Контрольная № 2. **26.05.14**

1. Сходится ли интеграл абсолютно, условно:

$$\int_2^{+\infty} \frac{\sin\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}+1}\,dx\,?$$

2. При каких p сходится интеграл
$\displaystyle\int_\pi^{2\pi} \left(\sin\frac{\pi^2}{x}\right)^p \ln(x-\pi)\,dx$?

3. Сходится ли ряд $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(2n+3)}{\sqrt{n+10}+2\cdot(-1)^n}$?

4. Сходится ли ряд $\displaystyle\sum \frac{n!}{n^{n/2011}\ln^n\left(8+\frac{1}{\sqrt{n}}\right)}$?

7. Постоянная Эйлера

Теорема о существовании первообразной

Интеграл как предел интегральных сумм

Контрольная № 3 **30.05.14**

1. Найдите предел

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\ln\left(\frac{\sqrt{x+x^2}}{\ln\ln x}+\frac{x^{3/4}}{\ln^3 x}\right)}{\ln x}\,.$$

2. Найдите, вблизи каких точек функция не ограничена, и выясните, при каких p сходится интеграл

$$\int_0^1 \frac{\sin^p x\ \ln x}{x^3-x^5}\,dx\,.$$

3. Исследовать ряд на абсолютную и условную сходимость:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(-1)^n}{n+3\cdot\cos(3n+2)}\,.$$

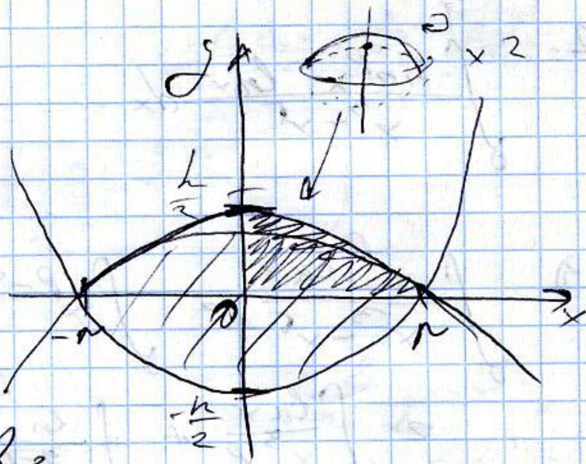
4. Есть двояковыпуклая линза, поверхности которой — соосные параболоиды вращения. Радиус линзы — r, толщина в центре — h. Найти объем.

Волков Михаил 1538 $\boxed{120}$

4. $r, h.$

+30

$$f_1(x) = \frac{h}{2}\left(\frac{x^2}{r^2} - 1\right)$$
$$f_2(x) = -\frac{h}{2}\left(\frac{x^2}{r^2} - 1\right)$$



$$V = 2\pi \int_0^r -\frac{h}{2}\left(\frac{x^2}{r^2} - 1\right) \cdot x \cdot dx \cdot 2 =$$

$$= -2\pi h \int_0^r \left(\frac{x^3}{r^2} - x\right) dx = -2\pi h \left(\frac{x^4}{4r^2} - \frac{x^2}{2}\right)\Big|_0^r =$$

$$= -2\pi h \left(\frac{r^4}{4r^2} - \frac{r^2}{2}\right) = 2\pi h \cdot \frac{r^2}{4} = \frac{\pi h r^2}{2}$$

3. +40

$$\sum_1^{\infty} \frac{\sin(-1)^n}{n + 3\cos(3n+2)} =$$

$$= \frac{\sin(-1)^n}{n}\left(\frac{1}{1 + \frac{3\cos(3n+2)}{n}}\right) = \frac{\sin(-1)^n}{n}\left(1 - \frac{3\cos(3n+2)}{n} + O\left(\frac{1}{n^2}\right) \dots\right)$$

$$= \frac{\sin(-1)^n}{n} + \frac{3\sin(-1)^n \cos(3n+2)^2}{n^2} + O\left(\frac{1}{n^3}\right)$$ изгодавно

$\sum \sin(-1)^n$ огр. $1/n \to 0$ мон. } Лейбниц

$\sin 1 - \sin 1 + \sin 1 - \sin 1.$ $\underbrace{}_{\text{из общно } \leq \sin 1}$

