suelen ser pequeñas, sin embargo las inestabilidades hidrodinámicas (que se estudiarán más adelante) hacen que las

perturbaciones iniciales crezcan rápidamente a lo largo del tiempo. Son estas perturbaciones amplificadas las que sí suponen un problema pero su gémen son las asimetrías iniciales, es por ello que serán tratadas a continuación.

### 3.2.1. Perturbaciones de gran tamaño

Las perturbaciones de gran tamaño están asociadas al número finito de haces láser que iluminan el blanco y a los defectos macroscópicos de este último. Estas perturbaciones llevan a una aceleración heterogénea del material y una pérdida de simetría esférica. Para simplificar los modelos que tienen en cuenta estas perturbaciones se asume que el blanco es perfectamente esférico y que es la presión la que no es uniforme. Comparada la variación de presión con la diferencia de radios inicial y de hot-spot:

$$\frac{\delta p}{p} \ll \frac{R_{hotspot}}{R_0} = \frac{1}{C_h} \quad (3.24)$$

donde queda definido  $C_h$ , ratio de convergencia al hot-spot. Este valor suele ser del orden de 30.

Las heterogeneidades del campo de presiones han sido descritas mediante armónicos esféricos:

$$p_\ell^m(\theta, \varphi) = \sqrt{(2l+1) \frac{(\ell-m)!}{(\ell+m)!}} P_\ell^m(\cos \theta) e^{im\varphi} \quad (3.25)$$

Donde  $P_\ell^m$  hace referencia a los polinomios asociados de Legendre.

$$P_\ell^m(x) = \frac{(-1)^m}{2^\ell \ell!} (1-x^2)^{m/2} \frac{d^{\ell+m}}{dx^{\ell+m}} (x^2 - 1)^\ell \quad (3.26)$$

En el caso bidimensional basta con un parámetro, en este caso  $l$ , para describir la forma del campo de presiones. De esta forma un campo homogéneo se describe con un armónico 'circular' de orden  $l = 0$  y uno extremadamente abrupto precisaría de la suma de infinidad de armónicos 'circulares'. En la figura inferior se plasman los resultados obtenidos para distintos modos de Legendre usados.

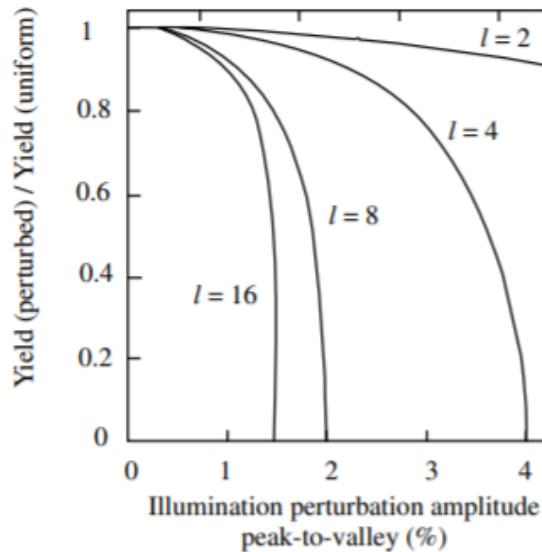


Figura 3.8: Disminución del rendimiento para blancos no simétricos para distintos valores de  $l$  en función de la amplitud de la perturbación.

Sin embargo, bajo ciertas condiciones, los blancos siguen siendo capaces de ignitar aun con deformidades. Esto se conoce como margen de ignición y será un factor determinante a la hora de estudiar la ignición y las inestabilidades. En la figura 3.9 se pueden ver dos blancos que han sido confinados de una forma heterogénea y mientras que uno es susceptible de ignición, el mayor de ellos, el otro no.

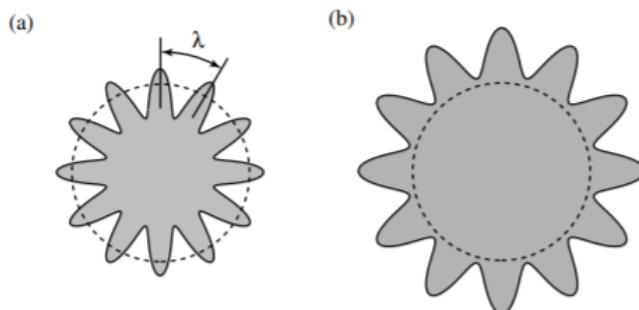


Figura 3.9: Dos blancos confinados con defectos de forma. El blanco (a) no es susceptible de ignición mientras que el (b) sí lo es.

Para que pueda ignitar y liberar la misma energía de fusión, el hot-spot debe tener el mismo volumen y densidad promedio que el esférico. Dado que la relación volumen/radio de los blancos crece con el número modal  $l \approx 2\pi R_h/\lambda$  y con la amplitud de la perturbación (que para la heterogeneidad del láser es  $A_L$ ) y dado que las pérdidas por conducción y emisión de partículas alfa también son proporcionales a  $l$  y  $A_L$ , estos factores juegan en detrimento del rendimiento del proceso. El margen de ignición y el rendimiento del proceso están también determinados por el ratio de convergencia  $C_h$  y aunque ratios mayores precisan iluminaciones más uniformes, la energía láser requerida para la ignición decrece fuertemente para ratios de convergencia grandes. Es por ello que se están desarrollando formas de iluminación más homogéneas como el uso de más perfiles individuales o el suavizado de los haces (beam smoothing) que suele ser por medio de radiación adicional.

### 3.2.2. Perturbaciones de pequeño tamaño

Aunque el tamaño característico de estas perturbaciones sea pequeño son más problemáticas que las anteriores ya que pueden amplificarse enormemente con las inestabilidades hidrodinámicas. Las pequeñas inestabilidades que nacen en las superficies de la cápsula crecen exponencialmente con el tiempo y están relacionadas con inestabilidades del tipo Rayleigh-Taylor que ocurren típicamente en interfasas entre fluidos con diferentes densidades cuando el de menor densidad se acelera hacia el de mayor densidad.

Dos situaciones de la implosión son altamente inestables. La primera se da cuando la eyección de plasma de baja densidad en la capa de ablación acelera el material denso hacia el interior ya que puede provocar la ruptura de la cápsula. La segunda se da al final de la implosión, cuando la presión del combustible gaseoso crece y decelera al combustible de la esfera, que se encontraba en estado criogénico. Por lo tanto las inestabilidades marcan un límite para el in-flight aspect ratio, para la rugosidad del blanco y para la no uniformidad de la irradiación. La medida en la cual las inestabilidades hidrodinámicas limitan estos valores será expuesta en la siguiente sección.

### 3.2.3. Escalado hidrodinámico de blancos

Tratando la hidrodinámica del blanco con la mayor sencillez aceptable, es posible establecer una relación, al menos de proporcionalidad, entre las principales variables que aparecen a la hora de diseñar un blanco de fusión.

$$E \approx \frac{1}{2} M v_{imp}^2 \sim \rho R^3 \sim \frac{(\rho R)^3}{\rho^2} \quad (3.27)$$

donde  $E$  es la energía aportada,  $M$  es la masa del blanco,  $v_{imp}$  es la velocidad de implosión (la máxima que alcanza el material durante la compresión),  $\rho$  es la densidad de confinamiento y  $R$  es el radio de confinamiento.

Se puede observar que se ha escrito de forma explícita el parámetro de confinamiento  $\rho R$  ya que es un parámetro determinado por la física de fusión y por tanto no es algo variable a nivel hidrodinámico. Volviendo al concepto de ratio de convergencia se define ratio de convergencia del combustible como medida de la simetría de la implosión:

$$C_f = \frac{R_0}{R} \quad (3.28)$$

De la conservación de masa de combustible es fácil obtener:

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \left( \frac{R_0}{R} \right)^3$$

por lo que:

$$\rho = \rho_0 C_f^3$$

Y volviendo al escalado hidrodinámico se obtiene una relación entre la energía necesaria para la compresión y la simetría de la implosión:

$$E \sim C_f^{-6} \quad (3.29)$$

Lo cual muestra una fuerte dependencia entre la simetría de la implosión y la energía necesaria para el confinamiento.

### 3.3. Inestabilidades hidrodinámicas

#### 3.3.1. Inestabilidades de Rayleigh-Taylor

Las inestabilidades hidrodinámicas más relevantes en la fusión por confinamiento inercial (ICF) son las de tipo Rayleigh-Taylor (RTI).

Las inestabilidades RTI ocurren cuando dos fluidos con distinta densidad están en contacto y están sometidos a una aceleración (como puede ser la gravedad)

bajo la cual un pequeño intercambio de masa supone un estado de menor energía potencial.

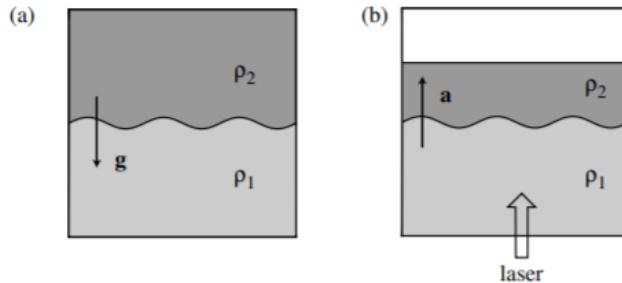


Figura 3.10: Dos casos equivalentes en los que existe una inestabilidad de tipo Rayleigh-Taylor.

Estas inestabilidades son inevitables ya que, después del paso de la primera onda de choque los materiales de la cápsula quedan en estado de plasma y tienen diferentes densidades. Luego, tras la deceleración, cuando el material se halla confinado también es susceptible de este tipo de inestabilidades. En la figura 3.11 se pueden ver los momentos clave del confinamiento desde el punto de vista de las inestabilidades

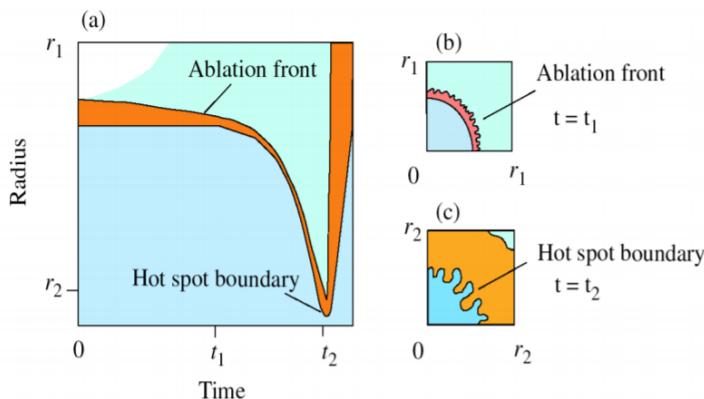


Figura 3.11: Evolución de la cápsula a lo largo del tiempo (a) y etapas características de la evolución de la inestabilidad en (b) y (c).

La evolución de las RTI se puede estudiar descomponiéndolas en modos y estudiando la evolución de cada modo a lo largo de distintos órdenes de perturbación.

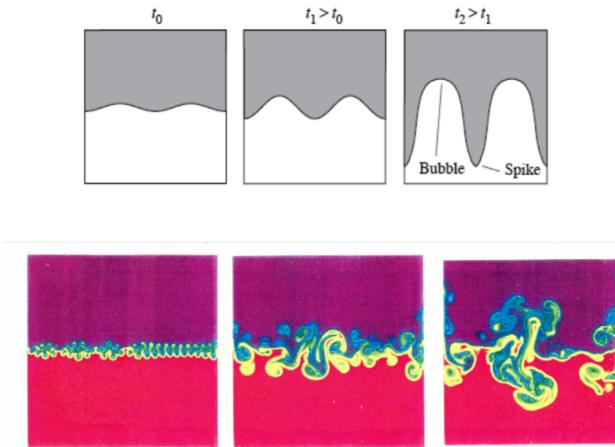


Figura 3.12: Modelización de la inestabilidad.

### RTI clásicas

En el problema lineal (o clásico) se consideran las perturbaciones sinusoidales, con longitud de onda  $\lambda = 2\pi/k$ , entre dos fluidos incompresibles. La forma general se puede obtener con la superposición de funciones sinusoidales pero lo más relevante es estudiar la evolución de la amplitud.

Para un modo aislado se tiene:

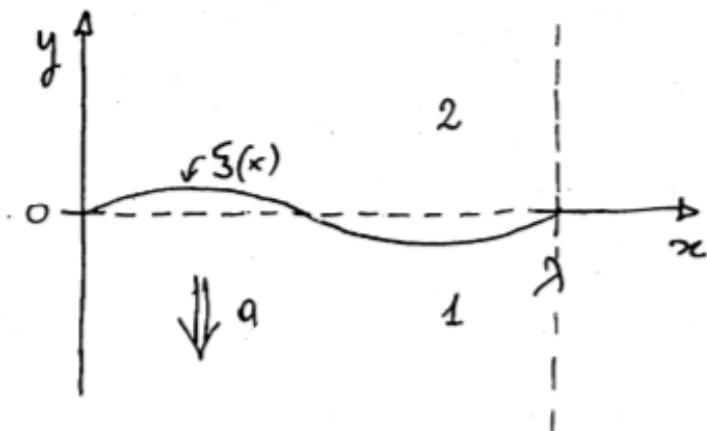


Figura 3.13: Esquema lineal de la perturbación.

Mediante el método de las perturbaciones se puede encontrar una ley que determine la amplitud. Haciendo uso del valor medio:

$$\langle \cdot \rangle = \frac{1}{\lambda} \int_0^\lambda (\cdot) dx$$

La variación de energía potencial se puede expresar como

$$\delta U = -a < \int_0^\xi (\rho_2 - \rho_1) y dy > = -((\rho_2 - \rho_1) \frac{a}{2}) < \xi^2 > \quad (3.30)$$

y la variación de energía cinética se puede expresar como

$$\delta T = < \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2} \rho (v_x^2 + v_y^2) dy > = \frac{1}{2k} (\rho_1 + \rho_2) < \dot{\xi}^2 > \quad (3.31)$$

Imponiendo la conservación de la energía

$$\delta U + \delta T = 0 \quad (3.32)$$

se obtiene la ecuación diferencial

$$\langle \dot{\xi}^2 \rangle = \langle \xi^2 \rangle \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1 + \rho_2} ka \quad (3.33)$$

cuya solución tiene forma exponencial. Por lo tanto la amplitud inicial  $\xi_0$  crece exponencialmente con el tiempo de acuerdo a la ley

$$\xi = \xi_0 e^{\gamma t} \quad (3.34)$$

donde  $\gamma$  es el ratio de crecimiento

$$\gamma = \sqrt{A_t a k}$$

donde  $a$  es el módulo de la aceleración,  $k$  es el número de onda y el parámetro  $A_t$ , que se conoce como número de Atwood, está definido como

$$A_t = \sqrt{\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}} \quad (3.35)$$

## RTI ablativas

Si las inestabilidades funcionasen únicamente en su forma clásica sería imposible conseguir el confinamiento inercial ya que implica un ratio de crecimiento prácticamente infinito para perturbaciones de pequeño tamaño. En el caso de ICF existe un flujo de ablación, efectos compresivos y simetría esférica y por tanto se ha de hablar de RTI ablativas. La diferencia entre las RTI clásicas anteriormente estudiadas y las RTI ablativas se plasma en la figura 3.14

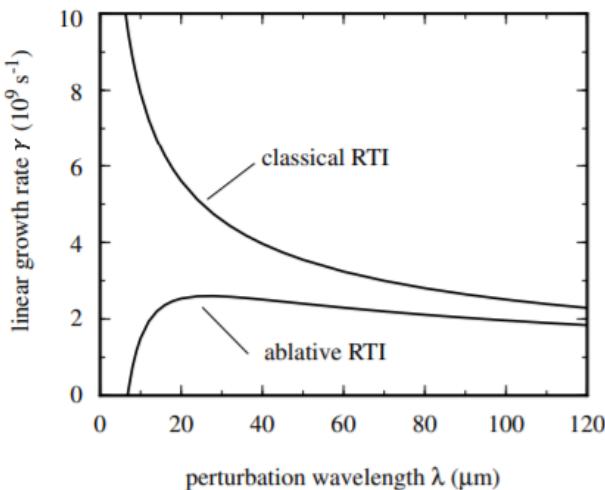


Figura 3.14: Ratio de crecimiento vs longitud de onda de la perturbación para RTI clásica y ablativa.

Como se puede ver las inestabilidades de pequeño tamaño se estabilizan fuertemente. Las mayores diferencias entre un tipo y otro de inestabilidad nacen del gradiente finito de densidades, cuya longitud es  $L_{\min}$ , y de la ablación. El ratio de crecimiento queda en el caso ablativo como

$$\gamma = \alpha_{RT} \sqrt{\frac{ak}{1 + kL_{\min}}} - \beta_{RT} ku_a \quad (3.36)$$

donde  $\alpha_{RT} = 0.9 - 1$  y  $\beta_{RT} = 1 - 3$  son coeficientes que dependen de la intensidad del láser, de su longitud de onda y del material. Por otra parte la velocidad de ablación  $u_a$  se define como:

$$u_a = \frac{dm/dt}{\rho_{pa}}$$

donde  $\rho_{pa}$  es la densidad máxima delante del frente de ablación.

Sumando las contribuciones de los distintos modos lineales se obtiene la evolución en amplitud e la perturbación como una suma de exponenciales.

$$\xi = \sum \xi_{l0} e^{\gamma_l t} \quad (3.37)$$

donde el subíndice  $l$  hace referencia a cada modo.

### RTI no lineales

Esta teoría no es aplicable para longitudes muy pequeñas ya que los fenómenos viscosos se encargan de estabilizar la situación, por tanto solo cuando la amplitud de la perturbación se hace comparable con la longitud de onda, el crecimiento lineal se decelera, aparecen asimetrías y turbulencias y por tanto el problema ha de ser tratado de forma no lineal.

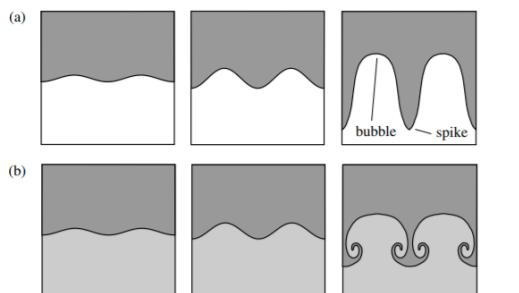


Figura 3.15: Inestabilidad de tipo Rayleigh-Taylor que alcanza una configuración no lineal. En (a) interfase fluido-vacío ( $A_t = 1$ ) y en (b) interfase entre dos fluidos ( $A_t < 1$ ).

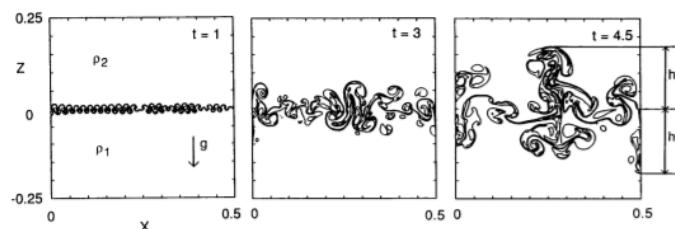


Figura 3.16: Mezcla turbulenta de dos fluidos debido a las inestabilidades de tipo Rayleigh-Taylor.

## RTI y diseño de blancos

Aunque las RTI son inevitables en la fusión por confinamiento inercial sus efectos sí pueden ser mitigados de forma que las perturbaciones no crezcan lo suficiente como para impedir el confinamiento. Esto impone unos requisitos para la geometría del blanco.

En primer lugar, es fundamental que la cápsula mantenga su integridad estructural a lo largo de la implosión por lo que la amplitud de la perturbación exterior  $\xi^{out}$  debe ser mucho más pequeña que el espesor en todo momento.

$$\xi^{out}(t) \ll \Delta R(t)$$

Mientras, la perturbación de la superficie interior  $\xi^{in}$  debe ser más pequeña que el radio del hot-spot en todo momento:

$$\xi^{in}(t) \ll R_h(t)$$

Estas son las dos condiciones de diseño para el blanco debidas a las RTI, para una definición más concisa se puede usar la teoría lineal.

La perturbación exterior, la del frente de ablación, correspondiente al modo  $l$  crecerá en amplitud según la ley:

$$\xi_l^{out} = \xi_{l0}^{out} G_l^{out} \quad (3.38)$$

donde  $\xi_{l0}^{out}$  es la amplitud inicial y  $G_l^{out}$  es el ratio de crecimiento

$$G_l^{out} = \exp \left( \int_0^{t_0} \gamma_l dt \right)$$

donde  $\gamma_l$  es el ratio de crecimiento del modo  $l$ .

Asumiendo que la inestabilidad es representable de un modo lineal y que dado que la cápsula es esférica el número de onda será  $k = l/R$  (ya que la longitud de onda tiene que ser una fracción entera del perímetro) el ratio de crecimiento se expresa como

$$\gamma_l = \alpha_2 \sqrt{\frac{al/R}{1 + lL_{\min}/R}} - \beta_2 \frac{l}{R} u_a \quad (3.39)$$

Para obtener una solución analítica que permita estudiar cualitativamente, en la evolución de las RTI se asume que la cápsula implosiona con aceleración constante desde  $R = R_0$  hasta  $R = R_0/2$  y tarda un tiempo  $t_0 = \sqrt{R_0/a}$  que

es a su vez es el tiempo en el que la amplitud de la perturbación es máxima. De acuerdo a estas hipótesis, se realiza la parametrización

$$\begin{aligned} L_{\min} &= f_1 \Delta R \\ u_a &= f_2 \Delta R (t_0) / t_0 \end{aligned} \quad (3.40)$$

donde  $f_1$  y  $f_2$  son constantes numéricas. El parámetro  $f_1$  depende de las forma y del perfil de densidades del frente de ablación y el parámetro  $f_2$  está relacionado con la fracción de masa eyectada.

Así, el ratio de crecimiento (tomando  $R$  y  $\Delta R$  como constantes) queda como

$$G_l^{\text{out}} \simeq \exp \left[ \alpha_2 \left( \frac{l}{1 + l \frac{f_1}{2} \frac{\Delta R}{R}} \right)^{1/2} - \beta_2 f_2 \frac{\Delta R}{R} l \right] \quad (3.41)$$

Lo que significa que los modos con número mayor a lo que llamaremos  $l_{cut}$  son estables. Según su propia definición  $l_{cut}$  queda determinado por

$$l_{cut} = \frac{R/\Delta R}{2f_1} \left( \sqrt{1 + \frac{4f_1\alpha_2^2}{f_2^2\beta_2^2} \frac{R}{\Delta R}} - 1 \right) \quad (3.42)$$

Se puede ver que la relación  $A_{rif} = R/\Delta R$  juega un papel clave a la hora de determinar la evolución de las inestabilidades. Representando  $G_l^{\text{out}}$  para distintos valores de  $R/\Delta R$ :

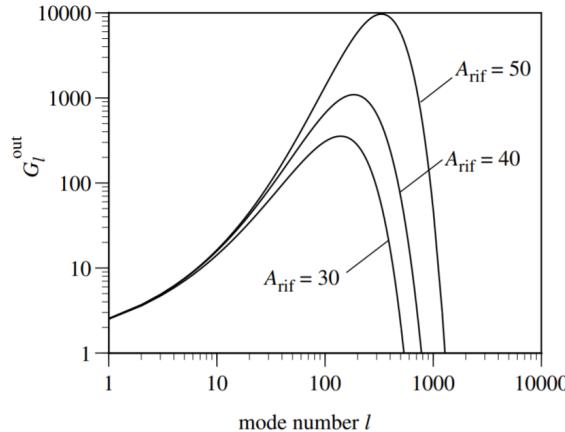


Figura 3.17: Ratio de crecimiento en función del parámetro geométrico de la cápsula  $R/\Delta R$  (in-flight aspect ratio) y del número de modo  $l$ .

Por lo tanto una cápsula muy delgada implicará unas mayores inestabilidades aunque como se vio en capítulos anteriores es más fácil de acelerar.

Por otra parte la superficie interna de la cápsula se vuelve inestable cuando el material colapsa en el centro. En esta fase las inestabilidades originadas en la capa exterior afectan a la capa interior de acuerdo a:

$$\xi_l^{\text{in-fed}} = \xi_l^{\text{out}} G_l^{\text{fed}} \simeq \xi_l^{\text{out}} \exp(-l\Delta R/R) \quad (3.43)$$

por lo que la perturbación inicial de la capa interna es la suma de la perturbación transmitida desde la capa externa y la perturbación inherente a la fabricación de la capa interna:

$$\xi_{l0}^{\text{in}} \approx \left[ (\xi_{l00}^{\text{in}})^2 + (\xi_l^{\text{in-fed}})^2 \right]^{1/2} \quad (3.44)$$

Y la RTI amplificará la perturbación de forma:

$$\xi_l^{\text{in}} = \xi_{l0}^{\text{in}} G_l^{\text{in}} = \xi_{l0}^{\text{in}} \exp \left( \int_{t_{\text{dec}}}^{t_{\text{dec}} + \Delta t_{\text{dec}}} \gamma_l^{\text{in}}(t) dt \right) \quad (3.45)$$

De nuevo para poder evaluar la integral y obtener una solución analítica se asume que el radio del hot-spot decrece desde  $R_{\text{dec}}$  a  $R_h$  con una deceleración constante  $a$  ( $\Delta t_{\text{dec}}/2 = R_{\text{dec}} - R_h$ ) y se parametriza con

$$R_{\text{dec}} - R_h \approx f_3 R_h \quad (3.46)$$

$$L_{\text{in}} = f_4 R_h \quad (3.47)$$

$$u_{\text{ain}} = f_5 R_h / \Delta t_{\text{dec}} \quad (3.48)$$

donde  $f_3$ ,  $f_4$  y  $f_5$  son constantes numéricas.

Tomando esta serie de consideraciones el ratio de crecimiento queda expresado como:

$$G_l^{\text{in}} \approx \left[ \left( \frac{2f_3 l}{1 + f_4 l} \right)^{1/2} - \beta_{\text{in}} f_5 l \right] \quad (3.49)$$

En la figura 3.18 se pueden apreciar las evoluciones de los distintos ratios de crecimiento en función del número de modo.

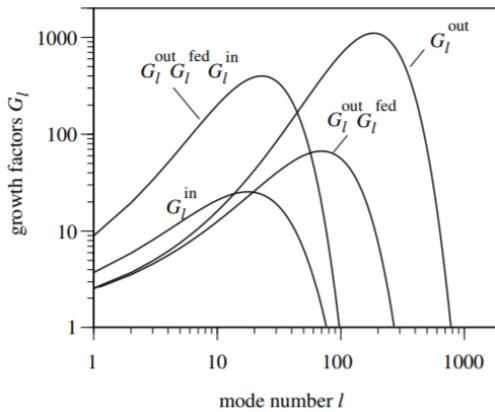


Figura 3.18: Ratios de crecimiento en función del número de modo  $l$ .

El modelo lineal permite obtener unos valores y un comportamiento de referencia ya que ofrece una solución analítica. Sin embargo para tener en consideración efectos no lineales es necesario evaluar la evolución de la inestabilidad de forma numérica. En la siguiente figura se muestran las distintas amplitudes de perturbación en el momento del confinamiento en el hot-spot.

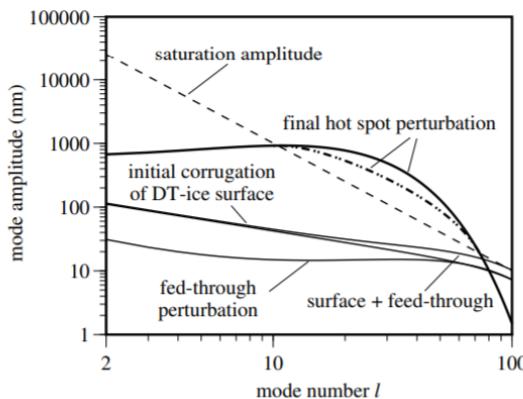


Figura 3.19: Amplitud de los modos de perturbación en con confinamiento. La figura muestra las distintas contribuciones en líneas continuas y la suma de ellas en línea gruesa. Se puede ver que la corrección no lineal reduce la amplitud máxima teórica.

La amplitud de las perturbaciones resulta determinante para determinar el tamaño del hot-spot el cual será a su vez un factor clave en la fusión nuclear. En la figura 3.20 se muestran tres simulaciones con diferentes perturbaciones y cómo se ve afectado el tamaño del hot-spot por ellas.

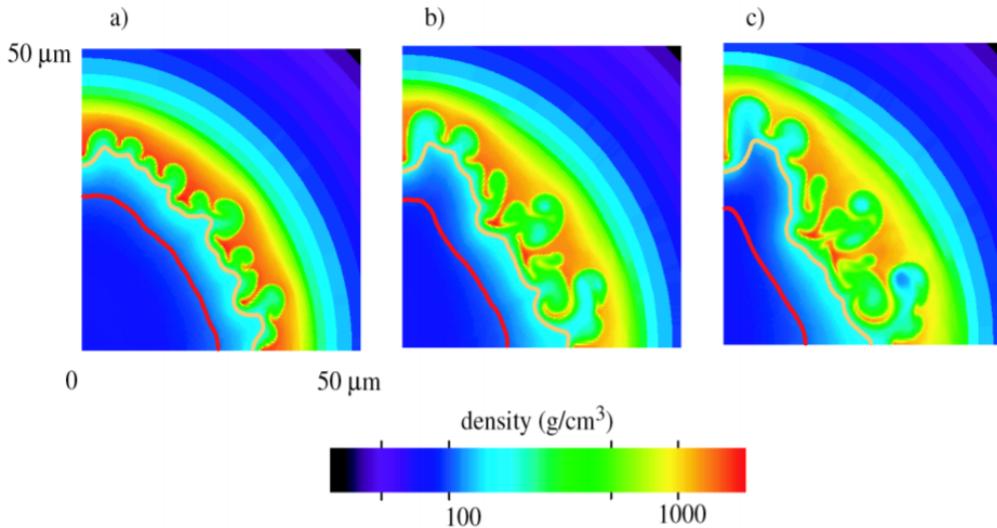


Figura 3.20: Tamaño del hot-spot en función de las perturbaciones

Actualmente se buscan métodos para reducir la sensibilidad del blanco a las RTI. Los métodos se pueden agrupar en tres estrategias distintas:

- Homogeneizar las superficies del blanco
- Homogeneizar la iluminación láser
- Reducir el crecimiento de las perturbaciones

En primer lugar, la rugosidad de las superficies del blanco es un defecto inherente a su fabricación y por tanto dependerá directamente de las técnicas empleadas. Dado que se requiere que el material se encuentre inicialmente en estado criogénico para reducir la entropía inicial se han de emplear técnicas que suavicen lo más posible las superficies ya que la fabricación de estructuras criogénicas supone de forma inherente una mayor rugosidad.

En segundo lugar, en ablación directa por láser, que existan focos láser aislados supone un problema ya que su efecto sobre la capa de ablación no es

homogéneo. Es por ello que uno de los métodos de reducir la sensibilidad a las inestabilidades consiste en el suavizado y homogeneizado de la radiación láser. Una iluminación homogénea a lo largo del tiempo se puede conseguir con técnicas de *beam smoothing* que mezclan estadísticamente las componentes incoherentes del láser obteniendo así una iluminación con un gran ancho de banda. Sin embargo es imposible suavizar por completo las huellas aisladas de los láseres independientes sobre la capa de ablación. Por ello otra técnica consiste en la interposición de una delgada y ligera capa de material alrededor de la capa de ablación que suaviza el efecto de los láseres aislados y se vuelve transparente a ellos cuando son homogéneos.

Por último, los métodos empleados para reducir el crecimiento de las perturbaciones se basan en una correcta selección del material de ablación y en un correcto diseño del pulso láser ya que la perturbación crece exponencialmente con el cuadrado de la aceleración pero decrece exponencialmente con la velocidad.

### 3.3.2. Otras inestabilidades hidrodinámicas

Sin duda la inestabilidad más relevante en la fusión por confinamiento inercial es la de Rayleigh-Taylor, sin embargo, otros fenómenos hidrodinámicos aparecen también e interactúan con las RTI. Estos fenómenos son las inestabilidades de Richtmyer-Meshkov(RMI) y las inestabilidades de Kelvin-Helmoltz(KHI).

Las inestabilidades de Richtmyer-Meshkov ocurren cuando una onda de choque atraviesa una interfase entre dos fluidos que no es completamente plana. Al incidir la onda sobre la interfase deforma esta última y crea un frente de velocidades no homogéneo. Estas inestabilidades pueden actuar como gérmen para las RTI ya que provocan una perturbación que puede crecer con el tiempo.

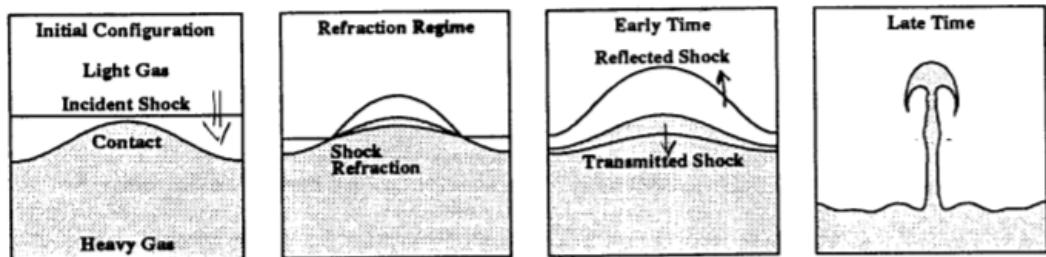


Figura 3.21: Evolución de inestabilidad RMI

Las inestabilidades de Kelvin-Helmoltz aparecen cuando dos fluidos en contacto se mueven en direcciones opuestas generando una tensión de cortadura sobre la interfase. Pequeñas perturbaciones sinusoidales crecen rápidamente y cuando la amplitud es comparable a la longitud de la perturbación, la perturbación se vuelve asimétrica y aparecen olas en la interfase. Las KHI juegan un papel determinante en la evolución no lineal de las RTI, ya que tornan las burbujas provocadas por la RTI en estructuras con forma de hongo, y también son responsables de la interacción entre burbujas próximas.

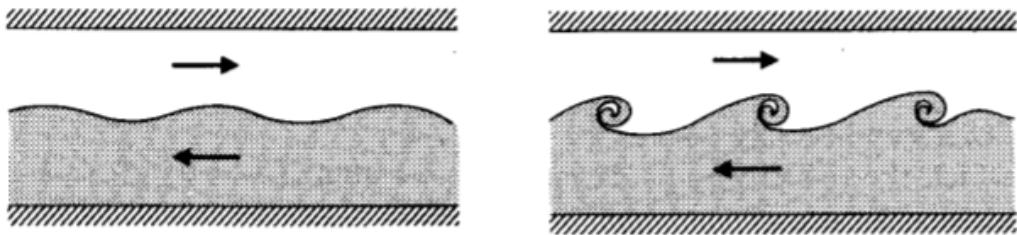


Figura 3.22: Evolución de inestabilidad KHI

# Capítulo 4

## Deceleración e ignición

Una vez que el material se vaporiza y se ioniza bajo la acción de las altas presiones y temperaturas, queda en estado de plasma. Mientras que la implosión del combustible tiende a concentrar la energía hacia un único punto los fenómenos transmisión de calor tienden a evacuarlo. Anteriormente se estudió cómo la presión generada por la eyección de masa de la capa de ablación provoca la implosión de combustible hacia el interior y este proceso fue estudiado sin tener en cuenta el acusado incremento de temperatura. Este incremento provoca un estado de mayor agitación en las partículas y estas emiten energía en forma de radiación y evacuan calor por medio de la conducción.

Para describir la evolución de la temperatura es necesario contar con una ecuación de estado adecuada a las condiciones del material. Aunque en los primeros instantes de compresión se puede emplear la ley de gases ideales a medida que el material se decelera, convirtiendo su energía cinética en energía interna, estas ecuaciones dejan de tener validez y es necesario estudiar con detenimiento el comportamiento del plasma caliente y denso.

Una vez que el material alcanza la aceleración suficiente no es necesario continuar ilumiando el blanco ya que la propia inercia termina por comprimirlo. Sin embargo, en ocasiones es necesario aportar una energía extra tiempo después, para que el material ignite, que puede ser entregada en forma de violenta onda de choque o puede consistir en la iluminación con un haz de electrones o iones más potentes.

## 4.1. Materia caliente y densa

En la simulación hidrodinámica del plasma se ha de tener en cuenta la radiación y por tanto es necesaria una ecuación de estado (EOS) y los coeficientes de transporte de radiación que son funciones que dependen del material. Los rangos termodinámicos que se manejan en ICF son:

$$10^{-4} < \rho/\rho_0 < 10^4$$

$$0 < k_B T < 100 \text{ keV}$$

$$0 < p < 10^{12} \text{ bar}$$

Mientras que en cálculos estelares solo se consideran elementos más ligeros que el hierro, en la fusión por confinamiento inercial es necesario considerar materiales más pesados ya que pueden formar parte de la configuración del blanco. Actualmente no se dispone de datos experimentales suficientes que describan el comportamiento de todos los materiales bajo condiciones extremas y es por ello que su modelización teórica reviste de utilidad en la teoría de plasmas densos.

Las ecuaciones de estado basadas en la mecánica cuántica estadística han demostrado ser muy precisas pero para realizar simulaciones se buscan ecuaciones que partan de modelos semi-empíricos más sencillos. Estos modelos suelen estar basados en el modelo de Thomas-Fermi.

### 4.1.1. Átomos en plasmas densos

#### Átomos aislados hidrogénicos

Generalmente, para describir la disposición y la mecánica de los átomos se recurre a modelos hidrogénicos, es decir, el átomo se modela como un núcleo envuelto por varias capas de electrones.

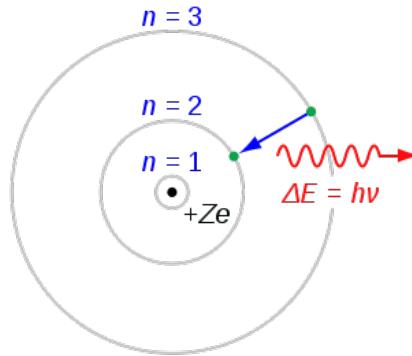


Figura 4.1: Átomo hidrogénico, modelo basado en la teoría de Bohr.

La energía de un electrón, en este modelo hidrogénico, con número cuántico principal  $n$  será:

$$E_n/E_A = +W_n - \frac{Q_n^2}{2n^2} \quad (4.1)$$

donde

$$E_A = \frac{me^4}{\hbar^2}$$

es la unidad de energía atómica,

$$W_n = \sum_{m \geq n} \frac{P_m Q_m}{m^2} \sigma_{mn}$$

es la interacción electromagnética con las capas externas y

$$Q_n = Z - \sum_{m \leq n} \sigma(n, m) P_m$$

es la interacción electromagnética con las capas internas

A su vez, en las ecuaciones anteriores, el valor  $P_m$  representa el número de electrones con número cuántico principal  $m$  (es decir que se encuentran en la capa  $m$  de este modelo) y los valores  $\sigma(n, m)$  (constante de apantallamiento) son los que aparecen en la siguiente tabla:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0.3125	0.9380	0.9840	0.9954	0.9970	0.9970	0.9990	0.999	0.9999	0.9999
0.2345	0.6038	0.9040	0.9722	0.9979	0.9880	0.9900	0.9990	0.9999	0.9999
0.1093	0.4018	0.6800	0.9155	0.9796	0.9820	0.9860	0.9900	0.9920	0.9999
0.0622	0.2430	0.5150	0.7100	0.9200	0.9600	0.9750	0.9830	0.9860	0.9900
0.0399	0.1597	0.3527	0.5888	0.7320	0.8300	0.9000	0.9500	0.9700	0.9800
0.0277	0.1098	0.2455	0.4267	0.5764	0.7248	0.8300	0.9000	0.9500	0.9700
0.0204	0.0808	0.1811	0.3184	0.4592	0.6098	0.7374	0.8300	0.9000	0.9500
0.0156	0.0624	0.1392	0.2457	0.3711	0.5062	0.6355	0.7441	0.8300	0.9000
0.0123	0.0493	0.1102	0.1948	0.2994	0.4222	0.5444	0.6558	0.7553	0.8300
0.0100	0.0400	0.0900	0.1584	0.2450	0.3492	0.4655	0.5760	0.6723	0.7612

Tabla 4.1: Distintos valores de la constante de apantallamiento  $\sigma(n, m)$  en función de los valores de  $n$  (fila) y  $m$

En base a este modelo, un átomo ionizado con carga:

$$i = Z - \sum_n P_n \quad (4.2)$$

tiene la energía total:

$$E_i^{tot} = E_A \sum_n \left( -\frac{Q_n^2}{2n^2} \right) P_n \quad (4.3)$$

y por lo tanto su energía de ionización es:

$$\Delta E_i = E_i^{tot} - E_{i+1}^{tot} \quad (4.4)$$

La energía de un electrón de la capa  $n$  resulta:

$$\frac{dE_{tot}}{dP_n} = E_n \quad (4.5)$$

Pero para valores muy altos de  $n$  el espectro discreto de capas se sustituye por una distribución continua de energías. La energía de un electrón puede determinarse en este caso continuo mediante:

$$\frac{dE_n}{dn} = \frac{E_A Q_n^2}{n^3} \quad (4.6)$$

### Modelo del ion promedio

Este modelo describe el comportamiento de un átomo aislado, para incluir el efecto del resto de átomos próximos es necesario recurrir a la teoría de materia degenerada de Fermi. En esta teoría, la distribución de electrones satisface la estadística de Fermi-Dirac:

$$P_n = \frac{g_n}{1 + e^{(E_n + \Delta E_c - \mu)/(k_B T)}} \quad (4.7)$$

donde  $\mu$  es el potencial químico de los electrones,  $g_n$  es el factor de degeneración para la capa  $n$ ,  $E_n$  es la energía del electrón anteriormente expuesta y  $\Delta E_c$  es la energía de interacción coulombiana.

Según esta distribución el número de electrones libres por átomo es

$$Z_{ion} = Z - \sum_n P_n \quad (4.8)$$

para  $n$  tal que  $E_n + \Delta E_c < 0$  y la densidad de electrones libres que se comportan como un gas de fermiones uniforme es:

$$n_e = \frac{Z_{ion}\rho}{Am_p} \quad (4.9)$$

Los factores de degeneración se obtienen a partir de la presión de degeneración

$$g_n = \frac{n^2}{\left[1 + (aR_n/R_0)^b\right]} \quad (4.10)$$

cuyos parámetros  $a$  y  $b$  dependen del material y por tanto han de ser ajustados a partir de datos experimentales o a parir de modelos teóricos más complejos. En esta definición se emplean los radios  $R_0 = (3Am_p/4\pi\rho)$  y  $R_n = (a_B n^2/Q_n)$  que son los de las esferas de los átomos y de las capas de este modelo respectivamente.

