

А.И. Крылова

АНАЛИЗ АТМОСФЕРНЫХ ПРИТОКОВ ТЕПЛА ПО ДАННЫМ ПГЭП ДЛЯ ПЕРИОДОВ АТМОСФЕРНОГО БЛОКИРОВАНИЯ

Диагностические исследования атмосферной циркуляции показали, что формирование крупномасштабных флюктуаций происходит при совместном влиянии динамики и неадиабатических процессов. При этом существуют процессы определенных пространственно-временных масштабов, когда наряду с динамическими процессами притоки тепла действуют как источник энергии атмосферных возмущений. В частности, устойчивые зоны генерации доступной потенциальной энергии за счет тепловых источников были получены в районе перестройки атмосферной циркуляции для периодов атмосферного блокирования [1].

В данной работе проводится анализ отдельных составляющих притоков тепла по результатам диагностического расчета неадиабатических факторов по модели общей циркуляции атмосферы (МОЦА), описанной в работах [2, 3].

Система уравнений гидротермодинамики, представляющая математическую модель общей циркуляции атмосферы, в качестве основных источников и стоков тепла содержит функции ε_f и ε_r , которые соответственно характеризуют фазовые притоки тепла и радиационное нагревание или охлаждение воздушных масс. Радиационные притоки тепла ε_r к модельному слою воздуха определяются поглощением солнечной радиации имеющейся в данном слое

количеством водяного пара, озона, углекислого газа, облаков и тепловым излучением (выхолаживанием) данного слоя воздуха в длинноволновой части спектра :

$$\varepsilon_r = \frac{g}{c_p} \frac{\Delta S + \Delta F}{\Delta P} ,$$

где ΔS и ΔF соответственно изменения солнечного и теплового излучений. Фазовые притоки тепла за счет крупномасштабной конденсации находятся из решения системы уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\partial q}{\partial t} = -c , \\ \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{L}{c_p} c , \end{cases}$$

или в конечно-разностном виде

$$\begin{cases} -\frac{L}{c_p} (q^{j+1} - q^j) = T^{j+1} - T^j , \\ q^{j+1} = q_{\max} (T^{j+1}) , \end{cases}$$

где q - массовая доля водяного пара, c - член, описывающий конденсацию, L - скрытая теплота парообразования.

Известно, что ε_f , выделяемое при конденсации, в низких широтах является главным источником нагревания атмосферы. Наряду с радиационным стоком тепла ε_r в высоких широтах источник ε_f участвует в формировании градиента температуры экватор-полюс и поддерживает основные механизмы циркуляции зимой в средних широтах [1].

По глобальной шестиуровенной модели общей циркуляции атмосферы с горизонтальным разрешением $\Delta\lambda=10^\circ$, $\Delta\varphi=6^\circ$ и с использованием архива данных ПГЭП проводились

а) диагностические расчеты тепловых источников ε_f и ε_r для месячного периода с 31.12.1978 по 29.01.1979 гг.;

б) расчет пространственных корреляций между отклонениями температуры T и ε_f' , ε_r' , $\varepsilon_f' + \varepsilon_r' = \varepsilon_{sum}'$, характеризующих вклад источников в доступную потенциальную энергию. Величины T , ε_f' , ε_r' , ε_{sum}' представляют собой отклонения соответствующих значений от средних по изобарической поверхности;

в) расчет пространственных корреляций отклонений температуры T с отклонениями ε_f'' , ε_r'' , ε_{sum}'' . Величины T , ε_f'' , ε_r'' , ε_{sum}'' представляют отклонения величин T , ε_f' , ε_r' , ε_{sum}' от их среднемесячных значений.

Диагностика источников и стоков атмосферного тепла ε_f , ε_r проводилась на основе ежедневных данных архива Первого глобального эксперимента ПИГАП (ПГЭП) за 00ч. для широтно-долготной сетки с шагами $2,5^\circ \times 2,5^\circ$ для всего земного шара за период с 31.12.1978 по 29.01.1979 гг. (уровень данных - IIIa). Использовались поля горизонтальных составляющих ветра и температуры воздуха для 12 изобарических поверхностей (1 000, 850, 700, 500, 400, 300, 250, 200, 150, 100, 70, 50 ГПа), относительной влажности на шести нижних поверхностях, температур воздуха у поверхности земли и океана, глубины снежного покрова, давления на уровне моря. Для получения исходных данных в узлах регулярной сетки МОЦА применялась линейная интерполяция, на сигма-поверхностях - интерполяция на основе сплайнов. При использовании архива ПГЭП для моделей общей циркуляции атмосферы, записанных в сигме-системе координат, неизбежна двойная переинтерполяция данных. В течение периода с 31.12.1978 по 29.01.1979 гг. склонение солнца, положение морских и континентальных льдов, распределение озона и углекислого газа были фиксированы во времени и выбраны равными их климатическим значениям для января.

В рассматриваемом временном отрезке отмечалось два случая атмосферного блокирования: 31.12.1978 - 9.01.1979 гг. над Тихим океаном в районе Аляски и с 15 - 29.01.1979 г. над Гренландией

[4]. Для качественного анализа пространственной структуры потоков источников и стоков атмосферного тепла, особенностей пространственного распределения зон генерации доступной потенциальной энергии январь был разбит на две половины: 31.12.1978 - 14.01.1979 гг. и 15 - 29.01.1979 г. Такое разбиение позволяет проследить изменения в местоположении и интенсивности тепловых источников до и после процессов блокирования. Анализ результатов проводится для широтной зоны 30° - 90° с.ш., поскольку эта зона включает особенности циркуляции, связанные с блокированием в средних и высоких широтах.

Как показали проведенные расчеты, основной приток тепла к атмосфере ε_r поступает в экваториальной области в слое 850-500 мбар (рис. 1, 2). В средних широтах вклад фазовых притоков меньше, но характерно, что области поступления тепла в атмосферу расположены в районах перестройки атмосферной циркуляции: на северо-востоке Тихого океана и в северной части Атлантики. Причем во второй половине января возросла интенсивность поступления тепла в северной Атлантике, а центр интенсивного притока сместился в район южнее о. Ньюфаундленд.

Для радиационных притоков рассматриваемая широтная зона является областью стока тепла с максимумом в районе Чукотки и Аляски. По характеру поведения источника ε_r можно заключить, что первая половина января была несколько интенсивней по степени выхолаживания атмосферы.

Известно, что пространственная корреляция между температурой и притоками тепла играет важную роль в энергетике атмосферы: при положительной корреляции на изобарической поверхности между скоростью нагревания и температурой воздуха происходит увеличение доступной потенциальной энергии, которая может превращаться в кинетическую [5]. Были исследованы по слоям 850-500, 500-100 мбар корреляции температуры с притоками тепла вследствие радиационного нагревания (охлаждения) - $\varepsilon_r T$ корреляции температуры с притоками тепла за счет фа-

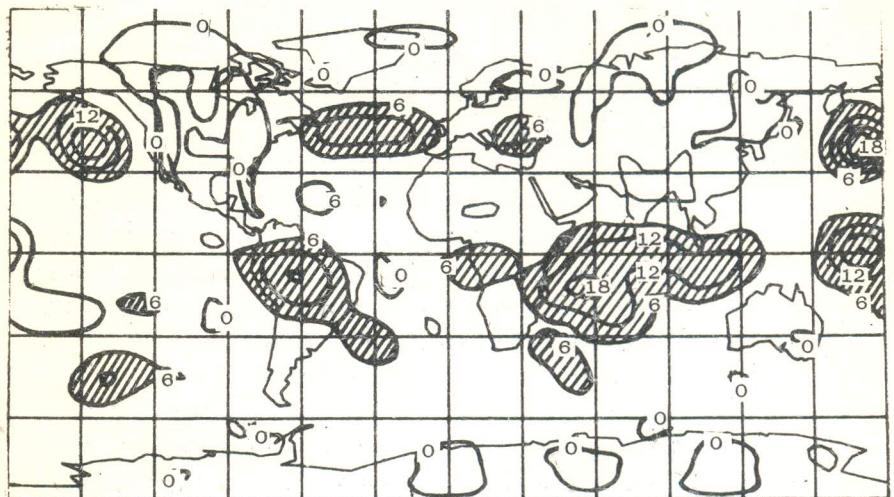


Рис. 1. Фазовые притоки тепла ($\times 10^{-6}$ кал/с) в слое 850–500 мбар, осредненные по первой половине января

