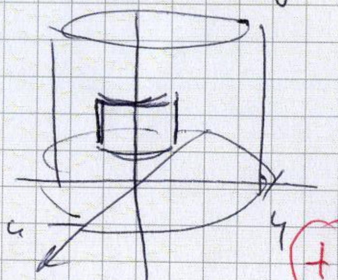
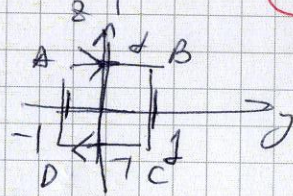
Волхов Михаил 253б

$x^2+y^2=16$



$\int x\,dx + y\,dy + xz\,dz$

+9



BC $y=1$
$z=t$
$x=\sqrt{16-1}=\sqrt{15}$

$\int = \int_{1}^{-1} 0+0+\sqrt{15}\,t =$

$= \sqrt{15}\left(\frac{t^2}{2}\right)\Big|_{1}^{-1} = 0$

DA $y=-1$
$z=t$
$x=\sqrt{15}$.

Аналогично

$\int 0+0+\sqrt{15}\,t\,dt =$
$= 15\left(\frac{t^2}{2}\right)\Big|_{-1}^{1}$

AB: $z=1$
$y=t$
$x=\sqrt{16-t^2}$

$\int_{AB} = \int_{1}^{-1} \sqrt{16-t^2}\,\frac{-2t}{2\sqrt{16-t^2}} + t + \sqrt{16-t^2}\cdot 0 =$

$= -\int_{-1}^{1} t\,dt = -\frac{t^2}{2}\Big|_{-1}^{1}$
$= -\frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{2}\right) = 0$

CD: $z=-1$
Вроде аналогично 0.
z фигурирует в $xz\,dz$,
но $dz=0$;

INNOPOLIS UNIVERSITY
university.innopolis.ru

+7

Волхов Михаил 283б

1. σ-алгебра (Q) мн-в – это такая алгебра, что для нее выполняется следующее
+3
$\forall \{A_n\} \mid A_i \in Q \quad \bigcup^{\infty} A_i \in Q$
типа 3 условие для алгебры, но счетное.

3. $f: X\times Y \to \mathbb{R}$ удовл. Lое, в точке y_0,
измер $((X, Q, \mu)\ (Y, B, -)\quad y_0 \in Y)$
+1
~~если $\forall \varepsilon > 0\ \exists \delta > 0\ \forall a \in Q\ \mu a < \delta$~~

~~$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists g(x),$~~ $|f(x$

$\forall U_{y_0}$? $\exists g(x) \quad \forall x, \ \forall y \in U_{y_0}$
$|f(x, y)| \le g(x)$ и сумм
y?
$g(*)$

2. Кавальери
+3
$(X, Q, \mu)\ (S, B, \nu)$ μ, ν – σ-кон, полные
$m = \mu \times \nu$, ~~$f: X \times Y \to \mathbb{R}$~~ $C \in Q \otimes B$,
1) C_x ν-измеримы, п. в. x
2) $x \mapsto \nu C_x$ μ-измеримы, п. в. x
3) $\mu C = \int_X \nu C_x \, d\mu(x)$

INNOPOLIS UNIVERSITY
university.innopolis.ru

Контрольная № 1 **13.04.15**

1. Найти интеграл $\displaystyle\int\limits_0^{+\infty} \frac{\ln(\alpha^2 + x^2)}{4 + x^2}\,dx.$

2. Выразить через значения гамма-функции $\displaystyle\int_1^{+\infty} \sqrt{\ln x}\,\frac{dx}{x^3}.$

3. Найти объем области, ограниченной поверхностями $x^2 = y^2 + z^2$ и $ay = x^2$ $(a > 0)$.

4. Найдите с помощью подходящей замены интеграл от функции $f(x, y) = \sin\ln\frac{y}{x}$ по множеству, заданному неравенствами $1 \leqslant xy \leqslant 3, \quad 0 \leqslant x \leqslant y \leqslant 2x.$

Контрольная № 2. **25.05.15**

1. При каких p функция $f(x, y) = \dfrac{1}{(x^2 + y + 1)^p}$ суммируема в области, ограниченной параболами $y = x^2$, $y = 2x^2$ $(x > 0,\ y > 0)$.

2. С помощью тройного интеграла найдите объем области

$$x^2 + y^2 + z^2 \geqslant 2z, \quad x^2 + y^2 + z^2 \leqslant 4z, \quad x + y \geqslant 0.$$

3. Найдите интеграл $\displaystyle\int_C x\,dx + 2x\,dy + 3y\,dz$ с помощью формулы Стокса. Здесь C — это кривая $x^2 + y^2 = z$, $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, ориентированная по часовой стрелке, если смотреть из точки (0,0,100).

