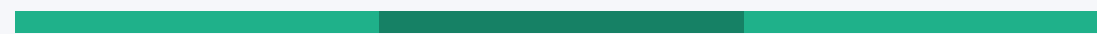


그래프 1

최백준 choi@startlink.io



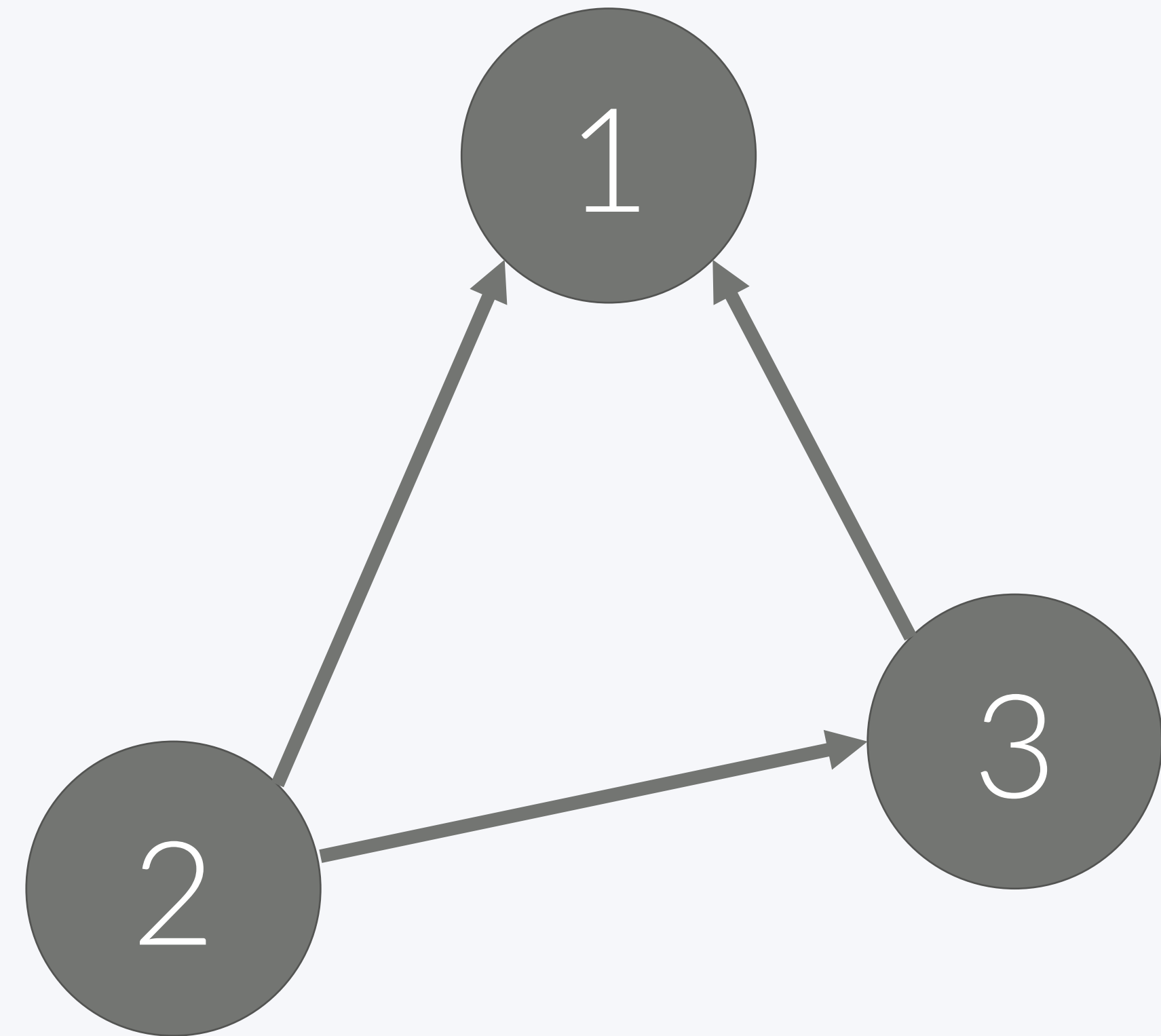
그래프

그래프

Graph

3

- 자료구조의 일종
- 정점 (Node, Vertex)
- 간선 (Edge): 정점간의 관계를 나타낸다.
- $G = (V, E)$ 로 나타낸다.

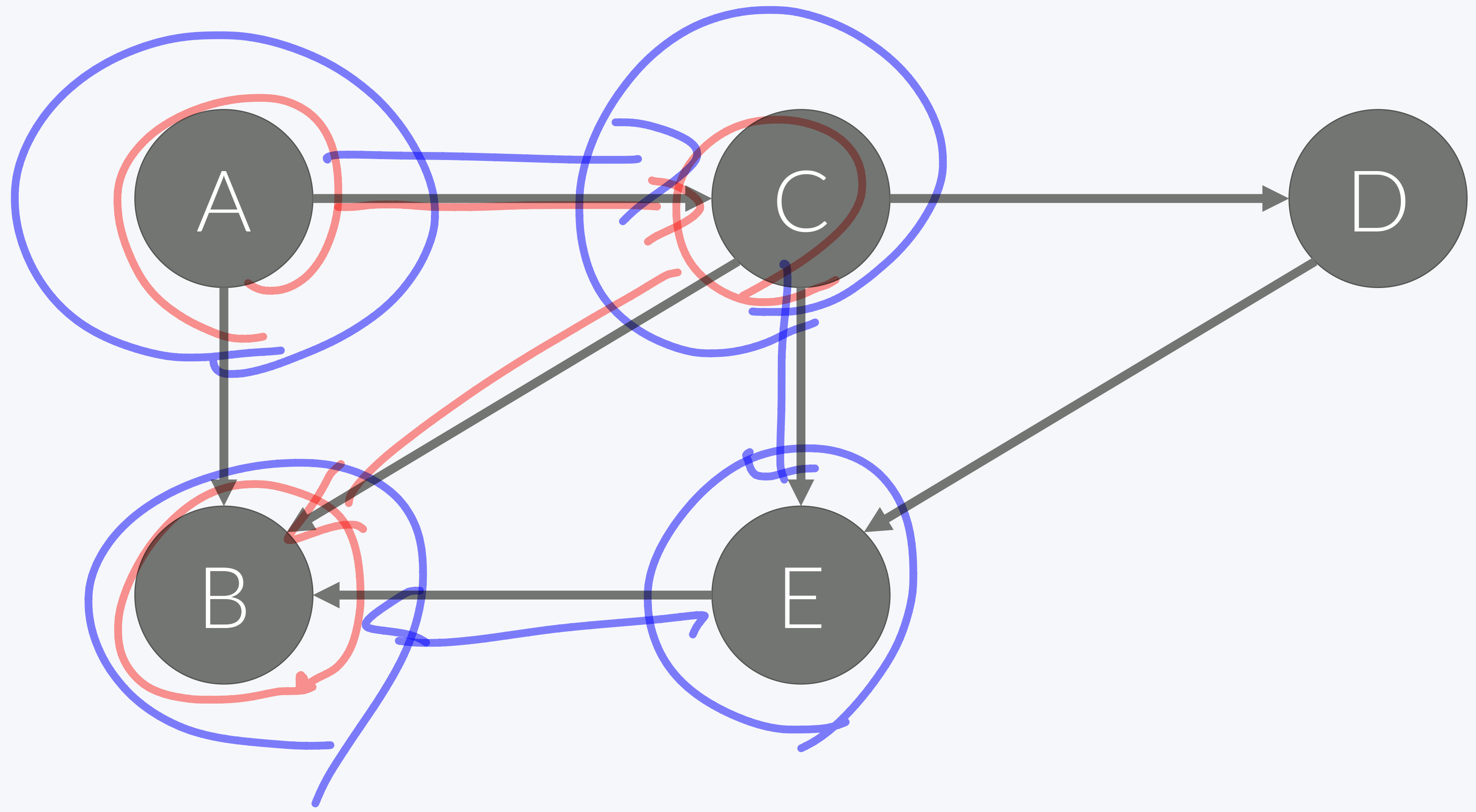


경로

Path

4

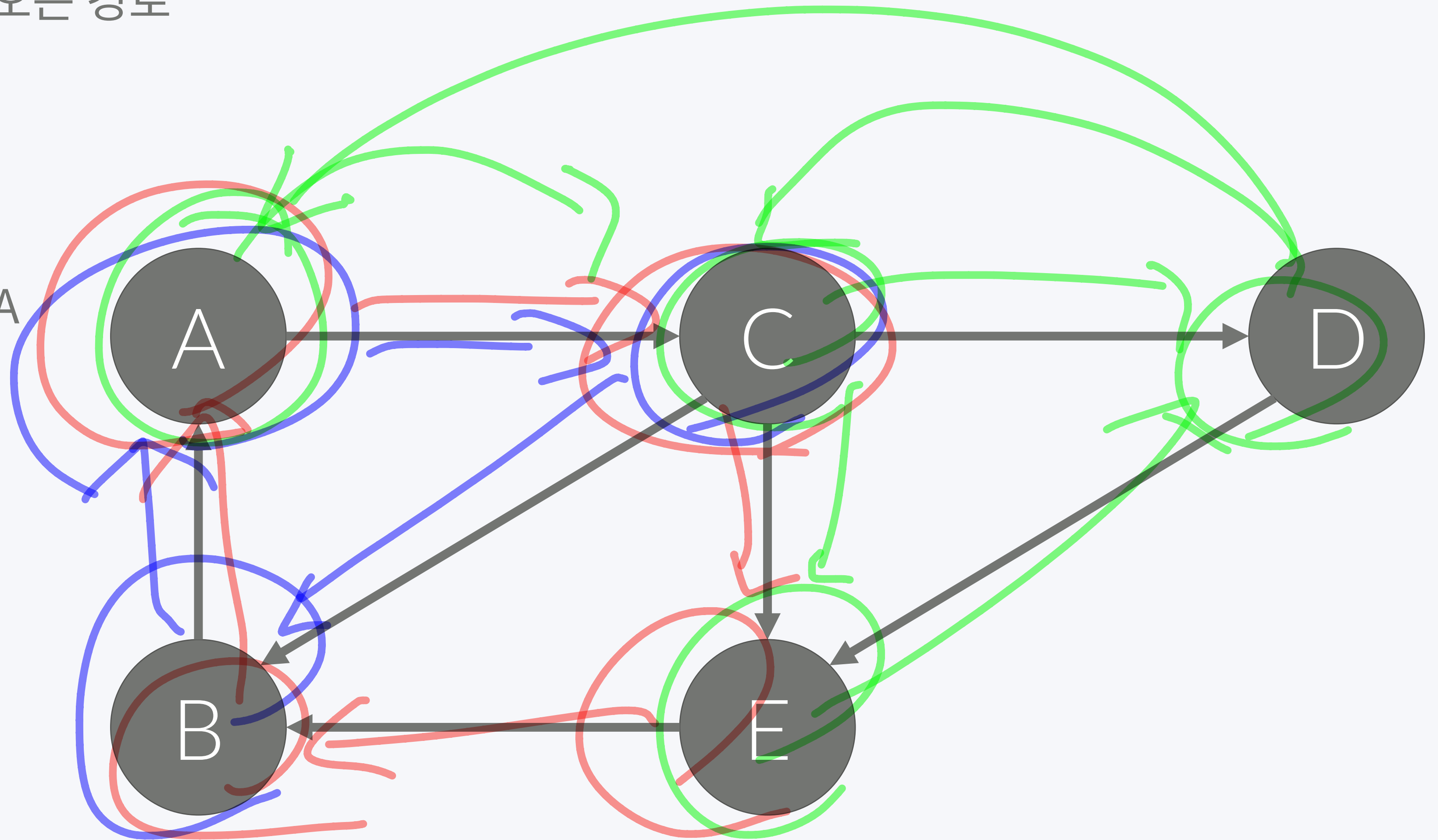
- 정점 A에서 B로 가는 경로
- $A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow B$
- $A \rightarrow B$
- $A \rightarrow C \rightarrow B$
- $A \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow B$



사이클

Path

- 정점 A에서 다시 A로 돌아오는 경로
- $A \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$
- $A \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow B \rightarrow A$
- $A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow B \rightarrow A$



단순 경로와 단순 사이클

Simple Path and Simple Cycle

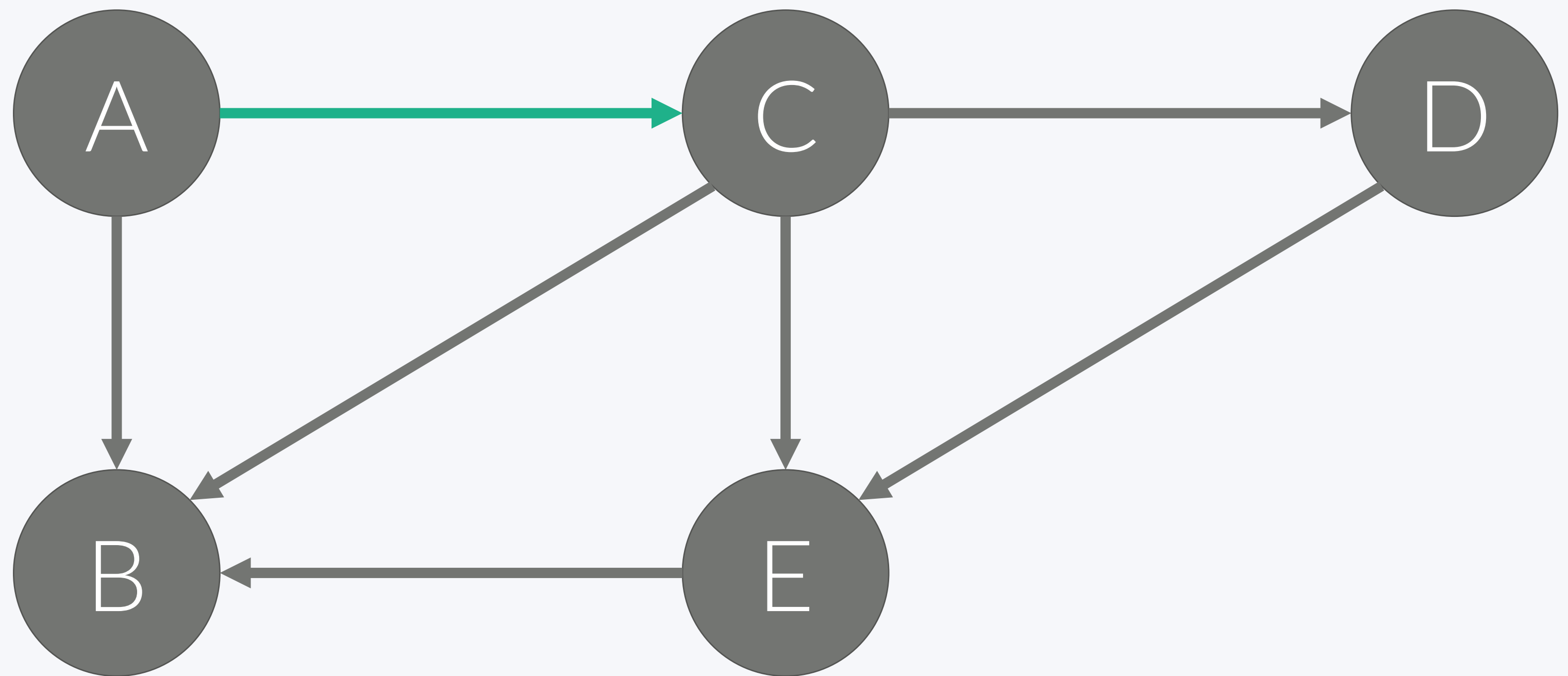
- 경로/사이클에서 같은 정점을 두 번 이상 방문하지 않는 경로/사이클
- 특별한 말이 없으면, 일반적으로 사용하는 경로와 사이클은 단순 경로/사이클을 말한다.

방향 있는 그래프

7

Directed Graph

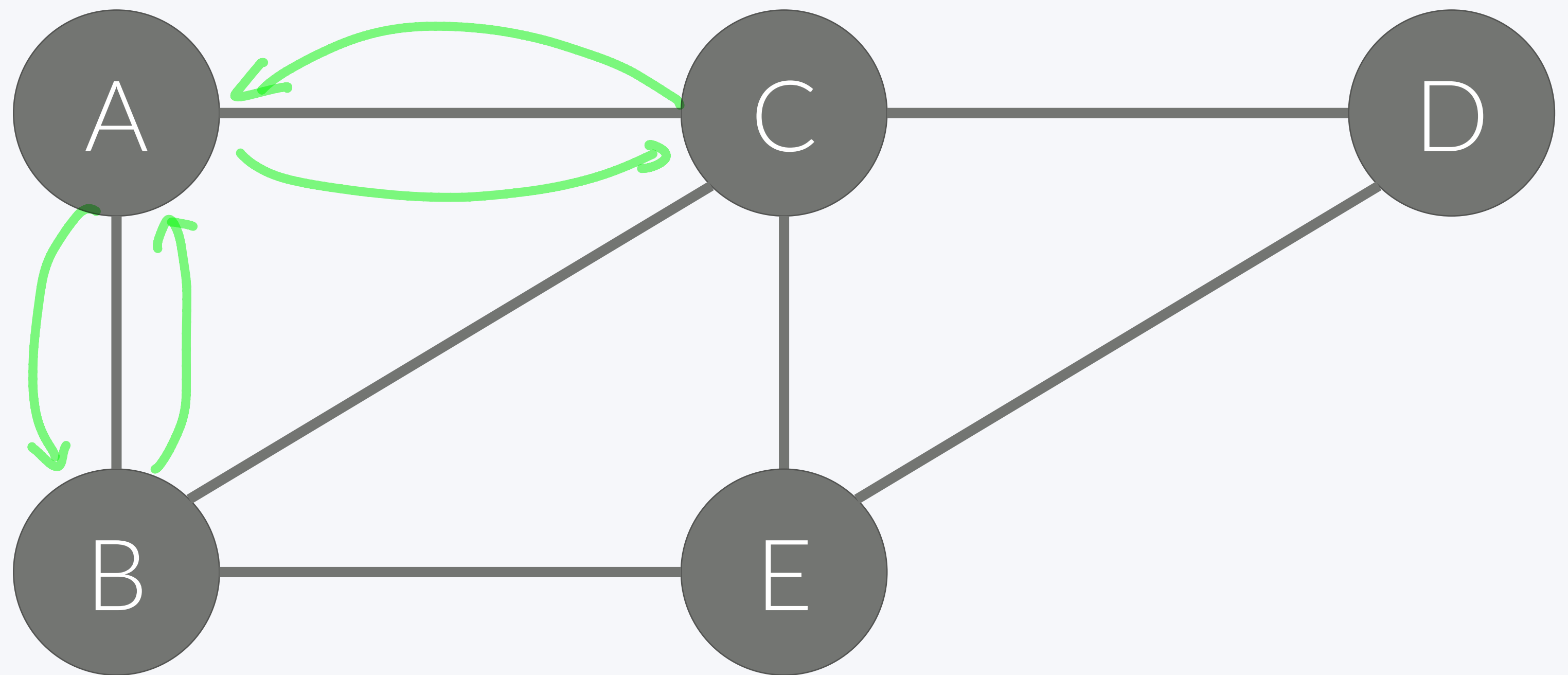
- $A \rightarrow C$ 와 같이 간선에 방향이 있다.
- $A \rightarrow C$ 는 있지만, $C \rightarrow A$ 는 없다.



방향 없는 그래프

Undirected Graph

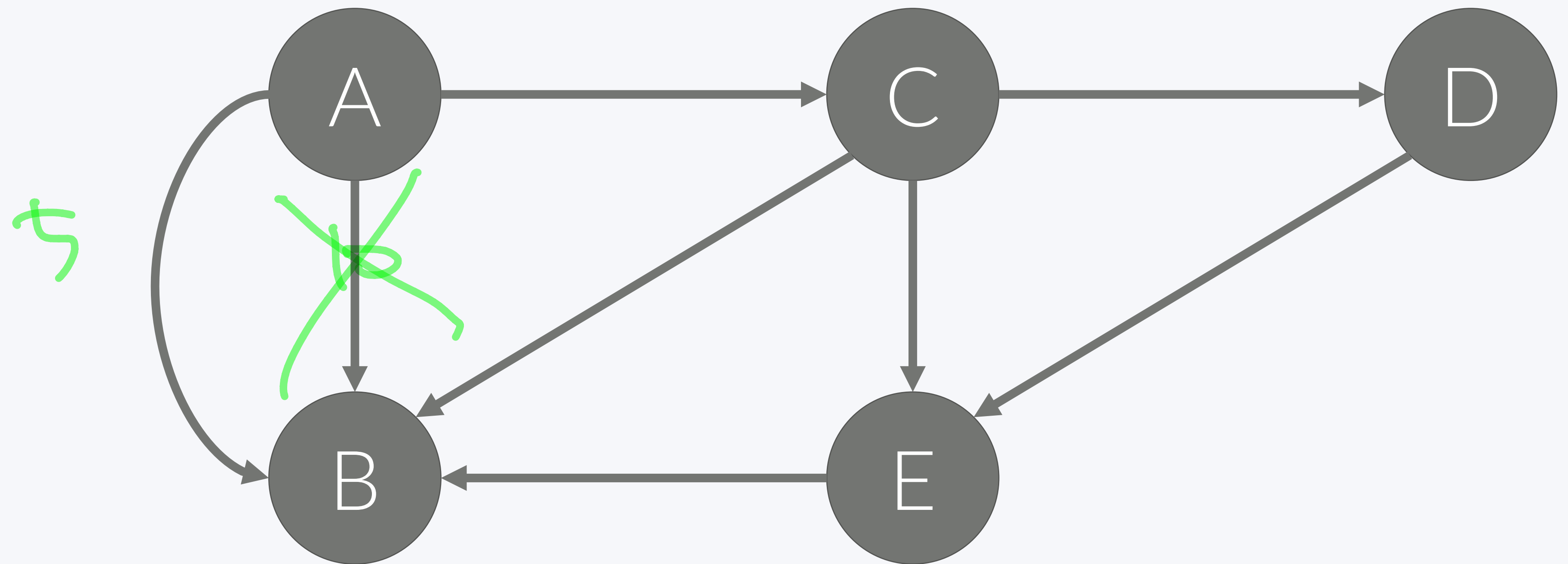
- A – C 와 같이 간선에 방향이 없다.
- A – C는 $A \rightarrow C$ 와 $C \rightarrow A$ 를 나타낸다.
- 양방향 그래프 (Bidirection Graph) 라고도 한다.



간선 여러개

Multiple Edge

- 두 정점 사이에 간선이 여러 개일 수도 있다.
- 아래 그림의 A-B는 연결하는 간선이 2개이다.
- 두 간선은 서로 다른 간선이다

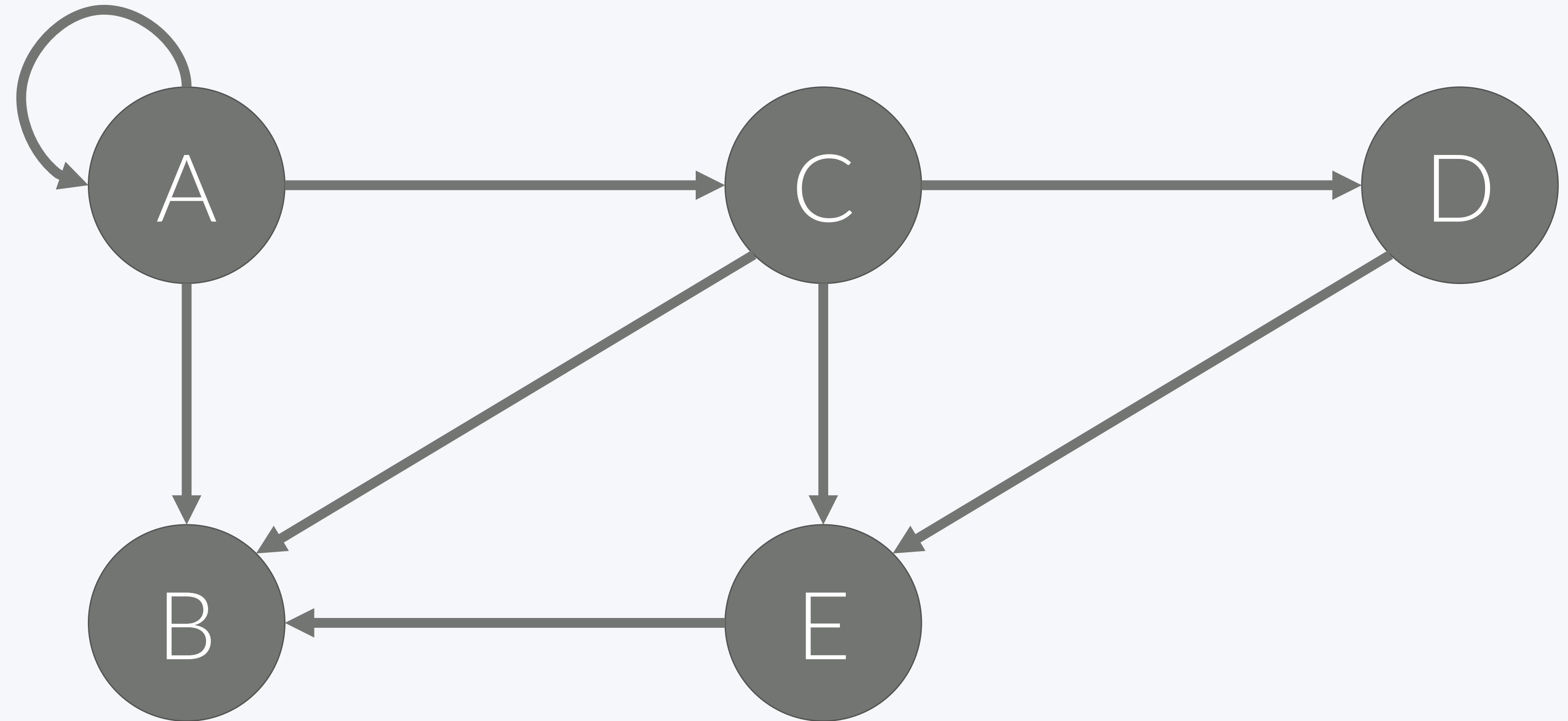


루프

Loop

10

- 간선의 양 끝 점이 같은 경우가 있다.
- $A \rightarrow A$



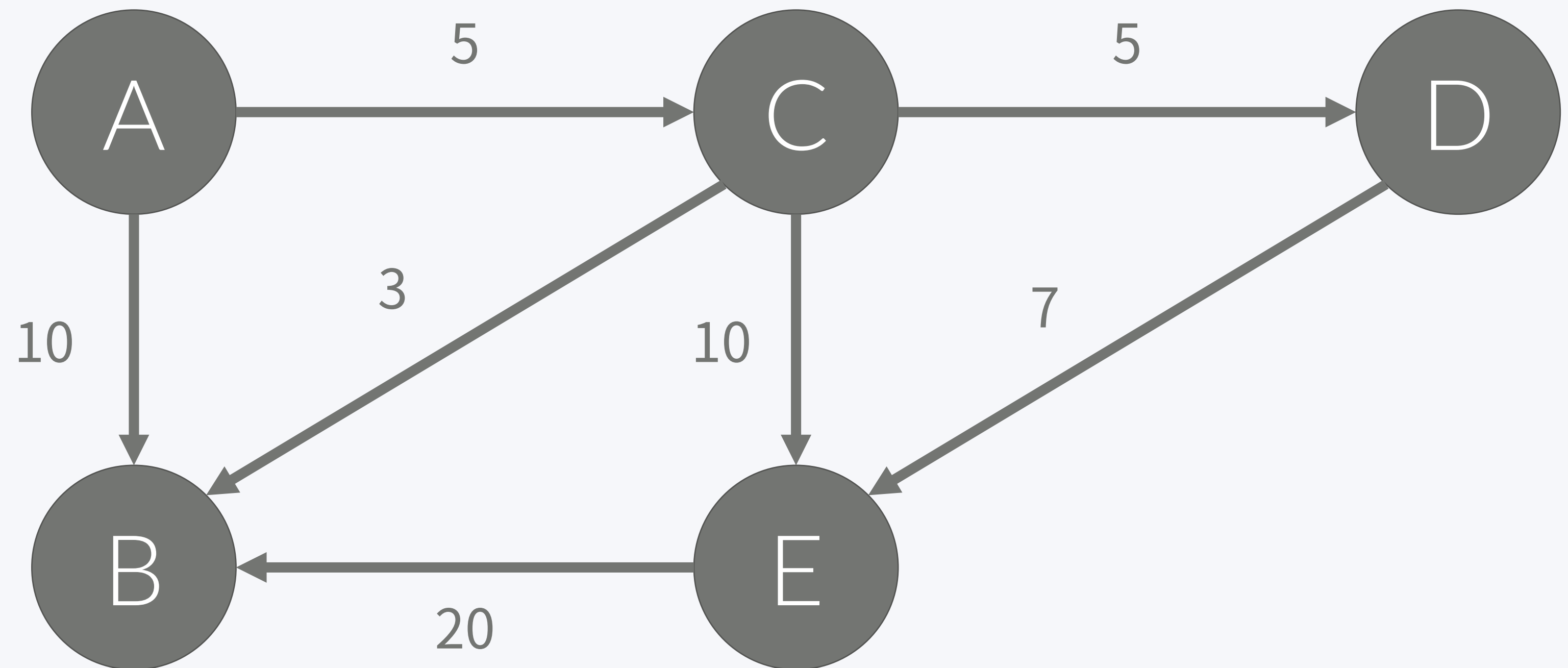
가중치

Weight

11

Cost

- 간선에 가중치가 있는 경우에는
- A에서 B로 이동하는 거리, 이동하는데 필요한 시간, 이동하는데 필요한 비용 등등등...

