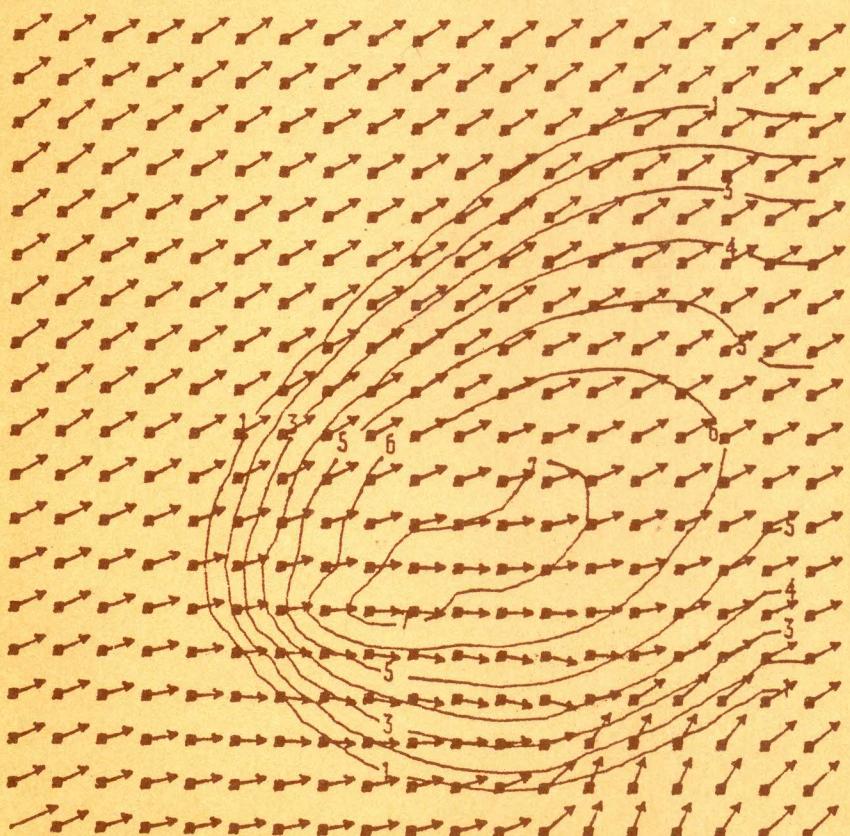


МАТЕМАТИЧЕСКОЕ  
МОДЕЛИРОВАНИЕ  
ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ  
ПРОЦЕССОВ  
И ЗАГРЯЗНЕНИЯ  
АТМОСФЕРЫ



Академия наук СССР Сибирское отделение  
В ы ч и с л и т е л ь н ы й ц е н т р

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ  
ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ  
И ЗАГРЯЗНЕНИЯ АТМОСФЕРЫ

Сборник научных трудов

Под редакцией  
В.В.Пененко



Новосибирск 1988

Сборник посвящен различным аспектам математического моделирования для решения задач физики атмосферы и охраны окружающей среды.

Приведенные в сборнике численные модели динамики атмосферы рассматривают класс задач, связанный с исследованием чувствительности, размещением систем наблюдения, усвоением данных измерений с целью восстановления пространственно-временной структуры полей гидрометеоэлементов, нахождением оценок и оптимизацией параметров моделей, реализацией прямых и обратных связей между моделями и данными натурных экспериментов. Для решения данного класса задач предлагаются эффективные численные методы и алгоритмы.

Наряду с развитием новых направлений ряд статей сборника посвящен совершенствованию численных моделей гидродинамики путем более детального описания физических процессов, происходящих в пограничном слое атмосферы.

Сборник рассчитан на специалистов по численному моделированию в области геофизики, физики атмосферы и охраны окружающей среды.

Сборник оформлен на ЭВМ Labtam-3215 при помощи графической системы подготовки документов ФОРТ, разработанной В.А. Дебеловым и С.А. Плехановым. Подготовка к печати проведена Н.Л. Широковской.



ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЦЕНТР СО АН СССР

В.Ф. Рапута

## ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ И ПОСТРОЕНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ ПЛАНОВ В ЗАДАЧАХ ПРИЗЕМНОГО СЛОЯ АТМОСФЕРЫ

Для повышения эффективности проведения аэрозольных обработок сельскохозяйственных культур необходимо располагать достоверной информацией о состоянии приземного слоя атмосферы. В условиях горизонтальной однородности подстилающей поверхности и стационарности протекающих процессов его состояние характеризуется следующими основными параметрами: уровнем шероховатости  $z_0$ , скоростью трения  $u_*$ , масштабом для измерения температуры  $T_*$  и масштабом длины Монина-Обухова  $L$  [1, 2]. Для оценки этих параметров могут быть использованы данные градиентных наблюдений скорости ветра и температуры воздуха [3, 4].

Опыт проведения аэрозольных обработок показывает, что наибольший эффект достигается в условиях устойчивого состояния приземного слоя атмосферы. Поэтому в данной работе основное внимание уделяется анализу и планированию градиентных наблюдений скорости ветра и температуры для устойчивой стратификации. В этом случае удается несколько упростить процедуру оценивания параметров и построить в явном виде оптимальные планы наблюдений по высоте, что представляется важным с точки зрения их оперативного использования.

Рассмотрим стационарный, однородный по горизонтали стратифицированный приземный слой атмосферы. Тогда соотношения, описывающие распределение скорости ветра и температуры, в соответствии с теорией подобия имеют вид [1, 2]:

$$\begin{aligned} u(z) - u(z_b) &= \frac{u_*}{\chi} [f_u(\xi) - f_u(\xi_b)] , \\ T(z) - T(z_b) &= T_* [f_\eta(\xi) - f_\eta(\xi_b)] , \end{aligned} \quad (1)$$

где  $u$  – горизонтальная составляющая скорости ветра;  $T$  – потенциальная температура;  $u_*$  – скорость трения;  $\chi$  – постоянная Кармана;  $T_*$  – масштаб для измерения потенциальной температуры;  $f_u(\xi)$ ,  $f_\eta(\xi)$  – непрерывные универсальные функции переменной  $\xi = \frac{z}{L}$ ;  $L$  – масштаб длины, определяемый формулой

$$L = \frac{u_*^2}{\chi^2 \lambda T_*} , \quad (2)$$

$\lambda$  – параметр плавучести.

В работе [5] рассмотрен алгоритм последовательного построения локально-оптимальных планов и оценки параметров  $u_*$ ,  $T_*$ ,  $L$ ,  $z_0$  по измерениям скорости ветра и температуры на нескольких уровнях. Однако этот подход представляет определенные неудобства при практической реализации, поскольку необходимо совмещать в реальном времени процедуры проведения наблюдений, оценивания и последовательного планирования.

Для случая устойчивого состояния ( $L > 0$ ) возможно априорное построение оптимальных планов наблюдений. Примем следующие конкретные выражения для универсальных функций [6]:

$$\begin{aligned} f_u(\xi) &= \ln \xi + \beta \cdot \xi , \\ f_\eta(\xi) &= \alpha \ln \xi + \beta \cdot \xi , \end{aligned} \quad (3)$$

где  $\beta = 4,7$ ,  $\alpha = 0,74$ ,  $\xi \in (0, 1]$ .

С учетом (3), преобразуем (1) к виду

$$\begin{aligned} c(z) &= \frac{u_*}{\chi} \left[ \varphi(z) + \frac{\psi(z)}{L} \right] , \\ \tau(z) &= T_* \left[ \alpha \varphi(z) + \frac{\psi(z)}{L} \right] , \end{aligned} \quad (4)$$

где

$$c(z) = u(z) - u(z_n) , \tau(z) = T(z) - T(z_n) ,$$

$$\varphi(z) = \ln \frac{z}{z_n} , \psi(z) = \beta(z - z_n) .$$

Пусть для оценки параметров  $u_*$ ,  $L$ ,  $T_*$  имеется дополнительная информация об измерениях разностей скоростей ветра и температуры между уровнями  $z_n$  и  $z_h$ ,  $z_n > z_h$

$$\begin{aligned} c_n &= c(z_n) + \omega_1^{(n)} , \tau_n = \tau(z_n) + \omega_2^{(n)} , \\ E[\omega_j^{(n)}] &= 0 , E[\omega_j^{(n)} \cdot \omega_j^{(k)}] = \delta_{nk} \sigma_j^{(2)} , \end{aligned} \quad (5)$$

$$z_n \in (z_h, z_b] , n, k = \overline{1, N} , j = 1, 2, N \geq 1 .$$

Здесь  $E$  — операция математического ожидания,  $\delta_{nk}$  — символ Кронекера.

Под решением задачи нахождения параметров  $u_*$ ,  $L$ ,  $T_*$  будем понимать оценки  $\hat{u}_*$ ,  $\hat{L}$ ,  $\hat{T}_*$ , доставляющие минимум функции [7]

$$J_N(u_*, L, T_*) = \sum_{n=1}^N \left\{ \sigma_1^{-2} [c_n - c(z_n, u_*, L)]^2 + \sigma_2^{-2} [\tau_n - \tau(z_n, T_*, L)]^2 \right\} \quad (6)$$

при ограничении (2),  $L > 0$ ,  $u_* > 0$ .

Для приведения функции (6) к более удобному виду введем замену переменных:

$$\theta_1 = \frac{u_*}{\chi} , \theta_2 = \frac{u_*}{\chi L} . \quad (7)$$

Тогда, с учетом (2), (4), (7), функция (6) преобразуется к виду

$$I_N(\vec{\theta}) = \sum_{n=1}^N \{ \sigma_1^{-2} [c_n - \theta_1 \Phi(z_n) - \theta_2 \psi(z_n)]^2 +$$

$$+ r_1^{-2} [\lambda \tau_n - \theta_1 \theta_2 \alpha \Phi(z_n) - \theta_2^2 \psi(z_n)]^2 \},$$

где  $r_1 = \lambda \sigma_2$ ;  $\vec{\theta} = (\theta_1, \theta_2)$ ;  $\theta_1 > 0$ ,  $\theta_2 > 0$ .

Регрессионная зависимость (4) нелинейна относительно вектора параметров. В этом случае точки оптимального плана наблюдений, вообще говоря, зависят от значений искомых оценок и могут быть найдены с помощью процедур последовательного планирования и анализа эксперимента [8, 9]. Однако получаемые таким образом планы представляют заметные неудобства.

Результаты численного моделирования локально-D-оптимальных планов для регрессии (4) показали слабую чувствительность точек построенных планов от конкретных значений  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ . Для оценок возможного диапазона изменения параметров  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  использовалась эмпирическая зависимость [10]

$$L = Au_e^2, A = 1,1 \cdot 10^3 c^2/m, \quad (9)$$

имеющая место для устойчивой стратификации.

Построенные D-оптимальные планы состоят из двух точек одинакового веса, одна из которых совпадает с верхним уровнем измерения  $z_b$ , а положение второй определяется  $z_a$  и  $z_b$ . В диапазоне изменения  $u_e$  от 0,1 до 1 м/с влияние конкретных значений параметров  $\theta_1$  и  $\theta_2$  на положение второй точки составило сотые доли метра. Это обстоятельство дает возможность априорного построения оптимальных планов измерений.

Пример. Пусть область, доступная для измерения скорости ветра и температуры, находится в интервале от  $z_a = 1$  до  $z_b = 4$  м. В этом случае D-оптимальный план имеет вид

$$\varepsilon_{opt} = \begin{cases} z_1 = 2,2 \text{ м}, z_2 = z_b \\ p_1 = p_2 = 0,5 \end{cases}. \quad (10)$$

Интересно отметить, что  $K = D(\varepsilon_{\text{AP}})/D(\varepsilon_1)$  менялось от одного до трех порядков при изменении  $u_0$  в пределах от 0,1 до 1 м/с. Здесь  $D(\varepsilon_{\text{AP}})$  и  $D(\varepsilon_1)$  – определители информационных матриц, соответствующих плану (10) и одноточечному плану  $\varepsilon_1$ , состоящему из точки  $z=z_0$ .

Для объяснения причины столь большой величины коэффициента  $K$  и его сильного колебания целесообразно рассмотреть аналитические выражения определителей этих матриц. Исходя из определения информационной матрицы для регрессии (4) [8], после несложных преобразований получаем

$$D(\varepsilon_1) = \Phi^2(z) \cdot \left\{ \alpha^2 [\theta_1 \Phi(z) - \theta_2 \psi(z)]^2 + 4\alpha\theta_1\theta_2 \Phi(z)\psi(z) + 4\theta_2^2 (1-\alpha) \psi^2(z) \right\} \Big|_{z=z_0}, \quad (11)$$

$$\begin{aligned} D(\varepsilon_{\text{AP}}) = & \frac{1}{4} (1+4\theta_2^2 + 4\theta_2^4 \alpha^2) [\Phi(z_1)\psi(z_2) - \Phi(z_2)\psi(z_1)]^2 + \\ & + \theta_2^2 (1-\alpha) [\Phi(z_1)\psi(z_2) + \Phi(z_2)\psi(z_1)]^2 + \\ & + \frac{1}{4} \sum_{n=1}^2 \Phi^2(z_n) \cdot \sum_{n=1}^2 \left\{ \alpha^2 [\theta_1 \Phi(z_n) - \theta_2 \psi(z_n)]^2 + 4\theta_1\theta_2 \alpha \Phi(z_n)\psi(z_n) \right\}. \end{aligned} \quad (12)$$

В силу (9) для  $u_0 \in [0,1, 1]$  следует, что  $\theta_2 \in (2,5 \cdot 10^{-3}, 2,5 \cdot 10^{-4})$ . Отсюда вытекает, что слагаемые в (11), (12), содержащие  $\theta_2$  в качестве множителя, имеют меньший порядок по сравнению с остальными членами и основной вклад в значения определителей  $D(\varepsilon_1)$  и  $D(\varepsilon_{\text{AP}})$  соответственно составляет

$$R(\varepsilon_1) = \alpha^2 \theta_1^2 \Phi^4(z_0), \quad (13)$$

$$\begin{aligned} F(\varepsilon_{\text{AP}}) = & \frac{1}{4} [\Phi(z_1)\psi(z_2) - \Phi(z_2)\psi(z_1)]^2 + \\ & + \frac{\alpha^2}{4} \theta_1^2 \left\{ \sum_{n=1}^2 \Phi^2(z_n) \right\}^2. \end{aligned} \quad (14)$$

Первое слагаемое в (14) совпадает с определителем информационной матрицы регрессии

$$c(z) = \theta_1 \Phi(z) + \theta_2 \psi(z)$$

и описывает вклад в (12) линейной части регрессий (4). Второе слагаемое в (13) отражает влияние нелинейности относительно вектора  $\vec{\theta}$ , по порядку совпадает с (13) и, как показывают расчеты, может быть значительно меньше первого слагаемого, если отрезок  $[z_b, z_b]$  не слишком мал.

