Definitheit von Matrizen

$A \in \mathbb{R}^{n\times m},\ A = A^T$ heißt

- positiv definit, falls $v^T A v > 0\ \forall v \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\}$
- negativ definit, falls $v^T A v < 0\ \forall v \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\}$
- positiv semidefinit, falls $v^T A v \geq 0\ \forall v \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\}$
- negativ semidefinit, falls $v^T A v \leq 0\ \forall v \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\}$
- indefinit, falls $\exists v : v^T A v > 0 \land \exists w : w^T A w < 0$

Für Matrizen: Eigenwerte betrachten

Matrixnormen

V ist ein K-Vektorraum

Norm ist eine Abbildung $||\cdot|| : V \to \mathbb{R}$ mit

1. $||v|| \geq 0 \land ||v|| = 0 \Leftrightarrow v = 0$
2. $||\lambda v|| = \lambda ||v||$
3. $||v + w|| \leq ||v|| + ||w||$

Frobeniusnorm:

$A \in \mathbb{R}^{m\times n}$

$||A||_F = \sqrt{\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} |a_{i,j}|^2}$

Induzierte Matrixnorm:

$A \in \mathbb{R}^{n\times n} \to ||A|| := \sup_{||v||=1} ||Av||_V$