

Л.В.Васильева

ОРГАНИЗАЦИЯ ГРАФИЧЕСКОГО ДИАЛОГОВОГО РЕЖИМА  
В ОС Д-68, "ДИСПАК" ЭВМ БЭСМ-6

В данной работе приводится анализ организации графического диалога в операционных системах диспетчер Д-68 и "ДИСПАК". Даётся общая оценка методов, использованных для реализации диалога в обеих операционных системах (ОС). Конкретизируется каждый из методов организации диалогового режима, примененных в конкретной ОС.

Введение

Исследования по реализации графического диалога проводились для операционной системы ДИСПЕТЧЕР - Д-68 и системы "ДИСПАК".

Введение в ОС блока организации графического диалога произошло не случайно. Оно было продиктовано изменившимися обстоятельствами: с одной стороны, изменением технической базы вычислительной машины БЭСМ-6, с другой, - возросшими требованиями пользователей с целью увеличения степени автоматизации научных и проектно-конструкторских исследований.

Техническая база ЭВМ БЭСМ-6 существенно модернизировалась и расширилась за счет оснащения ее классом устройств графического взаимодействия - дисплеев<sup>\*</sup>).

<sup>\*</sup>) В данной статье рассматривается дисплейная система "ЭКРАН" с терминальным пультом, разработанная в ИА и Э СО АН СССР [1].

Что касается проблемы удовлетворения требований пользователя, то оказалось, что при решении многих задач в различных областях науки и техники присутствует метод проб и ошибок. Этот метод требует непосредственного участия человека в процессе выполнения его задачи на вычислительной машине.

На основании накопленного опыта или выдвинутых предположений в процессе счета задачи выдается первый вариант результата в виде, например, некоторого графика. Производится анализ первоначального варианта результата с целью определения его соответствия заданным параметрам. На основании этого анализа создается второй и предположительно лучший график. Затем выполняется анализ второго варианта и так далее, то есть итерационный процесс анализа – исправление продолжается до тех пор, пока не будет получен график, удовлетворяющий заданным параметрам. Полученный график может быть зафиксирован в виде "твёрдой" копии на кинопленке, бумаге и так далее.

Таким образом, процесс конструирования каждого отдельного графика со свойственной ему зависимостью от эффективности сотрудничества человека и машины представляет собой широкое поле для приложения методов моделирования, выполняемых в оперативном режиме.

Поэтому есть основания предполагать, что использование устройств графического взаимодействия (дисплеев) позволит изменить и усовершенствовать существующие методы анализа и проектирования.

Для повышения эффективности использования как устройств графического взаимодействия, так и вычислительной машины возникла проблема оперативного взаимодействия человека – оператора, находящегося за терминальным пультом дисплея, и вычислительной машины. Эта проблема вылилась в задачу обеспечения режима диалога между человеком и вычислительной машиной, по возможности такого, который проходил бы в реальном масштабе времени. Реализация диалогового режима выдвинула вопросы, решение которых связано с введением параллельных процессов в задачах пользователей с целью эффективного использования дисплеев и центрального процессора вычислительной машины. Использование параллельных процессов повлекло за собой создание аппарата ветвления в операционной системе.

## I. Организация графического диалога методом нерезидентных частей

Диалоговый режим в ОС Д-68 был реализован с помощью управляющей программы, являющейся нерезидентной частью операционной системы [2]. Метод нерезидентных частей является приемлемым для операционных систем, дающих в руки системного программиста экстракод произвольных диспетчерских действий. С помощью экстракода произвольных диспетчерских действий устанавливается диспетчерский режим работы ОС. В этом режиме работы ОС является возможным выполнение функций, обеспечивающих диалоговый режим с системой "ЭКРАН".

К основным функциям управляющей программы, обеспечивающей диалоговый режим работы с системой "ЭКРАН", относятся следующие:

- 1) сопряжение нерезидента с операционной системой;
  - 2) сопряжение нерезидента с рабочими программами пользователя;
  - 3) обеспечение высшего приоритета программам, использующим диалоговый режим работы с "ЭКРАНОМ";
  - 4) организация аппарата ветвления;
  - 5) реализация пассивного режима отображения;
  - 6) обслуживание активного режима работы с "ЭКРАНОМ";
  - 7) обеспечение сохранения мультипрограммного режима работы центрального процессора вычислительной машины;
  - 8) выдача диагностических текстов для оператора, инженера, пользователя в случае аварийной ситуации, возникшей в процессе выполнения программы пользователя;
  - 9) контроль работы канала связи вычислительной машины с системой "ЭКРАН";
  - 10) реализация возможности работать в режиме "КИНО", под которым следует понимать выдачу большой серии кадров на экран дисплея со скоростью, определяемой временем передачи кадра из ЭВМ на дисплей;
- II) организация завершения работы с системой "ЭКРАН".

Управляющая программа, обеспечивающая диалоговый режим работы с "ЭКРАНОМ", предоставляется пользователям в виде стандартной программы (СП-ЭКРАН). Для работы с данной стандартной

программой при обращении к ней указывается необходимая управляющая информация.