Сх. абсолютно

$$\sum \frac{3\sin(-1)^n \cos(\dots)}{n^2} \leq \sum \frac{3}{n^2} - \text{сх}$$

2. $\int_0^1 \frac{\sin^p x \ \ln x}{x^3 - x^5} dx$

+20

а) $\int_0 \frac{x^p \ln x}{x^3 - x^5} = \int_0 x^{p-3} \ln x (1 + x^2 + x^4 + o(x^6)) dx =$

$= \int_0 \frac{\ln x}{x^{3-p}} + \int_0 \frac{\ln x}{x^{1-p}} + \int \frac{\ln x}{x^{-1-p}} + \ldots = \int$

$\frac{\ln x}{x} \frac{1}{x^{2-p}} < \frac{1}{x^{2-p}}$ сх при $p>1$? сх при $p>0$ или абсолютно если $p>1$

~~при p~~ при $\forall p > 1$ сходится каждый член ряда

2!

$\int \frac{\ln x}{x^{-\alpha-p}}$, где $-\alpha - p < 1 \Rightarrow$ $\int \frac{\ln x}{x^{-\alpha-p}} < \int \frac{1}{x^{1-\alpha-p}}$ ~~...~~

Вы как-то криво утверждаете!

весь ~~ряд~~ интеграл ~~...~~ сходится, абсолютно.

~~б) около 0 $\sin^p x \sim x^p$ $\ln x \ldots$~~

~~$\frac{x^p \ln x}{x^3(1-x^2)} =$~~ ~~$\int \ldots$~~

~~шаровница около 0 при~~

$\ln x \underset{x \to 1}{\sim}$?

б) $\int^1 \frac{\sin^p x \ \ln x}{x^3 - x^5} = C \int \frac{\ln x}{x^3(1 - x^2)} < \int \frac{~~\ln x~~ 1}{x^2(1-x^2)}$

расх. $\sim \frac{1}{x^4}$

$4 > 1$

Или ~~...~~ разом в общем виде

$\int_0^1 \left(\frac{\ln x}{x \cdot x^3 (1-x^2)} \frac{\sin^p x}{} \right) dx \le \int_0^1 \frac{\sin^p x}{(1-x^2)x^2} dx$; В 1 этот интеграл есть $\int \frac{const}{\sim x^4}$, члены интеграла ~~...~~ $\to \infty$, ряд расх.

$\ln x \to 0$?!

В 0 эта штука $\sim \int_0 \frac{x^p}{x^2(1-x^2)} dx$,

что есть $\int_0 x^{p-2}(1 + x^2 + x^4 + \ldots) = \int_0 (x^{p-2} + x^p + x^{p+2} + \ldots)$

при $p \geq 3$ первый чл. всегда сход, а начиная с некоторого $(\sin p > 1$ вд$)$ все сх. абсол.

3. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln\left(\dfrac{\sqrt{x+x^2}}{\ln\ln x} + \dfrac{x^{3/4}}{\ln^3 x}\right)}{\ln x} =$ $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\ln\ln x}{\ln x} = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\ln 4}{4} = \lim \dfrac{1}{4\ln 4} \to 0$ лопит.

$= \lim \dfrac{\ln\left(e^{\frac{1}{2}\ln(x+x^2) - \ln\ln x} + e^{\frac{3}{4}\ln x - 3\ln\ln x}\right)}{\ln x}$

$= \lim \dfrac{\ln\left(e^{\frac{1}{2}\ln(x+x^2)} + e^{\frac{3}{4}\ln x}\right)}{\ln x} =$ $\lim \dfrac{\ln(x+x^2)}{\ln x} = \dfrac{x+x^2}{x} \to \infty$

$= \lim \dfrac{\ln\left(e^{\frac{1}{2}\ln(x+x^2)}\right)}{\ln x} = \lim \dfrac{\ln\sqrt{x^2}}{\ln x} = 1.$

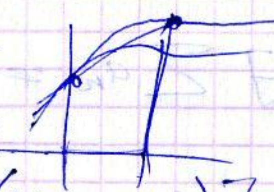
Непонятна законность Ваших действий

+3

Экзамен 2 сем

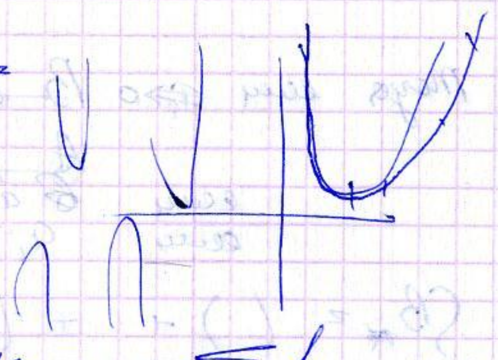
Инт. сумма трапеций

1) $\int f$ $\quad \sum \left[\frac{f(x_k) + f(x_{k+1})}{2} (x_{k+1} - x_k) \right]$