Приведенные выше оценки, с одной стороны, проясняют причину необычного поведения коэффициента К, с другой - указывают на некоторую несостоительность выбора D-критерия для сравнения качества одноточечных и двухточечных планов. В данном случае, по-видимому, более предпочтительны критерии А- или Е-оптимальности [8], для которых, как показывают расчеты, не наблюдается значительного разброса в оценках качества одно- и двухточечных планов.

Если отрезок  $[z_b, z_b]$  не слишком мал, то основной вклад в (11) составляет слагаемое

$$\begin{aligned} M(z_1, z_2) &= [\Phi(z_1)\psi(z_2) - \Phi(z_2)\psi(z_1)]^2 = \\ &= \beta_u^2 \left[ (z_2 - z_b) \ln \frac{z_1}{z_b} - (z_1 - z_b) \ln \frac{z_2}{z_b} \right]^2, \end{aligned} \quad (15)$$

и тогда точки  $z_1, z_2 \in [z_b, z_b]$ , доставляющие максимум (15), будут достаточно близки к соответствующему D-оптимальному плану.

Принимая  $z_2 = z_b$  и учитывая необходимое условие максимума функции (14) по  $z_1$ , получим оценку

$$\hat{z}_1 = \frac{z_b - z_b}{\ln \frac{z_b}{z_b}}, \quad (16)$$

которая неплохо согласуется со значением  $z_1$ , полученным в результате численного моделирования локально-D-оптимальных планов для фиксированных  $\theta_1$  и  $\theta_2$ .

Для сравнения точности оценивания параметров  $u_*$ ,  $L$  с помощью плана (10) и  $\varepsilon_1(z_b)$  был проведен ряд численных экспериментов по нахождению этих параметров в соответствии со следующей схемой:

1. По известным значениям  $u_*$ ,  $L$  в точках  $z_1$ ,  $z_2$  плана (10) согласно (4) вычисляются разности скоростей ветра и температур.

2. Для каждого уровня  $z_n$ ,  $n=1, 2$  моделируются разные последовательности случайных чисел, распределенных по нормальному закону с заданной дисперсией и затем, в соответствии с (5), данные наблюдений.

3. Находят оценки  $\hat{u}_*$ ,  $\hat{L}$  из условия минимума функции (8).

Для нахождения минимума функции (8) использовался метод по-координатного спуска, который в данном случае оказался достаточно эффективным.

В таблице в качестве примера приведены результаты одного из типичных расчетов  $\hat{u}_*$ ,  $\hat{L}$ , проведенного в соответствии с пп. 1-3: Дисперсия измерений  $\sigma_1$  полагалась 0,1 м/с,  $\sigma_2 = 0,1$  град, истинные значения  $u_*=0,2$  м/с,  $L=44$  м.

Результаты численных экспериментов показали определенное преимущество плана (10) по сравнению с  $\varepsilon_1(z_b)$ . Оно выражилось в том, что оценки параметров на этом плане более чем в половине реализаций оказывались заметно точнее, в остальных же случаях почти не уступали оценкам, полученным на плане  $\varepsilon_1(z_b)$ .

Проведенное исследование по планированию и анализу градиентных наблюдений скорости ветра и температуры в случае устойчивой стратификации позволяет сделать следующие выводы:

- численно построенные D-оптимальные планы наблюдений в достаточно широком диапазоне устойчивости практически не зависят от оценок параметров и определяются, в основном, верхней и нижней высотой измерений;

- сравнение характеристик одноточечных и двухточечных планов с помощью D-критерия нецелесообразно, поскольку зависимость определителей соответствующих матриц от оценок параметров в этих случаях является существенно различной и не позволяет количественно оценивать отношение площадей эллипсоидов рассеивания ошибок оценивания параметров. Для этой цели, по-видимому, полезно сравнение планов с точки зрения других критериев оптимальности;

- двухточечные D-оптимальные планы по сравнению с одноточечными являются более предпочтительными. Дальнейшее уточнение понятия оптимальности плана наблюдений требует более детального учета специфики процессов, протекающих в приземном слое атмосферы, и характера проводимых измерений.

Результаты оценивания скорости трения  
и масштаба длины Монина-Обухова

План измерений	Реализации оценок $u_*$ , м/с, L, м						
	1	2	3	4	5	6	7
$\varepsilon_1(z_b)$	0,27;111	0,22;45	0,15;27	0,11;19	0,08;11	0,11;18	0,17;31
$\varepsilon_{onm}$	0,26;75	0,22;42	0,2;42	0,19;38	0,18;30	0,17;24	0,22;41

Л и т е р а т у р а

1. Монин А.С., Обухов А.М. Основные закономерности турбулентного перемешивания в приземном слое атмосферы// Тр. Геофизического ин-та АН СССР. - 1954. - N 24 (151). - С. 163-187.
2. Монин А.С., Яглом А.М. Статистическая гидромеханика. - М.: Наука, 1965.

3. Стернзат С.М. Сравнение различных методов расчета турбулентных потоков// Тр. ГГО. - 1980. - Вып. 435. - С. 57-71.
4. Зилитинкевич С.С., Чаликов Д.В. Определение универсальных профилей скорости ветра и температуры в приземном слое атмосферы// Изв. АН СССР. Сер. ФАО. - 1968. - Т. 4, N 3. - С. 294-302.
5. Рапута В.Ф. Оптимизация условий наблюдения в задаче оценивания параметров приземного слоя атмосферы// Численное решение задач гидротермодинамики атмосферы. - Новосибирск, 1986. - С. 17-22.
6. Businger J.A. et. al. Flux-profile relationships in the atmospheric surface layer //J. Atmos. Sci. - 1971. - Vol. 28, N 2. - P. 181-189.
7. Nieuwstadt F. The computation of the friction velocity  $u_*$  and the temperature scale  $T$  from temperature and wind velocity profiles by least-square methods// J. Boundary-Layer Meteorol. - 1978. - N 14. - P. 235-246.
8. Федоров В.В. Теория оптимального эксперимента. - М.: Наука, 1971.
9. Федоров В.В. Активные регрессионные эксперименты// Математические методы планирования эксперимента. - Новосибирск, 1981. - С. 19-73.
10. Venkatram A. Estimating the Monin-Obukhov length in the stable boundary layer for dispersion calculations// J. Boundary-Layer Meteorol. - 1980. - N 19. - P. 481-485.

В.Ф. Рапута, А.В. Быков

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ ПЛАНОВ  
В ЗАДАЧАХ АНАЛИЗА МЕТЕОПОЛЕЙ

Актуальность задачи оптимизации глобальной наблюдательной сети достаточно очевидна. В конечном итоге ее решение позволило бы повысить точность метеорологических прогнозов и сократить расходы на проведение измерений. Однако трудности, возникающие при попытках решения этой задачи в общем виде, не позволяют в силу ряда причин получить достаточно приемлемые результаты. Поэтому представляется целесообразным рассмотрение задач планирования метеорологических наблюдений в более конкретных постановках [1, 2].

В работе [3] предложен довольно общий подход для решения задач оптимизации наблюдений при оценке состояния полей метеоэлементов, основанный на использовании дополнительных ограничений — уравнений динамики атмосферы. Данная работа является некоторым развитием [3] применительно к задаче анализа полей метеоэлементов на сфере.

Пусть в области  $\Omega = [0, 2\pi] \times [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$  анализируемые поля представляются в виде рядов [4, 5]:

$$\begin{aligned}
 z(\lambda, \theta) &= \sum_{m=0}^M \sum_{n=1}^M (a_{mn} \cos m\lambda + b_{mn} \sin m\lambda) H_{mn}(\cos \theta), \\
 u(\lambda, \theta) &= \sum_{m=0}^M \sum_{n=1}^M (a_{mn} \cos m\lambda + b_{mn} \sin m\lambda) u_{mn}(\cos \theta), \\
 v(\lambda, \theta) &= \sum_{m=0}^M \sum_{n=1}^M (a_{mn} \cos m\lambda - b_{mn} \sin m\lambda) v_{mn}(\cos \theta),
 \end{aligned} \tag{1}$$

где  $z$  – высота изобарической поверхности;  $u, v$  – горизонтальные компоненты вектора скорости;  $\theta$  – долгота;  $\lambda$  – широта;  $H_{mn}(\cos \theta)$ ,  $u_{mn}(\cos \theta)$ ,  $v_{mn}(\cos \theta)$  – функции Хафа.

Использование функций Хафа подразумевает, что поля высот изобарических поверхностей и скорости ветра удовлетворяют линеаризованным относительно состояния покоя уравнениям движения [4, 5].

Для оценки коэффициентов разложения  $a_{mn}, b_{mn}$  может быть использована дополнительная информация в виде измеренных в  $N$  точках значений высот и скоростей ветра

$$z_i = z(\lambda_i, \theta_i) + \xi_i^{(1)} ; \tag{2}$$

$$u_i = u(\lambda_i, \theta_i) + \xi_i^{(2)}, \quad v_i = v(\lambda_i, \theta_i) + \xi_i^{(3)}, \tag{3}$$

$$E[\xi_i^{(j)}] = 0, \quad E[\xi_i^{(j)} \cdot \xi_k^{(j)}] = \delta_{ik} \sigma_{ji}^2,$$

$$i, k = 1, N, \quad j = 1, 3;$$

где  $\xi_i^{(j)}$  – некоррелированные случайные погрешности измерений,  $E$  – операция математического ожидания,  $\delta_{ik}$  – символ Кронекера.

Под оценками коэффициентов  $a_{mn}, b_{mn}$  будем понимать оценки метода наименьших квадратов, доставляющие минимум функции

$$\begin{aligned}
 s = \sum_{i=1}^N \{ & \sigma_{1i}^{-2} [z_i - z(\lambda_i, \theta_i)]^2 + \\
 & + \sigma_{2i}^{-2} [u_i - u(\lambda_i, \theta_i)]^2 + \sigma_{3i}^{-2} [v_i - v(\lambda_i, \theta_i)]^2 \}.
 \end{aligned} \tag{4}$$

Следует отметить, что для определения коэффициентов  $a_{mn}$ ,  $b_{mn}$  могут быть использованы, например, измерения лишь функции  $z(\lambda, \theta)$  при  $N \geq 2M(M+1)$ . В случае же одновременного измерения  $z$ ,  $u$ ,  $v$  необходимое количество точек наблюдений  $N$ , в силу соотношений (1), можно, в принципе, уменьшить почти в три раза. Однако в этом случае точность восстановления искомых коэффициентов может быть неудовлетворительной при наличии больших ошибок в измерениях скорости ветра.

Для простоты изложения ограничимся рассмотрением достаточно интересного случая построения D-оптимальных планов на сфере, исходя лишь из измерений (2). Алгоритмы построения этих планов изложены в работах [6, 7]. При проведении численных экспериментов в качестве конкретного разложения поля геопотенциала примем следующее представление:

$$z(\lambda, \theta) = \sum_{m=1}^4 \sum_{k \in L} (a_{mk} \cos m\lambda + b_{mk} \sin m\lambda) H_{mk}(\cos \theta), \quad (5)$$

где  $L \in \{11, 12; 30\}$ . Выбор конкретного подмножества базисных функций в численных экспериментах носил достаточно условный характер. Можно отметить только, что соответствующие частоты указывают на принадлежность этих функций классу метеорологически значимых волн Россби [4].

Рассмотрим примеры численного моделирования оптимальных планов при отсутствии и наличии ограничений на область планирования.

Пример 1. Пусть областью, доступной для проведения измерений, является вся сфера, и пусть начальный план  $\varepsilon_0$  состоит из 36 точек, положение которых указано на рис. 1 звездочками. В результате применения процедуры построения непрерывных D-оптимальных планов после 100 итераций был получен план  $\varepsilon_1$  со следующими характеристиками:

$$|\max_{\lambda, \theta \in \Omega} d(\lambda, \theta, \varepsilon_1) - K| = 4,8 , \quad (6)$$

$$\frac{D(\varepsilon_0)}{D(\varepsilon_1)} \approx 10^{14} ,$$

где  $d(\lambda, \theta, \varepsilon_1)$  – дисперсия поля геопотенциала,  $D(\varepsilon)$  – определитель дисперсионной матрицы,  $K = 24$  – число оцениваемых параметров.