Por último queda encontrar una expresión para  $\Delta E_c$  para terminar de definir la distribución de electrones según la estadística de Fermi-Dirac. La energía  $\Delta E_c$  es crítica para determinar el número de capas, discretas, aún presentes en los átomos que conforman el plasma. Este valor es también relevante a la hora de determinar las propiedades radioactivas del plasma.

Describir lo que ocurre a nivel cuántico en el límite entre lo continuo y lo discreto es a día de hoy todo un desafío. Es por ello que se recurre, para terminar de completar este modelo, a la siguiente aproximación:

$$\Delta E_c = \frac{3}{2} \frac{Z_{\text{ion}} e^2}{R_0} \quad (4.11)$$

En la siguiente figura se representa cómo, en función del grado de ionización pueden los electrones escapar del espectro continuo. La bajada del límite de lo continuo se conoce como *continuum lowering* y el nivel al que baja está determinado por  $\Delta E_c$ .

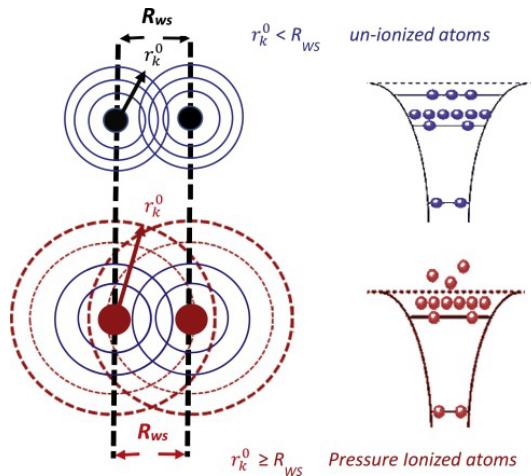


Figura 4.2: Representación gráfica del cambio en los estados accesibles para los electrones como resultado de la ionización (continuum lowering).

#### 4.1.2. Plasma denso ideal

Para obtener las ecuaciones de estado del plasma denso ideal es muy sencillo recurrir a la minimización de la energía libre de Helmholtz por cómo se han definido las variables termodinámicas anteriores. Así, es fácil determinar la forma diferencial de la energía libre de Helmholtz ( $F$ ) a partir de las relaciones de Maxwell las cuales pueden plasmarse en esquema de la derecha. En este esquema cualquier energía es la suma de las variables termodinámicas adyacentes multiplicadas, cada una de ellas, por el diferencial de la variable que tienen en frente. Las flechas indican el signo.

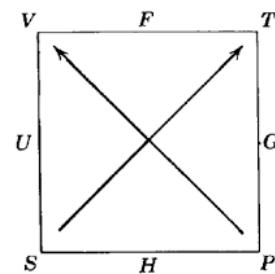


Figura 4.3: Representación gráfica de las relaciones de Maxwell de la termodinámica.

Sin más preámbulos, la energía libre de Helmholtz se define como:

$$dF = -SdT - pdV \quad (4.12)$$

donde  $V$  hace referencia al volumen específico, es decir a la inversa de la densidad y las variables presión  $p$  y entropía  $S$  quedan definidas como

$$p = \frac{\partial F}{\partial V} \Big|_s \quad (4.13)$$

$$S = \frac{\partial F}{\partial T} \Big|_s \quad (4.14)$$

### Gas ideal e ionización de Saha

Para una densidad suficientemente baja, el plasma puede ser descrito como un gas ideal. Esto consiste en tratar a los iones y electrones libres como partículas que no interactúan en un volumen  $V$  a una temperatura  $T$ , donde el número de electrones libres es  $N_e$ , el número de iones con carga  $i$  es  $N_i$  y el número total de iones es  $N_{ion}$ . Dado que el plasma es en conjunto un fluido de carga neutra se establecen las relaciones:

$$N_e = \sum_{i=0}^Z i N_i \quad (4.15)$$

$$N_{ion} = \sum_{i=0}^Z N_i \quad (4.16)$$

La energía libre de Helmholtz del gas ideal será:

$$F = N_e k_B T \left( \ln \left( n_e \lambda_{th}^3 / 2 \right) - 1 \right) + \sum_{i=0}^Z \left( N_i k_B T \left( \ln \left( n_i \lambda_{ion}^3 \right) - 1 \right) + N_i f_i \right) \quad (4.17)$$

donde

$$\lambda_{th}^2 = 2\pi\hbar^2 / (m_e k_B T)$$

es la longitud de onda térmica de los electrones,

$$\lambda_{ion}^2 = 2\pi\hbar^2 / (m_{ion}k_B T)$$

es la longitud de onda térmica de los iones,

$$f_i = \sum_{j=0}^{i-1} I_j - k_B T \ln G_i$$

es el factor que determina la energía libre interna de los iones y está determinado por la energía de ionización:

$$I_i = E_{i+1,0} - E_{i,0}$$

y por la función de partición:

$$G_i = \sum_s g_s e^{-(E_{i,s} - E_{i,0})/(k_B T)}$$

que están basados en las definiciones de  $g_s$  y  $E_{i,s}$  anteriormente obtenidas para los átomos hidrogénicos degenerados.

Una vez que se ha obtenido la expresión de la energía libre de Helmholtz para el gas ideal de iones y electrones basta con determinar que el estado de equilibrio del gas ha de ser tal que:

$$\delta F = 0 \quad (4.18)$$

Y operando sobre la expresión 4.17 variando el número de cargas para un volumen y una temperatura constantes se obtiene la ecuación de Saha de ionización:

$$\frac{n_{i+1}}{n_i} = \frac{2}{n_e \lambda_{th}^3} \frac{G_{i+1}}{G_i} e^{I_i/(k_B T)} \quad (4.19)$$

Que junto con las ecuaciones de neutralidad de la carga forman  $Z+2$  ecuaciones que determinan  $n_e$  y las  $Z+1$  especies posibles de  $n_i$ .

La ecuación de Saha es útil para determinar el estado de un plasma en equilibrio térmico y predice que el grado de ionización decrece al aumentar la densidad a una temperatura constante. Sin embargo al llegar a densidades cercanas a la de un sólido la tendencia se invierte. Esto último se debe a que el modelo no tiene en cuenta la interacción entre órbitas próximas donde el principio de exclusión de Pauli (dos fermiones no pueden tener un estado determinado por

los mismos números cuánticos) es patente en lo que se refiere a los electrones por ser estos una partícula fermiónica.

### Gas de fermiones

Para incluir el efecto de la presión de ionización en plasmas ideales de alta densidad es necesario recurrir de nuevo a la estadística de Fermi-Dirac. Así la distribución de electrones vendrá dada por:

$$f(r, p) = \frac{1}{1 + e^{(\epsilon(p) - \mu)/(k_B T)}} \quad (4.20)$$

donde  $\epsilon(p) = p^2/(2m)$  es la energía cinética de los electrones y  $\mu$  es el potencial químico.

Siguiendo con esta teoría, en cada celda cuántica de volumen  $h^3$  pueden coexistir dos electrones sin que se viole el principio de exclusión de Pauli ya que los electrones pueden tener espín  $1/2$  o  $-1/2$  debido a su naturaleza y por tanto dos electrones dentro de una celda cuántica no tendrían los mismos números cuánticos. De esta forma la densidad de estados es  $2/h^3$  y para  $N$  electrones en un volumen  $V$  se tiene que:

$$N = \int \frac{2}{h^3} f(r, p) d^3 r d^3 p = \frac{2V}{\lambda_{th}^3} I_{1/2}(\mu/k_B T) \quad (4.21)$$

Es decir,

$$n_e \lambda_{th}^3 / 2 = I_{1/2}(\beta) \quad (4.22)$$

donde el parámetro  $\beta = \mu/(k_B T)$  es el parámetro de degeneración,  $n_e = N/V$  es la densidad de electrones y las integrales  $I_s(x)$  son de la forma:

$$I_s(x) = (1/s!) \int_0^\infty y^s / (1 + \exp(y - x)) dy$$

que pueden ser representadas como expansiones para  $x < 0$

$$I_s(x) = e^x - e^{2x}/2^s + e^{3x}/3^s \pm \dots$$

y para  $x > 0$

$$I_s(x) = \frac{x^{s+1}}{(s+1)!} \left( 1 + \frac{\pi^2}{6} \frac{s(s+1)}{x^2} \pm \dots \right)$$

La expresión 4.22 puede ser también escrita en términos de la temperatura de Fermi  $k_B T_F = (\hbar^2/2m) (3\pi^2 n_e)^{2/3}$  de forma que:

$$(T/T_F)^{-3/2} = (3\sqrt{\pi}/4) I_{1/2}(\alpha) \quad (4.23)$$

Esto permite expresar finalmente la energía libre de Helmholtz como

$$F = N\mu + \int \frac{2}{h^3} \ln f(r, p) d^3r d^3p = N\mu - k_B T \frac{2V}{\lambda_{th}^3} I_{3/2}(\mu/k_B T) \quad (4.24)$$

De nuevo planteando  $\delta F = 0$  se obtiene, como en el caso de la ecuación de Saha, la ecuación de estado. De acuerdo a este modelo, destacan dos casos límites. El primero de ellos es cuando el plasma es de muy baja densidad, es decir  $n_e \lambda_{th}^3 / 2 \ll 1$ , y en este caso resulta que  $\mu/k_B T \rightarrow -\infty$  y las variables termodinámicas pueden calcularse mediante

$$\begin{aligned} \mu &= k_B T \ln(n_e \lambda_{th}^3 / 2) \\ F &= N(\mu - k_B T) \\ S &= -\partial F / \partial T = \frac{5}{2} N k_B - N k_B \ln(n_e \lambda_{th}^3 / 2) \\ p &= -\partial F / \partial V = n_e k_B T \\ E &= F - TS = \frac{3}{2} N k_B T \end{aligned} \quad (4.25)$$

El segundo caso límite, y es el más relevante en el confinamiento del combustible, es el de alta densidad, es decir  $n_e \lambda_{th}^3 / 2 \gg 1$ . En este caso se obtienen soluciones a partir de desarrollos en serie:

$$\begin{aligned} \mu &= \epsilon_F \left( 1 - \frac{\pi^2}{12} \Theta^2 \pm \dots \right) \\ F &= \frac{3}{5} N \epsilon_F \left( 1 - \frac{5\pi^2}{12} \Theta^2 \pm \dots \right) \\ S &= -\partial F / \partial T = \frac{\pi^2}{2} k_B N \Theta \pm \dots \\ p &= -\partial F / \partial V = \frac{2}{5} n_e \epsilon_F \left( 1 + \frac{5\pi^2}{12} \Theta^2 \pm \dots \right) \\ E &= F - TS = \frac{3}{5} N_e \epsilon_F \left( 1 + \frac{5\pi^2}{12} \Theta^2 \pm \dots \right) \end{aligned} \quad (4.26)$$

donde  $\Theta = T/T_F$  es la temperatura adimensionalizada con la temperatura de Fermi y  $\epsilon_F = k_B T_F$  es la energía de Fermi.

En este último caso, el parámetro de degeneración se obtiene a partir de

$$\alpha = -\frac{3}{2} \ln \Theta + \ln \frac{4}{3\sqrt{\pi}} + \frac{A\Theta^{-(b+1)} + B\Theta^{-(b+1)/2}}{1 + A\Theta^{-b}} \quad (4.27)$$

donde  $A = 0.25054$ ,  $B = 0.072$  y  $b = 0.858$  son constantes numéricas y la presión puede expresarse mediante:

$$\frac{p}{p_F} = \frac{5}{2}\Theta + \frac{X\Theta^{-y} + Y\Theta^{(y-1)/2}}{1 + X\Theta^{-y}} \quad (4.28)$$

donde  $p_F = 2n_e\epsilon_F/5$  es la presión de Fermi y  $X = 0.27232$ ,  $Y = 0.145$  y  $y = 1.044$  son constantes numéricas que aproximan las expresiones anteriores con menos de un 0.3 % de error.

Cabe destacar que en ambos casos límite la energía interna se aproxima bastante bien con el modelo de gas ideal donde  $E = 3/2pV$

### 4.1.3. Ecuación de estado general QEoS

#### Ecuación de estado electrónica

Un modelo más avanzado para describir el comportamiento termodinámico de los electrones libres es la teoría de Thomas-Fermi. En él se considera la materia densa como un conglomerado de esferas de radio

$$R_0 = \left(\frac{4}{3}\pi n_{ion}\right)^{1/3} \quad (4.29)$$

donde la energía de los electrones libres es

$$\epsilon = \frac{p^2}{2m_e} - eV(r)$$

donde  $V(r)$  es el potencial eléctrico que ha de tener en cuenta la interacción tanto con el núcleo de carga  $+Ze$  como con los electrones libres.

De acuerdo a la ecuación de Poisson el potencial debe cumplir que

$$-\nabla^2 V = 4\pi Ze\delta(\vec{r}) - 4\pi e n_e(r) \quad (4.30)$$

donde la densidad de electrones, teniendo en cuenta la energía potencial, se calcula mediante

$$n_e(r) = \frac{2}{\lambda_{th}^3} I_{1/2} \left( \frac{\mu + eV(r)}{k_B T} \right) \quad (4.31)$$

Las condiciones de contorno de estas dos ecuaciones son:

$$\begin{aligned} dV/dr &= 0 \quad \text{en} \quad r = R_0 \\ V(r) &\propto Ze/r \quad \text{para } r \rightarrow 0 \\ V(R_0) &= 0 \end{aligned} \tag{4.32}$$

Para determinar los valores de  $n_e(r)$  y  $V(r)$  que satisfacen las dos ecuaciones anteriores y las tres condiciones de contorno se ha de recurrir a métodos numéricos. Una vez obtenidos se puede determinar la ecuación de estado de los electrones y el primer paso es determinar las energía cinética y potencial de esta especie en función de la distribución  $n_e(r)$  obtenida a partir de la ecuación de Poisson. La energía cinética será:

$$U_{kin} = \frac{3}{2}k_B T \frac{2}{\lambda_{th}^3} \int I_{3/2} \left( \frac{\mu + eV(r)}{k_B T} \right) d^3r \tag{4.33}$$

la energía potencial debida a la interacción de los electrones con los núcleos será:

$$U_{en} = - \int n(r) Ze^2 / r d^3r \tag{4.34}$$

y la energía potencial debida a la interacción de los electrones con ellos mismos será:

$$U_{ee} = - \int n(r) n(r') / |\mathbf{r} - \mathbf{r}'| d^3r d^3r' \tag{4.35}$$

Una vez obtenidas estas energías, las variables de estado termodinámicas se pueden definir a partir de ellas:

$$\begin{aligned} E_e &= (U_{kin} + U_{en} + U_{ee}) / Am_p \\ F_e &= (Z\mu - 2U_{kin}/3 - U_{ee}) / Am_p \\ S_e &= (5U_{kin}/3 - Z\mu + U_{en} + 2U_{ee}) / (Am_p T) \end{aligned} \tag{4.36}$$

Y una vez obtenidas las variables de estado se puede obtener una ecuación de estado entre variables termodinámicas, en este caso se tiene que:

$$p_e = n_e(R_0) (k_B T) \frac{I_{3/2}(\mu/k_B T)}{I_{1/2}(\mu/k_B T)} \tag{4.37}$$

que corresponde a la presión del gas de fermiones para la densidad en el borde de las celdas cuánticas:

$$n_e(R_0) = 2I_{1/2}(\mu/k_B T)/\lambda_{th}^3 \quad (4.38)$$

Además, el numero de electrones libres por ion queda determinado por:

$$Q = (4\pi R_0^3/3) n(R_0) \quad (4.39)$$

Una de las cosas buenas de este modelo es que las variables escalan con potencias de  $Z$

$$\begin{aligned} r &= r_1/Z^{1/3} \\ n(r) &= Z^2 n_1(r_1) \\ V(r) &= Z^{4/3} V_1(r_1) \end{aligned} \quad (4.40)$$

y por tanto basta con resolver el caso de  $Z = 1$  para obtener el estado termodinámico de materiales más pesados.

### Ecuación de estado iónica

Para describir el comportamiento termodinámico de los iones es muy importante determinar su densidad y temperatura.

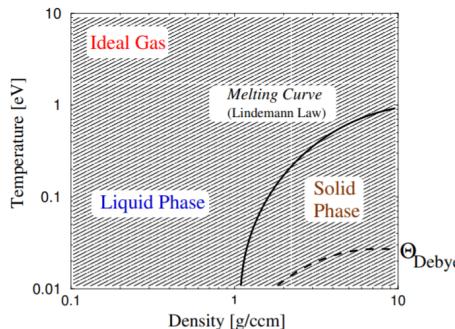


Figura 4.4: Regiones de las distintas fases del plasma en función de la densidad y la temperatura donde se incluyen las curvas  $T_m(\rho)$  (temperatura de fusión) y  $T_D(\rho)$  (temperatura de Debye).

Si la densidad es alta y cercana a la del estado sólido el comportamiento de los iones ante la temperatura puede ser modelizado haciendo uso de una

cuasipartícula. Así gracias al enfoque dualista de la mecánica cuántica se pueden tratar las vibraciones de un sólido cristalino como la interacción entre los átomos que forman la red y una partícula virtual denominada fonón. Estos fonones, a diferencia de los electrones, no están sujetos al principio de exclusión de Pauli sino que siguen la estadística de Bose-Einstein. La energía libre de Helmholtz de los iones es:

$$F_i = k_B T_i / Am_p \cdot f(\Theta_D / T_i) \quad (4.41)$$

donde  $\Theta_D$  es la temperatura de Debye y

$$f(x) = \frac{9}{x^3} \int_0^x u^2 [u/2 + \ln(1 - e^{-u})] du$$

donde  $u = h\nu/k_B T$ .

A partir de la energía libre se obtienen la presión, la entropía y la energía interna:

$$\begin{aligned} p_i &= k_B / Am_p \cdot \rho^2 d\Theta_D / d\rho \cdot f'(x) \\ S_i &= k_B / Am_p \cdot (x f'(x) - f(x)) \\ E_i &= k_B \Theta_D / Am_p \cdot f'(x) \end{aligned} \quad (4.42)$$

Otras simplificaciones pueden realizarse sobre este modelo para encontrar una expresión más manejable de las ecuaciones de estado, la mayoría consisten en aproximar la función  $f(x)$  mediante expansiones.

Una vez que se alcanza la temperatura de fusión, que según la ley de Lindemann es:

$$T_m(\rho) = \alpha_L \Theta_D \frac{\rho)^2}{\rho^{2/3}} \quad (4.43)$$

donde la constante  $\alpha_L$  se obtuvo de manera empírica

$$\alpha_L = 0.0262 A^{2/3} (Z + 22)^2 / Z^{0.2} \left( g/cm^3 \right)^{2/3} / eV$$

el plasma pasa a estado líquido la y su energía libre de Helmholtz se expresa como:

$$F_i = k_B T_i / Am_p \cdot f(x, y) \quad (4.44)$$

donde  $y = T_m/T_i < 1$ ,  $x = \Theta_D/T_i$  y

$$f(x, y) = -\frac{11}{2} + \frac{9}{2}y^{1/3} + \frac{3}{2}\ln(x^2/y)$$

De nuevo, a partir del método de las perturbaciones aplicado sobre  $F_i$  se obtiene la ecuación de estado, la entropía y la energía interna.

$$\begin{aligned} p_i &= \frac{\rho k_B T_i}{A m_p} (1 + \gamma_f y^{1/3}) \\ S_i &= \frac{k_B}{A m_p} \left( 7 - 3y^{1/3} - \frac{3}{2} \ln \frac{x^2}{y} \right) \\ E_i &= \frac{3}{2} \frac{k_B T_i}{A m_p} (1 + y^{1/3}) \end{aligned} \quad (4.45)$$

Para estados de menor densidad del plasma se puede tratar a los iones como un gas ideal.

## QEoS

Existen muchos modelos para determinar la ecuación de estado del plasma bajo distintas situaciones. Un modelo general, que sirve para múltiples propósitos es el modelo QEoS. En el modelo QEoS, una vez han sido determinadas las expresiones para la energía libre de Helmholtz de electrones e iones se asume que la energía libre total es la suma de las contribuciones de iones y electrones.

$$F(\rho, T_e, T_i) = F_i(\rho, T_i) + F_e(\rho, T_e) + F_b(\rho) \quad (4.46)$$

Como se puede ver, este modelo permite manejar diferentes temperaturas para iones y electrones. Además incluye un término semi-empírico de corrección  $F_b(\rho)$  que refleja las interacciones químicas. La expresión de este término suele ser de la forma

$$F_b(\rho) = E_0 \left( 1 - e^{b(1-(\rho_0/\rho)^{-1/3})} \right) \quad (4.47)$$

donde  $E_0$  y  $b$  son constantes que dependerán del modelo y el material.

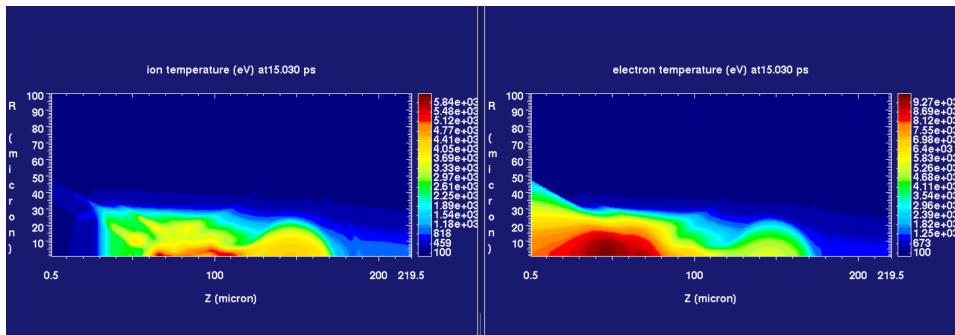


Figura 4.5: Bombardeo del blanco de fusión con electrones relativistas. A la izquierda un mapa de la temperatura iónica y a la derecha un mapa de la temperatura electrónica. Como se puede apreciar el valor y la distribución de temperaturas es completamente diferente pese a tratarse del mismo blanco en el mismo instante de tiempo

## 4.2. Formación del hot-spot

Para que dos átomos de hidrógeno colisionen y formen un átomo de helio es necesario que esta colisión ocurra con gran energía. Esto supone, visto desde una perspectiva algo más macroscópica, que el combustible se encuentre a una alta presión, temperatura y densidad. Por ello, aunque el material se vaya a ver sometido a un fenómeno energético posterior, es necesario alcanzar cierta temperatura y cierto grado de confinamiento para que sucedan reacciones de fusión por toda la cápsula y para reducir la energía necesaria del haz de ignición.

El estado del blanco en el cual el combustible es propicio para la ignición y propagación se conoce como hot-spot. En este estado la cápsula, tras un aporte extra de energía o simplemente debido a su propia energía interna, es capaz de producir reacciones de fusión nuclear y mantener su alta temperatura y densidad.

En la figura 4.6 se representa la formación de un hot-spot unidimensional donde las ondas de choque están representadas con una línea gruesa discontinua. En la figura también aparecen representadas las energías y las variables termodinámicas. Se puede ver cómo a medida que se genera el hot-spot la energía cinética se convierte en energía interna y tanto la temperatura como la densidad crecen enormemente y se ven incrementadas aún más por los procesos de fusión. Por último aparece una gráfica en la que se plasma la evolución del

parámetro de confinamiento  $\rho R$  el cual, como se verá más adelante es un factor clave a la hora de conseguir o no la fusión.

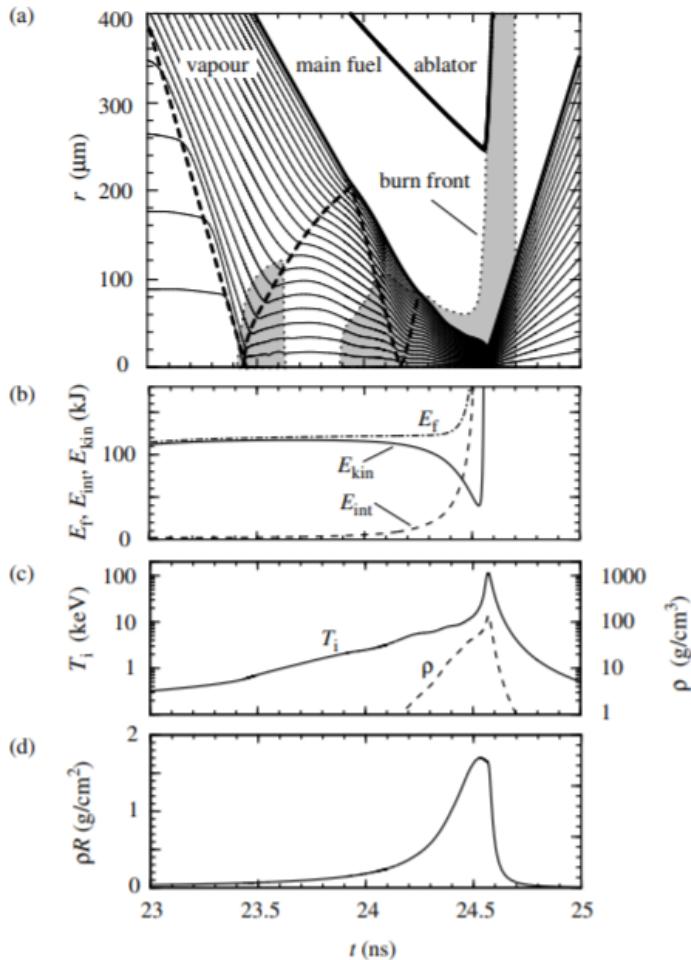


Figura 4.6: Últimas etapas de la implosión, deceleración, fusión y quemado. En (a) representación gráfica de las zonas y ondas de choque, en (b) evolución de las energías, en (c) evolución de parámetros termodinámicos y en (d) evolución del parámetro de confinamiento. Las zonas grisas representan las regiones en las que se alcanza una temperatura mayor a 4 keV.

Aunque la compresión de la cápsula es hacia el centro, éste nunca es alcanzado por el combustible termonuclear ya que, llegado a cierto punto, las ondas de choque convergentes al centro rebotan, atraviesan el DT gaseoso interior y

comprimen la cápsula desde dentro. Esto sumado a las perturbaciones en la simetría amplificadas por la inestabilidades hidrodinámicas provoca que los hot-spot sean normalmente asimétricos.

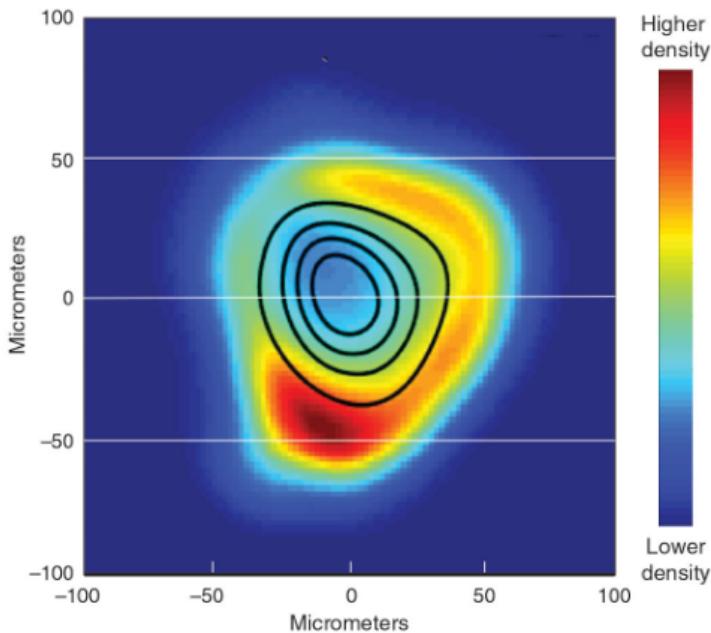


Figura 4.7: Hot-spot asimétrico.

Sin embargo, la asimetría del blanco llegado a este punto no es un impedimento para la fusión ya algunos métodos de ignición consisten en aportar energía a una zona específica del hot-spot.

### 4.3. Ignición por haz de electrones relativistas

Aunque se puede hacer colapsar al combustible termonuclear con suficiente velocidad como para que se produzcan reacciones de fusión de manera espontánea (ignición central) a día de hoy se trata de separar el proceso de compresión del de ignición. Esto se debe a que, para que la cápsula ignite por acción de las fuerzas de presión se necesitan cumplir condiciones de simetría mucho más exigentes y es necesario alcanzar en todo el blanco una mayor densidad y temperatura. Es por ello que surgieron los procesos de ignición rápida e ignición por onda de choque que, al separar los procesos de compresión y de ignición,

alivian las restricciones de simetría y además suponen un aprovechamiento mayor de la energía aportada.

Una de las opciones existentes para un haz de partículas son los electrones. Estos tienen la ventaja de ser producidos con una mayor eficiencia aunque su menor masa los hace mucho más susceptibles a fenómenos como la divergencia y el frenado por fuerzas electromagnéticas. Sin embargo existen soluciones que permiten colimar el haz, como la aplicación de un campo electromagnético alrededor (del orden de kilo Teslas) o la aplicación de gradientes de resistividad generados artificial o espontáneamente.

En este caso, para la producción eficiente de un haz de electrones es necesaria una potencial láser mayor para así conseguir una interacción dentro del régimen relativista.

### 4.3.1. Generación

#### Método de generación

Como se ha visto con anterioridad, para logar una interacción relativista es necesario que:

$$I_L \lambda_L^2 \geq 10^{18} W/cm^2 \mu m^2 \quad (4.48)$$

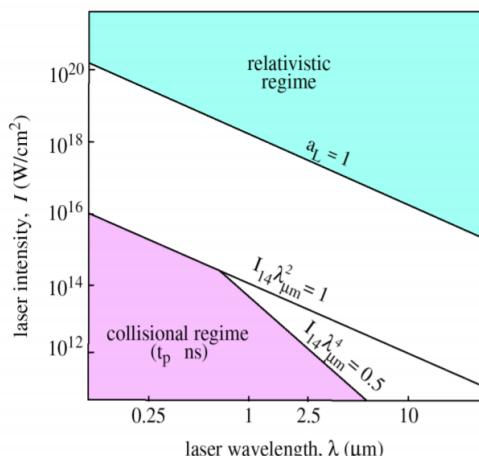


Figura 4.8: Distintos regímenes de interacción del láser con el plasma en función de la intensidad y la longitud de onda del haz.

En este régimen de interacción comienza a ser relevante la fuerza ponderomotriz, la cual es fruto de la distribución de energía de las partículas relativistas

$$E_K = m_e c^2 (\gamma - 1) = m_e c^2 \left( \sqrt{1 + \frac{a_0^2}{2}} - 1 \right) \quad (4.49)$$

$$\mathbf{F}_p = -\nabla E_k = -m_e c^2 \nabla \left( \sqrt{1 + \frac{a_0^2}{2}} - 1 \right) \quad (4.50)$$

donde el factor de Lorentz  $\gamma$  ha sido linealizado para un conjunto de partículas sometidas a una polarización lineal haciendo uso del módulo del vector del potencial del pulso  $a_0$

$$a_0 = \frac{eE}{m_e \omega_L c} \rightarrow a_0 \approx 0.85 \sqrt{\frac{I \lambda_L^2 [\mu\text{m}^2]}{10^{18} [\text{W/cm}^2]}}$$

Cuando el campo electromagnético del láser interactúa con los electrones de una lámina, confiere a estos suficiente energía como para que se alejen a distancias mayores a las de la esfera de Debye y adquieran suficiente energía cinética como para generar una fuerza ponderomotriz que los acelere. Por contra, el campo eléctrico generado por la separación de cargas tiende a frenar los electrones pero dada la cercanía del blanco, estos impactan con el combustible antes de poder volver a la lámina. Dado que la frecuencia de los electrones se eleva, aparece el fenómeno de transparencia y todos los electrones pueden interactuar con el láser.

Además de este mecanismo, si los electrones se encuentran sometidos a un campo magnético se pueden producir fenómenos oscilatorios originados por la componente  $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$  de la fuerza de Lorentz

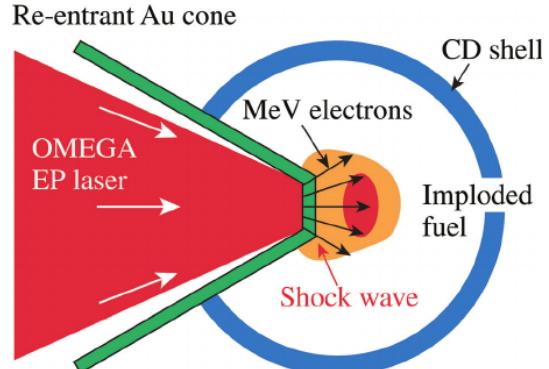


Figura 4.9: Esquema de la generación de un haz de electrones relativistas.

$$\mathbf{F}_{\text{Lorentz}} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (4.51)$$

Esto abre la posibilidad de que se presenten otros mecanismos de transmisión de energía que aprovechen el movimiento oscilatorio de los electrones.

## Eficiencia

Simulaciones basadas en fenómenos de Bremsstrahlung y rayos X predicen una eficiencia entre el 25 % y el 50 % aunque no han tenido en cuenta fenómenos como el reflujo de electrones en la parte trasera de la lámina. Por ello, para estimar la eficiencia de producción de electrones en la lámina se han propuesto algunos modelos basados en los datos experimentales de distintos láseres.

En todos los experimentos se ha podido observar una dependencia con la intensidad del láser  $I_L$ , el estado hidrodinámico del plasma, el contraste del láser y el ángulo de incidencia.

A partir de la siguiente gráfica

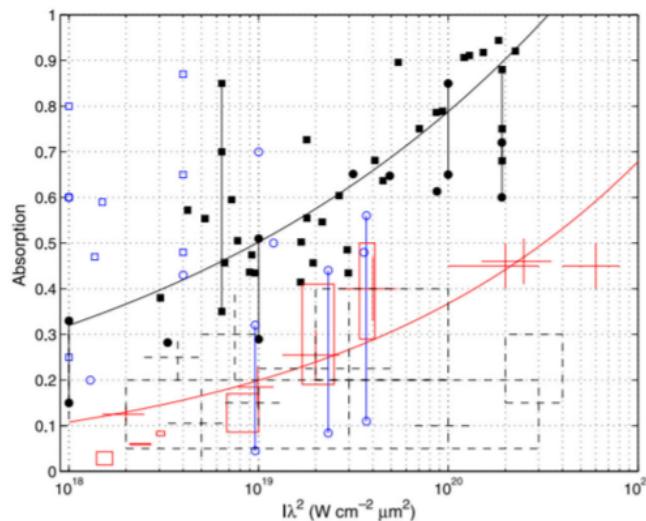


Figura 4.10: Datos experimentales e interpolación: absorción en función de la intensidad y la longitud de onda del láser. Las figuras y cuadros representan resultados experimentales y límites de grupos de resultados experimentales respectivamente, con distintos láseres y distintos ángulos de incidencia. Las líneas negra y roja representan una aproximación de los resultados.

Se puede observar que ambas curvas poseen una forma parecida

$$f_{abs} = \left( \frac{I_L \lambda_L^2}{A} \right)^p \quad (4.52)$$

donde los coeficientes  $A$  y  $p$  se han de ajustar experimentalmente.

Otra forma de caracterizar la conversión de energía es a partir de la eficiencia que es una medida del rendimiento de producción de electrones relativistas en función de la energía del láser, experimentalmente se ha obtenido que:

$$\eta_L = 1.2 \times 10^{-15} (I [W/cm^2])^{0.74} \quad (4.53)$$

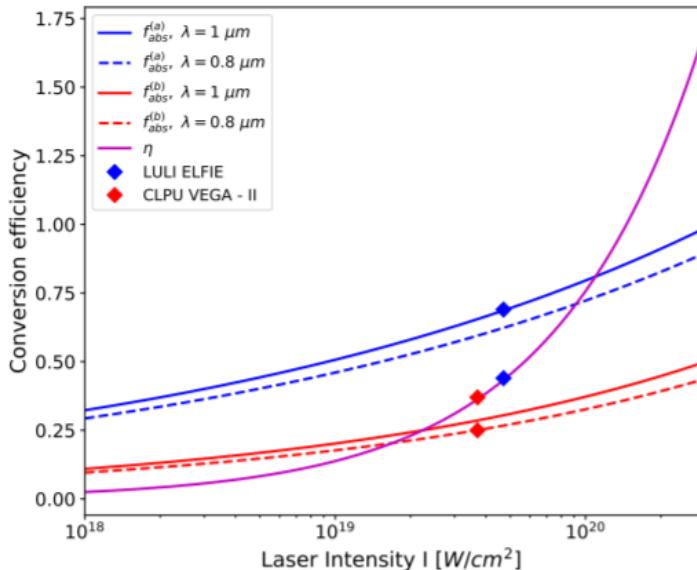


Figura 4.11: Rendimiento del láser y absorción.

Aunque la expresión de la eficiencia puede variar en función del láser empleado, permite determinar en una primera aproximación el número de electrones producidos mediante su propia definición:

$$N_0 = \frac{\eta_L E_L}{c \tau_L \pi R_0^2 k_B T_{hot}} \quad (4.54)$$

donde  $\eta_L$  es la eficiencia del láser,  $E_L$  y  $\tau_L$  son la energía y la duración del pulso láser,  $R_0$  es el radio del haz de electrones y  $T_{hot}$  es la temperatura electrónica de los electrones relativistas.

Este último término, la temperatura electrónica, ha sido modelizado a partir de numerosos experimentos basados en la distribución energética de los electrones.

La distribución electrónica puede ser aproximada con un modelo maxwelliano.

$$f(E) = N_0 E^2 \exp\left(-\frac{E}{T_{hot}}\right) \quad (4.55)$$

y si además se quieren separar los electrones fríos de los calientes

$$\begin{cases} f(E) = \left(\frac{E_0}{E}\right)^\alpha & \text{si } 0.01 < E < 5\text{MeV} \\ f(E) = N_0 \exp\left(-\frac{E}{T_{hot}}\right) & \text{si } 5 \leq E \leq 20\text{MeV} \end{cases} \quad (4.56)$$

Para la temperatura de los electrones, tomando en consideración distintos fenómenos, se han propuesto los siguientes modelos:

Basado en:	Modelo
Fuerza ponderomotriz	$T_{hot}^{Wilks}[\text{keV}] = 511\left(\sqrt{1 + \frac{I_{18}\lambda_{\mu m}^2}{1.37}} - 1\right)$
Emisión de Bremsstrahlung	$T_{hot}^{Beg}[\text{keV}] = 215(I_{18}\lambda_{\mu m}^2)^{1/3}$
RAL VULCAN PW LLNL CALLISTO	$T_{hot}^{Chen}[\text{keV}] \approx (I\lambda_{\mu m}^2)^{0.34 \pm 0.04}$
RAL VULVAN PW GEKKO GXII PW	$T_{hot}^{\text{Tanimoto}}[\text{keV}] = 400(I_{18}\lambda_{\mu m}^2)^{1/3}$
Considerar el pre-plasma	$T_{hot}^{Kluge}[\text{keV}] = 1000 \times 2\pi \left[ \int_0^{2\pi} (1 + a_0^2 \sin^2 \omega_0 t)^{-1/2} dt \right]^{-1} - 1$ donde $a_0 = [2I / (n_c m_e c^3)]^{1/2}$ y $n_c = m_e \varepsilon_0 \omega_0^2 e^{-2}$
Considerar partes frías y calientes	$T_{hot}[\text{keV}] \approx \max[T_{hot}^{Wilks}, T_{hot}^{Beg}]$

Tabla 4.2: Modelos para determinar la temperatura electrónica.

En pulsos más largos, de varios picosegundos, la duración del pulso también es un factor determinante para la expresión de  $T_{hot}$  ya que la presión térmica se eleva tanto que supera la presión generada por la fuerza ponderomotriz. Este régimen es de electrónica relativista super-ponderomotriz y también abre la puerta a nuevas formas de transmisión de energía.

### 4.3.2. Transporte

Una vez que los electrones abandonan la lámina en la que han sido generados han de atravesar dos capas de plasma hasta llegar a la región del hot-spot de interés. La primera capa es la del plasma de la corona, más frío, resultado de la ablación de la capa externa del blanco. La segunda capa es la de combustible termonuclear más caliente y densa. Cuando un electrón del haz atraviesa el plasma (frío o caliente) sufre dos fenómenos: frenado y divergencia.

#### Frenado

El frenado consiste en la pérdida de energía como resultado de la colisión con las partículas que forman el plasma. Dentro del plasma los electrones del haz pueden interactuar con tres tipos de partículas: los iones, los electrones que forman parte de esos iones (electrones ligados a núcleos) o los electrones libres que hay en el plasma.

La colisión con iones, dada la gran diferencia de masas, suele resultar en un cambio en la dirección de movimiento de los electrones rápidos con una pequeña transmisión de su energía cinética a los iones. Sin embargo la mayor parte del frenado proviene de la interacción con los electrones del plasma, tanto los libres como los ligados.

La expresión estándar para el frenado de un electrón relativista en cualquier tipo de materia según la Comisión Internacional de Unidades y Medidas Radiológicas es:

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{n_e e^4}{4\pi \varepsilon_0^2 m_e v} L_d \quad (4.57)$$

donde  $E = (\gamma - 1)m_e c^2$  es la energía cinética de un electrón y  $v$  es su velocidad. El parámetro adimensional de resistencia,  $L_d$ , ha de determinarse. Considerando la interacción de electrones rápidos con los electrones del plasma, la expresión más general de este parámetro es:

$$L_d = \ln \left( \sqrt{\gamma + 1} \frac{E}{I_{ex}} \right) - \frac{\ln 2}{2} + \frac{1}{16} + \frac{(1/2) \ln 2 + 9/16}{\gamma^2} - \frac{\ln 2 + 1/8}{\gamma} - \frac{\delta}{2} \quad (4.58)$$

En esta expresión, el término  $I_{ex}$ , conocido como excitación potencial media, pondera la interacción de los electrones del haz con los electrones ligados del plasma. Los términos intermedios son modificaciones del modelo para incluir

efectos cuánticos. Por último, el término  $\delta/2$  representa la pérdida de energía debida al campo eléctrico del electrón relativista siendo apantallado por los electrones del material, un factor que va ligado a la densidad de electrones del material.