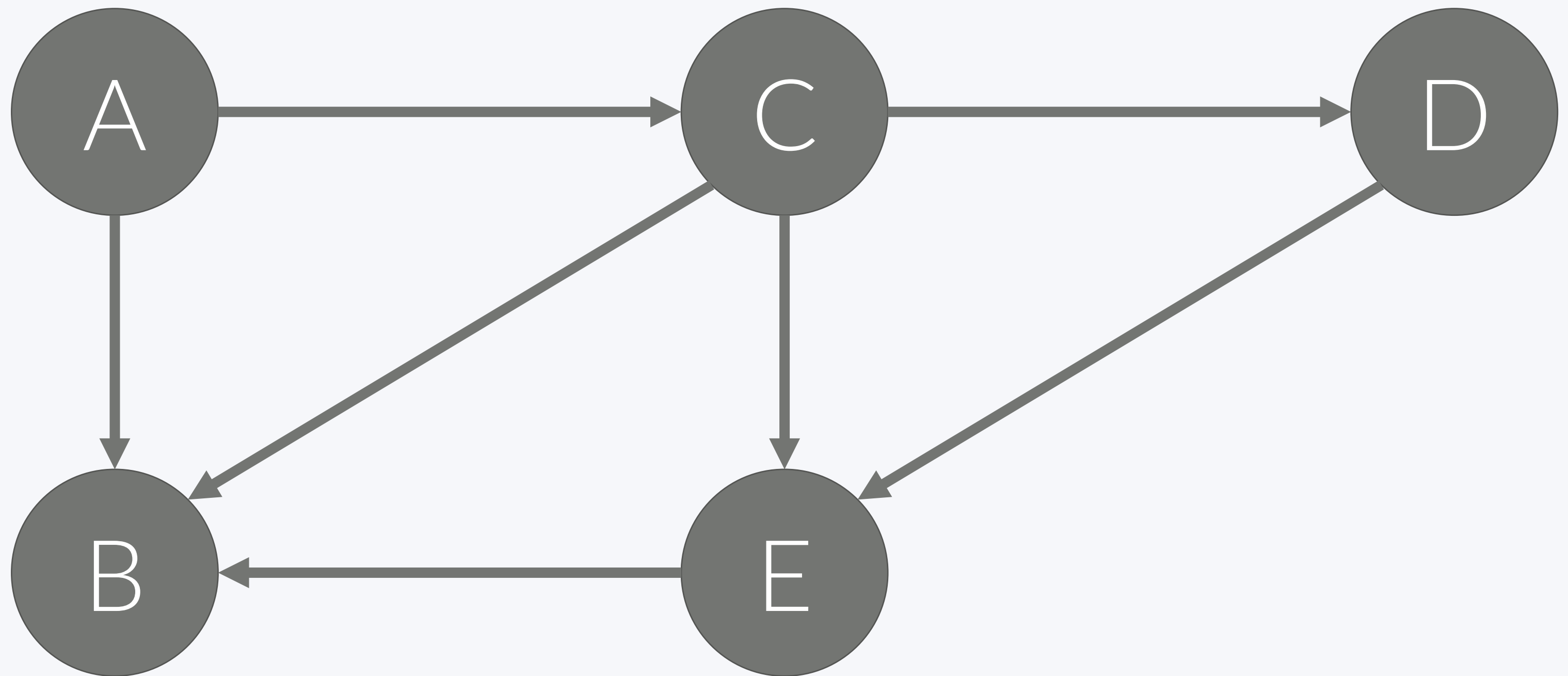


가중치

Weight

12

- 가중치가 없는 경우에는 1이라고 생각하면 된다



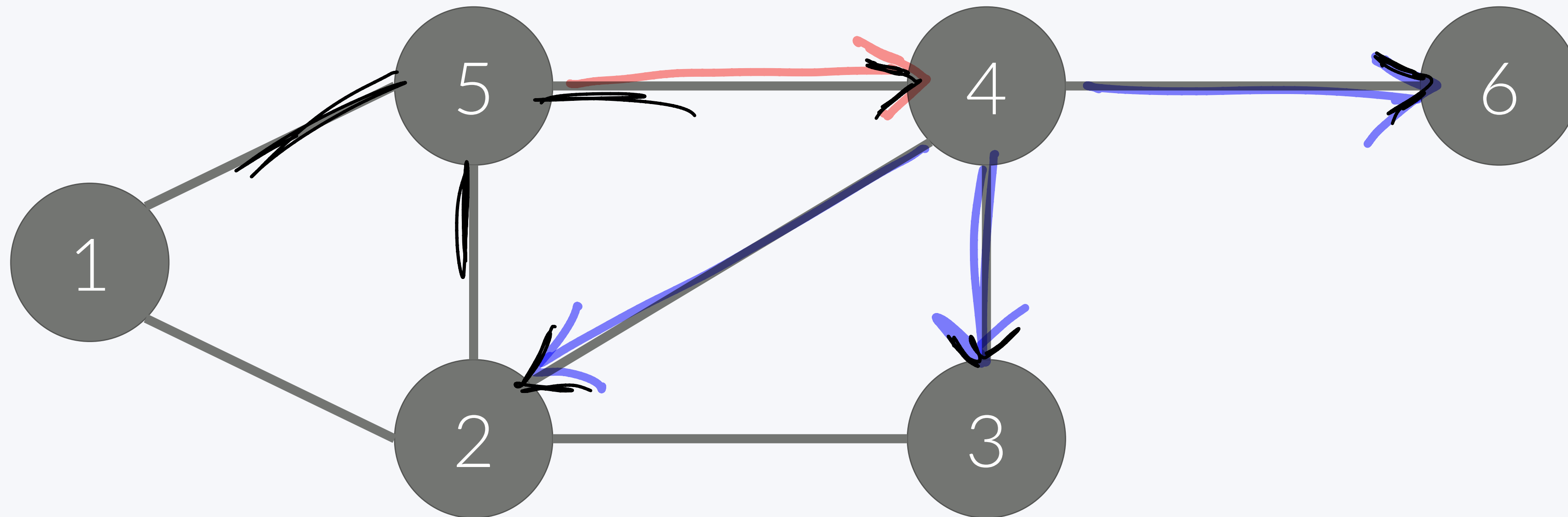
차수

13

Degree

- 정점과 연결되어 있는 간선의 개수
- 5의 차수: 3
- 4의 차수: 4

4의 차수 In-degree : 1
Out-degree : 3

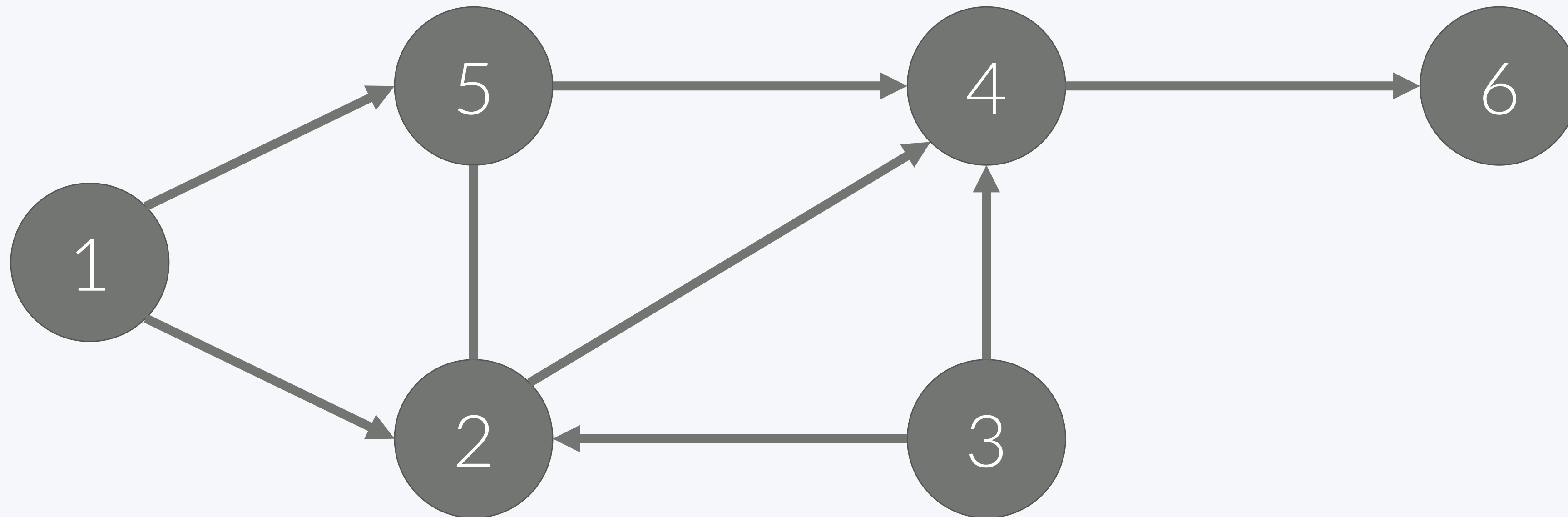


차수

Degree

14

- 방향 그래프의 경우에는 In-degree, Out-degree로 나누어서 차수를 계산한다
- 4의 In-degree: 3
- 4의 Out-degree: 1



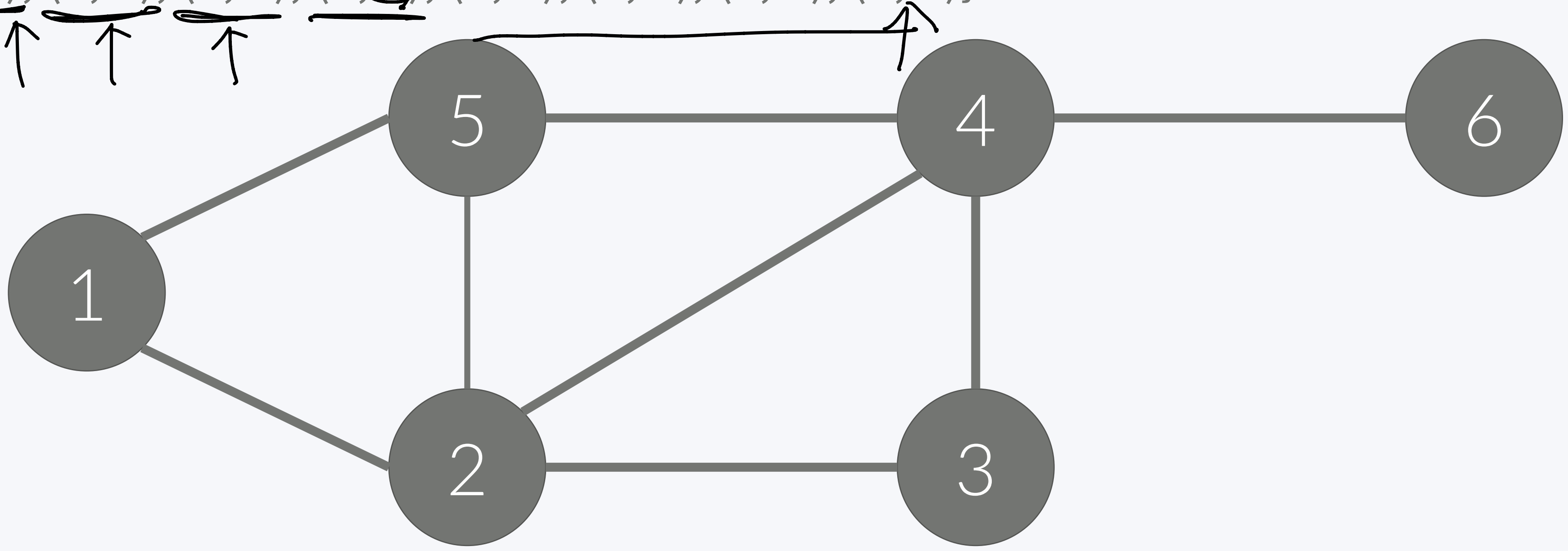
그래프의 표현

그래프의 표현

Representation of Graph

③

- 아래와 같은 그래프는 정점이 6개, 간선이 8개 있다.
- 간선에 방향이 없기 때문에, 방향이 없는 그래프이다.
- 정점: {1, 2, 3, 4, 5, 6}
- 간선: {(1, 2), (1, 5), (2, 5), (2, 3), (3, 4), (2, 4), (4, 5), (4, 6)}



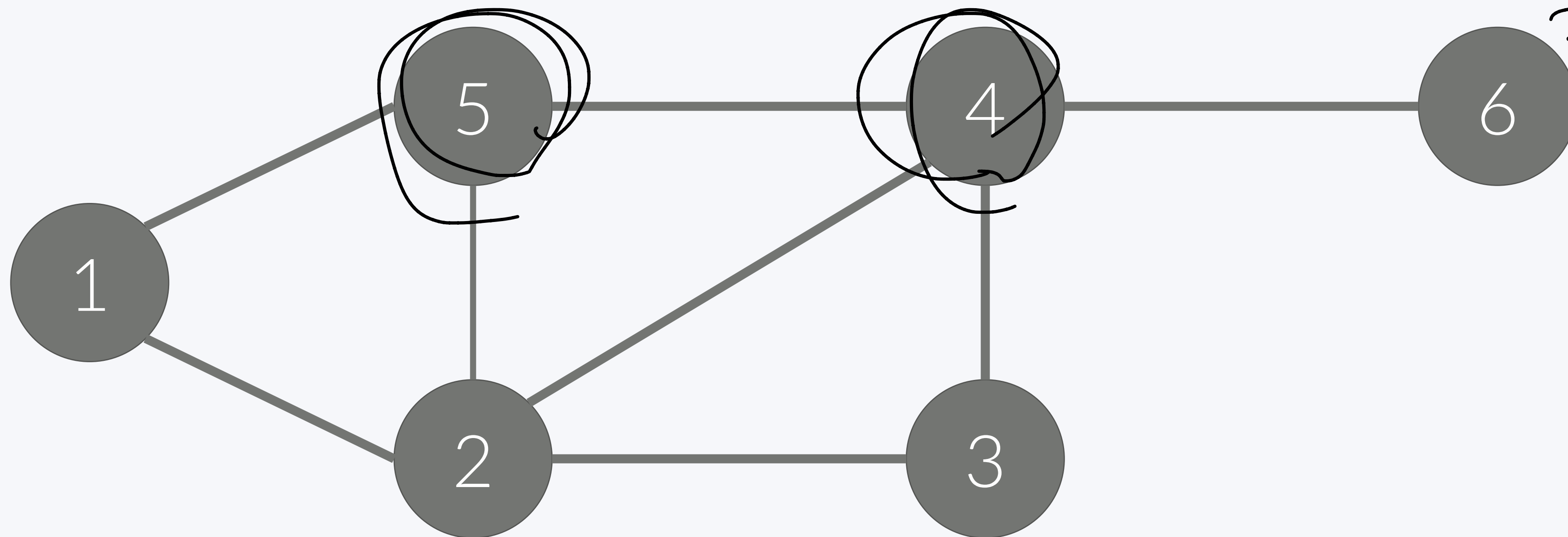
정점 6개
간선 8개
0 ~ V-1

간선의 정보
한 정점 X 와 연결된 모든 간선(정점)을 효율적 시가
효율적

인접 행렬

Adjacency-matrix

- 정점의 개수를 V 이라고 했을 때
- $V \times V$ 크기의 이차원 배열을 이용한다
- $A[i][j] = 1$ ($i \rightarrow j$ 간선이 있을 때), 0 (없을 때)



이러한 행렬
리스트

이차원 $A[i][j] = 1$
 $\rightarrow 0$
 $\rightarrow 0$
 \times

인접 행렬

Adjacency-matrix

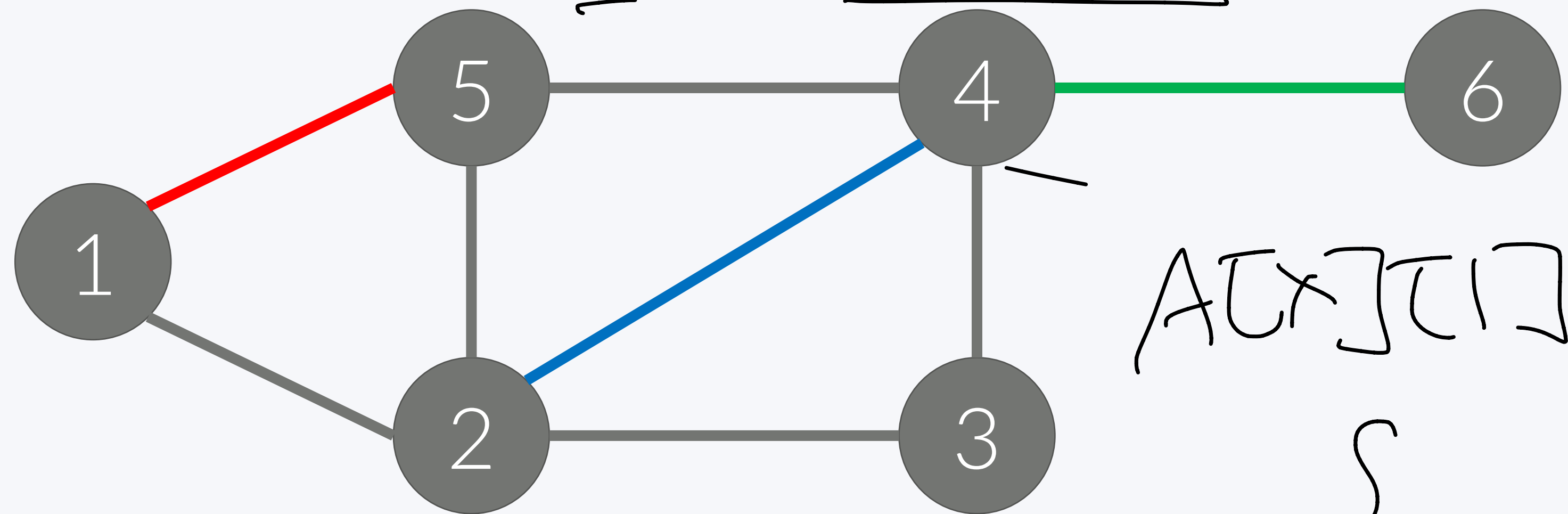
	1	2	3	4	5	6
1	0	1	0	0	1	0
2	1	0	1	1	1	0
3	0	1	0	1	0	0
4	0	1	1	0	1	1
5	1	1	0	1	0	0
6	0	0	0	1	0	0

점 V . 간선 E

공간: V^2

x 와 y 연결? $O(1)$

x 와 연결된 모든 y $O(V)$



$A[x][y]$

$A[x][V]$

인접 행렬

Adjacency-matrix

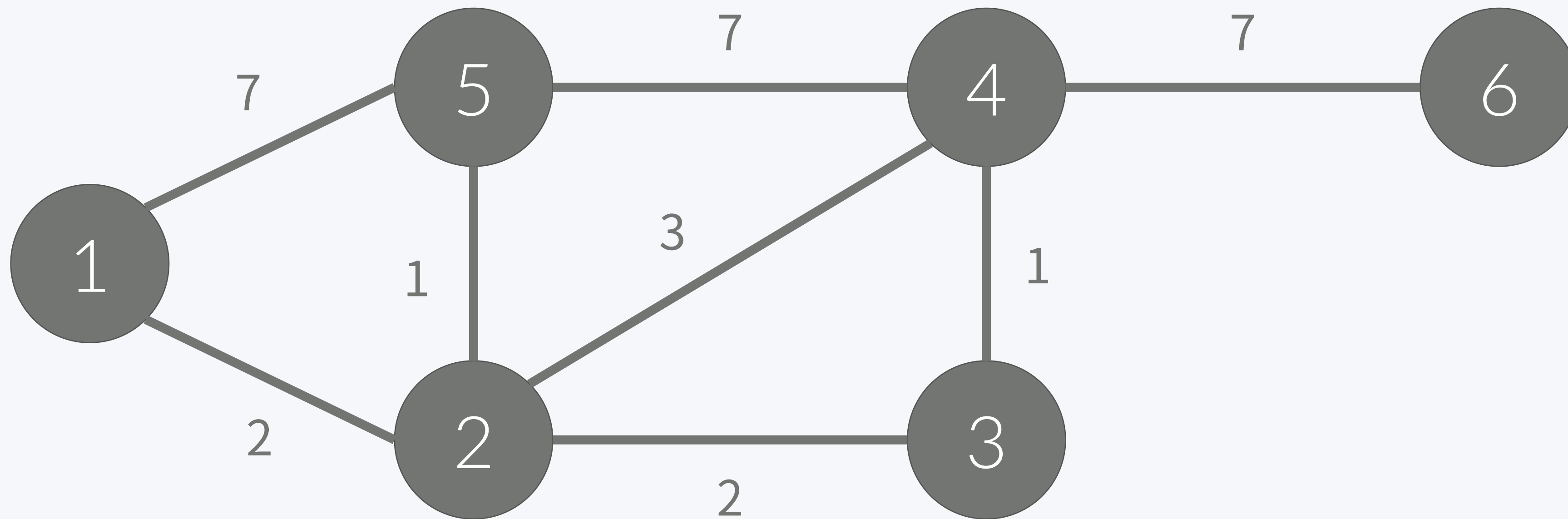
```
#include <cstdio>
#include <vector>
int a[10][10];
int main() {
    int n, m;
    scanf("%d %d", &n, &m);
    for (int i=0; i<m; i++) {
        int u, v;
        scanf("%d %d", &u, &v);
        a[u][v] = a[v][u] = 1;
    }
}
```

인접 행렬

Adjacency-matrix

20

- 정점의 개수를 N 이라고 했을 때
- $N \times N$ 크기의 이차원 배열을 이용한다
- $A[i][j] = w$ ($i \rightarrow j$ 간선이 있을 때, 그 가중치), 0 (없을 때)

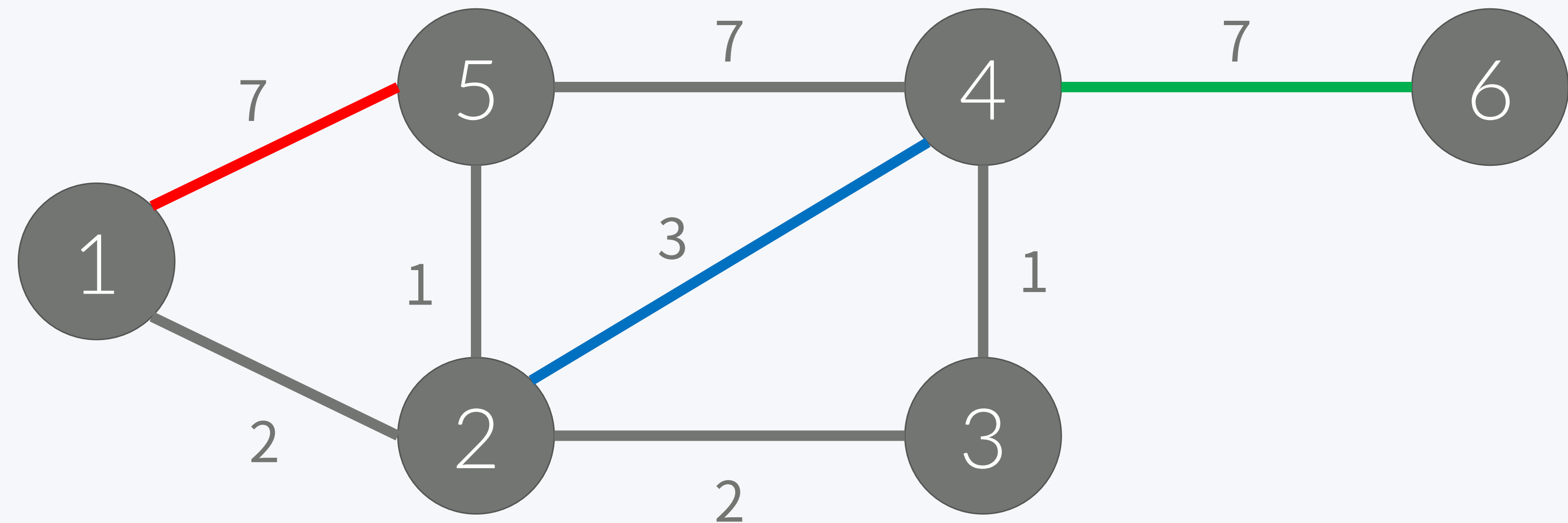


인접 행렬

Adjacency-matrix

21

	1	2	3	4	5	6
1	0	2	0	0	<u>7</u>	0
2	2	0	2	3	1	0
3	0	2	0	1	0	0
4	0	3	1	0	7	7
5	7	1	0	7	0	0
6	0	0	0	7	0	0



인접 행렬

Adjacency-matrix

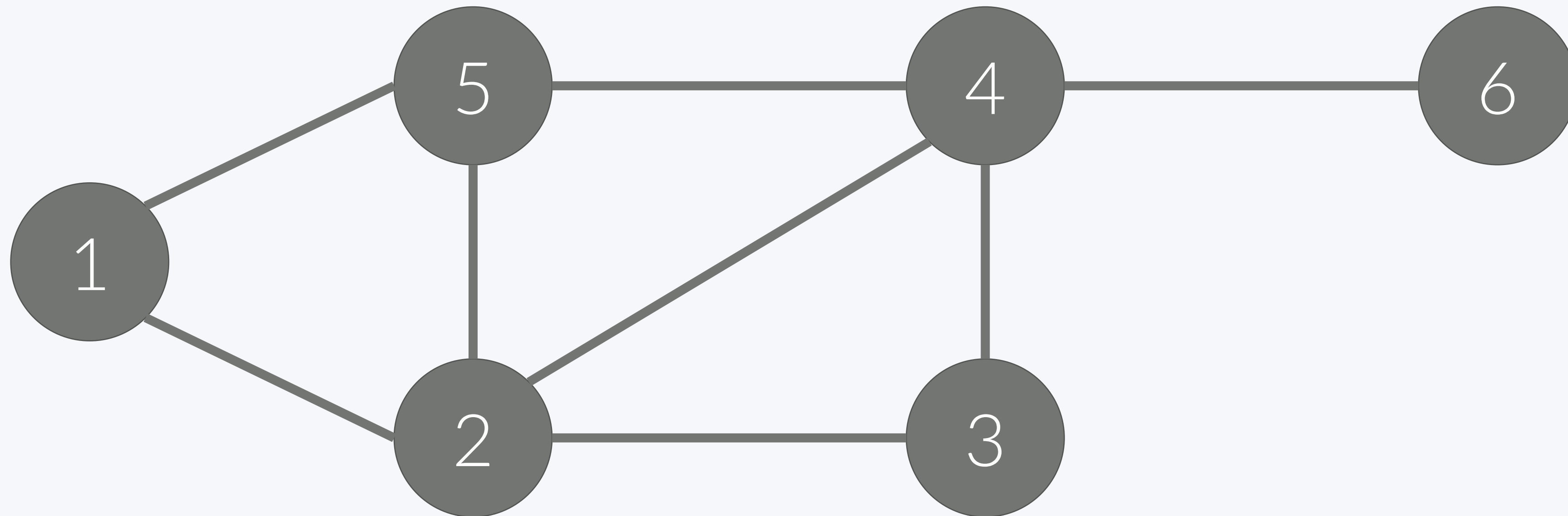
```
#include <cstdio>
#include <vector>
int a[10][10];
int main() {
    int n, m;
    scanf("%d %d", &n, &m);
    for (int i=0; i<m; i++) {
        int u, v, w;
        scanf("%d %d %d", &u, &v, &w);
        a[u][v] = a[v][u] = w;
    }
}
```