$\int f(x)$

2) $\Gamma(t) = \int_0^{\infty} x^{t-1} e^{-x} dx$



3) Критерий Больц.–Коши: $\sum f_n$ сх. равн. на E если

$\forall \varepsilon \; \exists N \; \forall n, p > N \; |\cancel{f_n - f_m}| < \varepsilon$

$\forall x \in E$ ~~(или~~ $\cancel{g(f_n - f_m)}$)

$|f_n(x) + f_{n+1}(x) + \ldots + f_{n+p}(x)| < \varepsilon$.

$\exists \sum a_n = S(A)$, ряд A

$B = (a_1 + a_2 + \ldots + a_p) + (a_{p+1} + \ldots) + () \ldots$

$\cancel{B}\ \cancel{B}\ b_1 \to \sum a_i$

тогда если ~~$a_i > 0$~~ ~~B сходится к S, то~~ ~~A тоже сх. к S~~ $(\Leftrightarrow)$

если B абс. сход, то A тоже.

если $a_i > 0$, то $S^B = S^A$

$$S^B_N = \underbrace{() + \ldots + ()}_{n} = S^A_{M}$$

а) $B_N = b_1 + \ldots + b_n = (a_1 + \ldots + a_p) + () + \ldots (+ \ldots + a_n) =$
$= \cancel{B^{(A)}_k} = A_k$

тогда из абс. сход. B известно, что

$\exists \lim |B_k|$, значит $S^{(B)}_N \xrightarrow[N \to +\infty]{} B_n \xrightarrow[n \to \infty]{} S$.

тогда $[A_k = (B_n \to S)] \to S$

б) $\exists A$ расх, тогда $\nexists \lim_{k \to +\infty} A_k$ или $\lim A_k = +\infty$

если $a_i > 0$, то сходимость эквивалентна абс. сходимости,

пусть A сход, тогда $\exists \lim A_n = S$, тогда $\lim B_n = S$, пусть A расх, тогда

$\lim A_n = +\infty$, но $B_n = A_m$ (b_n тоже имеют пол. члены), значит $\lim B_n = +\infty$

Волков М. 1538

1. $$\lim_{x\to+0}\frac{\ln x+\ln x^2}{\ln\left(\sqrt{\frac{\sin\sqrt{x}}{\ln^3(1/\sqrt{x})}}-\frac{x}{\sqrt{\ln\frac{1}{x}}}\right)}$$ +3

A ⟶ ⟵ B

Решение

A: $\sqrt{\frac{\sin\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\cdot\frac{\sqrt{x}}{\ln^3(\frac{1}{\sqrt{x}})}}\to+0.$

1 зам. предел. $\sqrt{x}$ сильнее ln (через Коши.)

$$\lim_{x\to0}\frac{\sqrt{x}}{\ln^3\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)} = \lim\frac{1}{2\sqrt{x}\cdot3\ln^2\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)\cdot\frac{1}{\sqrt{x}}}\to+0.$$

Нет неопределенности.

B: $\lim_{x\to+0}\frac{x}{\sqrt{\ln\frac{1}{x}}} = \lim_{x\to+0}-\frac{1}{2\sqrt{(\ln\frac{1}{x})^3}}\to+0$

что-то большое.

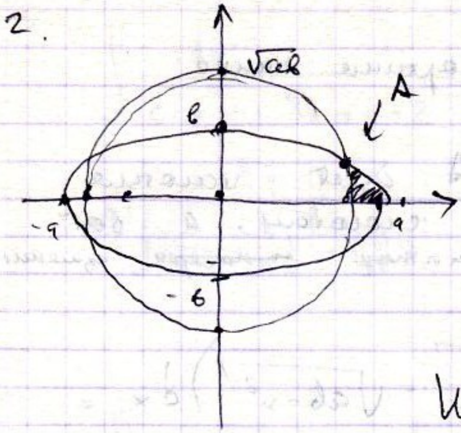
В итоге имеем что-то типа

$\frac{\ln x+2\ln x}{\ln u}=3$; $u\sim x$ при $x\to0$

не совсем

2.