El primer término  $I_{ex}$  puede ser escrito, en términos muy generales como

$$\ln I_{ex} = \sum_{i,j} f_{ij} \ln (E_j - E_i) \quad (4.59)$$

es decir, como la suma ponderada de todas las posibles transiciones entre niveles de energía atómicos de  $E_i$  a  $E_j$  multiplicadas por la probabilidad de transición  $f_{ij}$ . En el caso más simple, en el que el material se comporta como un oscilador armónico de frecuencia  $\omega$ , esta energía valdrá  $\hbar\omega$ . Sin embargo, también han de tenerse en cuenta otros efectos como el acoplamiento y la cuantización de estas oscilaciones, que dependerán del material como puede verse en la figura 4.12

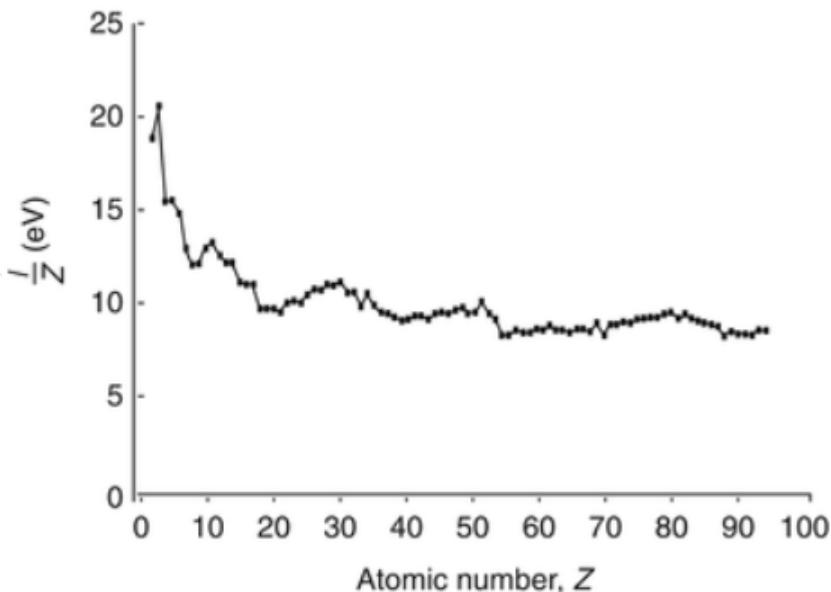


Figura 4.12: Excitación potencial media para distintos elementos adimensionizada con el número atómico.

Aunque normalmente se aproxima para la materia fría con  $Z \geq 13$  mediante

$$I_0^{cold}[\text{eV}] \approx 9.76Z + 58.9Z^{-0.19} \quad (4.60)$$

y para la materia caliente mediante

$$I_0^{hot}[\text{eV}] \approx 10Z \frac{\exp \left[ 1.29 (Z^*/Z)^{0.72-0.18(Z^*/Z)} \right]}{\sqrt{1 - (Z^*/Z)}} \quad (4.61)$$

El término  $\delta/2$  es algo más complejo de determinar para el caso en el que existen varios electrones ligados al núcleo. Según Fermi, para un electrón que viaja a velocidades cercanas a las de la luz se tiene el límite

$$\lim_{v \rightarrow c} \delta = 2 \ln \left( \frac{\gamma \hbar \omega_p}{I_{\text{ex}}} \right) - \frac{v^2}{c^2} \quad (4.62)$$

Para casos más generales Sternheimer propuso una fórmula aproximada

$$\delta = \sum_n f_n \ln \left[ 1 + \frac{E_l^2}{f_S^2 B_n^2 + f_B f_n (\hbar \omega_p)^2} \right] - \left( \frac{E_l}{\gamma \hbar \omega_p} \right)^2 \quad (4.63)$$

donde  $f_n$  es la fracción de electrones con energía de enlace  $B_n$ ,  $f_B$  vale 1 cuando  $B_n = 0$  (electrones libres) y  $2/3$  en el resto de casos (electrones ligados),  $E_l$  viene determinado implícitamente por:

$$\sum_n \frac{f_n (\hbar \omega_p)^2}{f_S^2 B_n^2 + E_l^2} = \frac{1}{(p/m_e c)^2}$$

y por último el factor de Sternheimer  $f_s$  viene dado por:

$$\sum_n f_n \ln [f_S^2 B_n^2 + f_B f_n (\hbar \omega_p)^2] = \ln I_{\text{ex}}^2$$

Otra forma de determinar el frenado es en función de la distancia de penetración de los electrones dentro del material. El frenado fruto de la colisión de los electrones relativistas con los electrones del plasma puede ser escrito como:

$$\frac{dE}{ds} = -Z(\gamma - 1)m_e c^2 n_i \int_0^{1/2} \varepsilon \frac{d\sigma}{d\varepsilon} d\varepsilon \quad (4.64)$$

donde  $n_i$  es a densidad de átomos,  $E$  es la energía cinética de los electrones del haz,  $\varepsilon = \Delta E/E$  la fracción de energía transferida y  $d\sigma/d\epsilon$  la energía diferencial transferida por sección eficaz.

Para el cómputo de la integral la interacción puede dividirse en la correspondiente a electrones ligados, a electrones libres y a la generación de plasmones.

$$\left. \frac{dE}{ds} \right|_{\text{total}}^{\text{hot}} = \left. \frac{dE}{ds} \right|_{\text{bound}}^{\text{hot}} + \left. \frac{dE}{ds} \right|_{\text{free}}^{\text{hot}} + \left. \frac{dE}{ds} \right|_{\text{plasmon}}^{\text{hot}} \quad (4.65)$$

Cada contribución se evalúa de acuerdo al modelo de interacción correspondiente:

$$\begin{aligned} \left. \frac{dE}{ds} \right|_{\text{bound}}^{\text{hot}} &= -En_i(Z - Z^*)\sigma_e \left[ \ln \left( \frac{2\varepsilon_c(\gamma^2 - 1)(\gamma - 1)}{(I_0/m_ec^2)^2} \right) - \frac{v_e^2}{c^2} \right] \\ \left. \frac{dE}{ds} \right|_{\text{free}}^{\text{hot}} &= -En_iZ^*\sigma_e \left[ \ln \frac{1}{4\varepsilon_c} + 1 - \frac{2\gamma - 1}{\gamma^2} \ln 2 + \frac{1}{8} \left( \frac{\gamma - 1}{\gamma} \right)^2 \right] \\ \left. \frac{dE}{ds} \right|_{\text{plasmon}}^{\text{hot}} &= -En_iZ^*\sigma_e \ln \left[ 1 + \left( \frac{v_e}{\omega_{pe}\lambda_D\sqrt{3/2}} \right)^2 \right] \end{aligned}$$

donde  $Z^*$  es el grado de ionización (caracterizado por el número de electrones que quedan ligados al núcleo),  $\sigma_e = 2\pi r_e^2/\beta^2(\gamma - 1)$  es la sección efectiva del electrón,  $v_e$  la velocidad del electrón incidente,  $\omega_{pe}$  es la frecuencia de los electrones del plasma y  $\varepsilon_c$  está definido por:

$$\varepsilon_c \approx \left( \frac{\max(r_0, \lambda_{\text{Broglie}})}{\max(\lambda_D, r_e)} \right)^2$$

donde  $r_0$  es la longitud de Landau,  $\lambda_{\text{Broglie}}$  está calculada con centro de masas como referencia  $M = \hbar/m_ec\sqrt{2(\gamma - 1)}$ ,  $\lambda_D$  es la longitud de Debye y  $r_e = e^2/(4\pi\varepsilon_0 m_e c^2)$ .

Asumiendo un número de resistencia constante se puede determinar la distancia de frenado, lo que permite estimar si el láser alcanzará el hot-spot o no

$$s = \frac{4\pi e_0^2}{n_e e^4 L_d} \frac{E^2}{\gamma} \quad (4.66)$$

Una expresión más precisa para el caso del DT comprimido viene dada por la expresión

$$\rho s \approx 1.94 \frac{E_{\text{MeV}}^2}{1 + 1.96 E_{\text{MeV}}} \rho_{100}^{0.066} \text{ gcm}^{-2} \quad (4.67)$$

donde  $\rho_{100} = \rho/100 \text{ gcm}^{-3}$ .

Esta expresión ha demostrado una precisión mayor al 10 % para energías entre 1 y 10 MeV y para densidades entre 300 y 1000  $\text{gcm}^{-3}$  que son los valores con lo que normalmente se trabaja en la ignición por haz de electrones.

## Divergencia

Además de frenarse, los electrones del haz al interactuar con las partículas del plasma cambian la dirección de su movimiento. Aunque podría parecer un fenómeno sin importancia, divergencia del haz es uno de los mayores problemas a los que se enfrenta la ignición por haz de electrones ya que alcanza valores del orden de los 100°.

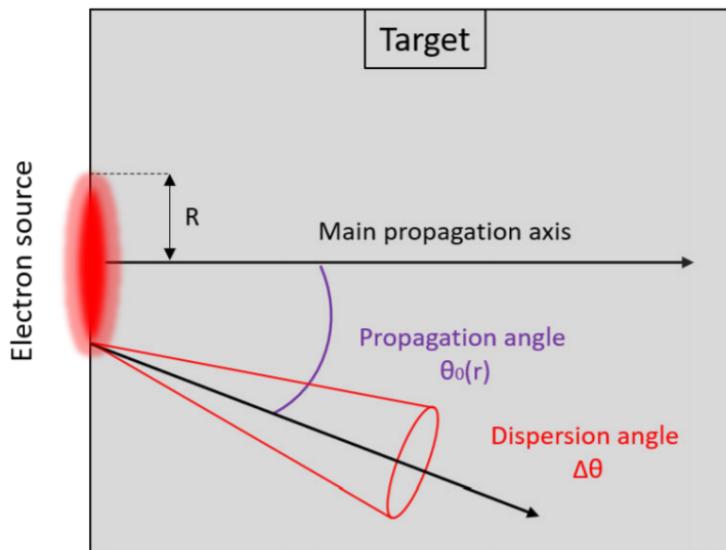


Figura 4.13: Esquema de la divergencia angular de los electrones.

De forma similar al frenado, a partir de un modelo de colisiones binarias (dado que los radios atómicos son mucho más pequeños que la distancia interatómica) se puede describir la divergencia mediante

$$\frac{d \langle \theta^2 \rangle}{dt} = \frac{Z n_e e^4}{2\pi \varepsilon_0^2 p^2 v} L_s \quad (4.68)$$

donde  $\langle \theta^2 \rangle$  es el ángulo de divergencia (al cuadrado) promedio respecto a la dirección de propagación,  $p$  es la cantidad de movimiento de los electrones y el parámetro adimensional  $L_s$  se conoce como número de divergencia y ha de determinarse.

En el caso del hidrógeno la interacción con los electrones ha de tenerse también en cuenta porque es significante. Los electrones del núcleo solo interactúan con los electrones del haz cuando estos han entrado en el átomo, por tanto el número de divergencia electrónico va ligado al número de divergencia total

$$L_{s-e} \sim L_s - \frac{1}{2} \ln \frac{\gamma + 3}{2} \quad (4.69)$$

Lo que conduce finalmente a la expresión

$$\frac{d \langle \theta^2 \rangle}{dt} \approx \frac{n_e e^4}{2\pi \varepsilon_0^2 p^2 v} \left[ (Z + 1)L_s - \frac{1}{2} \ln \frac{\gamma + 3}{2} \right] \quad (4.70)$$

donde  $L_s$  toma el valor

$$L_s \approx \ln \frac{2\lambda_{DP}}{\hbar} - 0.234 - 0.659 \frac{v^2}{c^2}$$

si la materia está completamente ionizada, y el valor

$$L_s \approx \ln \frac{2ap}{\hbar} - 0.234 - 0.659 \frac{v^2}{c^2}$$

si no está ionizada.

Considerando solo la parte en la que las pérdidas de energía cinética son despreciables, la divergencia final de los electrones que hayan penetrado una profundidad  $s$  en el plasma, será

$$\langle \theta^2 \rangle^{1/2} \approx \frac{Ze^2}{\varepsilon_0 p v} \sqrt{\frac{n_a s L_s}{2\pi}} \quad (4.71)$$

donde  $n_a$  es la densidad de átomos.

Como se puede ver hay una dependencia directa con el número atómico lo cual, aunque en el blanco no sea un problema, sí lo es en el cono ya que normalmente es de oro o de cobre.

Suele ser práctico determinar el ángulo de divergencia partir de la intensidad del láser, por ello, a partir de datos experimentales se ha conseguido formular el siguiente modelo

$$\theta_{1/2} \approx (17 \pm 3.8)^\circ + (13 \pm 2.5)^\circ \log(I_{18}) \quad (4.72)$$

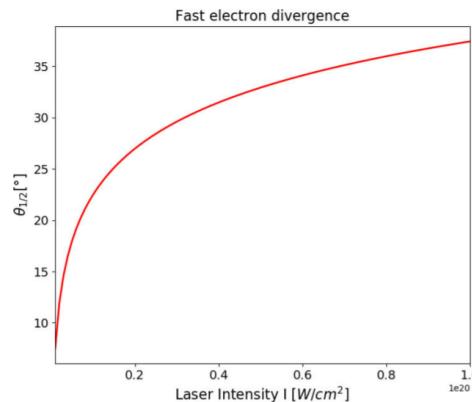


Figura 4.14: Divergencia de electrones relativistas.

También es interesante estudiar el efecto que tiene la distribución de energía de los electrones a la hora de determinar la divergencia.

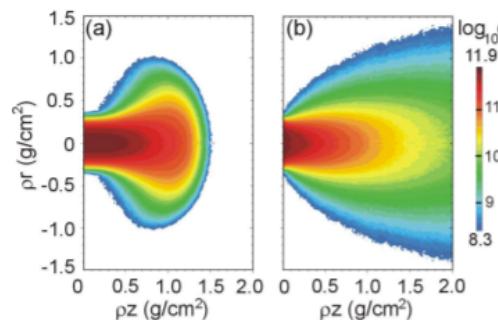


Figura 4.15: Divergencia de electrones relativistas para dos distribuciones energéticas (a) monoenergética y (b) maxwelliana.

## Efecto de campos electromagnéticos

La propagación colectiva de electrones en el plasma denso crea un campo eléctrico, debido a la acumulación de cargas negativas, que expulsa radialmente a los electrones del propio plasma. El movimiento de estos electrones de fondo (background electrons) genera una corriente  $\mathbf{j}_b$  que tiende a compensar la corriente de electrones incidentes  $\mathbf{j}_e$ . Este fenómeno ocurre en tiempos del orden de

$$\tau_{neut} \sim \max \left[ \frac{1}{\nu_{ei}}, \frac{1}{\omega_{pe}} \right]$$

donde  $\nu_{ei}$  hace referencia a la frecuencia de colisión ión-electrón y  $\omega_{pe}$  hace referencia a la frecuencia del plasma.

Dado que las corrientes se anulan localmente, es decir  $\mathbf{j}_e \approx -\mathbf{j}_b$ , el campo eléctrico se anula, de lo contrario el campo eléctrico generado por la corriente frenaría los propios electrones del haz en un corto periodo de tiempo.

El flujo de electrones crea una corriente muy intensa

$$I_b \simeq N_e e / \tau_L \quad (4.73)$$

por el número de cargas  $N_e$  transportadas en un corto periodo de tiempo  $\tau_L$ . Por tanto, la corriente de retorno también ha de ser muy intensa (típicamente del orden de 1MA) pero está acotada por la corriente límite de Alfvén, ya que se trata de una oscilación electro-magneto-hidrodinámica de baja frecuencia en la que interviene la inercia de las masas partículas contra la tensión electromagnética de las cargas. La corriente límite de Alfvén viene dada por

$$I_A = \frac{4\pi m_e c}{e \mu_0} \gamma_b \beta_b \approx 17 \gamma_b \beta_b [\text{kA}] \quad (4.74)$$

donde  $\beta_b = v_b/c$  es la velocidad normalizada con la de la luz y  $\gamma_b$  es el factor de Lorentz de los electrones de fondo.

El campo magnético generado por esta corriente será, asumiendo el haz como un cilindro homogéneo de radio  $R_0$ ,

$$B_I = \frac{\mu_0 I_A}{2\pi R_0} \quad (4.75)$$

y un electrón aislado con ímpetu  $p = \gamma_e m_e v_e$  podrá propagarse hasta una distancia igual al radio de Larmor

$$r_L = \frac{\gamma_e m_e v_e}{e B_I} \quad (4.76)$$

lo que significa que la corriente neta total  $\mathbf{j} = \mathbf{j}_b + \mathbf{j}_e$  será neutralizada en un tiempo

$$\tau_D = \frac{\mu_0 R_0^2}{\eta} \quad (4.77)$$

que según se ha comprobado experimentalmente es del orden de  $15\text{ns}$ .

Los mecanismos que intervienen en la propagación colectiva de electrones dependen directamente de la resistividad del plasma. Este parámetro tiene una fuerte dependencia con la temperatura del plasma. Según el modelo de Drude, la resistividad puede expresarse como

$$\eta = \frac{m_e \nu_b}{e^2 n_b} \quad (4.78)$$

donde  $\nu_b$  y  $n_b$  son la frecuencia de colisión y la densidad de los electrones del plasma.

El mecanismo predominante de colisión viene determinado por la temperatura electrónica del plasma  $T_b$ :

- Colisiones electrón-fonón, bajas temperaturas ( $T_b \ll T_F$ )

$$v_{e,ph} \approx \frac{k_S e^2 k_B T_b}{2\pi \epsilon_0 \hbar^2 v_F} \quad (4.79)$$

- Colisiones electrón-electrón, temperaturas medias ( $0.1T_F < T_b < T_F$ )

$$v_{e,e} = A_v \frac{k_B T_b^2}{\hbar T_F} \quad (4.80)$$

- Colisiones electrón-electrón, altas temperaturas ( $T_b \gg T_F$ )

$$v_{sp} = \frac{4}{3} \sqrt{2\pi} k_{sp} \frac{Z^* e^4 m_e n_b}{(4\pi \epsilon_0)^2 (m_e k_B T_b)^{3/2}} \ln \Lambda \quad (4.81)$$

En estas expresiones  $T_F = E_F/k_B$  es la temperatura de Fermi (donde  $E_f = \hbar^2 (3\pi^2 n_e)^{2/3} / (2m_e)$  es la energía de Fermi),  $v_F = \sqrt{2E_F/m_e}$  es la velocidad

de Fermi,  $k_S$  es una constante que depende del material,  $A_v$  es un parámetro de ajuste que está en el rango 1 – 1000 y  $k_{sp} = 3\pi/32$  es el parámetro de Spitzer. En ocasiones, sobre todo cuando la temperatura electrónica es cercana a los límites de los modelos, se aplica la siguiente interpolación

$$v_e^{-2} = (v_{e,ph} + v_{e,e})^{-2} + v_c^{-2} + v_{sp}^{-2} \quad (4.82)$$

donde  $v_c = \sqrt{v_F^2 + v_{Te}^2}/r_i$ , siendo  $r_i$  la distancia interatómica.

Para corrientes muy altas, la pérdida de energía deja de estar regida por fenómenos colisionales y la resistencia óhmica comienza a ser dominante.

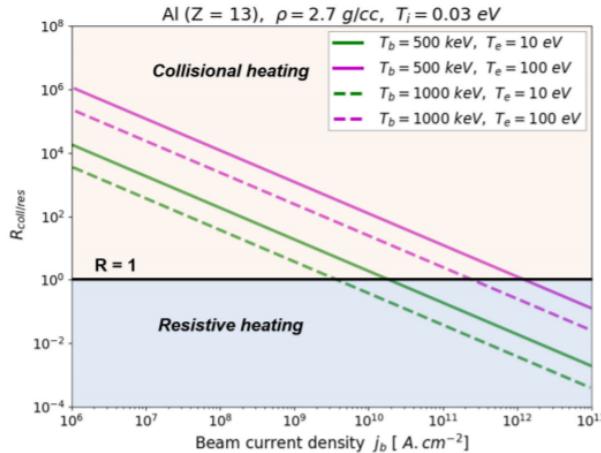


Figura 4.16: Evolución del ratio entre pérdidas colisionales y resistivas para distintas energías electrónicas del haz y del plasma.

La energía perdida por la corriente de electrones se convierte en calor de acuerdo a la ley de Joule:

$$\frac{dP}{dV} = \mathbf{j} \cdot \mathbf{E} \quad (4.83)$$

donde  $dP/dV$  es la potencia transmitida por unidad de volumen,  $\mathbf{j}$  la densidad de corriente y  $\mathbf{E}$  el campo eléctrico que en este caso es

$$\mathbf{E} = -\eta \mathbf{j}_e + \frac{\eta}{\mu_0} \nabla \times \mathbf{B}_e$$

Para un haz neutralizado se tiene que  $\mathbf{j}_e = \mathbf{j}_b = \mathbf{j}$  y  $\mathbf{B}_e = \mathbf{B}_b = \mathbf{B}$ . Aplicando la ley de Faraday:  $\partial_t \mathbf{B} = -\nabla \times \mathbf{E}$ , a esta última expresión se obtiene una expresión para la evolución del campo eléctrico

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \eta \nabla \times \mathbf{j} + \nabla \eta \times \mathbf{j} + \frac{\eta}{\mu_0} \nabla^2 \mathbf{B} - \nabla \eta \times (\nabla \times \mathbf{B}) \quad (4.84)$$

Los cuatro sumandos de la expresión representan cuatro fenómenos distintos asociados a la evolución magnética del haz y serán relevantes a la hora de determinar el mecanismo de colimación del haz.

- Auto-colimación:  $\eta \nabla \times \mathbf{j}$

El campo magnético generado por este término crece de forma que tiene a colimar el haz.

- Ahuecamiento del haz:  $\nabla \eta \times \mathbf{j}$

El incremento de temperatura provoca un aumento de la resistividad en el centro del haz, el campo magnético resultante tiende a decolimar el haz en el centro.

- Difusión y advección resistiva del campo:  $\frac{\eta}{\mu_0} \nabla^2 \mathbf{B}$  y  $\nabla \eta \times (\nabla \times \mathbf{B})$

Ambos fenómenos son característicos de cualquier plasma y no están relacionados con el transporte de electrones rápidos.

## Inestabilidades

Cuando el haz de electrones atraviesa las capas de plasma se producen inestabilidades asociadas tanto a la naturaleza electromagnética del fluido como a los fenómenos colisionales entre partículas. Estudios recientes han demostrado que la inestabilidad dominante es la relacionada con los modos de filamentación cuasi-magnética que se desarrollan normales a la dirección del haz, los cuales se intensifican cuando la densidad del haz y el plasma son comparables.

El haz de electrones se introduce en el pre-plasma a una gran velocidad, lo que macroscópicamente se interpreta como una mayor temperatura, y se tiene por tanto una distribución anisótropa de temperaturas lo cual da lugar a inestabilidades tipo Weibel. Esta inestabilidad es parecida a la que ocurre cuando dos corrientes fluyen de forma paralela a distintas velocidades, lo que se conoce como inestabilidad de las dos corrientes (two stream instability)

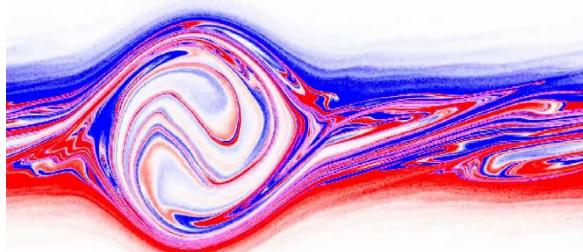


Figura 4.17: Inestabilidad de las dos corrientes.

En el caso de los electrones, en la superficie del blanco se generan campos electromagnéticos que desvíen la trayectoria de los electrones y finalmente consiguen igualar la temperatura en todas direcciones por medio de una turbulencia magnética.

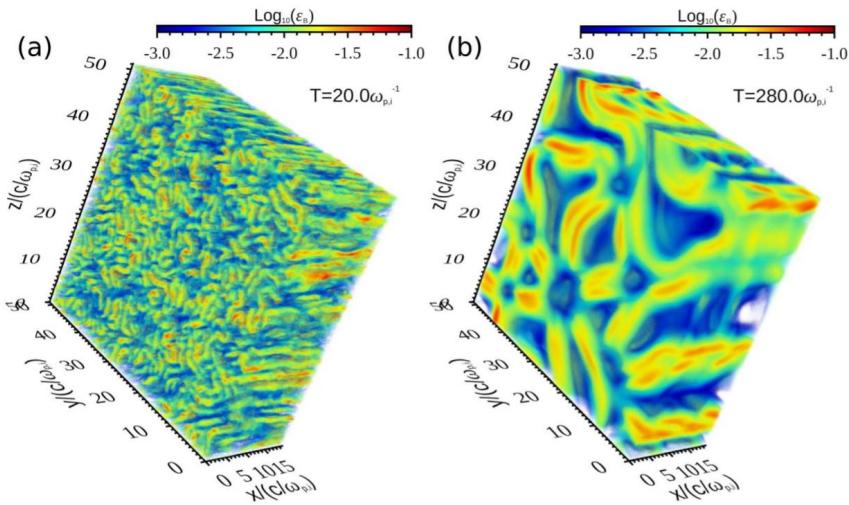


Figura 4.18: Inestabilidad de Weibel.

Los electrones afectados por este campo magnético sufren una dispersión angular bastante grande por lo que se necesita una mayor energía para producir la fusión

$$E_L \geq 93 \left( \frac{\rho}{300 \text{ g cm}^{-3}} \right)^{-0.9} \left( \frac{f_R \lambda_0}{0.5 \mu\text{m}} \frac{0.25}{\eta_L} \right)^2 \text{ KJ} \quad (4.85)$$

donde  $\rho$  es la densidad en el núcleo del blanco,  $\lambda_0$  es la longitud de onda del láser,  $\eta_L$  es la eficiencia de producción de electrones relativistas y  $f_R$  es un parámetro que depende de la energía media del haz  $\langle E_e \rangle$

$$\rho\mathcal{R} = 0.6f_{\mathcal{R}} \langle E_e \rangle \text{ gcm}^{-2}$$

que es cercano a la unidad en el régimen colisional y que decae rápidamente cuando existen inestabilidades.

Las otras inestabilidades que pueden aparecer son las relacionadas con el campo eléctrico, sobre todo en la dirección de propagación del haz, y las de origen colisional.

### 4.3.3. Colimación

Para reducir la divergencia del haz y así optimizar el transporte de electrones a través del blanco es necesario colimar el haz y para ello ha de actuarse sobre el campo magnético al que los electrones están sometidos. La propagación de electrones está principalmente regida por efectos asociados a la resistividad y por inestabilidades no colisionales tipo Weibel que hacen aumentar la divergencia del haz en sus etapas iniciales.

#### Guidado resistivo

Han sido propuestas diferentes estrategias de control para el haz, una de ellas es la aplicación de campos magnéticos. Estos campos han de ser del orden de  $kT$  para que puedan colimar el haz y pueden ser externos o auto-generados. Para que se auto-genere un campo magnético es necesario que exista un gradiente de resistividad, este gradiente puede ser artificial o puede aprovecharse la distribución de resistividad del material por el que pasa el haz.

El campo magnético generado por los términos de la auto-colimación y el ahuecamiento del haz (beam hollowing), que son los términos fruto del transporte de electrones, es

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \eta \nabla \times \mathbf{j}_e + \nabla \eta \times \mathbf{j}_e \quad (4.86)$$

De forma escalar, campo magnético generado por el término de auto-colimación es aproximadamente para un haz de radio  $R$ :

$$\frac{\partial B_1}{\partial t} \approx \frac{\eta j_e}{R} \quad (4.87)$$

Si se emplea la resistividad de Spitzer ( $\eta = \alpha T^{-3/2}$ ) esta expresión puede integrarse para obtener

$$B_1 \approx \frac{3n_e}{2j_e R} \left[ at + T_0^{5/2} \right]^{2/5} \quad (4.88)$$

donde  $T_0$  es la temperatura inicial y  $a = 2\alpha j_e^2 / 3en_e$ .

El ángulo ( $\theta$ ) que un electrón será deflectado cuando recorra una distancia tal que el radio del haz se doble será

$$\theta = \frac{eB_1 R}{\gamma m_e c \tan \theta_{1/2}} \quad (4.89)$$

Este valor es muy importante ya que el criterio de Bell-Kingham para la colimación es  $\theta = \theta_{1/2}$ . Sustituyendo en la ecuación anterior se tiene

$$\theta_{1/2} \tan \theta_{1/2} = \frac{3en\bar{\varepsilon}}{\gamma m_e c \eta L I_L} \left[ at + T_0^{5/2} \right]^{2/5} \quad (4.90)$$

donde  $\bar{\varepsilon}$  es la energía promedio de los electrones del haz e  $I_L$  la intensidad de láser.

Los valores típicos en este mecanismo predicen que la auto-colimación solo es posible para ángulos de divergencia mayores a 20 – 30.

Por otra parte el campo magnético generado por el segundo término, el del ahuecamiento del haz, es aproximadamente

$$\frac{\partial B_2}{\partial t} \approx \frac{\eta j_e}{L_{int}} \quad (4.91)$$

donde  $L_{int}$  es la longitud característica en la que varía la resistividad.

Este segundo campo actúa contra el primero de forma que si se pretende colimar el haz es necesario que  $B_1 \gg B_2$  y para obtener esto es necesario que  $L_{int} \gg R$ , es decir, que las transiciones de resistividad ocurran en distancias mucho mayores que el diámetro del haz. Para lograr esto se pueden emplear distintas técnicas.

Una de ellas es el empleo de distintos materiales para la lámina generadora de electrones relativistas o para una lámina intermedia donde los electrones se colimen.

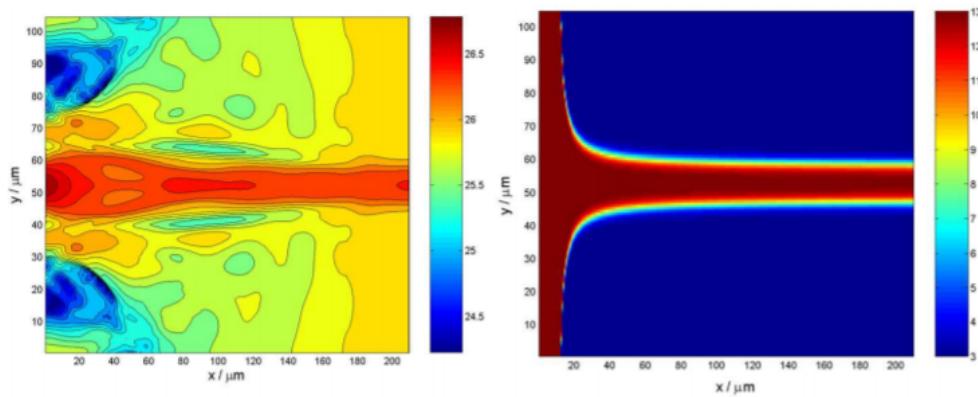


Figura 4.19: Esquema de guiado resistivo. A la izquierda un mapa de los materiales según su número atómico  $Z$ , en este caso la lámina es una aleación de hierro(26) con cromo(24), manganeso(25) y cobalto(27). A la derecha un mapa de las distribución de electrones.

También se pueden emplear configuraciones más sencillas como estructuras en forma de cable. Esta técnica es aplicable siempre y cuando los campos magnéticos persistan durante todo el pulso de ignición y siempre y cuando el camino de alta resistividad resista a la compresión resultado de la implosión si la lámina está en contacto con el blanco de fusión.

Además, una vez que el haz atraviesa el blanco se necesita que se siga cumpliendo la condición  $L_{int} \gg R$  para que el haz no se disperse dentro del combustible y se enfoque en la región de interés. Este es otro motivo por el cual las interfaces de las distintas capas que conforman el blanco de fusión han de tener un acabado superficial bastante bueno.

Otra forma de colimar es mediante la geometría de la punta del cono (donde incide el haz ultra-intenso y se generan los electrones relativistas). Con un diseño elíptico o parabólico se genera un campo magnético azimutal que actúa como una lente.

## Doble cono

En este método se introduce un espacio vacío para que los electrones que se propagan con grandes ángulos de divergencia se escapen. Este espacio vacío se produce empleando dos conos, así la pared del cono está aislada del plasma coronal y los electrones son confinados y guiados hasta la punta del cono por los campos electrostáticos y quasi-magnetostáticos generados en el vacío.

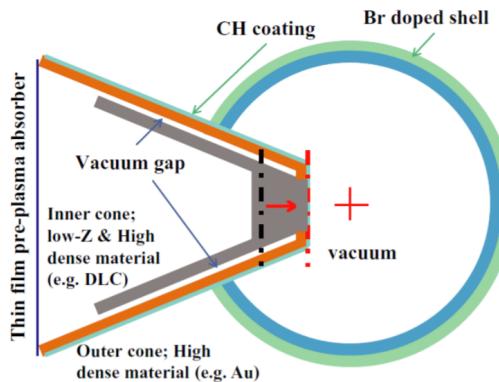


Figura 4.20: Esquema del esquema del doble cono.

El campo magnético que confina el haz se genera cuando una fuente de electrones de alta energía producidos en el cono interior y en la punta del cono producen una corriente en el interior del hueco y una corriente superficial de signo opuesto en la pared interior del cono exterior. La suma de ambas corrientes genera un campo magnético en el hueco.

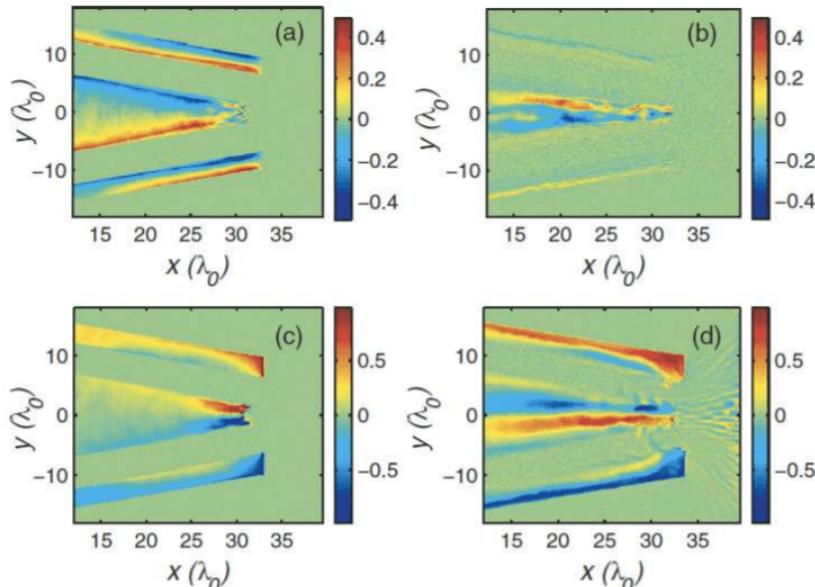


Figura 4.21: En (a,b) evolución del campo eléctrico y en (c,d) evolución del campo magnético.

Como resultado del campo electromagnético el haz de electrones se colima. En la figura 4.22 se puede apreciar como el doble cono consigue concentrar los electrones que salen hacia el blanco.

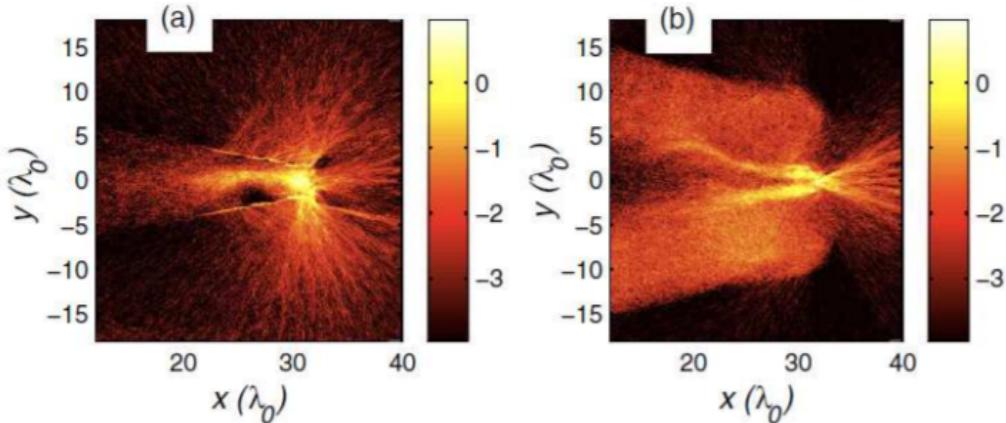


Figura 4.22: Distribución de electrones con configuración de cono simple (a) y con doble cono (b).

### Doble pulso

Otra opción similar a la anterior es el empleo de dos pulsos láser. En este esquema un primer pulso, de menor intensidad  $I_{gen}$  y duración  $t_{gen}$ , incide sobre la lámina objetivo generando un haz de electrones que producen una corriente que induce un campo magnético. Un segundo pulso láser, de mayor intensidad  $I_{main}$ , incide sobre la lámina después de un tiempo y produce un segundo haz de electrones que atraviesa el primero y es colimado por el campo magnético generado. La intensidad de haz inicial puede estimarse analíticamente con la siguiente aproximación:

$$I_{gen} > 45.2 \left( \frac{1 - \cos(\theta_{1/2})}{\eta t_{gen}} \right)^{0.7} (I_{main})^{0.35} \quad (4.92)$$

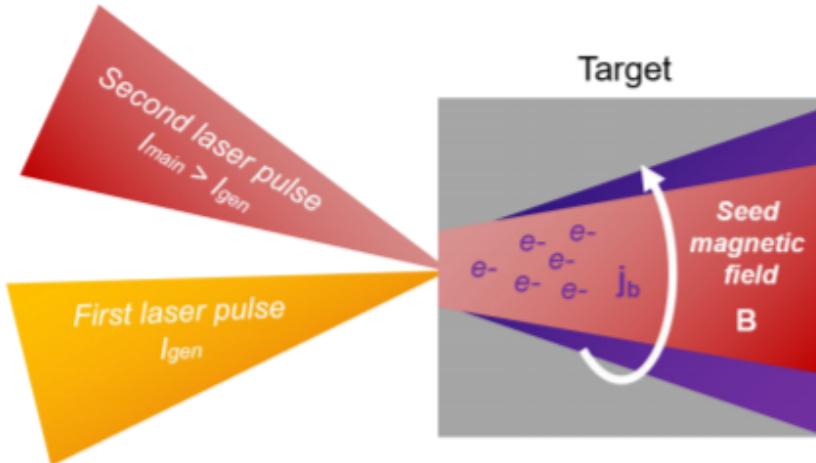


Figura 4.23: Esquema del método de doble pulso.

### Campo magnético externo

Finalmente se puede recurrir a la aplicación de un campo magnético externo para colimar el haz en lugar de tratar que el haz se auto-colime. Existen dos métodos principales para generar el intenso ( $\sim MG$ ) campo magnético necesario: comprimir campo magnético durante la implosión y el empleo de bobinas láser.

La compresión del flujo magnético busca aprovechar la disminución de área para incrementar el campo magnético ya que el flujo magnético se mantiene constante

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \rightarrow \oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0 \quad (4.93)$$

donde  $d\mathbf{S}$  es el diferencial de superficie.

Sin embargo, aunque el campo magnético sí alcance valores elevados en el DT no se difunde con facilidad hacia el interior del cono, así que los electrones son generados en un ambiente de menor intensidad de campo magnético.

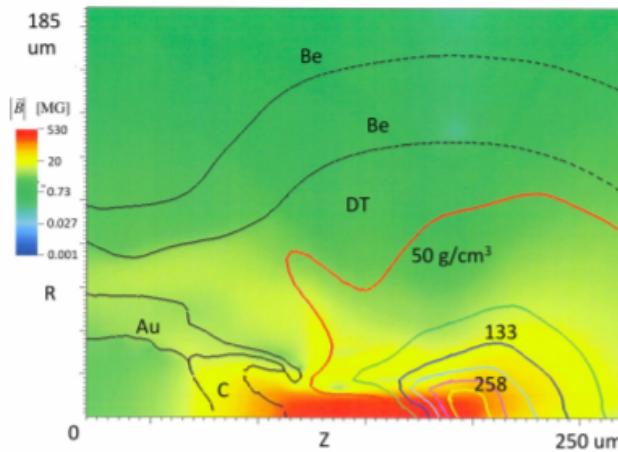


Figura 4.24: Distribución de la intensidad del campo magnético.

Las bobinas láser se presentan como una buena alternativa ya que permiten intensificar el campo magnético en la región de generación de electrones.

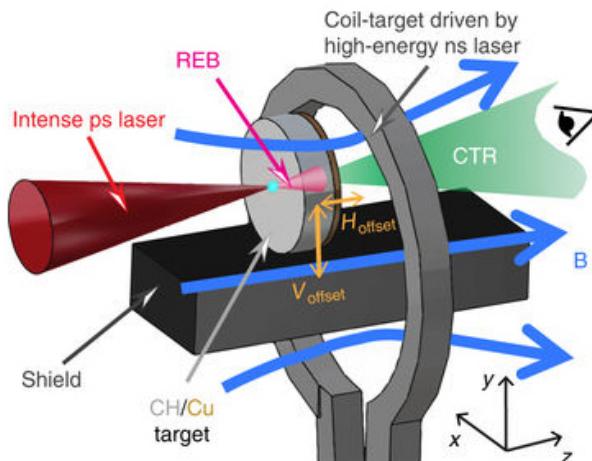


Figura 4.25: Ubicación de la bobina láser en el cono de guiado.

Estos artefactos consisten en una bobina conectada a dos placas sobre una de las cuales incide un láser con energías del orden de  $KJ$  durante un tiempo del orden de  $ns$ . Los electrones calientes producidos por absorción resonante alcanzan la otra placa y establecen una diferencia de potencial. A través de la

bobina pasa la corriente que los trae de vuelta a su placa inicial, generándose así un potente campo magnético ( $\sim 10MG$ )

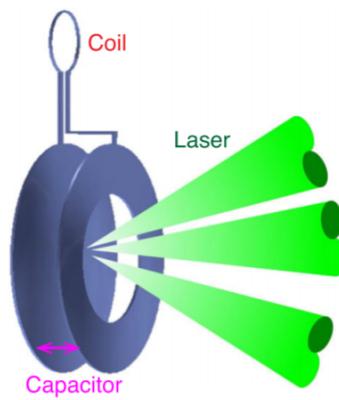


Figura 4.26: Esquema de una bobina láser.

Este tipo de colimado de haz será el que se estudie en el capítulo de simulaciones, donde se someterá un haz de electrones relativistas a un campo magnético externo.

## 4.4. Otros métodos de ignición

Actualmente se investigan otros métodos de ignición que no tienen algunos de los problemas de la ignición por haz electrónico pero que presentan otras fenomenologías que también dan lugar a inconvenientes.

### 4.4.1. Ignición rápida por haz de iones

La ignición rápida por haz de iones consiste en el bombardeo del blanco con un haz de partículas masivas las cuales confieren energía a una zona del combustible donde se produce la primera reacción de fusión. Estas partículas masivas bien pueden ser protones o incluso iones más pesados y los métodos de aceleración son muy diversos. Es muy interesante emplear este tipo de partículas ya que cuanto más masivas son, menos sensibles se vuelven a las interacciones electromagnéticas con el plasma ya que su inercia es mayor.

Los mecanismos de aceleración de partículas son bastante diversos pero todos ellos se basan en la interacción de un haz láser con una lámina delgada.

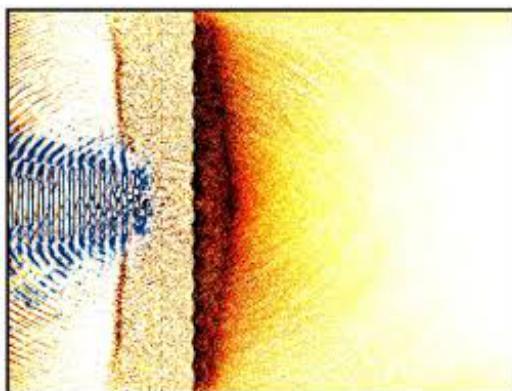


Figura 4.27: Esquema de aceleración de iones.