인접 리스트

Adjacency-list

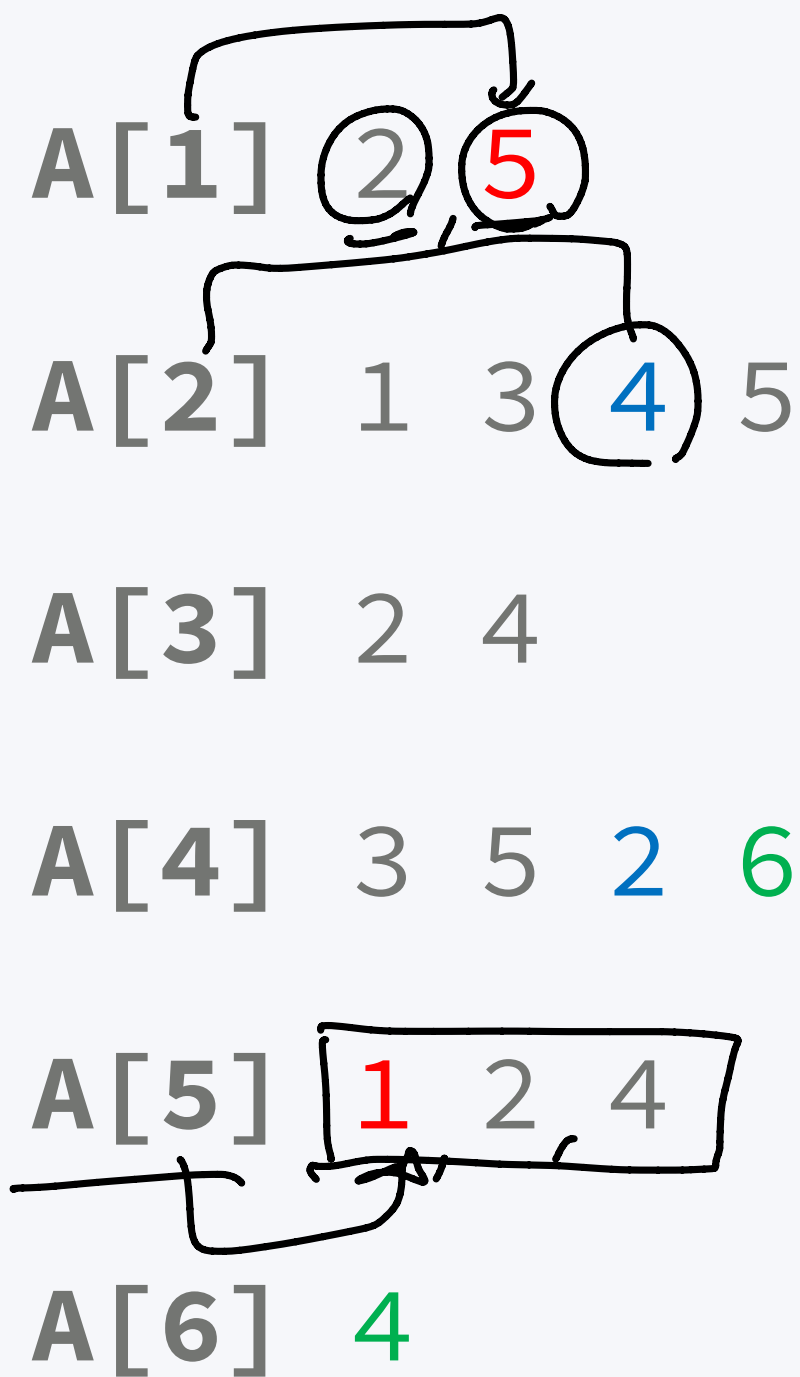
- 리스트를 이용해서 구현한다.
- $A[i] = i$ 와 연결된 정점을 리스트로 포함하고 있음

$A[i] =$ ~~리스트~~ ~~리스트~~ 배열
i와 연결된 모든 정점 저장
간선



인접 리스트

Adjacency-list



행렬
 $O(V^2)$
 $O(1)$

$O(V)$

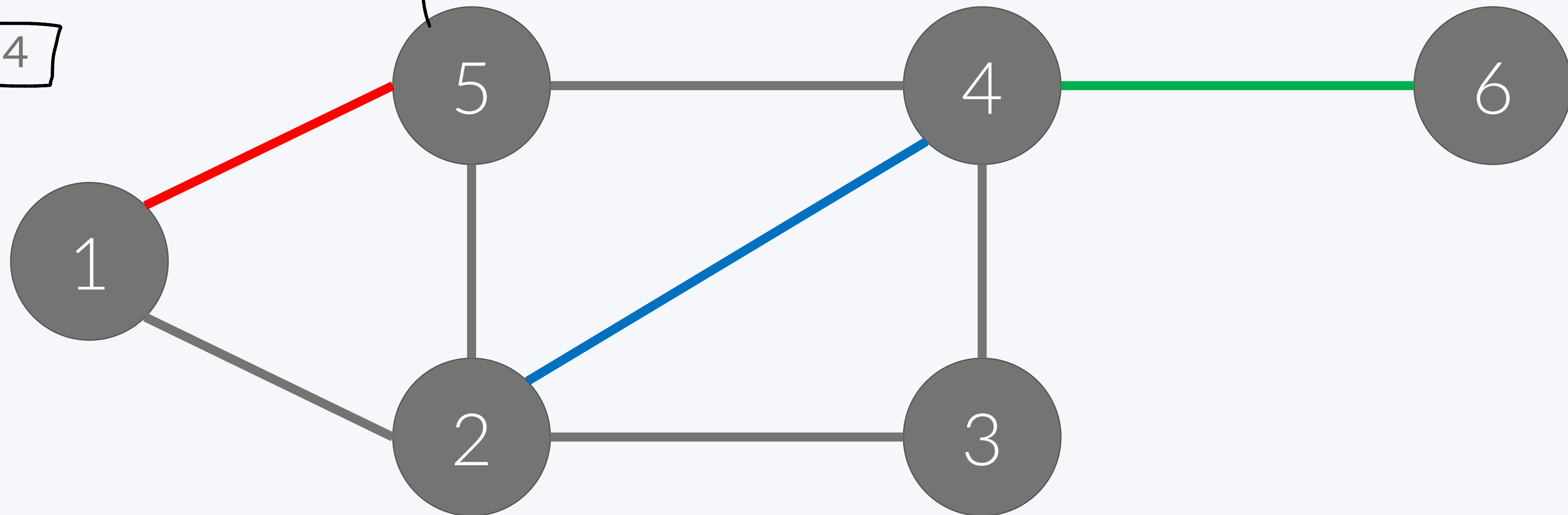
$1 \leq V \leq 1000$, $1 \leq E \leq 10000$

총합: $O(E)$

T와 S가 연결? : $O(\text{T의 차수})$

A[4] 모든 정점 검사

X와 연결된 모든 정점: $O(\text{X의 차수})$

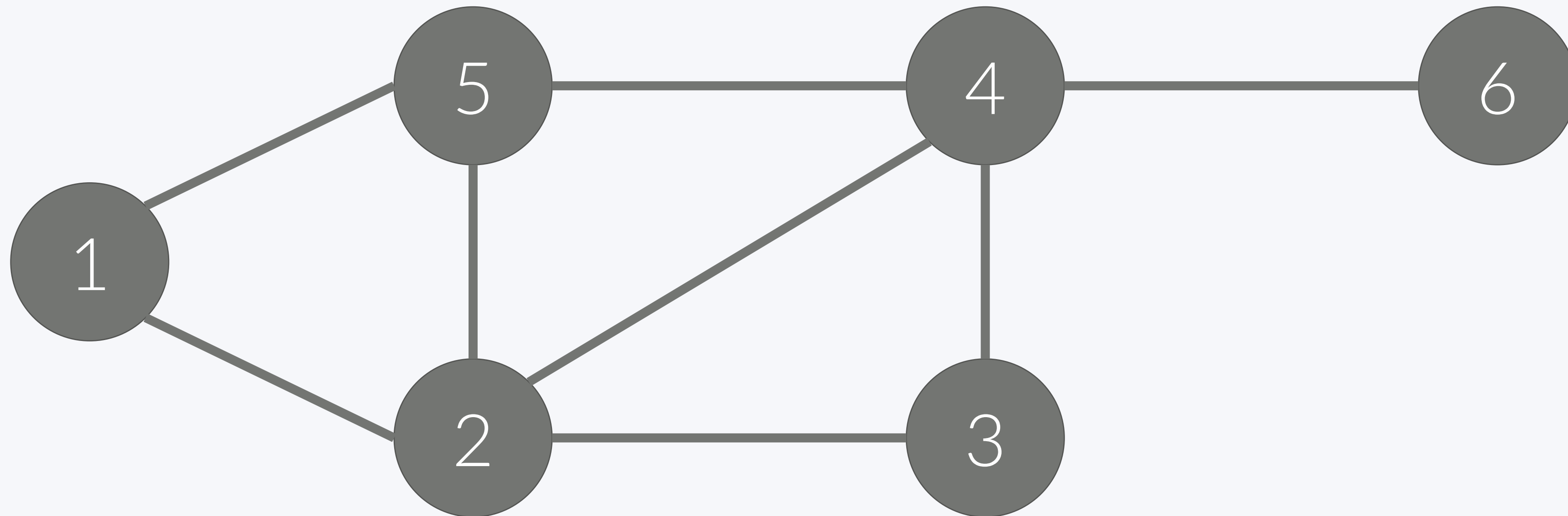


인접 리스트

Adjacency-list

25

- 리스트는 크기를 동적으로 변경할 수 있어야 한다.
- 즉, 링크드 리스트나 길이를 동적으로 변경할 수 있는 배열을 사용한다.



인접 리스트

Adjacency-list

```
#include <cstdio>
#include <vector>
using namespace std;
vector<int> a[10];
int main() {
    int n, m;
    scanf("%d %d", &n, &m);
    for (int i=0; i<m; i++) {
        int u, v;
        scanf("%d %d", &u, &v);
        a[u].push_back(v); a[v].push_back(u);
    }
}
```

인접 리스트

Adjacency-list

```
#include <cstdio>
#include <vector>
using namespace std;
int main() {
    int n, m;
    scanf("%d %d", &n, &m);
    vector<vector<int>> a(n+1);
    for (int i=0; i<m; i++) {
        int u, v;
        scanf("%d %d", &u, &v);
        a[u].push_back(v); a[v].push_back(u);
    }
}
```

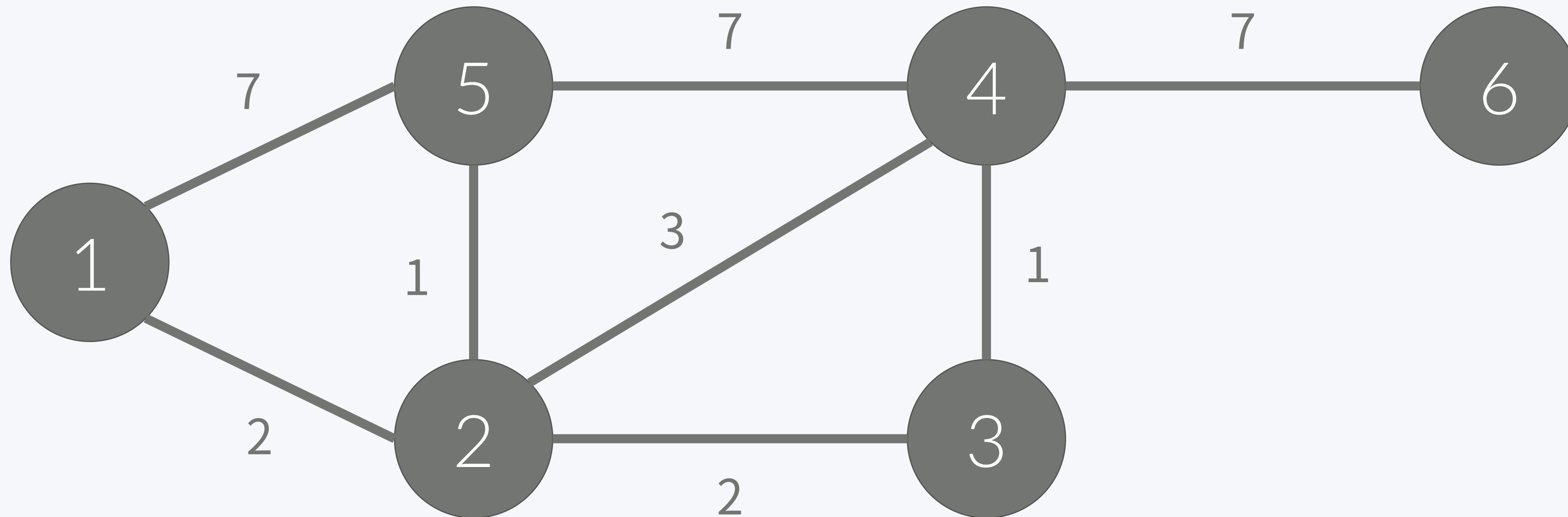
인접 리스트

Adjacency-list

가선: $u \xrightarrow{w} v$
 $(u, (v, w))$

28

- 리스트를 이용해서 구현한다.
- $A[i] = i$ 와 연결된 정점과 그 간선의 가중치를 리스트로 포함하고 있음

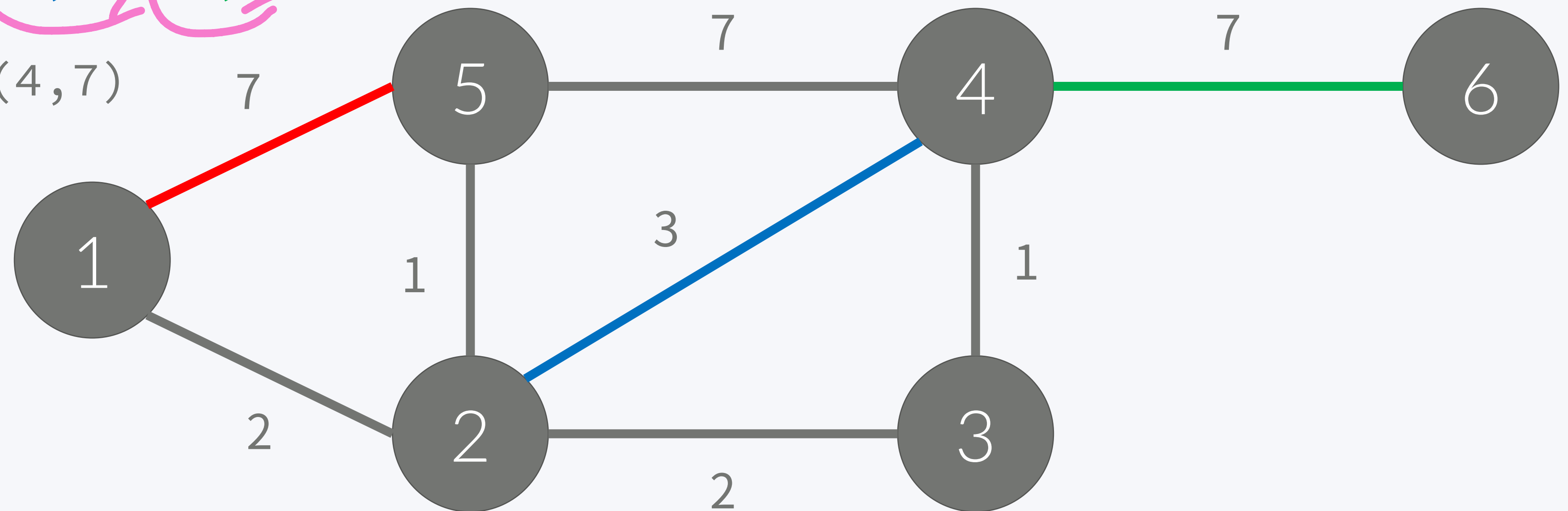
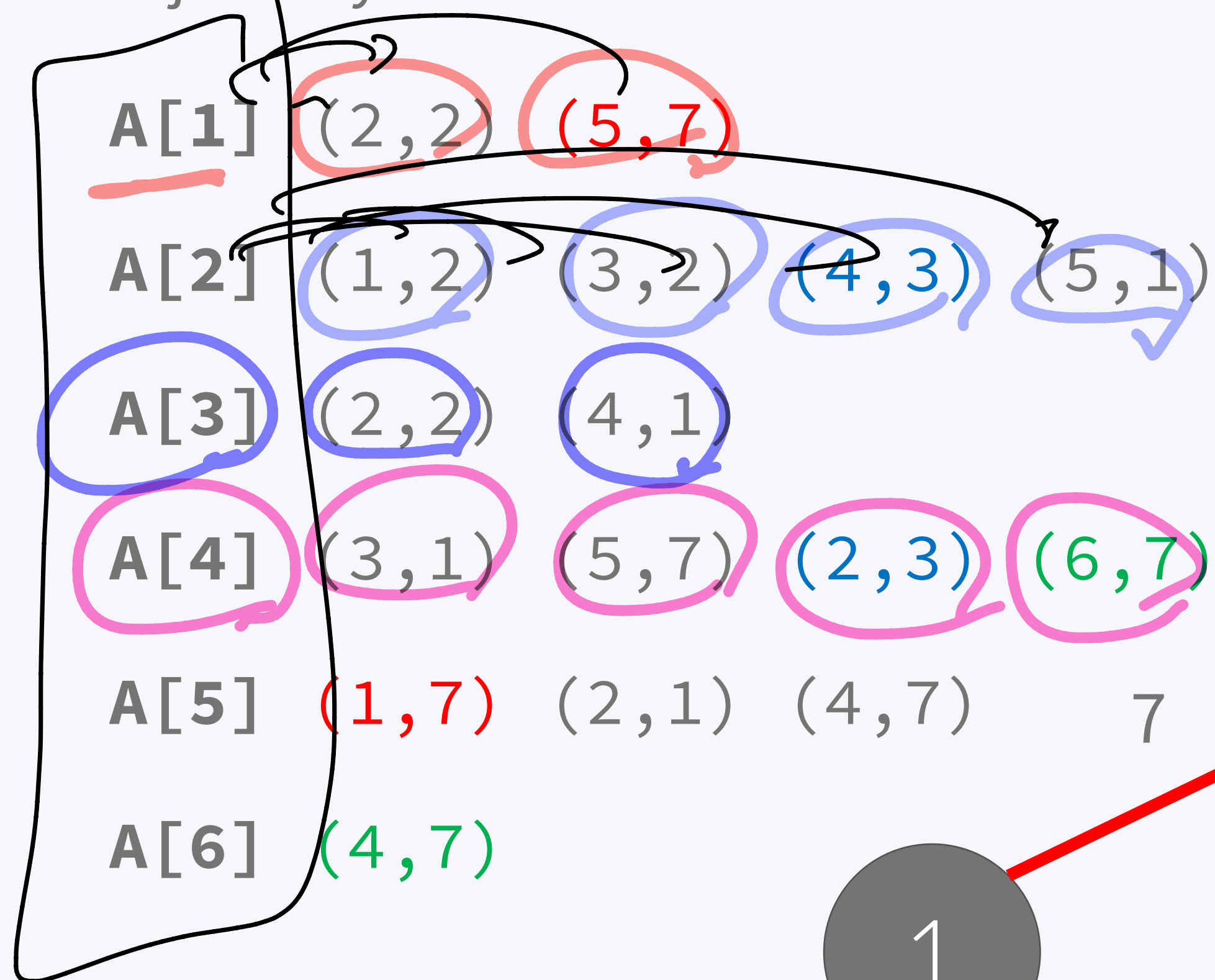


인접 리스트

29

Adjacency-list

$V + E$



인접 리스트

Adjacency-list

```
#include <cstdio>
#include <vector>
using namespace std;
vector<pair<int,int>> a[10];
int main() {
    int n,m;
    scanf("%d %d",&n,&m);
    for (int i=0; i<m; i++) {
        int u,v,w;
        scanf("%d %d %d",&u,&v,&w);
        a[u].push_back(make_pair(v,w)); a[v].push_back(make_pair(u,w));
    }
}
```

공간 복잡도

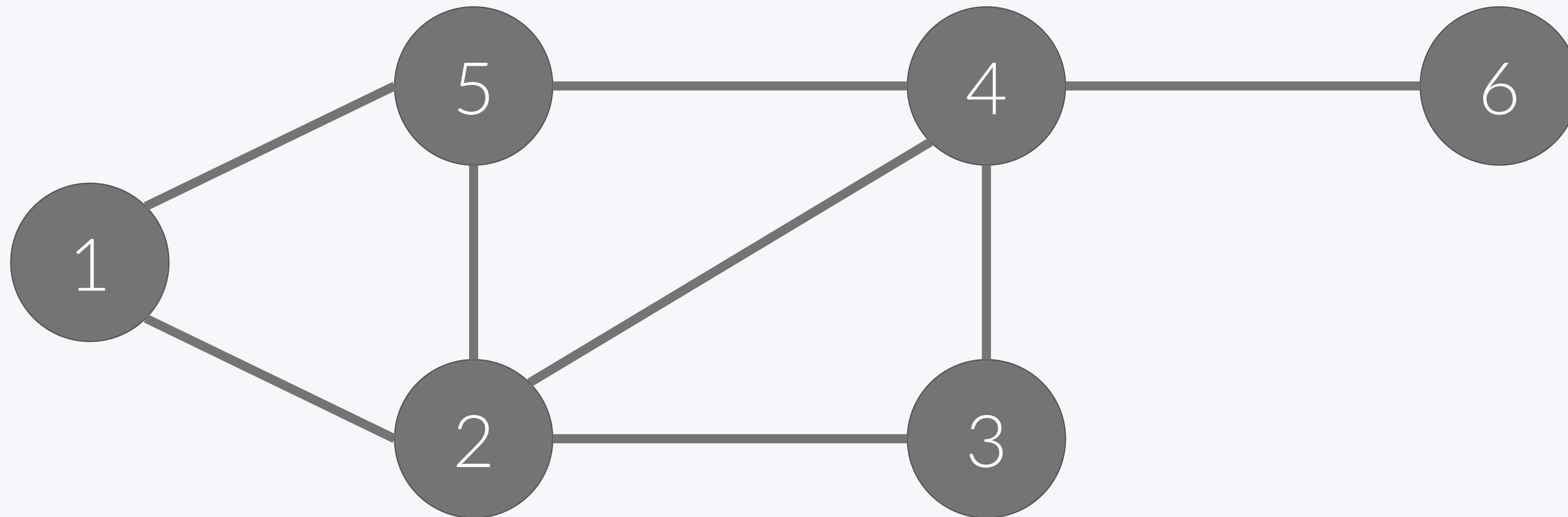
Space Complexity

- 인접 행렬: $O(V^2)$
- 인접 리스트: $O(E)$

간선 리스트

Edge-list

- 배열을 이용해서 구현한다.
- 간선을 모두 저장하고 있다.

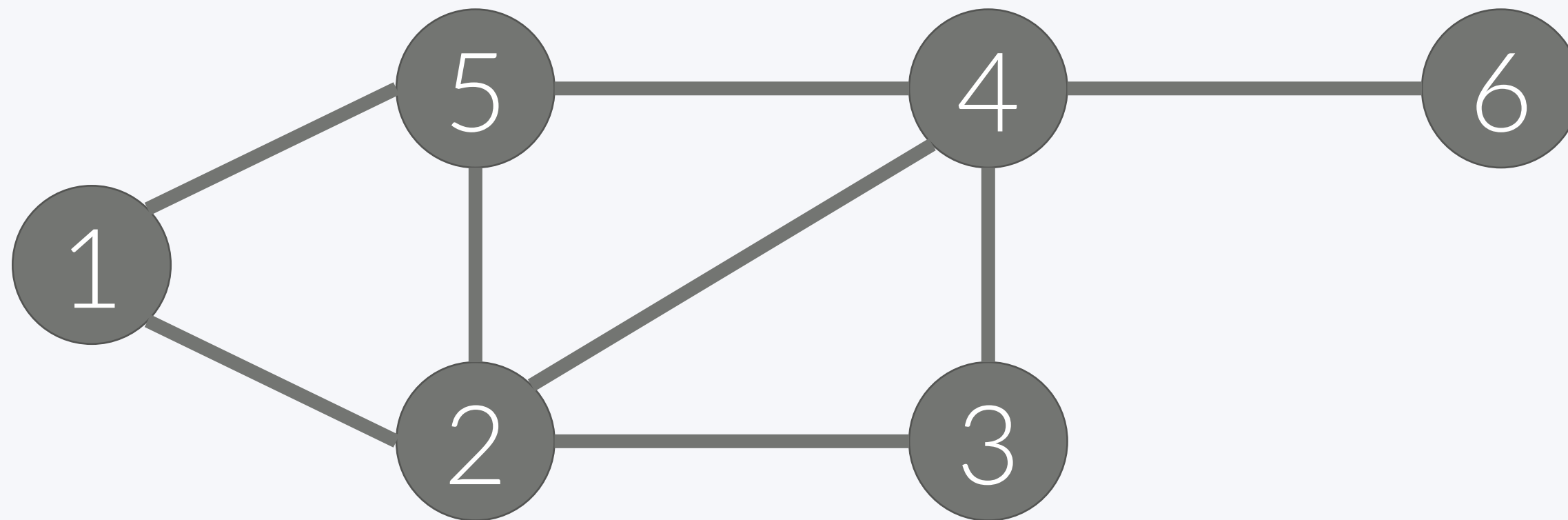


간선 리스트

Edge List

33

- 배열을 이용해서 구현한다.
- 간선을 모두 저장하고 있다.
- E라는 배열에 간선을 모두 저장



$$E[0] = 1 \ 2$$

$$E[1] = 1 \ 5$$

$$E[2] = 2 \ 3$$

$$E[3] = 2 \ 4$$

$$E[4] = 2 \ 5$$

$$E[5] = 5 \ 4$$

$$E[6] = 4 \ 3$$

$$E[7] = 4 \ 6$$

$$E[8] = 2 \ 1$$

$$E[9] = 5 \ 1$$

$$E[10] = 3 \ 2$$

$$E[11] = 4 \ 2$$

$$E[12] = 5 \ 2$$

$$E[13] = 4 \ 5$$

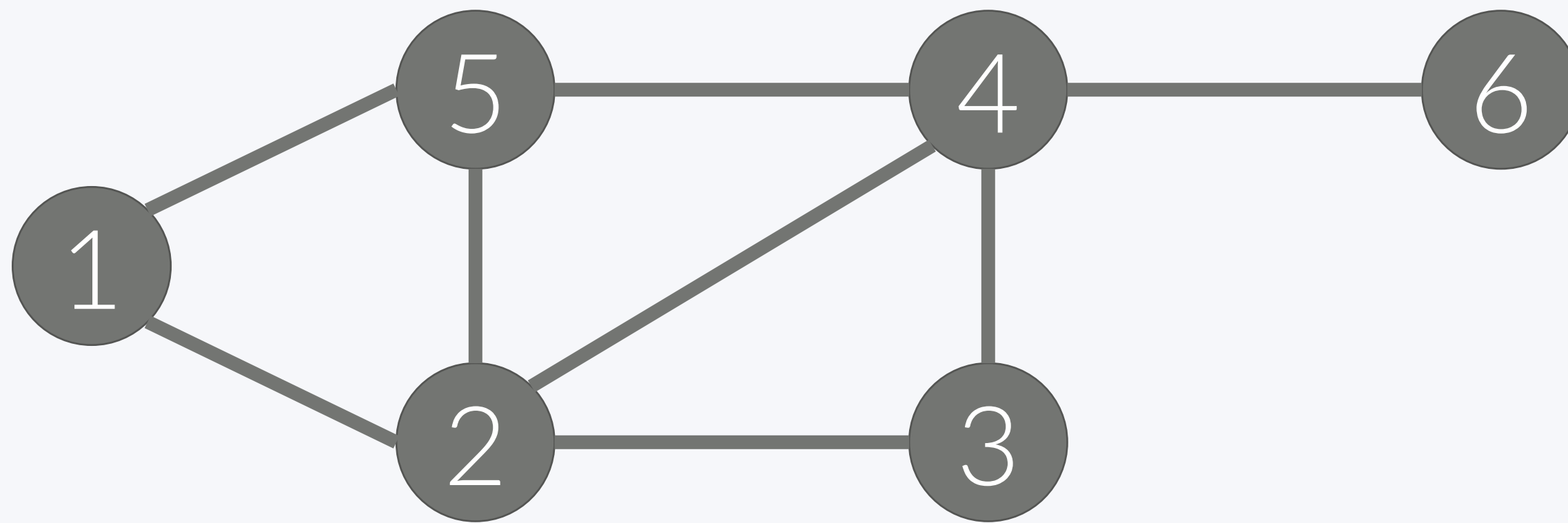
$$E[14] = 3 \ 4$$

$$E[15] = 6 \ 4$$

간선 리스트

Edge List

- 각 간선의 앞 정점을 기준으로 개수를 센다.