Из (6) и теоремы эквивалентности D-оптимальных и минимаксных планов вытекает [6], что построенный план достаточно близок к оптимальному.

Точки плана  $\varepsilon_1$  в основном принадлежат следующим подобластям на сфере: району экватора и двум симметрично расположенным относительно экватора сферическим поясам ( $66^\circ \leq \theta \leq 78^\circ$ ), ( $-66^\circ \leq \theta \leq -78^\circ$ ). По кругу широты  $\theta = \text{const}$  точки плана  $\varepsilon_1$  в этих подобластях стремятся распределиться равномерно. Такое расположение точек рассматриваемого плана объясняется выбором регрессионной зависимости (5) и наличием оси симметрии, связанной с вращением Земли.

Поскольку планы, содержащие слишком много точек, не очень удобны для использования, к полученному плану, с учетом высказанного, была применена операция округления [6, 8]. В результате был получен план, состоящий из 38 точек и близкий по своим характеристикам к плану  $\varepsilon_1$ . На рис. 1 показано расположение точек этого плана.

**Пример 2.** Возьмем в качестве области  $\Omega_1$  контролируемых переменных существующую сеть аэрологических станций и положим план  $\varepsilon_0$  в качестве начального из примера 1. После ста итераций процедуры построения D-оптимальных планов был получен план  $\varepsilon_2$ . Его характеристики заметно уступают плану  $\varepsilon_1$ .

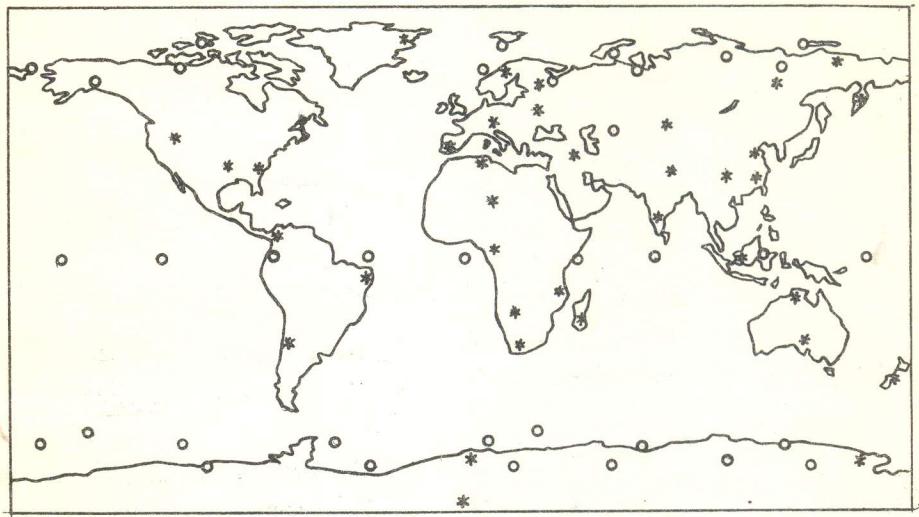


Рис. 1. Расположение точек:

\* - начального плана,

о - округленного плана

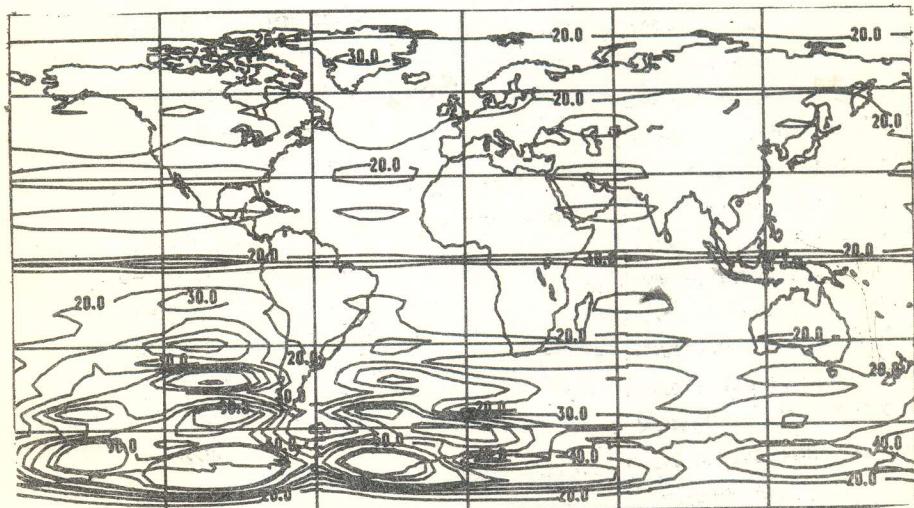


Рис. 2. Дисперсия поля геопотенциала  $d(\lambda, \theta, \varepsilon_2)$

$$|\max_{\lambda, \theta \in \Omega_1} d(\lambda, \theta, \varepsilon_2) - K| = 233 , \quad (7)$$

$$\frac{D(\varepsilon_2)}{D(\varepsilon_1)} \approx 10^2 .$$

На рис. 2 изображены изолинии дисперсии поля геопотенциала  $d(\lambda, \theta, \varepsilon_2)$ . Симметрия функции  $d(\lambda, \theta, \varepsilon_2)$  относительно экватора утрачена по сравнению с  $d(\lambda, \theta, \varepsilon_1)$ . Локальные максимумы функции  $d(\lambda, \theta, \varepsilon_2)$ , значительно превышающие число  $K$ , в основном сосредоточены в южном полушарии и зонах океанов. Это обстоятельство не является случайным и определяется существующим расположением аэрологической сети.

Учет большого числа членов разложения в (1) позволяет уточнить расположение локальных максимумов дисперсии поля геопотенциала, однако качественно картина их расположения не меняется.

Проведенные численные эксперименты подтверждают возможность повышения качества оценок искомых параметров при использовании процедуры построения оптимальных планов наблюдений. Наибольший прирост информативности измерительной сети следует ожидать при размещении станций в точках относительно высоких максимумов дисперсий оцениваемых полей.

#### Л и т е р а т у р а

1. Покровский О.М. Оптимизация метеорологического зондирования атмосферы со спутников. - Л.: Гидрометеоиздат, 1984.
2. Брымкулов У.Н., Круг Г.К., Саванов В.Л. Рационализация измерительной сети по критерию точности математического описания поля норм // Метеорология и гидрология. - 1978. - N 7. - C. 25-34.

3. Пененко В.В., Рапута В.Ф., Быков А.В. Применение методов планирования эксперимента в задачах оценки состояния гидрометеорологических полей. - Новосибирск, 1986. - 19с. - (Препринт / АН СССР. Сиб. отд-ние. ВЦ ; 641)
4. Kasahara A. Normal modes of ultralong waves in atmosphere // Mon. Wea. Rev. - 1976. - Vol. 104. - P. 669-690.
5. Машкович С.А. Спектральные модели общей циркуляции атмосферы и численного прогноза погоды. - Л.: Гидрометеоиздат, 1986.
6. Федоров В.В. Теория оптимального эксперимента. - М.: Наука, 1971.
7. Федоров В.В. Активные регрессионные эксперименты// Математические методы планирования эксперимента. - Новосибирск: Наука, 1981. - С. 19-73.
8. Круг Г.К., Сосулин Ю.А., Фатуев В.А. Планирование эксперимента в задачах идентификации и экстраполяции. - М.: Наука, 1977.

В.Н. Крупчатников

ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ РЕЖИМОВ  
ОБЩЕЙ ЦИРКУЛЯЦИИ

В данной работе исследуется устойчивость стационарных решений малокомпонентной спектральной модели для двух случаев: 1) для зонально-симметричной циркуляции Гадлея; 2) для совместной циркуляции Гадлея и глобальной муссонной циркуляции, представленной стационарной ультрадлинной волной  $m = 2$  на фоне годового хода.

Здесь используется квазисоленоидальная модель [1].

Конфигурация спектрального усечения задается следующим образом:

а) зональный поток представлен шестью меридиональными модами

$$m_\alpha = 0, n_\alpha = 1, 3, 5, 7, 9, 11 \text{ для } \psi \text{ и } \tau,$$

$$n_\alpha = 2, 4, 6, 8, 10 \text{ для } \chi, \theta;$$

б) незональное возмущение представлено одной волной с двумя меридиональными модами

$$m_\alpha = 2,$$

$$n_\alpha = m_\alpha + n_0, m_\alpha + n_0 + 2 \text{ для } \psi, \tau,$$

$$n_\alpha = m_\alpha + n_0 - 1, m_\alpha + n_0 + 1 \text{ для } \chi, \theta.$$

В спектральном представлении Ньютона теплового источника используется то же самое усечение. Выбор волны  $m = 2$  отражает термический контраст суши - океана. В годовой ход волны источника вводится сдвиг фазы  $F_2$  относительно годового хода зонального источника ( $F_2 = 2$  мес), что близко соответствует реальному запаздыванию теплового воздействия океана.

Для параметра статической устойчивости  $\sigma$  принимаются два варианта: либо  $\sigma = \text{const}$ , тогда значение  $\sigma = 0,005 - 0,010$ , либо  $\sigma = \sigma(t)$ .

Используя спектральное представление, приходим к системе обыкновенных дифференциальных уравнений, квадратично-нелинейных относительно коэффициентов разложения:

$$\frac{d\xi}{dt} = -\sum_{\alpha} \sum_{\beta} L_{\gamma\alpha\beta} (\xi_{\alpha}\xi_{\beta} + \tau_{\alpha}\tau_{\beta}) + \frac{2im_{\gamma}}{c_{\gamma}} \xi_{\gamma} + k(2\tau_{\gamma} - \xi_{\gamma}), \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\tau_{\gamma}}{dt} = & -\sum_{\alpha} \sum_{\beta} L_{\gamma\alpha\beta} (\xi_{\alpha}\tau_{\beta} + \xi_{\beta}\tau_{\alpha}) + \frac{2im_{\gamma}}{c_{\gamma}} \tau_{\gamma} - k(2\tau_{\gamma} - \xi_{\gamma}) - \\ & - k\tau_{\gamma}^{-2} [\chi_{n_{\gamma}-1} \cdot D_{n_{\gamma}} \cdot (n_{\gamma}-1)(n_{\gamma}+1) + \chi_{n_{\gamma}+1} \cdot D_{n_{\gamma}+1} \cdot (n_{\gamma}+2)n_{\gamma}], \end{aligned} \quad (2)$$

$$\frac{d\theta_{\gamma}}{dt} = -\sum_{\alpha} \sum_{\beta} J_{\gamma\alpha\beta} \xi_{\alpha} \theta_{\beta} - \sigma c_{\gamma} \chi_{\gamma} + h(\theta_{\gamma}^* - \theta_{\gamma}), \quad (3)$$

$$\theta_{\gamma} = -2 \left[ \tau_{n_{\gamma}-1} \cdot D_{n_{\gamma}} \frac{1}{n_{\gamma}^2} + \tau_{n_{\gamma}+1} \cdot D_{n_{\gamma}+1} \frac{1}{(n_{\gamma}+1)^2} \right], \quad (4)$$

$$\frac{d\sigma}{dt} = \sum_{\alpha} \theta_{\alpha} \chi_{\alpha} c_{\gamma} - h(\bar{\theta}^* + \sigma - \bar{\theta}) - h\sigma, \quad (5)$$

$$\frac{d\bar{\theta}}{dt} = h(\bar{\theta}^* + \sigma - \bar{\theta}). \quad (6)$$

Здесь используются обозначения:

$c_{\gamma} = n_{\gamma}(n_{\gamma}+1)$ ,  $D_{n_{\gamma}} = \left( \frac{n_{\gamma}^2 - m_{\gamma}^2}{4n_{\gamma}^2 - 1} \right)^{1/2}$ ;  $\bar{\theta}^*$  и  $\bar{\theta}$  - осредненные по поверхности потенциальные температуры. Значения

$k = 0,0274$ ,  $k' = 0,00686$ ,  $h = k'$  взяты из [1]. Коэффициент теплообмена между слоями выбран  $h' = h/20$ . Климатические значения коэффициентов разложения взяты из [2].

Используя уравнение баланса (4), из уравнений (2) и (3) получаем систему для  $X$ :

$$A \cdot X = F(\xi, \tau)$$

где  $A$  – трехдиагональная матрица.

Эта система для вычисления  $X$  решается методом прогонки. Подставив ее решение  $X(\xi, \tau)$  в уравнение (3), получим систему уравнений с неизвестным уравнений с неизвестными  $\xi_n^m$  и  $\tau_n^m$ :

$$\frac{d\xi_\gamma}{dt} = -\sum_\alpha \sum_\beta I_{\gamma\alpha\beta} (\xi_\alpha \xi_\beta + \tau_\alpha \tau_\beta) + \frac{2im_\gamma}{c_\gamma} \xi_\gamma + k(2\tau_\gamma - \xi_\gamma), \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\tau_\gamma}{dt} = & -\sum_\alpha \sum_\beta I_{\gamma\alpha\beta} (\xi_\alpha \tau_\beta + \tau_\alpha \xi_\beta) + \frac{2im_\gamma}{c_\gamma} \tau_\gamma - k(2\tau_\gamma - \xi_\gamma) - \\ & - k \tau_\gamma + f_\gamma(X(\xi, \tau)), \end{aligned} \quad (8)$$

$$\frac{d\sigma}{dt} = \sum_\alpha \theta_\alpha \chi_\alpha - h' \sigma - h(\bar{\theta} + \sigma - \bar{\theta}), \quad (9)$$

$$\frac{d\bar{\theta}}{dt} = h(\bar{\theta} + \sigma - \bar{\theta}), \quad (10)$$

$$\theta_n^m = -2 \left[ \tau_{n-1}^m D_n^m \frac{1}{n^2} + \tau_{n+1}^m D_{n+1}^m \frac{1}{(n+1)^2} \right]. \quad (11)$$

Выражение коэффициентов разложения якобиана  $I_{\gamma\alpha\beta}$ ,  $\tau_{\gamma\alpha\beta}$  аналогично [1].