$x^2+y^2=ab$ $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$



Очевидно, что

$\min(a,b)<\sqrt{ab}<\max(a,b)$. +10

Также понятно, что при $a=b$ фигуры совпадают и ответ — 0.

Найдем площадь заштр. фигуры и умн. на 4 в ответе

1. Пусть для простоты $a>b$;

Найдем координаты A: $\frac{ab-y^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$

$ab^3-y^2b^2+y^2a^2=a^2b^2$

$y^2(a-b)=a^2b^2-ab^3$

$y=+\sqrt{\frac{a^2b^2-ab^3}{a-b}}$ считаем в I ч. $=A_y$

тогда $x^2=+\sqrt{ab-\frac{a^2b^2-ab^3}{a-b}}=A_x$, + для опр.

Искомая площадь — $4\int_{\sqrt{ab-\frac{a^2b^2-ab^3}{a-b}}}^{a}\left(b\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}}-\sqrt{ab-x^2}\right)dx=$

элл. круг

При $x=a$ подкоренное выражение отрицательно

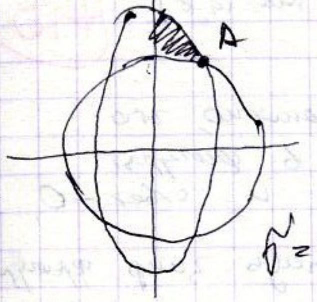
$=4\left[b\cdot\cancel{\frac{\pi}{4}}\cdot a\cdot\arcsin\left(\frac{x}{a}\right)\right]\Big|_{\sqrt{ab-\frac{a^2b^2-ab^3}{a-b}}}^{a}$

По

$-4\left[\frac{x}{2}\sqrt{ab-x^2}+\frac{a^2b^2}{2}\arcsin\frac{x}{ab}\right]\Big|_{\sqrt{ab-\frac{a^2b^2-ab^3}{a-b}}}^{a}=$

$=\ldots$ то, что мы искали. #

2. Если же $a < b$, то картина такая:



Точка A будет искаться тем же способом, а вот границы интегр. ~~и порядок~~ изменим:

$$S = 4\int_0^{A_x}\left(b\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}} - \sqrt{ab - x^2}\right)dx =$$

$$= 4\left[b a^2 \arcsin\frac{x}{a} - \frac{x}{2}\sqrt{ab - x^2} - \frac{a^2b^3}{2}\arcsin\frac{x}{ab}\right]\Bigg|_0^{A_x}$$

Ну и все, собственно. подставить как надо.

3. $$\int\frac{dx}{\sin^2 x + 3\sin x + 2} = I$$

+5

а) $$\int\frac{dx}{(\sin x + \frac{3}{2})^2 - (\frac{1}{2})^2} = -\frac{1}{2(\frac{1}{2})}\ln\left|\frac{\frac{1}{2} + \sin x + \frac{3}{2}}{\frac{1}{2} - \sin x - \frac{3}{2}}\right|$$ Бред

б) $t = \sin x$, $dx = \frac{1}{\sqrt{1-t^2}}$

$$I = \int\frac{dt}{(t^2+3t+2)\sqrt{1-t^2}}$$

(Заменим по Эйлеру $xt + 1 = \sqrt{1-t^2}$
$x^2 t^2$)

$$I = \arcsin t\,(t^2+3t+2) - \int\arcsin t$$

Не берется по частям, по Эйлеру, заменой на t, на $\operatorname{tg}\frac{x}{2}$.