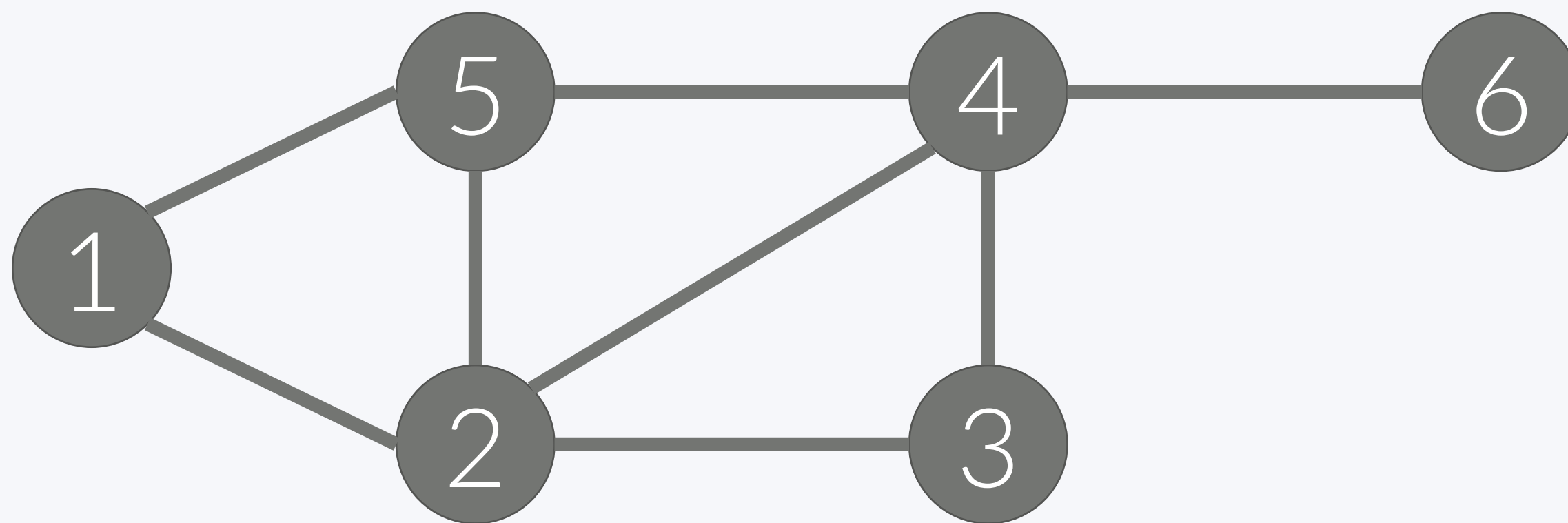
i	0	1	2	3	4	5	6
cnt[i]	0	2	4	2	4	3	1

$$\begin{array}{ll} E[0] = 1\ 2 & E[8] = 4\ 2 \\ E[1] = 1\ 5 & E[9] = 4\ 3 \\ \hline E[2] = 2\ 1 & E[10] = 4\ 5 \\ E[3] = 2\ 3 & E[11] = 4\ 6 \\ E[4] = 2\ 4 & \hline E[5] = 2\ 5 & E[12] = 5\ 1 \\ \hline E[6] = 3\ 2 & E[13] = 5\ 2 \\ E[7] = 3\ 4 & E[14] = 5\ 4 \\ & \hline E[15] = 6\ 4 \end{array}$$

간선 리스트

Edge List

```
for (int i=0; i<m; i++) {  
    cnt[e[i][0]] += 1;  
}
```



i	0	1	2	3	4	5	6
cnt[i]	0	2	4	2	4	5	1

E[0] = 1 2

E[1] = 1 5

E[2] = 2 1

E[3] = 2 3

E[4] = 2 4

E[5] = 2 5

E[6] = 3 2

E[7] = 3 4

E[8] = 4 2

E[9] = 4 3

E[10] = 4 5

E[11] = 4 6

E[12] = 5 1

E[13] = 5 2

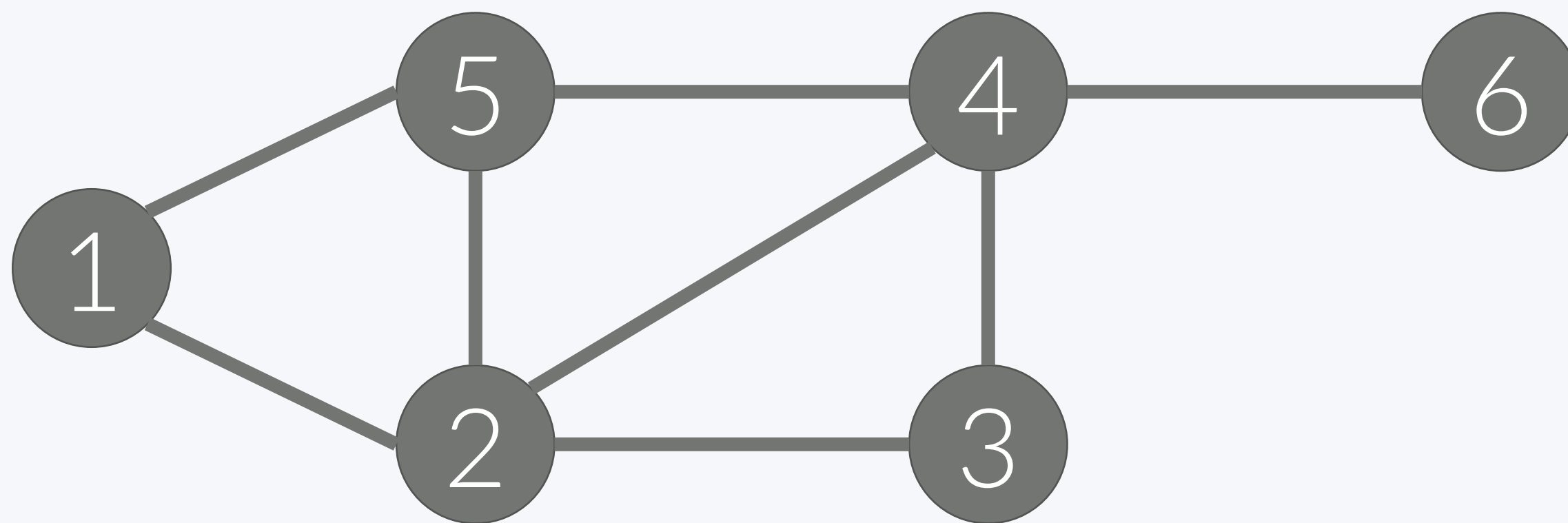
E[14] = 5 4

E[15] = 6 4

간선 리스트

Edge List

```
for (int i=1; i<=n; i++) {  
    cnt[i] = cnt[i-1] + cnt[i];  
}
```



i	0	1	2	3	4	5	6
cnt[i]	0	2	6	8	12	15	16

$$E[0] = 1 \ 2$$

$$E[1] = 1 \ 5$$

$$E[2] = 2 \ 1$$

$$E[3] = 2 \ 3$$

$$E[4] = 2 \ 4$$

$$E[5] = 2 \ 5$$

$$E[6] = 3 \ 2$$

$$E[7] = 3 \ 4$$

$$E[8] = 4 \ 2$$

$$E[9] = 4 \ 3$$

$$E[10] = 4 \ 5$$

$$E[11] = 4 \ 6$$

$$E[12] = 5 \ 1$$

$$E[13] = 5 \ 2$$

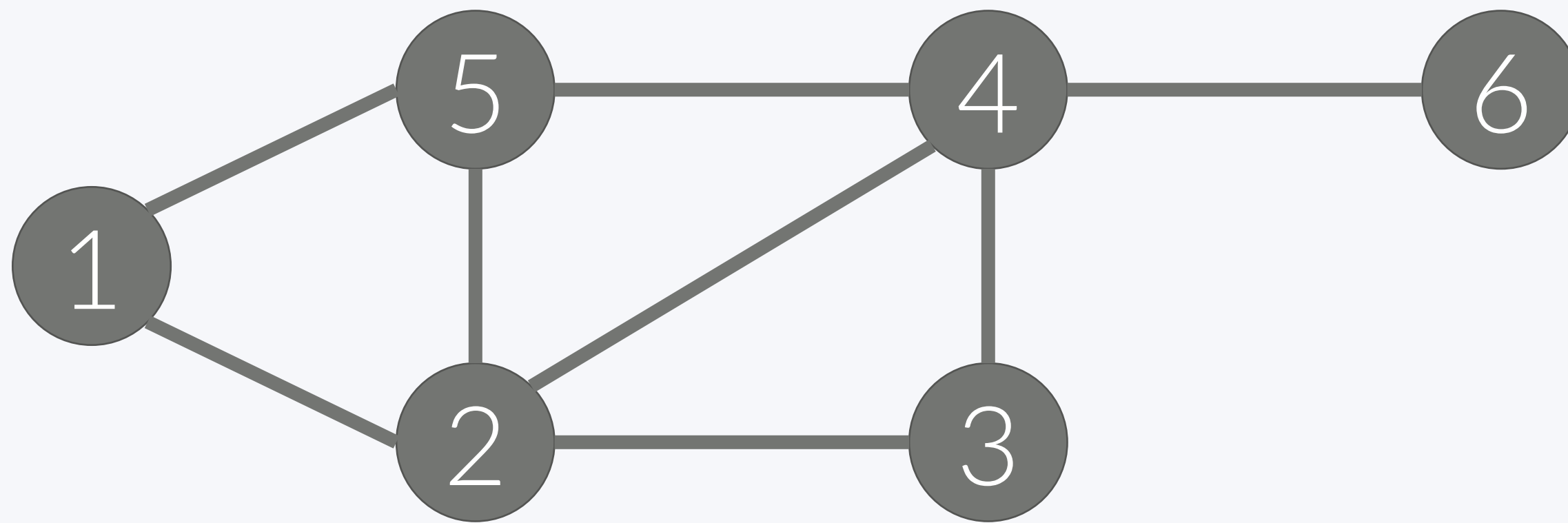
$$E[14] = 5 \ 4$$

$$E[15] = 6 \ 4$$

간선 리스트

Edge List

- i 번 정점과 연결된 간선은
- E배열에서 $\text{cnt}[i-1]$ 부터 $\text{cnt}[i]-1$ 까지이다.



i	0	1	2	3	4	5	6
cnt[i]	0	2	6	8	12	15	16

$$E[0] = 1 \ 2$$

$$E[1] = 1 \ 5$$

$$E[2] = 2 \ 1$$

$$E[3] = 2 \ 3$$

$$E[4] = 2 \ 4$$

$$E[5] = 2 \ 5$$

$$E[6] = 3 \ 2$$

$$E[7] = 3 \ 4$$

$$E[8] = 4 \ 2$$

$$E[9] = 4 \ 3$$

$$E[10] = 4 \ 5$$

$$E[11] = 4 \ 6$$

$$E[12] = 5 \ 1$$

$$E[13] = 5 \ 2$$

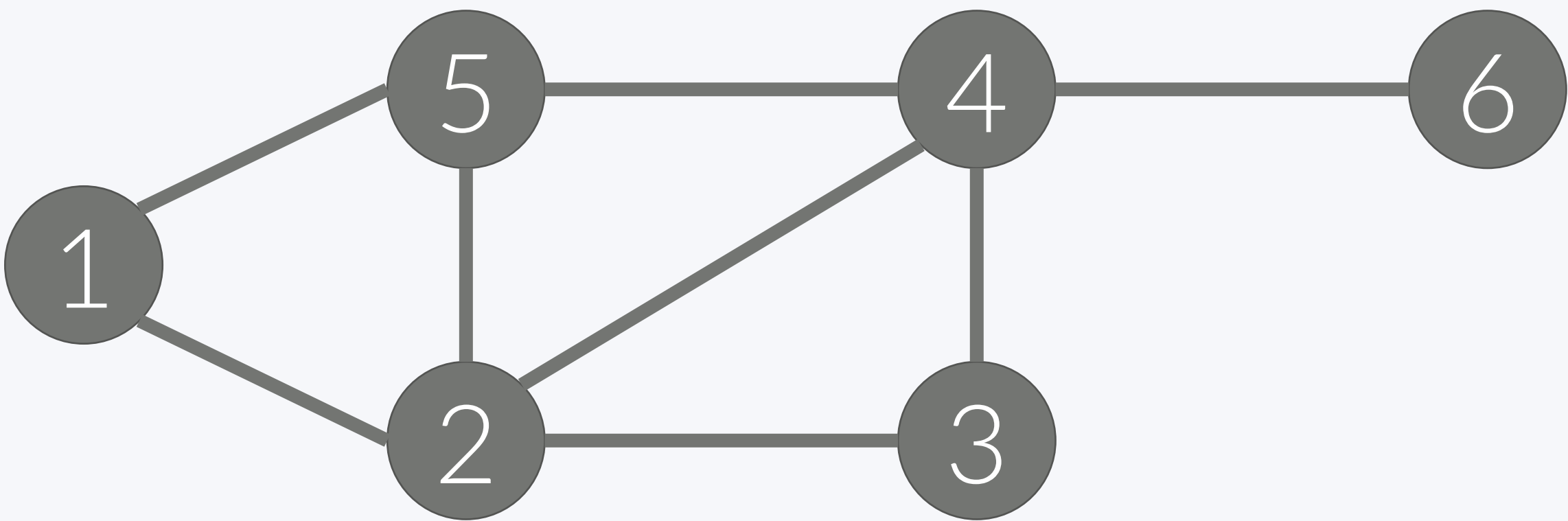
$$E[14] = 5 \ 4$$

$$E[15] = 6 \ 4$$

간선 리스트

Edge List

- 3번 정점: $\text{cnt}[2] \sim \text{cnt}[3]-1$



i	0	1	2	3	4	5	6
cnt[i]	0	2	6	8	12	15	16

$E[0] = 1\ 2$

$E[1] = 1\ 5$

$E[2] = 2\ 1$

$E[3] = 2\ 3$

$E[4] = 2\ 4$

$E[5] = 2\ 5$

$E[6] = 3\ 2$

$E[7] = 3\ 4$

$E[8] = 4\ 2$

$E[9] = 4\ 3$

$E[10] = 4\ 5$

$E[11] = 4\ 6$

$E[12] = 5\ 1$

$E[13] = 5\ 2$

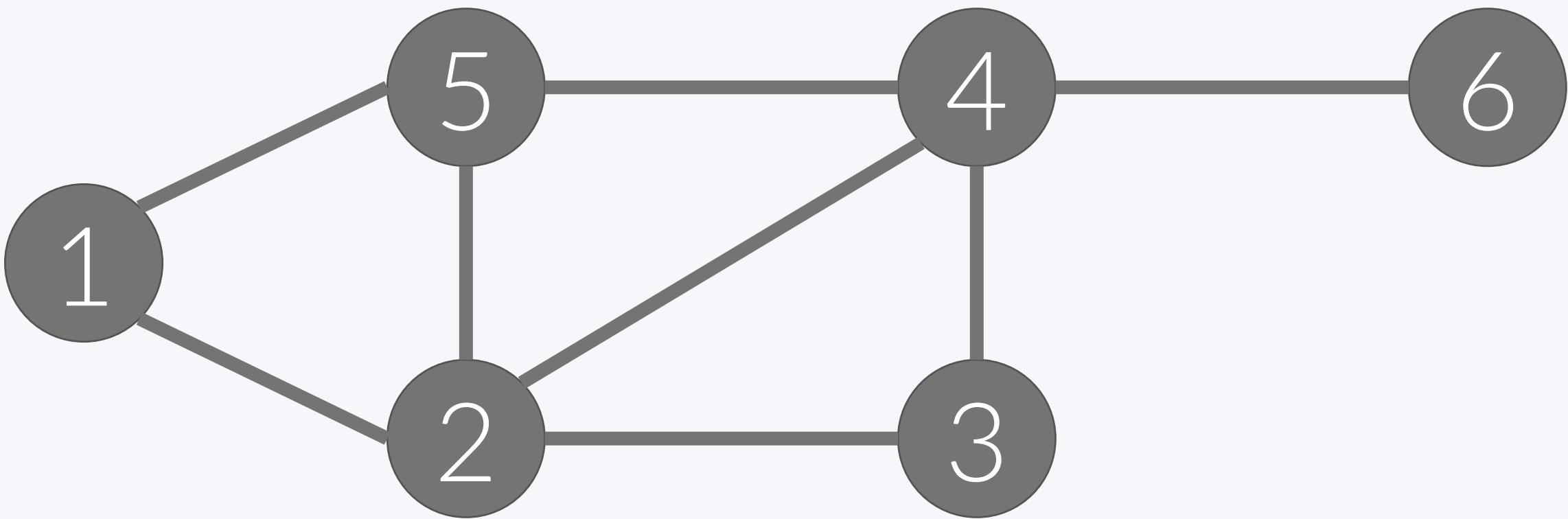
$E[14] = 5\ 4$

$E[15] = 6\ 4$

간선 리스트

Edge List

- 4번 정점: $\text{cnt}[3] \sim \text{cnt}[4]-1$



i	0	1	2	3	4	5	6
cnt[i]	0	2	6	8	12	15	16

$$E[0] = 1 \ 2$$

$$E[1] = 1 \ 5$$

$$E[2] = 2 \ 1$$

$$E[3] = 2 \ 3$$

$$E[4] = 2 \ 4$$

$$E[5] = 2 \ 5$$

$$E[6] = 3 \ 2$$

$$E[7] = 3 \ 4$$

$$E[8] = 4 \ 2$$

$$E[9] = 4 \ 3$$

$$E[10] = 4 \ 5$$

$$E[11] = 4 \ 6$$

$$E[12] = 5 \ 1$$

$$E[13] = 5 \ 2$$

$$E[14] = 5 \ 4$$

$$E[15] = 6 \ 4$$

ABCDE

<https://www.acmicpc.net/problem/13023>

- 총 N명의 친구 관계가 주어졌을 때
- 다음과 같은 친구 관계가 존재하는지 구하는 문제
- A는 B와 친구다.
- B는 C와 친구다.
- C는 D와 친구다.
- D는 E와 친구다.

ABCDE

<https://www.acmicpc.net/problem/13023>

- $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E$
- $A \rightarrow B$
- $B \rightarrow C$
- $C \rightarrow D$
- 에서 길이가 4인 단순 경로를 찾고
- $D \rightarrow E$ 를 찾는다.

ABCDE

<https://www.acmicpc.net/problem/13023>

- $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E$
- $A \rightarrow B$
- $C \rightarrow D$
- 는 그냥 간선이기 때문에, 간선 리스트로 찾을 수 있다
- $B \rightarrow C$ 는 인접 행렬로 찾을 수 있다
- $D \rightarrow E$ 는 인접 리스트로 찾는다

ABCDE

<https://www.acmicpc.net/problem/13023>

- 소스: <http://boj.kr/b451bfacded14e8d9a7792dda4fdcc2e>

DFS : 시작점에서 출발해서
연결된 모든 정점을 한번씩 방문

DFS

BFS

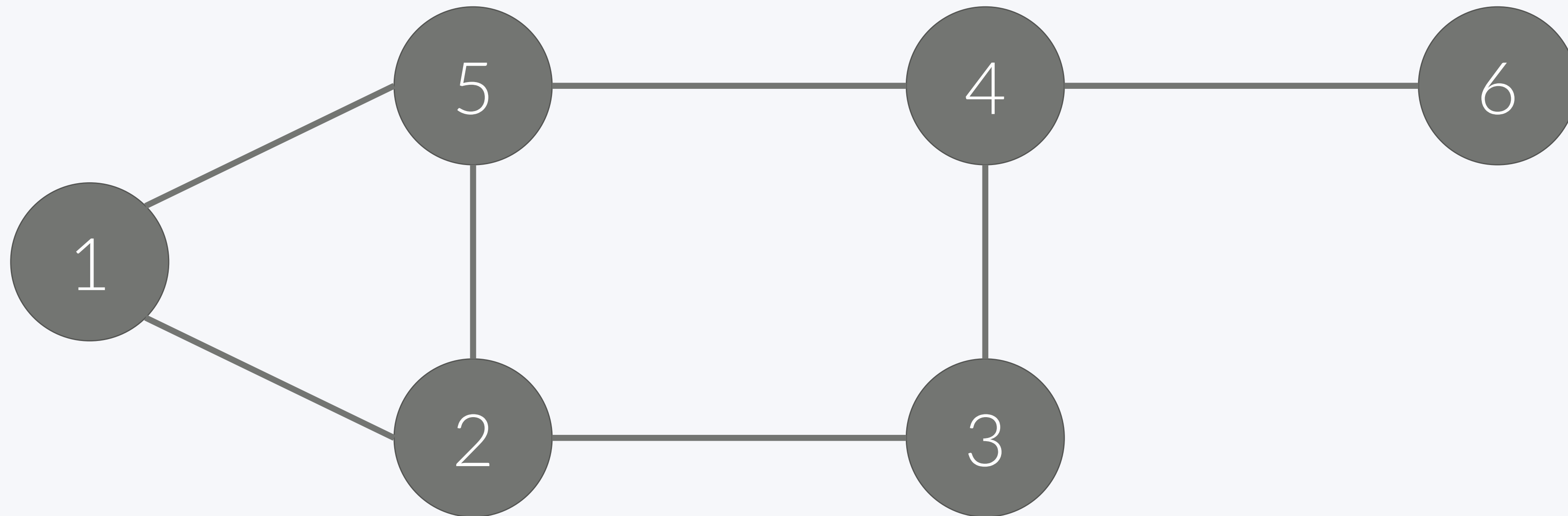
그래프의 탐색

그래프의 탐색

45

DFS, BFS

- DFS: 깊이 우선 탐색 *First Search*
- BFS: 너비 우선 탐색

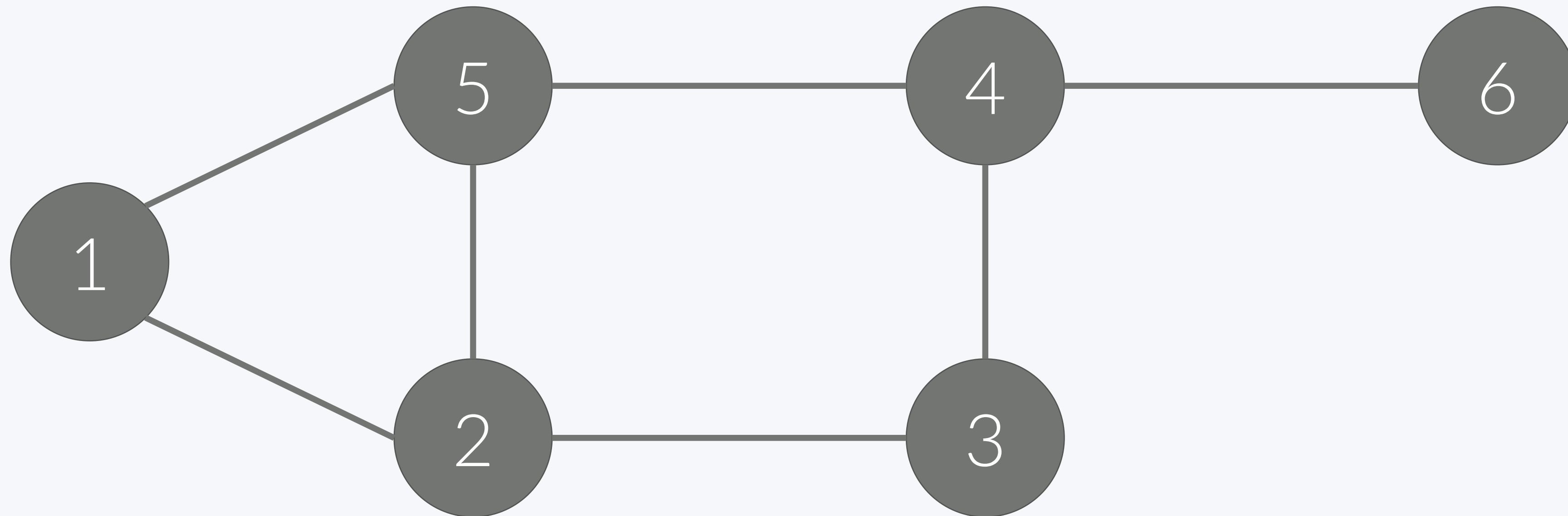


깊이 우선 탐색

Depth First Search

46

- 스택을 이용해서 갈 수 있는 만큼 최대한 많이 가고
- 갈 수 없으면 이전 정점으로 돌아간다.