Программе пользователя, заказавшей диалоговый режим работы с "ЭКРАНОМ", присваивается высший приоритет. Это производится с целью дать возможность использовать диалоговый режим в реальном масштабе времени и ускорить процесс прохождения рабочей программы пользователя в вычислительной машине.

Непосредственно пользователю предоставляется возможность повысить эффективность работы своей программы при использовании диалогового режима и ускорить выполнение программы в ЭВМ. Эта возможность реализуется аппаратом вставления в нерезиденте. Аппарат ветвлений можно рассматривать как средство для организации одновременного выполнения частей одной рабочей программы пользователя. Исходная рабочая программа пользователя определяет внутри себя блоки, которые можно выполнять независимо, и, тем самым, получить выгоду от мультипрограммирования в пределах одной рабочей программы. Адреса блоков указываются в управляющей информации к стандартной программе при обращении.

Нерезидент, реализующий режим графического диалога, обеспечивает следующие режимы работы с системой "ЭКРАН":

- 1) пассивный (см. [ 2 ]);
- 2) активный (диалоговый (см. [ 2 ])).

Обслуживание системы "ЭКРАН" происходит параллельно с вычислениями в центральном процессоре машины за счет прерывания текущей программы. При поступлении прерывания от "ЭКРАНА" нерезидент производит все необходимые действия по упакованию текущего состояния машины. А после обработки прерывания от "ЭКРАНА" – восстановление текущего состояния машины. Текущей программой может быть как программа, работающая с системой "ЭКРАН", так и любая другая рабочая программа.

В случае возникновения ошибки либо в управляющей информации к стандартной программе (СП-ЭКРАН), либо в канале связи между системой "ЭКРАН" и ЭВМ БЭСМ-6, либо в системе "ЭКРАН" выдаются диагностические тексты. Оператору и инженеру эти тексты выдаются на телетайп, пользователю – на телетайп и печатающее устройство [ 2 ].

При использовании режима "КИНО" пользователь должен за-

казать этот режим, указав его в управляющей информации СП-ЭКРАН [2]. В этом режиме работы с системой "ЭКРАН" после выполнения одного заказа автоматически выполняется вся очередь заказов на "ЭКРАН". Выдача серии заказов будет происходить до тех пор, пока признак в управляющей информации не будет изменен. Режим "КИНО" позволяет добиться максимальной пропускной способности по каналу связи ЭВМ - система "ЭКРАН".

После окончания всех работ с системой "ЭКРАН" или в результате принятого решения окончить работу пользователь может отказаться от "ЭКРАНА". Отказ может быть произведен несколькими способами [2].

## 2. Набор экстракодов, реализующих диалоговый режим

В данной статье также исследуются вопросы организации диалогового режима в операционных системах "ДИСПАК" и "ДИАПАК". Эти ОС не имеют экстракода произвольных диспетчерских действий. Управляющая программа, реализующая диалоговый режим работы с системой "ЭКРАН", выполняется так же, как стандартная программа (СП-ЭКРАН), но с той разницей, что она работает в режиме пользователя, или, так называемом, математическом режиме. Для выполнения функций, реализуемых только в диспетчерском режиме, в ОС вводится сеть дополнительных экстракодов. Обращения к экстракодам содержатся в управляющей программе (СП-ЭКРАН). Для реализации диалогового режима в ОС "ДИСПАК" и "ДИАПАК" была выполнена дополнительная системная программа, оформленная как нерезидент (Программа ТРУБКА) ОС. В этом нерезиденте и располагаются тела нужных экстракодов.

Суть основных функций управляющей программы не меняется (см. перечень из раздела I).

Управляющая информация к СП-ЭКРАН может быть задана в том же виде, как и в случае организации диалогового режима в ОС Д-68. Идентичность типов управляющей информации сохранена для удобства работы пользователей при переходе с одной ОС (Д-68) на другую ("ДИСПАК", "ДИАПАК").

Для обслуживания такого устройства графического взаимодействия, как система ЭКРАН, потребовалась разработка и вве-

дение следующих дополнительных экстракодов в ОС "ДИСПАК" и "ДИАПАК":

- 1) экстракод настройки СП-ЭКРАН на нерезидент (ТРУБКА);
- 2) экстракод обмена с системой "ЭКРАН";
- 3) экстракод опроса схем контроля для установления ошибок, возникающих в процессе обмена;
- 4) экстракоды закрытия и открытия листа обмена;
- 5) экстракоды обнуления и опроса регистра о состоянии системы "ЭКРАН";
- 6) экстракоды установки и гашения признака готовности ЭВМ к общению с "ЭКРАНОМ";
- 7) восемь экстракодов для реализации аппарата ветвления;
- 8) два экстракода реализации режима "КИНО";
- 9) экстракод закрытия задачи пользователя в случае перехода пользователя в автономный режим работы за терминальным пультом дисплея;
- 10) два экстракода для реализации отказа от системы "ЭКРАН". Эту группу экстракодов в дальнейшем будем называть экстракодами графического диалога. Необходимость такого количества дополнительных экстракодов объясняется следующими причинами:
  - 1) конструктивными особенностями системы "ЭКРАН" [1];
  - 2) технической реализацией системы сопряжения ЭВМ БЭСМ-6 и "ЭКРАНА" [3];
  - 3) структурой и организацией ОС "ДИСПАК" и "ДИАПАК" [4], [5];
  - 4) режимом обмена сообщениями между математической программой СП - ЭКРАН и системной программой "ТРУБКА".