Циркуляция Гадлея. Система уравнений (7) – (11) допускает простейшее зонально-симметричное решение (циркуляцию Гадлея), определяемое по соотношениям:

$$\xi_\gamma = 2\tau_\gamma,$$

$$\tau_\gamma = -\frac{2}{k} [\chi_{n_\gamma-1} D_{n_\gamma} (n_\gamma - 1)(n_\gamma + 1) + \chi_{n_\gamma+1} D_{n_\gamma+1} h_\gamma (n_\gamma + 2)],$$

$$\sigma c_\gamma \chi_\gamma = h(\theta_\gamma^* - \theta_\gamma) ,$$

$$\theta_\gamma = -2 \left[ \tau_{n,-1} D_n, \frac{1}{n_\gamma^2} + \tau_{n,+1} D_{n,+1} \frac{1}{(n_\gamma+1)^2} \right] .$$

Здесь предполагается, что параметр статической устойчивости  $\sigma = \text{const}$ ; источник представим в виде  $\dot{\theta} = \bar{\theta} + \theta_2^0 p_2^0 (\mu)$ .

Известно, что циркуляция Гадлея неустойчива к незональным возмущениям малой амплитуды и не реализуется в природе. Исследуем устойчивость этого режима в зависимости от параметра  $\theta_2^0$ , который обуславливает разность температур источника экватор - полюс, и волнового числа возмущения  $m$ . Для этого линеаризуем уравнения для зональных возмущений относительно полученного выше решения Гадлея. В результате придем к системе линейных обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами

$$Y = AY ,$$

где элементы вектора  $Y$  есть действительные и мнимые части комплексных амплитуд вихревых возмущений.

Следуя стандартной процедуре, будем искать решение этой системы в виде  $Y \approx e^{\lambda t}$ , т.е. решать задачу нахождения собственных значений  $\det(A - \lambda E) = 0$ .

Стационарные решения совместной циркуляции Гадлея и стационарные волны  $m = 2$ . Стационарные решения системы (7) - (11) определяются приравниванием нулю производных по времени в системе, т.е. получаем нелинейную систему уравнений относительно коэффициентов разложения  $\tau_n^m$ ,  $\xi_n^m$  и  $\sigma$ ,  $\bar{\theta}$  с правой частью, определяемой источником  $\theta^*$ .

С учетом нашего спектрального разрешения и разделения комплексных коэффициентов разложения на действительные и мнимые части получаем для варианта  $\sigma = \text{const}$  систему из 20 уравнений, а для варианта  $\xi_1^0 = \tau_1^0$  - систему из 22 уравнений. Порядок нелинейности уравнений системы различный. Уравнения для

коэффициентов "твёрдого вращения"  $\xi_1^0$  и  $\tau_1^0$  и для  $\bar{\theta}$  - линейные. Уравнение для  $\sigma$  с учётом зависимости  $\theta(\tau)$  и  $\chi(\xi, \tau)$  имеет третий порядок нелинейности по  $\xi$ ,  $\tau$ , остальные - нелинейности второго порядка.

Таким образом,  $F(\bar{x}) = 0$ . Для решения этой системы используется модификация итерационного метода Ньютона, основанная на методе исключения по Гауссу [3].

Основная трудность здесь заключалась в вычислении частных производных нелинейных членов уравнений. Стандартный метод разностной аппроксимации аналитических производных для нашей системы не дал положительных результатов. Поэтому была составлена программа для вычисления значения точного аналитического выражения якобиана системы. Вычисление частных производных нелинейных членов в уравнениях системы в значительной мере облегчалось тем обстоятельством, что эти члены содержали только перекрестные произведения неизвестных при отсутствии их квадратов.

В качестве начального приближения в каждом эксперименте выбиралась зонально-симметричная циркуляция Гадлея с соответствующим тепловым источником. Определяющими параметрами в экспериментах были:  $\sigma$  - параметр статической устойчивости,  $n_0$  - меридиональное разрешение волны,  $F_2$  - сдвиг фазы в источнике и  $t$  - время года, которое определялось по годовому ходу источника.

Все эксперименты для варианта  $\sigma = \text{const}$  показали хорошую сходимость метода. Точность  $\varepsilon = 10^{-12}$  при среднем значении неизвестных  $\approx 10^{-3}$  достигалась за 4-5 итераций. Точности, лучших, чем  $\varepsilon = 10^{-13}$ , достигнуть не удалось из-за ошибок округления.

В случае  $\sigma = \sigma(t)$  сходимость метода много хуже. Для сходимости решения требовалось более точное начальное приближение. Это можно объяснить более сложным характером нелинейного члена  $\nabla\chi\nabla\theta$  в уравнении для  $\sigma$ . С другой стороны, выбранное

нами значение параметра  $h = 0,000343$  оказалось слишком большим, и стационарное решение этого уравнения  $\nabla_X \nabla \theta = h\sigma$  приводило к нереально низким значениям параметра статической устойчивости  $\sigma$ . Сходимость улучшалась при уменьшении параметра  $h$  до значения 0,0001.

Исследование устойчивости стационарного решения нелинейной системы сводится к задаче на собственные значения якобиана системы. Основным параметром здесь является годовой ход теплового источника. На рис. 1 показан годовой ход для максимальных действительных частей комплексных собственных значений якобиана системы. Видно, что в летний период стационарные решения устойчивы, в то время как зимой они неустойчивы (устойчивы лишь для больших значений  $\sigma$ ). Оценка мнимых частей комплексных собственных значений показала, что период колебаний, возникающий в результате потери устойчивости зимой, равен 30–35 сут, а летом возмущения затухают с периодом 10–15 сут. Отметим, что только одна пара комплексно-сопряженных собственных значений переходит через нуль действительной части, т.е. при потере устойчивости получаем простой цикл колебаний.

Режимы циркуляции на фоне годового хода. Рассмотрим распределение вертикального потока тепла в зависимости от значения  $\bar{\sigma}$  для различных значений величины  $\theta_2^{*0}$  и для разных режимов циркуляции (рис. 2). Сравнивая две кривые случаев 1 и 2 для  $\theta_2^{*0} = 60^\circ$ , видим, что потоки нелинейного режима Россби имеют асимптотику кривой Гадлея при росте  $\sigma$ . Это прежде всего объясняется тем, что при росте  $\sigma$  подавляются бароклинные неустойчивые моды и характер циркуляции все больше напоминает гадлеевский. Следует отметить, что при росте  $\theta_2^{*0}$  и при выполнении условия  $d\sigma/d\theta_2^{*0}$  возможен асимптотический выход на режим Гадлея, так называемый верхний режим Гадлея. Этим условиям удовлетворяет предлагаемая модель.

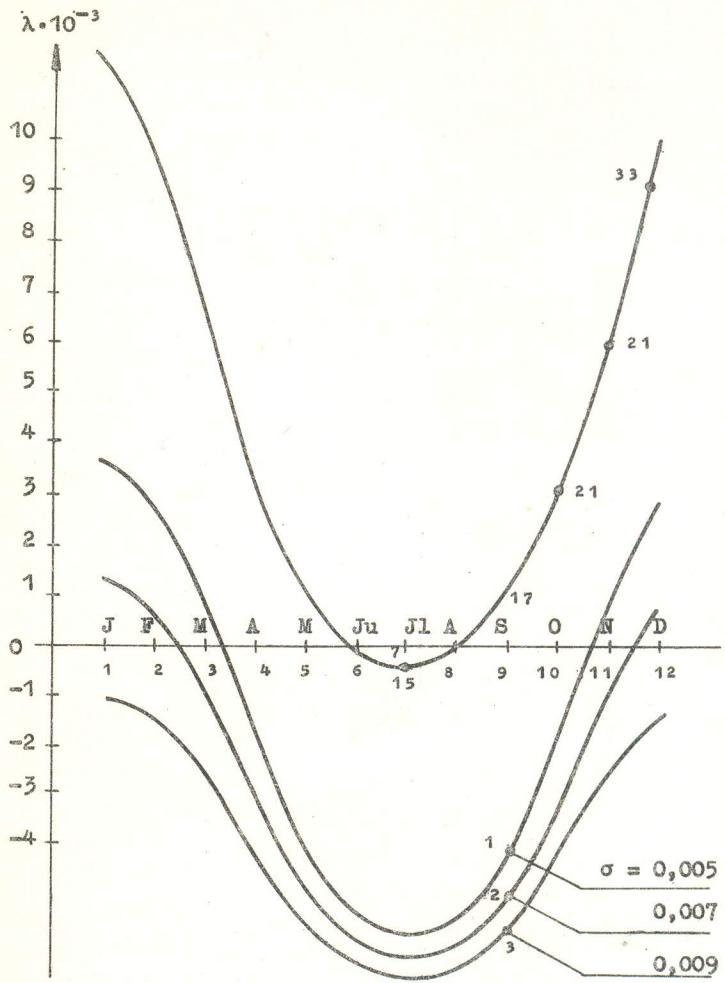


Рис. 1. Годовой ход скоростей роста возмущений (реальная часть собственных значений, внизу) и кривая годового хода частот (мнимая часть собственных значений) с указанием (цифрами на кривой) периодов колебаний ( $m = 2$ ,  $\sigma = 0,005$ )

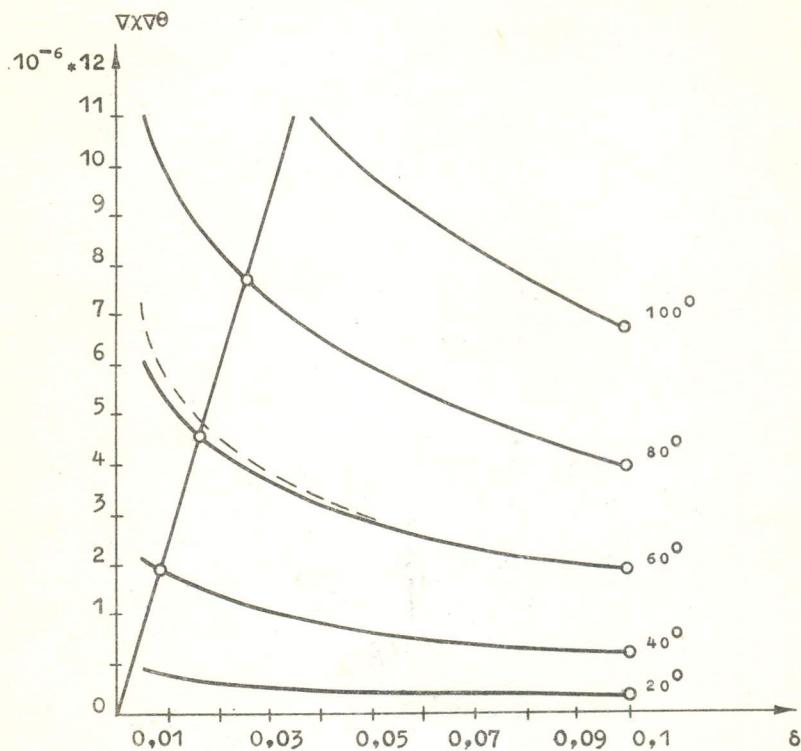


Рис. 2. Кривые зависимости вертикальных потоков тепла от параметра статической устойчивости и при различных температурных контрастах:

— для режима Гадлея (случай 1);  
 - - - - для режима нелинейных колебаний,  
 $m = 3$ ,  $Q_2^{*0} = 60^\circ$  (случай 2);  
 $\Theta$  — режим Гадлея с переменной  $\sigma^2$

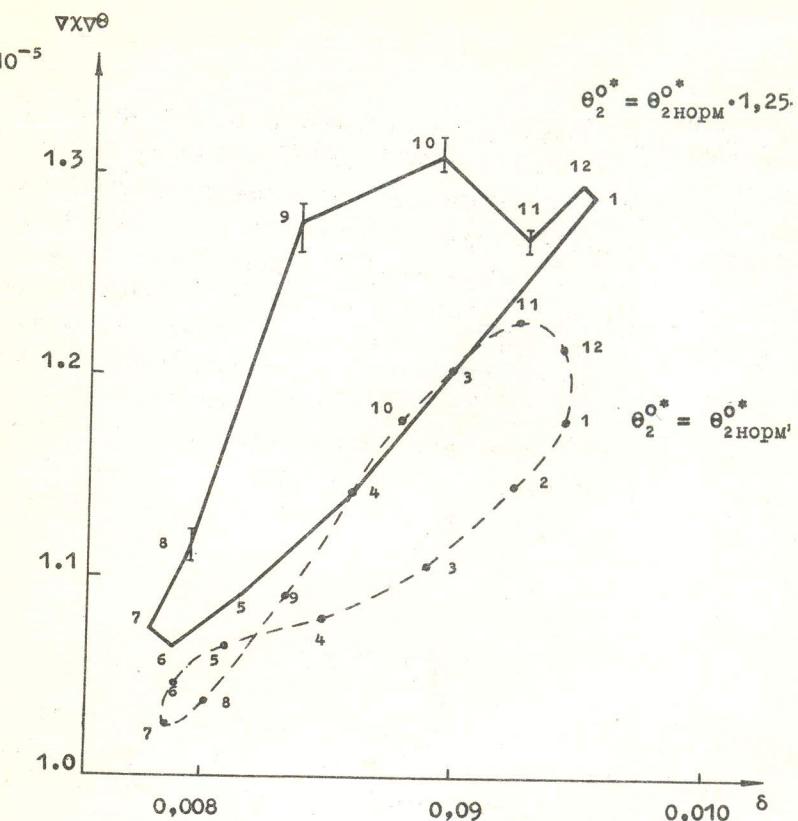


Рис. 3. Проекция годового хода общей циркуляции с переменным параметром статической устойчивости на плоскость ( $\nabla\chi\nabla\theta$ ,  $\sigma$ ). Цифрами обозначены месяцы. Вертикальные отрезки указывают на величину межгодовых колебаний вертикальных потоков тепла

На рис. 3 изображены проекции годового хода "климата" на оси основных параметров  $\sigma$  и  $\nabla \sqrt{\theta}$  (вертикальный ток тепла) с указанием величины межгодовых вариаций с помощью вертикальных отрезков для разных месяцев года. Кривая проекции имеет форму двойной петли при нормальном значении годового хода источников. При увеличении мощности источников кривая приобретает форму простой петли, при этом значительно подавляются межгодовые вариации в зимние месяцы (декабрь, январь). В этом случае режим циркуляции напоминает верхний гадлеевский режим.