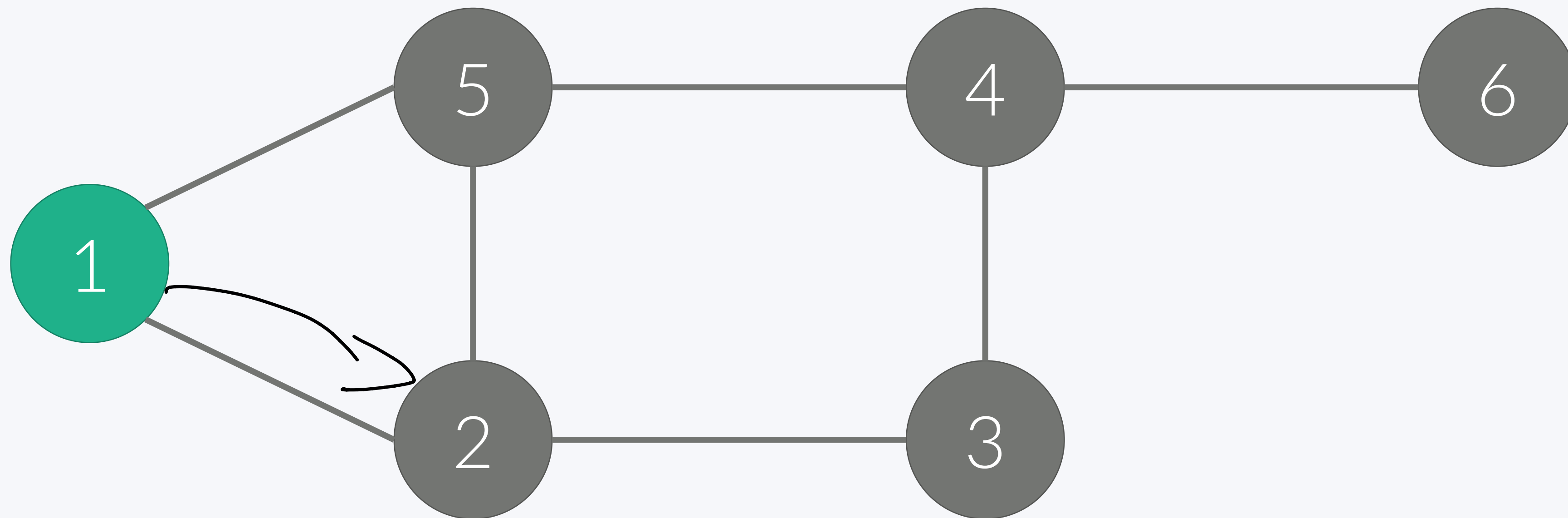
깊이 우선 탐색

47

Depth First Search

- 현재 정점: 1
- 순서: 1
- 스택: 1

i	1	2	3	4	5	6
check[i]	1	0	0	0	0	0



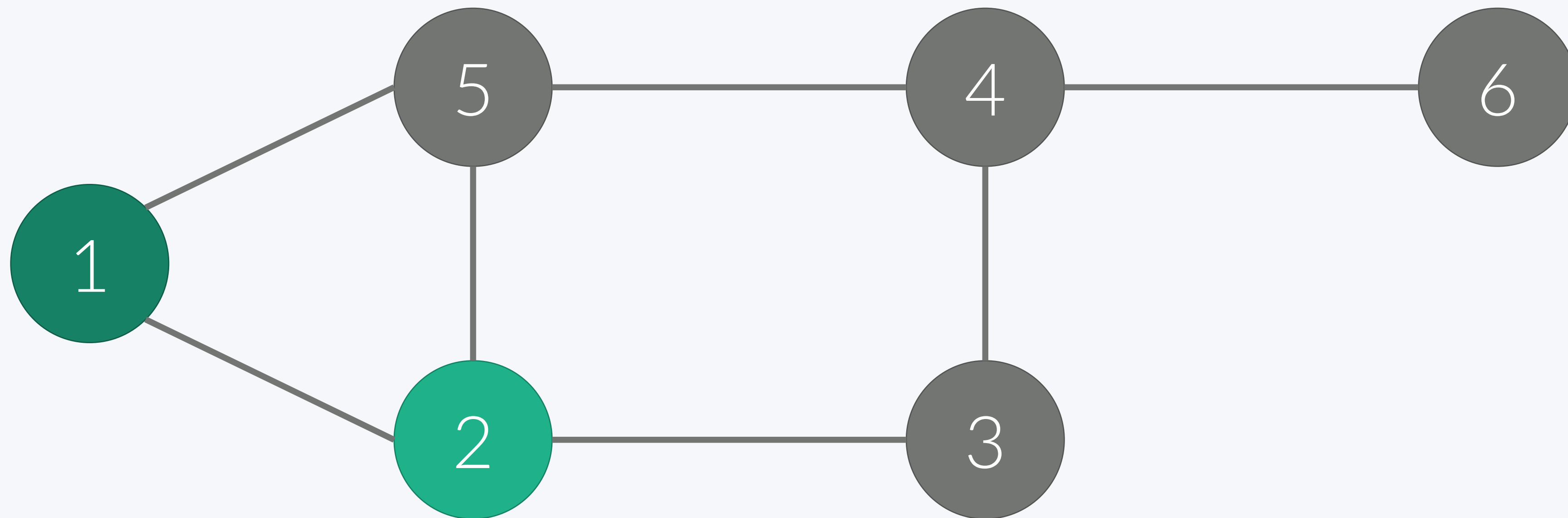
깊이 우선 탐색

48

Depth First Search

- 현재 정점: 2
- 순서: 1 2
- 스택: 1 2 3

i	1	2	3	4	5	6
check[i]	1	1	0	0	0	0



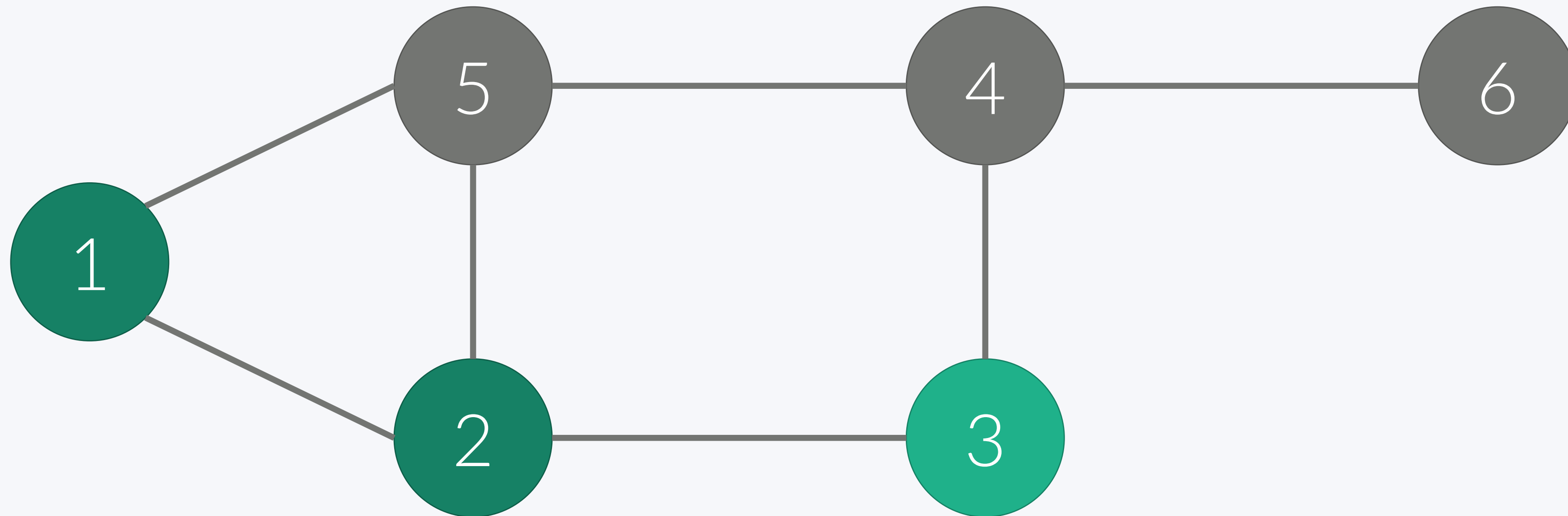
깊이 우선 탐색

49

Depth First Search

- 현재 정점: 3
- 순서: 1 2 3
- 스택: 1 2 3

i	1	2	3	4	5	6
check[i]	1	1	1	0	0	0



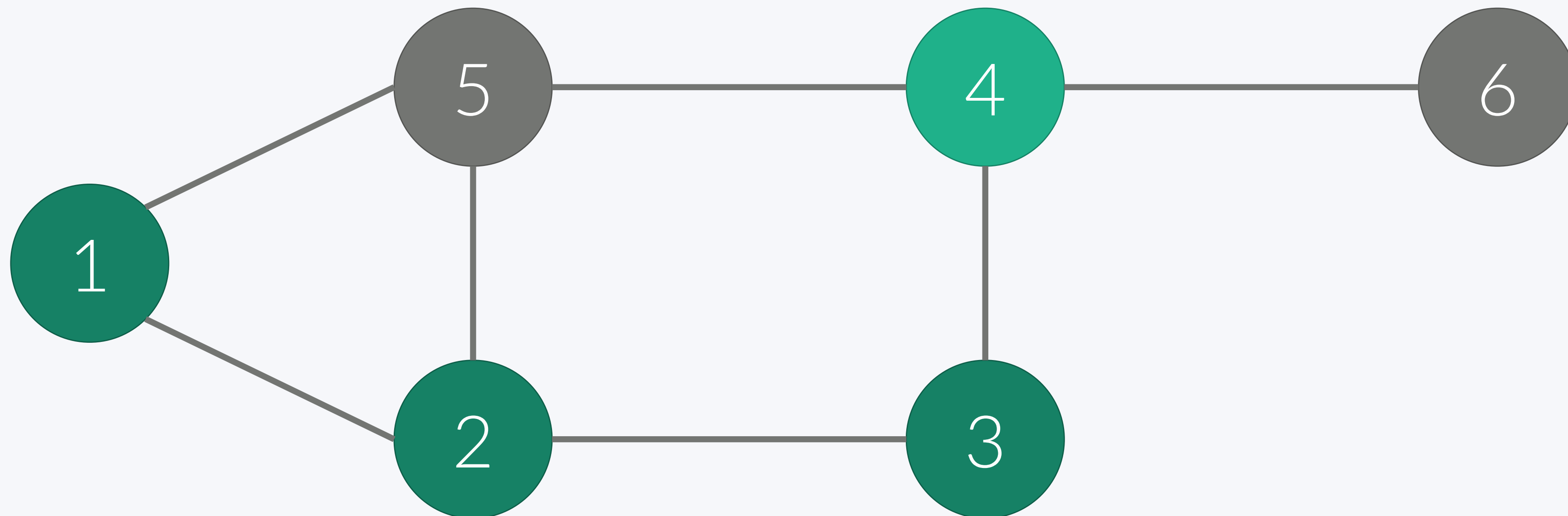
깊이 우선 탐색

50

Depth First Search

- 현재 정점: 4
- 순서: 1 2 3 4
- 스택: 1 2 3 4

i	1	2	3	4	5	6
check[i]	1	1	1	1	0	0



깊이 우선 탐색

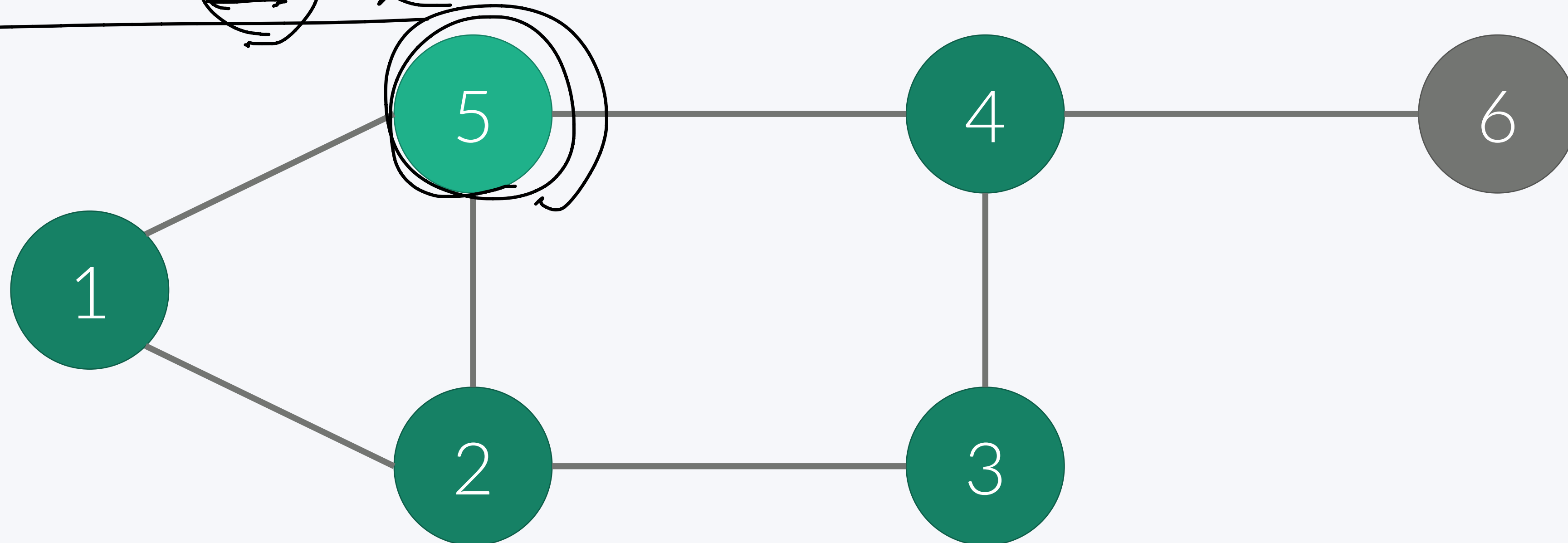
51

Depth First Search

- 현재 정점: 5
- 순서: 1 2 3 4 5
- 스택: 1 2 3 4 5

i	1	2	3	4	5	6
check[i]	1	1	1	1	1	0

(1 → 2 → 3 → 4 → ~~5~~)



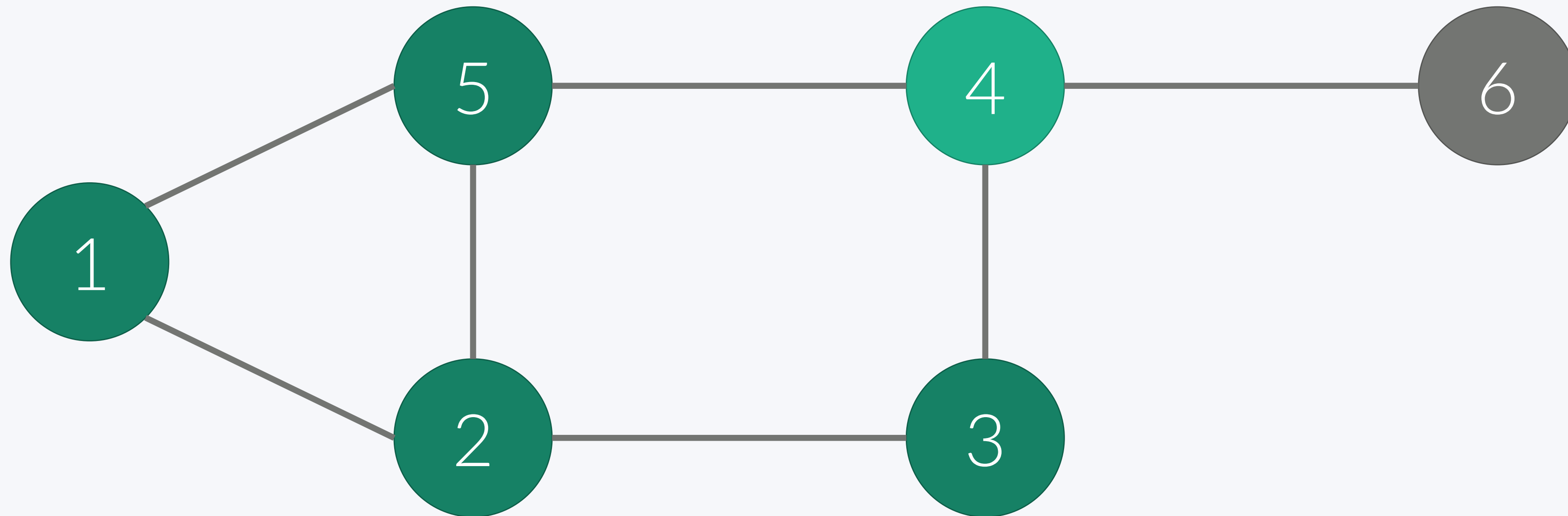
깊이 우선 탐색

52

Depth First Search

- 현재 정점: 4
- 순서: 1 2 3 4 5
- 스택: 1 2 3 4
- 5에서 더 갈 수 있는 것이 없기 때문에, 4로 돌아간다.

i	1	2	3	4	5	6
check[i]	1	1	1	1	1	0



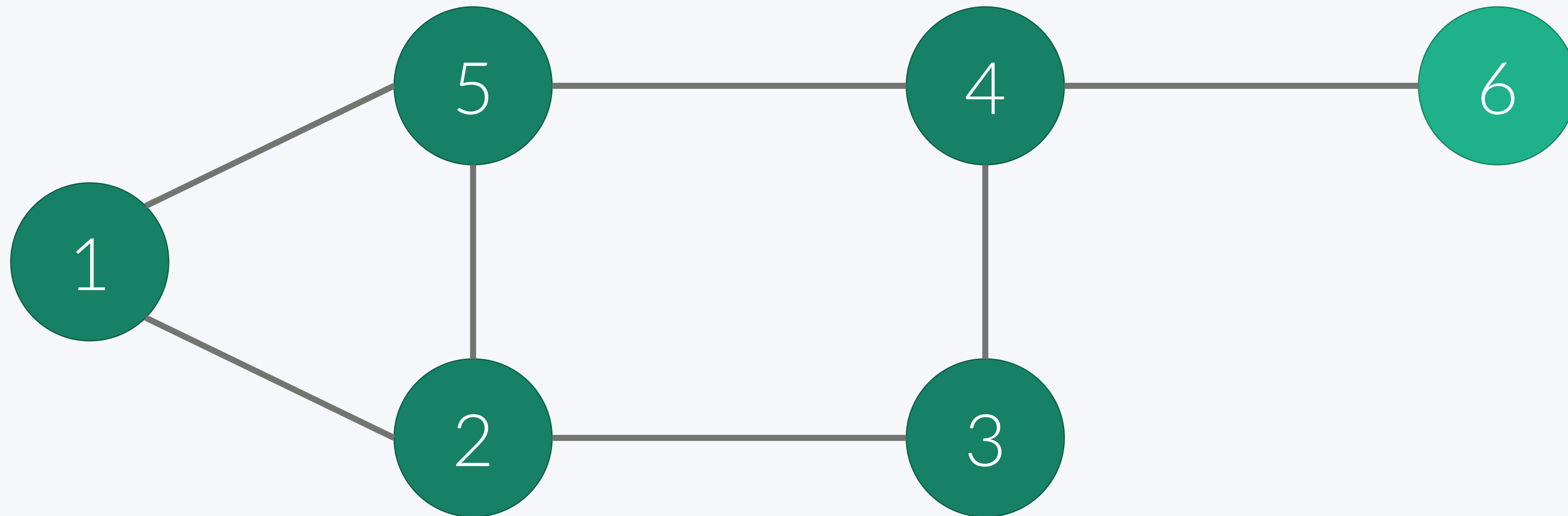
깊이 우선 탐색

53

Depth First Search

- 현재 정점: 6
- 순서: 1 2 3 4 5 6
- 스택: 1 2 3 4 6

i	1	2	3	4	5	6
check[i]	1	1	1	1	1	1



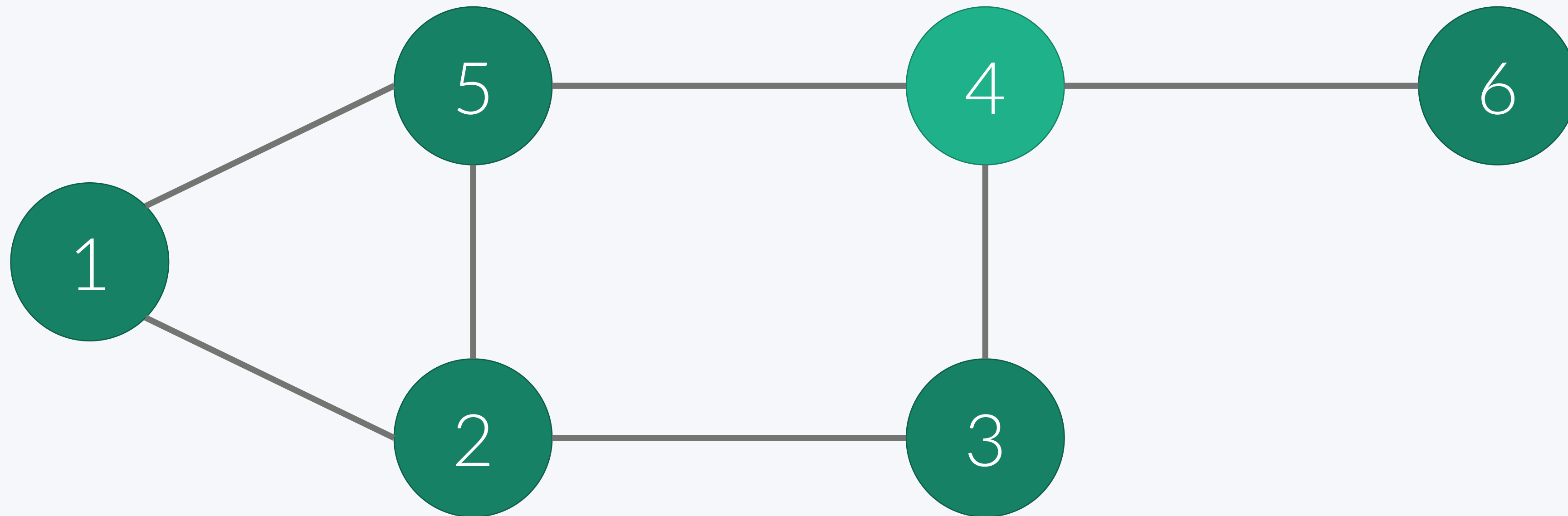
깊이 우선 탐색

54

Depth First Search

- 현재 정점: 4
- 순서: 1 2 3 4 5 6
- 스택: 1 2 3 4
- 6에서 갈 수 있는 것이 없기 때문에 4로 돌아간다.

i	1	2	3	4	5	6
check[i]	1	1	1	1	1	1



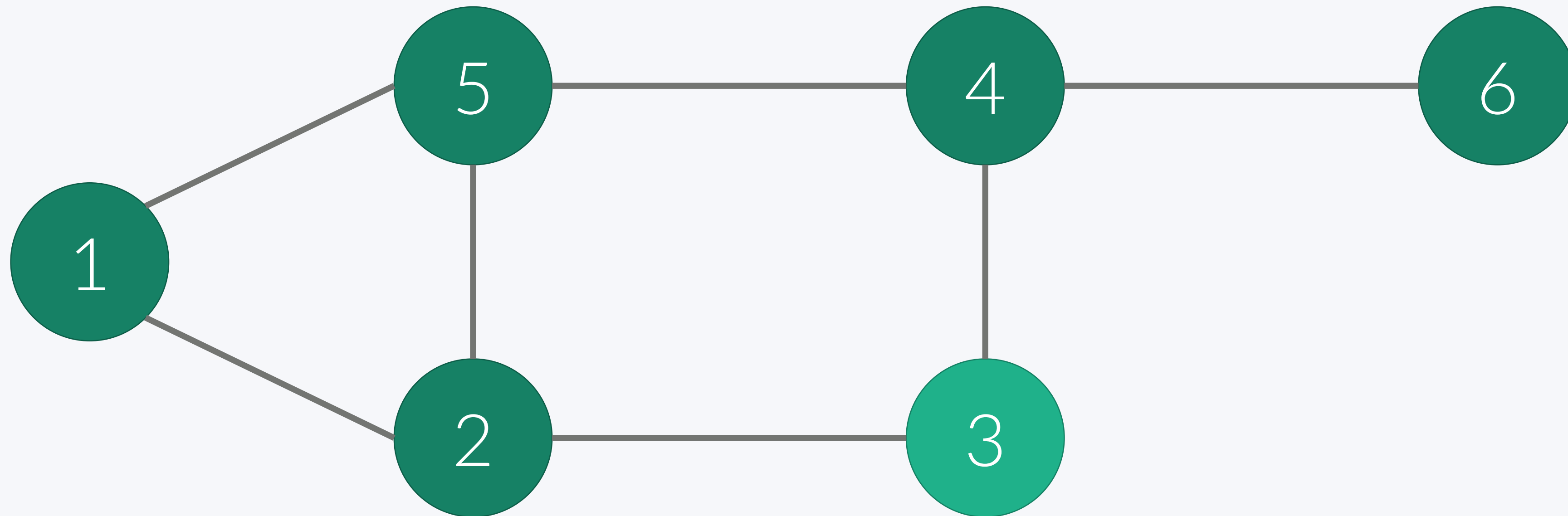
깊이 우선 탐색

55

Depth First Search

- 현재 정점: 3
- 순서: 1 2 3 4 5 6
- 스택: 1 2 3
- 4에서 갈 수 있는 것이 없기 때문에 3으로 돌아간다.

i	1	2	3	4	5	6
check[i]	1	1	1	1	1	1



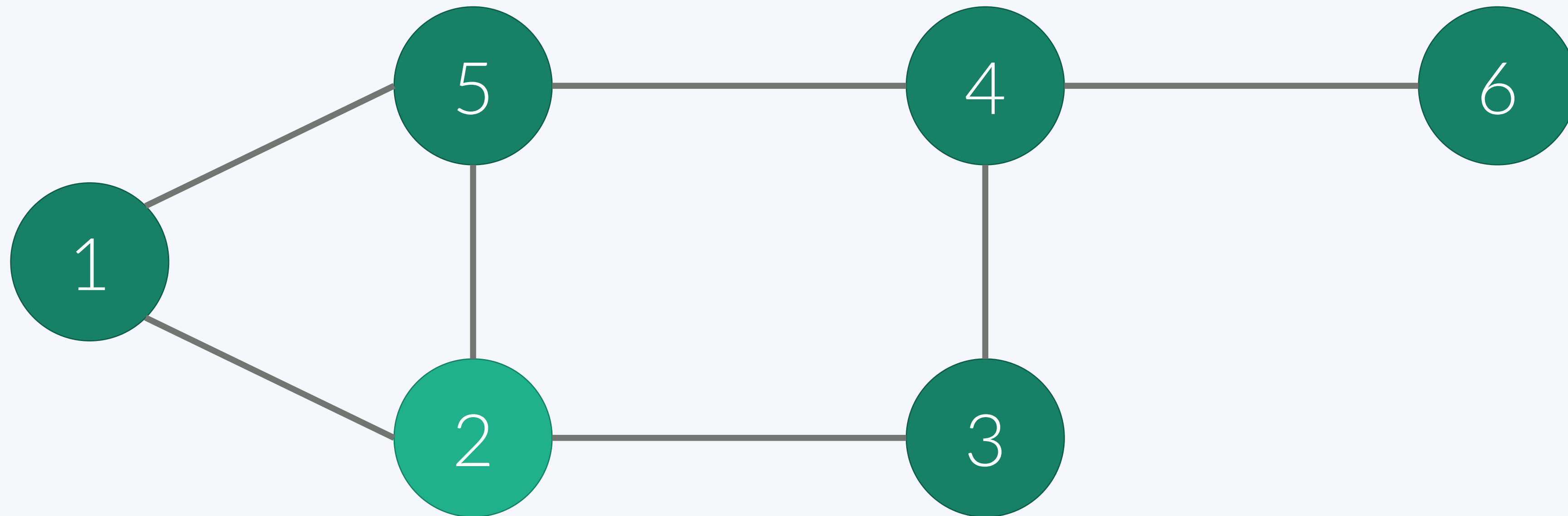
깊이 우선 탐색

56

Depth First Search

- 현재 정점: 2
- 순서: 1 2 3 4 5 6
- 스택: 1 2
- 3에서 갈 수 있는 것이 없기 때문에 2으로 돌아간다.

i	1	2	3	4	5	6
check[i]	1	1	1	1	1	1



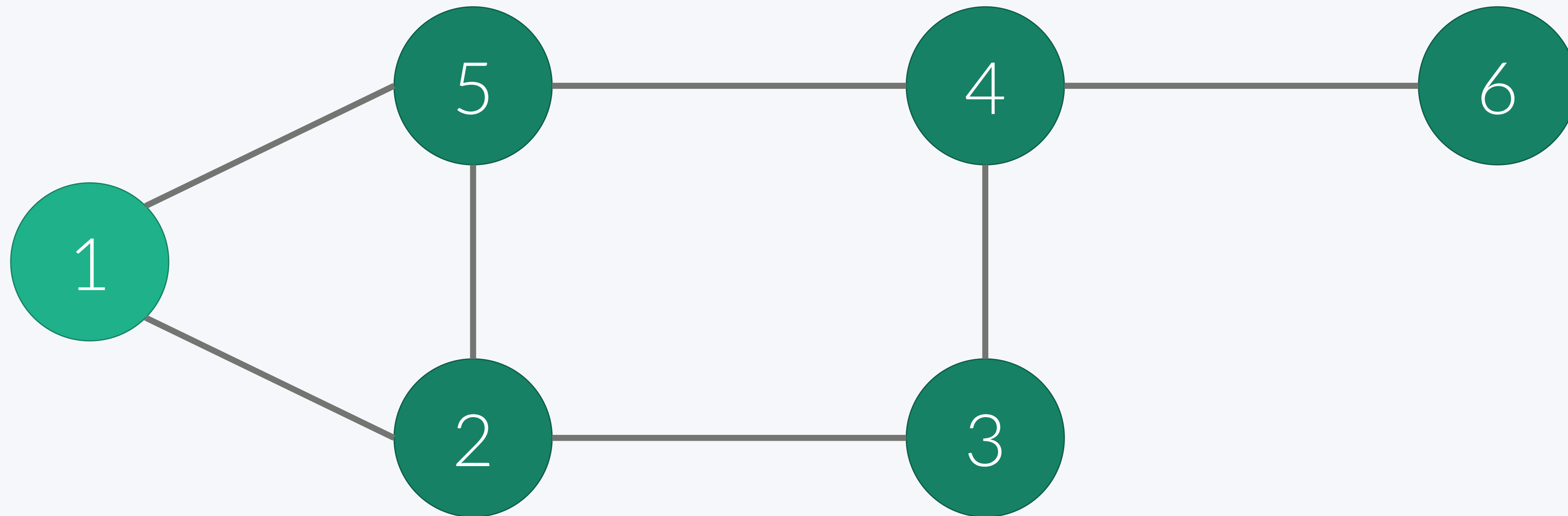
깊이 우선 탐색

57

Depth First Search

- 현재 정점: 1
- 순서: 1 2 3 4 5 6
- 스택: 1
- 2에서 갈 수 있는 것이 없기 때문에 1으로 돌아간다.