4. Найдите интеграл по внешней стороне полусферы $x^2 + (y-1)^2 + z^2 = R^2$, $x > 0$

$$\iint x^2 dz \wedge dx + dy \wedge dz.$$

7. Определение взвешенного образа меры

Теорема о непрерывности снизу

Теорема Тонелли

16. Определение сигма-алгебры множеств

Принцип Кавальери

Условие L_{loc}

Волков М. 2638

+10

$$\int_0^{\pi/2} (tg\,x)^{3/4} (ctg\,x)^{4/3} dx =$$

$$= \int_0^{\pi/2} \frac{\sin x^{3/4}}{\cos x^{3/4}} \frac{\cos x^{4/3}}{\sin x^{4/3}} dx =$$

$$= \int_0^{\pi/2} (\sin x)^{\frac{3}{4}-\frac{4}{3}} (\cos x)^{4/3-3/4} dx =$$

$$= \int_0^{\pi/2} (\sin x)^{-7/12} (\cos x)^{7/12} dx =$$

$$= \frac{7}{24} - \frac{12+24}{24} = \frac{5}{24}$$

$$\frac{7-12+24}{24} = \frac{19}{24};$$

$\cancel{t = \sin x \quad dt = \cos x\, dx = \sqrt{1-t^2}\, dx}$

$t = \sin^2 x$

$dt = 2\sin x \cos x\, dx = 2\sqrt{t}\sqrt{1-t}\, dx$

$$= \int_0^1 t^{-7/12} \dots$$

$$\int = \int_0^1 \frac{t^{-7/24} (1-t)^{7/24}}{2\sqrt{t}\sqrt{1-t}} dt =$$

$$= \frac{1}{2}\int_0^1 t^{-\frac{7}{24}-\frac{1}{2}} (1-t)^{7/24-\frac{1}{2}} dt =$$

$$= \frac{1}{2} B\left(-\frac{7}{24}-\frac{1}{2}+1, \frac{7}{24}-\frac{1}{2}+1\right) = \frac{1}{2}\frac{\Gamma(\frac{5}{24})\Gamma(\frac{19}{24})}{\Gamma(2)} = \frac{1}{2}\frac{\pi}{\sin\pi\cdot\frac{5}{24}\cdot\Gamma(1)}$$

$\Gamma(\alpha)\Gamma(1-\alpha) = \frac{\pi}{\sin \pi t}$

Волков М 2638

$$F(\alpha) = \int_0^{+\infty} \frac{\sin^4 \alpha x}{x+\alpha} e^{-\alpha x} dx \qquad \alpha > 0$$

$\cancel{F'(\alpha) = \int 4\sin^3 \alpha x \cdot \cos\alpha x \cdot x}$

$$F'(\alpha) = \int_0^{+\infty} \frac{(4\sin^3\alpha x\cos\alpha x \cdot x\, e^{-\alpha x} + (-x)e^{-\alpha x}\sin^4\alpha x)(x+\alpha) - \sin^4\alpha x\, e^{-\alpha x}}{(x+\alpha)^2} dx$$

$$= \int_0^{+\infty} \frac{e^{-\alpha x}(4\sin^3\alpha x\cos\alpha x \cdot x) - x\sin^4\alpha x)(x+\alpha) - e^{-\alpha x}\sin^4\alpha x}{(x+\alpha)^2} dx$$

$$= \int \frac{e^{-\alpha x}((4\sin\dots)(x+\alpha) - \sin^4\alpha x)}{(x+\alpha)^2} dx$$

$0 \quad A \quad B \quad \alpha$

Найдем мажоранту:

$$\left|\frac{e^{-\alpha x}((4\sin^3\alpha x\cos\alpha x \cdot x - x\sin^4\alpha x)(x+\alpha) - \sin^4\alpha x)}{(x+\alpha)^2}\right| \leq$$

$$\leq \frac{e^{-\alpha x}((4x - x)(x+B) - \dots)}{(x+A)^2}$$

$$\frac{1}{e^{\alpha x}(x)^2},$$

Из сходимости из-за вверху, проблемы в нуле

ло-ло x^2

+8

расходится в нуле

Волков М
2638

$I = \alpha ab r \cos^{\alpha-1}\varphi \sin^{\alpha-1}\varphi$

+3

$x^{10} + y^{10} = x$

$x, y \geq 0$

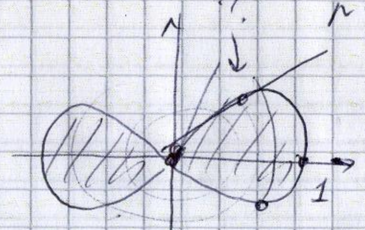
Это не двойная система

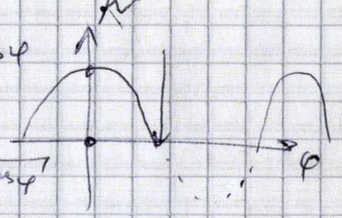
$x = r\cos\varphi$
$y = r\sin\varphi$

$r^{10} = r\cos\varphi$

$r^9 = \cos\varphi$

$r = \sqrt[9]{\cos\varphi}$





$\arccos r^9$

$$S = \int_0^1 dr \int_{-\arccos r^9}^{\arccos r^9} r\,d\varphi + \int_0^1 dr \int_{-\arccos r^9+\pi}^{\arccos r^9+\pi} r\,d\varphi \text{, они равны}$$

$$2\int_0^1 (r\varphi)\Big|_{-\arccos r^9}^{\arccos r^9} = 2\int_0^1 r(\arccos r^9 + \arccos r^9)$$