Обращения к экстракодам графического диалога имеют вид: Э052 с адресами I220 → I227. При обращениях к Э052 на сумматоре машины БЭСМ-6 должна находиться необходимая управляющая информация для выполнения каждого экстракода. После выполнения экстракода ответное сообщение, если оно необходимо, будет находиться на сумматоре ЭВМ БЭСМ-6. Анализ управляющей информации и организация действий выдачи ответного сообщения производится в системной программе "ТРУБКА".

При выполнении экстракода настройки СП-ЭКРАН на нерезидент "ТРУБКА" рабочей программе пользователя присваивается

высший приоритет. Во время счета программы пользователя, использующей режим графического диалога, в центральном процессоре вычислительной машины БЭСМ-6 режим мультипрограммной работы не нарушается.

Экстракоды, реализующие аппарат ветвлений, позволяютвести параллельную работу блоков в пределах одной рабочей программы пользователя.

### З а к л ю ч е н и е

Организация диалогового режима в ОС Д-68, "ДИСПАК" и "ДИАПАК" является новой функцией в этих ОС. Введение режима графического диалога в ОС расширяет функциональные возможности ОС. Несмотря на то, что спектр возможностей, которые должны обеспечивать операционные системы, уже четко вырисовывается, остается широкое поле деятельности по наилучшей реализации этих возможностей. Поэтому среди разработчиков математического обеспечения ЭВМ до сих пор существует большое разнообразие подходов к усовершенствованию и расширению уже существующих операционных систем.

Опыт эксплуатации операционных систем Д-68, "ДИСПАК" позволил оценить со многих точек зрения их достоинства и недостатки. В частности, он позволил определить направления, по которым следует вести работы по расширению ОС вообще и применительно к задачам машинной графики конкретно.

Эффективность ОС возрастает, если она обладает способностью к расширению и модификации.

Предлагаемые методы, изложенные в п.1 и п.2, могут быть использованы для удовлетворения этого важного требования.

### Л и т е р а т у р а

1. Долговесов Б.С., Ковалев А.М. и др. Система "ЭКРАН" для графического взаимодействия человека с ЭВМ.- "Автометрия", 1971, №4, 9 (3 + II).
2. Васильева Л.Ф. Программа связи системы "ЭКРАН" с операционной системой БЭСМ-6. - В сб.: Машинная графика и ее применение. Новосибирск, ВЦ СО АН ССР, 1973, с.5.

3. Еремин Ю.И., Янцен И.П. Сопряжение ЭВМ БЭСМ-6 с системой "ЭКРАН".-В сб.: Вычислительная техника. Новосибирск, ВЦ СО АН СССР, 1973, с.14.
4. Бокова И.Д., Зельдинова С.А., Зуев В.И., Корякин В.К., Конкина Л.В., Озорнин Ю.В., Тюрин В.Ф., Шулепов Н.И. Операционная система ДИСПАК для БЭСМ-6 (системному программисту и оператору).-Препринт, вып. I, М., ИТМ АН СССР, 1973, с.95.
5. Бокова И.Д., Зельдинова С.А., Зуев В.И., Корякин В.К., Кошкина Л.В., Озорнин Ю.В., Тюрин В.Ф., Шулепов Н.И. Операционная система ДИСПАК для БЭСМ-6 (пользователю).-Препринт, вып. I, М., ИТМ АН СССР, 1973, с.80.
6. Томилин А.Н. Описание операционной системы машины БЭСМ-6 (ДИСПЕТЧЕР - Д - 68).-Препринт, М., ИТМ и ВТ АН СССР, 1969, с.48.
7. Шаркман В.С. Автокод для БЭСМ-6, описание языка.- Препринт, М., ИТМ АН СССР, 1970, с.102.

Л.Ф.Васильева, Ф.М.Израйлев, П.А.Ким

ПРАКТИЧЕСКИЕ ПРИМЕНЕНИЯ ГРАФИЧЕСКОГО ДИАЛОГА  
В ОС ЭВМ БЭСМ-6

В данной статье рассматриваются конкретные практические применения графического диалога в ОС ЭВМ БЭСМ-6 с приложением иллюстраций в виде фотографий, полученных с экрана дисплея [2]. Приводится также некоторый список работ с использованием диалогового режима, которые намечены для выполнения в ближайшее время. Практические результаты, описанные в этой статье, были получены при использовании программы связи системы "ЭКРАН" с ОС БЭСМ-6 [1, 2].