i	1	2	3	4	5	6
check[i]	1	1	1	1	1	1



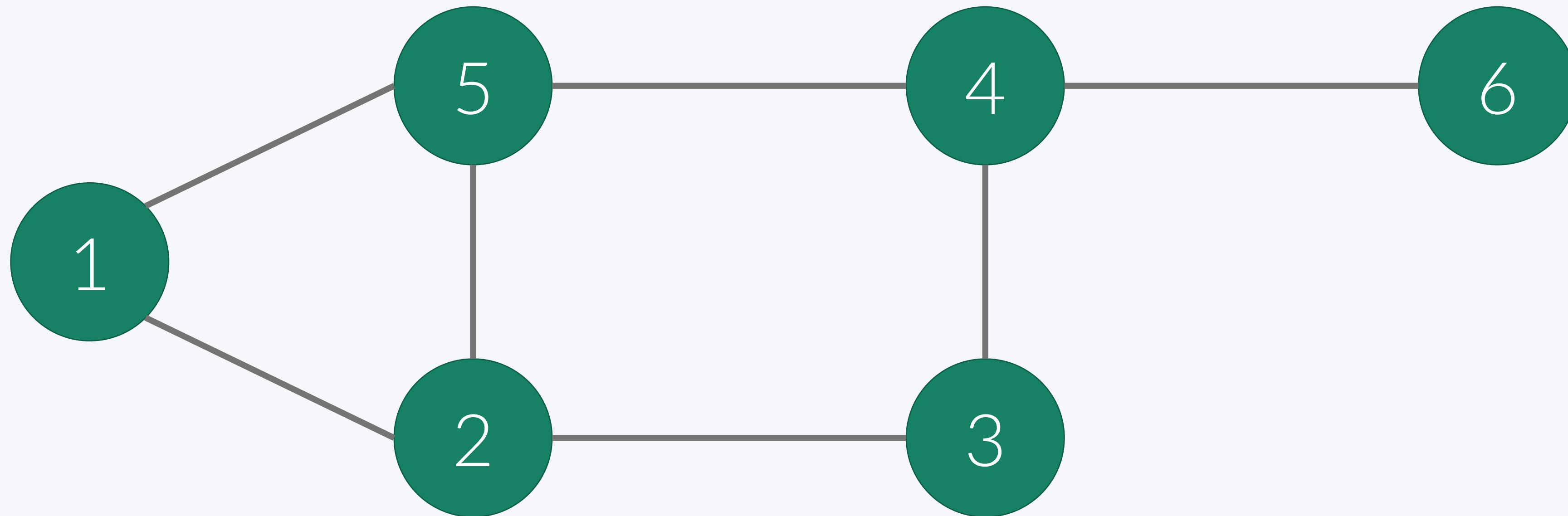
깊이 우선 탐색

58

Depth First Search

- 현재 정점:
- 순서: 1 2 3 4 5 6
- 스택:
- 탐색 종료

i	1	2	3	4	5	6
check[i]	1	1	1	1	1	1



깊이 우선 탐색

Depth First Search

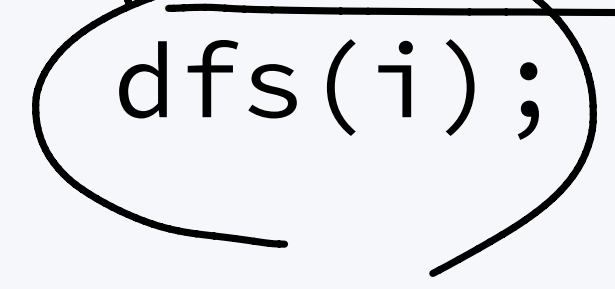
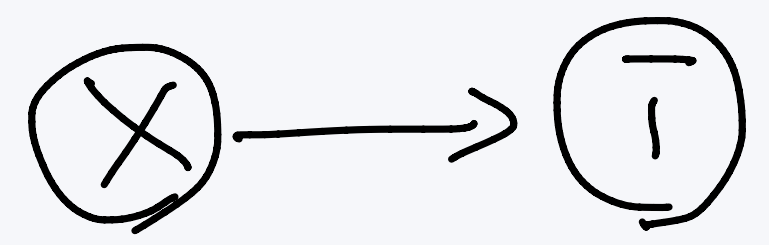
시간복잡도: $O(V^2)$

$V \times O(V)$

- 재귀 호출을 이용해서 구현할 수 있다.

```
void dfs(int x) {  
    check[x] = true;  
    printf("%d ", x);  
    for (int i=1; i<=n; i++) {  
        if (a[x][i] == 1 && check[i] == false) {  
            dfs(i);  
        }  
    }  
}
```

X를 방문



간선 있음

방문 X

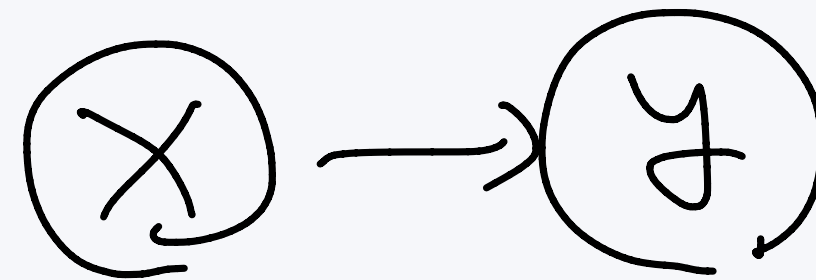
- 인접 행렬을 이용한 구현

깊이 우선 탐색

Depth First Search

- 재귀 호출을 이용해서 구현할 수 있다.

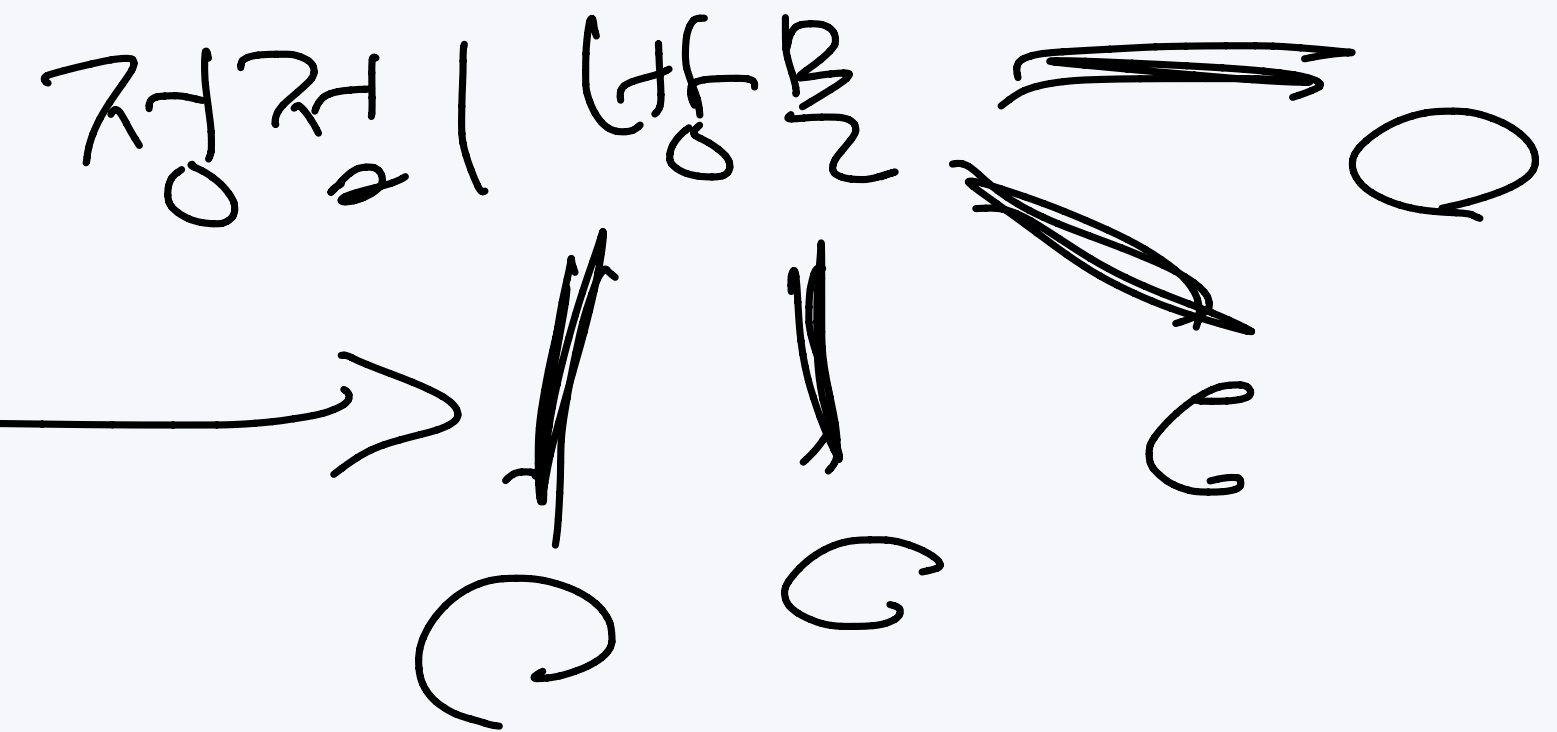
```
void dfs(int x) {  
    check[x] = true;  
    printf("%d ", x);  
    for (int i=0; i<a[x].size(); i++) {  
        int y = a[x][i];  
        if (check[y] == false) {  
            dfs(y); 방문x  
        }  
    }  
}
```



시간복잡도 $O(V+E)$

항상 V 번

모든 정점 1번 방문



- 인접 리스트를 이용한 구현

너비 우선 탐색

Breadth First Search

- 큐를 이용해서 지금 위치에서 갈 수 있는 것을 모두 큐에 넣는 방식
- 큐에 넣을 때 방문했다고 체크해야 한다.