#### Target Normal Sheath Acceleration

Uno de los métodos más estudiados en el proceso de ignición rápida es el de *Target Normal Sheath Acceleration* (TNSA). En este esquema, un láser polarizado interactúa con una lámina delgada (del orden de micrómetros) la cual, bajo la acción del láser se ioniza generando plasma. La energía del láser se deposita en el plasma donde se generan grandes cantidades de electrones

supratérmicos, es decir, electrones que tienen una mayor energía cinética que la promedio (que es con la que se calcula la temperatura). Estos electrones atraviesan la lámina y la abandonan a gran velocidad por el lado opuesto al láser lo cual, debido a su gran número, genera una gran diferencia de potencial. Debido a esta diferencia de potencial los iones de la lámina son arrancados de ella y se aceleran tras la nube de electrones que ya va camino del blanco de fusión. En la figura 4.28 se refleja el esquema del proceso.

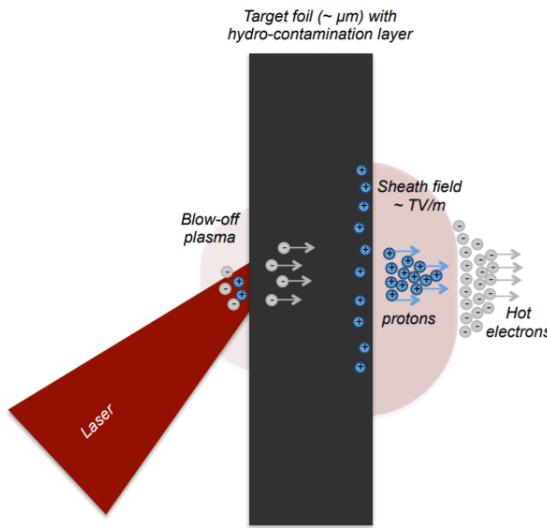


Figura 4.28: Esquema del método TNSA.

La emisión de iones se realiza a distintas velocidades y la llegada de estos no se produce de forma simultánea. Esto se conoce como dispersión temporal y es un factor clave para determinar la distancia de la lámina al blanco. En este esquema es necesario considerar que algunos de los electrones calientes que salen de la placa vuelven a ella y la configuración del campo electrostático que generan no es paralela a la lámina sino que se curva en los extremos. Este efecto reduce la efectividad del mecanismo. Además se produce también una aceleración de iones hacia el lado del láser por el mismo principio y esto hace que el campo electrostático sea menor.

## Radiation Pressure Acceleration

Mientras que el esquema TNSA se basa en la interacción superficial del láser con la lámina, en las técnicas de *Radiation Pressure Acceleration* (RPA), se busca una interacción con todo el volumen de la lámina, lo cual reduce la energía necesaria para generar el haz de iones. El mecanismo RPA se divide en dos regímenes, el *Hole – Boring*, cuando la lámina es más gruesa y el *Light – Sailing*, cuando la lámina es más delgada.

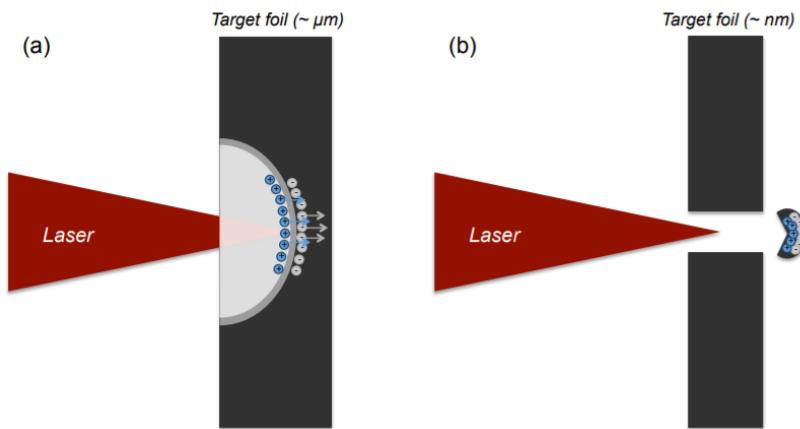


Figura 4.29: Esquema del método RPA. En (a) esquema del mecanismo Hole-Boring donde los electrones son acelerados directamente por la presión de radiación del láser y en (b) Light-Sailing donde toda una sección de plasma es acelerada por la presión de radiación del láser.

Cuando la lámina objetivo es gruesa (del orden de micrómetros) la presión de radiación del láser es capaz de superar la barrera de la densidad crítica formando un agujero a su alrededor. Debido a la diferencia de presiones entre un lado y otro del material se produce en el área del agujero una disminución del número de electrones que son emitidos hacia el blanco de fusión. La zona libre de electrones del agujero provoca que los iones sean acelerados hacia ella y luego, tras ser reflejados, se precipitan tras los electrones que abandonaron el frente del láser, sumándose así ambos efectos.

Cuando la lámina objetivo es suficientemente delgada (del orden de nanómetros), el espesor se vuelve comparable al agujero que produce el láser y se produce la separación de un trozo entero de lámina y electrones e iones viajan juntos hacia el blanco.

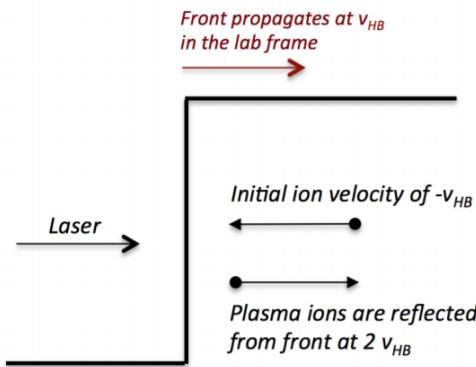


Figura 4.30: Esquema del Hole-Boring. Los iones son reflejados en el frente del láser.

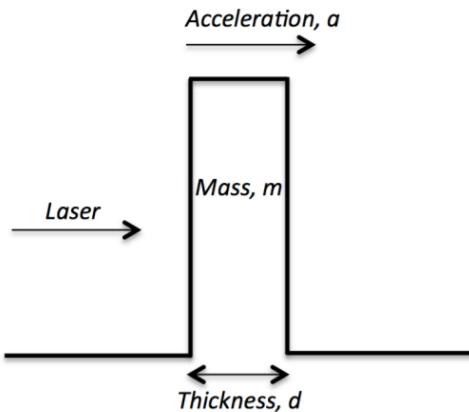


Figura 4.31: Esquema del Light-Sailing. Toda la masa de la lámina objetivo es acelerada bajo la presión del láser.

### Breakout Afterburner

En los mecanismos anteriores se ha asumido que el láser interactúa con una lámina que permanece completamente opaca a lo largo de toda la interacción. Sin embargo, para ciertas intensidades y longitudes de onda de láser, la interacción pasa de ser colisional a ser relativística.

En un primer instante el mecanismo funciona igual que el TNSA pero a medida

que el resto de electrones de la lámina son convertidos en electrones supratérmicos por su interacción con el láser la lámina empieza a adquirir transparencia. Este efecto se produce porque los electrones que forman la lámina empiezan a oscilar cada vez a mayor frecuencia por lo que la densidad crítica, que determina hasta dónde puede penetrar el láser:

$$n_c = \frac{\pi m_e c^2}{e^2 \lambda^2} \quad (4.94)$$

crece hasta que el láser puede atravesar la lámina sin problema e interactuar con todas las partículas, acelerándolas.

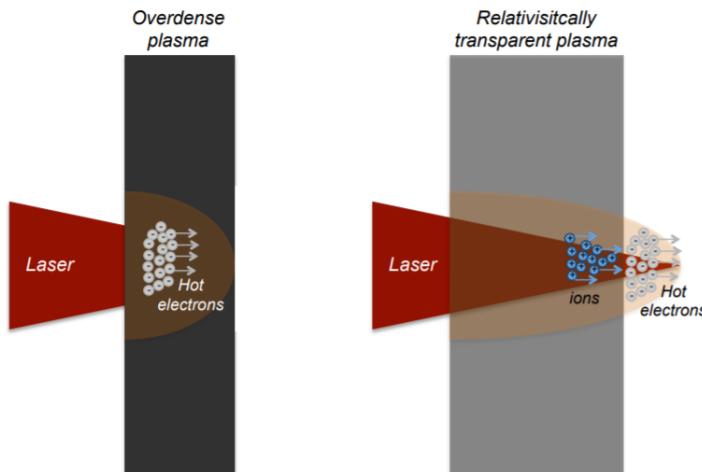


Figura 4.32: Mecanismo BOA en sus distintas etapas

### Interacción con el blanco

El haz de partículas producido por cualquiera de los mecanismos anteriores ha de impactar en el blanco de fusión de la manera más efectiva posible. Más efectiva porque, una vez que las partículas abandonan la lámina se producen efectos que tienden a reducir la eficiencia del haz como la dispersión en vuelo o la divergencia.

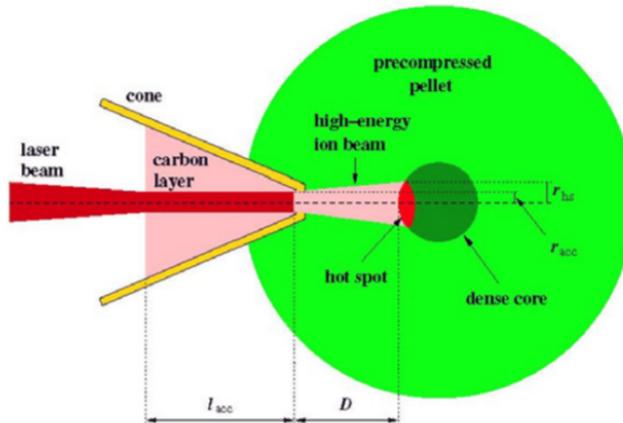


Figura 4.33: Esquema de la fusión por ignición rápida

Como se puede ver en la imagen anterior, se suele recurrir a un cono fabricado con un material pesado como el oro o el DLC para conducir el haz hacia el blanco. Además se pueden incluir otras láminas intermedias para tratar de colimar el haz y que evitan la dispersión de energía.

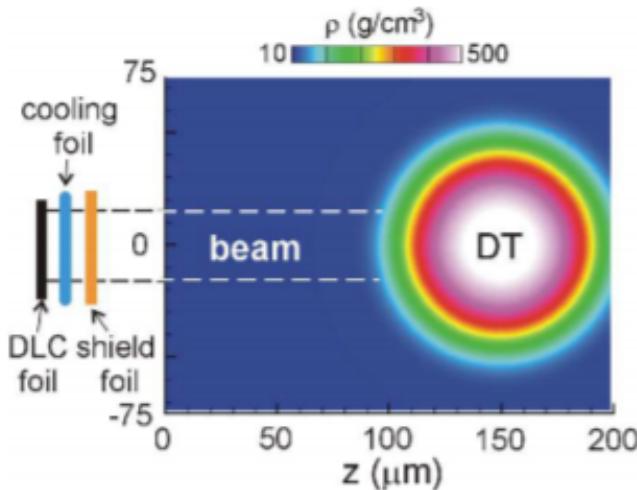


Figura 4.34: Fusión por ignición rápida, disposición de las láminas que producen el haz de iones

Los iones producidos por el láser tienen distintas energías, y la distribución de energías del haz es muy relevante ya que los iones más energéticos alcanzan

antes el blanco que los menos energéticos. Esto produce un fenómeno conocido como dispersión en vuelo.

Además los protones, interactúan entre sí a lo largo del vuelo ya que son partículas con la misma carga y se repelen debido a las fuerzas coulombianas. Otro fenómeno que produce la divergencia del haz es conocido como *proton-scattering*. Dada la naturaleza onda-corpúsculo de las partículas éstas pueden colisionar entre sí aunque sus trayectorias como partícula sean rectas e independientes por lo que, aún suprimiendo la interacción coulombiana, el haz divergiría.

Existen métodos para reducir y suprimir estos efectos pero el resultado final siempre es algo parecido al de la figura 4.35. El diseño del esquema de aceleración de iones y la selección de materiales hacen variar de forma, tamaño y distribución la zona de alta energía.

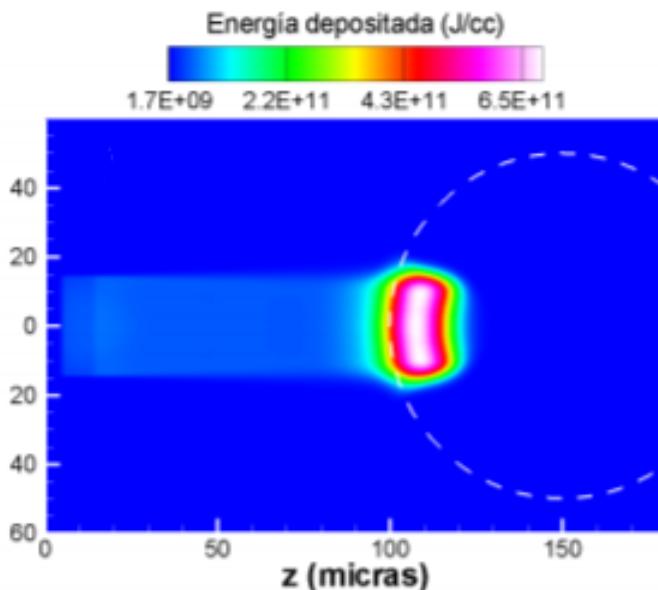


Figura 4.35: Fusión por ignición rápida

También se investiga con la posibilidad de emplear dos haces láser convergentes, lo cual posibilita otros métodos de absorción de energía y reduce la dispersión.

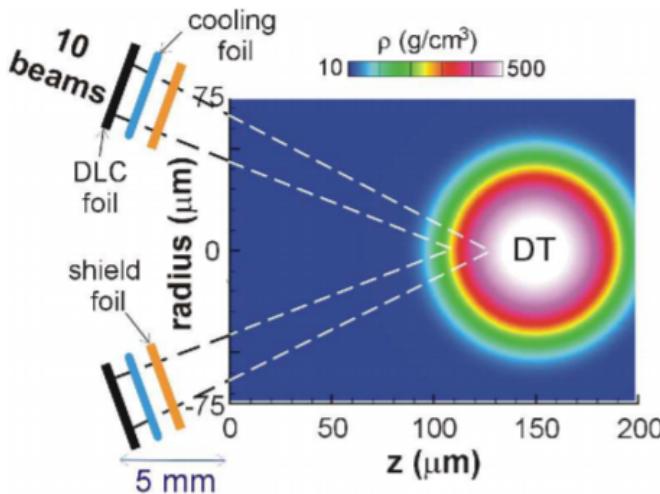


Figura 4.36: Esquema de fusión por ignición rápida con haces convergentes

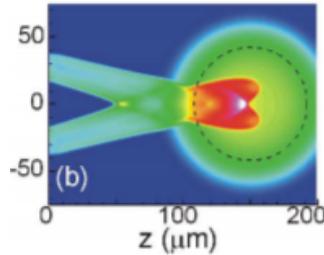


Figura 4.37: Fusión por ignición rápida con haces convergentes

#### 4.4.2. Ignición por onda de choque

Un método alternativo a la ignición rápida por haz de partículas es la ignición por onda de choque. Este método también separa el proceso de compresión y el de ignición y la diferencia entre ambos métodos radica en la forma en la que se provoca la fusión. Mientras que en el esquema anterior se ilumina una zona del blanco con partículas de alta energía en este modelo se trata de aumentar la temperatura del combustible mediante una violenta onda de choque. Para ello se ilumina por última vez la capa de ablación con una intensidad mucho mayor a la que se usó para el confinamiento. El aumento de presión de ablación genera una onda de choque muy intensa que recorre el material. Cuando esta onda de choque se encuentra con una de las ondas de choque reflejadas en el

centro se produce un aumento de presión y temperatura tal que el combustible ignita.

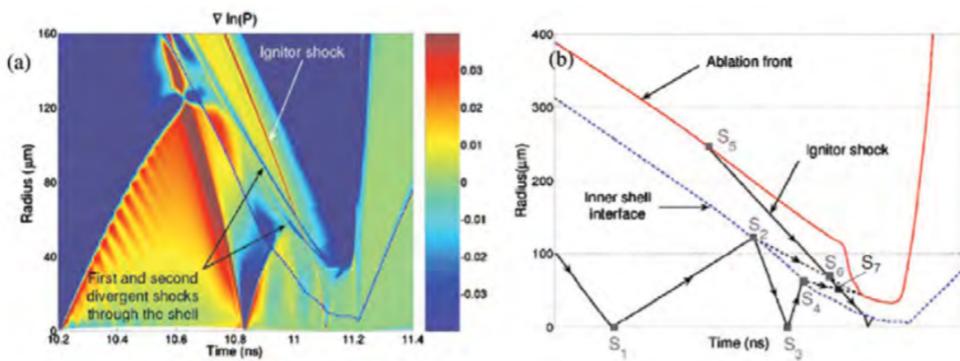


Figura 4.38: Ignición por onda de choque, esquema unidimensional. A la izquierda gradientes de presión a lo largo del tiempo y la posición radial y a la derecha dibujo esquemático del proceso a partir de la figura de la izquierda.

En este esquema la ignición del combustible se produce a lo largo de todo el blanco de manera simétrica (en un caso ideal). Que la región de material que ingita dibuje en el espacio una esfera hueca (o un esferoide hueco debido a las perturbaciones) relaja las condiciones de simetría para los blancos ya que sea cual sea la forma que adopte el hot-spot las ondas de choque colisionarán en algún lugar de él.

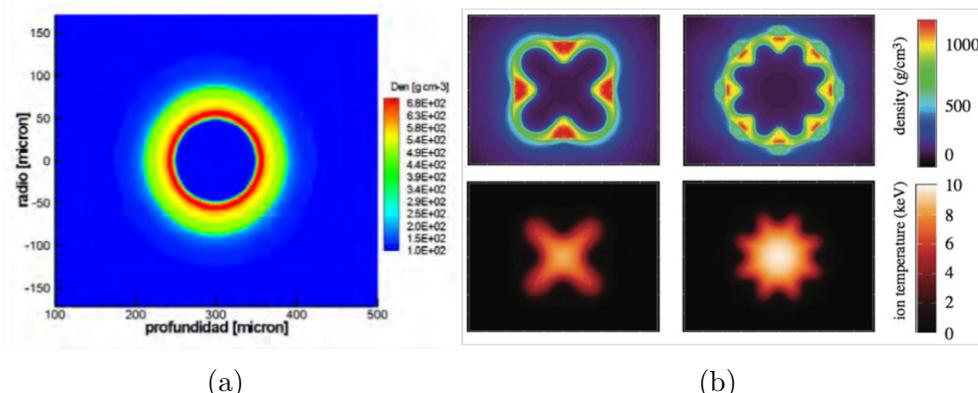


Figura 4.39: Distintos blancos de fusión ignitados por onda de choque. A la derecha un blanco perfectamente simétrico y a la izquierda dos asimétricos



# Capítulo 5

## Fusión nuclear y quemado

La última etapa de la fusión nuclear por confinamiento inercial consiste en la fusión entre los átomos del combustible. En estas reacciones se liberan gran cantidad de partículas de alta energía que al impactar sobre las paredes del reactor provocan una aumento de temperatura que más tarde es convertido en energía eléctrica.

Las primeras reacciones de fusión son provocadas por los fenómenos estudiados en el capítulo anterior, pero una vez que el combustible ha ignitado, si las pérdidas por conducción y radiación son suficientemente grandes, la chispa puede apagarse y el combustible no termina de ser quemado por completo. Es por ello que incluso en esta etapa, donde se carece de un control directo sobre el proceso, es esencial haber diseñado correctamente el blanco para que las reacciones de fusión no se vean interrumpidas.

### 5.1. Reacciones de fusión nuclear

La fusión nuclear entre dos átomos es un proceso de sobra conocido desde hace casi un siglo, sin embargo, al considerar una mayor cantidad de partículas, aparecen problemas técnicos, algunos de los cuales aún no han sido todavía del todo resueltos.

#### 5.1.1. Energía de enlace

Los núcleos atómicos se caracterizan con dos parámetros: el número atómico ( $Z$ ) que indica el número de protones y el número másico ( $A$ ) que indica el

número de nucleones (protónes y neutrones). Estos números determinan el comportamiento y el peso de los materiales.

Se conoce como defecto de masa a la diferencia entre la masa real medida experimentalmente ( $M_{(A,Z)}$ ) y la masa calculada según el principio de equivalencia masa-energía ( $E = mc^2$ ):

$$d_{(Z,A)} = [M_{(Z,A)} - Au]c^2 \quad (5.1)$$

donde u hace referencia a la unidad de masa (la doceava parte del átomo de carbono).

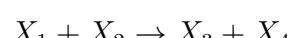
Por otra parte la energía de enlace del núcleo es la diferencia entre la energía en reposo del núcleo total y la energía en reposo de cada nucleón:

$$B_{(Z,A)} = Zm_p c^2 + Nm_n c^2 - M_{(Z,A)} c^2 \quad (5.2)$$

donde N representa el número de neutrones.

La energía de enlace es un parámetro de vital importancia en las reacciones nucleares ya que es una medida de las fuerzas que mantienen unido el núcleo.

Para una reacción del tipo:



(donde  $X_1$  y  $X_2$  son los átomos que se fusionan para dar lugar a  $X_3$ , un átomo más pesado, y  $X_4$  una partícula más ligera) la ganancia energética proviene de la diferencia de energía de los núcleos que intervienen en la reacción.

$$Q = \sum_f B_f - \sum_i B_i \quad (5.3)$$

Planteando la conservación de energía e impulso, se puede demostrar que las partículas resultantes se repartirán la energía de forma inversamente proporcional a su masa.

Como la energía de enlace depende el tipo de átomo, ya que es la energía de las partículas subatómicas que mantienen unidos a los nucleones de ese átomo, en función de los elementos que se vayan a fusionar se obtendrá más o menos energía de la reacción. De hecho, al tratar de fusionar dos átomos de hierro la reacción pasa de ser exotérmica a ser endotérmica y es por ello que la vida de las estrellas tiende a agotarse una vez que comienzan a formar hierro. Para elementos más pesados que el hierro, son las reacciones de fisión las que pueden liberar energía atómica.

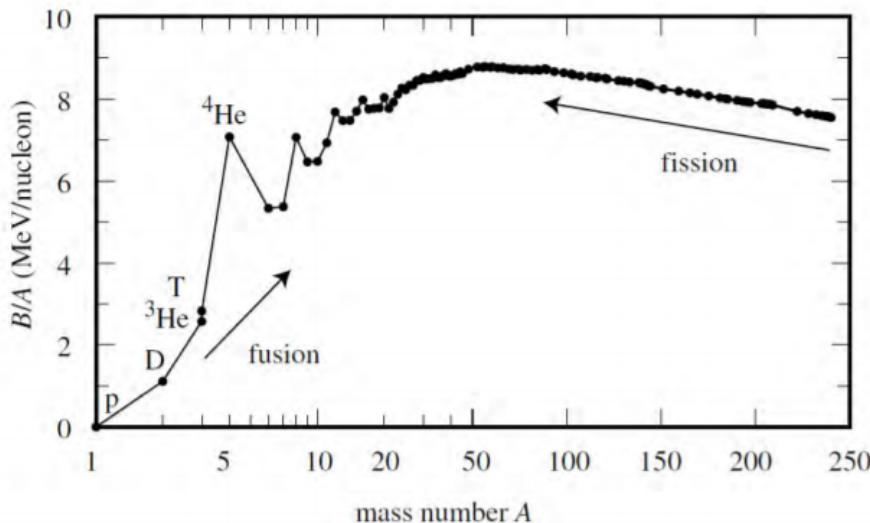
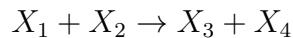


Figura 5.1: Energía de enlace por nucleón en función del número másico.

En la figura anterior se muestra la energía de enlace por nucleón, en ella se puede ver que el átomo con mayor energía de enlace es el hierro-56 ( $A = 56$ ) mientras que el hidrógeno tiene una energía de enlace nula ya que su núcleo consta de solo un protón.

### 5.1.2. Energía necesaria para la fusión de dos átomos

De nuevo, se considera una reacción del tipo:



La energía del sistema de partículas  $X_1$  y  $X_2$  respecto a su centro de masas es:

$$\epsilon = \frac{1}{2}m_r v^2 \quad (5.4)$$

donde  $v$  es el módulo de la velocidad relativa entre las partículas, es decir  $v = |\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2|$  y  $m_r$  es la masa del sistema reducido:

$$m_r = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$

## Tunelización

La energía del sistema de átomos es un parámetro que determina la viabilidad de la fusión dado que los átomos tienen la misma carga electromagnética y por tanto sufren una repulsión electromagnética que han de vencer para poder fusionarse. El potencial lejano entre ambas partículas es:

$$V_c(r) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r} \quad (5.5)$$

donde  $Z_1$  y  $Z_2$  son los números atómicos de las partículas que interactúan,  $r$  es la distancia entre sus núcleos y  $e$  es la carga del electrón.

Este modelo de potencial coulombiano es válido hasta que las partículas están tan cerca que otros campos de fuerzas se vuelven mucho más intensos que el electromagnético y esta distancia es:

$$r_n \cong 1.44 \times 10^{-13} \left( A_1^{1/3} + A_2^{1/3} \right) \text{ cm} \quad (5.6)$$

donde  $A_1$  y  $A_2$  son los números atómicos de los elementos que interactúan.

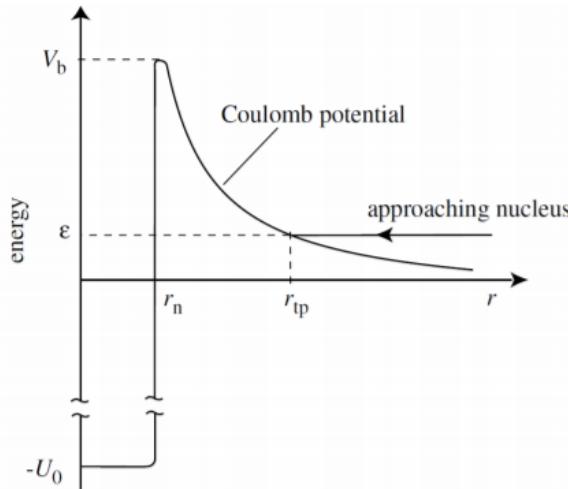


Figura 5.2: Potencial en función de la distancia entre dos núcleos que se aproximan con energía  $\epsilon$ .

En la figura 5.2, en lugar de una barrera de potencial infinito en el origen, que sería lo correspondiente al potencial electrostático (5.5), se asume que la fuerza entre núcleos es repulsiva hasta una distancia  $r_n$  a partir de la cual los átomos

se encuentran en un pozo de potencial de entre 30 y 40 MeV que corresponde al potencial de los campos de fuerzas nucleares.

$$V(r) = \begin{cases} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r} & \text{para } r > r_n \\ -U_0 & \text{para } 0 < r < r_n \end{cases} \quad (1)$$

$$V_b \simeq V_c(r_n) = \frac{Z_1 Z_2}{A_1^{1/3} + A_2^{1/3}} \text{MeV} \simeq 1 \text{MeV} \quad (5.7)$$

Como se puede ver, la energía  $\epsilon$  es insuficiente para salvar el potencial

y por tanto las partículas no llegarían a colisionar de acuerdo a las leyes de la Mecánica Clásica, quedando el punto  $r_{tp} = (Z_1 Z_2 e^2)/\epsilon$  como punto de retorno. Sin embargo, dada la naturaleza dual de la materia, ésta puede comportarse como onda y superar barreras de potencial mayores de las que podría atravesar como corpúsculo. Este efecto, de origen cuántico, se conoce como efecto túnel. De acuerdo a la Mecánica Cuántica los factores de penetración pueden obtenerse a partir de la ecuación de Shrödinger independiente del tiempo para funciones de onda descompuestas según el método de separación de variables:  $\psi(\mathbf{r}) = \psi(r, \theta, \phi) = Y(\theta, \phi)\chi(r)/r$ . Como se puede ver, se extienden por todo el espacio, lo que implica que, aunque de forma clásica dos partículas no puedan interactuar, cualquier partícula puede interferir con otra sea cual sea su situación.

$$\frac{\hbar^2}{2m_r} \nabla^2 \psi + (\epsilon - V_c) \psi = 0 \quad (5.8)$$

$$\frac{d^2}{dr^2} \chi_l(r) + \frac{2m_r}{\hbar^2} [\epsilon - W_l(r)] \chi_l(r) = 0 \quad (5.9)$$

donde

$$W_l(r) = V_c(r) + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2m_r r^2}$$

representa el potencial efectivo para la onda de momento angular  $l$  y se puede apreciar para cada onda existe una barrera de potencial diferente que crece con  $l$ , por lo que cabe esperar que las ondas esféricas ( $l = 0$ ) sean las predominantes en la tunelización en este caso.

Las funciones de onda esféricas pueden expresarse mediante un conjunto de funciones de onda ortonormales del tipo

$$\psi_j = e^{\kappa x}, \quad \kappa(r) = +\sqrt{2m[V(r) - \epsilon]}/\hbar \quad (5.10)$$

Las funciones de onda correspondientes a una partícula de energía  $\epsilon$  ( $\psi_\epsilon$ ) han de ser continuas y suaves a lo largo de todo el espacio lo cual impone una condición de contorno en  $x = r - r_n = 0$

$$\begin{aligned} \psi_\epsilon^{(1)} &= \psi_\epsilon^{(2)} && \text{para } x = 0 \\ \frac{d}{dx}\psi_\epsilon^{(1)} &= \frac{d}{dx}\psi_\epsilon^{(2)} && \text{para } x = 0 \end{aligned}$$

por lo que aunque el potencial varíe de forma brusca las funciones de onda no lo hacen y por tanto las regiones a un lado y otro de la barrera de potencial, cuya longitud efectiva es

$$L = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z}{\epsilon} - R \quad (5.11)$$

quedan conectadas, y así se reduce la energía necesaria para que dos partículas se fusionen. Existen otros fenómenos asociados a la resonancia de estas funciones de onda que suelen tener lugar en reacciones en las que intervienen átomos más pesados donde son muchas las partículas que forman los núcleos y que pueden hacer variar la energía necesaria para que una partícula penetre una barrera de potencial.

Se define el factor de tunelización o de transmisión como:

$$T = e^{-2 \int_{r_{tp}}^{r_n} \kappa(r) dr} \quad (5.12)$$

Que para este tipo de potencial adopta una forma conocida como factor de Gamow:

$$\mathcal{T} \approx \mathcal{T}_G = e^{-\sqrt{\epsilon_G/\epsilon}} \quad (5.13)$$

donde

$$\epsilon_G = 2(\pi\alpha_f Z_1 Z_2)^2 m_r c^2 = 986,1 Z_1^2 Z_2^2 A_r \text{keV}$$

se conoce como energía de Gamow, la cual incluye la constante de estructura fina  $\alpha_f = e^2/\hbar c = 1/137,04$  y se ha empleado el término  $A_r = m_r/m_p$ .

### 5.1.3. Tasa de reacción

#### Sección eficaz

Para un material, en el que gran cantidad de átomos chocan entre sí y se fusionan, es necesario un análisis desde un punto de vista algo más lejano en el cual en lugar de estudiarse la viabilidad de choque entre dos átomos se estudia la tasa de reacción del conjunto.

El choque binario se modela de forma probabilística a partir del concepto de sección eficaz. Así cuando un haz de partículas del tipo 1 con velocidad  $v$  interactúan con unas partículas del tipo 2 en reposo se define la sección eficaz  $\sigma_{12}(v)$  como el número de reacciones por núcleo del blanco en reposo por unidad de tiempo cuando el blanco se bombardea con un flujo unitario, es decir: una partícula por unidad de área del blanco por unidad de tiempo. Dado que la sección eficaz se define para un sistema relativo de partículas se tiene que  $\sigma_{12}(v) = \sigma_{21}(v)$ . De ahora en adelante la sección eficaz hará referencia al centro de masas del sistema y se omitirán los subíndices.

Comúnmente se usa la siguiente parametrización para determinar el valor de la sección eficaz de una manera sencilla:

$$\sigma \approx \sigma_{geom} \times \mathcal{T} \times \mathcal{R} \quad (5.14)$$

donde se incluye la geometría de las partículas a través de  $\sigma_{geom}$ , el efecto túnel a través del factor de Gamow  $\mathcal{T}(\epsilon)$  y la física de la reacción a través del factor  $\mathcal{R}(\epsilon)$ .

La sección eficaz geométrica se puede estimar de manera sencilla a través de la longitud de onda de de Broglie:

$$\sigma_{geom} \approx \lambda^2 = \left( \frac{\hbar}{m_r v} \right)^2 \propto \frac{1}{\epsilon} \quad (5.15)$$

Como se puede ver  $\sigma_{geom}$  queda expresada, al igual que  $\mathcal{T}$  y  $\mathcal{R}$ , en función de la energía del sistema  $\epsilon$  por lo que la sección eficaz puede parametrizarse en función únicamente de la energía del sistema

$$\sigma(\epsilon) = \frac{S(\epsilon)}{\epsilon} \exp(-\sqrt{\epsilon_G}/\epsilon) \quad (5.16)$$

donde  $S(\epsilon)$  es una función conocida como factor astrofísico y tiene una dependencia muy pequeña con  $\epsilon$  para la mayoría de reacciones de interés.

Como la función de onda de una partícula puede desarrollarse en función del momento angular  $l$ , la sección eficaz total puede determinarse a partir de la suma de contribuciones que los diferentes términos del desarrollo aportan.

$$\sigma(v) = \sum_l \sigma_l(v) \quad (5.17)$$

Para reacciones no resonantes la sección eficaz parcial se expresa como

$$\sigma_l(v) \approx 2\pi\lambda^2(2l+1)\beta_l\mathcal{T}_l \quad (5.18)$$

donde  $\beta_l$  es una función que representa la interacción nuclear y el factor de transmisión  $\mathcal{T}_l$ , al ser el ratio de partículas que penetran la barrera de potencial por unidad de tiempo, puede expresarse como

$$\mathcal{T}_l \approx P_l \left(1 + \frac{\lambda^2}{\lambda_0^2}\right)^{-1/2} = P_l \left(1 + \frac{U_0}{\epsilon}\right)^{-1/2} \approx \left(\frac{\epsilon}{U_0}\right)^{1/2} P_l$$

es decir, el producto del factor de penetración  $P_l$  y un factor que representa la discontinuidad del potencial. Desarrollando en serie esta expresión para distintos  $l$  y sumando todas las contribuciones se llega finalmente a:

$$\mathcal{T} = \left(\frac{V_b}{U_0}\right)^{1/2} \exp\left[-\pi\left(\frac{r_{tp}}{a_B^*}\right)^{1/2}\right]$$

donde

$$a_B^* = \frac{\hbar^2}{(2m_r Z_1 Z_2 e^2)}$$

### Tasa de reacción

Una vez determinado el valor de la sección eficaz se puede determinar la tasa de reacción. Para un blanco con una densidad de partículas  $n_2$  la probabilidad de reacción con una partícula en movimiento será  $n_2\sigma(v)$  y la probabilidad de reacción de la partícula por unidad de tiempo será  $n_2\sigma(v)v$ . De esta forma la reactividad promedio vendrá dada por la aplicación del concepto anterior a todas las partículas del sistema

$$\langle \sigma v \rangle = \int_0^\infty \sigma(v) v f(v) dv \quad (5.19)$$

donde  $f(v)$  es la distribución de velocidades relativas, comúnmente normalizada de forma que

$$\int_0^\infty f(v)dv = 1$$

Y simplemente multiplicando por la densidad de partículas de cada especie se obtiene el ratio de reacción.

$$R_{12} = \frac{n_1 n_2}{1 + \delta_{12}} < \sigma v > \quad (5.20)$$

donde aparece la función delta de Kronecker, para incluir así el caso en el que las dos partículas sean iguales y así eliminar los casos repetidos.

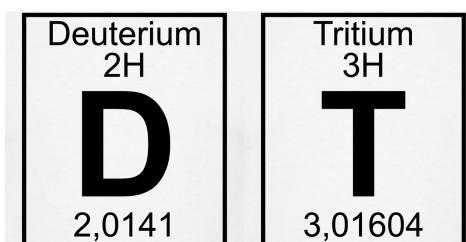
En términos de densidad y masa promedio, la tasa de reacción queda como

$$R_{12} = \frac{f_1 f_2}{1 + \delta_{12}} n^2 < \sigma v > = \frac{f_1 f_2}{1 + \delta_{12}} \frac{\rho^2}{\bar{m}^2} < \sigma v > \quad (5.21)$$

Esta expresión muestra de forma explícita la necesidad de conseguir una alta densidad en el combustible para lograr una mayor tasa de reacción y por tanto una mayor ganancia energética.

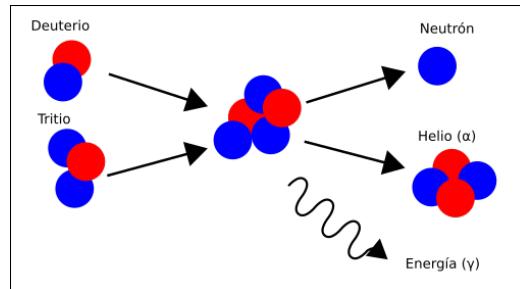
#### 5.1.4. Reacciones de fusión más relevantes

En la figura 5.1 se puede apreciar que los elementos más propicios al proceso de extracción de energía de fuentes nucleares son los más ligeros ya que la ganancia es mucho mayor. Es por ello que actualmente se trata de investigar con los dos isótopos de hidrógeno: el deuterio y el tritio, para conseguir así formar núcleos de helio.

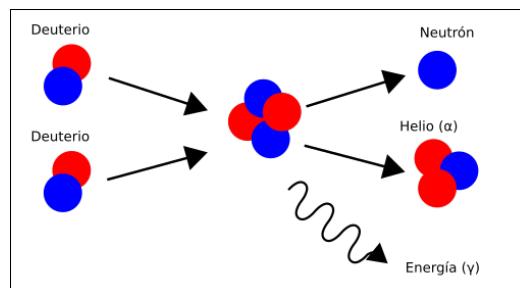
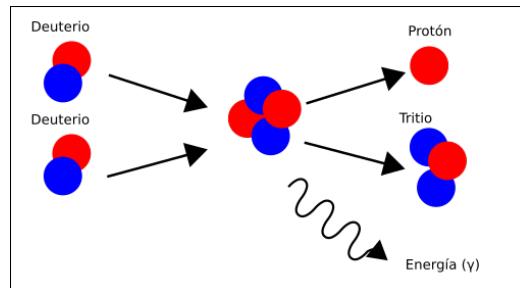


Dado que tanto el deuterio como el tritio (DT) tienen el menor número atómico posible ( $Z = 1$ ) la energía de Gamow,  $\epsilon_G$ , es también la menor posible en ese aspecto y por tanto la tunelización tiene un valor muy alto. Además estas reacciones tienen un factor astrofísico  $S$  relativamente elevado.

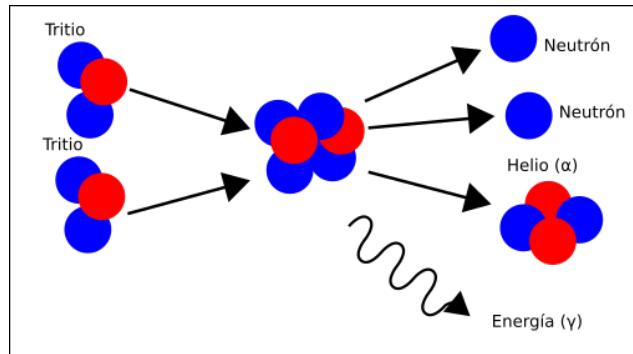
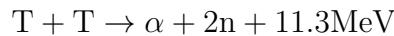
La reacción con mayor sección eficaz es la del deuterio con el tritio (DT). En esta reacción  $S(\epsilon)$  varía notablemente en el intervalo de energías de interés.



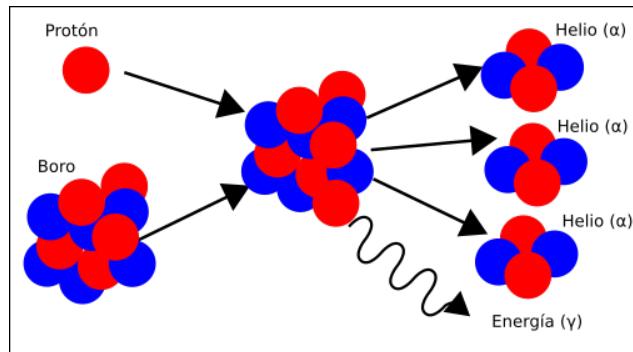
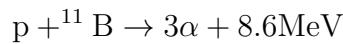
Las reacciones que el deuterio provoca (DD), dada la física nuclear, tienen una probabilidad similar de producirse y son las siguientes:



Por último, el tritio desencadena la siguiente reacción (TT):



Existen otros combustibles más avanzados que no precisan de material radioactivo aunque sí partículas cargadas como la interacción del boro con un protón ( $pB$ ):



Además existen otras posibles reacciones que incluyen ciclos más complejos que suelen estar involucradas en procesos astrofísicos como el ciclo pp, el ciclo CNO y el ciclo CC.

En las siguiente tabla están parámetros más relevantes de cada una de las reacciones de fusión anteriormente mencionadas.