Введение

Режим графического диалога может быть использован как мощное средство при решении задач моделирования в различных областях науки и техники. При этом человек-исследователь самым детальным образом управляет решением своей задачи на вычислительной машине, используя собственную интуицию и знания, основанные на структуре задачи или физическом смысле. При наличии оперативного взаимодействия между исследователем и ЭВМ имеется возможность видеть моделируемый процесс, следить за его динамикой, изменять режим этого процесса в зависимости от результатов эксперимента. Моделирование процессов позволяет исследователю предельно приблизиться к "реальным" про-

цессам, существенно сократить объем "реальных" экспериментов. С помощью моделируемых процессов можно получить более полную информацию об исследуемых физических процессах.

### I. Исследование стабилизации стохастической неустойчивости

Одним из первых применений СП-ЭКРАН (см. [1]) явилось решение ряда физических задач по исследованию стохастической неустойчивости нелинейного осциллятора с одной степенью свободы, находящегося под действием внешнего периодического возмущения. Эта простейшая модель может описывать довольно широкий круг физических явлений [3]. Численное исследование поведения такой системы проводилось и ранее, однако только использование дисплея дает возможность оперативно и с максимальной эффективностью выявить самые разнообразные особенности движения такого рода систем. Более того некоторые эффекты, как нам кажется, вообще невозможно исследовать с помощью традиционных средств (АЦПУ или графопостроитель) (см., например, [4]).

В этом разделе приводится пример исследования возможности стабилизации стохастической неустойчивости с помощью сильного нелинейного резонанса. Физическая и математическая сторона этого вопроса более детально описана в работе [5]. Кроме того, сам процесс поиска, который является основой в этой задаче, наглядно показан в научно-популярном фильме "Компьютер и загадка Леонардо" студии Киевнаучфильм. Часть фильма была отснята непосредственно с "ЭКРАНА" [9] при использовании СП-ЭКРАН [1,2].

Движение системы изображалось на экране дисплея с помощью последовательности точек на фазовом квадрате относительного размера  $1 \times 1$  (рис. I). Один кадр содержал обычно 400 точек. Одновременно с массивом точек, характеризующих состояние системы, на экран дисплея выводились текущие значения параметров системы (амплитуда возмущения, амплитуда стабилизирующей силы, число шагов преобразования). Эти параметры оперативно изменялись с помощью световых кнопок. Начальные условия (действие и фаза осциллятора) вводились непосредственно с терминал-

ного пульта дисплея с помощью светового пера. Благодаря графическому диалогу имелась возможность растяжения любого участка фазового квадрата с целью выявления мелких деталей фазовой картины движения (рис.2, 3).

Следует обратить внимание на то, что в данном случае такое растяжение проводится в любой момент времени, именно тогда, когда движение на экране становится наиболее интересным. Этот момент времени и сам участок фазовой плоскости невозможно определить заранее, и поэтому практически невозможно так составить программу, чтобы без помощи графического диалога обнаружить необходимый эффект.

Численный эксперимент начинался с варьирования параметров (амплитуды возмущения и числа шагов преобразования) до получения стохастического возмущения (визуально). Затем при фиксированных параметрах (см. выше) находилась область стабилизации по параметру (амплитуда стабилизирующей силы).

Типичная картина движения в области стабилизации приведена на рисунках I, 2, 3 с увеличениями в 4 (I), 16 (2), 64 (3) раза, соответственно. Иллюстрации на рисунках I, 2, 3 показывают, что траектория движения в некоторой области имеет очень сложную структуру, но тем не менее является устойчивой. Полная площадь области устойчивости также относительно велика.

Эти исследования показали, что существует принципиальная возможность стабилизации стохастической неустойчивости дополнительным сильным нелинейным резонансом.

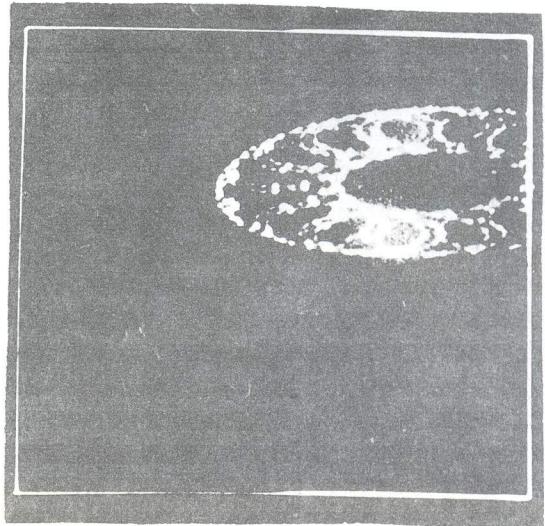
Нахождение условий стабилизации в применении к реальным системам (нелинейный ускоритель) требует дальнейшего подробного исследования с учетом всех дополнительных факторов.

Для исследуемой задачи необходимо следить за развитием процесса во времени, поэтому весьма существенной является частота смены кадров на экране дисплея или скорость передачи одного кадра из ЭВМ БЭСМ-6 на дисплей.