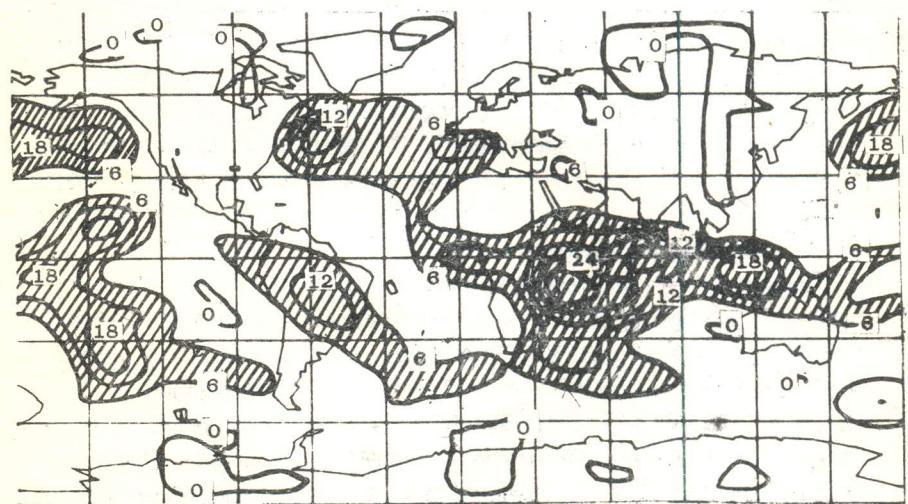


Рис. 2. То же по второй половине января

зовых превращений — $\varepsilon_f'' T$ и суммарные корреляции $\varepsilon_{sum}'' T$ по двум временным интервалам.

Можно отметить следующие особенности поля $\varepsilon_f'' T$ в рассматриваемой широтной зоне (рис. 3, 4):

1) положительные значения корреляции $\varepsilon_f'' T$ наблюдаются в районе к юго-востоку от о. Ньюфаундленд и к западу от п-ва Калифорния в Тихом океане в период с 15 – 29.01.1979 г.;

2) область положительных значений в Атлантике обширнее, нежели на северо-востоке Тихого океана и по своим значениям выше, чем в последней;

3) В слое 500–100 мбар в поле $\varepsilon_f'' T$ не просматривается зон, дающих вклад в генерацию доступной потенциальной энергии.

Что касается поля корреляций $\varepsilon_f'' T$, то в данный зимний период наблюдаются отрицательные значения во всей рассматриваемой зоне с центрами минимальных значений на северо-востоке Канады на севере европейской части СССР и в районе Монголии.

Представленные на рис. 5, 6 пространственные корреляции $\varepsilon_{sum}'' T$ по двум временным интервалам дают картину географического распределения зон генерации доступной потенциальной энергии для случаев тихоокеанского и атлантического блокирования за счет суммарных притоков тепла.

Проведенные расчеты показали, что одним из механизмов поддержания процессов блокирования являются фазовые притоки тепла.

Автор выражает сердечную благодарность А.Г. Янцен, В.Н. Синяеву, А.А. Фоменко за поддержку, без которой осуществление этой работы было бы невозможным, за сделанные замечания и советы по построению статьи.

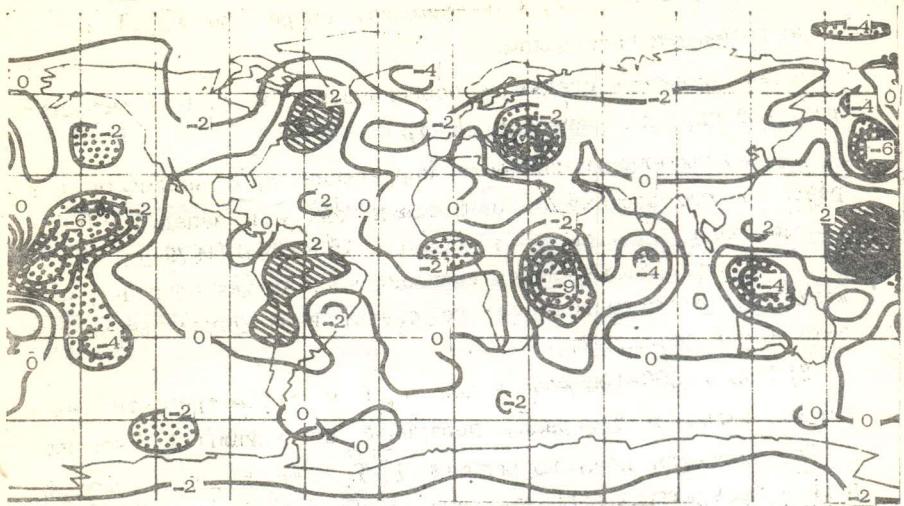


Рис. 3. Пространственные корреляции $\varepsilon_f T$ в слое 850-500 мбар,
осредненные по первой половине января

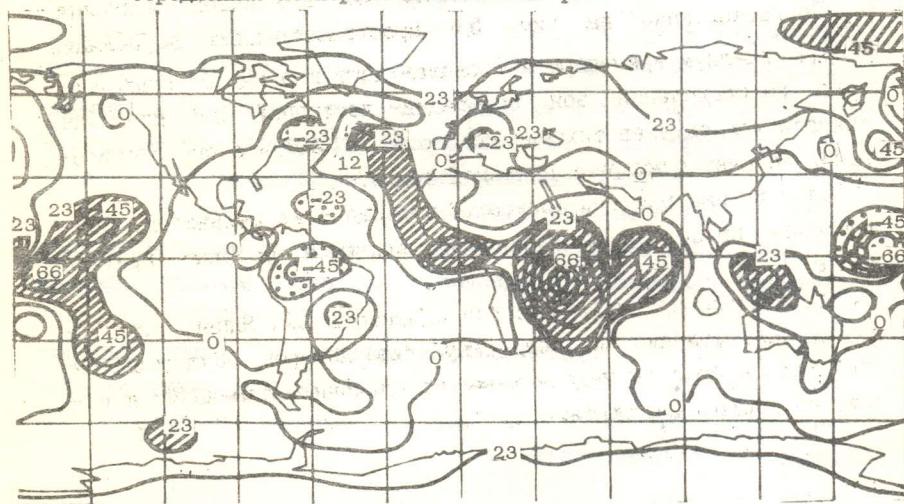


Рис. 4. То же по второй половине января

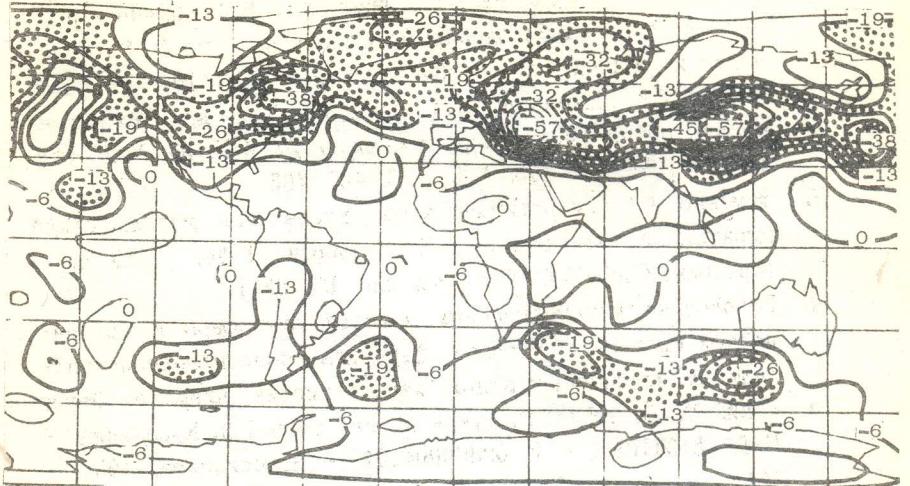


Рис. 5. Пространственные корреляции $\varepsilon_{sum}'' T''$ в слое 850-500 мбар, осредненные по первой половине января