	$Q$ (MeV)	$\langle Q_\nu \rangle$ (MeV)	$S(0)$ (keV barn )	$\epsilon_G^{1/2}$ (keV $^{1/2}$ )
<i>main controlled fusion fuels</i>				
D + T $\rightarrow \alpha + n$	17.59		$1.2 \times 10^4$	34.38
D+D $\rightarrow \begin{cases} T + p \\ He + n \\ \alpha + \gamma \end{cases}$	4.04 3.27 23.85		56 54 $4.2 \times 10^{-3}$	31.40 31.40 31.40
T + T $\rightarrow \alpha + 2n$	11.33		138	38.45
<i>advanced fusion fuels</i>				
D + $^3\text{He}$ $\rightarrow \alpha + p$	18.35		$5.9 \times 10^3$	68.75
p + $^6\text{Li}$ $\rightarrow \alpha + ^3\text{He}$	4.02		$5.5 \times 10^3$	87.20
p + $^7\text{Li}$ $\rightarrow 2\alpha$	17.35		80	88.11
p + $^{11}\text{B}$ $\rightarrow 3\alpha$	8.68		$2 \times 10^5$	150.3
<i>p-p cycle</i>				
p + p $\rightarrow D + e^+ + \nu$	1.44	0.27	$4.0 \times 10^{-22}$	22.20
D + p $\rightarrow ^3\text{He} + \gamma$	5.49		$2.5 \times 10^{-4}$	25.64
$^3\text{He} + ^3\text{He} \rightarrow \alpha + 2p$	12.86		$5.4 \times 10^3$	153.8
<i>CNO cycle</i>				
p + $^{12}\text{C}$ $\rightarrow ^{13}\text{N} + \gamma$	1.94		1.34	181.0
[ $^{13}\text{N} \rightarrow ^{13}\text{C} + e^+ + \nu + \gamma$ ]	2.22	0.71	-	-
p + $^{13}\text{C}$ $\rightarrow ^{14}\text{N} + \gamma$	7.55		7.6	181.5
p + $^{14}\text{N} \rightarrow ^{15}\text{O} + \gamma$	7.29		3.5	212.3
[ $^{15}\text{O} \rightarrow ^{15}\text{N} + e^+ + \nu + \gamma$ ]	2.76	1.00	-	-
p + $^{15}\text{N} \rightarrow ^{12}\text{C} + \alpha$	4.97		$6.75 \times 10^4$	212.8
<i>CC reaction</i>				
$^{12}\text{C} + ^{12}\text{C} \rightarrow \begin{cases} ^{23}\text{Na} + p \\ 20\text{Na} + \alpha \\ ^{24}\text{Mg} + \gamma \end{cases}$	2.24 4.62 13.93		$8.83 \times 10^{19}$	2769

Tabla 5.1: Reacciones de fusión más relevantes y parámetros necesarios para la factorización de la sección eficaz. El parámetro  $Q$  incluye tanto la desintegración positrónica como la energía de los neutrinos cuando estas son relevantes. El parámetro  $\langle Q_\nu \rangle$  es la energía promedio de los neutrinos. Es común emplear en física nuclear la unidad barn  $1\text{barn} = 10^{-24}\text{cm}^2$ .

En función los parámetros anteriores se determina la sección eficaz.

	$\sigma(10\text{keV})$ (barn)	$\sigma(100\text{keV})$ (barn)	$\sigma_{\text{máx}}$ (barn)	$\epsilon_{\text{máx}}$ (keV)
<i>main controlled fusion fuels</i>				
$D + T \rightarrow \alpha + n$	$2.72 \times 10^{-2}$	3.43	5.0	64
$D + D \rightarrow T + p$	$2.81 \times 10^{-4}$	$3.3 \times 10^{-2}$	0.096	1250
$D + D \rightarrow {}^3\text{He} + n$	$2.78 \times 10^{-4}$	$3.7 \times 10^{-2}$	0.11	1750
$T + T \rightarrow \alpha + 2n$	$7.90 \times 10^{-4}$	$3.4 \times 10^{-2}$	0.16	1000
<i>advanced fusion fuels</i>				
$D + {}^3\text{He} \rightarrow \alpha + p$	$2.2 \times 10^{-7}$	0.1	0.9	250
$p + {}^6\text{Li} \rightarrow \alpha + {}^3\text{He}$	$6 \times 10^{-10}$	$7 \times 10^{-3}$	0.22	1500
$p + {}^{11}\text{B} \rightarrow 3\alpha$	$(4.6 \times 10^{-17})$	$3 \times 10^{-4}$	1.2	550
<i>p-p cycle</i>				
$p + p \rightarrow D + e^+ + \nu$	$(3.6 \times 10^{-26})$	$(4.4 \times 10^{-25})$		
<i>CNO cycle</i>				
$p + {}^{12}\text{C} \rightarrow {}^{13}\text{N} + \gamma$	$(1.9 \times 10^{-26})$	$2.0 \times 10^{-10}$	$1.0 \times 10^{-4}$	400
<i>CC reaction</i>				
${}^{12}\text{C} + {}^{12}\text{C}(\text{ total })$		$(5.0 \times 10^{-103})$		

Tabla 5.2: Sección eficaz de las diferentes reacciones de fusión.

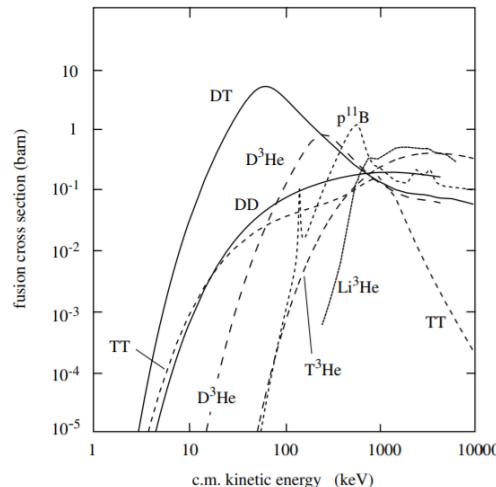


Figura 5.3: Sección eficaz de las diferentes reacciones de fusión en función de la energía cinética.

## 5.2. Fusión termonuclear

Según las conclusiones obtenidas anteriormente cabría esperar que el proceso de fusión se lograse por medio de la colisión entre un haz de núcleos atómicos y otra masa de átomos en reposo. Este proceso se denomina fusión por haz pero aunque pueda parecer la manera más sencilla para lograr que dos átomos se fusionen, los efectos de repulsión electromagnética entre partículas hacen inviable este proceso en el escenario de producción energética ya que la energía que necesita el haz de núcleos es mucho mayor que la energía obtenida por los procesos de fusión.

Es por ello que la fusión termonuclear se presenta como una alternativa mucho más viable. En ella los átomos que han de colisionar, normalmente deuterio y tritio, se encuentran confinados a alta densidad y temperatura, de forma que la energía debida a la agitación térmica es suficiente para que se produzcan reacciones de fusión y las fuerzas electromagnéticas únicamente redistribuyan la energía entre las partículas del combustible. Además los productos de fusión depositan parte de su energía en el plasma, compensando las pérdidas y aumentando la temperatura del mismo.

### 5.2.1. Temperatura de ignición ideal

El objetivo de la fusión termonuclear es que el combustible produzca suficiente energía como para propiciar las reacciones de fusión de manera autónoma, es decir, que la energía producida por fusión supere las pérdidas por radiación principalmente. En el caso ideal, las reacciones de fusión producen partículas alfa que son las encargadas de calentar el material mientras que las pérdidas por radiación se producen mediante el mecanismo de Bremsstrahlung.

La energía producida en la fusión por unidad de volumen se obtiene multiplicando la tasa de reacción del combustible por el calor que ésta produce. La mezcla óptima de DT es la equimolar y produce una potencia por unidad de volumen de:

$$W_{\text{fus}} = \frac{1}{4} n^2 \langle \sigma v \rangle Q_{\text{DT}} = 7.04 \times 10^{-6} n^2 \langle \sigma v \rangle \text{ erg / (scm}^3\text{)} \quad (5.22)$$

Sin embargo el 80 % de la potencia de fusión se invierte en unos 14.1 MeV de neutrones que, en el caso ideal, escapan libremente del sistema, aunque se está investigando cómo aprovechar esa fuente de neutrones energéticos para producir más energía o para hacer fisionar átomos no radioactivos.

El 20 % restante está asociado a las partículas alfa, que sí depositan su energía en el plasma.

$$W_\alpha = \frac{1}{5} W_{fus} \quad (5.23)$$

Mientras, las pérdidas volumétricas por Bremsstrahlung de un plasma ópticamente delgado y completamente ionizado son:

$$W_b = A_b n^2 T^{1/2} = 5.34 \times 10^{-24} n^2 T^{1/2} \text{erg s}^{-1} \text{cm}^{-3} \quad (5.24)$$

donde la densidad se mide en  $\text{cm}^{-3}$  y la temperatura en  $\text{keV}$ .

En un modelo más preciso, habrían de tenerse en cuenta además, las interacciones relativistas y los Bremsstrahlung entre electrones pero a temperaturas inferiores a  $50\text{keV}$  estos efectos son despreciables.

Como se puede observar existe una temperatura para la cual  $W_\alpha = W_b$  y esta es la temperatura de ignición ideal. En el caso del DT equimolar esta temperatura es:

$$T_{id} = 4.3 \text{keV}$$

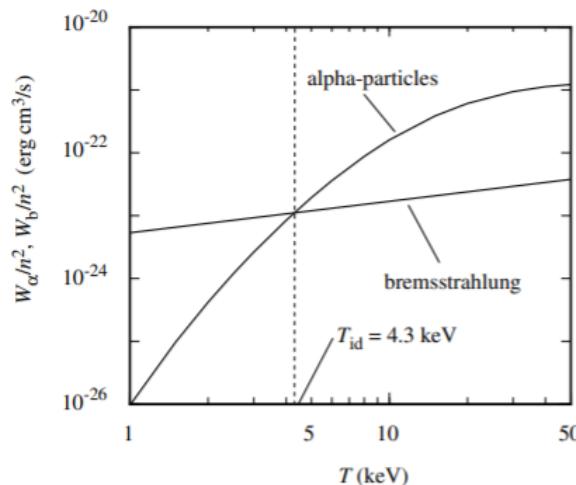


Figura 5.4: Energía depositada por las partículas alfa y energía evacuada por radiación. El punto de corte de ambas curvas determina la temperatura de ignición ideal.

## 5.3. Balance energético

Para estudiar la evolución de la cápsula de combustible a nivel energético y entender la física que rige la evolución del hot-spot, se empleará un modelo sencillo en el cual, la esfera de combustible caliente se encuentra inmersa en una esfera de mayor tamaño y de menor temperatura. La evolución de la energía del hot-spot puede expresarse según:

$$\frac{dE}{dt} = W_{dep} - W_m - W_r - W_e \quad (5.25)$$

donde  $E$  es la densidad energética del punto caliente,  $W_{dep}$  es la densidad de trabajo depositada por los productos de fusión,  $W_m$  es la energía mecánica,  $W_r$  son las pérdidas por radiación y  $W_e$  son las pérdidas por conductividad térmica.

### 5.3.1. Energía depositada

La energía depositada por fusión, como se vio anteriormente consiste en la contribución de partículas alfa y de neutrones de manera que, para un plasma equimolar de DT, se tiene:

$$W_{fus} = 5W_\alpha = 5A_\alpha \rho_h^3 <\sigma v> \quad (5.26)$$

donde  $A_\alpha = 8 \times 10^{40} \text{erg/g}^2$ .

Y dado que no toda la potencia es depositada en el combustible:

$$W_{dep} = W_{fus} f_{dep} = W_\alpha (f_\alpha + 4f_n) \quad (5.27)$$

donde  $f_\alpha$  y  $f_n$  son las fracciones depositadas de partículas alfa y de neutrones respectivamente.

#### Partículas alfa

Para determinar la energía depositada por partículas alfa (de 3.5 MeV) es necesario estudiar su proceso de frenado dentro del plasma. La contribución más grande del frenado de partículas alfa proviene de colisiones de pequeño ángulo con electrones, estos, a su vez, colisionan con el resto de iones aumentando la temperatura de los mismos.

Suponiendo que las partículas alfa se desplazan en líneas rectas, su velocidad disminuye según

$$\frac{dv_\alpha}{dt} = -\frac{v_\alpha}{2t_{\alpha e}} \quad (5.28)$$

donde  $t_{\alpha e}$  es el tiempo característico para la deposición de energía y viene dado por la expresión:

$$t_{\alpha e} \simeq \frac{42T_e^{3/2}}{\rho \ln \Lambda_{\alpha e}} ps$$

donde  $\ln \Lambda_{\alpha e}$  es el logaritmo de Coulomb para las colisiones  $\alpha - e$  y  $T_e$  es la temperatura de los electrones en keV.

Dado que el tiempo de colisión entre partículas alfa y electrones es del mismo orden que el tiempo que tardan en equilibrarse térmicamente iones y electrones, se puede asumir que la deposición de energía por partículas alfa ocurre de forma instantánea siempre y cuando estos tiempos sean mucho menores que el tiempo necesario para el autocalentamiento.

El alcance de una partícula alfa en un plasma homogéneo se obtiene a partir de:

$$l_\alpha = \int_0^\infty v_\alpha dt = 2v_{\alpha 0} t_{\alpha e} \simeq 0.107 \frac{T_e^{3/2}}{\rho \ln \Lambda_{\alpha e}} cm \quad (5.29)$$

donde  $v_{\alpha 0} = 1.29 \times 10^9 cm/s$  es la velocidad inicial de una partícula alfa.

Según Krokhin y Rozanov la fracción de partículas alfa depositada en un hot-spot de radio  $R_h$  homogéneo viene dada por la siguiente función a trozos:

$$f_\alpha = \begin{cases} \frac{3}{2}\tau_\alpha - \frac{4}{5}\tau_\alpha^2, & \tau_\alpha \leq 1/2 \\ 1 - \frac{1}{4\tau_\alpha} + \frac{1}{160\tau_\alpha^3}, & \tau_\alpha \geq 1/2 \end{cases} \quad (5.30)$$

donde

$$\tau_\alpha = \frac{R_h}{l_\alpha} \simeq 45 \frac{\ln \Lambda_{\alpha e}}{5} \frac{\rho_h R_h}{T_h^{3/2}} \quad (5.31)$$

Estudiando este proceso para un combustible DT equimolar se obtiene que el frenado de partículas alfa es muy intenso y por tanto estas partículas depositan su energía en una fina capa de combustible fuera del hot-spot. Este proceso determina la dinámica de las primeras ondas de quemado en el proceso de fusión.

## Neutrones

Los neutrones (de 14.1 MeV) producto de la fusión, depositan su energía a través de la colisión directa con los núcleos que forman el plasma. Debido a estas colisiones los neutrones pierden de media una fracción  $2A/(A + 1)^2$  de su energía al chocar con los núcleos de número másico  $A$ . Estos choques, para el DT, están caracterizados por un valor de sección eficaz de  $0.8 \times 10^{-24} cm^2$  para el deuterio y  $10^{-24} cm^2$  para el tritio. El camino libre de los neutrones se estima mediante:

$$l_n = \frac{1}{\sigma n} \quad (5.32)$$

donde  $n$  es la densidad de los iones y  $\sigma$  es la sección eficaz media de los iones del plasma.

En el caso del DT  $\rho l_n \simeq 4.7 g/cm^2$  lo cual es mucho mayor que el  $\rho_h R_h$  típico del hot-spot en estado de ignición y es comparable al  $\rho R$  del combustible total. Por ello se desprecia la energía de deposición por neutrones en el caso de ignición central y se tiene en cuenta en otros casos como en el quemado de todo el combustible. En este último caso la fracción de neutrones que depositan su energía en el plasma es

$$f_n = \frac{\rho R}{\rho R + H_n} \quad (5.33)$$

donde  $H_n = 30 g/cm^2$  para una esfera homogénea de DT equimolar y una fuente homogénea de neutrones.

### 5.3.2. Energía mecánica

La esfera caliente pierde energía en forma de potencia mecánica ya que cuando una porción de materia a presión  $p$  realiza un cambio de volumen  $dV$  esto supone un cambio en la energía  $dE$

$$dE = pdV \quad (5.34)$$

Aplicando esto a una esfera homogénea se obtiene que:

$$W_m = \frac{1}{V} \frac{dE_h}{dt} = \frac{p_h}{V} \frac{dV}{dt} = p_h \frac{S}{V} u \quad (5.35)$$

donde  $S$  es la superficie de la esfera y  $u$  es la velocidad normal de la misma.

Dado que  $S/V = 3/R_h$  para una esfera y haciendo uso de la ecuación de estado del gas ideal  $p = \Gamma_B \rho T$  (donde para el DT  $\Gamma_B = 7.66 \times 10^{14} \text{erg}/(g \text{keV})$ ) se llega la una expresión sencilla para la potencia mecánica por unidad de volumen:

$$W_m = 3 \frac{p_h u}{R_h} = 3 \frac{\Gamma_B \rho_h T_h u}{R_h} \quad (5.36)$$

Para estimar la velocidad  $u$  se pueden tomar los dos casos límites para acotarla. Así, un combustible que ignite de forma isobárica tendrá  $u = 0$  mientras que un combustible que ignite de forma isobárica tendrá una velocidad de expansión máxima, correspondiente a una onda de choque. Para un gas ideal con  $\gamma = 5/3$  esa velocidad será:

$$u \simeq \left( \frac{3p_h}{4\rho_c} \right)^{1/2} = \left( \frac{3}{4} \Gamma_B T \frac{\rho_h}{\rho_c} \right)^{1/2} \quad (5.37)$$

Por lo que la potencia mecánica específica de la esfera se puede expresar como

$$W_m = A_m \rho_h R_h^{-1} T_h^{3/2} \quad (5.38)$$

donde

$$A_m = \begin{cases} 0, & \text{ignición isobárica} \\ 5.5 \times 10^{22} \text{cm}^3 \text{s}^{-3} \text{keV}^{-3/2} & \text{ingición isocórica} \end{cases} \quad (5.39)$$

### 5.3.3. Pérdidas por Bremsstrahlung

El mecanismo de radiación principal en este proceso es el Bremsstrahlung y para una modelización sencilla será el único que se tome en cuenta.

$$W_r = A_b \rho_h^2 T_h^{1/2} \equiv W_b \quad (5.40)$$

donde  $A_b = 3.05 \times 10^{23} \text{erg cm}^3 \text{g}^{-2} \text{s}^{-1} \text{keV}^{-1/2}$ .

El camino libre medio de los fotones producidos por Bremsstrahlung para un plasma ópticamente delgado es

$$l_P = (\rho \kappa_P)^{-1} = 14.4 T_h^{7/2} / \rho_h^2 \text{cm} \quad (5.41)$$

donde  $\kappa_p$  es la opacidad de tipo libre-libre de Planck.

El flujo de radiación por este mecanismo es mayor que el de un cuerpo negro para una esfera de radio  $R > R_* = (3\sigma_B 7 A_B) T_h^{7/2} = (3/4) l_p$  por tanto la condición  $R_h \ll l_p$  se satisface siempre en el hot-spot.

### 5.3.4. Conducción térmica

Por último es necesario evaluar la pérdida de energía por conducción. Para un flujo de calor por unidad de superficie de la forma  $\chi_e \nabla T_e$ , donde  $\chi_e$  es la conducción electrónica y  $\nabla T_e$  es el gradiente de temperatura electrónica, la energía perdida por conducción es

$$W_e = -\frac{\chi_e \nabla T_e S}{V} \quad (5.42)$$

Para el DT se tiene que  $\chi_e = A_e T_e^{5/2} / \ln \Lambda$  con  $A_e = 9.5 \times 10^{19} \text{ ergs}^{-1} \text{cm}^{-1} \text{keV}^{-7/2}$  pero como según el modelo presente el gradiente de temperatura es infinito se ha de hacer la aproximación

$$\chi_e \nabla T_e \propto \chi_e (T_h) T_h / R_h \propto T_h^{7/2} / R_h$$

De esta forma se puede escribir

$$W_e \simeq \frac{3c_e A_e}{\ln \Lambda} \frac{T_h^{7/2}}{R_h^2} \quad (5.43)$$

donde  $c_e$  es un coeficiente cercano a la unidad.

La conductividad térmica de los iones se desprecia por ser la de los electrones un orden de magnitud del  $(m_i/m_e)^{1/2}$  veces mayor.

### 5.3.5. Condición de autocalentamiento

Recogiendo los resultados anteriores se puede determinar si el hot-spot es susceptible de continuar quemándose o si por el contrario las pérdidas de energía serán suficientes como para sofocar las reacciones.

La condición de autocalentamiento, que no es más que el balance energético 5.25 expresado en términos de las subsecciones anteriores, es:

$$\left( A_\alpha < \sigma v > f_\alpha - A_b T_h^{1/2} \right) (\rho_h R_h)^2 - A_m T_h^{3/2} (\rho_h R_h) - \frac{3c_e A_e T_h^{7/2}}{\ln \Lambda} > 0 \quad (5.44)$$

Analizando la dependencia de la inecuación en función de las variables termodinámicas y geométricas se puede observar que esta solo depende de dos parámetros clave:  $g(\rho_h R_h, T_h) > 0$ .

En la figura 5.5 se pueden observar las distintas regiones en las que puede encontrarse el hot-spot en función de estos parámetros  $T_h$  y  $R_h \rho_h$ .

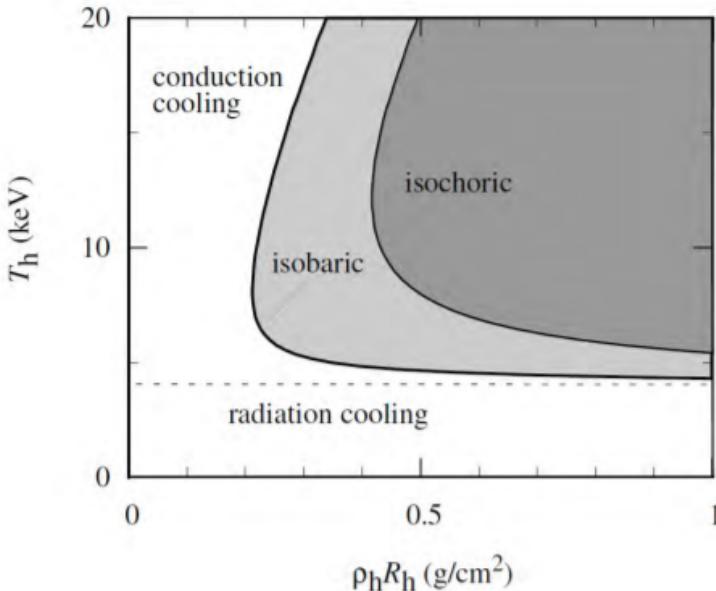


Figura 5.5: Regiones del comportamiento del balance energético del hot-spot en el plano  $T_h$ - $R_h \rho_h$ .

## 5.4. Evolución del hot-spot y proceso de quemado

En estos momentos el mecanismo de confinamiento es tan solo la propia inercia del plasma anteriormente acelerado y, como la masa de DT está rodeada de una corona de menor densidad y presión, se tendrá una dinámica de gases correspondiente a una onda de rarefacción que causará la el desconfinamiento del material termonuclear.

Siempre que el balance energético del combustible sea favorable, es de esperar que las reacciones de fusión empiecen a suceder en regiones del combustible más frías, que han sido calentadas por las reacciones anteriores pero si la descompresión es demasiado prematura, no podrá quemarse suficiente material como para que el proceso produzca suficiente energía.

### 5.4.1. Tiempo de confinamiento

Para una cápsula esférica de DT quemándose a partir de una temperatura y densidad iniciales constantes como en la figura 5.6.

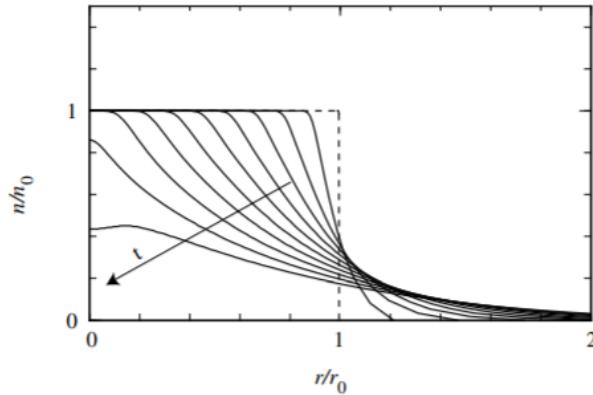


Figura 5.6: Distribución radial de densidad en distintos tiempos.

el frente de la onda de rarefacción avanzará linealmente según

$$R = R_f - c_s t \quad (5.45)$$

donde  $R$  es la posición radial del frente de onda,  $R_f$  es la frontera libre de la esfera y  $c_s = \sqrt{2k_B T/m_f}$  es la velocidad del sonido local ( $m_f$  es la masa media de iones de combustible).

Para un gas equimolar de DT con  $m_f = 2.5m_p$  el tiempo de confinamiento del plasma es

$$\tau_{conf} = \frac{R_f}{c_s} \quad (5.46)$$

Mientras, el tiempo de fusión para una densidad de iones del plasma de  $n_0 = \rho/m_f$  es

$$\tau_{fus} = \frac{1}{\langle \sigma v \rangle n_0} \quad (5.47)$$

Y comparando ambos tiempos se obtiene

$$\frac{\tau_{conf}}{\tau_{fus}} = \rho R_f \frac{\langle \sigma v \rangle}{\sqrt{2k_B T m_f}} \quad (5.48)$$

### 5.4.2. Eficiencia del quemado

La eficiencia del quemado se determina directamente como el cociente entre núcleos fusionados y núcleos iniciales, es decir

$$\Phi = \frac{N_{fus}}{N_{DT}^{(0)}} \quad (5.49)$$

El número núcleos iniciales se determina fácilmente mediante

$$N_{DT}^{(0)} = \frac{n_0 V_0}{2} \quad (5.50)$$

mientras que el número de reacciones se estima a través de

$$dN_{fus} = <\sigma v> n_D n_T V(t) dt \quad (5.51)$$

En el límite de  $\Phi \ll 1$  (quemado bajo) se tiene que, en un plasma homogéneo equimolar:

$$n_D = n_T \simeq \frac{n_0}{2} = \frac{\rho}{2m_f} \quad (5.52)$$

Asumiendo que únicamente se produce quemado en la región del hot-spot, ya que la zona rarificada tiene muy baja densidad y temperatura, y para una configuración esférica se tiene que el volumen evoluciona según

$$\frac{V(t)}{V_0} = \left[ \frac{R(t)}{R_f} \right]^3 = \left( 1 - \frac{c_s t}{R_f} \right)^3 \quad (5.53)$$

Integrando a lo largo del tiempo de confinamiento esta ecuación

$$\int_0^{\tau_{conf}} \left[ \frac{v(0)}{V_0} \right] dt = \frac{R_f}{4c_s} \quad (5.54)$$

A través de esta expresión, se puede observar que el confinamiento efectivo es solo un cuarto del tiempo de confinamiento  $\tau_{conf} = R_f/c_s$ . Por tanto, el número total de reacciones de fusión es

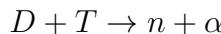
$$N_{fus} \simeq <\sigma v> \frac{n_0^2}{4} \frac{V_0 R_f}{4c_s} \quad (5.55)$$

y la eficiencia del quemado en el límite  $\Phi \ll 1$  queda como

$$\Phi \simeq \frac{\rho R_f}{H_B} \quad (5.56)$$

donde se ha hecho uso del parámetro de quemado  $H_B = 8c_s m_f / < \sigma v >$ .

Para mayor masa quemada se ha de recurrir a un estudio de la velocidad de reacción de fusión DT



en la que se produce un neutron de energía 14 MeV y una partícula alfa de 3.5 MeV.

La ecuación cinética de esta reacción es (Fraley *et al.* 1974):

$$\frac{df_{fus}}{dt} = (1 - f_{fus})^2 \frac{1}{2\tau_{fus}} \quad (5.57)$$

donde  $f_{fus} \equiv (n_\alpha + n_n) / (n_D + n_r + n_\alpha + n_n)$ .

Para un tiempo característico de fusión constante  $\tau_{fus}$  la solución de esta ecuación es

$$f_{fus}(t) = \frac{t/2\tau_{fus}}{1 + t/2\tau_{fus}} \sim \begin{cases} t/2\tau_{fus}, & t \ll \tau \\ 1 - \frac{2\tau_{fus}}{t}, & t \gg 2\tau_{fus} \end{cases} \quad (5.58)$$

Para un  $t = \tau_{conf}$  y siguiendo un procedimiento similar al anterior para un quemado pequeño, se obtiene que la eficiencia de quemado puede expresarse como:

$$\Phi \approx \frac{\rho R_f}{H_B + \rho R_f} \quad (5.59)$$

Expresión que es válida tanto para quemados grandes  $\Phi \simeq 1$  como para pequeños quemados  $\Phi \ll 1$ . Evaluando el parámetro de quemado para el DT equimolar se obtiene que, para un amplio intervalo de temperaturas ( $20 \leq T \leq 100 \text{ keV}$ ), el valor de  $H_B$  permanece prácticamente constante entre 6 y 9  $\text{g/cm}^2$ . Se tomará el valor de  $H_B = 7 \text{ g/cm}^2$  de ahora en adelante para tener un valor de referencia. De esta forma un parámetro de confinamiento de  $3 \text{ g/cm}^2$  supondrá un quemado del 30 %.

## 5.5. Reactores de fusión

No ha de olvidarse que, por muy complejos y diversos que sean los procesos físicos que rigen el comportamiento de la cápsula de combustible termonuclear, el objetivo último de este proceso es la extracción efectiva de energía para consumo humano. Es por ello que todo el proceso ha de diseñarse de forma tal que la ganancia energética sea lo más elevada posible.

También han de tenerse en cuenta otros factores como la fabricación y la resistencia de los materiales expuestos a la combustión y a la explosión del combustible, la conversión de energía eléctrica en haz láser o la extracción de potencia a través de un ciclo termodinámico.

### 5.5.1. Balance energético de la instalación

Como se ha visto anteriormente para logar el confinamiento del material es necesario un conjunto de haces láser que iluminen directamente la cápsula los cuales han de ser alimentados con parte de la energía producida en la fusión. Más tarde un láser aún más potente habrá de bombardear el hot-spot para desencadenar las reacciones de fusión. Además la forma más efectiva actualmente de transformar calor en energía eléctrica es un ciclo termodinámico consistente en una serie de compresores, intercambiadores de calor y turbinas. Estos elementos introducen unas pérdidas que también han de ser tomadas en cuenta así como todas las producidas a lo largo de la instalación. Un esquema sencillo del flujo energético de un reactor de fusión es el siguiente.

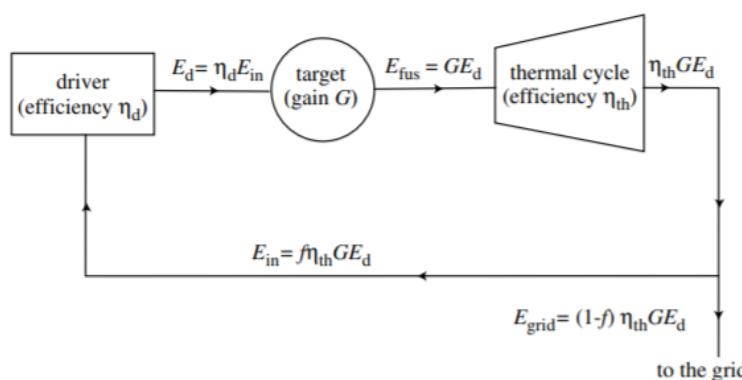


Figura 5.7: Esquema básico de un reactor de fusión por confinamiento inercial.

Según este esquema, el láser aporta una energía  $E_d$  al blanco, el cual libera una energía  $E_{fus}$ . A partir de ello se define la ganancia energética  $G = E_{fus}/E_d$ . La energía liberada en la fusión es térmica y para convertirla en energía eléctrica es necesario un ciclo termodinámico con rendimiento  $\eta_{th}$ . De la energía obtenida en este proceso se ha de destinar una fracción  $f$  a realimentar el dispositivo láser, el cual transforma la energía eléctrica en láser según un rendimiento  $\eta_d$ . Por consiguiente el balance de energía de este ciclo puede ser expresado como

$$f\eta_d\eta_{th}G = 1 \quad (5.60)$$

Normalmente el rendimiento de un ciclo termodinámico está en torno al 40 % y la energía que necesita el dispositivo láser es de en torno al 25 % de la generada por lo que

$$G\eta_d > 10 \quad (5.61)$$

Para una eficiencia del dispositivo láser de  $\eta_d = 10 - 33\%$  se obtiene finalmente que la ganancia requerida del blanco para la producción efectiva de potencia ha de ser de

$$G = 30 - 100 \quad (5.62)$$

A este esquema sencillo habrían de añadirse los sistemas auxiliares de la instalación que emplean parte de la potencia producida y también las reacciones de los neutrones con las paredes del reactor lo cual aumenta la potencia producida.

### 5.5.2. Cámara de fusión

La cápsula, una vez que ignita, produce grandes cantidades de partículas energéticas que impactan tarde o temprano con las paredes de la cámara. Los materiales expuestos a este bombardeo se ven sometidos a elevados requerimientos y es por ello que es necesaria una correcta refrigeración y un continuo mantenimiento de las cámaras de fusión.

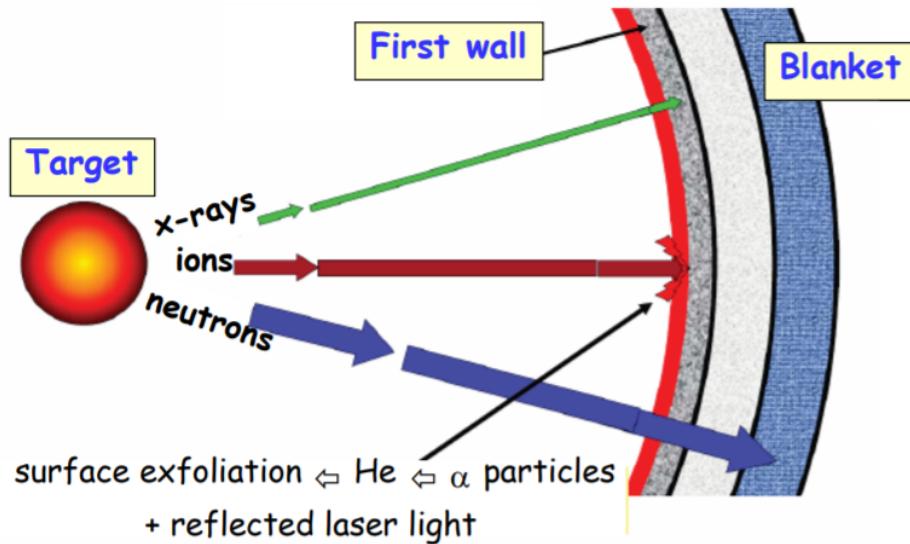


Figura 5.8: Bombardeo de las paredes de la cámara de fusión.

Actualmente existen varias alternativas en el diseño de la primera capa con objetivo de mejorar tanto el aislamiento como la supervivencia de los componentes.

	Ventajas	Desventajas
Paredes líquidas	Mitigación de rayos X e iones	Interferencias con el láser Dificultad de recuperación del vacío (gotas) Dificultad para recuperar el flujo
Paredes sólidas	Simplicidad Diseño robusto	Interacción con el láser y el blanco por vaporización Degradación y exfoliación de la pared
Paredes húmedas	Combina las mejores características de las dos anteriores	

Tabla 5.3: Opciones de fabricación para la primera capa de la cámara de fusión.

Aún con un correcto diseño de las paredes de la cámara a día de hoy la energía máxima de la microexplosión ha de limitarse a unos pocos GJ. El quemado de 1 mg de DT libera unos 341 MJ de energía de fusión por lo que un blanco con un quemado del 30 % ha de tener como máximo una masa de unos 10 mg.

### 5.5.3. Requisitos del blanco

Como se vio en la sección anterior, no toda la masa del blanco llega a quemarse y para alcanzar un quemado del 30 % suponiendo un  $H_B = 7\text{g/cm}^2$  es preciso un parámetro de confinamiento de

$$\rho R_f \simeq 3\text{g/cm}^2 \quad (5.63)$$

Para una esfera de combustible homogénea la masa se puede calcular como

$$M_f = \frac{4\pi}{3}\rho R_f^3 = \frac{4\pi}{3}\frac{(\rho R_f)^3}{\rho^2} \quad (5.64)$$

lo que significa que la densidad ha de llegar a

$$\rho = \sqrt{\frac{4\pi}{3}\frac{(\rho R_f)^3}{M_f}} \simeq \frac{300}{M_f^{1/3}}\text{g/cm}^2 \quad (5.65)$$

que para un blanco de  $1\text{mg}$  supone una densidad de  $\rho = 300\text{g/cm}^3$ .

El DT tiene una densidad inicial (en estado criogénico) de  $\rho_{DT} = 0.22\text{g/cm}^3$  por lo que un parámetro de confinamiento de  $\rho R_f \simeq 3\text{g/cm}^2$  implica una relación de compresión del orden de 1500 lo cual a día de hoy sigue suponiendo un reto para la compresión hidrodinámica del blanco. Una solución directa a este problema es el uso de láseres más potentes cuyo perfil de potencia crezca de forma exponencial.

Los blancos de fusión que ignitan por haz de partículas, bien sean iones o electrones, no necesitan generar un punto caliente tan grande como los blancos de ignición central ya que la fusión comienza en una región del combustible más caliente desde donde se propaga lo cual supone una energía necesaria de compresión menor. La condición en este caso para que las partículas alfa depositen su energía en el volumen del punto caliente es:

$$\rho_h R_h > 0.2 - 0.5\text{g/cm}^2; \quad T_h = 5 - 12\text{keV} \quad (5.66)$$

También se ha especulado sobre la posibilidad del empleo de blancos ópticamente más gruesos que reduzcan las pérdidas por radiación pero las ganancias predichas por este tipo de blancos son menores.

# Capítulo 6

## Simulaciones

Como se ha podido observar, a lo largo del desarrollo teórico de este trabajo, la cantidad de fenómenos presentes en la fusión por confinamiento inercial hace imposible la formulación de un modelo sencillo para el tratamiento analítico de la situación. Es por ello que se ha de recurrir a herramientas computacionales que permitan simular de manera fiable el comportamiento de los blancos y los haces de partículas en todos los niveles requeridos. Sin embargo, los códigos desarrollados encuentran límites, bien en la capacidad de cómputo de los ordenadores actuales o bien en la factores y variables incontrolables o aleatorias presentes en el proceso mismo, y es por ello que, para lograr una mayor precisión, se ha de recurrir a experimentos.

### 6.1. Simulaciones unidimensionales

En capítulos anteriores se expuso cómo la forma en la que el blanco es comprimido determina la eficiencia y las condiciones finales del material. Para simular la compresión hidrodinámica fruto de la iluminación láser directa, se hace uso de un programa unidimensional ya que en primera instancia el blanco tiene una simetría prácticamente esférica y en simulaciones posteriores se introducirán los efectos bidimensionales para períodos de tiempo en los cuales sean comparables con el tamaño del blanco.

### 6.1.1. SARA

Para simular la compresión unidimensional del blanco se ha empleado el código SARA (Synthetically Accelerated Radiation-Hydrodynamics Algorithm) que resuelve implícitamente las ecuaciones de transporte por radiación de multi-grupos (niveles de energía fotónicos discretizados). Las ecuaciones de la fluidodinámica con transporte de radiación y conducción térmica son:

$$\begin{cases} D_t \rho = -\rho \nabla \cdot \mathbf{v} \\ \rho D_t \mathbf{v} = -\nabla p \\ \rho D_t e = -\rho \nabla \cdot \mathbf{v} - \nabla \cdot \mathbf{q} - \int_0^\infty d\nu \sigma(\nu) [\mathbf{B}(\nu; T) - I_0(\nu)] + Q_m \\ \frac{1}{c} \partial_t \mathbf{I} + \nabla \cdot (\Omega \mathbf{I}) = \sigma(\nu) [B(\nu; T) - I(\mathbf{r}, \nu, \Omega, t)] \end{cases} \quad (6.1)$$

donde  $\rho(\mathbf{r}, t)$ ,  $\mathbf{v}(\mathbf{r}, t)$  y  $e(\mathbf{r}, t)$  son la densidad, velocidad y energía interna del fluido,  $\mathbf{q}$  el flujo térmico,  $Q_m$  la fuente de energía, que puede ser un láser o una deposición de iones,  $D_t$  es la derivada sustancial,  $\mathbf{I}(\mathbf{r}, \nu, \Omega, t)$  es la intensidad de radiación,  $\mathbf{I}_0(\mathbf{r}, \nu, t)$  la intensidad de radiación integrada a lo largo de los ángulos,  $\sigma(\mathbf{r}, \nu, t)$  la opacidad total y  $\mathbf{B}(\nu; T)$  la función de Planck. Además, para determinar las ecuaciones de estado de los materiales presentes se recurre las bases de datos SESAME del laboratorio de Los Álamos (USA).

Para resolver implícitamente las ecuaciones primero se aplican las ecuaciones hidrodinámica, luego las del flujo térmico y por último las de radiación.

### 6.1.2. Compresión unidimensional

En primer lugar se estudia la compresión del blanco desde un punto de vista unidimensional. Así las simulaciones pueden ser efectuadas con rapidez y se puede determinar el pulso láser sin necesidad de realizar simulaciones más largas.

En este caso se ha seleccionado un blanco de DT con radio  $R = 1.1 \text{ mm}$  y el espesor  $0.4 \text{ mm}$  lo que implica una relación de aspecto en vuelo (in flight aspect ratio) de 0.364. El material de ablación es un plástico (CH) con densidad  $\rho_{CH} = 1.05 \text{ g/cm}^3$  y espesor de la capa  $0.085 \text{ mm}$ . El esquema unidimensional es el siguiente:

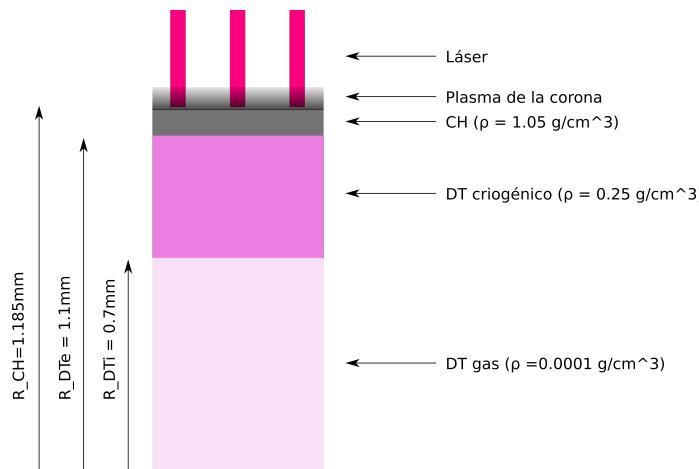


Figura 6.1: Esquema unidimensional del blanco de fusión a escala.

Una vez determinado el tamaño del blanco y el material de su capa de ablación se secuencia el pulso de manera que las ondas de choque y rarefacción provocadas resulten en una compresión eficiente del blanco. En este caso se emplea un láser con longitud de onda de  $\lambda = 0.35\mu\text{m}$  que corresponde al tercer armónico de un láser de neodimio. El pulso de la figura 6.2 ha sido ajustado para lograr una compresión eficiente en la que no se genere mucha entropía.

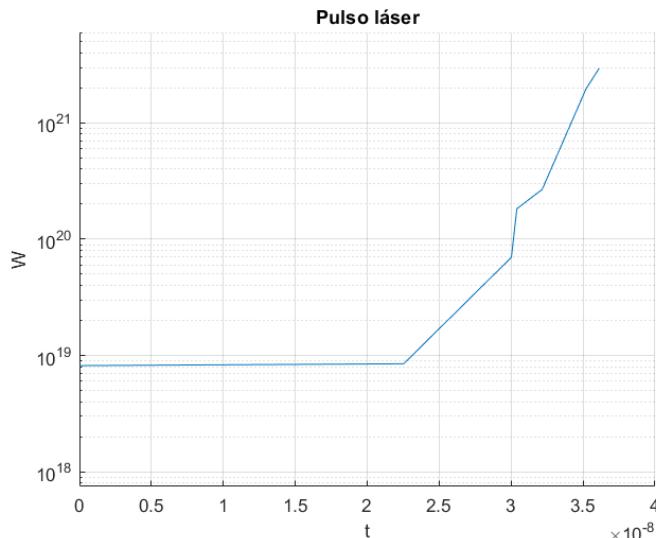


Figura 6.2: Perfil del pulso láser empleado.

