

## Лабораторная работа №4

### Векторная графика. Кривые Безье

#### Цели лабораторной работы:

1. Познакомится с методом построения векторных изображений с помощью кривых Безье.
2. Научиться анализировать ход построения кривых Безье второго и третьего порядка.
3. Научиться определять минимальное количество сегментов для построения составных кривых Безье.

#### Теоретический минимум:

Кривые Безье являются одним из основных методов построения векторных изображений. Кривая Безье является частным случаем многочленов Бернштейна.

Кривая Безье — параметрическая кривая, задаваемая выражением:

$$\mathbf{B}(t) = \sum_{i=0}^n \mathbf{P}_i \mathbf{b}_{i,n}(t), \quad 0 \leq t \leq 1$$

где  $\mathbf{P}_i$  — функция компонент векторов опорных вершин, а  $\mathbf{b}_{i,n}(t)$  — базисные функции кривой Безье, называемые также полиномами Бернштейна.

$$\mathbf{b}_{i,n}(t) = \binom{n}{i} t^i (1-t)^{n-i},$$

где  $\binom{n}{i} = \frac{n!}{i!(n-i)!}$  — число сочетаний из  $n$  по  $i$ , где  $n$  — степень полинома,  $i$  — порядковый номер опорной вершины.

Кривые Безье различаются порядками, определяющимися значением  $n$ . Чем больше значение  $n$ , тем более сложную форму кривой можно построить.

#### *Линейные кривые*

При  $n = 1$  кривая представляет собой отрезок прямой линии, ограниченный опорными точками  $P_0$  и  $P_1$ . Уравнение линейной кривой Безье будет выглядеть как:

$$\mathbf{B}(t) = (1-t)\mathbf{P}_0 + t\mathbf{P}_1 \quad t \in [0, 1].$$

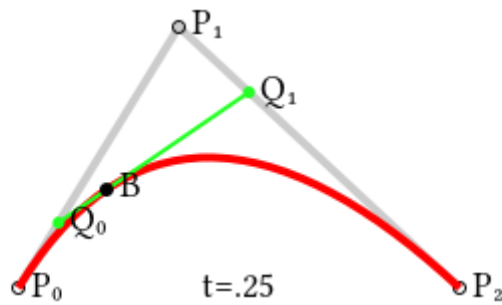
Таким образом, для построения линейной кривой Безье необходимо поставить две опорные точки.

#### *Квадратичные кривые*

При  $n = 2$  будет построена квадратичная кривая Безье, форма которой задаётся тремя опорными точками:  $P_0$ ,  $P_1$  и  $P_2$ .

$$\mathbf{B}(t) = (1-t)^2\mathbf{P}_0 + 2t(1-t)\mathbf{P}_1 + t^2\mathbf{P}_2, \quad t \in [0, 1].$$

Для построения квадратичной кривой Безье необходимо поставить две опорные точки, определяющие начало и конец кривой и одну дополнительную опорную точку, определяющую ее форму. Метод построения кривой можно продемонстрировать следующим рисунком:



Построение квадратичных кривых Безье основывается на выделении двух промежуточных точек Q0 и Q1 из условия, чтобы параметр  $t$  изменялся от 0 до 1. Тогда:

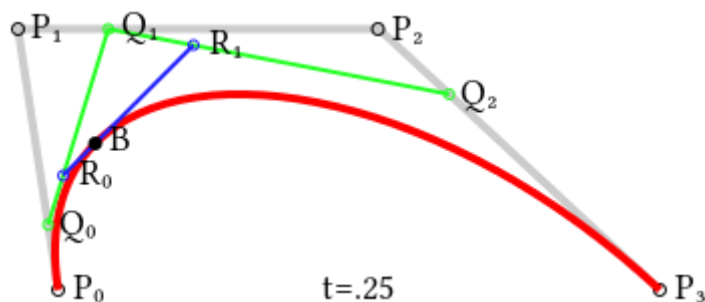
- Точка Q0 движется от P0 до P1 и описывает линейную кривую Безье.
- Точка Q1 движется от P1 до P2 и также описывает линейную кривую Безье.
- Точка B (рисующая точка) движется от Q0 до Q1 и описывает собственно саму квадратичную кривую Безье.