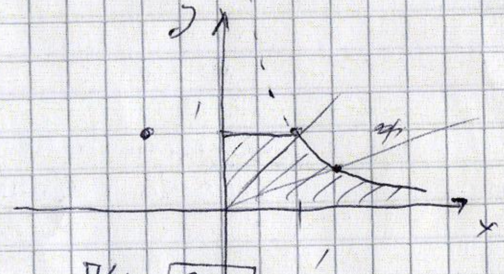
$$= 2\int_0^1 2r\arccos r^9 = 4\int_0^1 2r\arccos(r^9)$$

По-другому: $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\pi/2} d\varphi \int_0^{\sqrt[9]{\cos\varphi}} r\,dr = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{(\cos\varphi)^{9/2}}{2}\,d\varphi =$

$=$ (~~привести~~ понизить степень)

Волков М 2638

$$\begin{cases} xy = 1 \\ y = 1 \\ y \geq 0 \end{cases}$$



$r^2\sin\varphi\cos\varphi = 1$
$\sin 2\varphi = \frac{2}{r^2}$

$$\iint_\Omega f\,dx\,dy = \int_0^{\pi/4} d\varphi \int_0^{\sqrt{\frac{2}{\sin 2\varphi}}} f(r\cos\varphi, r\sin\varphi) \cdot r\,dr$$

$$+ \int_{\pi/4}^{\pi/2} d\varphi \int_0^{1/\sin\varphi} f(r\cos\varphi, r\sin\varphi) \cdot r\,dr$$

+10

$r\sin\varphi = 1$

Волков М 2838

1. $(X, \mathfrak{A}, \mu)$ $(Y, \mathcal{B}, \nu)$

$\Phi: X \to Y$,

// $\Phi^{-1}(\mathcal{B}) = \{\Phi^{-1}(b) \mid b \in \mathcal{B}\}$

$\Phi^{-1}(\mathcal{B}) \subset \mathfrak{A}$, $\forall b \in \mathcal{B}\ \Phi^{-1}(b) \in \mathfrak{A}$,

тогда при $\omega \geq 0$ измеримая

$\omega: X \to \mathbb{R}$ ← вес

и E – измер. $\in \mathcal{B}$

$$\nu E = \int\limits_{\Phi^{-1}(E)} \omega \, d\mu$$

↑ взвеш. образ меры

+3

2. μ – объем, тогда

1. μ – мера

2. μ – непр. снизу

$\exists A_n$, изм, $A_1 \supset A_2 \supset A_3 \supset \dots$

A изм, $\bigcup A_n = A$

, тогда $\lim\limits_{n\to\infty} \mu(A_n) = \mu A$

+1

?

3. Тонелли

$(X, \mathfrak{A}, \mu)$ $(Y, \mathfrak{B}, \nu)$ $f: X \times Y \to \mathbb{R}$ измеримая $\boxed{(\geq 0?)}$ Ага!

μ, ν – σ-конечные полные $m = \mu \times \nu$

1. f_x ν-изм при п.в. x

2. $x \longmapsto f_x$ μ-изм при п.в. x ??

3. ~~Для~~ ~~F~~ изм.

$$\iint\limits_{X \times Y} f \, dm = \int\limits_X d\mu(x) \left[\int\limits_Y f_x(x,y) \, d\nu(y) \right]$$

+1

Волхов М 64 253Б 13.04.2015

Контрольная работа №1

1. $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{\ln(\alpha^2+x^2)}{4+x^2}\,dx =: F(\alpha)$ +13

$F'_\alpha = \displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{2\alpha}{(4+x^2)(\alpha^2+x^2)}\,dx$ (α ... $\frac{1}{x^4}$ сх. по Лебег)

(формально: $A < \alpha < B$ $\frac{2\alpha}{(4+x^2)(\alpha^2+x^2)} < \frac{2B}{(4+x^2)(A^2+x^2)^2} \frac{1}{x^4}$) при $A=0$ расх. в нуле

$F'_\alpha = \displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{2\alpha}{\alpha^2-4}\left(\frac{1}{4+x^2} - \frac{1}{\alpha^2+x^2}\right) =$

$= \frac{2\alpha}{\alpha^2-4}\left(\frac{1}{4}\operatorname{arctg}\frac{x}{4} - \frac{1}{\alpha}\operatorname{arctg}\frac{x}{\alpha}\right)\Big|_0^{+\infty} =$

$= \frac{2\alpha}{\alpha^2-4}\cdot\frac{\pi}{2}\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{\alpha}\right) = \frac{\pi\alpha}{\alpha^2-4}\,\frac{\alpha-4}{4\alpha} = \frac{\pi}{4}\cdot\frac{1}{\alpha+4} =$

$= \frac{\pi}{4(\alpha+4)}$

Тогда $F = \displaystyle\int \frac{\pi}{4(\alpha+4)}\,d\alpha = \frac{\pi}{4}\ln|\alpha+4| + C$

Найдем C

$\exists\, \alpha = 2$

$\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{\ln(4+x^2)}{4+x^2}\,dx = \pi\ln 2$?