La distribución de ondas de choque resultante es la siguiente:

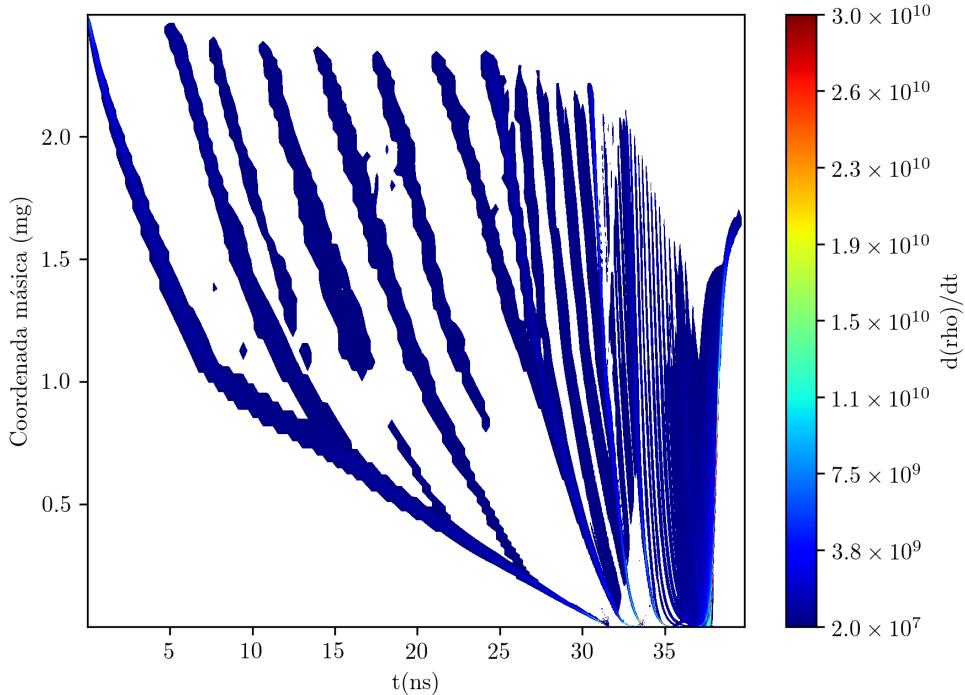


Figura 6.3: Evolución de ondas de choque y rarefacción a lo largo del tiempo y del espacio.

Se puede observar cómo, a medida que se suceden las ondas de choque, estas avanzan con mayor rapidez debido al aumento de densidad. Cada cambio de pendiente en la intensidad del pulso supone la generación de una onda de choque pues varía bruscamente la presión de ablación. Es por ello que el pulso láser (6.2) incluye un pre-pulso escalón de  $22.533\text{ ns}$  (aunque con una ligera pendiente) durante el cual se mantiene la presión de ablación y no se genera ninguna onda de choque para darle tiempo a la primera onda a alcanzar el centro del blanco sin ser interferida por las siguientes. El resto del pulso se desarrolla mucho más rápido, en  $14.046\text{ ns}$ , tiempo durante el cual se pasa de una potencia de  $8.2\text{ EW}$  hasta  $2940\text{ EW}$  (exavatios). En las figuras 6.3 se pueden distinguir siete ondas de choque correspondientes a los siete cambios de pendiente, incluyendo la onda de choque inicial.

Es más sencillo visualizar la secuenciación de ondas de choque a partir del diagrama de presión en la cara interna del DT donde cada pico de presión corresponde a una onda de choque

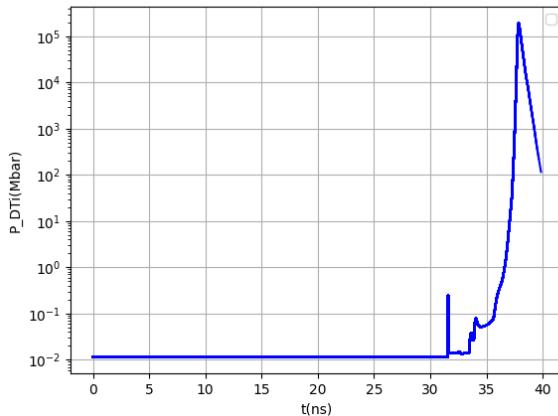


Figura 6.4: Evolución de la presión en la cara interna del DT.

Desde el punto de vista de la presión de ablación, que es la que determina la dinámica de la implosión, de la simulación se obtienen los resultados plasmados en la figura 6.5. Se observa que en los primeros instantes la presión es constante pero cuando la potencia del láser se incrementa el crecimiento es exponencial y la presión crece varios órdenes de magnitud en muy poco tiempo.

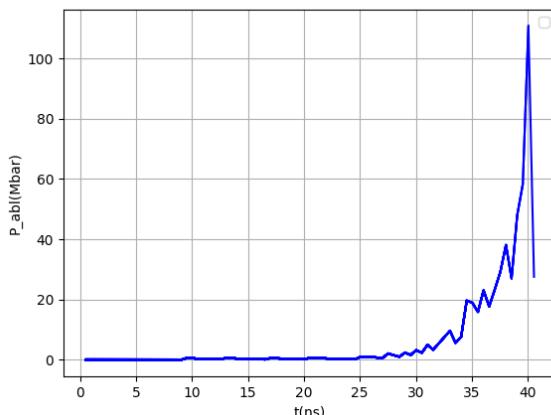


Figura 6.5: Evolución de la presión de ablación a lo largo del tiempo.

Esta presión es la que consigue finalmente acelerar y comprimir el material termonuclear el cual experimenta la evolución de la figura 6.6 en la que se ha representado el material de ablación en dorado, el combustible termonuclear en rojo y el gas interior en morado. En este caso, se alcanza el radio mínimo en  $t_{Rmin} = 37.863\text{ ns}$  donde tiene un valor de aproximadamente  $9.37\mu\text{m}$ .

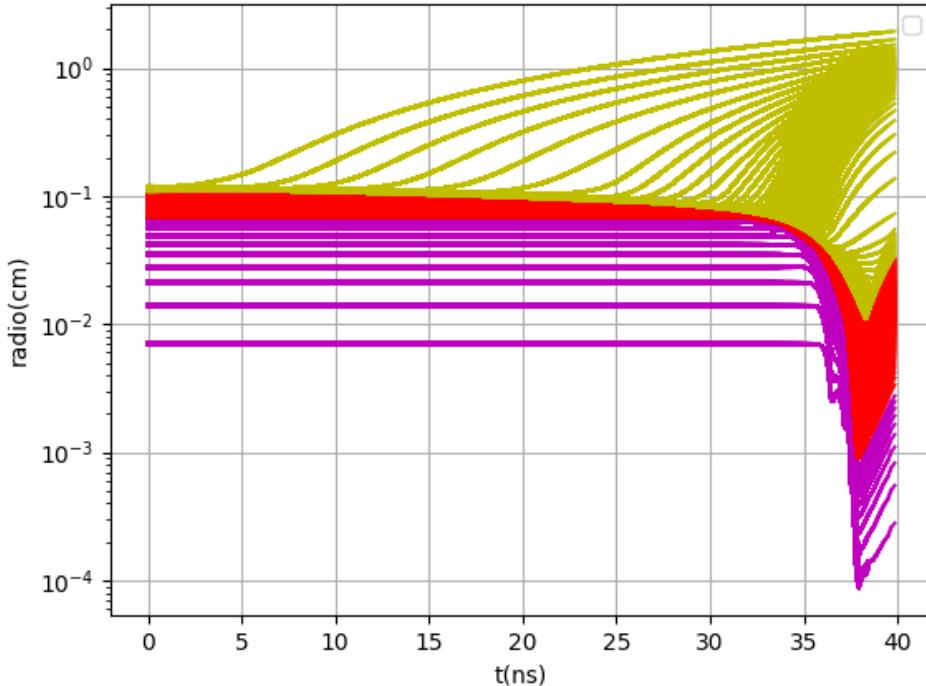


Figura 6.6: Evolución de los radios de las interfasas a lo largo del tiempo, en escala logarítmica.

Al igual que en las gráficas anteriores se puede distinguir fácilmente la parte correspondiente al pre-pulso, en la que el material de ablación es eyectado paulatinamente, y la parte correspondiente a la subida de potencia, donde el material queda confinado a un tamaño dos órdenes de magnitud por debajo de su tamaño inicial. También en la siguiente figura se puede ver cómo la velocidad aumenta lentamente durante el pre-pulso y luego crece con rapidez hasta llegar a un máximo. Una vez llegado a este punto el combustible colapsa y la velocidad decrece de una forma todavía más brusca, quedando así práctica-

mente toda la energía cinética de la implosión convertida en energía interna. La velocidad de implosión máxima ha sido  $v_{imp} = 1.820 \times 10^7 \text{ cm/s}$  en esta simulación.

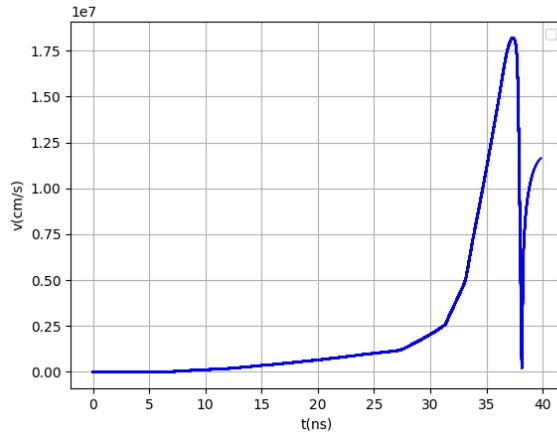


Figura 6.7: Evolución de la velocidad a lo largo del tiempo.

La compresión hidrodinámica, al haber sido optimizada, permite obtener un parámetro de confinamiento máximo de  $\rho R = 2.572 \text{ g/cm}^2$  tras el crecimiento que se plasma en la figura 6.8 hasta el tiempo  $t_{\rho R_{max}} = 37.963 \text{ ns}$ .

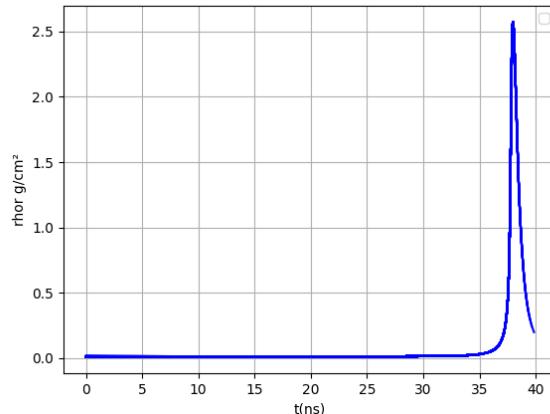


Figura 6.8: Evolución del parámetro de confinamiento a lo largo del tiempo.

La compresión del DT se puede comparar con el caso ideal que sería haber sido comprimido como materia degenerada de Fermi, donde la alta densidad hace que los átomos estén tan próximos que la presión proviene del principio de exclusión de Pauli, ya que los electrones del plasma no pueden compactarse más porque los niveles de energía más bajos, por tanto con menor radio, ya están siendo ocupados por otra partícula.

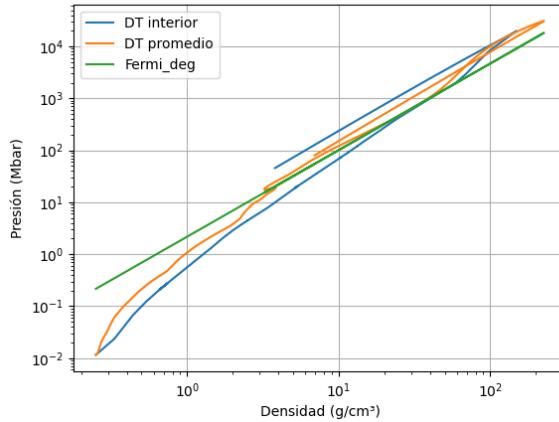


Figura 6.9: Presión y densidad del DT a lo largo de la compresión frente al comportamiento de la materia degenerada.

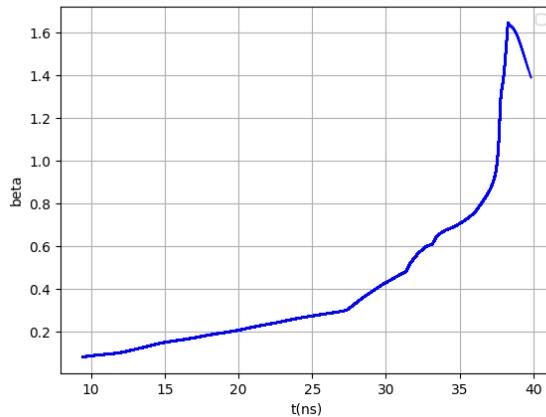


Figura 6.10: Evolución del parámetro de isoentropía  $\beta = p(\rho, T)/p_{deg}(\rho)$  a lo largo del tiempo.

Por último queda estimar la ganancia energética de este blanco. De la propia definición de ganancia, atendiendo únicamente a lo que al blanco se refiere:

$$G = \frac{E_{fus}}{E_L + E_{ign}} \quad (6.2)$$

donde  $E_{fus}$  es la energía de fusión,  $E_L$  es la energía del láser de compresión y  $E_{ign}$  es la energía del láser de ignición.

A partir de las expresiones obtenidas en los capítulos precedentes se puede determinar la energía de fusión a partir de la fracción de quemado

$$E_{fus} = \frac{\rho R}{\rho R + H_B} m q_{DT} \quad (6.3)$$

$$E_{fus} = \frac{2.5727g/cm^2}{2.5727g/cm^2 + 7g/cm^2} 1mg 341MJ/mg = 91.645MJ$$

donde  $q_{DT} = 341 MJ/mg$  es la energía específica que libera la reacción de DT. Como el pulso láser empleado ha sido de  $0.723MJ$ , finalmente se obtiene la ganancia

$$G = \frac{E_{fus}}{E_L + E_{ign}} = \frac{91.645MJ}{0.723MJ + 0.15MJ} = 104.99 \quad (6.4)$$

donde se ha estimado la energía de ignición con  $E_{ign} = 150kJ$ .

En capítulos posteriores se hará un estudio de la energía de ignición mínima necesaria para así poder determinar la ganancia del blanco

### 6.1.3. Algoritmos genéticos

Aprovechando la rapidez del programa unidimensional se han desarrollado unos códigos que, tratando tiempos y potencias del pulso como las variables que conforman la población del algoritmo genético, optimizan los valores de acuerdo a los resultados obtenidos directamente del SARA.

La elección de este método de optimización viene motivada por la gran cantidad de factores a tener en cuenta que hacen variar fuertemente la solución, lo cual dificulta la optimización por métodos de gradiente puesto que la 'función' a optimizar presenta un perfil abrupto y caótico.

Un esquema básico del algoritmo genético es el que aparece en la figura 6.11.

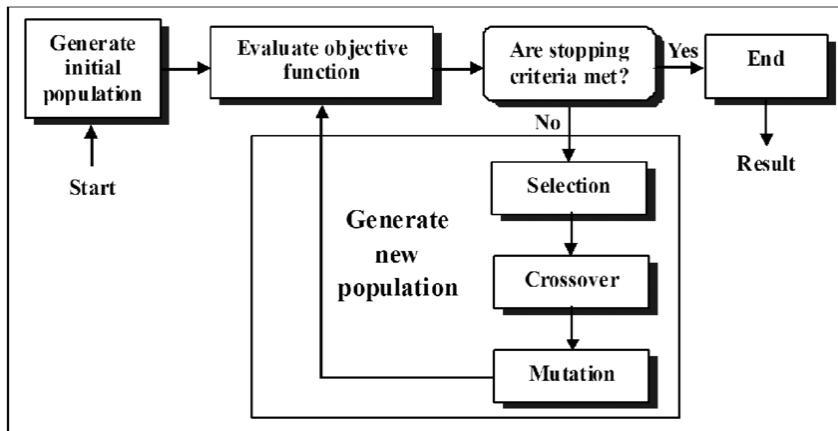


Figura 6.11: Esquema de un algoritmo genético.

Como explica la figura, en un primer momento se ha de suministrar una población inicial, la cual consiste en un pulso ajustado 'a mano' que aunque ha proporcionado un buen resultado, puede ser optimizado para conseguir una mayor ganancia. A partir de esta población se generan otras y se prueban, aquellas que dan un mejor resultado son seleccionadas y combinadas entre sí, luego, para barrer mejor el espectro de soluciones, se introducen variaciones pseudo-aleatorias conocidas como mutaciones. Este proceso se repite a lo largo de varias 'generaciones' y finalmente se obtiene la población más óptima.

En un primer momento se empleó un código de MATLAB que, a través del paquete 'SSH/SFTP/SCP For Matlab (v2)' puede acceder al servidor donde está alojado el programa ejecutable del SARA y ensayar la población de trabajo.

```

183 %Saving data
184 fid = fopen('data', 'w');
185 fprintf(fid, '%s\n', string(data));
186 fclose(fid);
187
188 ssh2_conn = scp_put(ssh2_conn, 'data','/home/andres/test');
189
190 %%Run a.out and hplotmodif
191
192 disp('Simulation');
193 [ssh2_conn,command_output] = ssh2_command(ssh2_conn, 'cd test && ./a.out && ./hplotmodif')
194
  
```

Figura 6.12: Uso del paquete 'SSH/SFTP/SCP For Matlab (v2)' para acceder al servidor y editar los datos.

Las poblaciones se optimizaron mediante la función 'gamultiobj' del paquete 'Optimization Toolbox' y se añadieron restricciones lineales para limitar la potencia del pulso y para asegurar que los tiempos aparecieran ordenados.

```

67 %Variables fijas
68 - potlt_sup(end-2:end-1) = 330e+19;
69 - timelt_inf(1)=0;
70 - timelt_sup(1)=0;
71 - potlt_inf(end)=0;
72 - potlt_sup(end)=0;
73
74 %% Optimización
75
76 - N=2*size(timelt_ini,2)+3;
77 - A=zeros(N,N);
78 - for i=1:size(timelt_ini,2)
79 -     A(i,i)=1;
80 -     A(i,i+1)=-1;
81 - end
82 - b=zeros(N,1);
83 - Aeq=[];
84 - beq=[];
85 - inferior=[timelt_inf, potlt_inf, thickness_inf, mass_inf, DT_thickness_inf];
86 - superior=[timelt_sup, potlt_sup, thickness_sup, mass_sup, DT_thickness_sup];
87 - restriccion = [];
88 - u=[timelt_ini, potlt_ini, thickness_ini, mass_ini, DT_thickness_ini];
89
90 - options = optimoptions('gamultiobj','InitialPopulationMatrix',u,'ConstraintTolerance',1e-1);
91 - X = gamultiobj(@(x) whip(x),N,A,b,Aeq,beq,inferior,superior,restriccion,options);
92

```

Figura 6.13: Optimización de las poblaciones por medio de la función 'gamultiobj' del paquete 'Optimization Toolbox'.

Como se puede apreciar, en este código también se han podido incluir otras variables de diseño como la masa del blanco y el espesor de las capas para tratar de buscar una solución más óptima.

Los resultados obtenidos fueron almacenados en hojas de cálculo para después trabajar con ellos.

1.84094E+20	4.18322E+20	3.0969E+21	2.94E+21	0	0.008457007	<b>2.8254</b>	1.6706	-20309000	1.073E+1
1.84094E+20	4.18292E+20	3.09798E+21	2.94E+21	0	0.008457007	<b>2.7877</b>	1.6909	-20364000	1.074E+1
1.84094E+20	4.18292E+20	3.09798E+21	2.9106E+21	0	0.008457007	<b>2.7746</b>	1.6885	-20290000	1.07E+1
1.84094E+20	4.18374E+20	3.09806E+21	2.94424E+21	0	0.007	2.0461	1.7365	-18553000	1.049E+1
1.84094E+20	4.18347E+20	3.09828E+21	2.94579E+21	0	0.008449787	<b>2.7906</b>	1.6879	-20351000	4.948E+1
1.84094E+20	4.18347E+20	3.09828E+21	2.94439E+21	0	0.008449787	<b>2.7913</b>	1.6859	-20333000	1.078E+1
1.84094E+20	4.1835E+20	3.09829E+21	2.94408E+21	0	0.008456436	<b>2.7936</b>	1.681	-1.8787E+37	1.074E+1
1.84094E+20	4.1835E+20	3.09829E+21	2.94408E+21	0	0.008456436	<b>2.8008</b>	1.6884	-20359000	1.074E+1
1.84094E+20	4.18331E+20	3.09824E+21	3.1E+21	0	0.00844879	<b>2.8289</b>	1.677	-20389000	1.09E+1
1.84094E+20	4.18356E+20	3.09824E+21	2.94396E+21	0	0.008456249	<b>2.7796</b>	1.6914	-20590000	1.293E+1
1.84094E+20	4.1844E+20	3.09824E+21	2.94388E+21	0	0.008456249	<b>2.7813</b>	1.683	-4.5674E+20	1.076E+1
1.84094E+20	4.18342E+20	3.1E+21	2.94457E+21	0	0.0084560568	<b>2.7893</b>	1.6844	-2.148E+30	1.077E+1
1.84094E+20	4.1836E+20	3.098E+21	2.94421E+21	0	0.009	<b>2.7112</b>	1.7335	-20721000	1.627E+2
1.84094E+20	4.18342E+20	3.09805E+21	2.94435E+21	0	0.008452205	<b>2.6461</b>	1.7043	-20523000	1.073E+1
1.84094E+20	4.18342E+20	3.09805E+21	2.94435E+21	0	0.008452205	<b>2.7671</b>	1.6903	-20530000	1.068E+1
1.84094E+20	4.18342E+20	3.09805E+21	2.94435E+21	0	0.008452205	<b>2.6165</b>	1.6373	-20320000	1.059E+1
1.84094E+20	4.18342E+20	3.09805E+21	2.94435E+21	0	0.008452205	1.8608	2.0188	-9.5587E+24	9.518E+1
1.84094E+20	4.18342E+20	3.09805E+21	2.94435E+21	0	0.008452205	<b>2.8778</b>	1.5763	-2.6151E+17	9.761E+1
1.84094E+20	4.18342E+20	3.09805E+21	2.94435E+21	0	0.008452205	<b>2.8122</b>	1.68	-20340000	1.183E+1
1.84094E+20	4.18342E+20	3.09805E+21	2.94435E+21	0	0.008452205	<b>2.7909</b>	1.6832	-20305000	1.189E+1
1.84094E+20	4.18342E+20	3.09805E+21	2.94435E+21	0	0.008452205	<b>2.7922</b>	1.6835	-20303000	9.463E+1
1.84094E+20	4.18332E+20	3.09798E+21	2.94653E+21	0	0.008457007	<b>2.7603</b>	1.6945	-20312000	3.113E+2
1.84094E+20	4.18292E+20	3.09798E+21	3.1E+21	0	0.008457007	<b>2.8267</b>	1.6784	-1.1362E+12	1.091E+1
1.84094E+20	4.18342E+20	3.09805E+21	2.94435E+21	0	0.008452205	<b>2.8787</b>	1.5759	-19505000	9.761E+1

Figura 6.14: Detalle de una hoja de cálculo llena con resultados de distintas simulaciones.

Aunque este código funcionara correctamente, una serie de problemas informáticos ligados al hecho de que MATLAB es un entorno que precisa muchos recursos y que no es accesible a todos los usuarios, motivaron la confección de un segundo código de optimización esta vez escrito en Python. En este caso el programa se aloja directamente junto con el ejecutable del SARA y tan solo necesita de la librería 'Numpy', gratuita, accesible y ampliamente extendida entre los usuarios de Python ya que añade funciones matemáticas al lenguaje. Para desarrollar un algoritmo genético se hizo uso de un código publicado en github y se modificó para que ejecutase el SARA (a\_old.out) y recogiese los resultados (hplotmodif).

```

38      ## Executes the programs and get the main information
39      os.system('./a_old.out')
40      cmd = [ './hplotmodif' ]
41      output = subprocess.Popen( cmd, stdout=subprocess.PIPE ).communicate()
42      output = output[0].split('\n')

```

Figura 6.15: Llamada al ejecutable del SARA, y al programa que interpreta los datos.

Una vez obtenidos los datos la ganancia se convierte en la salida de la función de optimización y los resultados obtenidos se almacenan en un archivo para más tarde poder ser tratados.

```

E_fus = (rhor/(7+rhor)) * mass * 341 * 10**9    #In Jules and the mass in grams
E_abs = emax * 10**(-7)                            #In Jules
E_ign = 0.15 * 10**(6)                             #In Jules
G_abs = E_fus/(E_abs+E_ign)
E_laser = 0                                         #Laser energy
for i in range(len(timelt)-1):
    h = timelt[i+1]-timelt[i]
    E_laser = E_laser + h * (potlt[i+1]+potlt[i]) / 2
E_laser = E_laser * 10**-7                         #In Jules
G = E_fus/(E_laser+E_ign)
## output data
output_data = str(rhor) + ', ' + str(beta) + ', ' + str(vimp) + ', ' + str(emax) + ', ' + str(E_fus) + ', ' + str(E_abs) +
output_data = output_data.replace(' ','').replace('\t','')
f = open('resultados', 'a')
f.write(output_data)
f.close()
return G

```

Figura 6.16: Cómputo de la ganancia y tratamiento de datos.

Las distintas poblaciones se ensayan a lo largo de las generaciones mediante la llamada a la función de optimización (cal\_pop\_fitness) que es la que ejecuta el código SARA, recoge lo resultados y hace los cálculos.

```
for generation in range(num_generations):
    print("Generation : ", generation)
    fitness = numpy.zeros((sol_per_pop,1))
    for pop in range(sol_per_pop):
        fitness[pop] = ga.cal_pop_fitness(new_population[pop,:])
```

Figura 6.17: Llamadas a la función de optimización con distintas poblaciones.

Luego se seleccionan las poblaciones que han dado mejores resultados (select\_mating\_pool), se cruzan entre ellas (crossover), se someten algunas a mutaciones (mutation) y se aplican restricciones (constraints) que son las anteriormente usadas en el código de MATLAB.

```
56 v   parents = ga.select_mating_pool(new_population, fitness,
57                                     num_parents_mating)
58   print("Parents")
59   print(parents)
60
61 v   offspring_crossover = ga.crossover(parents,
62                                         offspring_size=(pop_size[0]-parents.shape[0], num_weights))
63   print("Crossover")
64   print(offspring_crossover)
65
66   offspring_mutation = ga.mutation(offspring_crossover, num_mutations=2)
67   print("Mutation")
68   print(offspring_mutation)
69
70   new_population[0:parents.shape[0], :] = parents
71   new_population[parents.shape[0]:, :] = offspring_mutation
72
73 v   for pop in range(sol_per_pop):
74       new_population[pop,:] = ga.constraints(new_population[pop,:])
```

Figura 6.18: Llamadas a las funciones de selección, cruce, mutación y restricción.

Estos códigos han permitido obtener una gran cantidad de datos de simulación, los cuales han sido clave para determinar el perfil del láser y el blanco empleado para la simulación completa.

### 6.1.4. Limitaciones

Sin embargo todos estos resultados aparentemente óptimos dejan de serlo cuando se consideran simulaciones más complejas en las que intervienen otros fenómenos físicos. Así, el mismo pulso empleado en simulaciones anteriores si es empleado en un código más avanzado (a.out), basado en el SARA, el cual incluye cambios en la conducción electrónica y la limitación de flujo, conduce a resultados mucho menos óptimos.

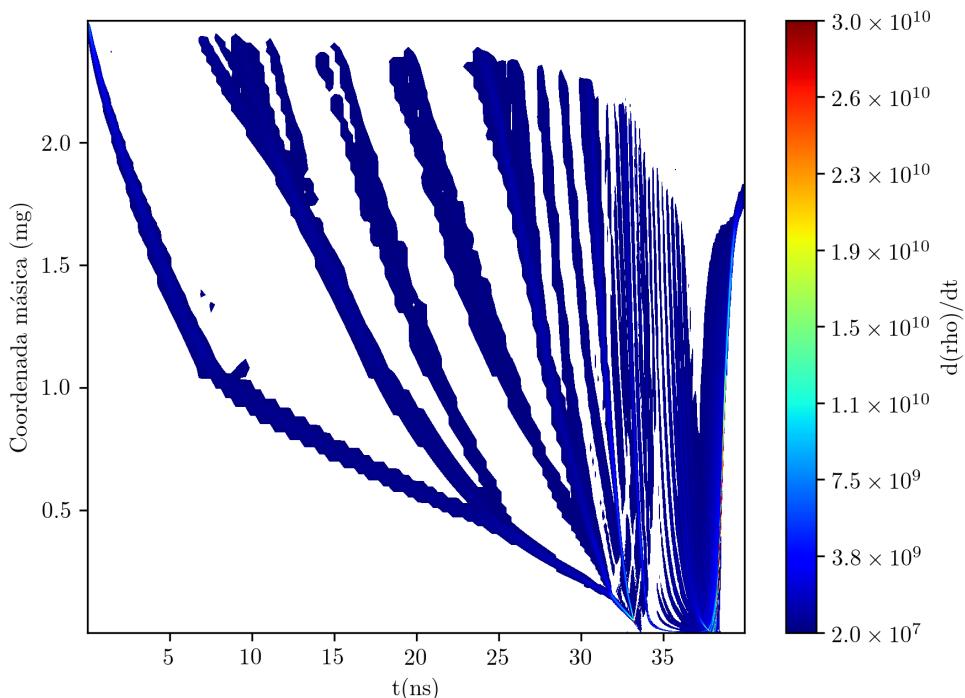


Figura 6.19: Evolución de ondas de choque y rarefacción a lo largo del tiempo y del espacio obtenidas con otro código para el mismo pulso.

Se puede ver cómo, en ese caso, las ondas de choque interactúan entre sí antes de llegar al centro de la cápsula, creándose así una distribución de densidad menos concentrada y por tanto menos eficiente.

En este caso se ha conseguido un parámetro de confinamiento mucho menor, de  $1.8287 g/cm^2$ , lo que supone unos  $70.632 MJ$  de energía de fusión. El pulso

láser es el anterior ( $0.723MJ$ ) por lo que la ganancia es 80.92. Sin embargo este resultado continúa estando dentro del intervalo aceptable (30 – 100).

La alta sensibilidad a pequeñas modificaciones que tienen los blancos de fusión inercial es lo que hace que en instalaciones como la National Ignition Facility (NIF) o el Laser MegaJoule (LMJ) los pulsos se tengan que ajustar de forma experimental por lo que es preciso instalar, además de los láseres necesarios para el proceso, instrumental de medida y contar con herramientas para procesar los datos.

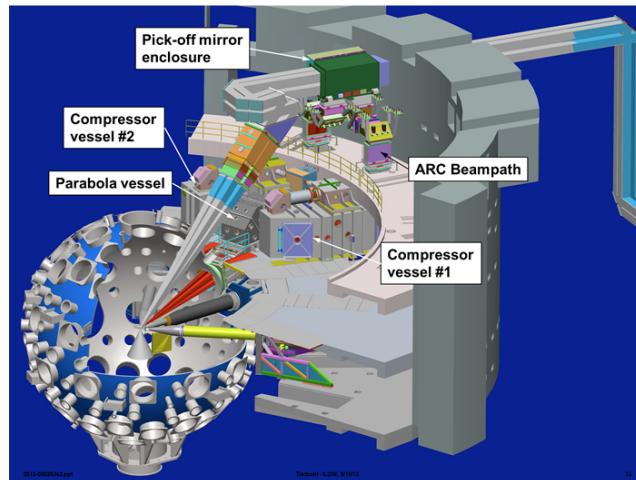


Figura 6.20: Instalaciones de la National Ignition Facility.

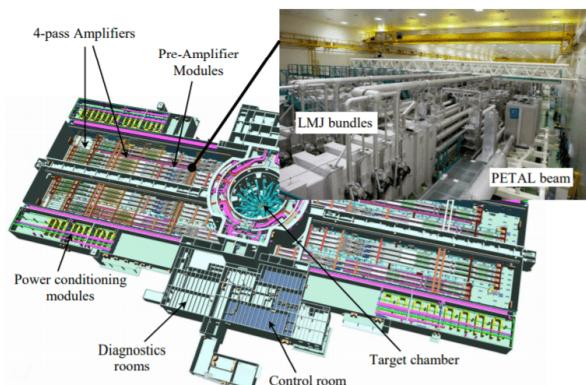


Figura 6.21: Instalaciones del Láser MègaJoule.

## 6.2. Simulaciones bidimensionales

### 6.2.1. Código empleado

De nuevo se emplea el código SARA anteriormente descrito para la evaluar la compresión bidimensional y se incluye un cono para el láser de ignición en la caja de simulación. Gracias a que el código usa el esquema de diferenciación WDS (Weighted Diamond with Slopes), el programa unidimensional es fácilmente adaptable a simulaciones 2D y 3D sin que el tiempo de simulación aumente drásticamente.

### 6.2.2. Compresión bidimensional

Una vez obtenidos los datos de la simulación unidimensional, donde se ha ajustado el pulso láser para maximizar la ganancia energética, se ha de pasar a considerar el caso bidimensional en el cual el blanco simulado tiene adosado un cono de oro.

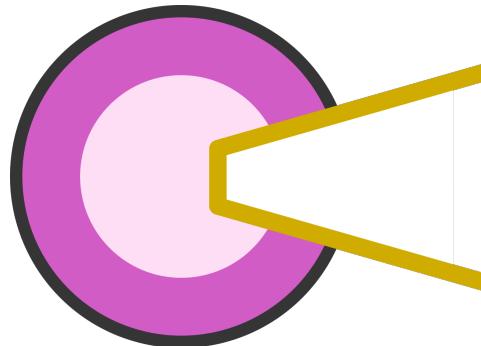


Figura 6.22: Esquema de la simulación bidimensional.

En este caso se ha escogido un cono (truncado) de  $30^\circ$  a  $75\ \mu m$  del centro. El radio en la punta es de  $30\ \mu m$  y el espesor de esa pared es de  $35.5\ \mu m$ . La pared del cono propiamente dicha tiene un espesor lineal que parte de  $26.5\ \mu m$  y se reduce a la mitad al llegar a la punta del cono truncado.

En la siguiente figura se muestra la evolución del blanco durante la compresión bidimensional. El perfil de densidad y temperatura inicial ha sido extraído de la simulación anterior en el instante  $t = 37.5\ ns$  y es el primero que aparece, con una densidad máxima de  $39.3\ g/cm^3$  y un radio de  $180\ \mu m$ .

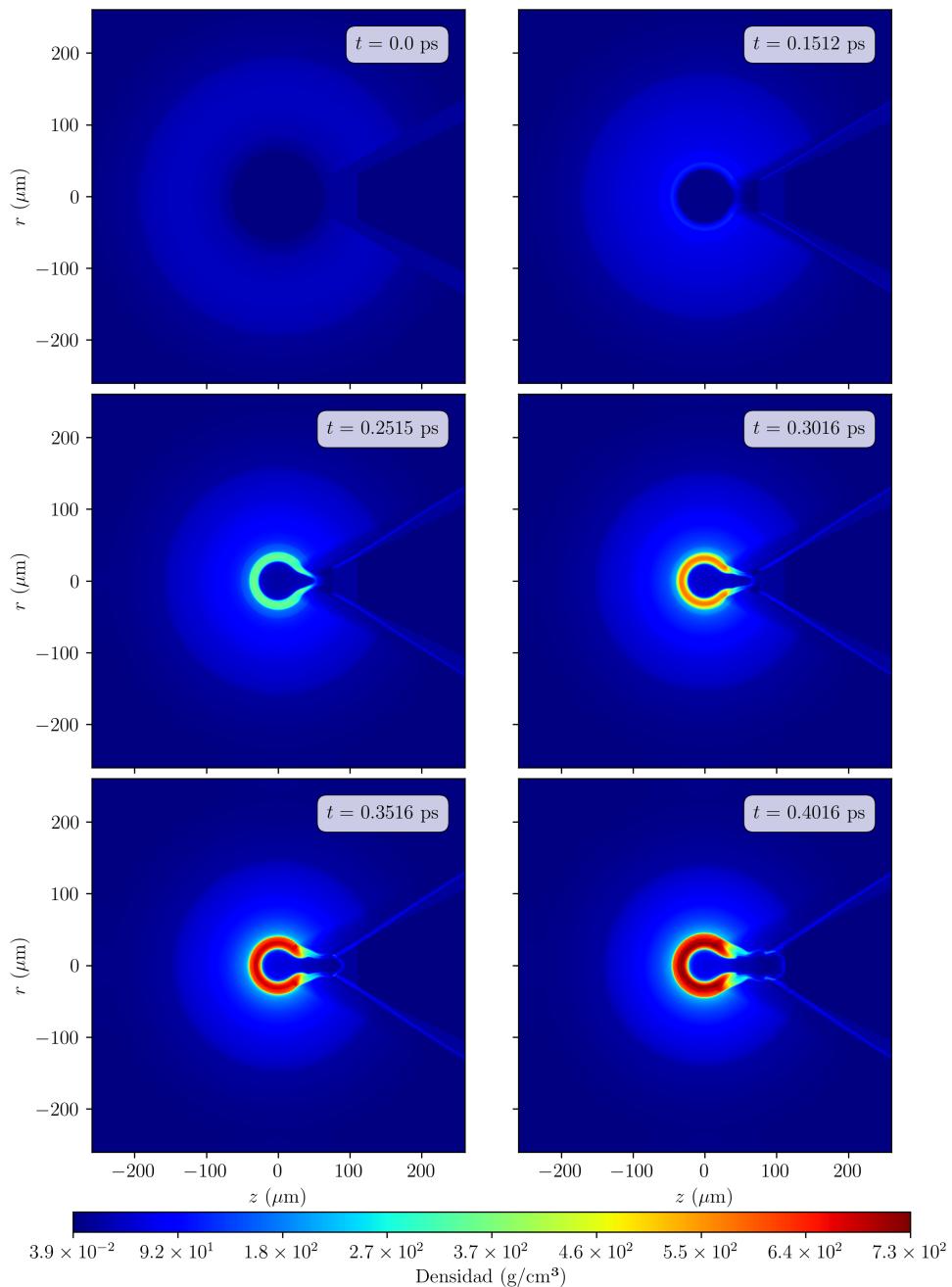


Figura 6.23: Simulación bidimensional.

Aunque pudiera parecer que la presencia del cono destruye por completo la simetría esférica, se puede apreciar en las simulaciones cómo el blanco se comprime en las primeras etapas como si el cono no existiera, salvo en una pequeña zona colindante. En las últimas etapas de confinamiento, donde el tamaño del blanco se ha reducido drásticamente, sí que se puede observar una geometría en forma de herradura en el hot-spot. Esta fenomenología es la que permite extraer el perfil de temperaturas, presiones del blanco de los últimos instantes de compresión unidimensional y emplearlo como punto de partida para la simulación bidimensional.

Gracias a esta simulación se puede determinar el instante de máxima densidad y el valor de la misma. Esto es muy importante ya que en la etapa de ignición la densidad juega un papel clave. Según Atzeni los valores óptimos de energía  $E_{ign}$ , intensidad  $I_{ign}$ , tiempo  $t_{ign}$  y radio del hot-spot  $r_{hs}$  son:

$$\begin{aligned} E_{ign} &= 140\rho_{100}^{-1.85} \text{ kJ} \\ I_{ign} &= 2.4 \times 10^{19} \rho_{100}^{0.95} \text{ Wcm}^{-2} \\ t_{ign} &= 54\rho_{100}^{-0.85} \text{ ps} \\ r_{hs} &= 60\rho_{100}^{-0.97} \mu\text{m} \end{aligned} \quad (6.5)$$

donde  $\rho_{100} = \rho/100 \text{ gcm}^{-3}$ .

En estas expresiones se puede ver la importancia de conseguir una alta densidad para reducir la energía necesaria del láser de ignición.

En el caso presente en el que la densidad alcanza valores de  $\rho = 700 \text{ g/cm}^{-3}$  estos parámetros toman los siguientes valores:

$$\begin{aligned} E_{ign} &= 3.826 \text{ kJ} \\ I_{ign} &= 1.524 \times 10^{20} \text{ Wcm}^{-2} \\ t_{ign} &= 10.329 \text{ ps} \\ r_{hs} &= 9.087 \mu\text{m} \end{aligned}$$

Para esta energía de ignición la ganancia sería de 126.089.

### 6.2.3. Compresión asimétrica

Para reducir la distancia entre la punta del cono y el hot-spot y conseguir una distribución de combustible más propicia a la ignición, se puede optar por una compresión algo asimétrica donde la parte más cercana al cono de la cápsula es acelerada con más intensidad. El punto de partida es el mismo que en el apartado anterior y en las siguientes etapas se introduce la asimetría.

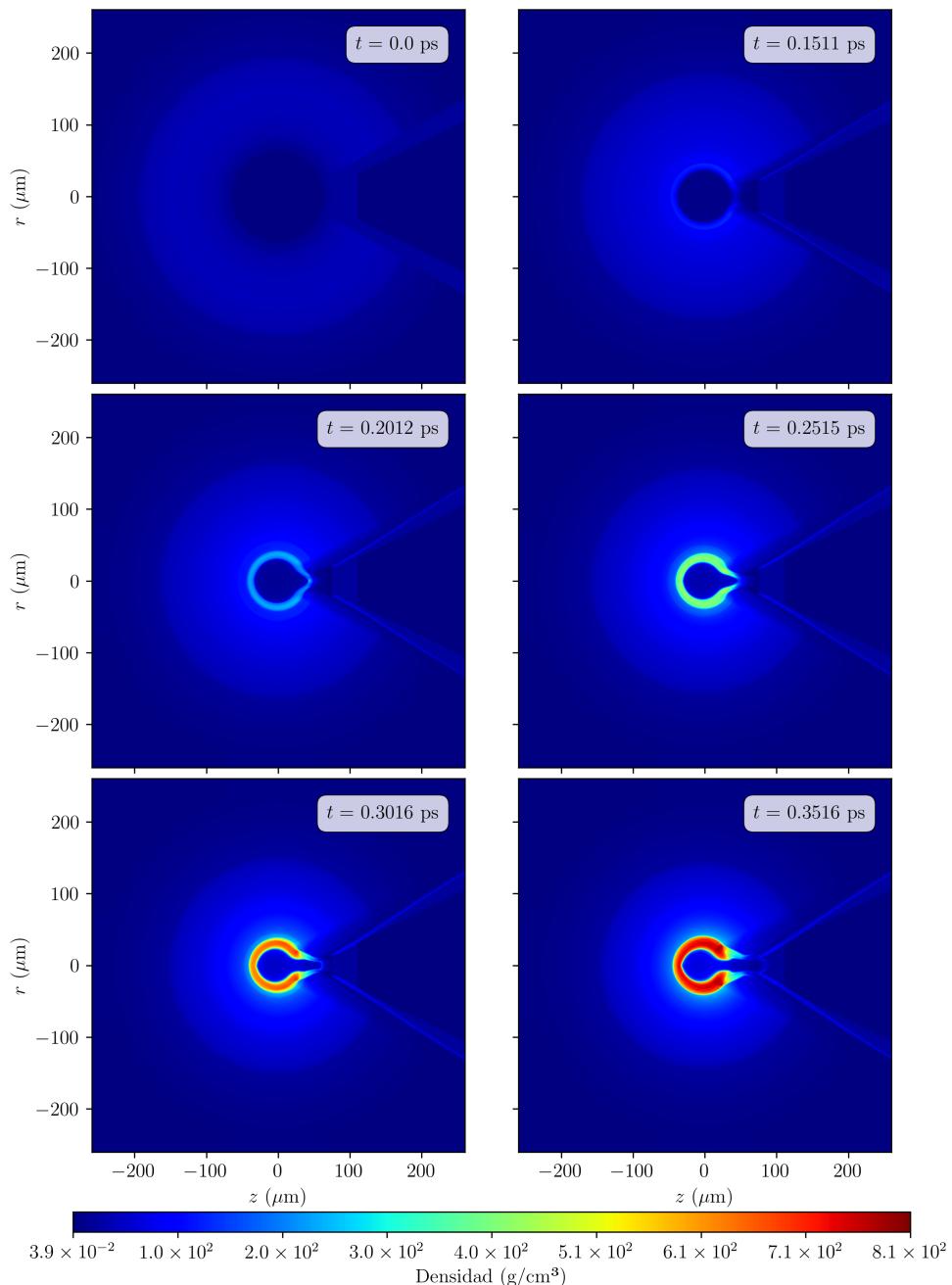


Figura 6.24: Simulación bidimensional asimétrica.