4. $\int \frac{\operatorname{arctg}(2x+1)}{(x-2)^2} = -\frac{1}{(x-2)} \operatorname{arctg}(2x+1) + \int \frac{1}{(x-2)} \cdot \frac{2}{(1+x^2)} =$

$= -\frac{1}{(x-2)} \operatorname{arctg}(2x+1) + \int \left(\frac{1}{5(x-2)} + \frac{-\frac{1}{5}x - \frac{2}{5}}{(1+x^2)} \right) dx =$

$1 = A(1+x^2) + (Bx+C)(x-2)$

$= -\frac{1}{(x-2)} \operatorname{arctg}(2x+1) + \frac{1}{5} \ln|x-2| - \frac{1}{5} \int \frac{x+2}{(1+x^2)} dx =$

$= -\frac{1}{(x-2)} \operatorname{arctg}(2x+1) + \frac{1}{5} \ln|x-2| - \frac{2}{5} \operatorname{arctg}(x) -$

$- \frac{1}{15} \int \frac{2x \, dx}{1+x^2} = -\frac{1}{(x-2)} \operatorname{arctg}(2x+1) + \frac{1}{5} \ln(x-2) - \frac{2}{5} \times$

$\times \operatorname{arctg}(x) - \frac{1}{10} \ln|1+x^2|$;

+7

Волхов М 1538

50 интегралов

+5

ТЕТРАДЬ

для ______________________________

____

учени ____________ класса ________

____________________ школы ________

____

____

12 листов

$$\sum \frac{n!}{n^{n/2011} \ln^n (8+\frac{1}{\sqrt{n}})}$$

+15

Коши:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt[n]{n!}}{n^{1/2011} \underbrace{\ln(8+\frac{1}{\sqrt{n}})}_{const}} \approx \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt[n]{\sqrt{2\pi n}\left(\frac{n}{e}\right)^n}}{n^{1/2011}} =$$

$$\lim \frac{\sqrt[2n]{2\pi n}\cdot n}{e \cdot n^{1/2011}}$$ ← монотр $\to \infty$

Расходится.

$$\frac{n^{\frac{1}{2n}} \cdot n}{n^{1/2011}} = e^{\frac{1}{2n}\ln n + \ln n - \frac{1}{2011}\ln n} =$$

$$= e^{\ln n \left(\frac{1}{2n} + const\right)} \approx e \quad \frac{\ln n}{n} \to 0 \quad \to -\infty$$

Расходится.

? минус?

Волков М

+16

48

1. $\int_{2}^{+\infty} \frac{\sin\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}+1}\,dx = A$

① Абс: $\int^{+\infty} \left|\frac{\sin\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}+1}\right| > \int^{+\infty} \frac{|\sin\sqrt{x}|}{\sqrt[3]{x}} \sim \frac{1}{\sqrt[3]{x}} \quad \frac{1}{3} \not> 1$

расх по расх огр. коши

$\sum \approx \frac{1}{2}\sqrt[3]{k\pi}\cdot\pi \to +\infty$

какая-то конст.

② Условно:

$\exists B = \frac{\sin\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}}$ $\quad \exists t = \sqrt{x}, \; dx = 2t$

$$A = 2\int^{+\infty} \frac{t\sin t}{t^{2/3}+1}, \quad B = \int^{+\infty} \frac{t\sin t}{t^{2/3}} = \int t^{1/3}\sin t$$

А чем эта единица Вам мешает?

B расх по огр. Коши

$\approx \frac{1}{2}\sqrt[3]{k\pi}\,\frac{?}{?}\cdot\pi \to \infty$

$A - B - (A+B)$?

$$A+B = \cancel{\frac{t\sin t}{(t^{2/3}+1)t^{2/3}}}$$

$$= \frac{t\sin t + t^{2/3}t^{1/3}\sin t + t^{2/3}\sin t}{t^{2/3}+1} =$$

$$= \frac{\sin t(t + t + t^{1/3})}{t^{2/3}+1} = \frac{(2t+t^{1/3})\sin t}{t^{2/3}}$$

F огр $\frac{\sin\sqrt{x}}{2\sqrt{x}} \cdot \frac{2\sqrt{x}}{x^{4/3}}$ 0 моноп

сх абс: сх и по Дирихле; расх по Коши (B); F огр; 0 моноп

Нет ☹.

$$\frac{\sin\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}\left(1+\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)} = \frac{\sin\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}}\left(1+\frac{1}{\sqrt[3]{x}}+\frac{1}{x^{2/3}}+\frac{1}{x}+O\left(\frac{1}{x^{4/3}}\right)\right)$$

A5

$$\int_{\pi}^{2\pi} \left(\sin\frac{\pi^2}{x}\right)^p \ln(x-\pi)\,dx$$

$p=0$ $\int_{\pi}^{2\pi} \ln(x-\pi)\,dx$ расх к $-\infty$

так как подынтегр. выр. $\to -\infty$.