$\frac{\pi}{4}\ln 6 + C = \pi\ln 2$

$C = \pi\left(\ln 2 - \frac{1}{4}\ln 6\right)$

2. $\displaystyle\int_1^{+\infty} \sqrt{\ln x}\,\frac{dx}{x^3} =: I$ Сведем к Γ-ф-ии +20

$\exists\, x = e^t \quad dx = e^t dt$

$I = \displaystyle\int_0^{+\infty} \sqrt{\ln e^t}\,\frac{e^t\,dt}{e^{3t}} = \int_0^{+\infty} t^{1/2} e^{-2t}\,dt$

$\exists\, p = 2t \quad t = \frac{p}{2} \quad dt = \frac{1}{2}dp$

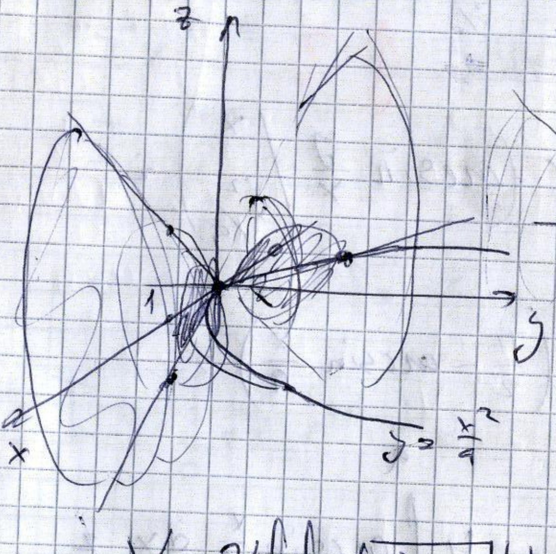
$I = \displaystyle\int_0^{+\infty} \sqrt{\frac{p}{2}}\, e^{-p}\cdot\frac{1}{2}\,dp = \frac{1}{2\sqrt{2}}\int_0^{+\infty} p^{\frac{3}{2}-1} e^{-p}\,dp =$

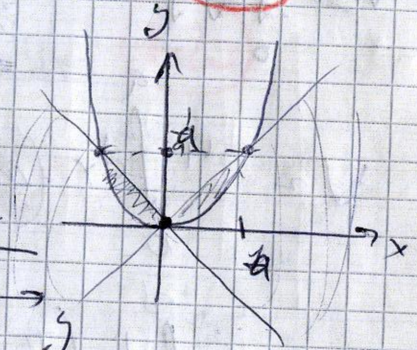
$= \frac{1}{2\sqrt{2}}\,\Gamma\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{1}{2\sqrt{2}}\cdot\frac{1}{2}\cdot\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) =$

$= \frac{1}{4\sqrt{2}}\cdot\sqrt{\pi} = \frac{\sqrt{\pi}}{4\sqrt{2}}$

3. $x^2 = y^2 + z^2$

$ay = x^2$ $\quad a > 0$ $\quad$ +11





$y = \frac{x^2}{a}$ $\quad x = y$ $\quad x = \frac{x^2}{a}$

$1 = \frac{x}{a}$

$x = a$

$V = 2 \iint \sqrt{x^2 - y^2}\, dxdy$

(т симметрично относ OY) $\times 2$, берем $+\sqrt{}$ и $-\sqrt{}$ $\times 2$)

$$V = 4 \int_0^a dx \int_{\frac{x^2}{a}}^{x} \sqrt{x^2 - y^2}\, dy = \int_0^a dx \left(\cancel{\frac{1 \cdot (2y)}{2\sqrt{x^2 - y^2}}} \right) \Big|_{\frac{x^2}{a}}^{x}$$

$$= \int_0^a dx \left(\cancel{\frac{x}{\sqrt{x^2 - x^2}}} \right) \leftarrow \text{~~это что, ноль~~} ?!$$

Ох...

$V = \cancel{\int_0^a dy \int}$

$\int_{x/a}^{x} \sqrt{x^2-y^2}\, dy$?