De esta forma se puede obtener una distribución de densidad más eficiente y además aumenta la densidad máxima hasta casi  $\rho = 800g/cm^{-2}$  reduciéndose así la energía de ignición.

## 6.3. Simulaciones de ignición por electrones

### 6.3.1. Código empleado

En este caso el código empleado es un algoritmo híbrido. En este tipo de algoritmos se trata a los electrones rápidos por medio del método PIC (Particle In Cell), mientras que el resto del plasma se trata como un fluido. El método PIC permite tratar de forma colectiva el transporte de electrones relativistas ya que en lugar de emplear la descripción cinética para cada electrón se designan macro-partículas sometidas a las ecuaciones de Newton-Maxwell

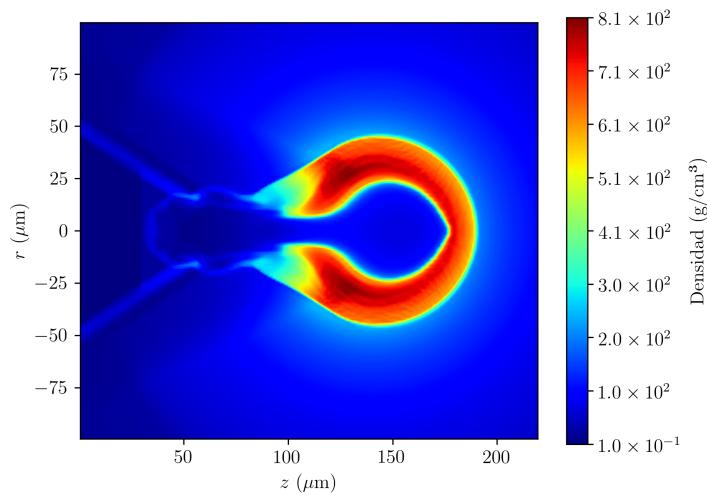
$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{r}_j}{dt} &= \mathbf{v}_j \\ \frac{d\mathbf{v}_j}{dt} &= \frac{q_j}{m_j} \left( \mathbf{E} + \frac{\mathbf{v} \times \mathbf{B}}{c} \right) \\ \frac{d\mathbf{B}}{dt} &= -\nabla \times \mathbf{E} \\ \frac{d\mathbf{E}}{dt} &= \nabla \times \mathbf{B} - \mu_0 \mathbf{j}\end{aligned}\tag{6.6}$$

donde  $q_j$ ,  $m_j$ ,  $v_j$  y  $r_j$  son la carga, masa, velocidad y posición de la macro-partícula  $j$  y  $E$  y  $B$  son los campos eléctrico y magnético respectivamente. Las dos primeras ecuaciones parten de la dinámica Newtoniana (donde la fuerza externa es la de Lorentz) y las dos segundas son dos de las cuatro leyes de Maxwell del electromagnetismo.

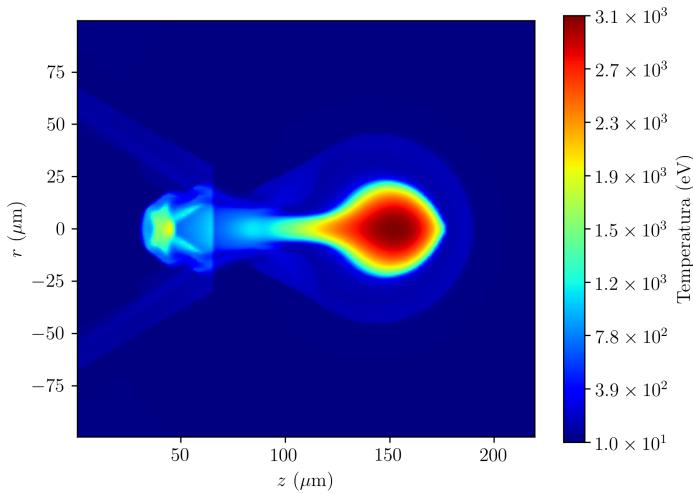
### 6.3.2. Asimetría y campo magnético externo

El objetivo en este caso es, por una lado, determinar si una distribución asimétrica de la densidad es favorable o no a la ignición y, por otro lado, determinar si un campo magnético externo de 1 kT es suficiente como para colimar el haz durante la ignición y producir así mejores resultados.

Para los casos simétrico y asimétrico se escogen los siguientes perfiles de densidad y temperatura respectivamente.

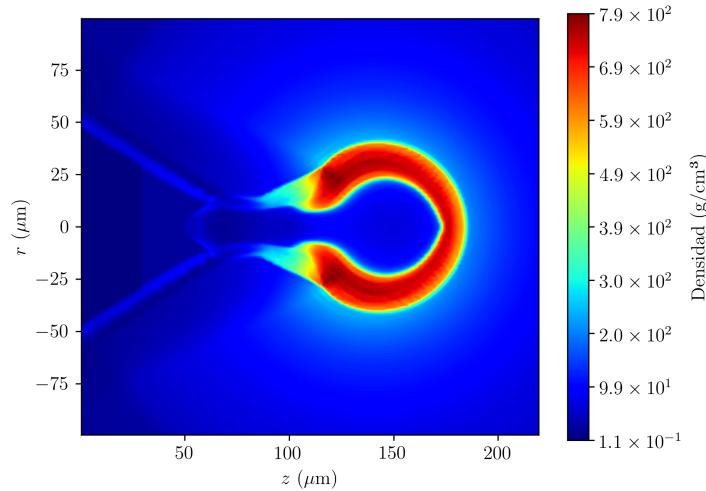


(a) Perfil de densidad inicial.

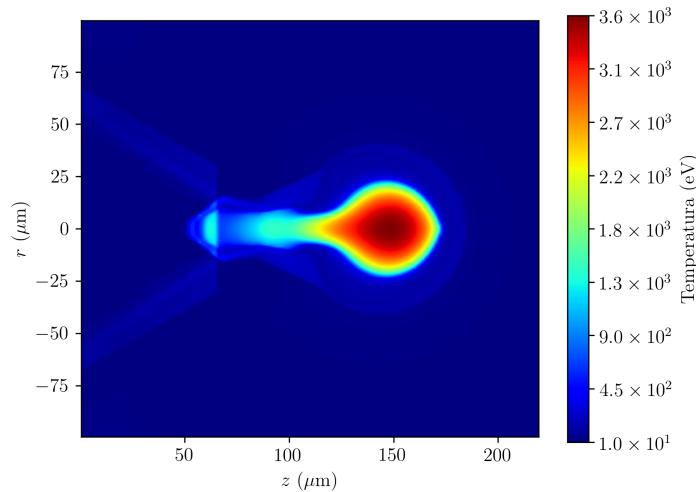


(b) Perfil de temperatura inicial.

Figura 6.25: Perfiles de densidad y temperatura de partida para la simulación de ignición con compresión simétrica.



(a) Perfil de densidad inicial.



(b) Perfil de temperatura inicial.

Figura 6.26: Perfiles de densidad y temperatura de partida para la simulación de ignición con compresión asimétrica.

La evolución del blanco a nivel energético se puede estudiar con facilidad a partir de la gráfica potencia-tiempo fruto de la simulación. En estas gráficas está representada: la potencia del pulso (azul), la potencia absorbida del láser

por el blanco (cian), la potencia producida por fusión (rojo), la emisión de partículas alfa (naranja), la deposición en el plasma de estas mismas partículas (verde) y las pérdidas por Bremsstrahlung (morado).

En estas gráficas se observa que, tal y como se predijo teóricamente, la deposición de partículas alfa es casi completa.

También apreciarse que el pulso láser tiene una distribución gaussiana en el tiempo y eso es debido a la forma con que es producido (Chirped Pulse Amplification, CPA)

$$P(t) = I_L e^{\left(\frac{-(t-t_0)}{\sqrt{\ln(2)FWHM}}\right)^2} \quad (6.7)$$

donde  $FWHM$  es un parámetro que determina la región sobre la cual está enfocado el haz y  $t_0$  es el tiempo sobre el cual se centra la distribución gaussiana. En el espacio, la distribución es supergaussiana

$$P(r) = I_L e^{\left(\frac{-r}{20.25f}\right)^4} \quad (6.8)$$

donde  $f$  es un parámetro que determina el enfoque del láser de pulso corto (ps) para la ignición.

La energía del láser puede estimarse de forma sencilla mediante

$$E_{FWHM} = I_L \pi f^2 FWHM \eta_L \quad (6.9)$$

Los parámetros del láser escogidos para estas simulaciones han sido

Pulso de 29.234kJ
$I_L = 3.0 \times 10^{20}$
$\lambda = 0.517$
$\eta_L = 0.4$
$f = 15$
$t_0 = 12000$
$FWHM = 15000$

Tabla 6.1: Parámetros del láser.

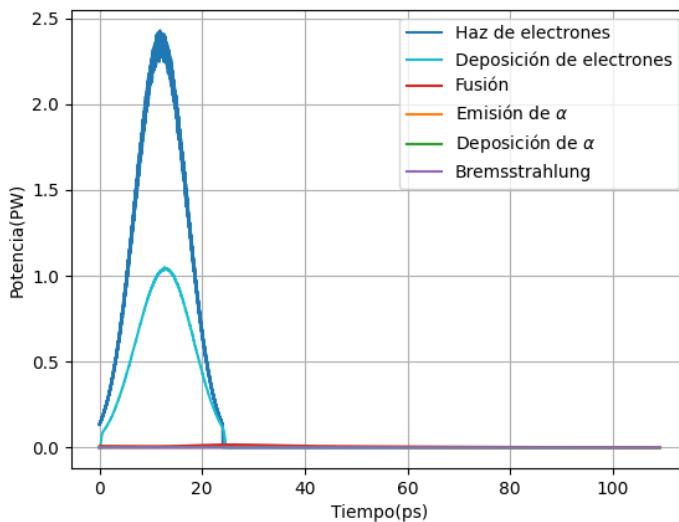


Figura 6.27: Ignición de perfil simétrico sin campo magnético que colime el haz de electrones.

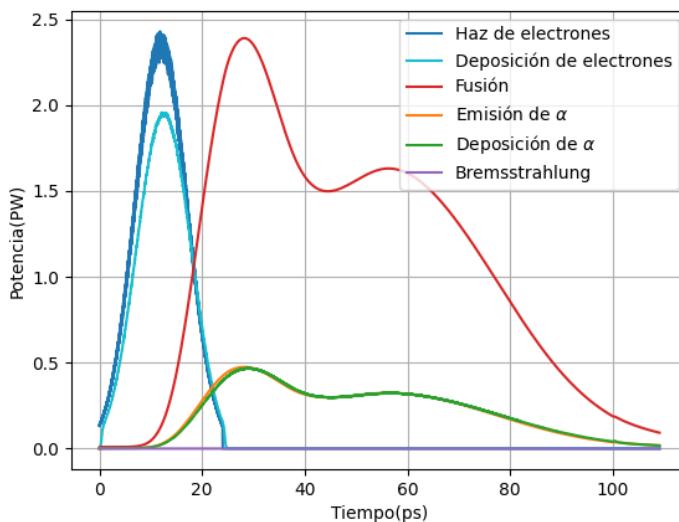


Figura 6.28: Ignición de perfil simétrico con un campo magnético para colimar el haz de electrones.

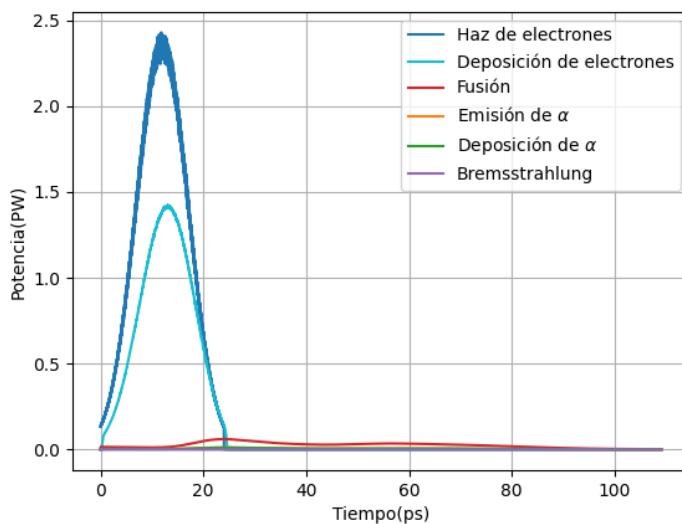


Figura 6.29: Ignición de perfil asimétrico sin campo magnético que colime el haz de electrones.

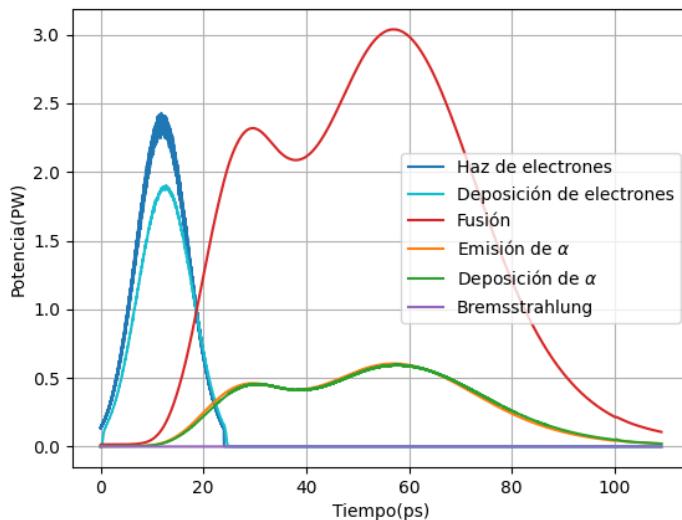


Figura 6.30: Ignición de perfil asimétrico con campo magnético para colimar el haz de electrones.

De las cuatro figuras anteriores se puede concluir que la distribución asimétrica de densidad y el campo magnético resultan notablemente favorables a la hora de ignitar el combustible.

Sin embargo, ni siquiera en el caso más favorable (compresión asimétrica magnetizada) se logra hacer ignorar el combustible. Es por ello que en la siguiente sección se trata de aumentar la energía del pulso láser para obtener un mejor resultado.

### 6.3.3. Duración e intensidad del pulso

Una de las soluciones para hacer ignorar el perfil anteriormente extraído de los casos unidimensional y bidimensional es aumentar la energía que el láser entrega al blanco. Para aumentar la energía se pueden emplear dos estrategias; aumentar la intensidad del láser, aumentar el tiempo durante el cual actúa o aumentar tanto la intensidad como el tiempo. Estas tres estrategias se hacen patentes en los pulsos de la figura 6.31 cuyos parámetros están plasmados en la tabla subyacente y los resultados obtenidos de ellas aparecen en la siguiente página.

Pulso de 29.234kJ	Pulso de 32.736kJ
$I_L = 3.0 \times 10^{20}$	$I_L = 3.75 \times 10^{20}$
$\lambda = 0.5175$	$\lambda = 0.5175$
$\eta_L = 0.4$	$\eta_L = 0.4$
$f = 15$	$f = 15$
$t_0 = 12000$	$t_0 = 9000$
$FWHM = 15000$	$FWHM = 15000$
Pulso de 32.251kJ	Pulso de 40.003kJ
$I_L = 3.0 \times 10^{20}$	$I_L = 3.75 \times 10^{20}$
$\lambda = 0.5175$	$\lambda = 0.5175$
$\eta_L = 0.4$	$\eta_L = 0.4$
$f = 15$	$f = 15$
$t_0 = 15000$	$t_0 = 16000$
$FWHM = 16000$	$FWHM = 17000$

Tabla 6.2: Parámetros del láser.

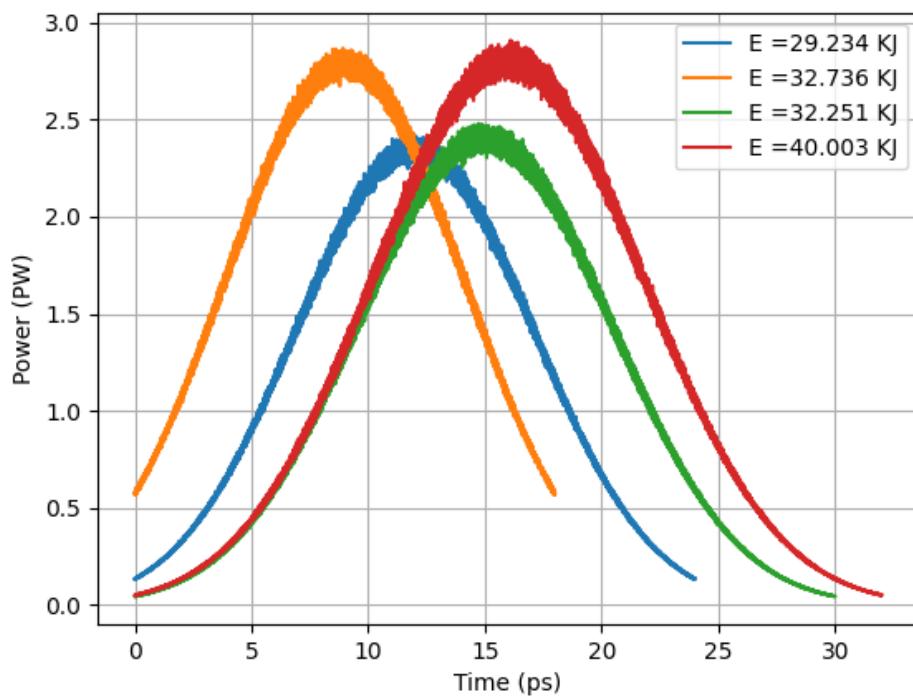


Figura 6.31: Distintos estrategias seguidas para aumentar la energía del láser. En azul el pulso inicial ( $29.234 \text{ kJ}$ ), en naranja un pulso con más intensidad ( $32.736 \text{ kJ}$ ), en verde un pulso con más duración ( $32.251 \text{ kJ}$ ) y en rojo un pulso con más intensidad y duración ( $40.003 \text{ kJ}$ ).

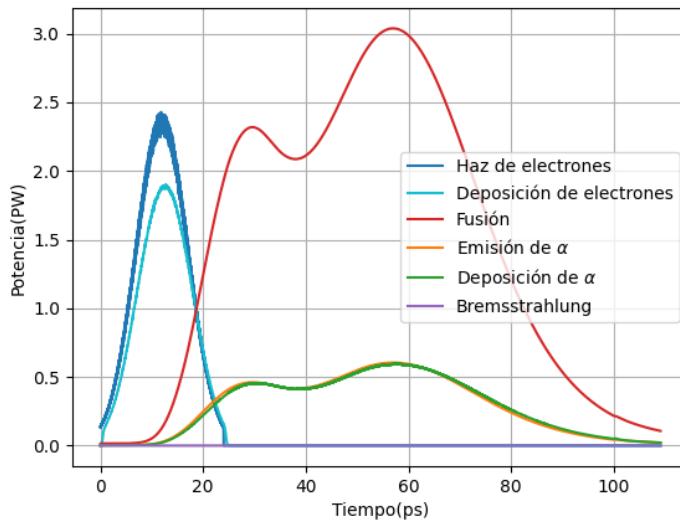


Figura 6.32: Balance de potencias del pulso inicial de 29.134 kJ.

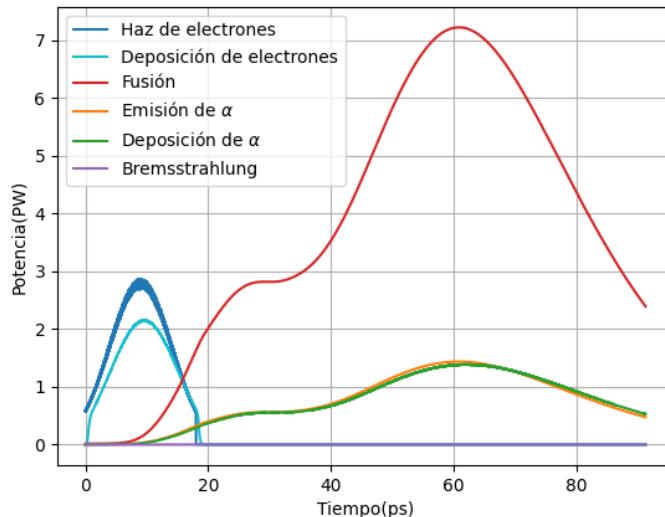


Figura 6.33: Balance de potencias del pulso de mayor intensidad de 32.736 kJ.

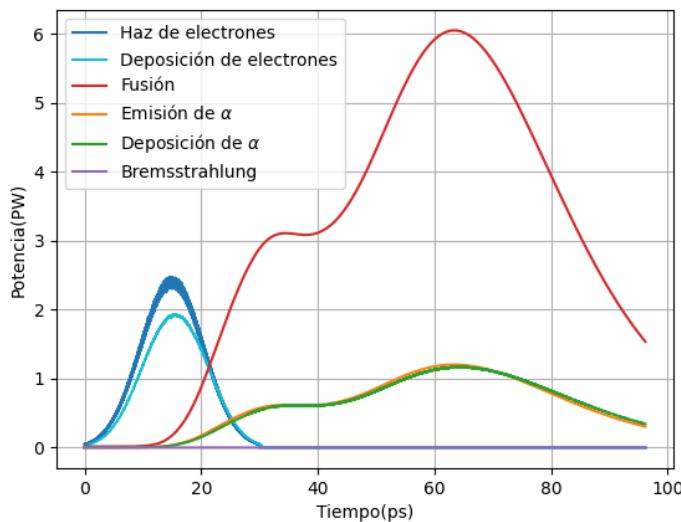


Figura 6.34: Balance de potencias del pulso con mayor duración de 32.251 kJ.

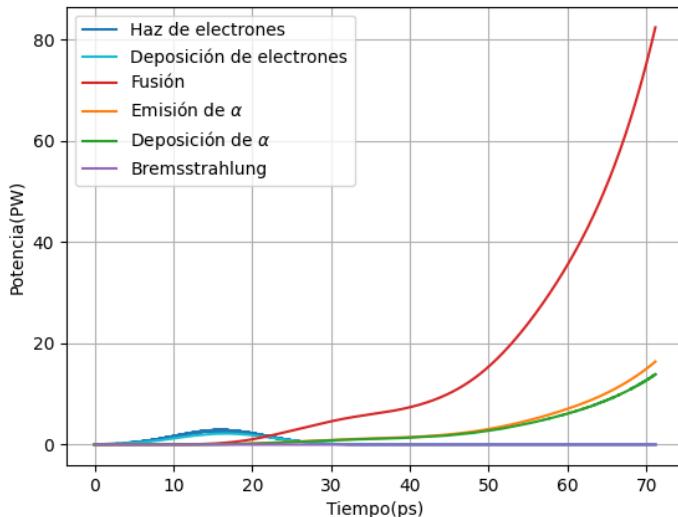


Figura 6.35: Balance de potencias del pulso con mayor intensidad y duración de 40.003 kJ.

En vista de los resultados obtenidos se puede ver que:

- Los dos casos con energía similar conducen a resultados parecidos, lo que sugiere una dependencia directa del comportamiento del blanco con la energía.
- El único caso en el que se consigue la ignición es en el que la energía se ha elevado hasta 40 kJ. La gráfica muestra una tendencia creciente por lo que se supone que las reacciones de fusión continuarán entregando energía al reactor.

Este último caso es el que reviste mayor interés, por lo que será analizado más a fondo. La simulación no abarca hasta que todo el combustible posible se ha consumido y cesa la fusión ya que eso supondría unos tiempos de simulación mucho más largos y un coste computacional completamente innecesario ya que otros factores habrían de tenerse en cuenta en etapas posteriores. En el último de los perfiles de densidad mostrados en la figura 6.36 se puede ver que el combustible se mantiene confinado en una delgada capa donde las reacciones de fusión continúan.

En la siguiente página se muestra el balance de energía del caso de interés (6.37 y 6.38), en él se puede apreciar que la energía del láser es superior a la energía producida por fusión hasta aproximadamente 50ps después del disparo del láser de ignición y que la energía perdida por radiación es bastante pequeña en este periodo aunque sí se haya incluido el transporte por radiación en estas simulaciones.

Se puede apreciar que todas las pérdidas energéticas que aparecen en los primeros instantes de simulación se ven eclipsadas tan pronto se desarrolla la fusión y que son mucho menores que la energía entregada por el láser.

Sin embargo, no hay que olvidar incluir en el balance final los 0.723 MJ de energía empleados en el pulso láser de compresión ya que de momento solo se ha conseguido extraer 0.22 MJ de energía de fusión (solo de partículas alfa) aunque, si todo continúa como hasta ahora (y es de esperar porque tanto la energía como la potencia tienen pendientes positivas) se logrará obtener los 91.645 MJ esperados. Esto conduciría, en el mejor de los casos posibles, a una ganancia de 111.369.

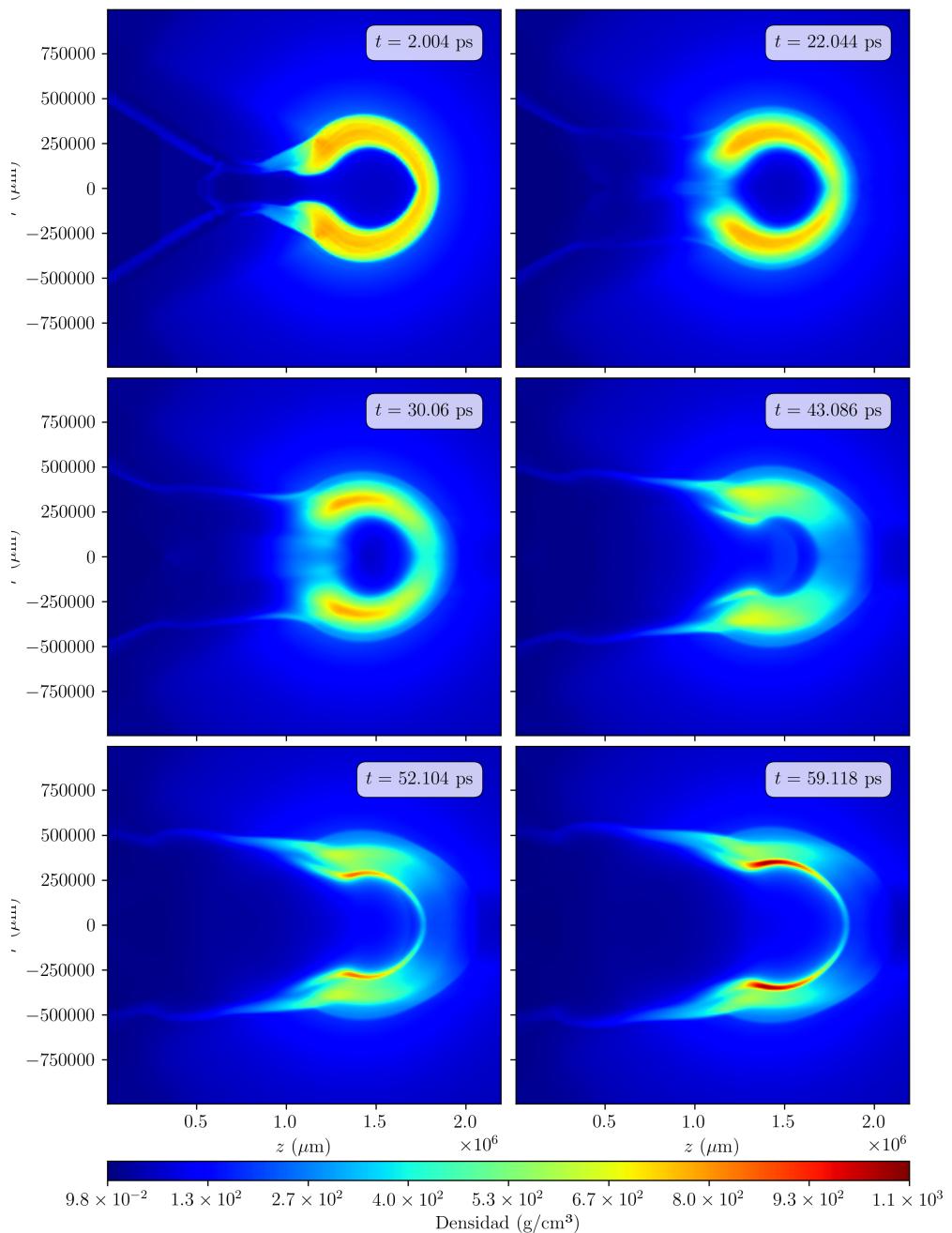


Figura 6.36: Distribuciones de densidad a lo largo de la simulación.

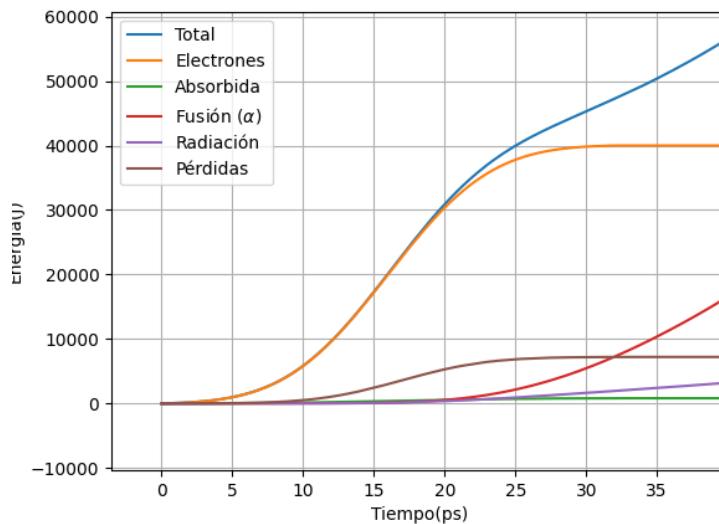


Figura 6.37: Detall del balance energético en los primeros instantes, antes de que haya empezado la fusión.

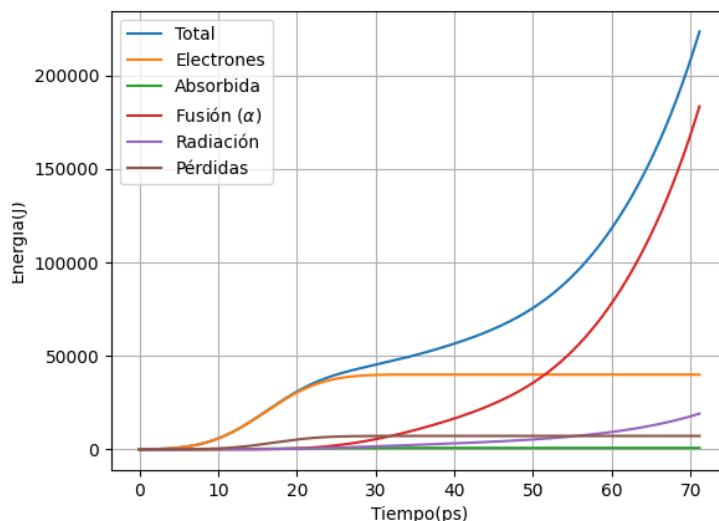


Figura 6.38: Balance energético de la simulación.

### 6.3.4. Campo magnético externo

Los resultados anteriores demuestran lo efectivo que puede ser la aplicación de un campo magnético externo para colimar el haz de electrones relativistas. Ahora se pasa a realizar un estudio paramétrico en el cual se varíe el módulo del campo el cual se ha supuesto homogéneo. Este tipo de campos puede ser generado por bobinas láser, implosiones láser de microtubos u otros dispositivos creados para ese fin.

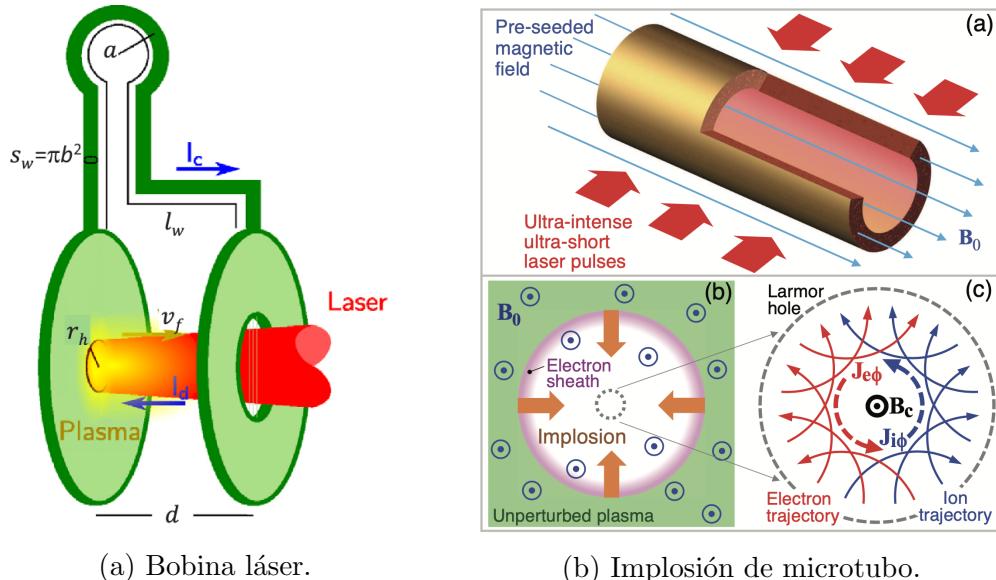


Figura 6.39: Artefactos diseñados para producir campos magnéticos intensos de corta duración.

En las figuras siguientes se muestra el balance de potencias de los blancos sometidos a 0.5 kT (6.40), 1 kT (6.41), 2 kT(6.42), 5 kT (6.43) y 10 kT (6.44). Para todos los casos se ha empleado el mismo pulso, el de 40 kJ anteriormente estudiado. A partir de las figuras se puede observar que un aumento del campo magnético no conduce a resultados significativamente más favorables mientras que una reducción del campo supone un detrimiento de la potencia de fusión, es decir, que con la aplicación de un campo magnético de 1kT el haz de electrones queda prácticamente colimado.

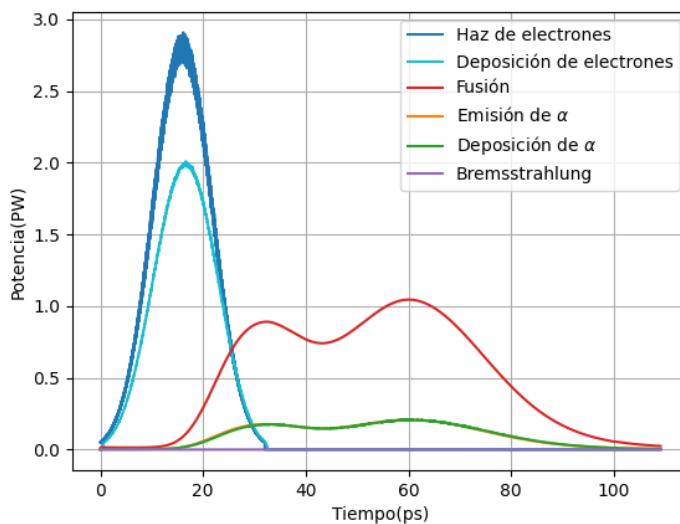


Figura 6.40: Haz de electrones sometido a 0.5 kT de campo magnético.

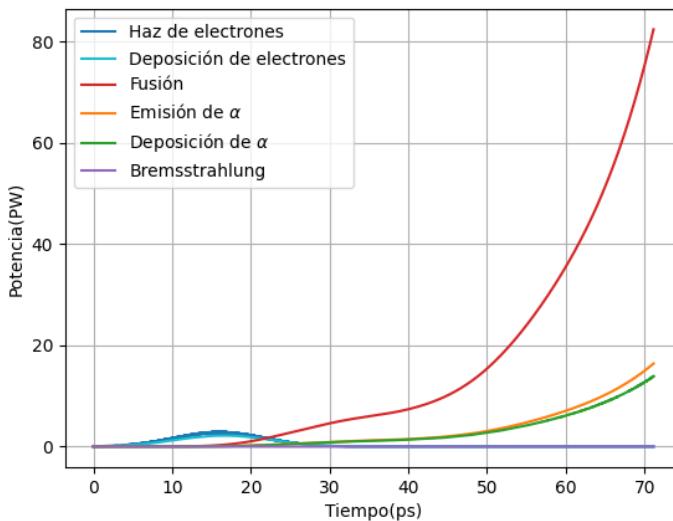


Figura 6.41: Haz de electrones sometido a 1 kT de campo magnético.

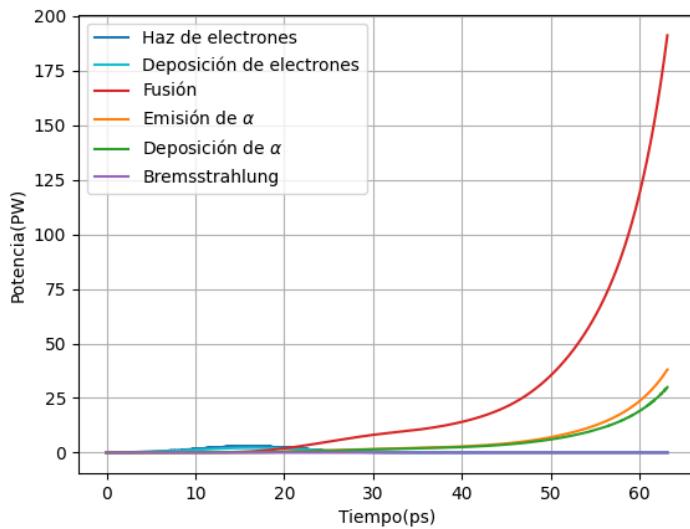


Figura 6.42: Haz de electrones sometido a 2 kT de campo magnético.

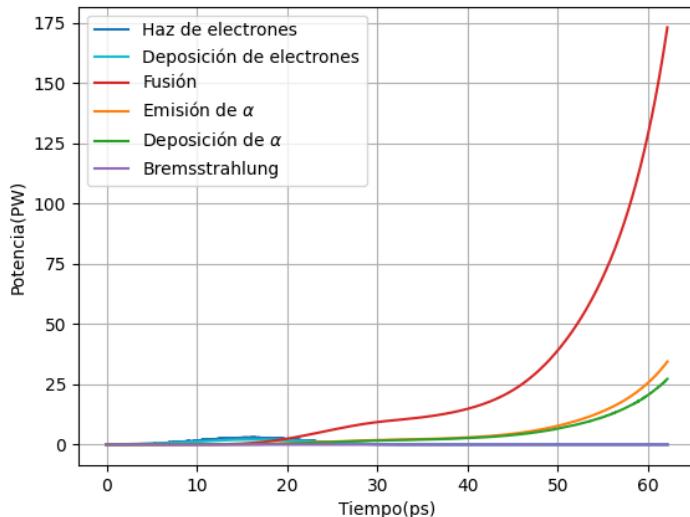


Figura 6.43: Haz de electrones sometido a 5 kT de campo magnético.

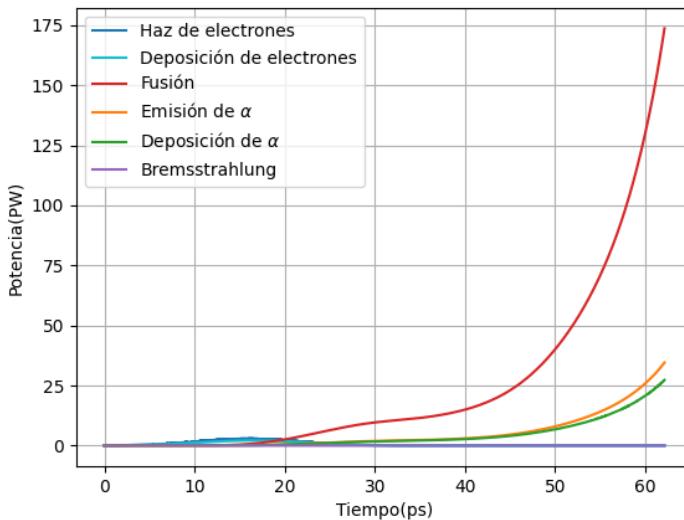


Figura 6.44: Haz de electrones sometido a 10 kT de campo magnético.

Para comparar el efecto del campo magnético en la colimación del haz, es necesario determinar distribución de energía electrónica. Para ello el caso de 1kT, el caso de 0.5kT y el caso sin campo magnético se estudian a través de las distribuciones de temperatura electrónica (figuras 6.47, 6.46 y 6.45 respectivamente).

Así en la simulación sin campo magnético se puede apreciar cómo, tras ser generados, los electrones se dispersan con un semiángulo de unos  $20^{\circ}$  y tan solo una pequeña fracción de los electrones va encaminada hacia el blanco. Además el haz de electrones tardará demasiado en alcanzar el blanco ya que para entonces el material estará descomprimiéndose y la energía que lo alcanza es insuficiente para desencadenar la fusión.

Mientras, en la simulación con campo magnético se puede ver cómo los electrones se dirigen de una forma más compacta directamente hacia el blanco. En el caso de 1kT los electrones terminan impactando con el combustible con suficiente energía como para ignitarlo.