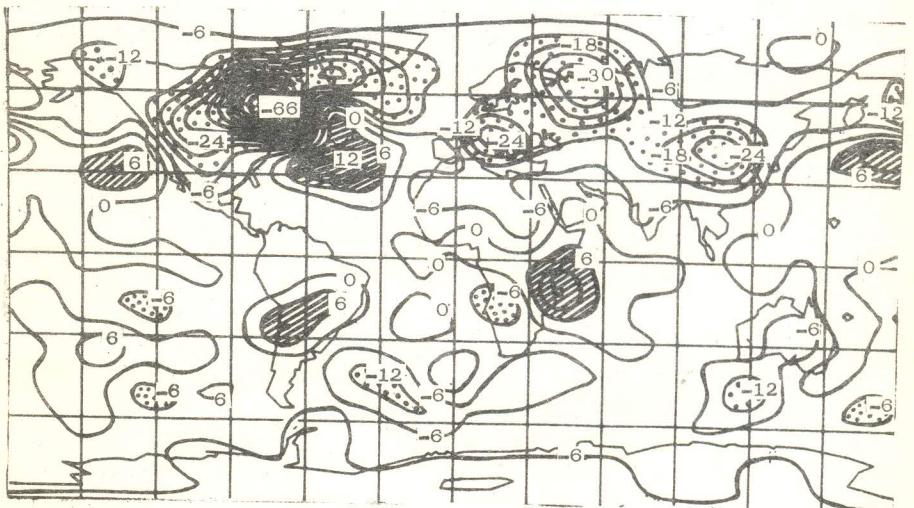


Рис. 6. То же по второй половине января

Л и т е р а т у р а

1. Курбаткин Г.П., Синяев В.Н., Янцен А.Г. Исследование процессов образования блокирующих антициклонов // Метеорология и гидрология. - 1984. - N 9. - С. 5-10.
2. Марчук Г.И., Дымников В.П., Лыкосов В.Н. и др. Глобальная модель общей циркуляции атмосферы // Изв. АН СССР. Сер. ФАО. - 1979. - Т. 15, N 5. - С. 467-483.
3. Фоменко А.А. Гидродинамическая глобальная модель общей циркуляции атмосферы. - Новосибирск, 1984. - 15 с. - (Препринт / АН СССР. Сиб. отд-ние. ВЦ; 532).
4. Разработка математических моделей атмосферы и объединенной системы океан-атмосфера для воспроизведения глобальных крупномасштабных характеристик климата. Отчет о НИР ВЦ СО АН СССР. Руководитель темы Г.П. Курбаткин. - N ГР 81041842. - N 02860004291. - Новосибирск, 1985. - 191с.
5. Ван-Мигем Ж. Энергетика атмосферы. - Л.: Гидрометеиздат, 1977.

К.Л. Егоров

О ВЕРТИКАЛЬНОМ РАСПРЕДЕЛЕНИИ ХАРАКТЕРИСТИК ТУРБУЛЕНТНОСТИ В СЛОЕ ВОЛНОВОГО ПЕРЕМЕШИВАНИЯ

Изучение режима турбулентности и формирования его вертикальной структуры в верхнем слое океана под влиянием волнового перемешивания занимает важное место в океанологических исследованиях последних лет и связано с решением многих практических задач.

Среди работ теоретического направления можно отметить [1, 2], в которых рассматривался стационарный режим турбулентности верхнего слоя океана на основе решения уравнения баланса энергии турбулентности с использованием гипотезы о неизменности по вертикали пути смещения 1. В дальнейшем эта модель была обобщена в [3] для случая нестационарного режима. Однако нет оснований априори полагать неизменность пути смещения по вертикали. Представляется целесообразным провести сравнение результатов решения такой задачи при других известных в настоящее время моделях для путей смещения как между собой, так и с данными натурных экспериментов. Результаты сравнения могут дать возможность более обоснованного выбора уравнений замыкания для характеристик турбулентности при разработке модели верхнего слоя океана с учетом сдвига скорости и эффектов волнового слоя.

В работе [4] исследуется влияние потока кинетической энергии турбулентности из волнового слоя на структуру приводного слоя с учетом сдвига скорости на основе обобщенной модели Кармана [5]. Полученное при этом решение имеет достаточно сложный для анализа вид. Для верхнего слоя океана при использовании достаточно распространенной постановки задачи без учета сдвига скорости можно получить легко обозримые аналитические решения.

1. Режим турбулентности в полубесконечной области

Рассмотрим уравнение баланса энергии турбулентности при условиях стационарности, горизонтальной однородности и отсутствии сдвига скорости и плотностной стратификации:

$$C \frac{b^2}{k} - \alpha_b \frac{d}{dz} k \frac{db}{dz} = 0, \quad (1)$$

$$k = l\sqrt{b}, (C = 0,046, \alpha_b = 0,73). \quad (2)$$

Границные условия должны отражать известное значение кинетической энергии турбулентных пульсаций на верхней границе ($z = 0$) и их затухание на глубине ($z \rightarrow \infty$)

$$b|_{z=0} = b_0, \left(\text{или } k \frac{db}{dz}|_{z=0} = -q_0 \right), \quad (3)$$

$$b|_{z \rightarrow \infty} = 0. \quad (4)$$

Объединяя уравнения (1) и (2) и вводя новую переменную ξ

$$d\xi = \sqrt{\frac{3}{2\beta}} l^{-1} dz, (\beta = \alpha_b c^{-1}), \quad (5)$$

получим уравнение

$$b^{3/2} - \frac{d^2}{d\xi^2} (b^{3/2}) = 0, \quad (6)$$

решение которого при условиях (3) и (4) имеет вид

$$b(\xi) = b_0 \exp\left(-\frac{2}{3}\xi\right). \quad (7)$$

При этом соотношение как первый интеграл (1)

$$k \frac{db}{dz} = -\sqrt{\frac{2}{3\beta}} b^{3/2} \quad (8)$$

справедливо и на границе $z = 0$, т.е.

$$b_0 = \left(\frac{3}{2}\beta\right)^{2/3} \cdot q_0^{2/3}. \quad (9)$$

Окончательный вид решения в (z) будет зависеть от выбора модели для пути смещения.

Рассмотрим четыре наиболее распространенные модели.

1. Путь смещения не зависит от глубины: $l=l_0 \text{ const.}$

В этом случае из соотношения (5) следует $\xi = \sqrt{3/2\beta} z/l_0$, и получаем известное решение [1]:

$$b(z) = b_0 \exp\left(-\sqrt{\frac{2}{3\beta}} \cdot \frac{z}{l_0}\right), \quad k(z) = k_0 \exp\left(-\sqrt{\frac{1}{6\beta}} \cdot \frac{z}{l_0}\right) \quad (10)$$

2. Путь смещения – линейная функция от z :

$$l(z) = l_0 \left(1 + \gamma_2 z/l_0\right). \quad (11)$$

В этом случае получаем

$$\begin{aligned} \xi &= \gamma_2^{-1} \cdot \sqrt{3/2\beta} \cdot \ln\left(1 + \gamma_2 z/l_0\right), \\ b(z) &= b_0 \left(1 + \gamma_2 z/l_0\right)^{-m}, \quad m = -\frac{1}{\gamma_2} \sqrt{\frac{2}{3\beta}}. \end{aligned} \quad (12)$$

3. Обобщенная модель Кармана [5] :

$$l = -\frac{\tilde{\chi}}{2} \frac{b}{k} / \frac{d}{dz} \left(\frac{b}{k}\right). \quad (13)$$

Подставляя (2) в выражение (13), получим

$$\frac{dl}{dz} = \frac{\tilde{\chi}}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{2\beta}} \frac{1}{b} \frac{db}{d\xi}.$$

Однако из имеющегося решения (7) следует

$$\frac{1}{b} \frac{db}{d\xi} = -\frac{2}{3}.$$

Таким образом, получаем $l(z) = l_0(1 + \gamma_3 z/l_0)$, где

$$\gamma_3 = \frac{\tilde{\chi}}{2} - \frac{1}{\sqrt{6\beta}} ; \quad l_0 = l(z)|_{z=0}.$$

Следовательно, вид решения в (z) будет аналогичен (11).