Частота смены кадров на экране зависит от времени наascimento его в машине, от организации диалогового режима в ОС, от технических характеристик системы "ЭКРАН" и способа ее подключения к ЭВМ БЭСМ-6. В нашем случае время смены кадров (для 400 точек на кадре) составляет 0,08 сек., а для кадра

$K_1=00.255595$   
 $E_1=00.050000$   
 $P_1=25.000000$

$K_2=00.250000$   
 $E_2=00.000000$   
 $M_2=00.000000$



ПРДЛЖ  
. II  
ВОЗВР

ИЗМ K<sub>1</sub>  
ИЗМ E<sub>1</sub>  
ИЗМ M<sub>1</sub>

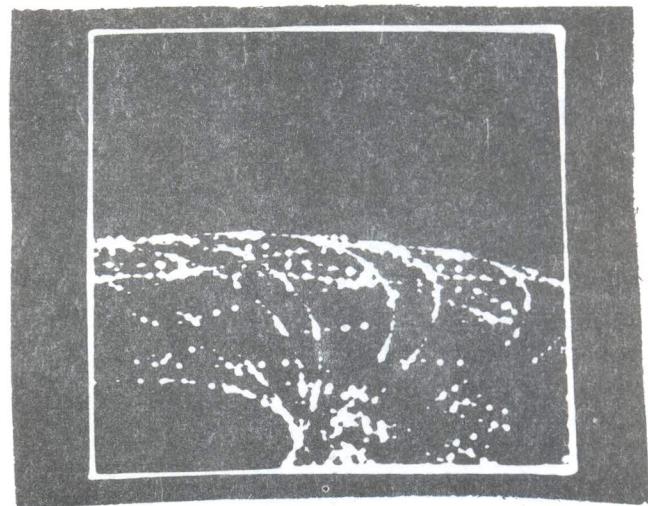
ИЗМ X<sub>D</sub>  
ИЗМ P<sub>O</sub>  
РАСТ

ИЗМ K<sub>2</sub>  
ИЗМ E<sub>2</sub>  
ИЗМ M<sub>2</sub>

Рис. I. Типичная картина движения системы в области стабилизации с увеличением в 4 раза.  
Надписи вверху: значения текущих параметров системы;  
внизу: световые кнопки управления моделируемым процессом

$K_1=00.255595$   
 $E_1=00.050000$   
 $P_1=25.000000$

$K_2=00.250000$   
 $E_2=00.000000$   
 $M_2=00.000000$



ПРДЛЖ  
.. II  
ВОЗВР

ИЗМ  $K_1$   
ИЗМ  $E_1$   
ИЗМ  $M_1$

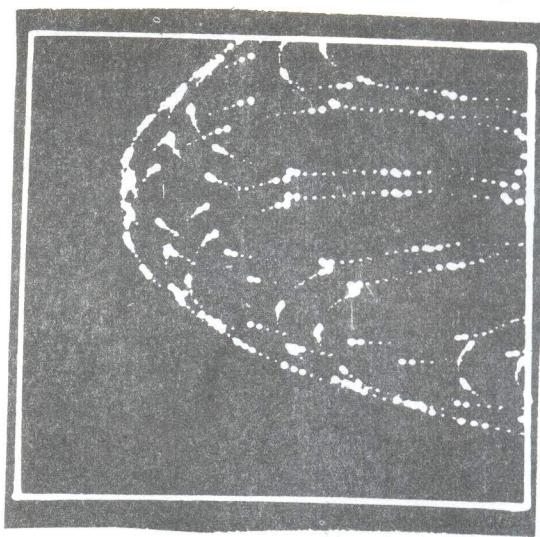
ИЗМ  $x_p$   
ИЗМ  $P_o$   
РАСТ

ИЗМ  $K_2$   
ИЗМ  $E_2$   
ИЗМ  $M_2$

Рис.2. Одна из устойчивых траекторий движения системы, увеличенная в 16 раз

$K_I=00.255595$   
 $E_I=00.050000$   
 $P_I=25.000000$

$K_2=00.250000$   
 $E_2=00.000000$   
 $M_2=00.000000$



ПРДЛЖ  
.. II  
ВОЗВР

ИЗМ  $K_I$   
ИЗМ  $E_I$   
ИЗМ  $M_I$

ИЗМ  $x_p$   
ИЗМ  $P_o$   
РАСТ

ИЗМ  $K_2$   
ИЗМ  $E_2$   
ИЗМ  $M_2$

Рис.3. Увеличение устойчивой траектории в 64 раза  
(фазовый квадрат  $I/64 \times I/64$ )

(150 точек) оно равнялось 0,04 сек. (1500 кадров в минуту). Следует отметить, что максимальная скорость передачи кадров в систему "ЭКРАН" ограничена техническими данными самого ЭКРАНА и равняется 1500 кадрам в минуту.

Приведенные скорости были получены при организации диалогового режима как в ОС Д-68, так и в ОС ДИСПАК с использованием СП-ЭКРАН.

Исследование некоторых других свойств движения аналогичных систем было проведено на другой программе, реализующей диалоговый режим в ОС Д-68 (см. [10]).

## 2. Моделирование движения шагающих автоматов по рельефу

СП связи ЭВМ - ЭКРАН [1,2] позволила эффективно моделировать и исследовать экспериментальные системы с большим числом степеней свободы, развивающиеся (видоизменяющиеся) в реальном времени.