### Кубические кривые

При  $n = 3$  будет построена квадратичная кривая Безье, форма которой задаётся тремя опорными точками: P0, P1 P2 и P3.

$$B(t) = (1 - t)^3 P_0 + 3t(1 - t)^2 P_1 + 3t^2(1 - t) P_2 + t^3 P_3, \quad t \in [0, 1].$$

Для построения кубической кривой Безье необходимо поставить две опорные точки, определяющие начало и конец кривой и две дополнительные опорные точки, определяющие ее форму. Метод построения кривой можно продемонстрировать следующим рисунком:



Построение кубических кривых Безье основывается на выделении пяти промежуточных точек. Промежуточные точки Q0, Q1 и Q2, описывают линейные кривые, а промежуточные точки R0 и R1, описывают квадратичные кривые. Наконец рисующая точка B описывает собственно кубическую кривую Безье.

Аналогично могут быть построены и кривые Безье более высоких порядков, но в существующих программных продуктах для создания векторной графики они, как правило, не используются в связи со сложностью управления и большими требованиями к вычислительным ресурсам. Для построения сложных кривых используется их разбиение на несколько сегментов, каждый из которых является кривой Безье первого, второго или третьего порядка.

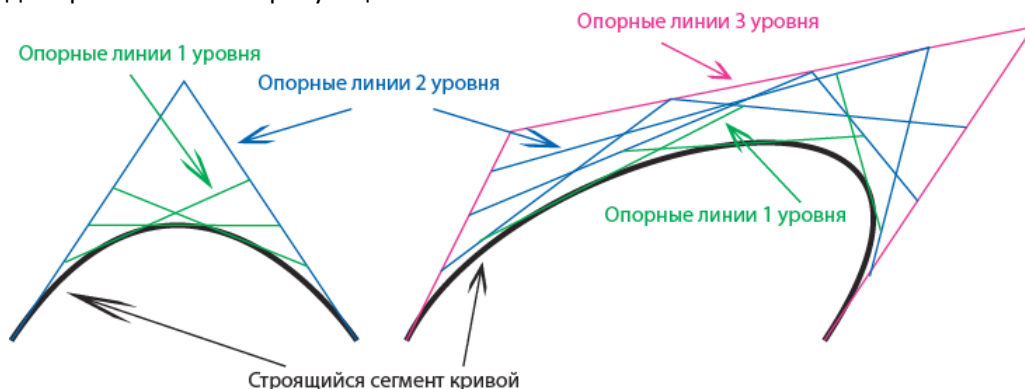
## Порядок использования инструментов построения кривых Безье.

В данной лабораторной работе для построения кривых Безье вам предстоит использовать графический редактор Dia. Для построения кривых Безье используйте инструмент «Кривая Безье» на панели инструментов.

1. Выбрав инструмент, один раз щелкните по полю. Будет построена кривая Безье третьего порядка: зеленым цветом будут обозначены две опорные точки, задающие начало и конец кривой, а оранжевым цветом – две опорные точки, задающие форму кривой.
2. Если необходимо построить кривую Безье первого порядка (линейную кривую) – перемещайте только зеленые точки, не трогая оранжевые.
3. Если необходимо построить кривую Безье второго порядка (квадратичную кривую) – перемещайте зеленые точки и одну из оранжевых точек, не трогая вторую оранжевую точку.
4. Если необходимо построить кривую Безье третьего порядка (кубическую кривую) – перемещайте все четыре опорные точки.
5. Для того, чтобы построить составную кривую из нескольких сегментов, постройте одну кривую Безье, щелкните **правой** кнопкой мышки в любом построенной кривой и нажмите «Добавить сегмент». Кривая разделится в точке щелчка на два сегмента со своими опорными точками. Первоначально опорная точка, разделившая два сегмента, будет симметричной, то есть не будет позволять независимо перемещать связанные с ней опорные точки, влияющие на кривизну. Если требуется построение не гладкой кривой – щелкните **правой** кнопкой мыши по опорной точке, разделяющей два сегмента, и выберите «Управляющая точка».
6. Для построения вспомогательных прямых линий, требующихся в задании можно использовать инструмент «Линия».
7. Для изменения параметров линии или кривой Безье, таких как форма окончания линии, ее толщина или цвет, щелкните два раза мышкой по линии или кривой Безье и в появившемся диалоговом окне настройте параметры.
8. Для более точного построения рекомендуется включить режим «Выравнивать по сетке» в меню «Вид».