4. Модель, основанная на использовании уравнения для скорости диссипации энергии турбулентности [6, 7]:

$$\frac{1}{C} \frac{k}{b} \frac{d}{dz} k \frac{d\varepsilon}{d\tau} - \alpha \cdot \varepsilon = 0, \quad (14)$$

$$\varepsilon = c \cdot b^2/k \quad (C = 0,08, \alpha = 1,4) \quad (15)$$

с граничными условиями

$$\varepsilon|_{z=0} = c \cdot b_0^{3/2} / l_0 = \varepsilon_0, \quad (16)$$

$$\varepsilon|_{z \rightarrow \infty} = 0. \quad (17)$$

Введение переменной в соответствии с равенством (5) и решение (7) позволяют преобразовать уравнение (14) к виду

$$\frac{d^2\varepsilon}{d\xi^2} - \frac{1}{3} \frac{d\varepsilon}{d\xi} - \frac{2}{3} \alpha \cdot \varepsilon = 0. \quad (18)$$

Решением уравнения (18), удовлетворяющим заданным граничным условиям, является функция

$$\varepsilon(\xi) = \varepsilon_0 \exp(-r \xi) \quad (r = (\sqrt{1+24\alpha}-1)/6). \quad (19)$$

Объединение решений (7), (19) и соотношение (15) дают результат, приведенный в работе [8] :

$$\frac{dl}{dz} = \gamma_4 = \text{const.}$$

При этом значение γ_4 определяется соотношением

$$\gamma_4 = -\sqrt{\frac{3}{2\tilde{\beta}}}\left(1-\frac{1}{6}(\sqrt{1+24\alpha}-1)\right) \quad (\tilde{\beta} = c^{-1}). \quad (20)$$

Как видно, обе модели (3 и 4) сводятся к линейному изменению пути смешения с глубиной, и окончательный результат может быть представлен в следующем безразмерном виде :

$$l_{ni} = l_i/l_0 = 1 + \gamma_i z_n, \quad (21)$$

$$l_{ni} = l_i/b_0 = (1 + \gamma_i z_n)^{-m_i}, \quad (22)$$

$$k_{ni} = k_i/k_0 = (1 + \gamma_i z_n)^{p_i}, \quad (23)$$

$$\varepsilon_{ni} = \varepsilon_i/\varepsilon_0 = (1 + \gamma_i z_n)^{-q_i}. \quad (24)$$

Индекс $i = 2, 3, 4$ соответствует номеру модели;
 $\beta_{2,3} = \beta = 15,9; \beta_4 = \tilde{\beta} = 12,5; z_n = z/l_0$,

$$m_i = \gamma_i^{-1} \sqrt{\frac{2}{3\beta_i}}, \quad p_i = 1 - (\gamma_i \sqrt{6\beta_i})^{-1}, \quad q_i = 1 + \left(\gamma_i \sqrt{\frac{2\beta_i}{3}}\right)^{-1}.$$

Как отмечалось в работе [8] при анализе решения по модели 4, существенное влияние на результат могут оказывать числовые значения констант, входящих в систему уравнений. При этом модель может давать качественно различные режимы турбулентности, соответствующие либо росту с глубиной пути смешения, либо его уменьшению. Значение величины $\gamma_2 = 0,185$,

соответствующее прандтлевскому пристеночному росту пути смещения (модель 2), приводит к результату, отличающемуся от трех других моделей. А именно: коэффициент турбулентности по модели 2 оказывается функцией, возрастающей с ростом z , что противоречит физическим представлениям о затухании турбулентности на бесконечном удалении от источника возмущения при отсутствии сдвига скорости (см. рис.1). Следует отметить, что в соответствии с соотношениями (21) и (23) критическое значение величины γ , удовлетворяющее условию уменьшения коэффициента турбулентности с глубиной, а значит и связь между численными значениями констант, входящих в рассматриваемые модели, могут быть получены из условий

$$\begin{aligned} p_i &\leq 0 \quad \text{при } \gamma_i > 0, \\ p_i &> 0 \quad \text{при } \gamma_i < 0. \end{aligned}$$

Оба эти условия выполняются при $\gamma_i \leq (6\beta_i)^{-1/2}$.

Числовые значения констант, используемых в работах [5,6] для моделей 3 и 4, соответствуют последнему условию. Кроме того, в отличие от моделей 1, 2 и 3, модель 4 при численных значениях констант, принятых в работе [6], дает уменьшение пути смешения с глубиной и ограниченность области распространения турбулентности, что в случае чисто диффузионного режима без сдвига скорости представляется физически более реальным, чем бесконечность этой области. При этом, как видно из соотношения (20), в таблице, в которую сведены числовые значения параметров γ_i , m_i , p_i и q_i , верхнему значению параметра $\alpha = 2,0$ из известного диапазона его изменения ($1,4 < \alpha < 2,0$), приведенного в работе [9], соответствует значение $\gamma = 0$, т.е. $l(z) = l_0 = \text{const}$ (модель 2). На рис. 1-3 представлены безразмерные кривые $k_n(z_n)$, $b_n(z_n)$ и $\varepsilon_n(z_n)$ для всех рассмотренных моделей.

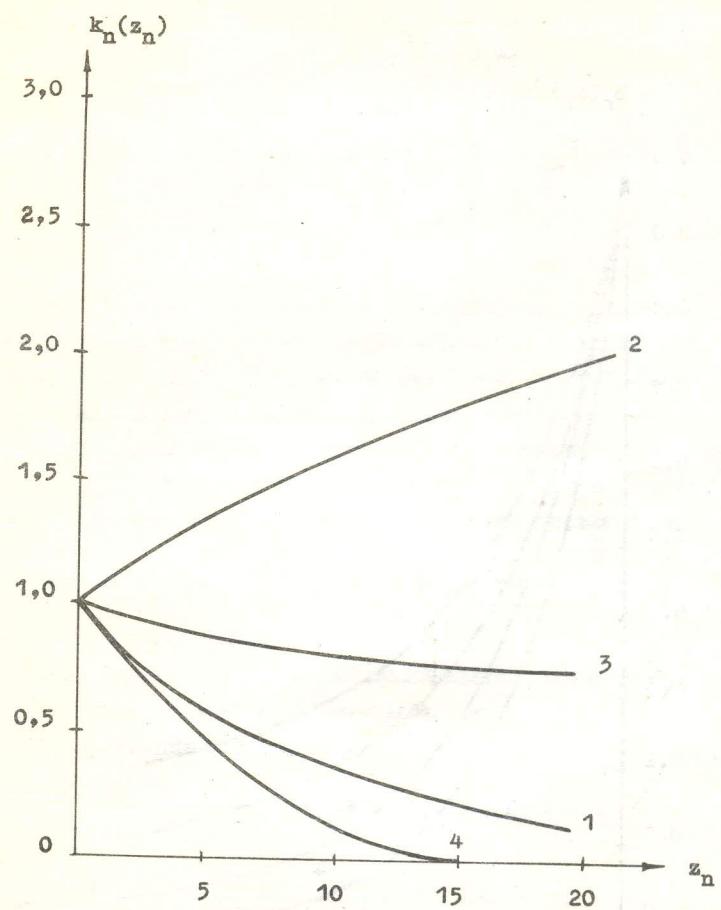


Рис. 1. Универсальные профили кинетической энергии турбулентных пульсаций. Номера кривых соответствуют различным моделям пути смещения