Это не причина

$p<0$ $\exists\, a=-p$

$$\int_{\pi}^{2\pi} \frac{\ln(x-\pi)}{\left(\sin\frac{\pi^2}{x}\right)^a} \qquad \int_{\pi}^{\ldots} \ldots, \to -\infty$$

$$\lim_{x\to\pi+0} \frac{\ln(x-\pi)}{\left(\sin\frac{\pi^2}{x}\right)^{-p}} \to -\infty$$

$\to 0$

расх, поскольку $\int a_n \to -\infty$

$p>0$

$$\int_{\pi}^{2\pi} \left(\sin\frac{\pi^2}{x}\right)^p \ln(x-\pi)\,dx =$$

$\uparrow \frac{\pi}{x}\cdot\pi$

~~$\int \left(\frac{1}{2}(\cos 0 + \cos\frac{2\pi}{2}\right.$~~

МОГИЛ.

???

3) $\sum \frac{\cos(2n+3)}{\sqrt{n+10}+2(-1)^n}$ $=$ Группир. по 2 члена:

±12

$$= \sum \frac{\cos(2n+3)(\sqrt{n+11}-2)+\cos(2n+4)(\sqrt{n+10}+2)}{(\sqrt{n+10}+2(-1))(\sqrt{n+11}-2)} \stackrel{?}{=}$$

$$\stackrel{?}{=} \sum \frac{\cos(2n+3)(\sqrt{n+11}-2)+\cos(2n+4)(\sqrt{n+10}+2)}{n}$$

Такой ряд абсолютно, понятное дело, не сх-ся, вверху что-то большее $\frac{1}{n}$ $\Rightarrow$ расх

$$\stackrel{?}{=} \sum \frac{\cos(2n+3)(\sqrt{n}-2)+\cos(2n+4)(\sqrt{n}+2)}{n} =$$

предпол. сум., рассмотрим сумму

$$= \sum \frac{\cos(2n+3)(\sqrt{n}-2)}{n} + \sum \frac{\cos(2n+4)(\sqrt{n}+2)}{n}$$

?

$\sum \cos(2n+3)$ огр. $(\cos(2n+3) \sim \cos 2n$

$\cos 2n = |\cos 2 + \cos 4 + \cos \ldots|$

$\leq |e^{2i}+e^{4i}+\ldots| \leq \frac{2}{|1-e^{2i}|}$

$\frac{(\sqrt{n}-2)}{n} \to 0$ монотонно (нет сомнений!)

Сход. по Дирихле

Сход. по Дирихле аналогично предыдущему

Волков М 1538 16.05.14

Что я планирую тут написать!

+8

1. 2578 7. 2630
2. 2579 8. 2631
3. 2580 9. 2632
4. 2598 10. 2635
5. 2600
6. 2626

1. 2578

$a_n = \frac{1000^n}{n!}$ Доламбер: $\frac{\frac{1000^{n+1}}{(n+1)!}}{\frac{1000^n}{n!}} = \frac{1000}{n+1} \xrightarrow[n\to\infty]{} 0 < 1$ сход.

2. 2579

$a_n = \frac{(n!)^2}{2n!}$ Д: $\frac{\frac{(n!(n+1))^2}{(2(n+1))!}}{\frac{(n!)^2}{2n!}} \to \frac{(n+1)^2}{(2n+1)(2n+2)} \xrightarrow[n\to\infty]{} \frac{1}{4} < 1$ сход

3. 2580

$a_n = \frac{n!}{n^n}$ ~~Коши: $\sqrt[n]{a_n}$: $\lim \frac{\sqrt[n]{n!}}{n} = \lim$~~

~~$= \lim \frac{\sqrt[n]{\sqrt{2\pi n}\left(\frac{n}{e}\right)^n}}{n} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{\sqrt[2n]{2\pi n}}{e} = \infty > 1$ расх.~~

так быть не должно быть

Даламбер: $\frac{(n+1)!\, n^n}{(n+1)^{n+1}\, n!} = \left(\frac{n^n}{(n+1)^n}\right) = \left(1 - \frac{1}{n+1}\right)^n =$

$= \frac{1}{e} < 1$ сходится.