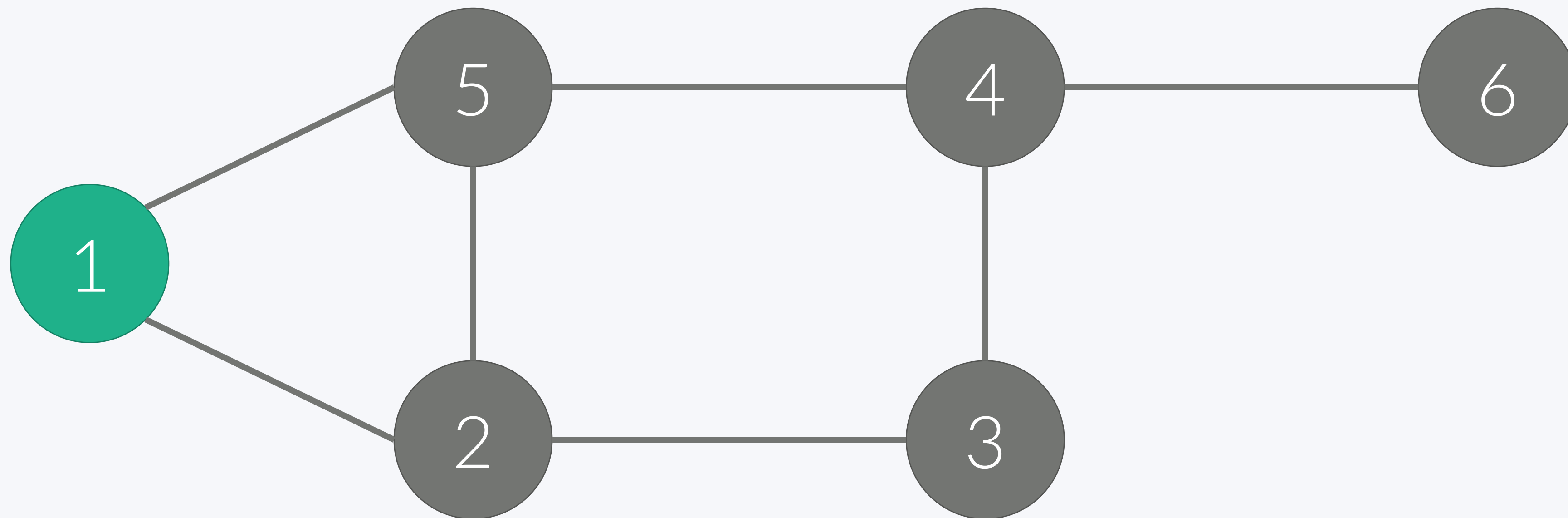
너비 우선 탐색

62

Breadth First Search

- 현재 정점: 1
- 순서: 1
- 큐: 1

i	1	2	3	4	5	6
check[i]	1	0	0	0	0	0



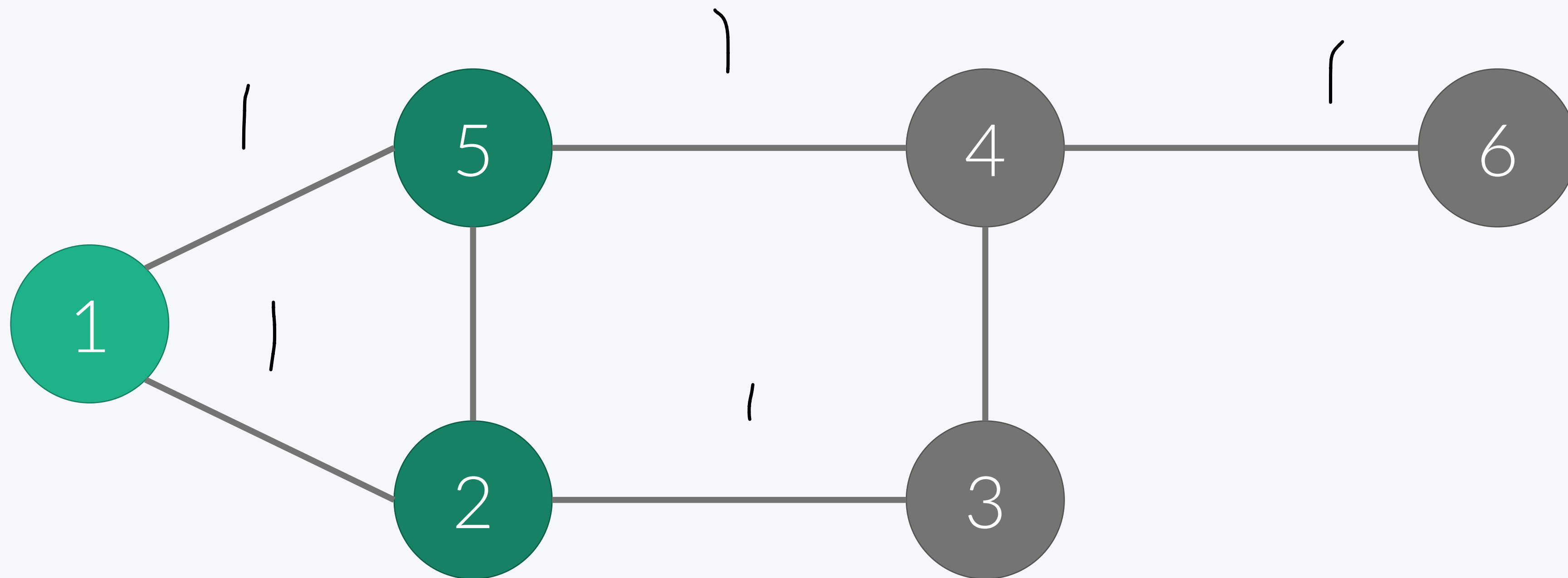
너비 우선 탐색

63

Breadth First Search

- 현재 정점: 1
- 순서: 1 2 5
- 큐: 1 2 5

i	1	2	3	4	5	6
check[i]	1	1	0	0	1	0



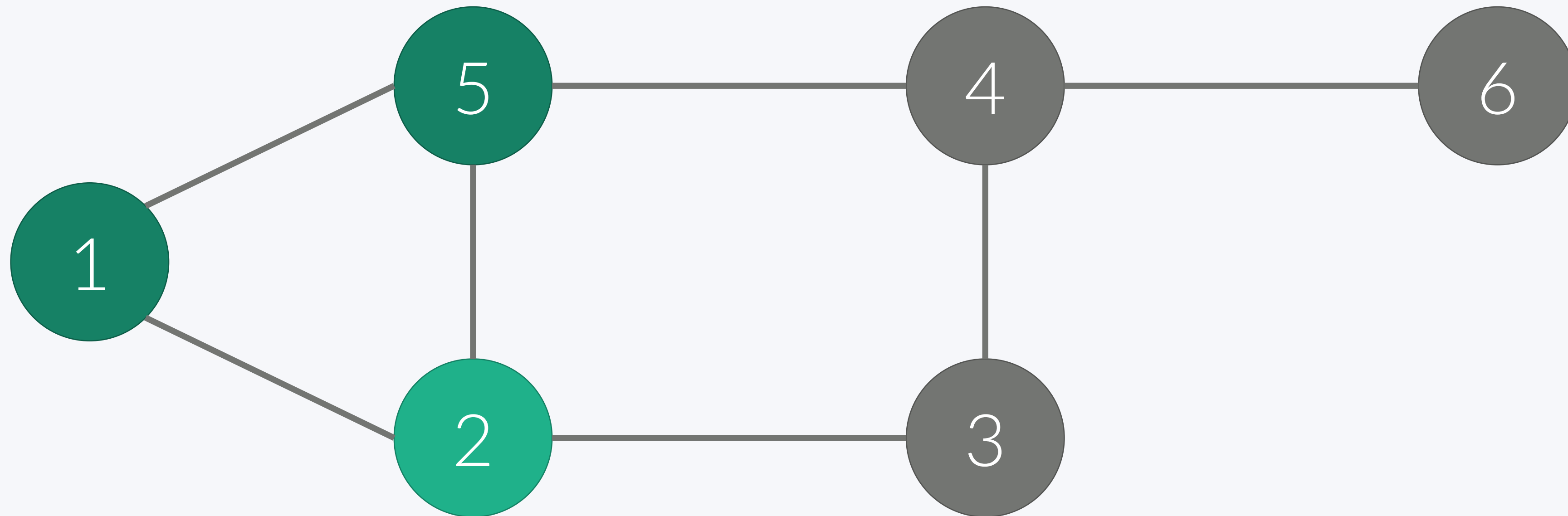
너비 우선 탐색

64

Breadth First Search

- 현재 정점: 2
- 순서: 1 2 5
- 큐: 2 5

i	1	2	3	4	5	6
check[i]	1	1	0	0	1	0



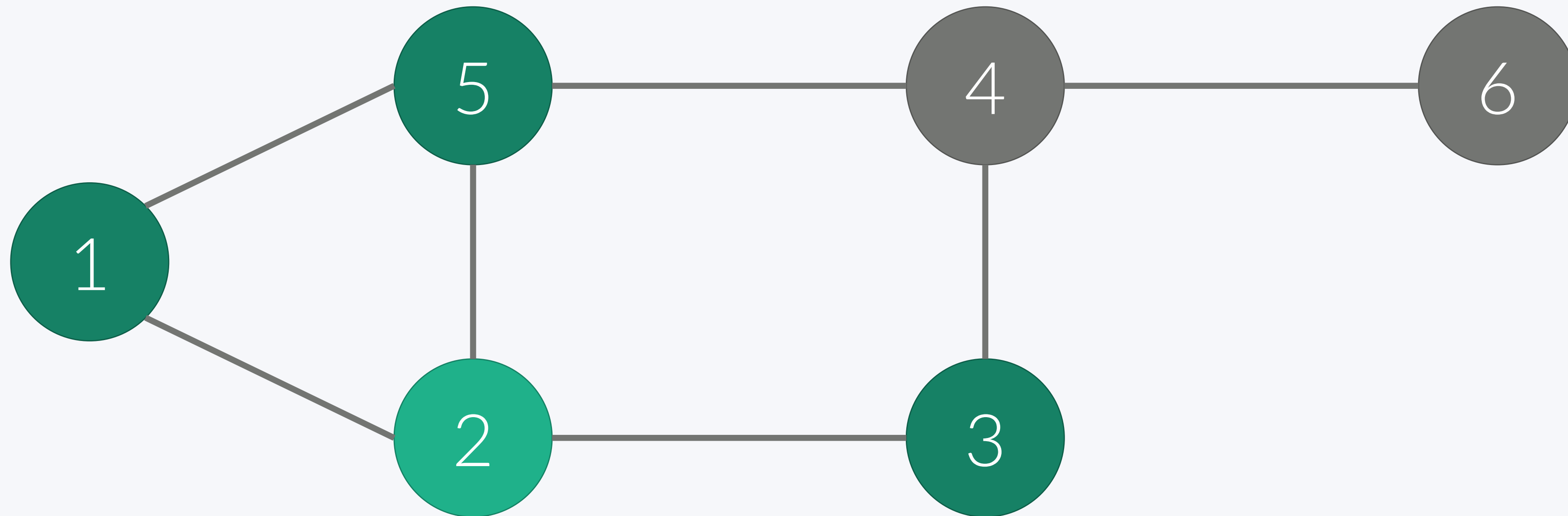
너비 우선 탐색

65

Breadth First Search

- 현재 정점: 2
- 순서: 1 2 5 3
- 큐: 2 5 3

i	1	2	3	4	5	6
check[i]	1	1	1	0	1	0



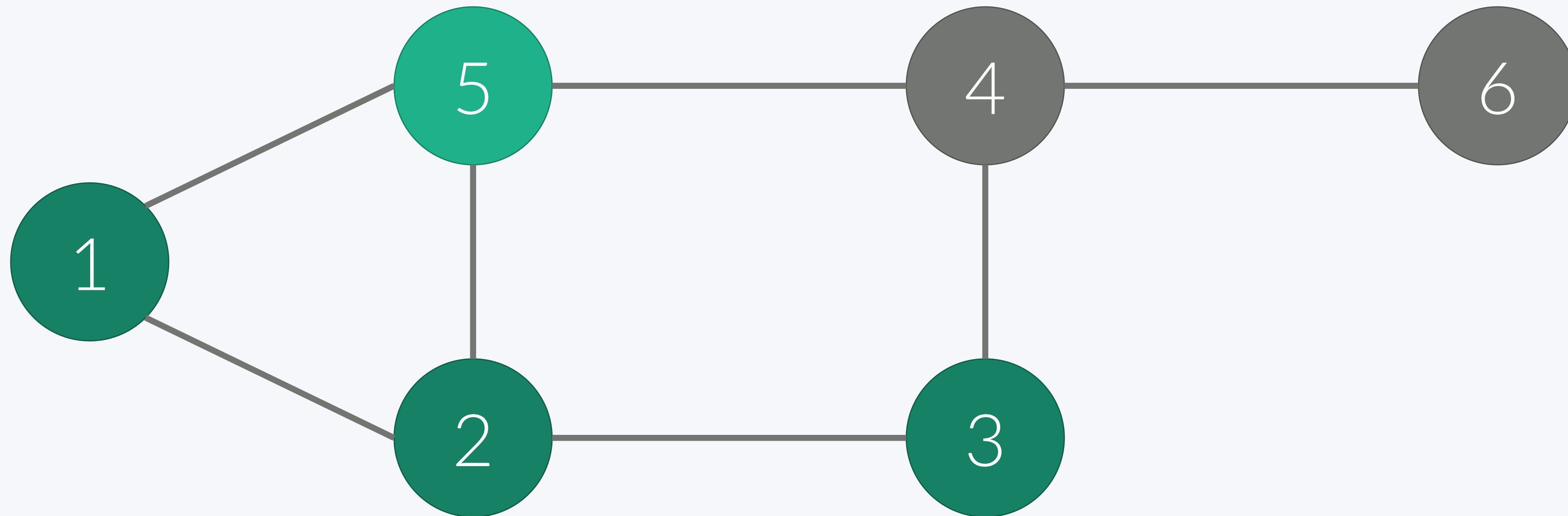
너비 우선 탐색

66

Breadth First Search

- 현재 정점: 5
- 순서: 1 2 5 3
- 큐: 5 3

i	1	2	3	4	5	6
check[i]	1	1	1	0	1	0



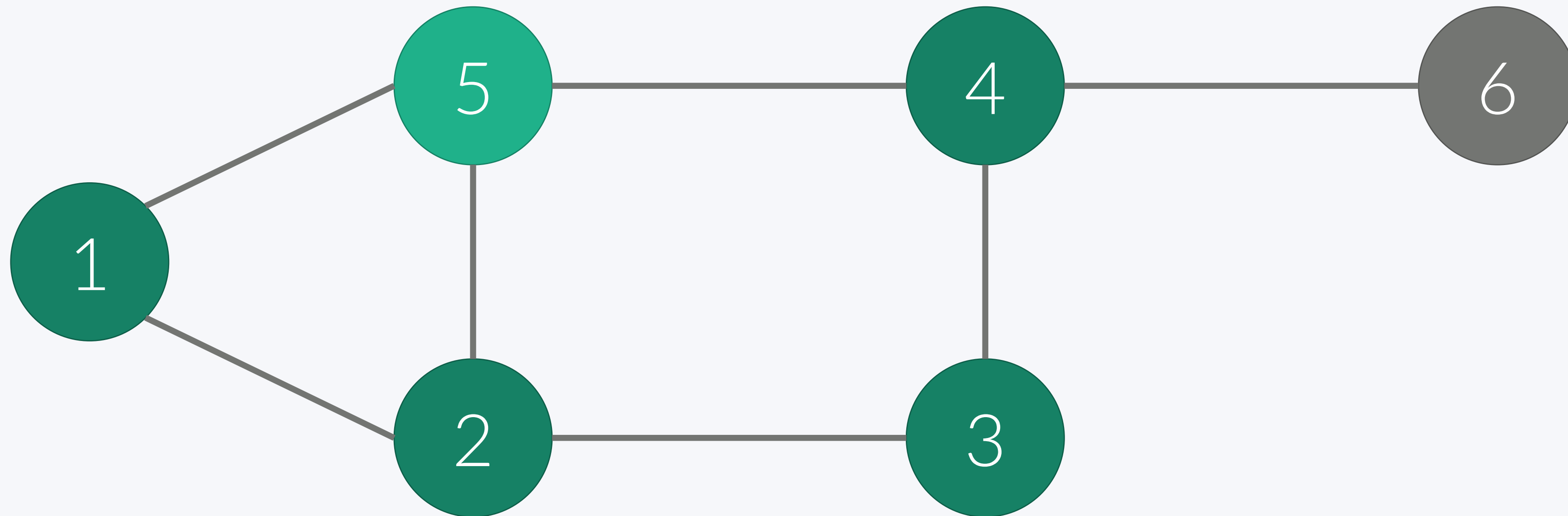
너비 우선 탐색

67

Breadth First Search

- 현재 정점: 5
- 순서: 1 2 5 3 4
- 큐: 5 3 4

i	1	2	3	4	5	6
check[i]	1	1	1	1	1	0



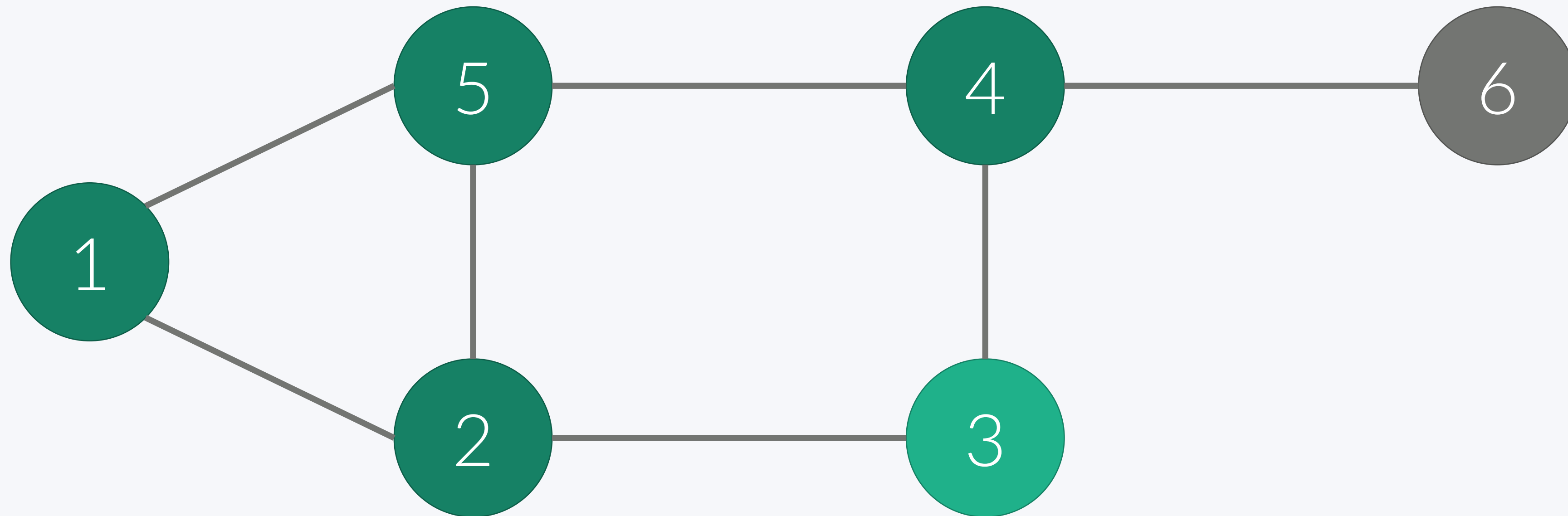
너비 우선 탐색

68

Breadth First Search

- 현재 정점: 3
- 순서: 1 2 5 3 4
- 큐: 3 4

i	1	2	3	4	5	6
check[i]	1	1	1	1	1	0



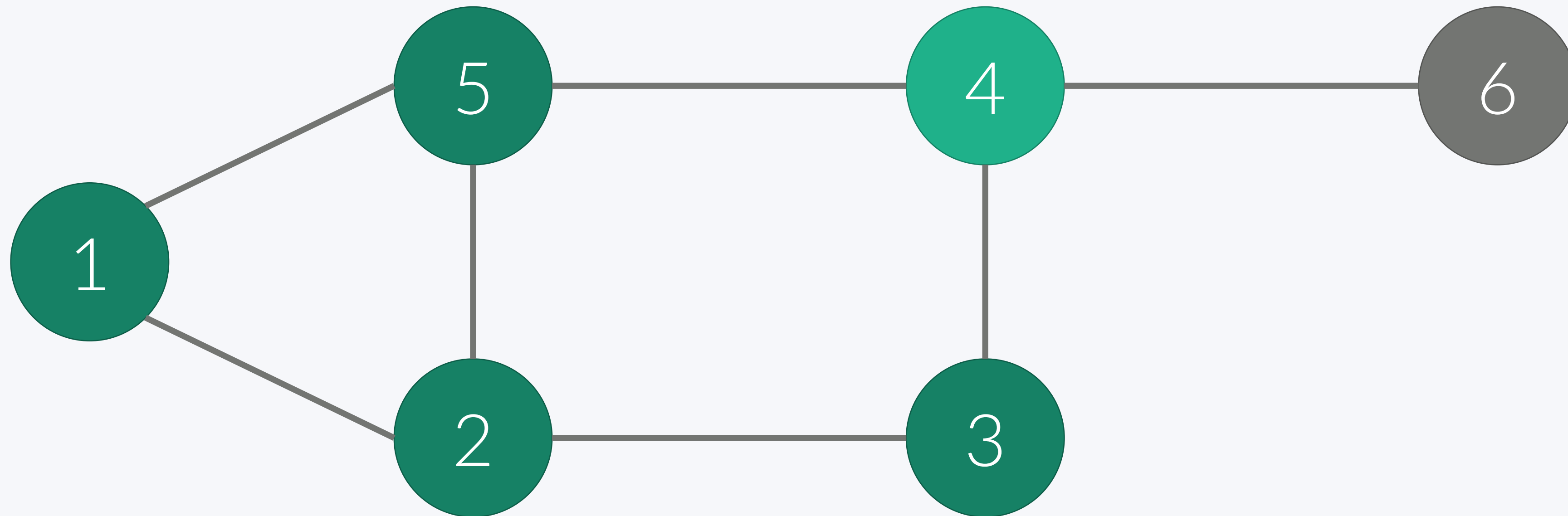
너비 우선 탐색

69

Breadth First Search

- 현재 정점: 4
- 순서: 1 2 5 3 4
- 큐: 4

i	1	2	3	4	5	6
check[i]	1	1	1	1	1	0



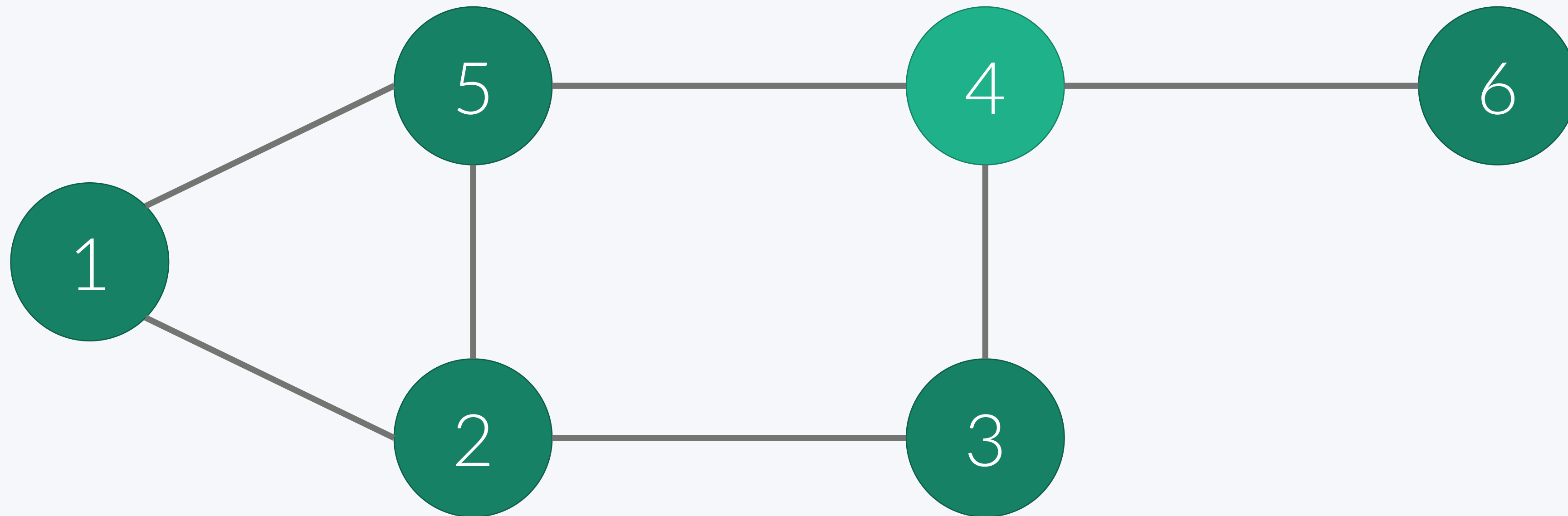
너비 우선 탐색

70

Breadth First Search

- 현재 정점: 4
- 순서: 1 2 5 3 4 6
- 큐: 4 6

i	1	2	3	4	5	6
check[i]	1	1	1	1	1	1



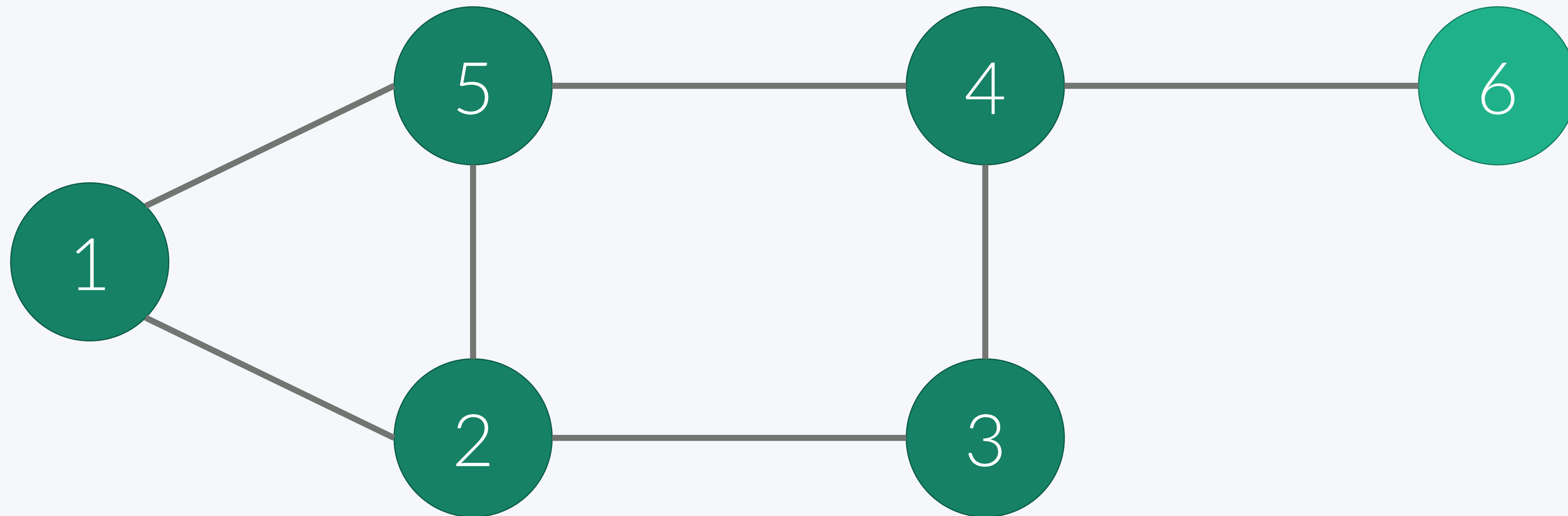
너비 우선 탐색

71

Breadth First Search

- 현재 정점: 6
- 순서: 1 2 5 3 4 6
- 큐: 6

i	1	2	3	4	5	6
check[i]	1	1	1	1	1	1



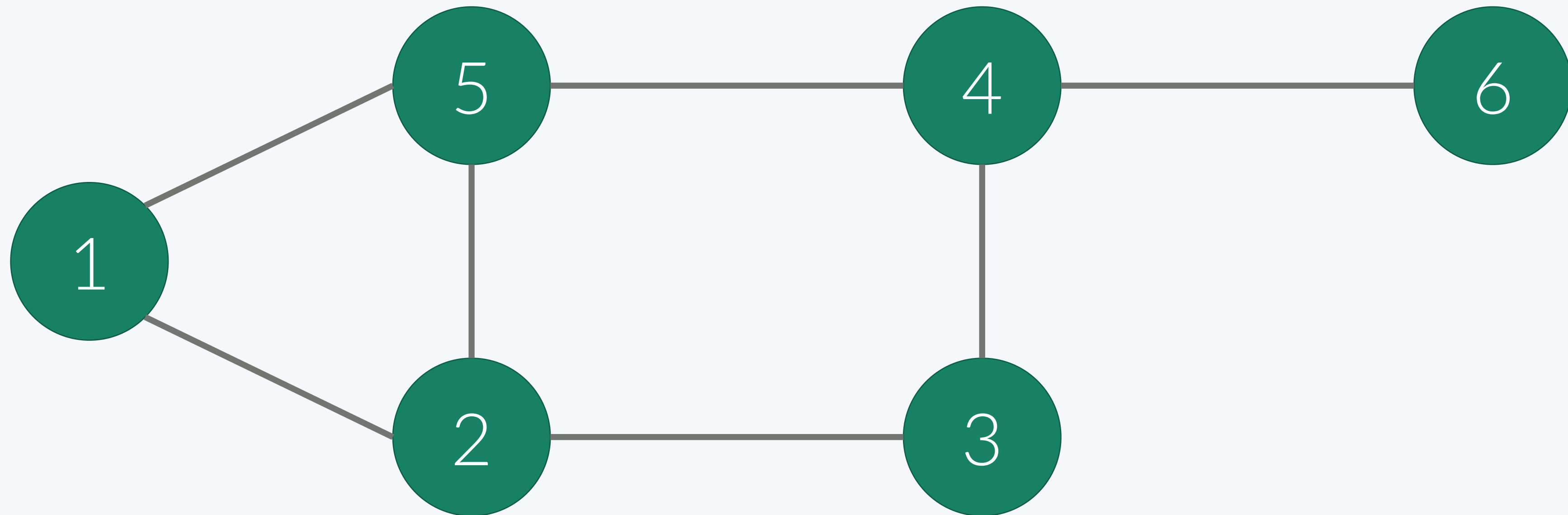
너비 우선 탐색

72

Breadth First Search

- 현재 정점: 6
- 순서: 1 2 5 3 4 6
- 큐:
- 탐색 완료

i	1	2	3	4	5	6
check[i]	1	1	1	1	1	1



너비 우선 탐색

Breadth First Search

- BFS의 구현은 Queue를 이용해서 할 수 있다. (인접 행렬)

```
queue<int> q;
```

```
check[1] = true; q.push(1);
```

```
while (!q.empty()) {
```

```
    int x = q.front(); q.pop();
```

```
    printf("%d ", x);
```

```
    for (int i=1; i<=n; i++) {
```

```
        if (a[x][i] == 1 && check[i] == false) {
```

```
            check[i] = true;
```

```
            q.push(i);
```

```
        }
```

```
    }
```

```
}
```

모든 노드를 1번씩 push pop

$$\textcircled{V} \times \textcircled{V} = V^2$$

하루
오전

너비 우선 탐색

Breadth First Search

$$O(V+E)$$

- BFS의 구현은 Queue를 이용해서 할 수 있다. (인접 리스트)

```
queue<int> q;
check[1] = true; q.push(1);
while (!q.empty()) {
    int x = q.front(); q.pop();
    printf("%d ", x);
    for (int i=0; i<a[x].size(); i++) {
        int y = a[x][i];
        if (check[y] == false) {
            check[y] = true; q.push(y);
        }
    }
}
```

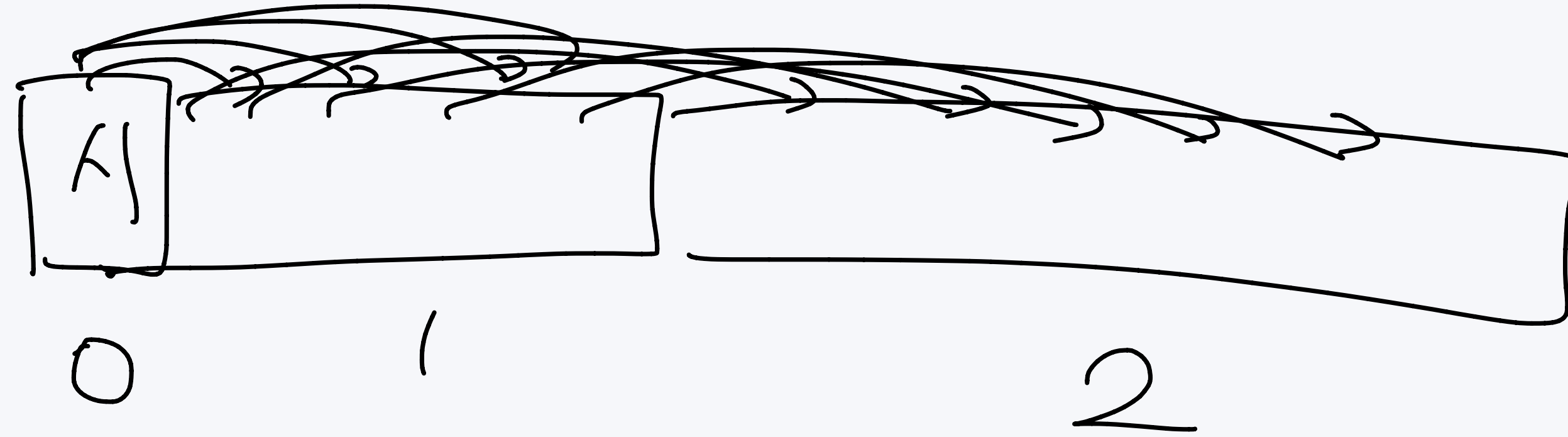
시간 복잡도

75

Time Complexity

- 인접 행렬: $O(V^2)$
- 인접 리스트: $O(V+E)$

거리



DFS와 BFS

<https://www.acmicpc.net/problem/1260>

- 그래프를 DFS로 탐색한 결과와 BFS로 탐색한 결과를 출력하는 문제

DFS와 BFS

SCC

77

<https://www.acmicpc.net/problem/1260>

- 인접 리스트 소스: <http://boj.kr/8cfb38af1fec4c02b45df8aa1ddc3d35>
- 간선 리스트 소스: <http://boj.kr/75117d4eb75046e595751ea07360d15c>
- 비재귀 구현 소스: <http://boj.kr/3dd5be9093ba4cc69ad0ce10d2ecb318>

연결 그래프
Connected Graph

연결 요소

연결 요소

Connected Component

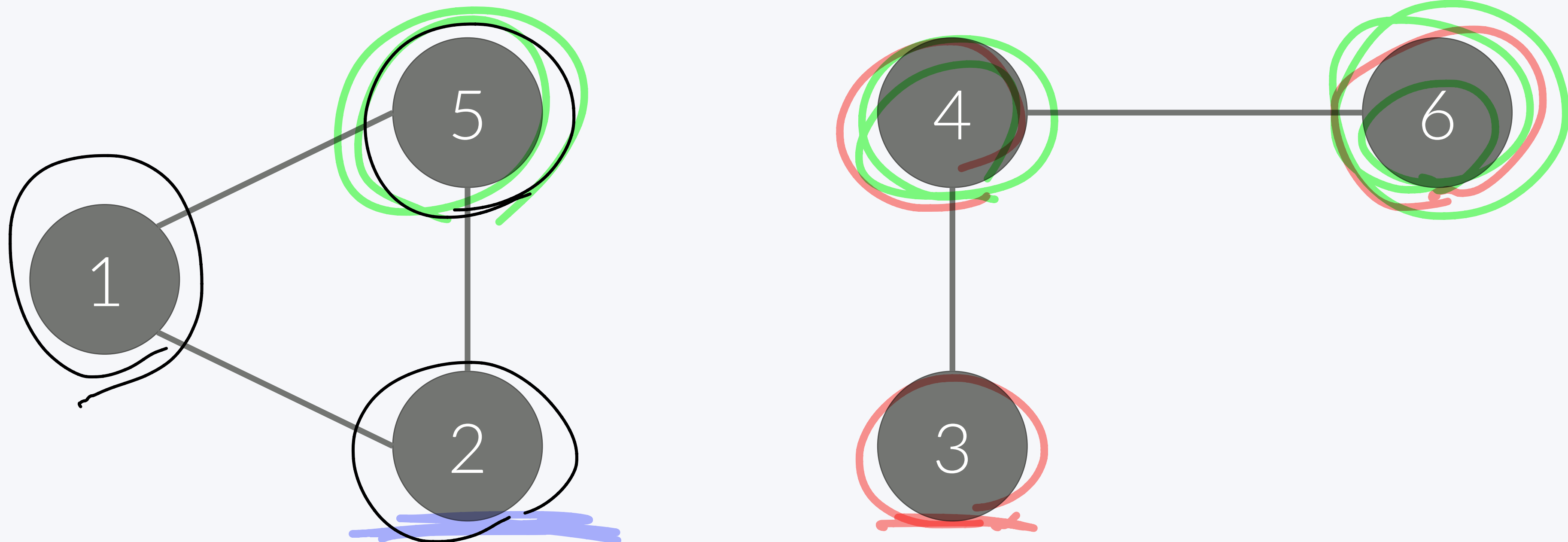
DFS / BFS

그래프 1개
연결 요소 2개

79

- 그래프가 아래 그림과 같이 나누어져 있지 않은 경우가 있을 수도 있다
- 이렇게 나누어진 각각의 그래프를 연결 요소라고 한다.
- 연결 요소에 속한 모든 정점을 연결하는 경로가 있어야 한다
- 또, 다른 연결 요소에 속한 정점과 연결하는 경로가 있으면 안된다

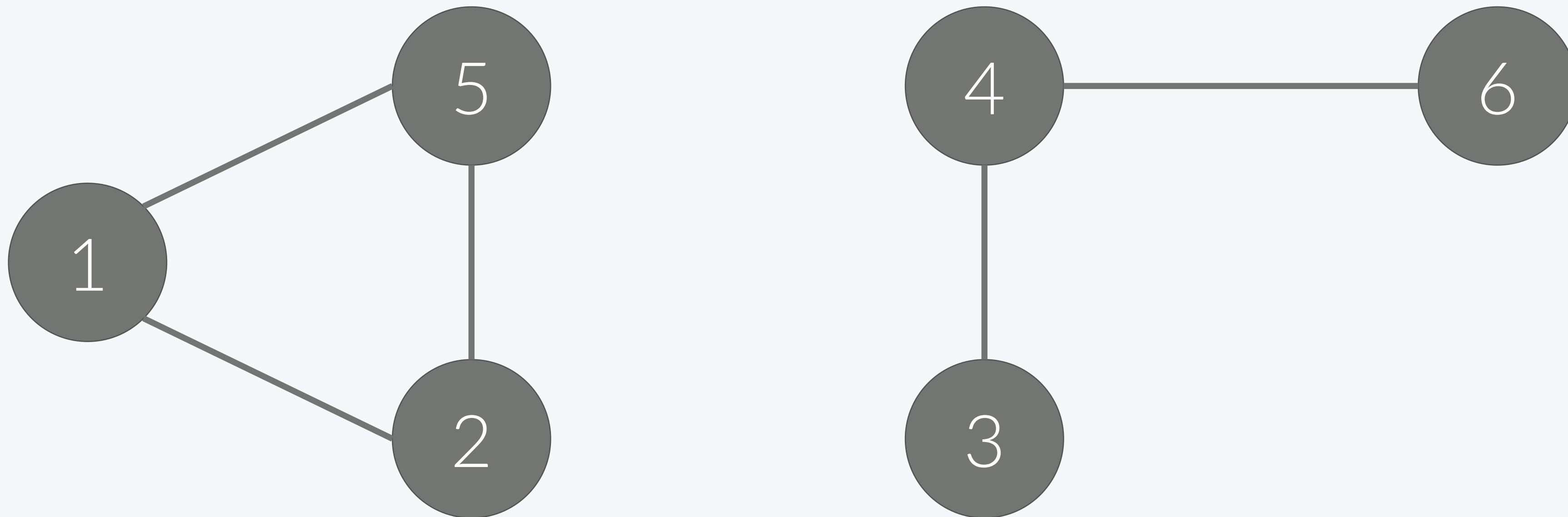
2



연결 요소

Connected Component

- 아래 그래프는 총 2개의 연결 요소로 이루어져 있다
- 연결 요소를 구하는 것은 DFS나 BFS 탐색을 이용해서 구할 수 있다.



연결 요소

<https://www.acmicpc.net/problem/11724>

- 연결 요소의 개수를 구하는 문제

연결 요소

<https://www.acmicpc.net/problem/11724>

- 소스: <http://boj.kr/834e40c947c446e3b1062db14a12a346>

이분 그래프

이분 그래프

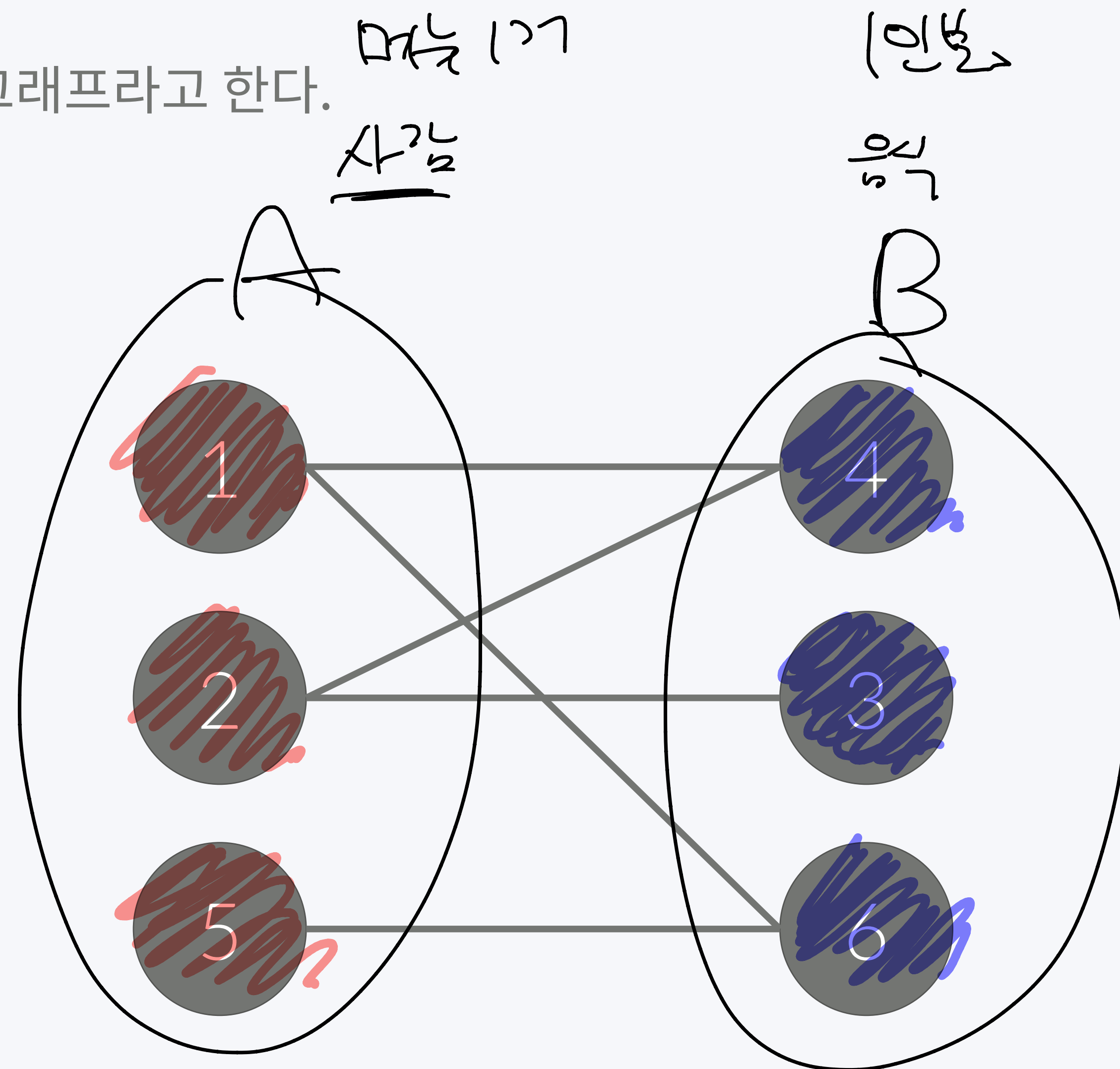
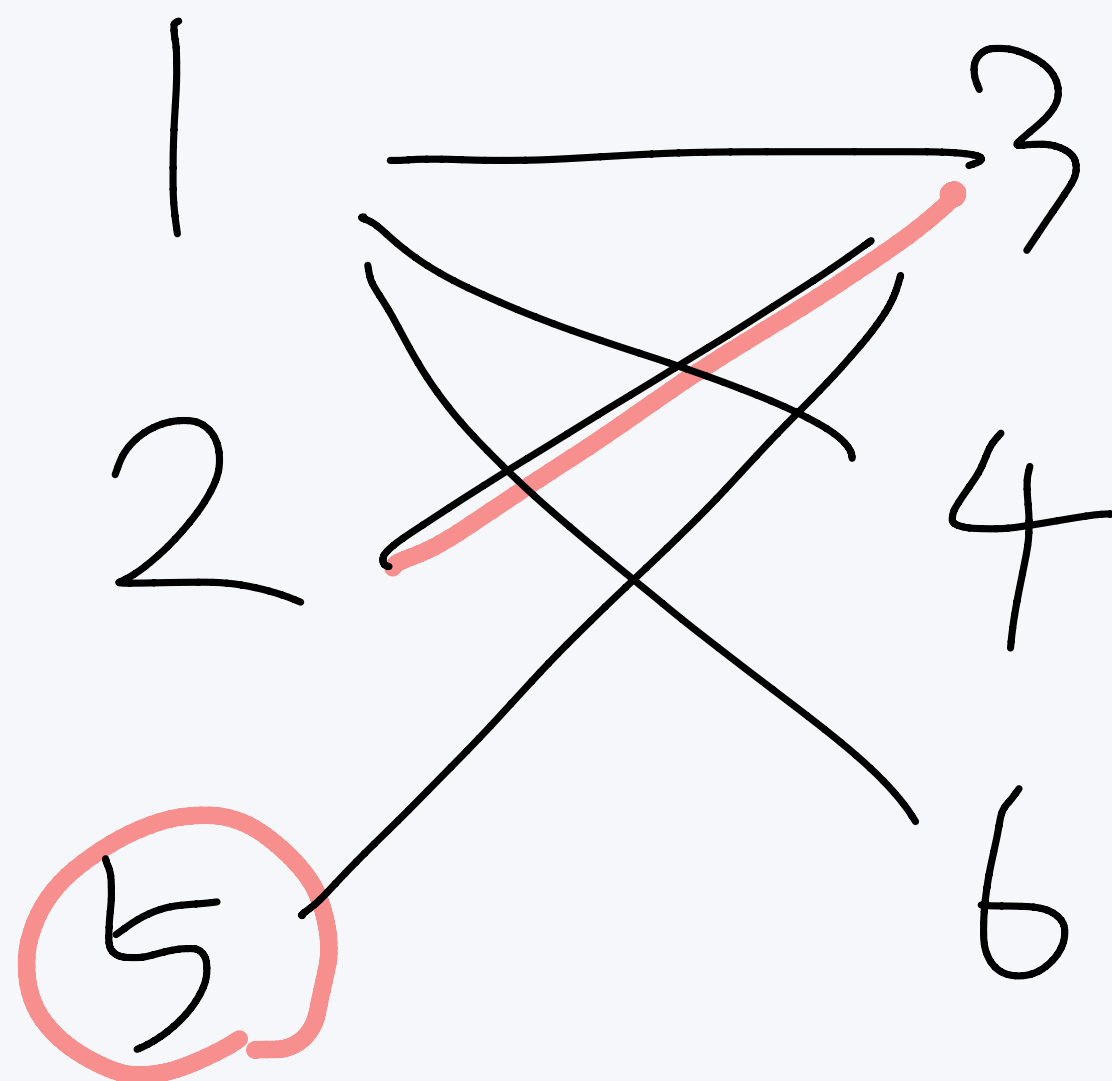
Bipartite Graph