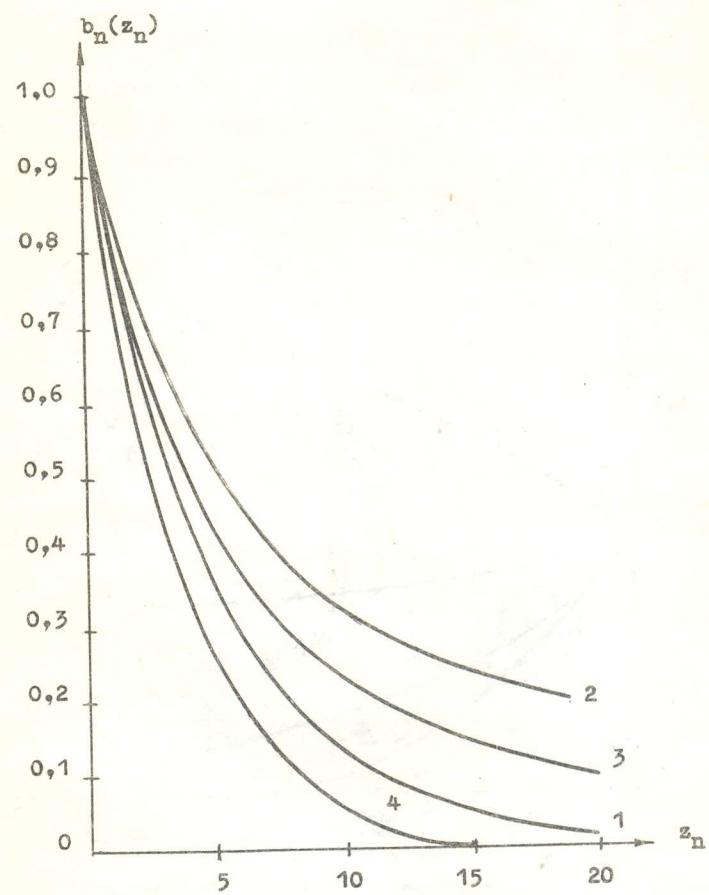


Рис. 2. Универсальные профили коэффициента турбулентности

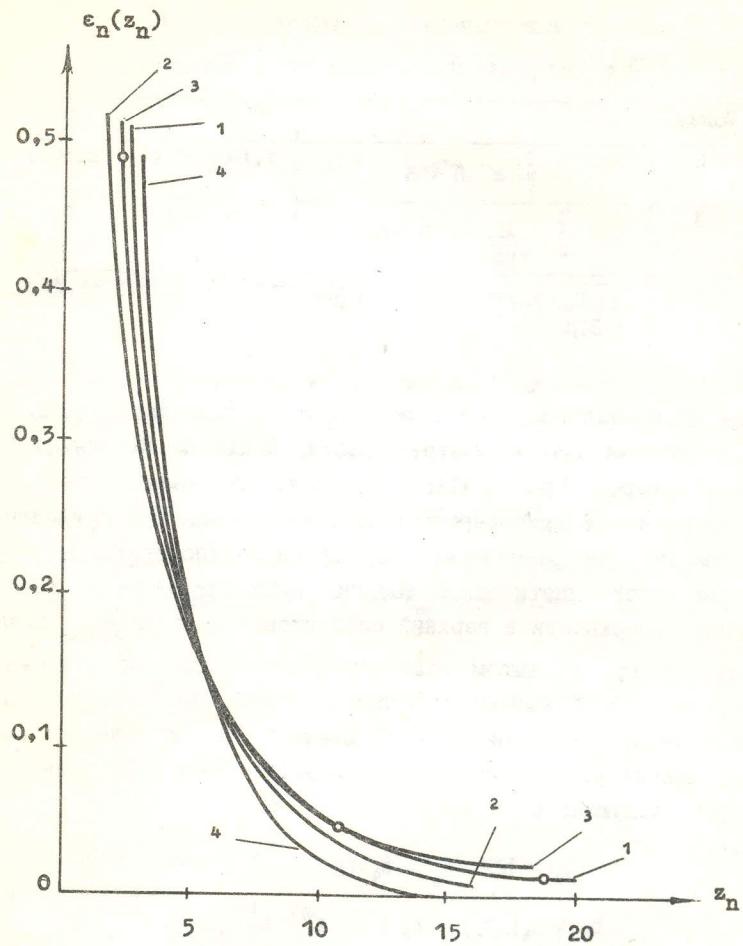


Рис. 3. Универсальные профили скорости диссипации турбулентной энергии. Точками нанесены данные натурных экспериментов (см. [10, 11])

Численные значения параметров γ_i , m_i , P_i
и q_i для различных моделей путей смещения

Модель	γ_i	m_i	P_i	q_i
2	$\frac{\tilde{X}}{2} = 0,185$	1,10	0,45	2,66
3	$\frac{\tilde{X}}{2} - \frac{1}{\sqrt{6\beta}} = 0,083$	2,47	-0,24	4,70
4	$-\sqrt{\frac{1}{24\beta}(7-\sqrt{1+24\alpha})} = -0,065$	-3,58	2,79	-4,37

Для сравнения расчетов с результатами наблюдений воспользуемся данными экспериментов Гранта, Молье и Вогеля [10] и данными Стюарта, Гранта [11] о скорости диссипации турбулентной энергии ε в приповерхностном слое океана. При приведении этих данных к безразмерному виду будем предполагать, во-первых, что поток кинетической энергии турбулентности от взволнованной поверхности в верхний слой океана $q_0 = -k \frac{db}{dz}|_{z=0}$ вдали от берегов при развитом волнении зависит лишь от ускорения тяжести и средней высоты волн h_w , и, во-вторых, путь смещения вблизи поверхности океана равен средней высоте волн. В таком случае анализ размерностей и соотношения (9) и (16) позволяют записать следующие связи:

$$l_0 = h_w, q_0 = c_q \cdot (g \cdot h_w)^{3/2}, \quad (25)$$

$$b_0 = c_b (gh_w), \quad \varepsilon_0 = c_\varepsilon \cdot g^{3/2} \cdot h_w^{1/2},$$

c_q , c_b , c_ε – постоянные коэффициенты.

Используя соотношение (25) для ε_0 в выражении (24) для модели 3 и сравнивая расчетное значение с данными наблюдений [11], согласно которым при средней высоте волн $h_w \approx 0,5$ м на глубине $z = 1$ м, характерном значении $\varepsilon = 4,2 \cdot 10^{-2} \text{ см}^2/\text{с}^3$ получаем значение коэффициента $c_\varepsilon = 3,6 \cdot 10^{-3}$. Это численное значение

ние и использовалось для приведения к безразмерному виду данных измерений Гранта и др. [10], причем взятых только в верхней части слоя, охваченного турбулентностью, в области, приток энергии турбулентности в которой обеспечивается, главным образом, ее диффузией из волнового слоя, расположенной выше области автомодельности ($\varepsilon \cdot z = \text{const}$), формирующейся в нейтрально-стратифицированной среде с постоянным потоком импульса без диффузии пульсационной энергии. Условия эксперимента соответствовали достаточно большой скорости ветра $U_0 \approx 10-15$ м/с, что дает основания полагать $h_w \approx 2,5$ м, согласно результатам теоретических и экспериментальных исследований, содержащихся в [12].

Результаты экспериментов по определению скорости дисипации наложены на рис. 3 и свидетельствуют о хорошем согласовании с моделью 3. Модель 4 при $\alpha = 1,4$ дает резкое занижение значений ε по сравнению с экспериментом в области $\frac{z}{l_0} > 6$ и удовлетворительное согласование при $\alpha = 2,0$. Следует, однако, иметь в виду, что область $\frac{z}{l_0} > 6$ в экспериментах может уже быть подвержена влиянию сдвиговой турбулентности. Последнее обстоятельство в какой-то мере снижает степень доверия к результатам сравнения в этой области глубин.

2. Режим турбулентности в ограниченной области ($0 \leq z \leq H$)

Очевидно, что в этом случае естественно предположить, что путь смешения линейно уменьшается с глубиной, принимая на нижней границе слоя H (это может быть либо слой скачка плотности, либо дно водоема) некоторое значение l_* , характеризующее некоторые физические свойства этой границы (для дна это может быть характерный масштаб его неровностей), т.е. $l(z_n) = l_0(1 - \tilde{\gamma} z_n)$, где $\tilde{\gamma} = (l_0 - l_*)/H$.

В качестве условия на нижней границе слоя следует, очевидно, использовать условие отсутствия потока кинетической энергии турбулентных пульсаций через жесткую стенку:

$$k \frac{db}{dz} \Big|_{z=H} = 0.$$

Используя прием, аналогичный вышеизложенному, получим следующее решение для $b(z)$, $k(z)$ и $\varepsilon(z)$:

$$b_n(z_n) = (1 - \tilde{\gamma} z_n)^m \left(1 + l_{*n}^{\frac{4}{3}m} \right)^{-1} \left[1 + l_{*n}^{\frac{4}{3}m} (1 - \tilde{\gamma} z_n)^{-m} \right],$$

$$k_n(z_n) = (1 - \tilde{\gamma} z_n)^{1+\frac{m}{2}} \left(1 + l_{*n}^{\frac{4}{3}m} \right)^{-1} \left[1 + l_{*n}^{\frac{4}{3}m} (1 - \tilde{\gamma} z_n)^{-m} \right]^{1/2},$$

$$\varepsilon_n(z_n) = (1 - \tilde{\gamma} z_n)^{\frac{3}{2}m-1} \left(1 + l_{*n}^{\frac{4}{3}m} \right)^{-1} \left[1 + l_{*n}^{\frac{4}{3}m} (1 - \tilde{\gamma} z_n)^{-m} \right]^{3/2}.$$

Здесь $m = \frac{1}{\tilde{\gamma}} \sqrt{\frac{2}{3\beta}}$, $l_{*n} = l_* / l_0$.

Влияние величины l_* проявляется практически лишь при малых значениях H и соизмеримых значениях l_* и l_0 . Так, при $\frac{H}{l_0} = 2,5$ и $\frac{l_*}{l_0} = 0,8$ максимальная величина добавки (при $z = H$), связанная с учетом l_* , не превышает $0,1 b_0$. Однако при больших значениях отношения l_*/l_0 это влияние существенно возрастает.