В частности, эффективность диалога ярко проявляется в моделировании недетерминированных систем-генераторов поведения шагающих автоматов [6]. Прослеживание и отработка недетерминированных процессов требуют как оперативного управления ими, так и оперативной реакции на непредвиденные ситуации, на что диалог и ориентирован.

Как иллюстрацию рассмотрим задачу моделирования движения шагающего автомата по некоторому рельефу. На первом этапе в пассивном режиме отображения информации [1] на экране дисплея было рассмотрено множество алгоритмов движения шагающих автоматов по ровной поверхности с детерминированными параметрами.

Расчет отдельных кадров производился ЭВМ. Через соответствующие интервалы времени рассчитанные кадры поступали на экран дисплея, что позволяло получить движущееся изображение модели в реальном времени.

Затем в оперативном режиме менялось количество ног движущегося автомата и соответственно изменялся алгоритм движения. Это проводилось с целью научить "ходить" автомат, выбрать число необходимых и достаточных конечностей и, главное, проверить возможность передвижения автомата с "произвольной походкой".

Режим графического диалога позволяет с пульта системы "ЭКРАН" [9] задавать размеры изображения: крупный план или общий, параметры движения, "исправлять" рельеф и так далее.

Результаты решения задач моделирования движения шагающего автомата по рельефу с детерминированными параметрами были получены с использованием СП-ЭКРАН (см. [1,2]) в рамках ОС Д-68.

### 3. Перспективы графического диалога

Практические применения графического диалога, описанные в данной статье (см. раздел I,2), являются всего лишь начальным этапом работы при решении задач моделирования. В связи с переориентацией на другие ОС (ДИСПАК, ДИАПАК) представляется целесообразным продолжить исследования по указанным в предыдущих разделах направлениям.

Намечается решение целого комплекса физических задач самого разнообразного характера. В частности, дальнейшее исследование условий стабилизации стохастической неустойчивости (см. п.1) в применении к ускорителям, исследование универсальной слабой неустойчивости в многомерных нелинейных системах (так называемая диффузия Арнольда), исследование стохастичности в многомерных системах при наличии затухания, а также исследования различных неустойчивостей, возникающих в сильноточных электронных пучках.

В ближайшее время предполагается также решение задачи планирования трассы при передвижении робота во внешней среде. Предусматривается: введение препятствий на поверхности; решение задач распознавания как самой поверхности, так и препятствий на ней; выбор оптимальной траектории движения шагающего автомата до заданной цели.

Если предположить, что информация о внешней среде представлена в виде трехцветной карты (на карте отображены разрешенные, запрещенные и неизвестные (теневые) области местности, по которой продвигается автомат), то можно построить граф, однозначно представляющий такую карту [7]. В этом случае задача планирования трассы сводится к поиску некоторого оптимального пути на графике.

В случае решения этой задачи методом оценочных функций

Нильсона [8] на экране дисплея можно непосредственно прослеживать выбор вершин графа. А при использовании графического диалога экспериментально подбирать оценочные функции, "обучая", таким образом, алгоритм.

Эти примеры далеко не исчерпывают список возможных практических применений графического диалога, но дают некоторое представление о направлениях развития этих приложений.

#### Л и т е р а т у р а

1. Васильева Л.Ф. Программа связи системы "ЭКРАН" с операционной системой БЭСМ-6.-В сб.: Машинная графика и ее применение. Новосибирск, ВЦ СО АН СССР, 1973, с.5.
2. Васильева Л.Ф. Организация графического диалогового режима в ОС Д-68 и ДИСПАК ЭВМ БЭСМ-6.-Настоящий сборник.
3. Чириков Б.В. Исследования по теории нелинейного резонанса и стохастичности.-Препринт, Новосибирск, ИЯФ СО АН СССР, 1969.
4. Израйлев Ф.М., Чириков Б.В. Некоторые численные эксперименты с простейшей моделью турбулентности.-Доклад на совещании по программированию и математическим методам решения физических задач, Дубна, ОИЯИ, 1973.
5. Израйлев Ф.М., Чириков Б.В. Численные эксперименты по стабилизации стохастической неустойчивости с использованием дисплея в диалоговом режиме.-Препринт 74-13, Новосибирск, ИЯФ СО АН СССР, 1974.
6. Ким П.А., Нариньянни А.С. Простой пример модели шагающего автомата.-В сб.: Вычислительная математика и программирование. Новосибирск, ВЦ СО АН СССР, 1974.
7. Пяткин В.П., Сиротенко В.Я. Планирование трассы роботом.-Тезисы докладов УП симпозиума по кибернетике. Тбилиси, 1974.
8. Нильсон Н. Искусственный интеллект. М., "Мир", 1973.

9. Долговесов Б.С., Ковалев А.М. и др. Система "ЭКРАН" для графического взаимодействия человека с ЭВМ.— "Автометрия", 1971, №4, 3 (3-II).
10. Бабат Е.Г., Израйлев Ф.М., Чирков Б.В. Применение системы ЭДИТ для численных экспериментов с использованием разговорной графики.— В сб.: Материалы конференции "Автоматизация научных исследований на основе применения ЭВМ", Новосибирск, СО АН СССР ИАЭ, 1974, с.17.