$V = 4\int_0^a dx \left(\arcsin \frac{y}{x} \Big|_{x^2/a}^{x}\right) =$

$= 4\int_0^a dx \left(\frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{x}{a}\right) =$

$= 4\int_0^a \frac{\pi}{2}\, dx - 4\int_0^a \arcsin \frac{x}{a}\, dx =$

$= 4\frac{\pi}{2} \cdot a - 4\Omega$, где

$\Omega = \int_0^a \arcsin \frac{x}{a}\, dx$

Мне кажется, что он сходится (или даже, табличный)

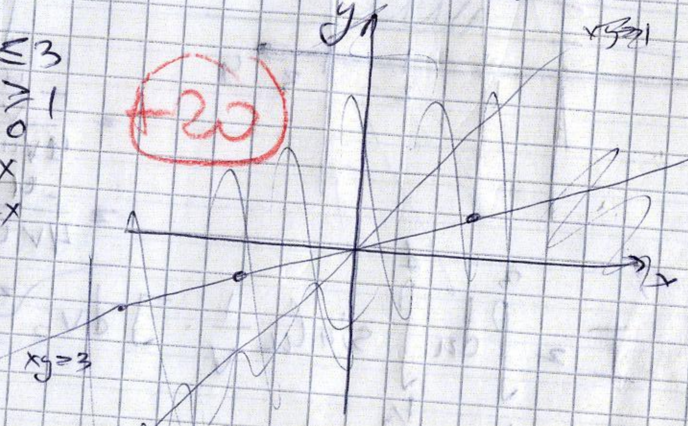
4. $f = \sin \ln \frac{y}{x}$

$1 \le xy \le 3$

$0 \le x \le y \le 2x$

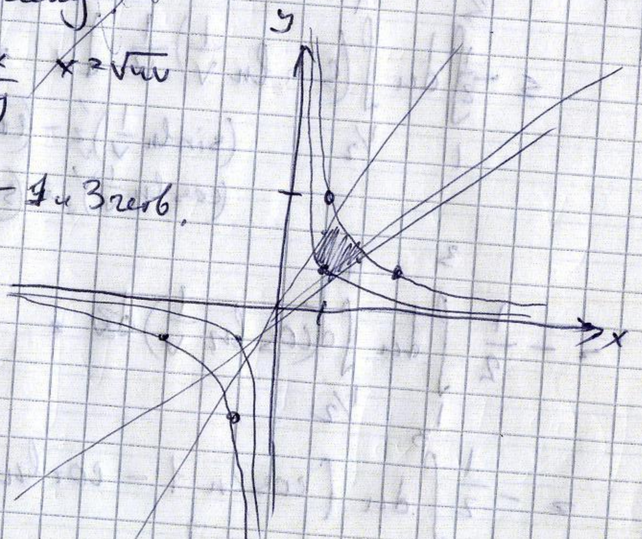
Область $\begin{cases} xy \le 3 \\ xy \ge 1 \\ x \ge 0 \\ y \ge x \\ y \le 2x \end{cases}$

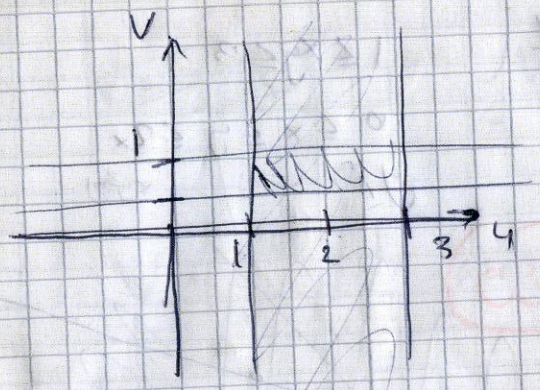
+20



Сделаем замену:
$u = xy$
$v = \frac{x}{y}$ $\quad x = \sqrt{uv}$

$1 \le u \le 3$
$\sqrt{uv} \ge 0$ – 1 и 3 четв.
$v \le 1$
$v \ge \frac{1}{2}$





$x = \sqrt{uv}$

$y = \sqrt{\frac{u}{v}}$

$$J = \begin{vmatrix} \frac{v}{2\sqrt{uv}} & \frac{u}{2\sqrt{uv}} \\ \frac{1/v}{2\sqrt{\frac{u}{v}}} & \frac{-u/v^2}{2\sqrt{\frac{u}{v}}} \end{vmatrix} =$$

$$= \frac{-\frac{u}{v}}{4\sqrt{uv\frac{u}{v}}} - \frac{\frac{u}{v}}{4\sqrt{uv\frac{u}{v}}} =$$

$$= \frac{-u}{4vu} - \frac{u}{4vu} = -\frac{1}{2v}$$

$$I = \int_1^3 du \int_{1/2}^1 \sin\ln\frac{1}{v}\, J\, dv =$$

$$= -\frac{1}{2}\int_1^3 du \int_{1/2}^1 \left(\sin\ln\frac{1}{v}\right)\frac{1}{v}\, dv =$$

$$\left(\sin\ln\frac{1}{v}\right)'_v = -\left(\cos\ln\frac{1}{v}\right)\frac{1}{v}$$

$$\left(\cos\ln\frac{1}{v}\right)'_v = \left(\sin\ln\frac{1}{v}\right)\frac{1}{v}$$

$$= -\frac{1}{2}\int_1^3 du \int_{1/2}^1 d\left(\cos\ln\frac{1}{v}\right) \cancel{dv} =$$