Следует обратить внимание на тот факт, что скорость диссипации может возрастать с глубиной в том случае, если $\frac{3}{2}m-1 < 0$, т.е. при условии

$$\frac{H}{l_0} < \sqrt{\frac{2\beta}{3} \left(1 - \frac{l_*}{l_0} \right)}.$$

При малой шероховатости дна ($\frac{l_*}{l_0} < 1$) это означает выполнение условия $\frac{H}{l_0} < 3,4$, что может соответствовать режиму сильного волнения на мелкой воде.

В заключение автор выражает благодарность В.А. Сухорукову за полезные обсуждения и критические замечания.

Л и т е р а т у р а

1. Китайгородский С.А., Миропольский Ю.З. О диссипации турбулентной энергии в поверхностном слое моря// Изв. АН СССР. Сер. ФАО. - 1968. - Т. 4, N 6. - С. 620-625.
2. Китайгородский С.А. Физика взаимодействия атмосферы и океана. - Л.: Гидрометеоиздат, 1970.
3. Баренблatt Г.И. Сильное взаимодействие гравитационных волн и турбулентности// Изв. АН СССР. Сер. ФАО. - 1977. - Т. 13, N 6. - С. 845-849.
4. Егоров К.Л. Оценка влияния волнения на динамическую структуру приводного слоя атмосферы// Изв. АН СССР. Сер. ФАО. - 1984. - Т. 20, N 12. - С. 1183-1188.
5. Зилитинкевич С.С. Динамика пограничного слоя атмосферы. - Л.: Гидрометеоиздат, 1970.
6. Кочергин В.П., Климок В.И., Сухоруков В.А. Турбулентная модель экмановского слоя океана// Численные методы механики сплошной среды. - 1976. - Т. 7, N 1. - С. 72-84.
7. Математическое моделирование поверхностной турбулентности в океане/ Г.И. Марчук, В.П. Кочергин, В.И. Климок, В.А. Сухоруков// Изв. АН СССР. Сер. ФАО. - 1976. - Т. 12, N 8. - С. 841-849.
8. Железняк М.И. К описанию поверхностного слоя океана в рамках двухпараметрических моделей турбулентности// Гидромеханика. - 1980. - N 41. - С. 72-78.
9. Кочергин В.П., Сухоруков В.А. Двухпараметрическая модель развитой турбулентности// Численные методы механики сплошной среды. - 1975. - Т. 6, N 5. - С. 81-93.

10. Филлипс О. Динамика верхнего слоя океана. - М.: Мир, 1969.
11. Stewart R.B., Grant H.L. Determination of the rate of dissipation of turbulent energy near the sea surface in the presence of waves // J.Geophys.Res. - 1962. - Р. 3177-3180.
12. Титов Л.Ф. Ветровые волны. - Л.: Гидрометеоиздат, 1969.

М.С. Юдин

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ГРАНИЧНЫХ
АППРОКСИМАЦИЙ ДЛЯ МОДЕЛИ БАРОТРОПНОЙ АТМОСФЕРЫ

1. Для численных моделей метеорологии, в которых нестационарные граничные условия берутся из модели с более крупной сеткой, вопрос о постановке граничных условий рассматривался вначале как незначительная проблема. Однако затем было обнаружено, что переопределенные граничные условия порождают неизбежно большие ошибки, что особенно существенно в том случае, когда метеорологические поля имеют характер нестационарных волн [1].

Настоящая работа является подготовительной для построения алгоритма расчета по схемам произвольной заданной точности по пространственным переменным негидростатической модели со сложной орографией, основанной на "негибких" уравнениях. Влияние орографии приводит к волновому характеру поведения метеорологических полей и, следовательно, к необходимости корректного учета граничных разностных аппроксимаций [2].

Хотя "негибкие" уравнения не являются гиперболической системой, их собственные решения меняются со временем подобно решениям гиперболических систем [3]. Поэтому кажется естественным отработать методику расчета на модели баротропной атмосферы. Эта модель входит в класс гиперболических систем, для которых разработан соответствующий математический аппарат исследования разностных граничных задач (см., например, [4]).

2. Рассмотрим систему дифференциальных уравнений, описывающих баротропный поток жидкости:

$$\begin{cases} u_t + uu_x + vu_y - fv + \Phi_x = 0, \\ v_t + uv_x + vv_y + fu + \Phi_y = 0, \\ \Phi_t + (u\Phi)_x + (v\Phi)_y = 0. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь u, v — компоненты скорости ветра, Φ — геопотенциал, $f(x, y)$ — параметр Кориолиса. Задача решается в области $0 \leq x \leq L_x, 0 \leq y \leq L_y$.

Энергия системы (1) сохраняется: умножая первое уравнение на u , второе — на v , третье — на Φ , складывая и интегрируя по x, y , получаем

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \frac{(u^2 + v^2)\Phi + \Phi^2}{2} dx dy = 0. \quad (2)$$

Линеаризуем систему (1) относительно "фонового" потока $\hat{u}, \hat{v}, \hat{\Phi}$. Новые переменные обозначим u', v', Φ' . Тогда

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} u' \\ v' \\ \Phi' \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \hat{u} & 0 & 1 \\ 0 & \hat{u} & 0 \\ \hat{\Phi} & 0 & \hat{u} \end{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \begin{pmatrix} u' \\ v' \\ \Phi' \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \hat{v} & 0 & 0 \\ 0 & \hat{v} & 1 \\ 0 & \hat{\Phi} & \hat{v} \end{pmatrix} \frac{\partial}{\partial y} \begin{pmatrix} u' \\ v' \\ \Phi' \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -f & 0 \\ f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u' \\ v' \\ \Phi' \end{pmatrix} = 0. \quad (3)$$

Введем новые переменные: $U = \sqrt{\Phi}u'$, $V = \sqrt{\Phi}v'$, $\Phi = \Phi'$. Тогда уравнения (3) примут вид симметрической гиперболической системы [3]:

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} U \\ V \\ \Phi \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \hat{u} & 0 & \sqrt{\Phi} \\ 0 & \hat{u} & 0 \\ \sqrt{\Phi} & 0 & \hat{u} \end{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \begin{pmatrix} U \\ V \\ \Phi \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \hat{v} & 0 & 0 \\ 0 & \hat{v} & \sqrt{\Phi} \\ 0 & \sqrt{\Phi} & \hat{v} \end{pmatrix} \frac{\partial}{\partial y} \begin{pmatrix} U \\ V \\ \Phi \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -f & 0 \\ f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U \\ V \\ \Phi \end{pmatrix} = 0. \quad (4)$$

Перейдем к постановке граничных условий.

В одномерном случае, при отсутствии силы Кориолиса (младший член гиперболической системы не влияет на корректность задачи) система (3) принимает вид

$$\begin{cases} u'_t + \hat{u}u'_x + \Phi'_x = 0, \\ v'_t + \hat{u}v'_x = 0, \\ \Phi'_t + \hat{u}\Phi'_x + \hat{\Phi}u'_x = 0. \end{cases} \quad (5)$$

Преобразуя (5) к уравнениям в инвариантах Римана, в случае $\hat{u} > 0$ имеем общий вид граничных условий (см. [5]):

$$\begin{cases} [u' + \Phi'/\sqrt{\Phi}] = a_1[u' - \Phi'/\sqrt{\Phi}] + f_1 \\ v' = a_2[u' - \Phi'/\sqrt{\Phi}] + f_2 \end{cases} \text{ при } x = 0; \quad (6)$$

$$[u' - \Phi'/\sqrt{\Phi}] = b_1[u' + \Phi'/\sqrt{\Phi}] + b_2v' + f_3, \quad \text{при } x = L_x. \quad (7)$$

Здесь a_1, b_1, a_2, b_2 – коэффициенты; $f_1(t), f_2(t)$ – произвольные функции.

При $a_2 = b_2 = 0, a_1 = b_1 = -1$ получаем $u' = f_1/2, v' = f_2$ при $x = 0, u' = f_3/2$ при $x = L_x$ в качестве корректных граничных условий. Имея в виду в дальнейшем расчет негидростатической модели с орографией, в качестве граничных условий для уравнений баротропной атмосферы (1) примем полный вектор окрооти на втоке и нормальный к границе компонент скорости на вытоке.