В.А.Василенко

## ПРИБЛИЖЕНИЕ СПЛАЙНАМИ В ЕВКЛИДОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ

### I. Сплайны в евклидовом пространстве

Рассмотрим  $N$ -мерное евклидово пространство  $E_N$  с некоторым скалярным произведением  $(\cdot, \cdot)$ . Пусть  $A$  — невырожденная  $N \times N$ -матрица, и  $k_1, k_2, \dots, k_n$ ,  $n \leq N$  — некоторая система  $N$ -мерных линейно независимых векторов. Тогда вектор  $\sigma \in E_N$ , являющийся решением задачи

$$\begin{aligned} 1. \quad (\sigma, k_i) &= r_i, \quad i = \overline{1, n} \\ 2. \quad \|A\sigma\|^2 &= \min \end{aligned} \tag{1}$$

при некоторых вещественных  $r_1, r_2, \dots, r_n$  является сплайном в смысле [I]. Конечно, существование и единственность решения задачи (I) не вызывает сомнений.

### 2. Сплайны, связанные со степенями матрицы типа дифференцирования

Рассмотрим отрезок вещественной оси  $[0, 1]$  и разобьем его на  $(N+1)$  равных частей узлами сетки  $x_i = i/(N+1), i = \overline{0, N+1}$ . В качестве  $N$ -мерного евклидова пространства рассмотрим пространство векторов

$$E_N = \{(y_0, y_1, \dots, y_{N+1}) : y_0 = y_{N+1} = 0\}. \tag{2}$$

Тогда оператор, задаваемый матрицей

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & & \\ -1 & 2 & -1 & \\ & -1 & 2 & \\ & & & 2 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

является, с точностью до постоянного множителя, разностным аналогом двухкратного дифференцирования сеточной функции  $(y_0, y_1, \dots, y_{N+1}) \in E_N$ . Рассмотрим в качестве основной матрицу

$$D = A^{1/2}. \quad (4)$$

Обозначим теперь через  $\sigma_\lambda$  решение следующей задачи ( $\lambda \geq 0$ ):

$$\begin{aligned} 1. \quad (\sigma_\lambda, k_i) = r_i, \quad i = 1, n. \\ \| D^\lambda \sigma_\lambda \|^2 = \min. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь, как и в разделе I,  $k_1, k_2, \dots, k_n \in E_N$  — линейно независимые векторы,  $n \leq N$ .

Если теперь функционалы  $k_i$  выбрать так, чтобы умножение вектора  $x$  на  $k_i$  давало бы некоторую компоненту вектора  $x$ , можно считать, что мы имеем дело с задачей интерполяции сеточной функции на более мелкую сетку. Это соответствует условию  $n \ll N$ . С помощью параметра  $\lambda$  мы можем плавно регулировать "гладкость" сеточного интерполянта. При  $\lambda = 1$  мы получаем сеточный аналог линейной интерполяции, при  $\lambda = 2$  — кубической интерполяции и так далее.

Конечно, совсем не обязательно, чтобы функционалы  $k_1, k_2, \dots, k_n$  давали значение сеточной функции "в точке". Это могут быть более сложные функционалы, полученные, например, в результате аппроксимации дифференциального уравнения разностным.

Следуя общей процедуре построения сплайнов, описанной в работе [I], легко построить элементы  $\sigma_\lambda$ . Для этого составим из векторов  $k_1, k_2, \dots, k_n$ , как из столбцов, прямоугольную  $n \times N$  матрицу  $K$ , а из чисел  $r_1, r_2, \dots, r_n$  — вектор  $\phi$ . Тогда задачу (5) можно переписать в виде

$$\begin{aligned} K^T \sigma_\lambda = \phi, \\ \| D^\lambda \sigma_\lambda \|^2 = \min, \end{aligned} \quad (6)$$

решение задачи (6) дается формулой

$$\sigma_\lambda = A^{-\lambda} K (K^T A^{-\lambda} K)^{-1} \phi = \Sigma_\lambda \phi . \quad (7)$$

Итак, нахождение вектора  $\sigma_\lambda$  требует одного обращения матрицы  $n \times n$  и одного обращения матрицы  $N \times N$ . Обращение матрицы  $A^\lambda$  очень удобно вести методом Фурье, так как нам явно известны собственные числа и собственные векторы этой матрицы.

### 3. Выбор гладкости интерполянта

Возникает, естественно, вопрос о выборе параметра "гладкости" из соображений наилучшего приближения вектора или некоторых его характеристик. В одном случае мы дадим ответ на этот вопрос.

Предположим, что мы хотим аппроксимировать вектор  $\phi \in E_N$ , относительно которого известны сеточные функционалы

$$K^T \phi = \phi \quad (8)$$

и, кроме того, дана "априорная оценка"

$$\| D^\mu \phi \| \leq R, \quad \mu \geq 0. \quad (9)$$

Множество  $B$ , которое выделяется в пространстве  $E_N$  условиями (8) и (9), представляет собой сечение эллипсоида некоторой плоскостью, то есть эллипсоид меньшей размерности.