Гистерезисный характер поведения потоков в климатической системе заставляет предположить, что внутренний параметр бароклинности  $\theta_2^0$  опережает по фазе развития внешний параметр  $\theta_2^{*0}$ .

#### Л и т е р а т у р а

1. Курбаткин Г.П., Крупчатников В.Н., Пичугин А.М. Численное моделирование режимов общей циркуляции атмосферы с малокомпонентными моделями// Числ. методы механики сплошной среды. - Новосибирск, 1985. - Т. 16. - N 13. - С. 84-103.
2. Sankar-Rao M., Saltzman B. On steady state theory of global monsoons// Tellus. - 1969. - Vol. 21. - N 3. - P. 309-330.
3. Крупчатников В.Н., Пичугин А.М. Об устойчивости стационарных решений малокомпонентной общей циркуляции// Тр. ЗапСибНИИ Госкомгидромета. - 1985. - N 75. - С. 44-50.

Б. Бакирбаев, А.А Скороходов

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАГРЯЗНЕНИЯ ТЕРРИТОРИИ КАТЭКА  
ПЛАНИРУЕМЫМИ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИМИ ПРЕДПРИЯТИЯМИ

Интенсивное освоение новых энергетических источников на территории Сибири и связанное с этим резкое увеличение загрязнения окружающей среды ставят под угрозу экологическое равновесие данного региона. Работам, связанным с добычей и сжиганием угля, сопутствуют несколько механизмов отрицательного воздействия на природу: эрозия больших территорий, нарушение теплового баланса прилегающей местности, угнетение жизнедеятельности животного и растительного мира и др. Это является стимулом для исследований, связанных с гидрометеорологическим и экологическим обоснованиями эффективности природоохранных мероприятий, в частности, для задач, посвященных описанию гидрометеорологического режима крупных промышленных районов, а также исследованию качества атмосферного воздуха и процессов распространения загрязняющих примесей.

Поскольку постановка натурных экспериментов связана с крупными экономическими затратами и возможностью отрицательного экологического воздействия, естественным является использование методов математического моделирования, позволяющих с помощью численных экспериментов оценить все необходимые параметры, характеризующие состояние природной среды. В обобщенном виде опыт решения подобного рода задач представлен в монографиях [1-4].

В данной работе моделируется загрязнение приземного слоя атмосферы вредными выбросами планируемых энергетических предприятий промышленного района КАТЭК на основе численных моделей локальных атмосферных процессов (ЛАП) и турбулентного переноса примесей, разработанных в ВЦ СО АН СССР и являющихся частью проекта по изучению гидродинамических проблем окружающей среды. Данные модели сформулированы в работах [4-9].

### 1. Входные данные

Исходные данные для моделирования типичных сценариев атмосферных процессов подготовлены совместно с сотрудниками лаборатории КАТЭКа ЗапСибНИИ Госкомгидромета. За основу при этом взята информация о полях температуры и ветра из метеорологических ежемесячников по станциям, расположенным на территории рассматриваемого района [10]. Кроме метеоинформации, входными параметрами модели ЛАП являются характеристики рельефа данной местности, сведения о теплопроводности почв и аэродинамической шероховатости поверхности. Численные эксперименты проведены для юго-западной части промышленного района КАТЭК площадью  $200 \times 200 \text{ км}^2$ , поскольку именно здесь планируется строительство энергетических объектов большой мощности, которые станут источниками загрязнения атмосферы, почвы, водоемов золой, окислами серы, азотными соединениями. Рельеф местности представлен в виде двумерного массива, элементами которого являются относительные высоты точек местности. Характерной особенностью рассматриваемого района являются возвышенности южной части (Кузнецкий Алатау) и относительно равнинная остальная территория. Шероховатость поверхности восстанавливается по типу растильности. Коэффициент теплопроводности почвы определялся с помощью сведений о типе почвы, ее плотности, влажности.

## 2. Численные эксперименты

По содержанию численные эксперименты разделяются на две серии: первая посвящена восстановлению полей метеоэлементов на всей рассматриваемой территории по данным метеостанций и моделированию типичных метеоситуаций; вторая касается моделирования распространения примесей над орографически неоднородной местностью с использованием компонентов вектора скорости и характеристик турбулентного обмена, полученных с помощью модели ЛАП.

Остановимся на первой серии экспериментов. На рис. 1, 2 представлены поле температуры и векторное поле скорости ветра, восстановленные с использованием данных наблюдений на стационарных метеостанциях и аэрологической станции "Хакасская". Понять, насколько правильно модель воспроизводит метеоситуацию, можно с помощью рис. 3, 4. На рис. 3 векторы показывают направление и скорость ветра, а цифры — температуру (числитель — измеренное значение, знаменатель — расчетное). Можно говорить о качественном воспроизведении моделью основных метеорологических характеристик. Конечно, малое количество доступной фактической информации влияет на точность полученного решения. Рис. 5 иллюстрирует распределение поля скоростей в приземном слое при отсутствии фонового потока. Это распределение соответствует важному с практической точки зрения случаю, когда в атмосфере устанавливается устойчивая стратификация. В природных условиях в горных долинах такая ситуация является типичной. Инверсионный градиент температуры взят  $S = 0,025$  град/м в долине и  $S = 0,003$  град/м в свободной атмосфере. Можно сделать вывод, что горный хребет, расположенный с южной стороны области, препятствует внешнему потоку и затрудняет рециркуляционные течения, т.е. расчеты согласуются с наблюдаемым в природе фактом, что в горных долинах или около хребтов в условиях инверсионной стратификации атмосферы воз-

дух может запираться и оставаться практически неподвижным долгое время независимо от наличия внешнего потока. Физически это объясняется тем, что горизонтальные градиенты температуры в атмосфере у подножия горного хребта при установившейся инверсии отсутствуют, а при любом вертикальном возмущении возникает составляющая архимедовой силы, возвращающая воздушную массу в исходное состояние.

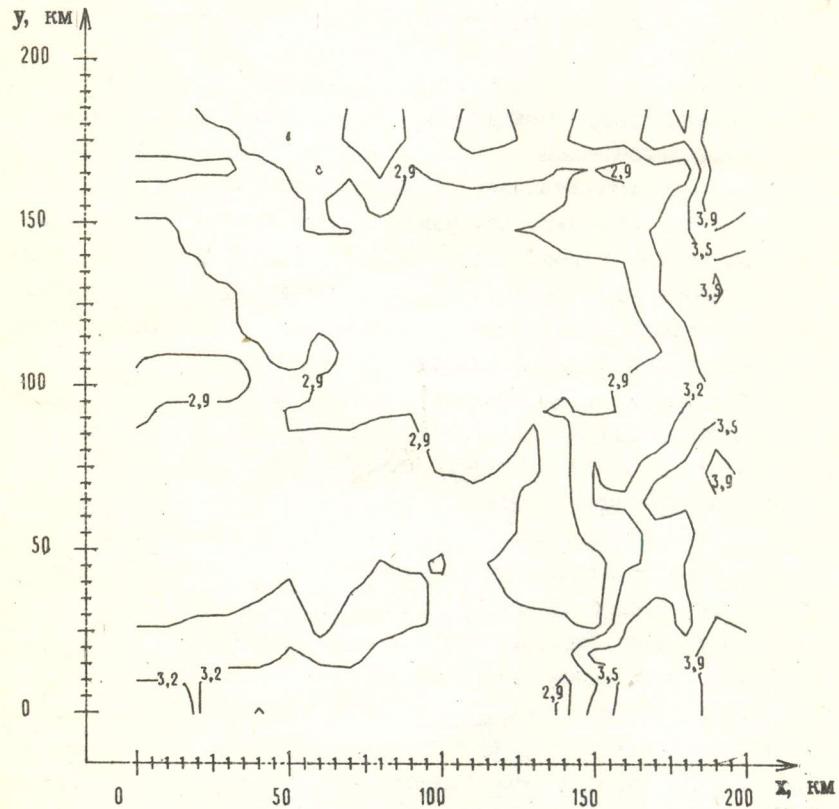


Рис. 1. Поле температуры на высоте 2 м

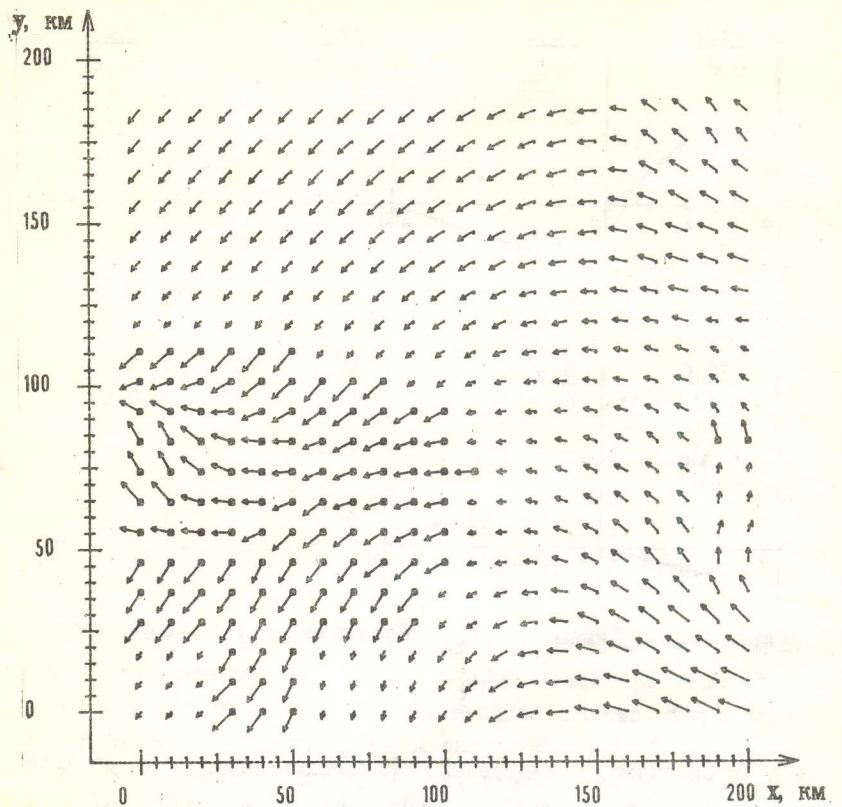
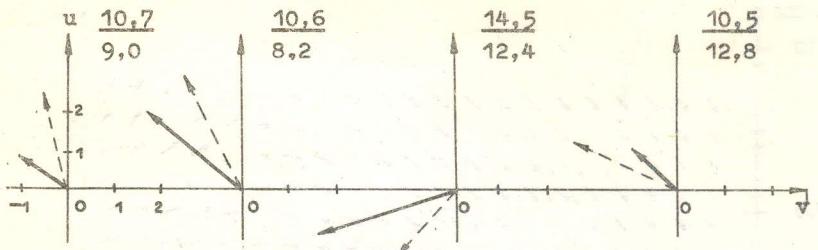
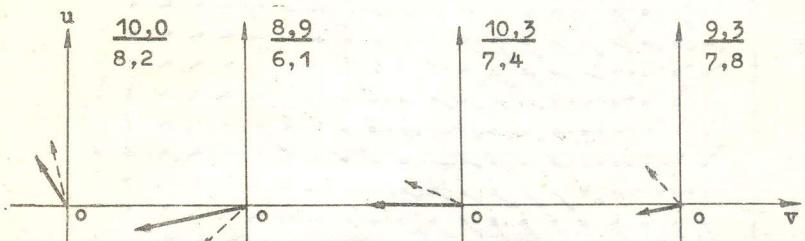


Рис. 2. Поле скорости ветра по метеонаблюдениям

Перейдем к экспериментам по моделированию распространения загрязняющих примесей. Рассмотрим ряд примеров, целями которых являются оценка физической стороны влияния атмосферных процессов на распределение примесей, а также получение качественной картины распространения примесей над выбранным районом в зависимости от специфики климатических условий.



a



б

Рис. 3. Сравнение измерений (сплошная линия) и расчета скорости ветра (штриховая) в четырех пунктах наблюдений: а - в 14 ч; б - в 23 ч

В расчетах компоненты вектора скорости и характеристики приземно-пограничного слоя получены с помощью модели ЛАП при следующих значениях входных параметров:  
 $K^0(x, y) = 2\ 000 \text{ м}$ ,  $X=Y=200 \text{ км}$ ,  $\Delta x=\Delta y=10\ 000 \text{ м}$ ,  
 $I=10^{-4} \text{ с}^{-1}$ ,  $\lambda=0,035 \text{ м}^2/(\text{с} \cdot \text{град})$ ,  $\mu_x=\mu_y=10^4 \text{ м}^2/\text{с}$ .