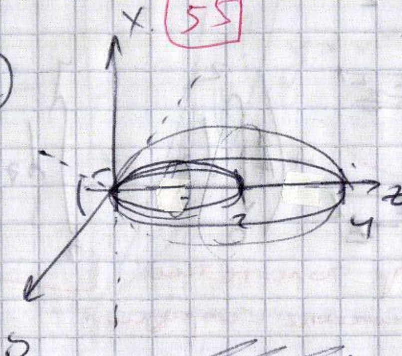
$$= -\frac{1}{2}\int_1^3 du\, (\cos\ln 1 - \cos\ln 2) =$$

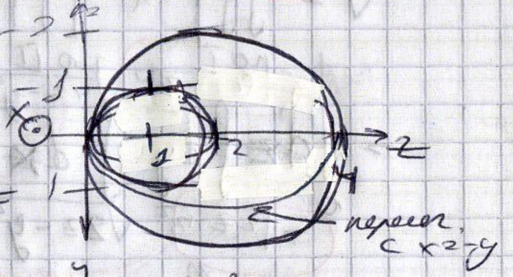
$$= -\frac{1}{2}(\cos\ln 1 - \cos\ln 2)\cdot(3-1) =$$

$$= \cancel{\cos} \cos\ln 2 - \cos 0 = \cos\ln 2 - 1$$

Волков М 2838 $\boxed{55}$ +5

(2)





$2z \le x^2+y^2+z^2 \le 4z$

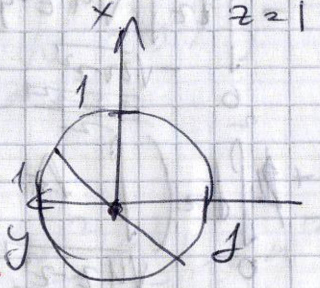
$x+y \ge 0$

~~$V_2 = \iiint_{I} + \iiint_{II}$~~

~~$\int dx \int dy$~~

[illegible] не аккуратно

$A: x \ge 0$, $z=1$



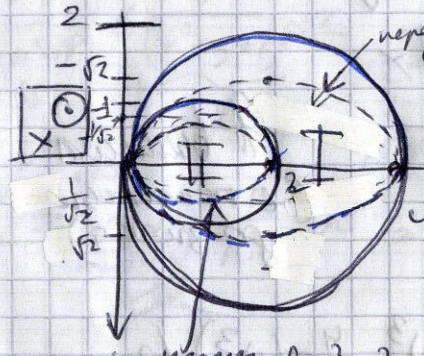
Так, аккуратно:

$\Omega_2: x^2+y^2+z^2 = 4z$

$\Omega_1: \ldots = 2z$

I от $y=-x$ до Ω_2

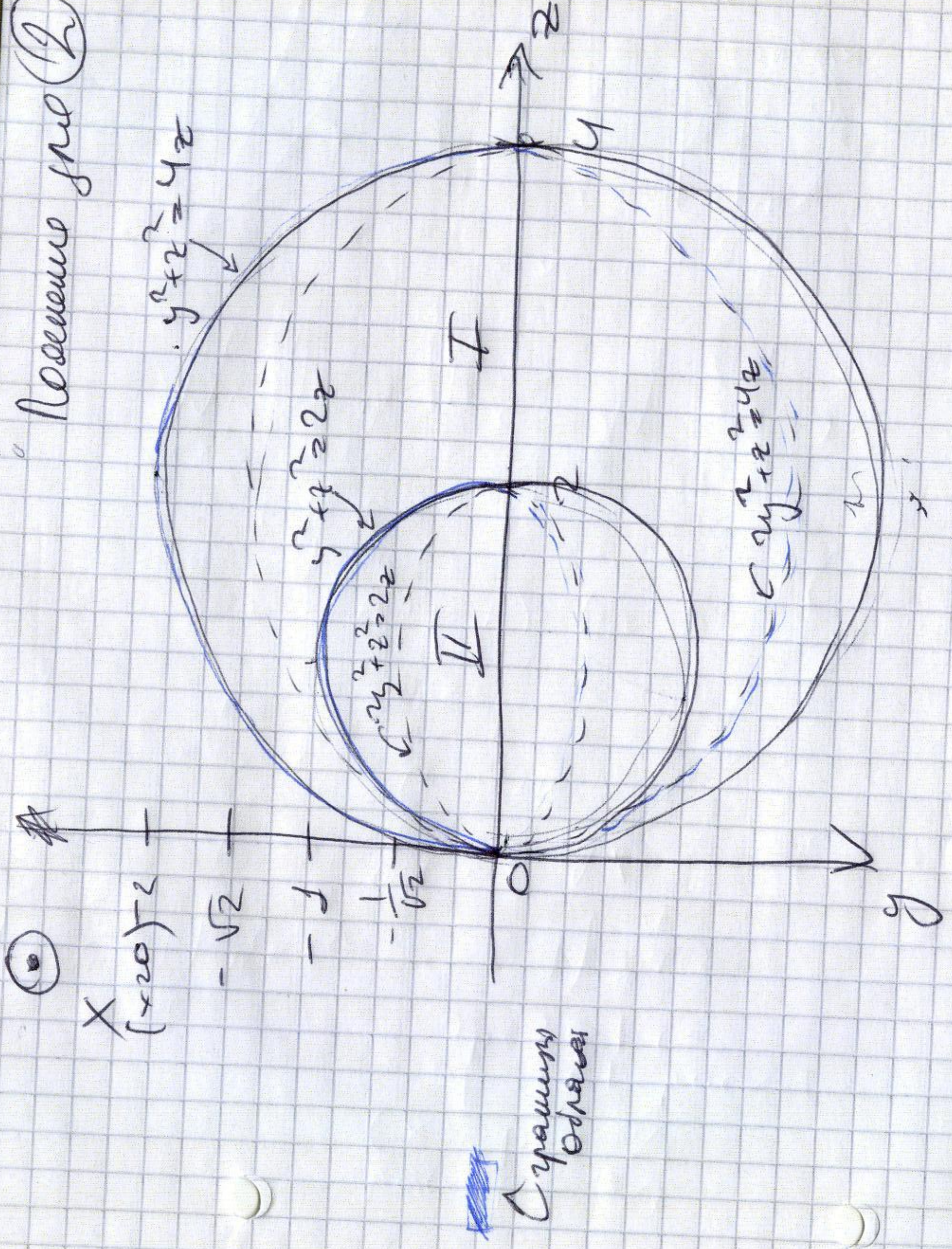
II от Ω_1 до Ω_2



$\begin{cases} x^2+y^2+z^2 = 4z \\ x=-y \end{cases} \Rightarrow \frac{x^2}{\left(\frac{1}{\sqrt2}\right)^2}+z^2 = 4z$ $z=2$, $y=2\sqrt2$

$\begin{cases} x^2+y^2+z^2 = 2z \\ x=-y \end{cases} \Rightarrow \frac{x^2}{\left(\frac{1}{\sqrt2}\right)^2}+z^2 = 2z$ $z=1$, $y=\sqrt2$

Положение угла (2)



Я не понял

$$V = \iiint\limits_{\text{по I}} + \iiint\limits_{\text{по II}} =$$

$$= \int_0^1 dz \int_{-\sqrt{2z-z^2}}^{\frac{1}{2}\sqrt{2z-z^2}} dy \int_{\sqrt{2z-y^2-z^2}}^{\sqrt{4z-y^2-z^2}} dx + \left(\int_0^2 dz \ldots + \int_2 dz\right) 2$$

центр гомотетии в начале координат

?

Σ II

$$= \int_0^1 dz \int_{-\sqrt{2z-z^2}}^{\frac{1}{2}\sqrt{2z-z^2}} \sqrt{4z-y^2-z^2} - \sqrt{2z-y^2-z^2}\, dy +$$

$$+ \int_0^2 dz \left(\int_{\frac{\sqrt{4z-z^2}}{2}}^{\frac{\sqrt{2z-z^2}}{2}} A + \int_{-\sqrt{2z-z^2}}^{-\sqrt{2z-z^2}} B \right)$$

А интеграл кто будет считать?

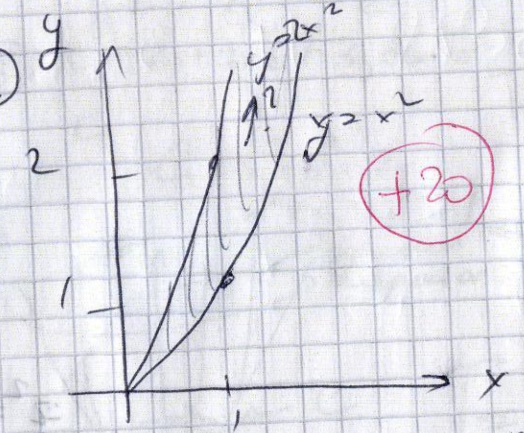
$$A = B = \int_{-y}^{\sqrt{4z-z^2-y^2}} dx$$

Я вычислял (с точностью до знака)

$$\text{А вообще } \left(\frac{4}{3}\pi(2)^3 - \frac{4}{3}\pi(1)^3\right)/2 = \frac{4}{3}\pi \cdot 7/2 = \frac{14}{3}\pi$$

||

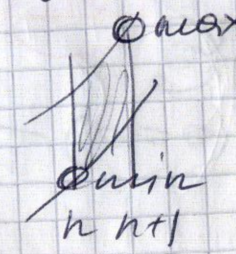
(1)



+20

$x>0$

$y>0$



$$\iint\limits_{\Omega} \frac{1}{(x^2+y+1)^p} = \sum_{n=0}^{\infty} \iint \frac{1}{x^2+y+1},$$

$$S \approx \underbrace{(n+1-n)}_{\text{длина}} \cdot \underbrace{(2n^2-n^2)}_{\text{высота}} \approx n^2$$

$$\frac{1}{(n^2+n^2+1)^p} \le \underbrace{\frac{1}{(x^2+y+1)^p}}_{f} \le \frac{1}{((n+1)^2 2(n+1)^2+1)^n} \approx \frac{1}{n^{2p}}$$

$$\frac{1}{n^{2p}} \qquad f \approx \frac{1}{n^{2p}}, \text{ тогда}$$

$$I = \sum_{n=0}^{\infty} \iint \frac{1}{n^{2p}} \cdot n^2 = \sum_n \iint \frac{1}{n^{2p-2}}$$

