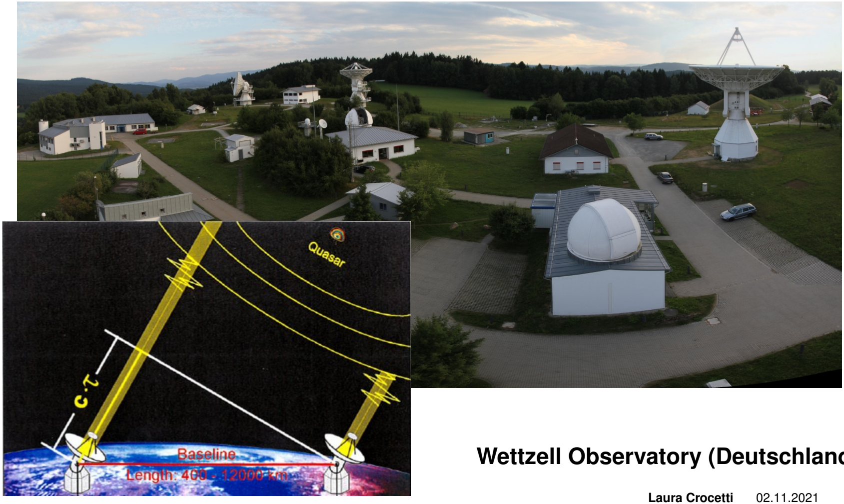
ETH zürich

Satellitengeodäsie
Ü2: Geodätische Raumverfahren - VLBI und SLR

Laura Crocetti

Zusammenfassung der Konzepte in VLBI

Very Long Baseline Interferometry



Wettzell Observatory (Deutschland)

VLBI Signal

"Die Signale, welche von einer VLBI Antenne gemessen werden (Radiowellen), haben normalerweise eine Flussdichte von 1 Jansky ($1 Jy = 10^{-26} W m^{-2} Hz^{-1}$). Die rohen Messdaten der Antennen sind jeweils in Volt angegeben."

Aufgabe 1

VLBI: Kreuzkorrelationsfunktion

Die Hauptbeobachtung von VLBI ist die Laufzeitdifferenz. Diese Zeitdifferenz wird durch die Korrelation der aufgezeichneten Signale an beiden Stationen ermittelt.

Durch die Simulation einer Korrelation soll der Zeit-Offset zweier Signale a und b ermittelt werden. Die Datei `Signals.asc` enthält die entsprechenden Zeitreihen $a1, a2, a3, b1, b2, b3$ in denen die Signale a und b mit einem zufälligen Rauschen unterschiedlicher Größen $1, 2, 3$ überlagert wurden.

1. Korrelieren Sie die Signale a und b, die dasselbe Signal-Rauschen haben. Zeichnen Sie die Korrelationsfunktion und bestimmen Sie die Verzögerung (in Anzahl der Elemente) zwischen den beiden Zeitreihen.

2. Welche Faktoren beeinflussen die Ermittlung der Zeitdifferenz? Erklären Sie kurz den Einfluss, den die verschiedenen Faktoren haben und interpretieren Sie Ihre Plots.

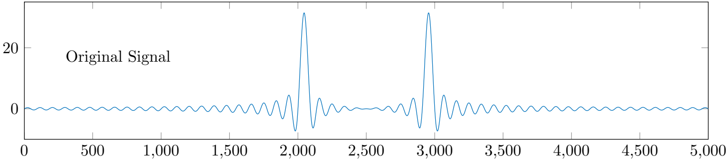
Kreuzkorrelationsfunktion

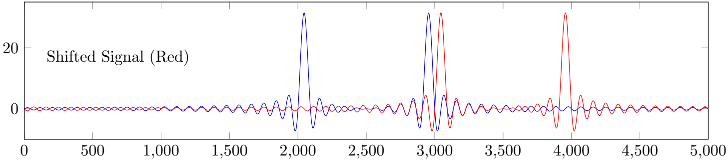
Ähnlichkeit zwischen zwei Signalen als Funktion der Verzögerung des einen relativ zum anderen

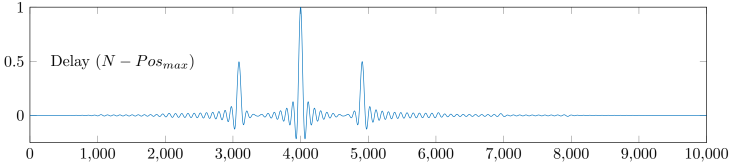
$$R(\tau) = f(\tau) \otimes g(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} f^*(t)g(t+\tau)dt$$