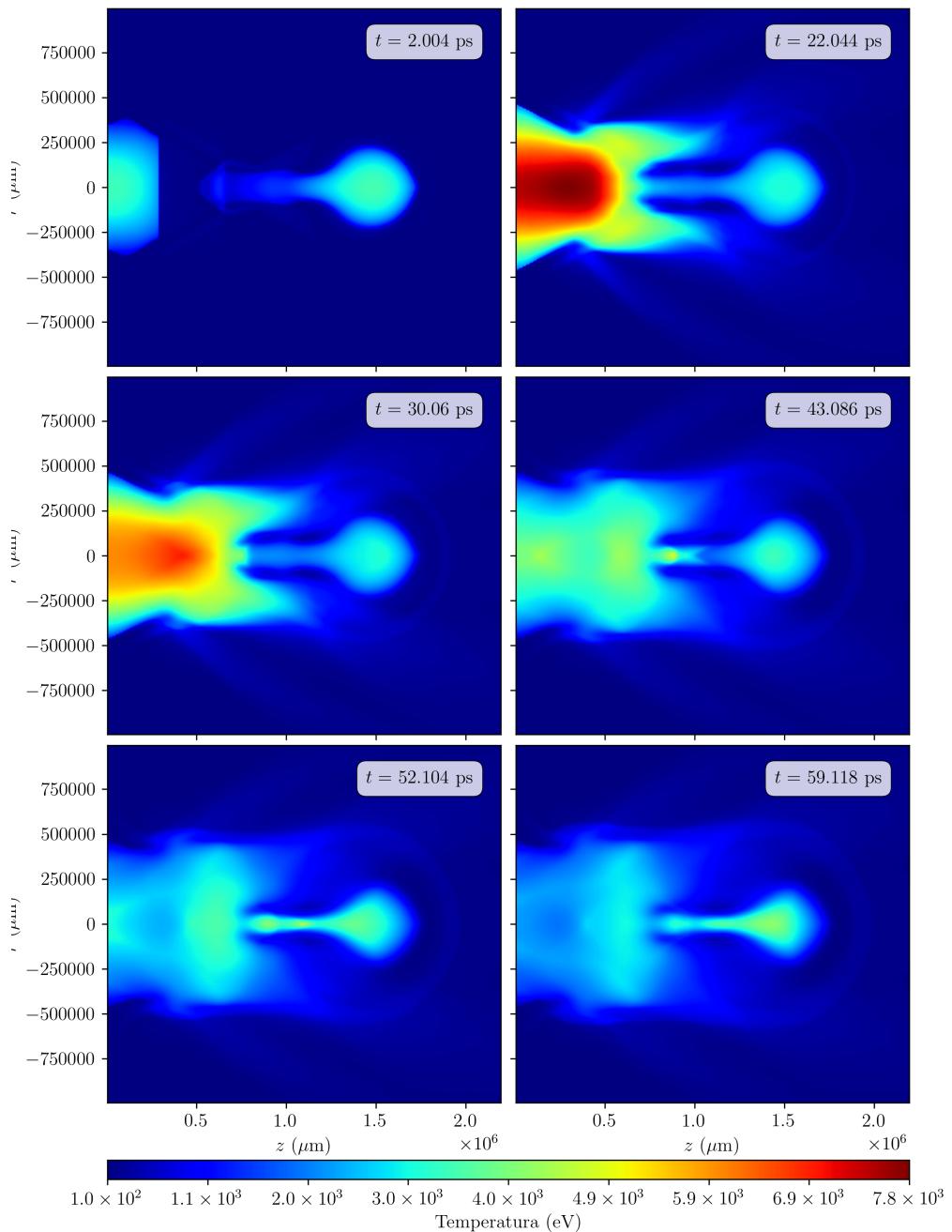


Figura 6.45: Mapas de la temperatura electrónica para la ignición con un haz de electrones no sometido a campo magnético externo.

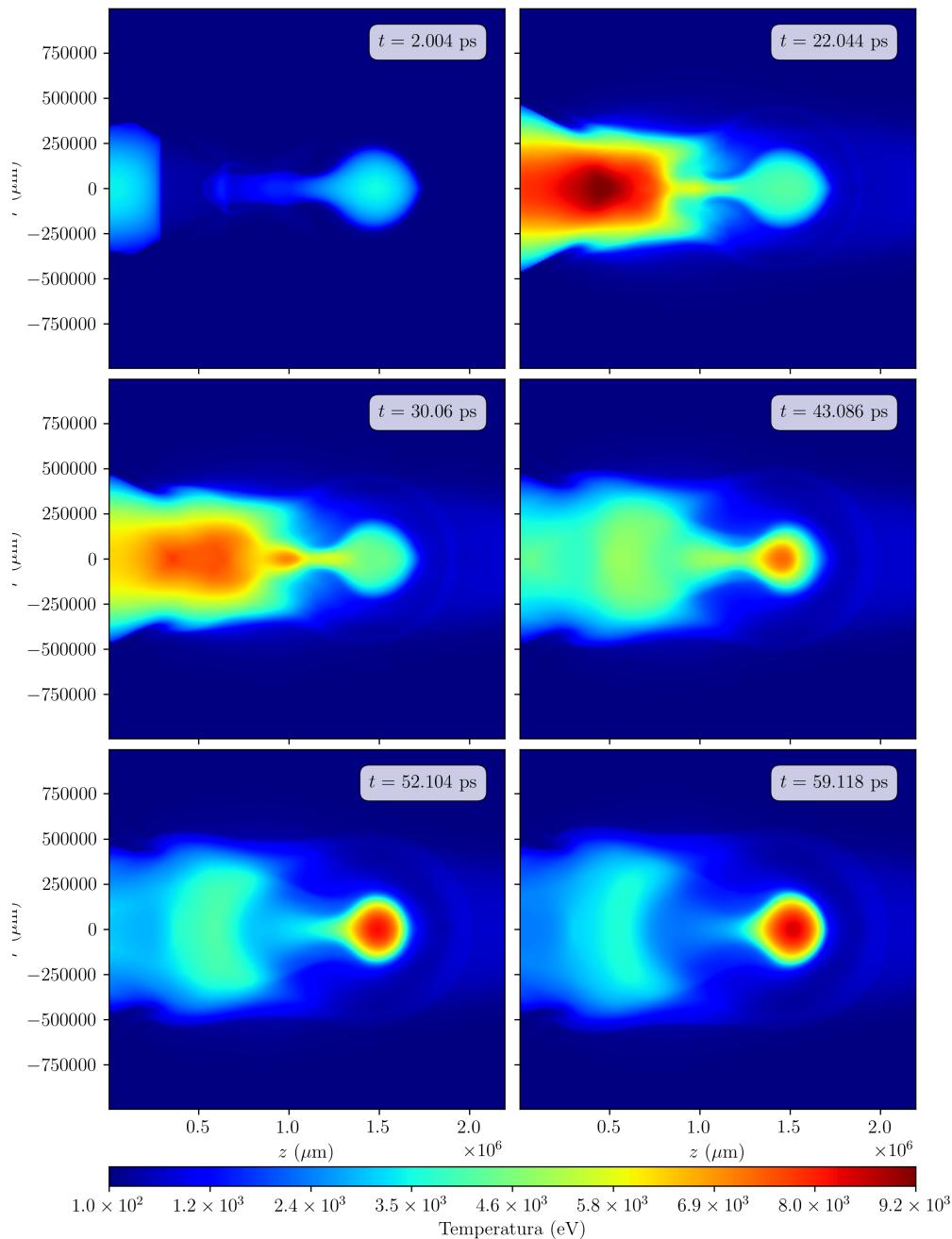


Figura 6.46: Mapas de la temperatura electrónica para la ignición con un haz de electrones sometido a un campo magnético externo de  $0.5kT$ .

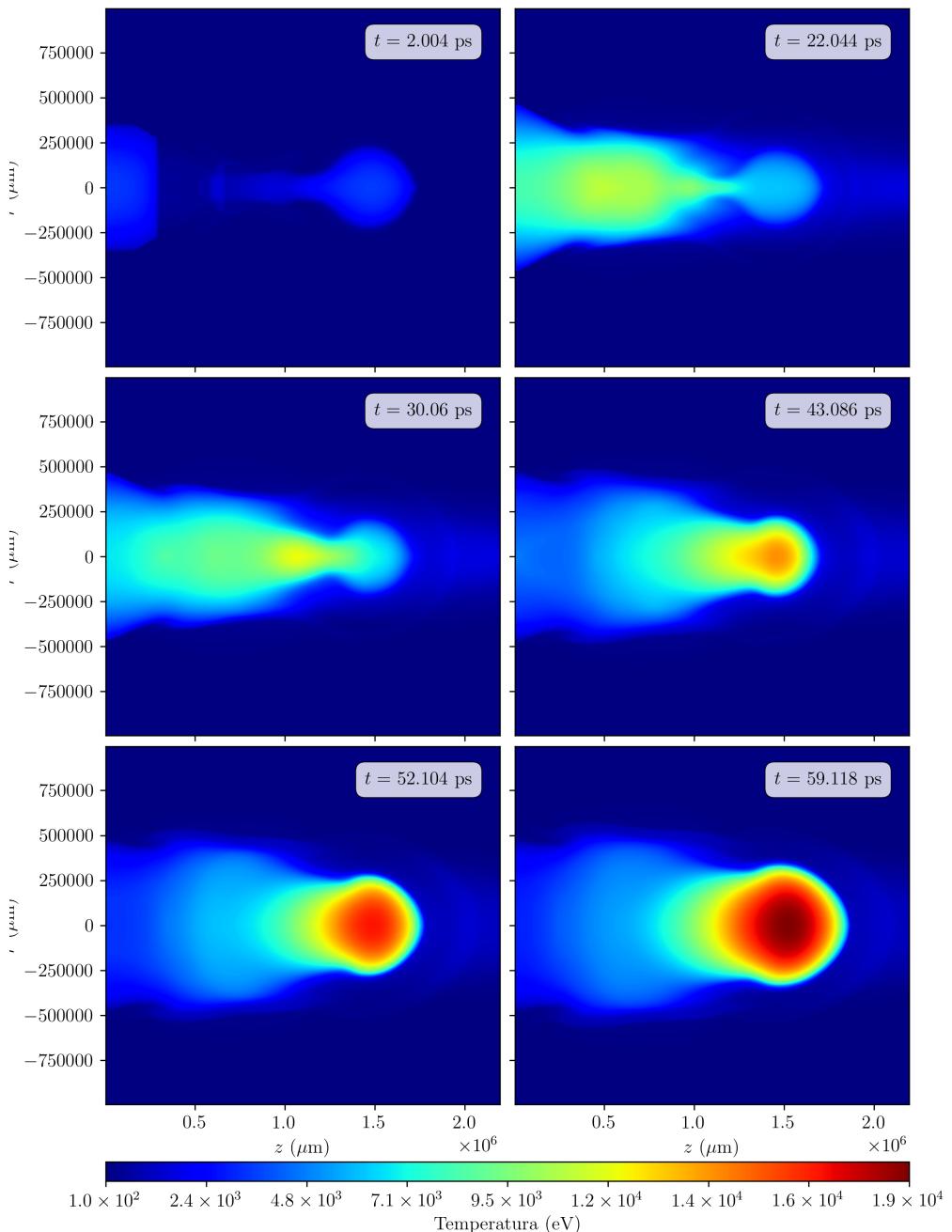


Figura 6.47: Mapas de la temperatura electrónica para la ignición con un haz de electrones sometido a un campo magnético externo de  $1\text{kT}$ .

### 6.3.5. Energía mínima de ignición

Dado que el objetivo último de este proceso es el aprovechamiento energético de la energía de fusión, es importante determinar el límite inferior de energía necesaria para la ignición del blanco.

Para ello el pulso láser anteriormente estudiado (de 40kJ) se reduce, tanto en intensidad como en duración, para determinar la energía mínima de ignición. Los resultados del balance de potencias están plasmados en la figura 6.49 y los pulsos empleados son los de la figura 6.48.

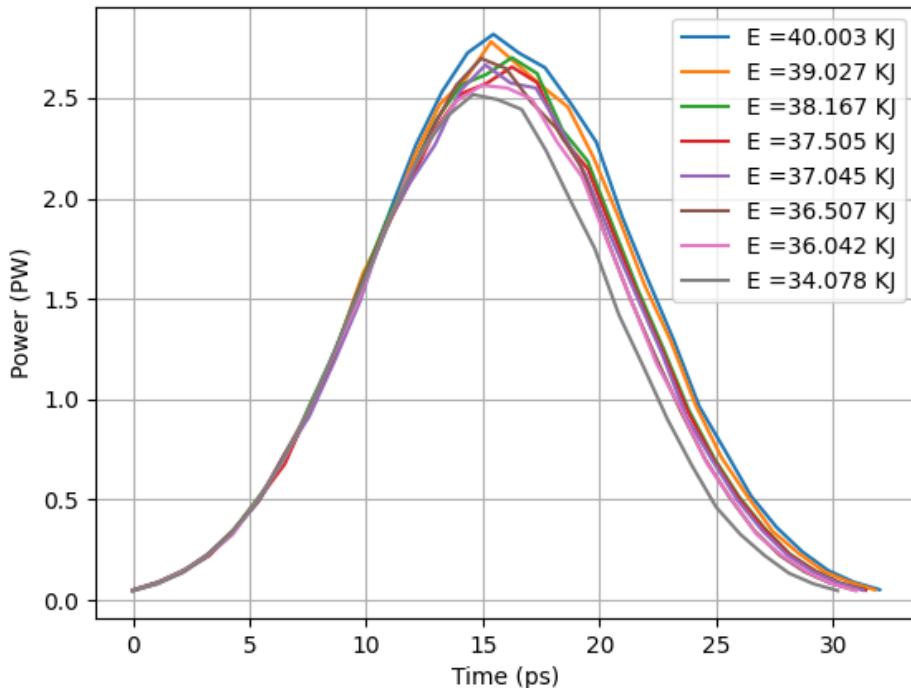


Figura 6.48: Pulsos empleados en el estudio paramétrico de la energía mínima de ignición.

Analizando los ocho resultados obtenidos se determina que la energía mínima de ignición está en torno a  $37\text{ kJ}$  lo que supone finalmente una ganancia para este blanco de:

$$G = 120.602$$

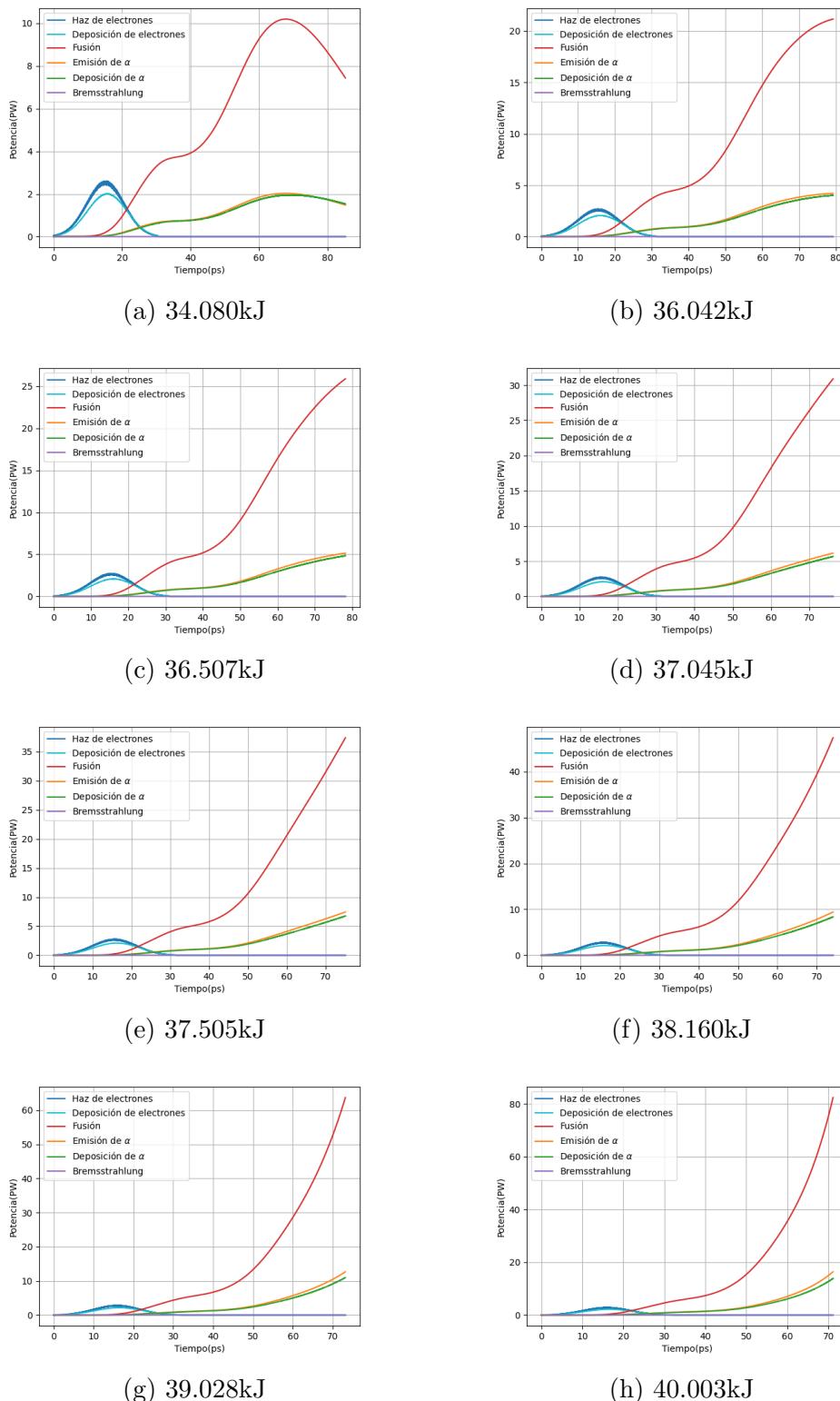


Figura 6.49: Comportamiento del blanco bajo distintas energías de ignición.

### 6.3.6. Perfil de densidad supergaussiano

Por último, es interesante comparar los resultados obtenidos con la ignición de un perfil de densidad supergaussiano. Este es un caso ideal en el que no se considera la parte de compresión hidrodinámica y se estudia únicamente la ignición de un blanco cuya densidad es de la forma:

$$\rho(r) = \rho_{max} e^{-(r/b(\ln(2))^{1/k})^k} \quad (6.10)$$

con  $\rho_{max} = 669 g/cm^3$ ,  $b = 45$  y  $k = 12$ .

En este caso se ha determinado que la energía mínima de ignición es de 22kJ y para ella se obtienen el balance de potencia (6.50) y el de energía (6.51).

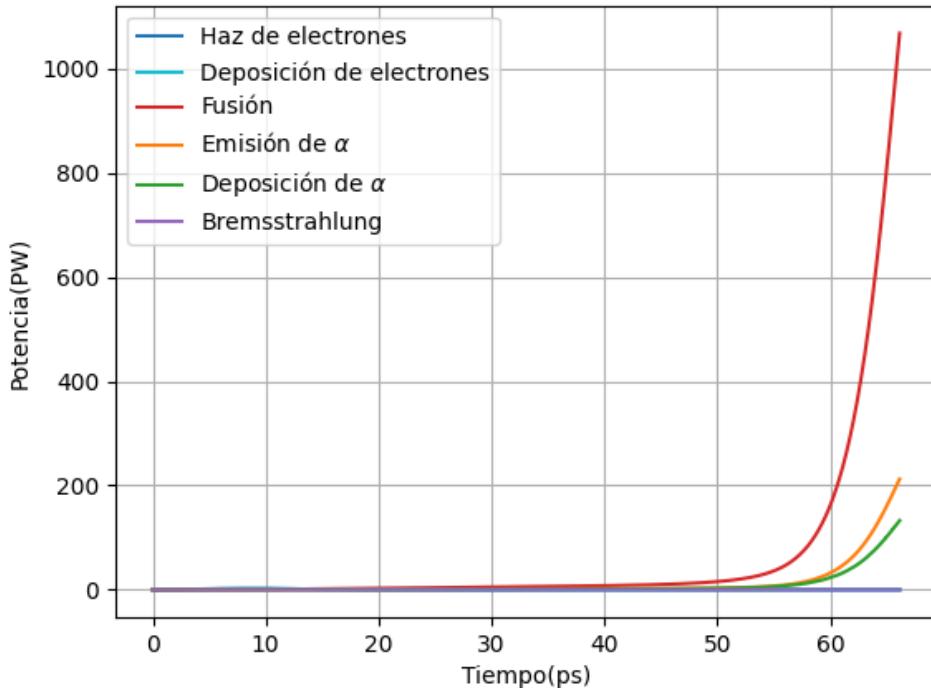


Figura 6.50: Balance de potencias del perfil supergaussiano de densidad.

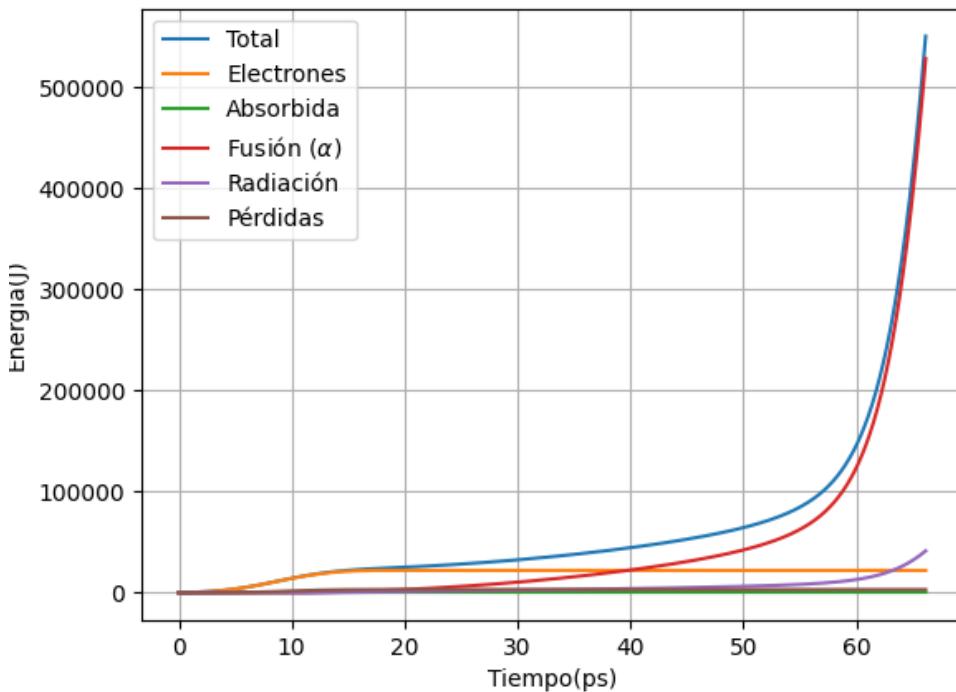


Figura 6.51: Balance de energías del perfil supergaussiano de densidad.

En este caso el proceso ocurre con mayor facilidad y ello se debe a que la distribución de densidad inicial es mucho más propicia a la ignición. Se puede observar cómo se evoluciona la densidad en la figura 6.52. Es interesante compararlo con el caso anterior en el que la masa se distribuye en forma de herradura (figura 6.36).

Simplemente cabe destacar que esta distribución de combustible termonuclear es mucho más propicia a la ignición, aunque no es sencillo obtenerla a través de los métodos de compresión estudiados anteriormente. A la baja energía de ignición habría que sumarle, posiblemente, una alta energía de compresión lo que reduciría la ganancia esperada. Sin embargo, supone un punto de referencia a la hora de determinar la energía mínima necesaria para la ignición para una densidad del hot-spot determinada. En este caso, la ganancia, suponiendo que la compresión se ha realizado con un pulso de igual energía que en el caso estudiado, sería  $G = 123.031$ .

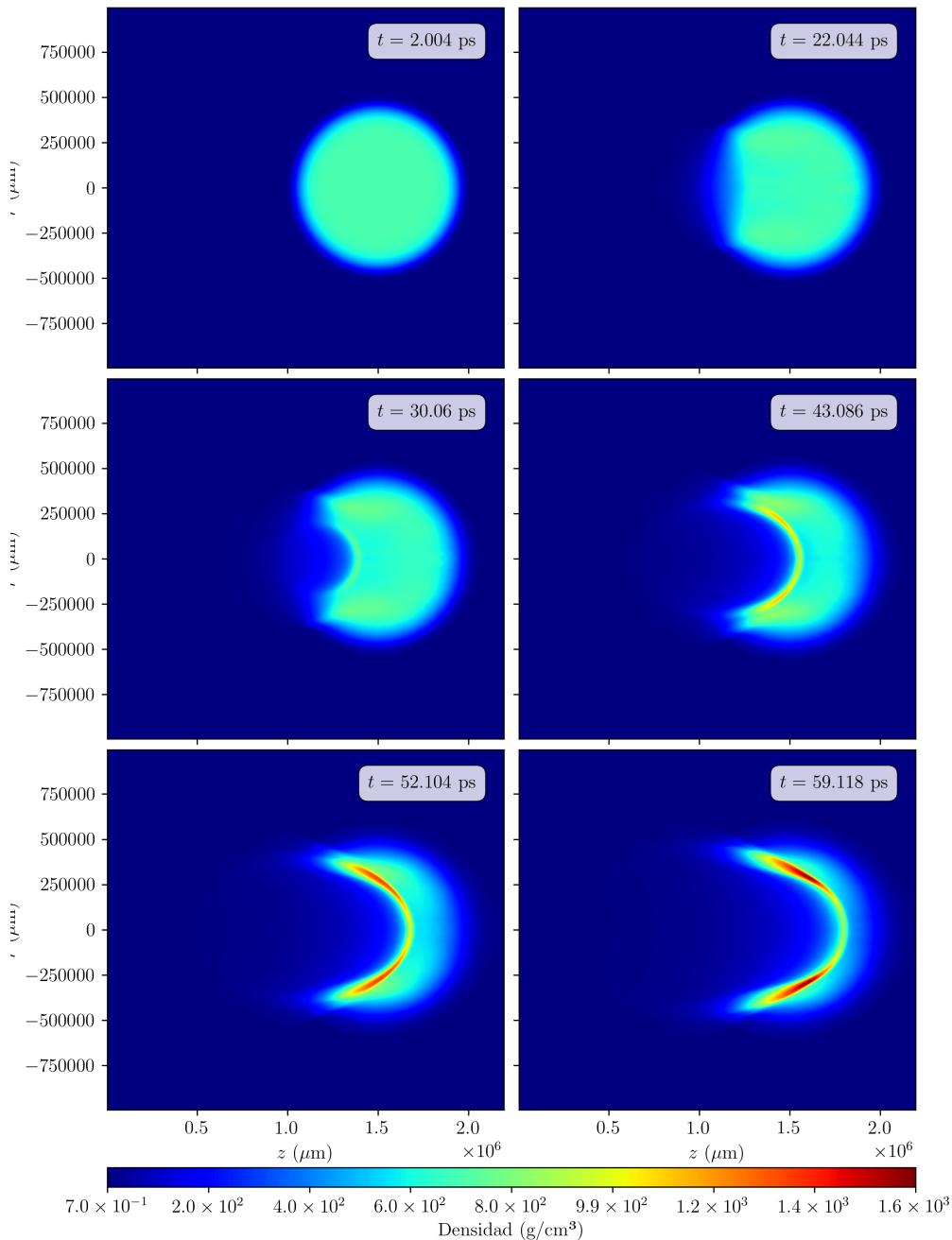


Figura 6.52: Distribuciones de densidad a lo largo de la simulación.

# Capítulo 7

## Conclusiones

A través de este trabajo se han podido extraer las siguientes conclusiones:

- Un correcto diseño del pulso láser conlleva una mayor y más eficiente compresión hidrodinámica por lo que el empleo de algoritmos genéticos reviste de gran utilidad sobre todo cuando se trabaja con códigos unidimensionales, más rápidos de ejecutar, pues permiten obtener una gran cantidad de datos.
- Una ligera asimetría de compresión en el blanco completo (cono incluido) supone la generación de un perfil de densidad más propicio a la ignición.
- La aplicación de un campo magnético externo de  $1\text{kT}$  es suficiente para colimar el haz de electrones relativistas de  $3.385\text{ MeV}$  de energía cinética. Valores más altos del campo no suponen una mejora sustancial.
- La ignición de un blanco en un instante determinado depende directamente de la energía empleada en el pulso de ignición y una energía de  $40\text{kJ}$  es más que suficiente (de hecho, en el caso estudiado, tan solo han sido necesarios  $37\text{kJ}$  de energía de ignición). Dado que la conversión de energía del láser de pulso corto está en torno a  $0.4$  estos resultados suponen la utilización de un dispositivo capaz de producir  $100\text{kJ}$  de energía.
- Un perfil supergaussiano de densidad en el momento de la ignición implica una reducción drástica de la energía de ignición por lo que demuestra la conveniencia de este tipo de perfiles pues la deposición de energía del haz de electrones relativistas se realiza en una zona mucho más adecuada. En el caso estudiado tan solo han sido necesarios  $22\text{kJ}$  para lograr la ignición.

Queda pendiente, para futuros proyectos, la aplicación de lo que hoy es, junto con los métodos de optimización, una de las grandes herramientas para el desarrollo de la tecnología que son los algoritmos de machine learning. Así, analizando estos y otros resultados a través de la inteligencia artificial, existe la posibilidad de desarrollar redes neuronales capaces de simular con sencillez, procesos que, como se ha podido observar a lo largo del desarrollo teórico del trabajo, implican una serie de fenómenos físicos complejos.

Por otra parte, son tantos los parámetros que entran en juego en la ignición rápida mediante haz de electrones que quedan aún muchos estudios paramétricos por realizar: la ignición de blancos en los que se haya tenido en cuenta la rugosidad y las inestabilidades, tanto de compresión como de transporte de electrones; la simulación de blancos tridimensional; el estudio de otros métodos de generación de electrones; el estudio de otras formas de colimar el haz; el empleo de otros combustibles y materiales de ablación, como el berilio...

Sin embargo, el tiempo apremia, y aunque la promesa de una fuente de energía limpia y sostenible parezca cercana el aumento de la demanda de energía de la humanidad crece a un ritmo acelerado. Es por ello que se han de emplear todas aquellas herramientas que estén en nuestras manos para conseguir producir energía de fusión lo antes posible.

# Bibliografía

- [1] J. Meyer-ter-Vehn, S. Atzeni. *Physics of Inertial Confinement Fusion and High Energy Density in Matter*, 2003.
- [2] Fernando O. Minotti. *Apuntes de Física del Plasma*. 2005.
- [3] Aleix Uriol Peralta. *Métodos Alternativos de Ignición en la Fusión por Confinamiento Inercial* (Universidad Politécnica de Madrid). 2016.
- [4] César Daniel Enríquez Fuentes. *Ignición rápida de blancos de fusión por confinamiento inercial mediante iones monoenergéticos* (Universidad Politécnica de Madrid). 2018.
- [5] Sophia Malko. *Laser-driven charged particle transport in warm dense matter and plasma* (Universidad de Salamanca). 2020.
- [6] J.J. Honrubia and M. Murakami. *Ion beam requirements for fast ignition of inertial fusion targets* (PHYSICS OF PLASMAS 22, 012703). 2015.
- [7] J.C. Fernández et al. *Fast ignition with laser-driven proton and ion beams* (Nucl. Fusion 54 054006). 2014.
- [8] A.P.L. Robinson et al. *Theory of fast electron transport for fast ignition* (Nucl. Fusion 54 054003). 2014.
- [9] Juan C. Fernández et al. *Progress and prospects of ion-driven fast ignition* (Nucl. Fusion 49 065004). 2009.
- [10] M. Temporal, J. J. Honrubia, and S. Atzeni. *Numerical study of fast ignition of ablatively imploded deuterium–tritium fusion capsules by ultra-intense proton beams* (Physics of Plasmas 9, 3098). 2002.

- [11] S. Atzeni et al. *A first analysis of fast ignition of precompressed ICF fuel by laser-accelerated protons* (Nucl. Fusion 42 L1). 2002.
- [12] James J. Duderstadt. *Inertial confinement fusion* (<http://hdl.handle.net/2027/mdp.39015003993980>). 1982.
- [13] S. Atzeni. *Introduction to laser plasma interaction (in the moderate intensity regime)* (Three lectures at the International School of Quantum Electronics 56th Course: “Atoms and Plasmas in Super-Intense Laser Fields”). 2015.
- [14] S. Atzeni. *Fusione a confinamento inerziale fondamenti fisici degli esperimenti di ignizione* (Seminario: “Fusione e Fissione Nucleare: stato e prospettive sulle fonti energetiche nucleari per il futuro” INFN Torino). 2009

## Introducción

- [15] <https://www.world-nuclear.org/information-library/current-and-future-generation/nuclear-fusion-power.aspx>
- [16] [https://en.wikipedia.org/wiki/Lawrence\\_Livermore\\_National\\_Laboratory](https://en.wikipedia.org/wiki/Lawrence_Livermore_National_Laboratory)
- [17] [https://en.wikipedia.org/wiki/Shiva\\_laser](https://en.wikipedia.org/wiki/Shiva_laser)
- [18] [https://en.wikipedia.org/wiki/Inertial\\_confinement\\_fusion](https://en.wikipedia.org/wiki/Inertial_confinement_fusion)
- [19] <https://www.ile.osaka-u.ac.jp/eng/research/project/high-powerlaser/index.html>
- [20] <https://www.ile.osaka-u.ac.jp/eng/research/project/firex/index.html>
- [21] [https://es.wikipedia.org/wiki/National\\_Ignition\\_Facility](https://es.wikipedia.org/wiki/National_Ignition_Facility)
- [22] <https://www.ile.osaka-u.ac.jp/eng/>
- [23] [https://es.qwe.wiki/wiki/National\\_Ignition\\_Facility](https://es.qwe.wiki/wiki/National_Ignition_Facility)
- [24] <https://www.marvelfusion.io/>
- [25] [https://es.wikipedia.org/wiki/Amplificaci%C3%B3n\\_de\\_pulso\\_gorjeado](https://es.wikipedia.org/wiki/Amplificaci%C3%B3n_de_pulso_gorjeado)

- [26] [https://en.wikipedia.org/wiki/Nova\\_\(laser\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Nova_(laser))
- [27] [https://en.wikipedia.org/wiki/Laboratory\\_for\\_Laser\\_Energetics](https://en.wikipedia.org/wiki/Laboratory_for_Laser_Energetics)
- [28] [https://www.forbes.com/sites/meriaameberboucha/2017/10/29/worlds-largest-laser-could-solve-our-energy-problems/#\\_713e9894ffda](https://www.forbes.com/sites/meriaameberboucha/2017/10/29/worlds-largest-laser-could-solve-our-energy-problems/#_713e9894ffda)
- [29] <http://blog.fslaser.com/experts/worlds-largest-laser-systems>
- [30] [https://es.wikipedia.org/wiki/Laser\\_M%C3%A9jor\\_joule](https://es.wikipedia.org/wiki/Laser_M%C3%A9jor_joule)
- [31] [https://en.wikipedia.org/wiki/GEKKO\\_XII](https://en.wikipedia.org/wiki/GEKKO_XII)
- [32] [https://cer.ucsd.edu/\\_news-events-articles/2015/omega.html](https://cer.ucsd.edu/_news-events-articles/2015/omega.html)
- [33] [https://es.wikipedia.org/wiki/Rochester\\_\(Nueva\\_York\)](https://es.wikipedia.org/wiki/Rochester_(Nueva_York))
- [34] <https://www.publico.es/ciencias/proyecto-iter-empieza-montaje-reactor-experimental-fusion-iter-estrella-tierra.html>
- [35] <https://es.wikipedia.org/wiki/ITER>

## **Interacción láser-plasma**

- [36] J.C. Miller, R.F Haglund. *Laser Ablation, Mechanisms and Applications.* 1991.
- [37] J.P. Palastro, J.G. Shaw, R.K. Follett, A. Colaitis, D. Turnbull, A. Maximov, V. Goncharov, and D.H. Froula from University of Rochester, Laboratory for Laser Energetics, Rochester NY, USA. *Resonance absorption of a broadband laser pulse.*
- [38] A. E. Hussein, P. K. Diwakar, S. S. Harilal, and A. Hassanein. *The role of laser wavelength on plasma generation and expansion of ablation plumes in air* (JOURNAL OF APPLIED PHYSICS 113, 143305). 2013.
- [39] E. Ahedo and J. R. Sanmar. *RESONANT ABSORPTION IN A PLASMA STEP PROFILE* (Plasma Physics and Controlled Fusion. Vol 29. No. 3. pp. 419 to 432. 1987). 1986.

- [40] B. A. TVERSKOI from Nuclear Physics Institute, Moscow State University. *STRUCTURE OF SHOCK WAVES IN A PLASMA* (SOVIET PHYSICS JETP VOLUME 19, NUMBER 5 NOVEMBER). 1964.
- [41] Th Bornath, D Kremp, P Hilse and M Schlanges. *Collisional absorption in strong laser fields* (J. Phys.: Conf. Ser. 11 018). 2005.
- [42] <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/0741-3335/54/12/124042>
- [43] [https://www.researchgate.net/figure/Wetted-foam-fast-ignition-targets-designed-for-100-200-and-750-kJ-direct-drive\\_fig3\\_231047565](https://www.researchgate.net/figure/Wetted-foam-fast-ignition-targets-designed-for-100-200-and-750-kJ-direct-drive_fig3_231047565)
- [44] [https://en.wikipedia.org/wiki/Joule\\_heating](https://en.wikipedia.org/wiki/Joule_heating)
- [45] [https://en.wikipedia.org/wiki/Optical\\_depth](https://en.wikipedia.org/wiki/Optical_depth)
- [46] <https://aip.scitation.org/doi/10.1063/1.4916251>

## Confinamiento inercial

- [47] Tomer Shussman and Shay I. Heizler. *Full self-similar solutions of the subsonic radiative heat equations* (arXiv:1505.05524v3). 2015.
- [48] Valentin Kuropatenko and Elena Shestakovskaya. *ANALYTICAL SOLUTION OF A SHOCK WAVE IN GAS SPHERE IN LAGRANGIAN COORDINATES* (XXIV ICTAM). 2016.
- [49] James F. Price. *Lagrangian and Eulerian Representations of Fluid Flow: Kinematics and the Equations of Motion* (Woods Hole, MA, 02543). 2006.
- [50] Zel'dovich Ya., Raizer Yu. *Physics of Shock Waves and High-Temperature Hydrodynamic Phenomena* (Volume 1 & 2 (AP)). 1966.
- [51] <https://epjd.epj.org/articles/epjd/abs/2019/11/d190317/d190317.html>

## Deceleración e ignición

- [52] J.J. Honrubia, J. Meyer-ter-Vehn. *Fast ignition of fusion targets by laser-driven electrons* (Article in Plasma Physics and Controlled Fusion • DOI: 10.1088/0741-3335/51/1/014008 · Source: arXiv). 2008.
- [53] Luca Christopher Stockhausen. *Laser-driven ion acceleration from ultrathin solid targets* (Universidad de Salamanca). 2015.
- [54] A.P.L. Robinson, D.J. Strozzi , J.R. Davies, L. Gremillet, J.J. Honrubia, T. Johzaki, R.J. Kingham, M. Sherlock and A.A. Solodov. *Theory of Fast Electron Transport for Fast Ignition* (Article in Nuclear Fusion DOI: 10.1088/0029-5515/54/5/054003). 2013.
- [55] Laurent Gremillet, Guy Bonnaud, and François Amiranoff. *Filamented transport of laser-generated relativistic electrons penetrating a solid target* (Physics of Plasmas 9, 941). 2002.
- [56] M. Roth and M. Schollmeier. *Ion Acceleration—Target Normal Sheath Acceleration* (CERN-2016-001). 2016.
- [57] A. Debayle, J. J. Honrubia, E. d’Humières, and V. T. Tikhonchuk. *Divergence of laser-driven relativistic electron beams* (PHYSICAL REVIEW E 82, 036405). 2010.
- [58] Zhe Zhang et al. *Generation of strong magnetic fields with a laser-driven coil* (High Power Laser Science and Engineering, Vol. 6, e38, 8 pages). 2018.
- [59] Marian Karlicky. *ELECTRON BEAM-PLASMA INTERACTION AND THE RETURN-CURRENT FORMATION* (The Astrophysical Journal, 690:189–197). 2009.
- [60] A. P. L. Robinson, A. R. Bell and R. J. Kingham. *Fast electron transport and ionization in a target irradiated by a high power laser* (Plasma Phys. Control. Fusion 48 1063–1076). 2006.
- [61] M. Takamoto et al. *Magnetic Field Saturation of the Ion Weibel Instability in Interpenetrating Relativistic Plasmas* (The Astrophysical Journal Letters, 860:L1 (4pp)). 2018.

- [62] D.G Yakolev and V.A. Urpin. *Thermal and Electrical Conductivity in White Dwarfs and Neutron Stars*  
 (<https://www.researchgate.net/publication/234543008>). 1980.
- [63] <https://slideplayer.com/slide/14142783/>
- [64] [https://en.wikipedia.org/wiki/Weibel\\_instability](https://en.wikipedia.org/wiki/Weibel_instability)
- [65] [https://en.wikipedia.org/wiki/Alfv%C3%A9n\\_wave](https://en.wikipedia.org/wiki/Alfv%C3%A9n_wave)

### Fusión nuclear y quemado

- [66] J. Gratton. *INTRODUCCIÓN A LA MECÁNICA CUÁNTICA*.
- [67] G. S. Fraley, E. J. Linnebur, R. J. Mason, and R. L. Morse. *Thermonuclear burn characteristics of compressed deuteriumtritium microspheres* (Phys. Fluids 17, 474; doi: 10.1063/1.1694739). 1974.
- [68] A.B. Balantekin and N. Takigawa. *Quantum Tunneling in Nuclear Fusion* (arXiv:nucl-th/9708036v1). 1997.
- [69] Jacquemot *ICF reactor conceptual studies: review of the technological issues and current studies* (slides). 2010.
- [70] <https://www.britannica.com/science/nuclear-fusion/Fusion-reactions-in-stars>
- [71] [https://phys.libretexts.org/Bookshelves/University\\_Physics/Book%3A\\_University\\_Physics\\_\(OpenStax\)/Map%3A\\_University\\_Physics\\_III--Optics\\_and\\_Modern\\_Physics\\_\(OpenStax\)/07%3A\\_Quantum\\_Mechanics/7.07%3A\\_Quantum\\_Tunneling\\_of\\_Particles\\_through\\_Potential\\_Bарriers](https://phys.libretexts.org/Bookshelves/University_Physics/Book%3A_University_Physics_(OpenStax)/Map%3A_University_Physics_III--Optics_and_Modern_Physics_(OpenStax)/07%3A_Quantum_Mechanics/7.07%3A_Quantum_Tunneling_of_Particles_through_Potential_Bарriers)

### Simulaciones

- [72] J. Honrubia. *A SYNTHETICALLY ACCELERATED SCHEME FOR RADIAITIVE TRANSFER CALCULATIONS* (J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer Vol. 49, No. 5, pp. 491-515). 1993.