4 (2598) $\left(\frac{1}{2}\right)^p + \left(\frac{1\cdot 3}{2\cdot 4}\right)^p + \left(\frac{1\cdot 3\cdot 5}{2\cdot 4\cdot 6}\right)^p + \ldots$

Решение

Волков Михаил 1538

$\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{e^{\sqrt[3]{\ln x}} \cdot (\ln x)^3}{x^{13} \cdot \left(e^{1/\ln x}\right)^2} =$ $(\ln x)^3 \to 0$, $e^{1/\ln x} \to 1$, $\to 0$ const, забудем об этом

$= \lim\limits_{x\to+\infty} e^{\sqrt[3]{\ln x} - \frac{1}{\ln x}}$

$= \lim\limits_{x\to+\infty} e^{\sqrt[3]{\ln x} - 13\ln x + 3\ln\ln x} =$ малое

$= \lim e^{-\infty} = 0.$

+10

$\left(\lim \frac{\ln x}{\sqrt[3]{\ln x}}\right) = \left(\lim \frac{\ln^3 x}{\ln x}\right)^{\frac{1}{3}} =$

$= \left(\lim\left(\frac{3\ln^2 x \cdot \cancel{\frac{1}{x}}}{\cancel{\frac{1}{x}}}\right)\right)^{\frac{1}{3}} = \left(\lim\limits_{x\to\infty} 3\ln^2 x\right)^{\frac{1}{3}} =$

$= +\infty$

$\lim\limits_{x\to\infty} \frac{13\ln x}{3\ln\ln x} = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{13\, u(x)}{3\ln u(x)} = +\infty$

~~$= 13$~~

Из чего $\frac{13 \cdot \frac{1}{x}}{3 \cdot \frac{1}{\ln x} \cdot \frac{1}{x}} = \frac{13}{3}\ln x \to +\infty$

Волков Михаил 1538

$$\int_{\min(a,b)} ((a+1)x-(b+1))dx$$

№104

$$\int_0^4 [(1+0)x-(4+1)]dx = \int_0^4 (x-5)dx;$$

+10

Представим в виде суммы, $\exists\, \xi = \frac{(\Delta x)+x}{2}$

$$\sum_{k=1}^{N} \frac{4}{N}\left(\frac{4k}{N}-\frac{4}{2N}-5\right)=\sum\left(\frac{4}{N}\left(\frac{4k-2}{N}-5\right)\right)=$$

$$=\frac{4}{N}\sum\left(\frac{4k-2}{N}\right)-\frac{5N\cdot 4}{N}=\frac{4}{N^2}\sum(4k-2)-20=$$

$$=\frac{4\cdot 4}{N^2}\sum k-\frac{4}{N^2}\cdot 2N-20=$$

$$=\frac{\cancel{16}^{8}}{N^2}\cdot\frac{(1+N)N}{\cancel{2}}-\frac{8}{N}-20=\frac{8N^2}{N^2}-\frac{8N}{N^2}-\frac{8}{N}-20$$

$$=-12+\frac{\dots}{N}\to 0 \text{ при } N\to\infty$$

Сделали пред. переход, $\sum\dots=-12$.

И правда, $\int_0^4 (x-5)dx=\left(\frac{x^2}{2}-5x\right)\Big|_0^4=\frac{16}{2}-20=$

Ответ: −12

Волков Михаил 1538

$$\int_1^{+\infty}\frac{\cos\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}}\,dx.$$ — по ~~графику~~ сх.?!

+9

• $\int^{+\infty}\left|\frac{\cos\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}}\right| \le \int^{+\infty}\left|\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right|$ и ничего

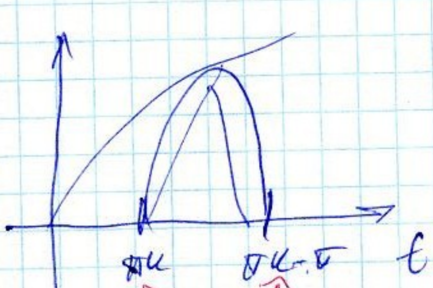
$\exists\, t=\sqrt{x}$ $x=t^2$ $\cancel{\cos t}$ $dx=2t$

Дирихле подвёл

• $\int^{+\infty}\frac{\cos t}{t^{2/3}}\cdot 2t\,dt = 2\int^{+\infty}\frac{\cos t}{\cancel{t}}\cdot t^{\frac{1}{3}}dt.$

$\sin t$ огран.

не убывает и не $\to 0$ вообще.