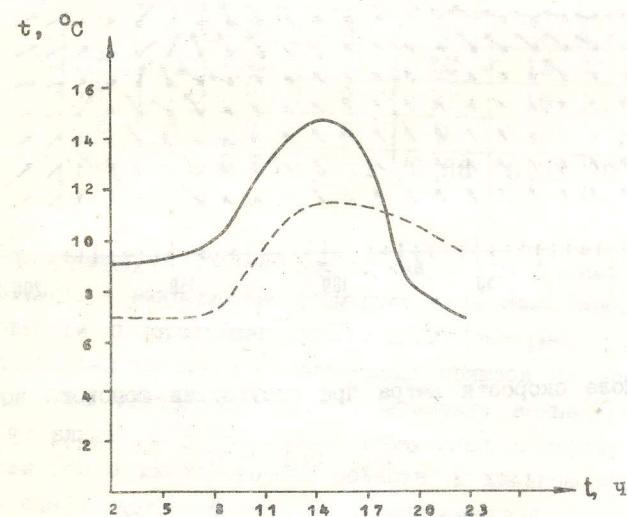
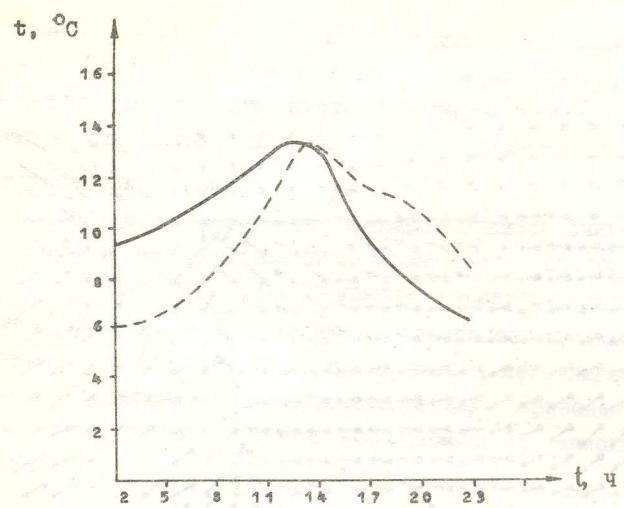


Рис. 4. Сравнение измерений (штриховая линия) и расчета (сплошная) суточного хода температуры в Шарыпово (а) и Назарово (б)

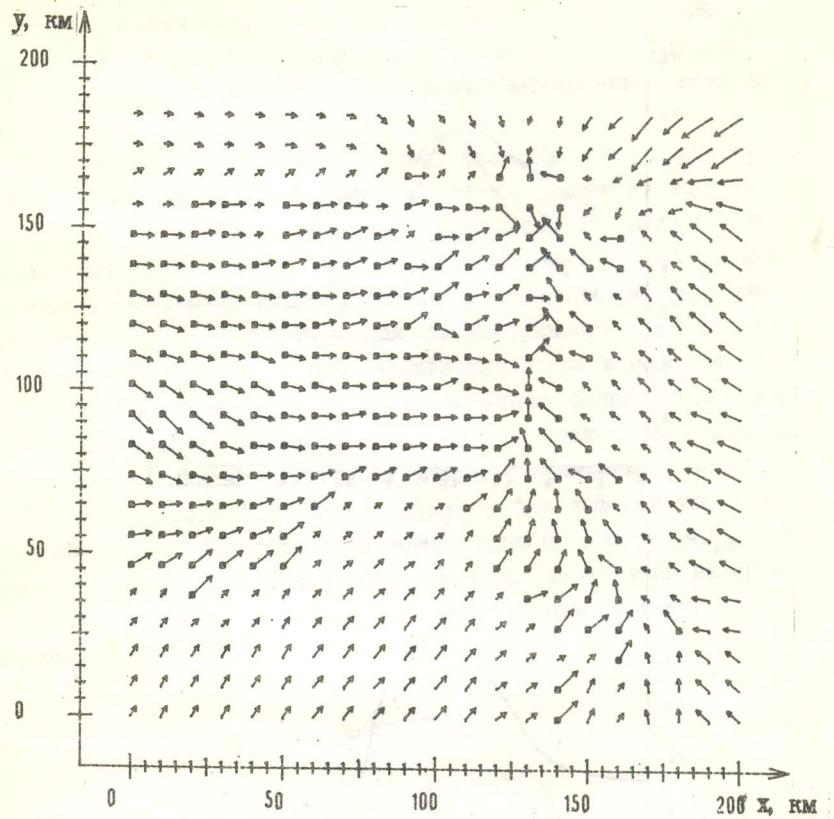


Рис. 5. Поле скорости ветра при отсутствии фонового потока

Здесь  $K^0(x,y)$  — верхняя граница рассматриваемой области;  $X, Y$  — горизонтальные размеры области;  $\Delta x, \Delta y$  — расчетный шаг по горизонтали;  $I$  — параметр Кориолиса;  $\lambda$  — параметр конвенции;  $\mu_x, \mu_y$  — коэффициенты горизонтального турбулентного обмена.

Во всех излагаемых ниже примерах примесь считалась консервативной и однокомпонентной. Кроме того, предполагалось, что  $\bar{w}_g = 0$ ,  $f_0(x,y) = 0$ . Параметр, характеризующий взаимодействие примесей с подстилающей поверхностью, полагался всюду равным  $\beta = 0,05$ . Расположение и высоты источников, используемые в сценариях, в нормированном виде приведены в таблице. Мощности источников здесь нормированы на максимальную мощность.

N	1	2	3	4	5	6
X	11	13	13	12	15	19
Y	7	7	9	11	10	11
Z	8	8	8	9	8	7
SO <sub>2</sub>	1	0,66	0,34	0,86	0,33	0,29

Эксперимент 1. Рассмотрим случай, когда фоновые потоки отсутствуют, а микроклимат формируется за счет локальной неоднородности подстилающей поверхности (см. рис. 5). На рис. 6 представлены изолинии концентрации примеси на уровне  $z=2$  м. Из рисунка видно, что на распределение концентрации существенно влияет горно-долинная циркуляция, стимулированная наличием гор с южной стороны области. В дневное время образуется слабый долинный ветер с максимальной скоростью 1,5 — 2,0 м/с, который слабо переносит примесь с севера на юг. Когда долинный ветер меняется на горный, скорость которого примерно в два раза больше, изолинии концентрации примеси существенно деформируются. Из расчетов следует, что горного ветра недостат-

точно, чтобы полностью выносить примесь с территории промышленного центра. В этой ситуации максимальная концентрация примеси локализована в небольших окрестностях источников выбросов.

Эксперимент 2. Рассмотрим пример распределения концентрации примесей при наличии фонового потока северного направления ( $u = 0$ ,  $v = -5 \text{ м/с}$ ). На рис. 7 приведены изолинии концентрации примеси на уровне 2 м. Из рисунка видно, что на распределение концентрации примеси влияют в основном два фактора — фоновый поток и орографическая неоднородность подстилающей поверхности. В дневное время направления ветра и горно-долинной циркуляции совпадают, и это стимулирует более интенсивный вынос загрязняющих примесей за пределы промышленного района. Когда горно-долинная циркуляция меняет направление (т.е. образуется горный ветер), изолинии концентрации деформируются и у подножия гор происходит накопление примеси, что особенно заметно в нижних уровнях атмосферы. В этом случае зоны накопления примесей могут появляться на значительном удалении от источников.

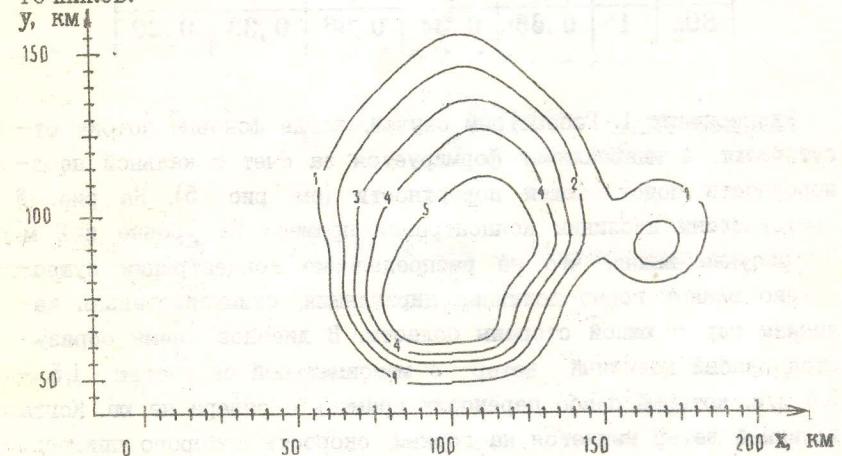


Рис. 6. Концентрация примеси на уровне 2 м при отсутствии фона ( $t = 18 \text{ ч}$ )

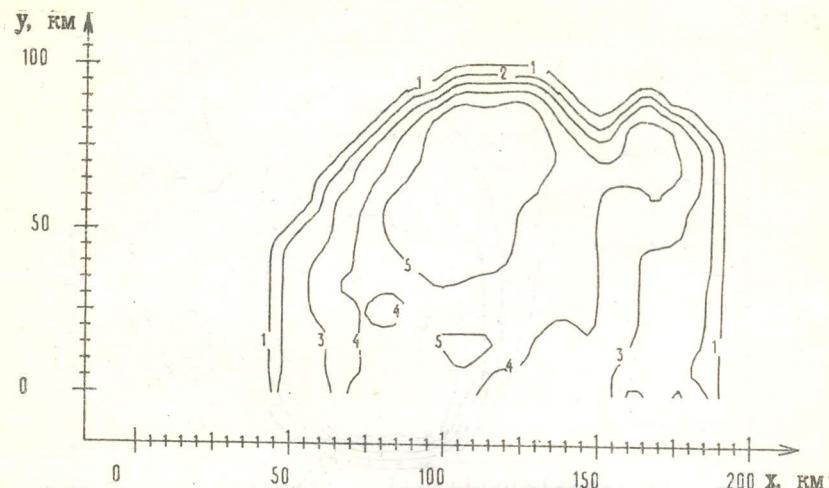


Рис. 7. Концентрация примеси на уровне 2 м; ветер северный

Эксперимент 3. Рассмотрим случай, когда фоновый поток имеет южное направление ( $u = 0$ ,  $v = 4 \text{ м/с}$ ). Атмосфера отратифицирована слабоустойчиво ( $S = 0,003 \text{ град/м}$ ). На рис. 8 представлены изолинии концентрации примеси на уровне  $z = 2 \text{ м}$ . Видно, что под воздействием внешнего потока примесь распространяется по направлению ветра и через определенное время выносится за пределы области. В этом случае концентрация примеси на уровне  $z = 2 \text{ м}$  существенно меньше, чем в экспериментах 1, 2.

Эксперимент 4. Направление фонового ветра — северо-восток ( $u = v = 3 \text{ м/с}$ ). Изолинии концентрации примеси на уровне  $z = 50 \text{ м}$  приведены на рис. 9. На распределение концентрации заметно влияют горы, расположенные на юге области. Приближаясь к ним, поток несколько меняет направление, изолинии в юго-восточном районе сгущаются. Под влиянием гор в южных окраинах наблюдаются локальные накопления примеси.

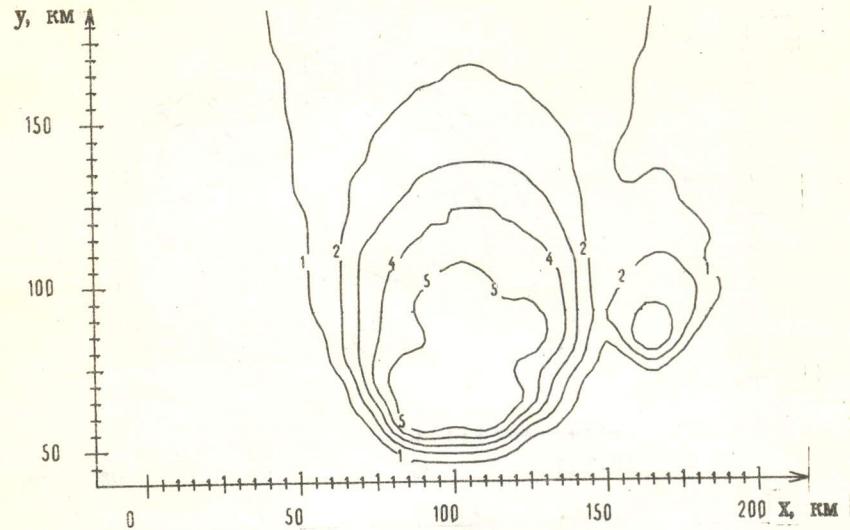


Рис. 8. Концентрация примеси на уровне 2 м; ветер южный

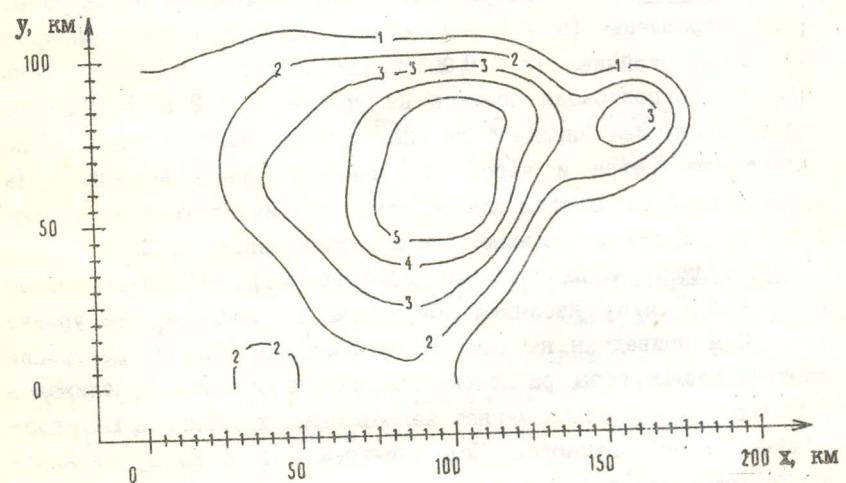


Рис. 9. То же на уровне 50 м; ветер северо-восточный

Эксперимент 5. В условиях Сибирского антициклона, а также в летнее время под влиянием радиационного выхолаживания часто образуются инверсияные ситуации, затрудняющие рассеивание примеси в приземно-пограничном слое атмосферы. Рассмотрим метеоситуацию, соответствующую рис. 5. На рис. 10 представлены изолинии концентрации и распределения температуры в плоскости  $x$ ,  $z$  в сечении  $y = 50$  км.