3. Переайдем к разностной формулировке задачи. Пространственная сетка выбирается таким образом, что узлы, в которых заданы u, v , сдвинуты на полшага соответственно в направлении x, y относительно узлов, где задается Φ .

В качестве разностных уравнений внутри области используем алгоритм, разработанный в [6] (см. также [7]). Преобразуем систему (1) так, чтобы пространственные операторы, стоящие в уравнениях, стали антисимметрическими. С этой целью вместо u, v введем, как и ранее, новые переменные $u/\Phi, v/\Phi$ (подобное преобразование было впервые предложено в [8]). Система (1) в новых переменных примет вид

$$\left\{ \begin{array}{l} (u/\Phi)_t + \left[u(u/\Phi)_x + \frac{u/\Phi}{2} u_x \right] + \\ \quad + \left[v(u/\Phi)_y + \frac{u/\Phi}{2} v_y \right] - f(v/\Phi) + \sqrt{\Phi} \Phi_x = 0 , \\ (v/\Phi)_t + \left[v(v/\Phi)_x + \frac{v/\Phi}{2} u_x \right] + \\ \quad + \left[v(v/\Phi)_y + \frac{v/\Phi}{2} v_y \right] + f(u/\Phi) + \sqrt{\Phi} \Phi_y = 0 , \\ \Phi_t + [\sqrt{\Phi}(u/\Phi)]_x + [\sqrt{\Phi}(v/\Phi)]_y = 0 . \end{array} \right. \quad (8)$$

В соответствии с общим принципом расщепления по физическим процессам [9], для решения [8] на интервале $t_j \leq t \leq t_{j+1}$ будем последовательно находить решения уравнений переноса

$$\left\{ \begin{array}{l} (u/\Phi)_t + \left[\hat{u}(u/\Phi)_x + \frac{u/\Phi}{2} \hat{u}_x \right] + \left[\hat{v}(u/\Phi)_y + \frac{u/\Phi}{2} \hat{v}_y \right] = 0 , \\ (v/\Phi)_t + \left[\hat{u}(v/\Phi)_x + \frac{v/\Phi}{2} \hat{u}_x \right] + \left[\hat{v}(v/\Phi)_y + \frac{v/\Phi}{2} \hat{v}_y \right] = 0 \end{array} \right. \quad (9)$$

и адаптации метеорологических полей

$$\left\{ \begin{array}{l} (u/\Phi)_t - f(u/\Phi) + \sqrt{\hat{\Phi}} \Phi_x = 0 , \\ (v/\Phi)_t + f(v/\Phi) + \sqrt{\hat{\Phi}} \Phi_y = 0 , \\ \Phi_t + [\sqrt{\hat{\Phi}}(u/\Phi)]_x + [\sqrt{\hat{\Phi}}(v/\Phi)]_y = 0 . \end{array} \right. \quad (10)$$

Здесь \hat{u} , \hat{v} , $\sqrt{\hat{\Phi}}$ – известные функции, полученные экстраполяцией с предыдущих шагов на момент времени $t_{j+1/2}$.

Систему (9) будем решать расщеплением на элементарные одномерные уравнения по переменным x , y . Тогда получим следующее одномерное уравнение по x :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \hat{u} \frac{\partial \Phi}{\partial x} + \frac{\Phi}{2} \frac{\partial \hat{u}}{\partial x} = 0 , \quad (11)$$

где Φ – любая из функций u/Φ , v/Φ . Уравнения по y имеют такую же структуру.

Разностная схема повышенного порядка точности для решения этого уравнения имеет следующий вид [6]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\Phi^{j+\frac{1}{n}} - \Phi^j}{\tau_1} + \hat{u} D_1 \left[\frac{\Phi^{j+\frac{1}{n}} + \Phi^j}{2} \right] + \left(\frac{\Phi^{j+\frac{1}{n}} + \Phi^j}{4} \right) D_1[\hat{u}] = 0, \\ \dots \\ \frac{\Phi^{j+1} - \Phi^{j+\frac{n-1}{n}}}{\tau_n} + \hat{u} D_n \left[\frac{\Phi^{j+1} + \Phi^{j+\frac{n-1}{n}}}{2} \right] + \left(\frac{\Phi^{j+1} + \Phi^{j+\frac{n-1}{n}}}{4} \right) D_n[\hat{u}] = 0, \end{array} \right. \quad (12)$$

где $D_i[\Phi]_k = \frac{\Phi_{k+i} - \Phi_{k-i}}{2ih}$.

Перейдем теперь к решению уравнений адаптации (10). Обозначим $\psi/\Phi = U$, $\psi/\Phi = V$. Решение системы (10) находится в результате последовательного решения задач:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{U^{j+1} - U^j}{\tau_i} - f \left(\frac{V^{j+1} + V^j}{2} \right) + \sqrt{\Phi} D_{i,x} \left[\frac{\Phi^{j+1} + \Phi^j}{2} \right] = 0, \\ \frac{V^{j+1} - V^j}{\tau_i} + f \left(\frac{U^{j+1} + U^j}{2} \right) + \sqrt{\Phi} D_{i,y} \left[\frac{\Phi^{j+1} + \Phi^j}{2} \right] = 0, \\ \frac{\Phi^{j+1} - \Phi^j}{\tau_i} + D_{i,x} \sqrt{\Phi} \left[\frac{U^{j+1} + U^j}{2} \right] + D_{i,y} \sqrt{\Phi} \left[\frac{V^{j+1} + V^j}{2} \right] = 0. \end{array} \right. \quad (13)$$

Здесь индексы x , y отмечают, по какой переменной действует оператор D_i .

Полученное из (13) разностное уравнение Гельмгольца для $(\Phi^{j+1} - \Phi^j)$ решается методом последовательной верхней релаксации.

Для устранения ложного каскада энергии в мелкие масштабы применялся диссипативный оператор следующего вида [4]:

$$\beta \frac{h^4}{8} D_{i+}^2 D_{i-}^2 [\Phi]_k \approx \beta \frac{h^4}{8} \frac{\partial^4 \Phi}{\partial x^4}|_k.$$

При этом β выбирался так, чтобы общий высокий порядок точности сохранялся: $\beta = 0,5$. Аналогичный оператор действовал по переменной y .

4. Переходим к разностным аппроксимациям вблизи границ расчетной области. Пусть на границе $x = 0$ жидкость втекает в область ($U > 0$), а на границе $x = L_x$ — вытекает ($U < 0$).

Для задачи переноса (11) в случае схемы второго порядка внутри области для $\frac{\partial \Phi}{\partial x}$ примем аппроксимацию первого порядка в приграничных точках [4, 10]:

$$[\Phi_{k-1} - \Phi_k]/h \quad \text{для } x = L_x. \quad (14)$$

Для схемы четвертого порядка внутри области будем использовать нецентрированные разности третьего порядка аппроксимации в приграничных точках [4]:

$$[-2\Phi_{k-1} - 3\Phi_k + 6\Phi_{k+1} - \Phi_{k+2}]/3h \quad \text{для } x = 1, \quad (15)$$

$$[\Phi_{k-2} - 6\Phi_{k-1} + 3\Phi_k + 2\Phi_{k+1}]/3h \quad \text{для } x = L_x - 1, \quad (16)$$

$$[-2\Phi_{k-3} + 9\Phi_{k-2} - 18\Phi_{k-1} + 11\Phi_k]/3h \quad \text{для } x = L_x. \quad (17)$$

Отметим, что в приведенных формулах индекс k соответствует нумерации той сетки, на которой задана переменная Φ . Аналогичным образом проводится разностная аппроксимация в направлении y .

Для задачи адаптации (13) значения геопотенциала Φ на границе нельзя определить экстраполяцией, поскольку Φ не является характеристической переменной. Они должны определяться через разностные уравнения внутри области (13) и граничные значения характеристических переменных (см., например, [11]). С этой целью поступаем следующим образом.

Естественно считать, что значения нормальной скорости на границе заданы в точках сетки для всех переменных u, v, Φ . Для граничной точки J запишем формулу экстраполяции третьего порядка для нормальной к границе скорости U :

$$[U]_J^{n+1} = \frac{15}{8}[U]_{J-1} - \frac{10}{8}[U]_{J-3} + \frac{3}{8}[U]_{J-5} \quad \text{для } J = L_x. \quad (18)$$

Здесь $[U]_J^{n+1}$ — известная величина. Из первых двух уравнений (13) находим выражения U^{n+1} от Φ^{n+1} в точках $J-1, J-3, J-5$ и,

подставляя эти выражения в (18), получим искомую граничную аппроксимацию для Φ^{n+1} . Аналогичным образом поступаем для границы $x = 0$, а также $y = 0, L_y$.