• 

для косинуса это не совсем так.

$$\int_{\pi k}^{\pi k+\pi} t^{\frac{1}{3}}\cos t\,dt=$$

$$=\frac{\sqrt[3]{\pi k}}{2}\cdot(\pi k+\pi-\pi k)$$

$$\int_{\pi k}^{\pi k+\pi} t^{\frac{1}{3}}\cos t \ge \sqrt[3]{\pi k}\int_{\cos t}\cos t = 2\sqrt[3]{\pi k}\dots\varepsilon$$

больше 0,0001, арги расст. расх., расх. абсолютно

$$\int t^{\frac{1}{3}}\cos t \ge 2\sqrt[3]{\pi k}$$ аналогично.

Волхов М 1538

1. $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{1}{x}+\ln\left(1-\frac{1}{x}\right)\right)$ or $\frac{1}{2}\lim\limits_{n\to+\infty}\int_1^n \frac{\{x\}(1-\{x\})}{x^3}$

↑ этот предел = 0.

2. Если $f\in C\langle a,b\rangle$, то $\exists F$ |

+3

$F'(x)=f(x)$ – производная F

3. $\forall\varepsilon>0$, $f(x)\in C\langle a,b\rangle$, $\{x_k\}$ - дробление $\langle a$ $\{\xi_k\}$ - оснащение.

+1

$\left|\int_a^b f(x)\,dx-\lim\limits_{\lambda\to 0}\sum_{k=1}^n f(\xi_k)(x_k-x_{k-1})\right|<\varepsilon.$

$\left(\frac{\varepsilon^2}{8}\int_a^b f''(x)\,dx\right.$ для середин. оснащения или трапеции. ных сумм)

$\lim\limits_{\lambda\to 0}\sum_{k=1}^n$

Римановы суммы

Выражение под пределом зависит не только от n!

Волхов М. Алекс. 1538

+7

$$\int\frac{x^2-2x}{\sqrt{\cancel{2x^2}-5x^2+3x+2}}\,dx$$

$$\sqrt{-5x^2+3x+2}=\sqrt{-(5x^2-3x-2)}=$$

$$=\sqrt{-\left(\left(\sqrt5x+\frac{3}{2\sqrt5}\right)^2-\frac{9}{4\cdot 5}-2\right)}=\cancel{\sqrt{\left(\left(\sqrt5x+\frac{1}{\sqrt5}\right)^2-\left(\frac{11}{\sqrt5}\right)^2\right)}}=$$

$$=\cancel{\sqrt{\left(\frac{11}{5}\right)^2-\left(\sqrt5x+\frac{1}{\sqrt5}\right)^2}}.\quad \sqrt{a^2-x^2}.$$

ложь 2

$$\cancel{\int=A\frac{1}{\sqrt5}\arcsin\left(\frac{\sqrt5x+\frac{1}{\sqrt5}}{\left(\frac{\sqrt{11}}{\sqrt5}\right)}\right)+C\cdot 2\sqrt{-5x^2+2x+2}+}$$

$$+\sqrt{\left(-\left(\left(\sqrt5x+\frac{3}{2\sqrt5}\right)^2-\frac{9}{4\cdot5}-2\right)\right)}=\quad(a^2-x^2)$$

$$=\sqrt{\left(-\left(\sqrt5x+\frac{3}{2\sqrt5}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{43}}{\sqrt{20}}\right)^2\right)}\text{ – полн. кв.}$$

?

$$\int\cdots=A\cdot\frac{1}{\sqrt5}\arcsin\left(\frac{\sqrt5x+2\frac{3}{\sqrt5}}{\left(\frac{\sqrt{43}}{\sqrt{20}}\right)}\right)+C\cdot2\sqrt{-5x^2+3x+2}+$$

$$+B\cdot\frac{1}{\sqrt5}\left(\frac{\sqrt5x+2\frac{3}{\sqrt5}}{2}\sqrt{-5x^2+3x+2}+\frac{43}{40}\arcsin\left(\frac{\sqrt5x+2\frac{3}{\sqrt5}}{\left(\frac{\sqrt{43}}{\sqrt{20}}\right)}\right)\right)$$

$[A,B,C:]$ $x^2-2x=A+(-5x^2+3x+2)B+(-10x+3)C$

$B=-\frac{1}{5}$, $-2=3\cdot\left(-\frac{1}{5}\right)-10C.$