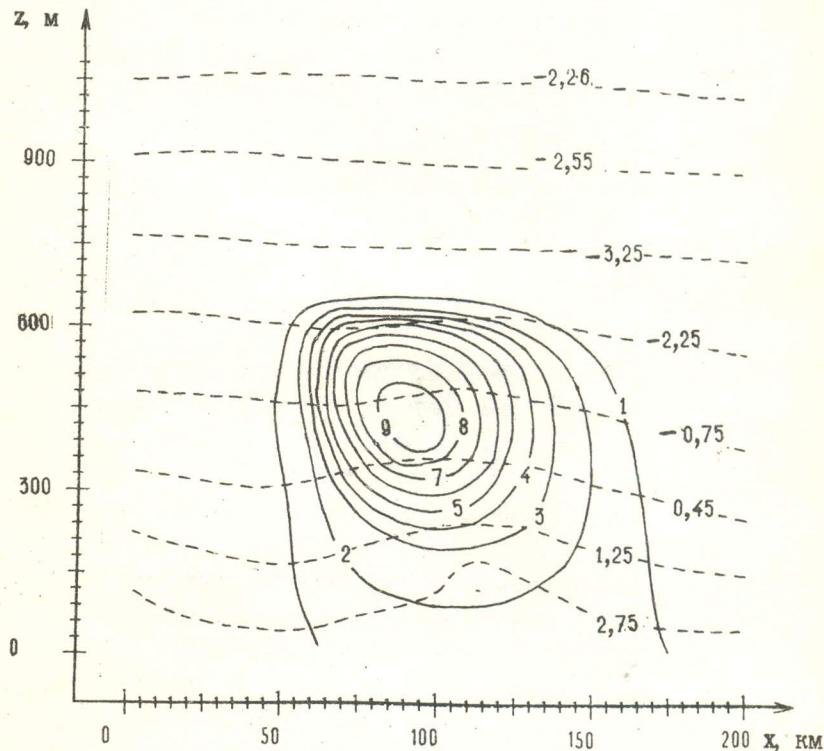


Рис. 10. Изолинии концентрации (сплошная линия) и температуры при инверсии (вертикальный разрез; штриховая,  $^{\circ}\text{C}$ )

Из рисунка видно, что дымовой факел имеет подынверсионный характер. Под влиянием исходящих потоков примесь локализуется в окрестности действующего источника. Инверсия, расположенная выше источника, заметно препятствует распространению примесей в верхние слои атмосферы. Таким образом, с экологической точки зрения описанный случай является наиболее неблагоприятным.

Результаты описанных выше экспериментов из-за недостатка реальных измерений имеют качественный характер, но при планировании строительства промышленных объектов могут быть полезными, поскольку они показывают, что возможны опасные с экологической точки зрения ситуации загрязнения воздуха.

#### Л и т е р а т у р а

1. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. - М.: Наука, 1977.
2. Берлянд М.Е. Современные проблемы атмосферной диффузии и загрязнения атмосферы. - Л.: Гидрометеоиздат, 1975.
3. Пененко В.В. Методы численного моделирования атмосферных процессов. - Л.: Гидрометеоиздат, 1981.
4. Пененко В.В., Алоян А.Е. Модели и методы для задач охраны окружающей среды. - Новосибирск: Наука, 1986.
5. Алоян А.Е. Численная модель переноса примесей в пограничном слое атмосферы. - Новосибирск, 1984. - 21 с. - (Препринт / АН СССР. Сиб. отд-ние. ВЦ; 612).
6. Алоян А.Е., Иорданов Д.А., Пененко В.В. Численная модель распространения примесей в пограничном слое атмосферы// Метеорология и гидрология. - 1976. - N 6. - С. 11-25.
7. Марчук Г.И. Математическое моделирование в проблеме окружающей среды. - М.: Наука, 1982.

8. Алоян А.Е., Бакирбаев Б. Численное моделирование динамики пограничного слоя с незакрепленной верхней границей воздушной массы// Методы математического моделирования в гидродинамических задачах окружающей среды. - Новосибирск, 1983. - С. 59-74.
9. Алоян А.Е., Бакирбаев Б. Численное моделирование локальной циркуляции, развивающейся под влиянием городского острова тепла// Численное решение задач гидротермодинамики атмосферы. - Новосибирск, 1986. - С. 3-16.
10. Метеорологический ежемесячник. Ч. 2. - 1984. - Вып. 20, 21, N 6.

В.Н. Синяев, А.Г. Янцен

УЧЕТ ДИНАМИЧЕСКОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ НЕОДНОРОДНОЙ ПОДСТИЛАЮЩЕЙ  
ПОВЕРХНОСТИ В МОДЕЛЯХ ОБЩЕЙ ЦИРКУЛЯЦИИ АТМОСФЕРЫ

Методика диагностического расчета температурных источников, основанная на решении обратных задач термодинамики, позволяет выделять зоны максимального теплового воздействия подстилающей поверхности на атмосферную циркуляцию [1, 2].

Цель данной работы – выделение зон наибольшего воздействия на крупномасштабные процессы орографии и неоднородных по горизонтали турбулентных процессов, протекающих в пограничном слое атмосферы.

Предполагается, что воздействие неоднородной подстилающей поверхности на атмосферную динамику осуществляется через вертикальную скорость на нижней границе.

Используются интегральное уравнение вихря

$$\int_0^{P_0} \frac{d\Omega}{dt} dp = \int_0^{P_0} \left( \frac{\partial \nabla^2 \Psi}{\partial t} + J(\Psi, \nabla^2 \Psi) + lr^2 \right) dp = - \int_0^{P_0} \nabla(l\nabla\chi) dp \quad (1)$$

и уравнение неразрывности

$$\omega_p = -\nabla^2 \chi. \quad (2)$$

Здесь  $\Omega$  – абсолютный вихрь,  $\Psi$  – функция тока,  $l$  – параметр Кориолиса,  $\chi$  – потенциал скорости,  $r$  – радиус Земли,  $\omega$  – аналог вертикальной скорости в изобарической системе координат.

Предполагается, что на верхней границе атмосферы  $\omega = 0$ , на нижней границе вертикальная скорость определяется турбулентными процессами в пограничном слое и влиянием рельефа

$$w = w_{op} + w_{\varphi p}. \quad (3)$$

Орографическая вертикальная скорость задается условием обтекания рельефа

$$w_{op} = -J(\xi, \Psi). \quad (4)$$

Фрикционная вертикальная скорость, обусловленная дивергенцией трения в пограничном слое, в предположении квазисоленоидальности ветра и его экмановского вертикального профиля определяется формулой [3]

$$\begin{aligned} l w_{\varphi p} &= - \int_0^H \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial}{\partial \theta} \frac{\tau_\lambda}{\rho} - \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \lambda} \frac{\tau_\theta}{\rho} \right] dz = \\ &= \frac{1}{2a} \nabla^2 \Psi_0 - \frac{1}{2a^2} \frac{1}{r^2} \left[ \left( \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial \Psi_0}{\partial \lambda} - \frac{\partial \Psi_0}{\partial \theta} \right) \frac{\partial a}{\partial \lambda} + \right. \\ &\quad \left. + \left( \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial \Psi_0}{\partial \lambda} + \frac{\partial \Psi_0}{\partial \theta} \right) \frac{\partial a}{\partial \theta} \right], \end{aligned} \quad (5)$$

где  $H$  – высота пограничного слоя атмосферы;  $\tau_\lambda$ ,  $\tau_\theta$  – составляющие касательного напряжения трения;  $a = \sqrt{1/2K}$ ;  $K$  – коэффициент турбулентности;  $\Psi_0$  – функция тока на нижней границе.

В изобарической системе координат соотношение (5) преобразуется к виду

$$l \omega_{\varphi p} = \frac{g}{r} \left[ \frac{\partial}{\partial \theta} \tau_{\lambda 0} - \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \lambda} \tau_{\theta 0} \right] \text{ при } P = P_0, \quad (6)$$

где  $\omega_{\varphi p} = -\rho g w_{\varphi p}$ . С учетом соотношений (3)–(6) нижнее граничное условие для вертикальной скорости можно записать

$$l \omega_0 = -\nabla b \nabla \Psi_0 + J(\tilde{\xi}_1, \Psi_0) \text{ при } P = P_0, \quad (7)$$

где  $b$  – некоторый параметр, пропорциональный коэффициенту турбулентности;  $\tilde{\xi}_1$  – обобщенная орография, включающая в себя рельеф и характеристики турбулентности в пограничном слое атмосферы.

С другой стороны,  $\omega_0$  можно определить из уравнения вихря (1) следующим образом:

$$\int_0^{P_0} (\nabla \cdot \nabla \chi) dp = - \int_0^{P_0} \frac{d\Omega}{dt} dp . \quad (8)$$

Введем функцию  $\chi^* = \int_0^{P_0} \chi dp$ . Тогда

$$\nabla \cdot \nabla \chi^* = - \int_0^{P_0} \frac{d\Omega}{dt} dp . \quad (9)$$

Из уравнения неразрывности имеем

$$\nabla^2 \chi_p^* = -\omega_p \text{ или } \nabla^2 \chi^* = -\omega_0 . \quad (10)$$

С учетом (10) соотношение (9) записываем в виде

$$\nabla \cdot \nabla (\nabla^{-2} \omega_0) = D\omega_0 = \int_0^{P_0} \frac{d\Omega}{dt} dp . \quad (11)$$

По аналогии с соотношением (7) можно написать

$$D\omega_0 = -\nabla \alpha \nabla \Psi + J(\tilde{\xi}, \Psi_0) . \quad (12)$$

Рассмотрим последовательно два варианта:  $\alpha = f(\theta, \lambda)$  и  $\alpha = f_1(\theta, \lambda, t)$ .

Вариант 1. Соотношение (12) преобразуем к виду

$$D\omega_0 = -\alpha \nabla^2 \Psi_0 + \beta \frac{\partial \Psi_0}{\partial \lambda} + \gamma (1-x^2) \frac{\partial \Psi_0}{\partial x} , \quad (13)$$

где

$$\begin{aligned} x &= \cos \theta, \\ \beta &= -\frac{1}{(1-x^2)} \frac{\partial \alpha}{\partial \lambda} + \frac{\partial \tilde{\xi}}{\partial x}, \\ \gamma &= -\frac{\partial \alpha}{\partial x} - \frac{1}{(1-x^2)} \frac{\partial \tilde{\xi}}{\partial \lambda}. \end{aligned} \quad (14)$$

Соотношение (13) используется для диагностического расчета среднестатистических коэффициентов  $\alpha(\theta, \lambda)$ ,  $\beta(\theta, \lambda)$ ,  $\gamma(\theta, \lambda)$ . Коэффициенты  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  находят из условия минимума следующего функционала:

$$J = \int_0^T \left( f_0 + \alpha \nabla^2 \Psi_0 - \beta \frac{\partial \Psi_0}{\partial \lambda} - \gamma (1-x^2) \frac{\partial \Psi_0}{\partial x} \right)^2 dt , \quad (15)$$

где

$$f_0 = \int_0^{P_0} \frac{d\Omega}{dt} dp .$$

Функционал  $J$  минимизируется для каждого узла полусферной сетки с использованием выборки данных за пятилетний период 1965 – 69 гг. в течение зимнего сезона на поверхностях 1 000, 850, 700, 500, 300, 200, 100, 50 мбар.

По рассчитанным указанным образом коэффициентам  $\beta$ ,  $\gamma$  находится функция  $\tilde{\xi}$  из соотношения

$$\gamma_\lambda - ((1-x^2)\beta)_x = -\nabla^2 \tilde{\xi} . \quad (16)$$

Зоны экстремальных значений  $\tilde{\xi}(\theta, \lambda)$  являются областями максимального динамического воздействия подстилающей поверхности на крупномасштабные процессы. По полю обобщенной орографии вычисляется поле "натуральных" высот  $h$ . Затем из этого поля, поскольку функция  $\tilde{\xi}$  вычисляется с точностью до константы, вычисляется некоторая постоянная величина, равная минимальному (отрицательному) вычисленному значению  $h$ . На рис. 1 представлена рассчитанное таким образом поле  $h(10^{-1} \text{ км})$ . Как следует из представленной карты, отмечается возрастание значений  $h$  в зонах максимальной турбулентности (северная часть Атлантики) и наибольшего орографического воздействия (Гренландия, Скалистые горы, Тибет). Повышенные значения  $h$  в экваториальной области связаны, по-видимому, с конвективными процессами в этом районе.