5. Для модельных расчетов был взят пример из работы [11]:

$$\left| \begin{array}{l} u(x, y, 0) = U_0 - U_1 \sin \frac{2\pi x}{L} \cos \frac{2\pi(y-y_0)}{L}, \\ v(x, y, 0) = V_0 + U_1 \cos \frac{2\pi x}{L} \sin \frac{2\pi(y-y_0)}{L}, \\ \varphi(x, y, 0) = \Phi_0 + fV_0 \left(x - \frac{1}{2}L \right) - fU_0 \left(y - \frac{1}{4}L \right) + \\ + \frac{Lf}{2} U_1 \sin \frac{2\pi x}{L} \sin \frac{2\pi(y-y_0)}{L} + \\ + \left(\frac{1}{2} U_1 \right)^2 \left(\cos \frac{4\pi x}{L} + \cos \frac{4\pi(y-y_0)}{L} \right). \end{array} \right. \quad (19)$$

Область интегрирования: $0 \leq x \leq 2L$, $0 \leq y \leq L$.

Начальные значения метеополей представляют собой единичную волну, наложенную на поле постоянной скорости, причем начальные поля удовлетворяют нелинейному уравнению баланса.

Значения параметров были взяты следующим образом:

$$\begin{aligned} f &= 10^{-4} \text{ с}^{-1}, \quad U_0 = 5 \text{ м/с}, \quad V_0 = 0 \text{ м/с}, \quad U_1 = 10 \text{ м/с}, \\ \Phi &= 10^4 \text{ м}^2/\text{с}^2, \quad L = 4000 \text{ км}, \quad y_0 = 0,25 L \text{ км} \end{aligned}$$

с пространственными и временными шагами $h = 200$ км, $\Delta t = 1$ ч.

Расчеты были проведены на срок 96 ч по схемам второго и четвертого порядков аппроксимации внутри области и соответственно первого и третьего порядков аппроксимации по пространственным переменным вблизи границ. Использовались граничные значения, полученные путем перемещения начальных значений со скоростью $u = 4$ м/с.

На рис. 1 показано начальное распределение поля φ . Отметим существование потоков жидкости через все границы. На рис. 2 приведено поле φ через 96 ч, рассчитанное по схеме второго порядка точности, на рис. 3 – то же поле, рассчитанное по схеме

четвертого порядка точности. Численные эксперименты показывают, что разработанная методика приграничных аппроксимаций для схем высокого порядка может быть использована для моделирования метеорологических полей.

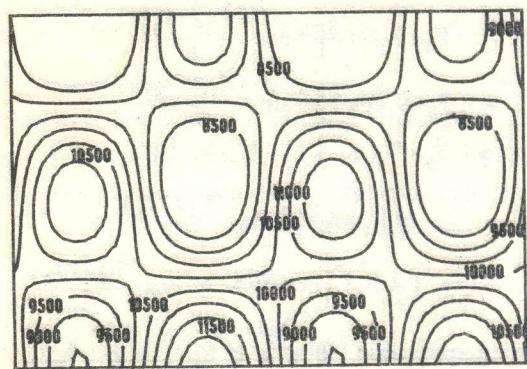


Рис. 1. Начальное поле Φ

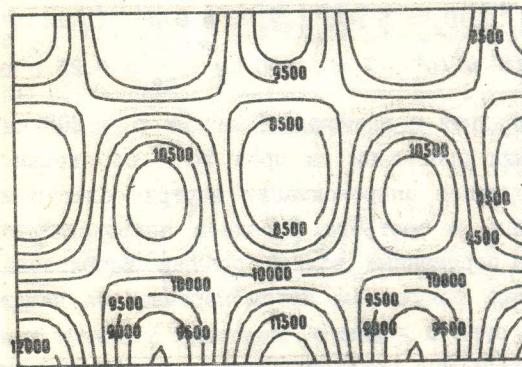


Рис. 2. Поле Φ при $t = 96$ ч.
Схема второго порядка

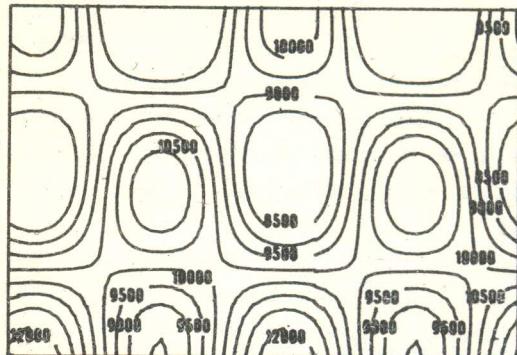


Рис. 3. Поле ϕ при $t = 96$ ч.
Схема четвертого порядка

Л и т е р а т у р а

1. Matsuno T. False reflection of waves at the boundary due to the use of finite differences // J. Meteor. Soc. Japan. – 1966. – Vol. 11. – P. 145–157.
2. Clark T. A small-scale dynamic model using a terrain – following coordinate transformation // J. Comp. Phys. – 1977. – Vol. 24, N 2. – P. 186–215.
3. Oliger J., Sundstrom A. Theoretical and practical aspects of some initial boundary value problems in fluid dynamics // Report STAN-CS-76-758, Stanford Univ. – 1976. – 61 P.
4. Kreiss H.-O., Oliger J. Methods for the approximate solution of time dependent problems // GARP Publications Series. – 1973. – N 10. – 107 P.
5. Сундстром А., Элвиус Т. //Численные методы, используемые в атмосферных моделях. – Л.: Гидрометеоиздат. – 1982. – С. 274–301.

6. Юдин М.С. О некоторых разностных схемах повышенного порядка точности. - Новосибирск, 1977. - 15с. -(Препринт/АН СССР. Сиб. отд-ние. ВЧ; 40).
7. Таракова И.И., Юдин М.С. Численное моделирование распространения волн в каналах //Численное решение задач гидротермодинамики атмосферы. - Новосибирск, 1986. - С. 117-128.
8. Синяев В.Н. Об одном принципе построения конечно-разностных схем, основанных на законах сохранения полной энергии //Числ. методы механики сплошной среды. - 1974. - Т. 5, N 2. - С. 15-23.
9. Марчук Г.И. Численные методы в прогнозе погоды. - Л.: Гидрометеоиздат, 1967.
10. Юдин М.С. Об аппроксимации на границе для одного уравнения метеорологии //Числ. методы механики сплошной среды. - 1975. - Т. 6, N 2. - С. 130-134.
11. Elvius T., Sundstrom A. Computationally efficient schemes and boundary conditions for a fine-mesh barotropic model based on the shallow-water equations //Tellus: - 1973. - Vol. 25, N 2. - С. 132-156.

Содержание

Рапута В.Ф. Оценка параметров и построение оптимальных планов в задачах приземного слоя атмосферы	3
Рапута В.Ф., Быков А.В. Численное моделирование оптимальных планов в задачах анализа метеополей	12
Крупчаников В.Н. Исследование устойчивости режимов общей циркуляции	19
Бакирбаев Б., Скороходов А.А. Численное моделирование загрязнения территории КАТЭКа планируемыми энергетическими предприятиями	29
Синяев В.Н., Янчен А.Г. Учет динамического воздействия неоднородной подстилающей поверхности в моделях общей циркуляции атмосферы	44
Крылова А.И. Анализ атмосферных притоков тепла по данным ПГЭП для периодов атмосферного блокирования	54
Егоров К.Л. О вертикальном распределении характеристик турбулентности в слое волнового перемешивания	63
Юдин М.С. Экспериментальное исследование граничных аппроксимаций для модели баротропной атмосферы	77

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ
И ЗАГРЯЗНЕНИЯ АТМОСФЕРЫ

Сборник научных трудов
Под редакцией Владимира Викторовича Пененко

Позиция изд. плана № 5

Редактор Е.В.Блинова

Ответственный за выпуск И.М.Бобылева

Обложка художника Д.К.Томашевского

Подписано в печать 23.11.88г. МН 09853

Формат 60x84 1/16 Объем 5,1 уч.-изд.л., 5,4 п.л.

Тираж 350 экз. Цена 40 коп. Заказ № 619

Ротапринт ВЦ СО АН СССР, Новосибирск, 90