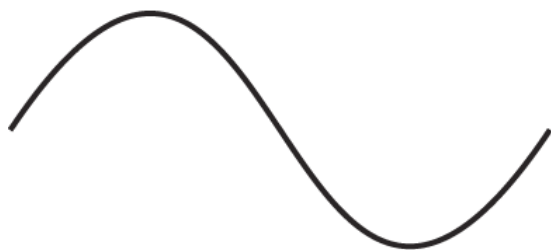
## Порядок выполнения работы.

1. Проанализируйте примеры, демонстрирующие ход построения кривых Безье второго и третьего порядка, представленные ниже. Построение каждой кривой иллюстрируется опорными линиями разного цвета, демонстрирующими положения промежуточных точек для трех положений рисующей точки В.

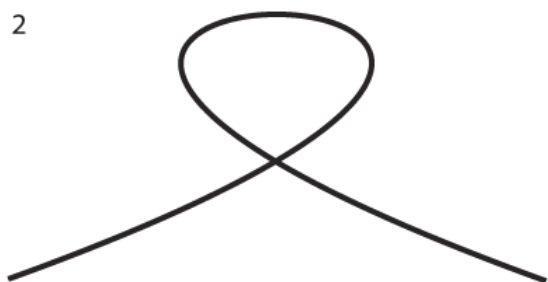


2. Постройте приведенные ниже кривые и для каждой из них нарисуйте ход построения кривых Безье аналогично приведенному примеру для как минимум трех промежуточных точек каждого сегмента, равномерно распределенных по сегменту. Выделяйте различными цветами опорные линии различных уровней. Обратите внимание, что кривая №1 и кривая №2 должны состоять из одного сегмента каждая, а кривая №3 является составной кривой из двух сегментов.

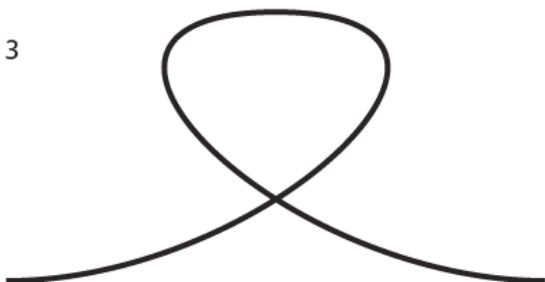
1



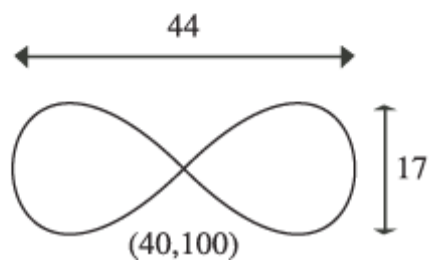
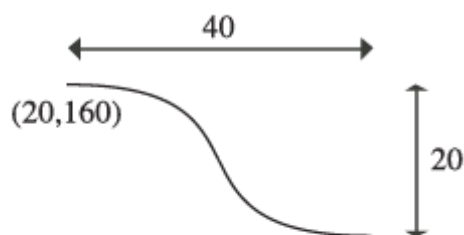
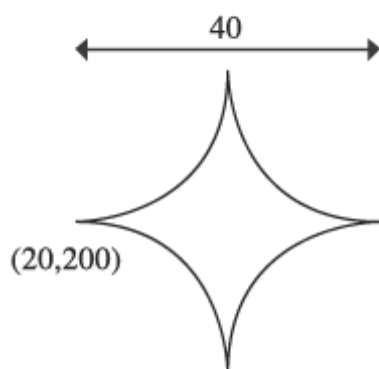
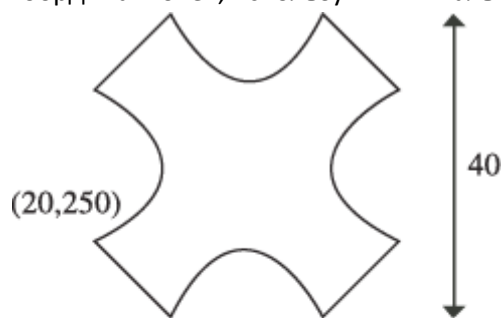
2



3



3. В отдельном файле постройте приведенные ниже фигуры с учетом заданных размеров и координат точек, используя минимально возможное количество сегментов кривых Безье



4. Предъявите построенные файлы преподавателю и будьте готовы повторить построение любого элемента задания в присутствии преподавателя.