$2p-2>1$ сх

$2p-2<1$ расх

сх: $p > 3/2$

расх: $p < 3/2$

:)

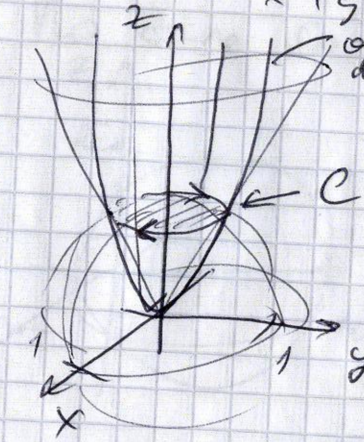
③ $\int_C \overset{P}{x}dx + \overset{Q}{2x}dy + \overset{R}{3y}dz = I$ Стокс

+15

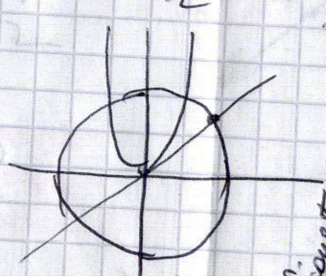
$C: x^2+y^2 = z$
$x^2+y^2+z^2 = 1$

ориентир. дорожек. $(z>0)$

$(0,0,100)$



$z^2 = 1-z$
$z^2+z-1=0$
$D = 1+4 = 5$
$\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$



$I = \iint (3-0)dydz + (0-0)dzdx + (2-0)dxdy =$

$= \iint 3dydz + 2dxdy = ②$

Выберем параметр. $z = const$ Эллипсоиды

$\begin{cases} x = r\cos\varphi \\ y = r\sin\varphi \\ z = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \end{cases}$ по окр. $\parallel Oxy$

$\begin{pmatrix} \cos\varphi \\ \sin\varphi \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -r\sin\varphi \\ r\cos\varphi \\ 0 \end{pmatrix}$

Знак не согласован!

② $\iint_{(r,\varphi)} 3\begin{vmatrix} \sin\varphi & r\cos\varphi \\ 0 & 0 \end{vmatrix} + 2(r\cos^2\varphi + r\sin^2\varphi)\,dr\,d\varphi$

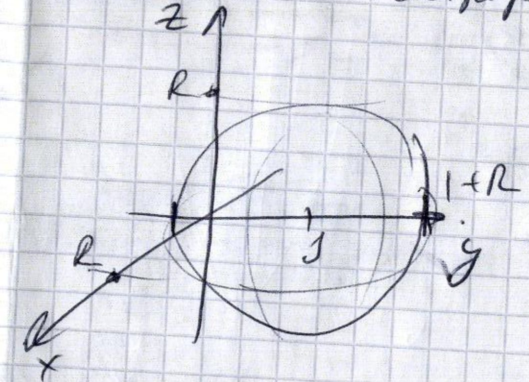
$= \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\sqrt{\frac{-1+\sqrt{5}}{2}}} 2r\,dr\,d\varphi = \int_0^{2\pi} d\varphi \cdot \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$

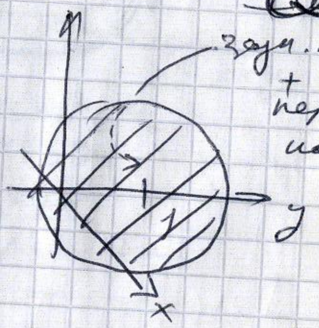
$= \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \cdot 2\pi =$

(4) $\iint\limits_{\Omega(\text{внеш})} \overset{Q}{x^2}\,dz\,dx + \overset{P}{dy\,dz} =$ (+15)

$x^2+(y-1)^2+z^2 = R^2 \quad x>0 \ - \ \Omega$

По ф-ле Остроградского



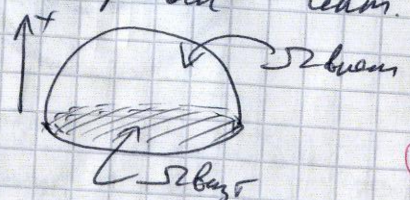


$Q =$ замк. пл-в. + перед. полусфера

$$\iint\limits_{\Omega} x^2\,dz\,dx + dy\,dz = \iiint\limits_{Q} \left(\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y}\right) dx\,dy\,dz =$$

$$= \iiint\limits_{Q} (0+0) = 0.,$$ таким образом

интеграл по внеш. части полусферы равен "−" инт. по внут (x=0)



$\int\limits_{\Omega внут} \underset{0}{x^2}\,dz\,dx + \underset{S}{dy\,dz} =$ с какой стороны?

$= \dots \ x=0, \ dy\,dz$ − пл-дь по Oyz

, тогда $\int = S(\Omega внут) =$