Введем в рассмотрение величину

$$J(\lambda) = \sup_{\phi \in B} \| A^\mu (\Sigma_\lambda \phi - \phi) \|^2, \quad (10)$$

которая представляет собой максимальную ошибку при аппроксимации вектора  $A^\mu \phi$  вектором  $A^\mu \Sigma_\lambda \phi$ , когда  $\phi \in B$ . Ясно, что следует выбирать параметр  $\lambda$  из условия минимума "функционала потерь"  $J(\lambda)$ .

Сделаем замену переменных

$$\phi = \hat{\phi} + \Sigma_\mu \phi. \quad (11)$$

Тогда  $J(\lambda)$  преобразуется к виду

$$J(\lambda) = \sup_{\hat{\phi} \in S} \| A^\mu (\Sigma_\lambda \phi - \Sigma_\mu \phi - \hat{\phi}) \|^2,$$

где множество  $S$  есть

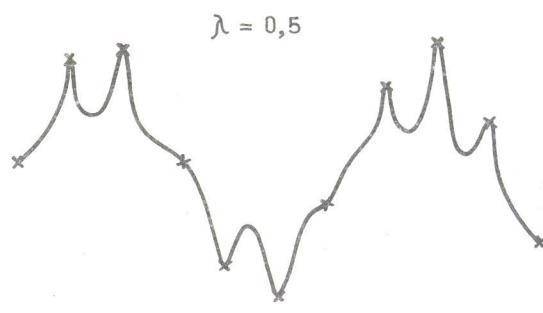


Рис. I

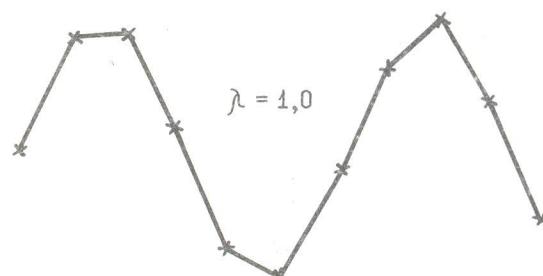


Рис. 2



Рис. 3

III7

$$\hat{S} = \{\phi \in E_N : K^T \hat{\phi} = 0, \\ \|A^\mu \hat{\phi}\|^2 \leq R^2 - \|A^\mu \Sigma_\mu \phi\|^2 = r^2\}. \quad (12)$$

Здесь использовано условие ортогональности сплайна, (см. [I]).  
Если обозначить теперь

$$\xi = A^\mu (\Sigma_\lambda \phi - \Sigma_\mu \phi), \quad (13)$$

$$\hat{\phi} = A^\mu \hat{\phi}, \quad (14)$$

то будем иметь

$$J(\lambda) = \sup_{\hat{\phi} \in \hat{S}} \|\xi - \hat{\phi}\|^2 \quad (15)$$

при этом множество  $\hat{S}$  есть некоторая сфера размерности  $N-n$  и радиуса  $r^2$  с центром в начале координат. Если теперь  $\xi \neq 0$ , то максимум расстояния от точки  $\xi$  до поверхности сферы заведомо больше, чем в случае  $\xi = 0$ .

Окончательно, в рассматриваемой нами задаче наилучшим будет параметр  $\lambda = \mu$ .

Поясним смысл последнего утверждения. Например, мы знаем о функции ее сеточные значения и некоторую априорную оценку второй производной в  $L_2$ . Тогда, если мы хотим наилучшим образом приблизить в  $L_2$  вторую производную этой функции, следует воспользоваться кубическими сплайнами. Использование сплайнов более высокого порядка, вообще говоря, не дает выигрыша в точности. Все это касается, конечно, тех разностных аналогов сплайнов, которые мы рассмотрели в этой работе.

На рисунках I, 2, 3 приводятся графики евклидовых сплайнов при различных значениях параметра  $\lambda$ . При этом на отрезке  $[0, 10]$  с шагом  $h=1$  интерполировалась функция  $\sin x$ . Другими словами,  $n = 11$ , а  $N = 101$ . Расчеты проводились с помощью одной и той же процедуры, которая содержит в качестве формального параметра вещественную величину  $\lambda$ .

Я благодарю Ю.А.Кузнецова за ряд ценных замечаний и рекомендаций.

#### Л и т е р а т у р а

I. Anselone P.M., Laurent P.J. A general method for the construction of interpolating or Smoothing spline-functions. Numer. Math., 12, 1, (1968).

## МАШИННАЯ ГРАФИКА И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЕ

Под редакцией

Юрия Алексеевича Кузнецова

Корректоры: Н.С.Хенкина, Л.И.Черная

Технический редактор Т.А.Шандарова

---

Подписано в печать 11/1У-1975г. МН 07207

Формат бумаги 60 х 84 1/16 П.л. 7,3 Уч.изд.л.7,6

Тираж 600экз. Заказ №789 Цена 51 коп.

---

Отпечатано на ротапринте Вычислительного центра  
СО АН СССР, Новосибирск 90.