DFS, BFS



84

- 그래프를 다음과 같이 A와 B로 나눌 수 있으면 이분 그래프라고 한다.
- A에 포함되어 있는 정점끼리 연결된 간선이 없음
- B에 포함되어 있는 정점끼리 연결된 간선이 없음
- 모든 간선의 한 끝 점은 A에, 다른 끝 점은 B에



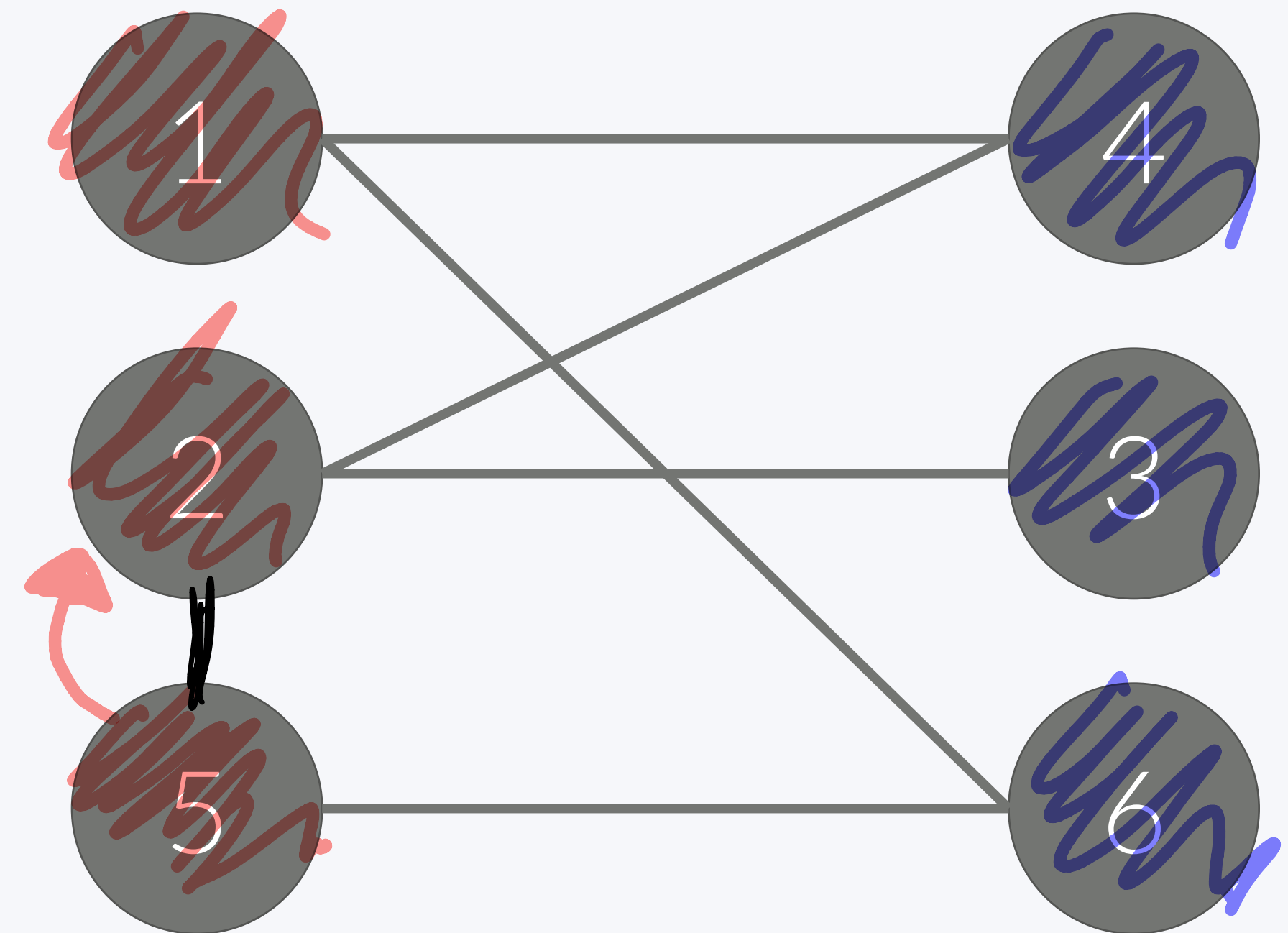
이분 그래프

Bipartite Graph

Check [] = 0 방문 X
1 방문 O

85

- 그래프를 DFS또는 BFS 탐색으로 이분 그래프인지 아닌지 알아낼 수 있다. 방문 O



이분 그래프

<https://www.acmicpc.net/problem/1707>

- 그래프가 이분 그래프인지 아닌지 판별하는 문제

이분 그래프

87

<https://www.acmicpc.net/problem/1707>

- 소스: <http://boj.kr/f4c6e3659f664a1db4c0499b4fdb29f4>

DFS BFS

플러드 필

플러드 필

Flood Fill

- 어떤 위치와 연결된 모든 위치를 찾는 알고리즘

단지번호붙이기

<https://www.acmicpc.net/problem/2667>

- 정사각형 모양의 지도가 있다
- 0은 집이 없는 곳, 1은 집이 있는 곳
- 지도를 가지고 연결된 집의 모임인 단지를 정의하고, 단지에 번호를 붙이려고 한다
- 연결: 좌우 아래위로 집이있는 경우

단지번호붙이기

<https://www.acmicpc.net/problem/2667>

1집
OX

0	1	1	0	1	0	0
0	1	1	0	1	0	1
1	1	1	0	1	0	1
0	0	0	0	1	1	1
0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	1	1	1	0
0	1	1	1	0	0	0

점점: (r, c)

가운데: $(r-1, c)$

$(r, c-1)$

$(r-1, c)$

$(r, c) = (r, c+1)$

0	1	1	0	2	0	0
0	1	1	0	2	0	2
1	1	1	0	2	0	2
0	0	0	0	2	2	2
0	3	0	0	0	0	0
0	3	3	3	3	3	0
0	3	3	3	0	0	0

단지번호붙이기

<https://www.acmicpc.net/problem/2667>

- DFS나 BFS 알고리즘을 이용해서 어떻게 이어져있는지 확인할 수 있다.
- $d[i][j] = (i, j)$ 를 방문안했으면 0, 했으면 단지 번호

단지번호붙이기

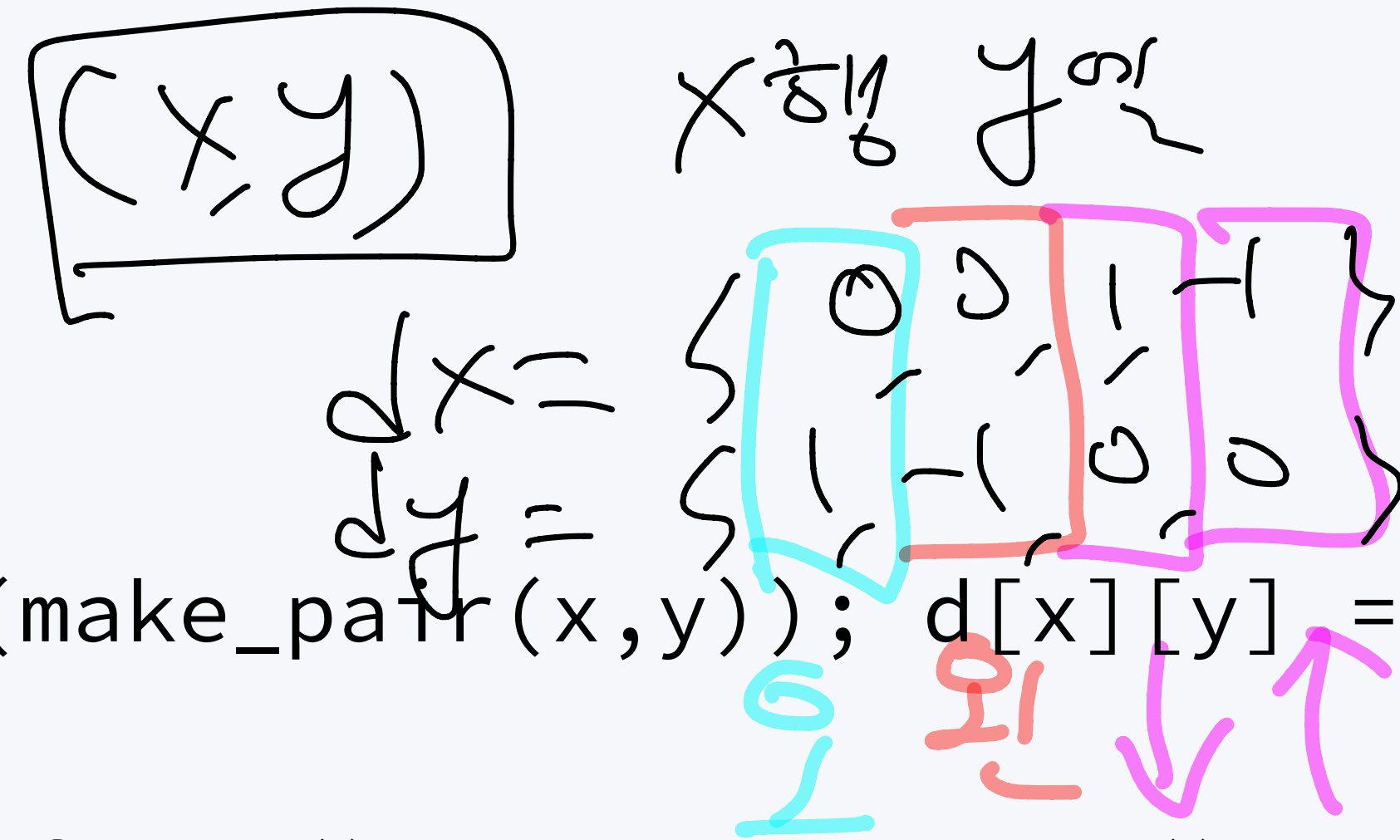
<https://www.acmicpc.net/problem/2667>

```
int cnt = 0;
for (int i=0; i<n; i++) {
    for (int j=0; j<n; j++) {
        if (a[i][j] == 1 && d[i][j] == 0) {
            bfs(i, j, ++cnt);
        }
    }
}
```

단지번호붙이기

<https://www.acmicpc.net/problem/2667>

94



```
void bfs(int x, int y, int cnt) {  
    queue<pair<int, int>> q; q.push(make_pair(x, y)); d[x][y] = cnt;  
    while (!q.empty()) {  
        x = q.front().first; y = q.front().second; q.pop();  
        for (int k=0; k<4; k++) {  
            int nx = x+dx[k], ny = y+dy[k];  
            if (0 <= nx && nx < n && 0 <= ny && ny < n) {  
                if (a[nx][ny] == 1 && d[nx][ny] == 0) {  
                    q.push(make_pair(nx, ny)); d[nx][ny] = cnt;  
                }  
            }  
        }  
    }  
}
```

$(x, y) \rightarrow (nx, ny)$

단지번호붙이기

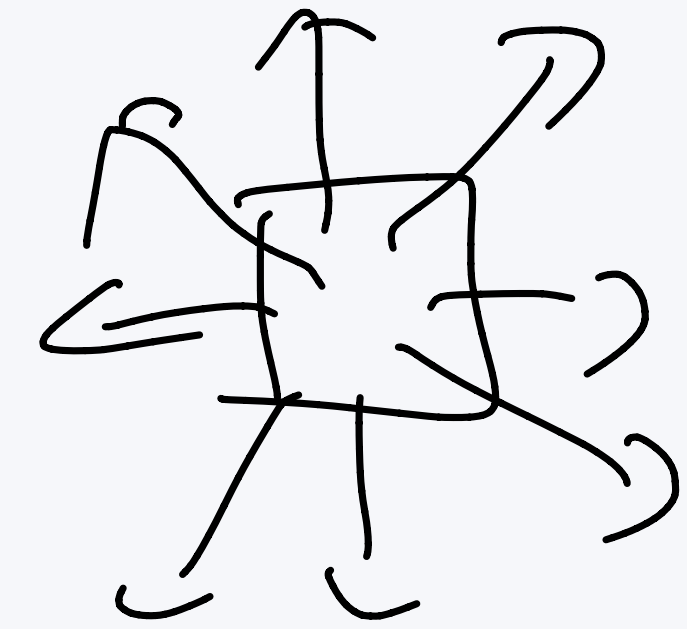
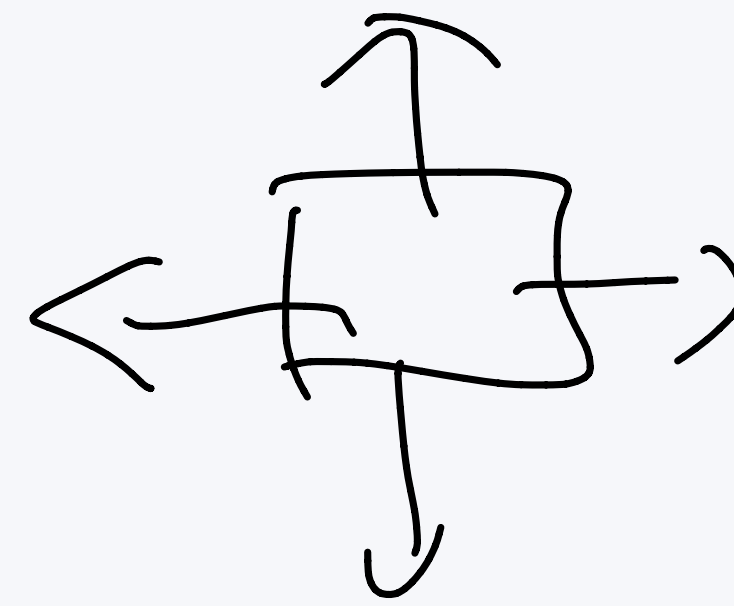
<https://www.acmicpc.net/problem/2667>

- BFS 소스: <http://boj.kr/494137bf87e9463e9b8e43aebaf4b788>
- DFS 소스: <http://boj.kr/4007c833ec354fea85f1fe9ccd4d3b0d>

섬의 개수

<https://www.acmicpc.net/problem/4963>

- 소스: <http://boj.kr/9219ebb6c3a84919849c93995005908f>



$$\begin{aligned} dx &= \{0, 0, 1, -1, 1, 1, -1, -1\} \\ dy &= \{1, -1, 0, 0, 1, -1, 1, -1\} \end{aligned}$$

미로 탐색

<https://www.acmicpc.net/problem/2178>

- (1, 1) 에서 (N, M)으로 가는 가장 빠른 길을 구하는 문제
- DFS 탐색으로는 문제를 풀 수 없다.
- BFS 탐색을 사용해야 한다.
- BFS는 단계별로 진행된다는 사실을 이용

미로 탐색

<https://www.acmicpc.net/problem/2178>

- (1, 1) 에서 (N, M)으로 가는 가장 빠른 길을 구하는 문제

1	1	0	1	1	0
1	1	0	1	1	0
1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	0	1

1					

미로 탐색

<https://www.acmicpc.net/problem/2178>

- (1, 1) 에서 (N, M)으로 가는 가장 빠른 길을 구하는 문제

1	1	0	1	1	0
1	1	0	1	1	0
1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	0	1

1	2				
2					

미로 탐색

<https://www.acmicpc.net/problem/2178>

- (1, 1) 에서 (N, M)으로 가는 가장 빠른 길을 구하는 문제

1	1	0	1	1	0
1	1	0	1	1	0
1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	0	1

1	2				
2	3				
3					

미로 탐색

<https://www.acmicpc.net/problem/2178>

- (1, 1) 에서 (N, M)으로 가는 가장 빠른 길을 구하는 문제

1	1	0	1	1	0
1	1	0	1	1	0
1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	0	1

1	2				
2	3				
3	4				
4					

미로 탐색

<https://www.acmicpc.net/problem/2178>

- (1, 1) 에서 (N, M)으로 가는 가장 빠른 길을 구하는 문제

1	1	0	1	1	0
1	1	0	1	1	0
1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	0	1

1	2				
2	3				
3	4	5			
4	5				

미로 탐색

<https://www.acmicpc.net/problem/2178>

- (1, 1) 에서 (N, M)으로 가는 가장 빠른 길을 구하는 문제

1	1	0	1	1	0
1	1	0	1	1	0
1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	0	1

1	2				
2	3				
3	4	5	6		
4	5	6			

미로 탐색

<https://www.acmicpc.net/problem/2178>

- (1, 1) 에서 (N, M)으로 가는 가장 빠른 길을 구하는 문제

1	1	0	1	1	0
1	1	0	1	1	0
1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	0	1

1	2				
2	3		7		
3	4	5	6	7	
4	5	6	7		

미로 탐색

<https://www.acmicpc.net/problem/2178>

- (1, 1) 에서 (N, M)으로 가는 가장 빠른 길을 구하는 문제

1	1	0	1	1	0
1	1	0	1	1	0
1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	0	1

1	2		8		
2	3		7	8	
3	4	5	6	7	8
4	5	6	7		

미로 탐색

<https://www.acmicpc.net/problem/2178>

- (1, 1) 에서 (N, M)으로 가는 가장 빠른 길을 구하는 문제

1	1	0	1	1	0
1	1	0	1	1	0
1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	0	1

1	2		8	9	
2	3		7	8	
3	4	5	6	7	8
4	5	6	7		9

미로 탐색

107

<https://www.acmicpc.net/problem/2178>

- 소스: <http://boj.kr/62c8486599a34ff48627c6dab5158802>

토마토

<https://www.acmicpc.net/problem/7576>

- 하루가 지나면, 익은 토마토의 인접한 곳에 있는 익지 않은 토마토들이 익게 된다
- 인접한 곳: 앞, 뒤, 왼쪽, 오른쪽
- 토마토가 저절로 익는 경우는 없다
- 상자안의 익은 토마토와 익지 않은 토마토가 주어졌을 때, 며칠이 지나면 토마토가 모두 익는지 구하는 문제

토마토

109

<https://www.acmicpc.net/problem/7576>

- BFS 탐색을 하면서, 거리를 재는 방식으로 진행한다

0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1

8	7	6	5	4	3
7	6	5	4	3	2
6	5	4	3	2	1
5	4	3	2	1	0

토마토

110

<https://www.acmicpc.net/problem/7576>

- 소스: <http://boj.kr/5b73908ef3484bfbb5b8b93d0840a53b>

다리 만들기

111

<https://www.acmicpc.net/problem/2146>

- 여러 섬으로 이루어진 나라에서
- 두 섬을 연결하는 가장 짧은 다리를 찾는 문제

다리 만들기

<https://www.acmicpc.net/problem/2146>

- 단지번호붙이기 + 토마토 문제
- 먼저, 섬을 그룹을 나눈다
- $g[i][j] = (i,j)$ 의 그룹 번호
- 그 다음 각각의 그룹에 대해서 다른 섬까지 거리를 계산한다
- 이 방법은 각각이 그룹에 대해서 BFS 알고리즘을 수행해야 하기 때문에 느리다

다리 만들기

113

<https://www.acmicpc.net/problem/2146>

- 소스: <http://boj.kr/09841dfadee647789357dcc88a33056f>

- 더 빠른 알고리즘으로 땅을 확장하는 방식을 생각해 볼 수 있다.

[illegible]

다리 만들기

<https://www.acmicpc.net/problem/2146>

- 왼쪽: 그룹, 오른쪽: 거리

1	1	1					2	2	2
1	1	1	1					2	2
1		1	1					2	2
		1	1	1					2
			1						2
									2
				3	3				
				3	3	3			

0	0	0	-	-	-	-	0	0	0
0	0	0	0	-	-	-	-	0	0
0	-	0	0	-	-	-	-	0	0
-	-	0	0	0	-	-	-	-	0
-	-	-	0	-	-	-	-	-	0
-	-	-	-	-	-	-	-	-	0
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	0	0	-	-	-	-
-	-	-	-	0	0	0	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

다리 만들기

116

<https://www.acmicpc.net/problem/2146>

- 왼쪽: 그룹, 오른쪽: 거리

1	1	1	1			2	2	2	2
1	1	1	1	1			2	2	2
1	1	1	1	1			2	2	2
1	1	1	1	1	1			2	2
		1	1	1				2	2
			1					2	2
				3	3				2
			3	3	3	3			
			3	3	3	3	3		
				3	3	3			

0	0	0	1	-	-	1	0	0	0
0	0	0	0	1	-	-	1	0	0
0	1	0	0	1	-	-	1	0	0
1	1	0	0	0	1	-	-	1	0
-	-	1	0	1	-	-	-	1	0
-	-	-	1	-	-	-	-	1	0
-	-	-	-	1	1	-	-	-	1
-	-	-	1	0	0	1	-	-	-
-	-	-	1	0	0	0	1	-	-
-	-	-	-	1	1	1	-	-	-

다리 만들기

117

<https://www.acmicpc.net/problem/2146>

- 왼쪽: 그룹, 오른쪽: 거리

1	1	1	1	1	2	2	2	2	2
1	1	1	1	1	1	2	2	2	2
1	1	1	1	1	1	2	2	2	2
1	1	1	1	1	1	1	2	2	2
1	1	1	1	1	1		2	2	2
		1	1	1	3		2	2	2
			1	3	3	3		2	2
		3	3	3	3	3	3		2
		3	3	3	3	3	3	3	
			3	3	3	3	3		

0	0	0	1	2	2	1	0	0	0
0	0	0	0	1	2	2	1	0	0
0	1	0	0	1	2	2	1	0	0
1	1	0	0	0	1	2	2	1	0
2	2	1	0	1	2	-	2	1	0
-	-	2	1	2	2	-	2	1	0
-	-	-	2	1	1	2	-	2	1
-	-	2	1	0	0	1	2	-	2
-	-	2	1	0	0	0	1	2	-
-	-	-	2	1	1	1	2	-	-

다리 만들기

118

<https://www.acmicpc.net/problem/2146>

- 왼쪽: 그룹, 오른쪽: 거리

1	1	1	1	1	2	2	2	2	2
1	1	1	1	1	1	2	2	2	2
1	1	1	1	1	1	2	2	2	2
1	1	1	1	1	1	1	2	2	2
1	1	1	1	1	1	1	2	2	2
1	1	1	1	1	3	2	2	2	2
		1	1	3	3	3	2	2	2
	3	3	3	3	3	3	3	2	2
	3	3	3	3	3	3	3	3	2
		3	3	3	3	3	3	3	

0	0	0	1	2	2	1	0	0	0
0	0	0	0	1	2	2	1	0	0
0	1	0	0	1	2	2	1	0	0
1	1	0	0	0	1	2	2	1	0
2	2	1	0	1	2	3	2	1	0
3	3	2	1	2	2	3	2	1	0
-	-	3	2	1	1	2	3	2	1
-	3	2	1	0	0	1	2	3	2
-	3	2	1	0	0	0	1	2	3
-	-	3	2	1	1	1	2	3	-

다리 만들기

<https://www.acmicpc.net/problem/2146>

- 왼쪽: 그룹, 오른쪽: 거리

1	1	1	1	1	2	2	2	2	2
1	1	1	1	1	1	2	2	2	2
1	1	1	1	1	1	2	2	2	2
1	1	1	1	1	1	1	2	2	2
1	1	1	1	1	1	1	2	2	2
1	1	1	1	1	3	2	2	2	2
1	1	1	1	3	3	3	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	2
	3	3	3	3	3	3	3	3	2

0	0	0	1	2	2	1	0	0	0
0	0	0	0	1	2	2	1	0	0
0	1	0	0	1	2	2	1	0	0
1	1	0	0	0	1	2	2	1	0
2	2	1	0	1	2	3	2	1	0
3	3	2	1	2	2	3	2	1	0
4	4	3	2	1	1	2	3	2	1
4	3	2	1	0	0	1	2	3	2
4	3	2	1	0	0	0	1	2	3
-	4	3	2	1	1	1	2	3	4

다리 만들기

120

<https://www.acmicpc.net/problem/2146>

- 왼쪽: 그룹, 오른쪽: 거리

1	1	1	1	1	2	2	2	2	2
1	1	1	1	1	1	2	2	2	2
1	1	1	1	1	1	2	2	2	2
1	1	1	1	1	1	1	2	2	2
1	1	1	1	1	1	1	2	2	2
1	1	1	1	1	3	2	2	2	2
1	1	1	1	3	3	3	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	2

0	0	0	1	2	2	1	0	0	0
0	0	0	0	1	2	2	1	0	0
0	1	0	0	1	2	2	1	0	0
1	1	0	0	0	1	2	2	1	0
2	2	1	0	1	2	3	2	1	0
3	3	2	1	2	2	3	2	1	0
4	4	3	2	1	1	2	3	2	1
4	3	2	1	0	0	1	2	3	2
4	3	2	1	0	0	0	1	2	3
5	4	3	2	1	1	1	2	3	4

다리 만들기

<https://www.acmicpc.net/problem/2146>

- 각 칸과 인접한 칸의 그룹 번호가 다르면 다리를 만들 수 있다

1	1	1	1	1	2	2	2	2	2
1	1	1	1	1	1	2	2	2	2
1	1	1	1	1	1	2	2	2	2
1	1	1	1	1	1	1	2	2	2
1	1	1	1	1	1	1	2	2	2
1	1	1	1	1	3	2	2	2	2
1	1	1	1	3	3	3	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	2

0	0	0	1	2	2	1	0	0	0
0	0	0	0	1	2	2	1	0	0
0	1	0	0	1	2	2	1	0	0
1	1	0	0	0	1	2	2	1	0
2	2	1	0	1	2	3	2	1	0
3	3	2	1	2	2	3	2	1	0
4	4	3	2	1	1	2	3	2	1
4	3	2	1	0	0	1	2	3	2
4	3	2	1	0	0	0	1	2	3
5	4	3	2	1	1	1	2	3	4

다리 만들기

122

<https://www.acmicpc.net/problem/2146>

- 길이: 4

1	1	1	1	1	2	2	2	2	2
1	1	1	1	1	1	2	2	2	2
1	1	1	1	1	1	2	2	2	2
1	1	1	1	1	1	1	2	2	2
1	1	1	1	1	1	1	2	2	2
1	1	1	1	1	3	2	2	2	2
1	1	1	1	3	3	3	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	2

0	0	0	1	2	2	1	0	0	0
0	0	0	0	1	2	2	1	0	0
0	1	0	0	1	2	2	1	0	0
1	1	0	0	0	1	2	2	1	0
2	2	1	0	1	2	3	2	1	0
3	3	2	1	2	2	3	2	1	0
4	4	3	2	1	1	2	3	2	1
4	3	2	1	0	0	1	2	3	2
4	3	2	1	0	0	0	1	2	3
5	4	3	2	1	1	1	2	3	4

다리 만들기

<https://www.acmicpc.net/problem/2146>

- 길이: $2+1 = 3$

1	1	1	1	1	2	2	2	2	2
1	1	1	1	1	1	2	2	2	2
1	1	1	1	1	1	2	2	2	2
1	1	1	1	1	1	1	2	2	2
1	1	1	1	1	1	1	2	2	2
1	1	1	1	1	3	2	2	2	2
1	1	1	1	3	3	3	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	2

0	0	0	1	2	2	1	0	0	0
0	0	0	0	1	2	2	1	0	0
0	1	0	0	1	2	2	1	0	0
1	1	0	0	0	1	2	2	1	0
2	2	1	0	1	2	3	2	1	0
3	3	2	1	2	2	3	2	1	0
4	4	3	2	1	1	2	3	2	1
4	3	2	1	0	0	1	2	3	2
4	3	2	1	0	0	0	1	2	3
5	4	3	2	1	1	1	2	3	4

다리 만들기

124

<https://www.acmicpc.net/problem/2146>

- 소스: <http://boj.kr/c1fbe6fae9ae47ffa9020664581f8f3f>