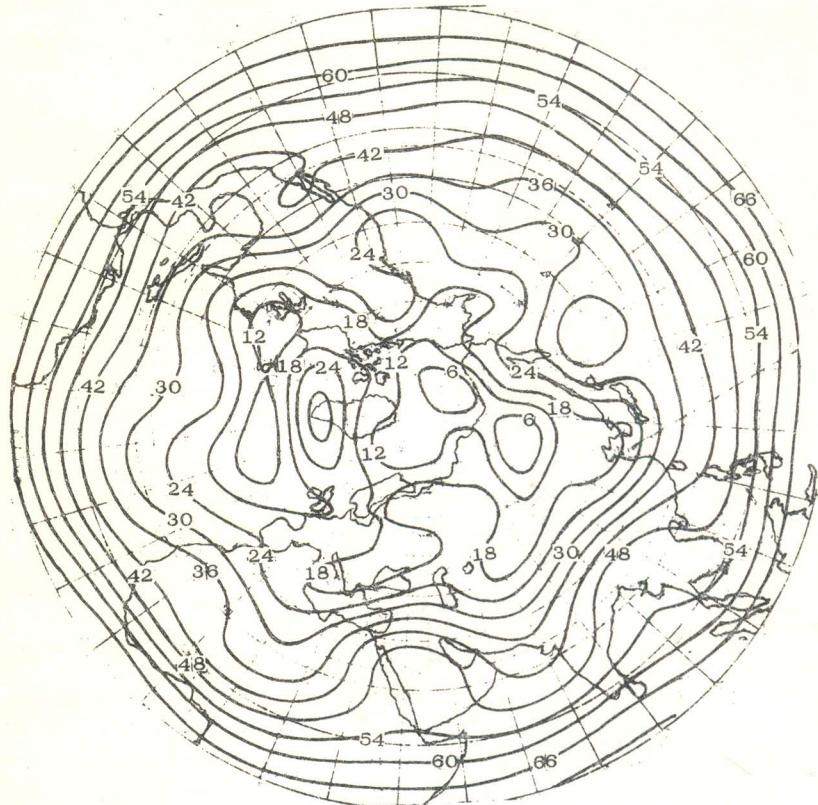


Рис. 1. Поле обобщенной орографии  $h$  ( $10^{-1}$  км) (вариант 1)

Вариант 2. Полагаем следующую функциональную зависимость для соотвтствующих касательного напряжения у поверхности Земли:

$$\begin{aligned}\tau_{\lambda 0} &= c_p \rho u_c |V_c|, \\ \tau_{\theta 0} &= c_p \rho v_c |V_c|,\end{aligned}$$

где  $u_c$ ,  $v_c$ ,  $|V_c|$  – соленоидальные составляющие и модуль скорости ветра у поверхности Земли. В этом случае граничное условие (12) принимает вид

$$D\omega_0 = \int_0^{P_0} \frac{d\Omega}{dt} dp = -\operatorname{div}(\hat{c}_D |V_c| \nabla \Psi_0) + J(\tilde{\xi}, \Psi_0), \quad (17)$$

где  $\hat{c}_D = \rho g c_D$ .

Представим коэффициент  $\hat{c}_D$  в виде

$$\hat{c}_D = \vartheta \hat{c}_{D1} + (1-\vartheta) \hat{c}_{D2},$$

где  $\hat{c}_{D1}$ ,  $\hat{c}_{D2}$  – интегральные коэффициенты для моря и суши соответственно,  $\vartheta = 1$  для моря,  $\vartheta = 0$  для суши. При таком представлении  $\hat{c}_D$  соотношение (17) можно преобразовать

$$D\omega_0 = -\operatorname{div}(\vartheta \hat{c}_{D1} |V_c| \nabla \Psi_0) - \operatorname{div}((1-\vartheta) \hat{c}_{D2} |V_c| \nabla \Psi_0) + J(\tilde{\xi}, \Psi_0). \quad (18)$$

Для определения коэффициентов  $\hat{c}_{D1}$  используется метод наименьших квадратов. Коэффициенты  $\hat{c}_{D1}$  и  $\hat{c}_{D2}$  определяются из соотношения

$$\begin{aligned} \int_{S_1} ((D\omega_0) \Psi_0) ds &= \hat{c}_{D1} \int_{S_1} (\operatorname{div}(|V_c| \nabla \Psi_0) \Psi_0) ds + \\ &+ \int_{S_1} (J(\tilde{\xi}, \Psi_0) \Psi_0) ds, \end{aligned} \quad (19)$$

где  $S_1$  и  $S_2$  – области моря и суши соответственно,  $(\cdot)$  – осреднение по времени.

Используя формулы Грина, соотношение (19) легко преобразовать

$$\begin{aligned} \int_{S_1} ((D\omega_0) \Psi_0) ds &= \hat{c}_{D1} \int_{S_1} (|V_c| (\nabla \Psi_0)^2) ds - \\ &- \oint_{L_1} \left( |V_c| \frac{\partial \Psi_0}{\partial n} \right) dl + \oint_{L_1} \left( \tilde{\xi} \frac{\partial \Psi_0}{\partial x} \Psi_0 \right) dx + \left( \tilde{\xi} \frac{\partial \Psi_0}{\partial y} \Psi_0 \right) dy, \end{aligned} \quad (20)$$

где  $i = 1, 2$ ;  $\int_{S_i}$  - интеграл по области  $S_i$ ;  $\oint$  - интеграл по контуру, ограничивающему область  $S_i$ .

Вследствие того, что при интегрировании по контуру каждое из подынтегральных выражений (второй и третий члены правой части (20)) является знакопеременным для различных точек контура, эти слагаемые при достаточно большой области интегрирования имеют тенденцию стремиться к нулю и ими можно пренебречь. Таким образом, на основе соотношения (19) для каждой из областей производится оценка соответствующих  $\hat{c}_{pi}$ .

Согласно формуле (18) функция  $D\omega_0$  с рассчитанными коэффициентами  $\hat{c}_{pi}$  более гибко отражает временную эволюцию интегрального вихря. С использованием указанной выборки данных проведена оценка коэффициентов  $\hat{c}_{pi}$  для трех случаев.

Оптимизация коэффициентов проводилась с использованием:

1) данных о  $\int_0^{P_0} \frac{d\Omega}{dt} dp$  во всех точках временной оси;

2) среднеклиматических значений  $\int_0^{P_0} \frac{d\tilde{\Omega}}{dt} dp$  ( $\tilde{(\ )}$  - осреднение за пять лет данного дня);

3)  $\int_0^{P_0} \left( \frac{d\Omega}{dt} - \frac{d\tilde{\Omega}}{dt} \right) dp$ : а) с учетом тенденции  $\left( \frac{\partial \Omega}{\partial t} - \frac{\partial \tilde{\Omega}}{\partial t} \right)$ ; б) в пре-  
небрежении тенденций  $\left( \frac{\partial \Omega}{\partial t} - \frac{\partial \tilde{\Omega}}{\partial t} \right)$ .

В таблице представлены рассчитанные значения  $\hat{c}_{pi}$  для четырех приведенных случаев.

Случай	$\hat{c}_{D1}$	$\hat{c}_{D2}$
1	0,102 $10^{-6}$	0,946 $10^{-7}$
2	0,204 $10^{-6}$	0,612 $10^{-7}$
3а	0,643 $10^{-7}$	0,112 $10^{-8}$
3б	0,210 $10^{-6}$	0,344 $10^{-6}$

Как следует из таблицы, согласно полученным оценкам в среднем зимой над морем турбулентность более развита, чем над оушей ( $\hat{c}_{D1} > \hat{c}_{D2}$ ). Полученный результат согласуется с общепринятыми представлениями. При использовании полей в отклонениях от среднеклиматических значений рассчитанные коэффициенты  $\hat{c}_{D2}$  превышают коэффициенты  $\hat{c}_{D1}$ . Более детальный анализ показывает, что полученный результат вполне оправдан, поскольку доля высокочастотных составляющих  $\int_0^{P_0} \frac{d\Omega}{dt} dr$  над оушей больше, чем над морем.

Для определения  $\tilde{\xi}$  с использованием рассчитанных значений  $\hat{c}_D$  применяется следующий алгоритм.

Из уравнения (17) имеем

$$\beta_1 \frac{\partial \Psi_0}{\partial \lambda} + \gamma_1 (1-x^2) \frac{\partial \Psi_0}{\partial x} = D\omega_0 + \operatorname{div}(\hat{c}_D |V_c| |\nabla \Psi_0|), \quad (21)$$

где

$$\beta_1 = \frac{\partial \tilde{\xi}}{\partial x}, \quad \gamma_1 = -\frac{1}{(1-x^2)} \frac{\partial \tilde{\xi}}{\partial \lambda}.$$

Из уравнения (21) с использованием метода наименьших квадратов находятся  $\beta_1$  и  $\gamma_1$ .

Для определения  $\tilde{\xi}$  имеем уравнение, аналогичное уравнению (16),

$$\gamma_1 - ((1-x^2)\beta_1)_x = -\nabla^2 \tilde{\xi}.$$

На рис. 2 представлено поле  $h [10^{-1} \text{ км}]$ , соответствующее полученному таким способом  $\tilde{\xi}$ .

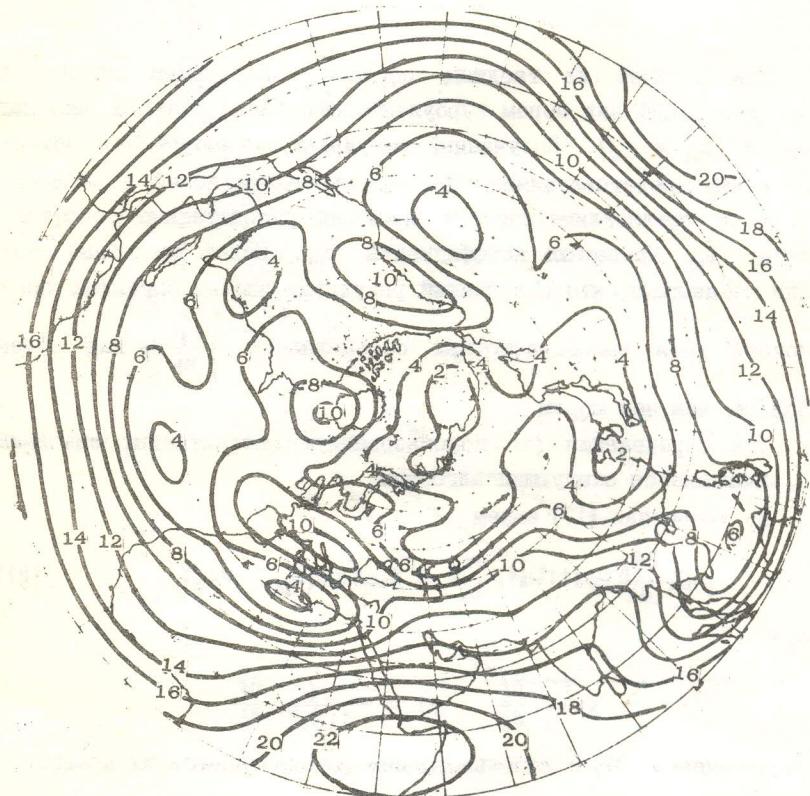


Рис. 2. Поле обобщенной орографии  $h (10^{-1} \text{ км})$  (вариант 2)

Данное поле достаточно хорошо согласуется с аналогичным полем, представленным на рис. 1. Для средних широт величина  $h$  отображает совместный эффект орографии и экмановского пограничного слоя. Четко выделяются зоны Скалистых гор и Гренландии. В поле  $h$  отчетливо проявляются эффекты пограничных слоев над океанами. В частности, суперпозиция турбулентных и орографических эффектов деформирует с восточной и южной сторон поле орографии в районе Тибета. Максимальные значения располагаются вблизи экватора, что, как указывалось выше, является, возможно, эффектом проявления термической неустойчивости в тропических областях.

Предлагаемая в работе методика выделения областей максимального динамического воздействия подстилающей поверхности на атмосферную циркуляцию является частью методики параметризации трехмерных неадиабатических механизмов и диссипации.

Данная методика и оценки, полученные с использованием интегрального уравнения вихря, могут быть использованы непосредственно в более сложных моделях прогноза и общей циркуляции атмосферы, поскольку принципиальный вид интегрального уравнения вихря один и тот же для любых приближений.

#### Л и т е р а т у р а

1. Курбаткин Г.П., Синяев В.Н. Диагностический расчет и анализ среднеклиматических источников для зимних условий Северного полушария// Изв. АН СССР. Сер. ФА. - 1982. - Т. 18, № 11. - С. 1141-1154.
2. Диагноз и моделирование общей циркуляции атмосферы/ В.П. Дымников, Г.П. Курбаткин, В.П. Лыков и др.// Актуальные проблемы вычислительной математики и математического моделирования. - Новосибирск, 1985. - С. 58-75.
3. Динамическая метеорология/ Под ред. Д.Л. Лайхтмана. - Л.: Гидрометеоиздат, 1976.