- Verzögerung zwischen zwei Signalen: $\tau_{delay} = \underset{t}{\operatorname{argmax}}(R(t))$
  - diskrete Funktionen: $|f| = |g| = N \rightarrow |R| = 2N - 1$
  - Wenn das n-te Element von R das Maximum ist, ist die Zeitverzögerung $-N + n$
  - Sind die beiden Signale identisch (Zeitverzögerung 0), dann befindet sich das Maximum am N-ten Element von R

Beispiel


Original Signal
20
0
0
500
1,000
1,500
2,000
2,500
3,000
3,500
4,000
4,500
5,000


Shifted Signal (Red)
20
0
0
500
1,000
1,500
2,000
2,500
3,000
3,500
4,000
4,500
5,000


Delay $(N - Pos_{max})$
1
0.5
0
0
1,000
2,000
3,000
4,000
5,000
6,000
7,000
8,000
9,000
10,000

Aufgabe 1

- Gegeben: Paare von Signalen a_i and b_i, $i = 1, 2, 3$, mit verschiedenen Eigenschaften (Datei `Signals.asc` in ILIAS)
- Gesucht: Zeitverzögerung (time delay) + Eigenschaften des Korrelationsprozesses

Hinweise

- Lesen Sie die Datei ein und korrelieren Sie die Signale **mit dem gleichen Index** (a_1 und b_1, a_2 und b_2, a_3 und b_3)
- in Python:

```
correlation = np.correlate(a1,b1, mode='full')
```

- in Matlab:

```
[correlation,lags]=xcorr(a1,b1);
```

Zusammenfassung der Konzepte in SLR

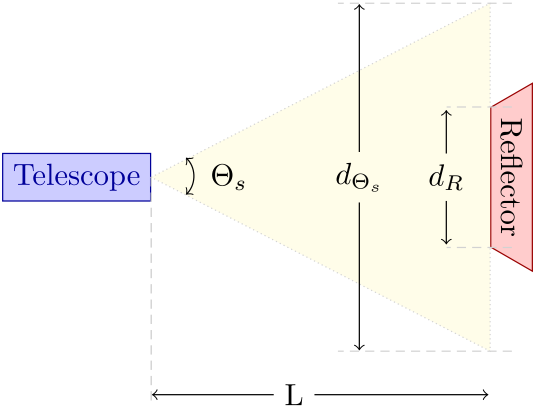
Satellite Laser Ranging

Lageos 1

Wettzell Observatory (Deutschland)

Energiebilanz

Beobachtungsgeometrie und Strahlungsdivergenz



Aufgabe 2

SLR: Energy Balance

1. Schätzen Sie die an einem LAGEOS-Satelliten reflektierte und am Teleskop wieder empfangene Energie. Interpretieren Sie Ihre Resultate.
   Verwenden Sie die folgenden Parameter:

Distanz Teleskop-Reflektor	$L = 6000$ km
Reflektordurchmesser	$d_R = 3.8$ cm
Durchmesser der Empfängeroptik	$d_T = 75$ cm
Divergenz des Sendelasers	$\Theta_S = 25 \cdot 10^{-6}$ rad
Divergenz des Reflektors	$\Theta_R = 34 \cdot 10^{-6}$ rad
Energie beim Aussenden	$E_S = 0.2$ J

2. Was passiert mit der empfangenen Energie, wenn der Reflektor auf dem Mond ist? (Approx. Distanz Erde-Mond $384'000$ km)

Energiebilanz

Der vom Teleskop ausgesendete Laserpuls beleuchtet an der Reflektorposition eine Oberfläche A_{Θ_s} (mit dem Durchmesser d_{Θ_s}) aus. Der Reflektor befindet sich in der Mitte dieser Oberfläche und deckt eine Oberfläche von A_R ab. Die Beziehung zwischen der ankommenden Energie E_R und der gesendeten Energie E_S ist

$$E_R = \frac{A_R}{A_{\Theta_S}} E_S.$$

Die gleiche Beziehung kann für die eingehende Energie E_T beim Teleskop abgeleitet werden, wobei A_T die Oberfläche der Empfangsoptik und A_{Θ_R} die beleuchtende Oberfläche beim Teleskop ist

$$E_T = \frac{A_T}{A_{\Theta_R}} E_R$$

und deshalb

$$E_T = \frac{A_T \cdot A_R}{A_{\Theta_R} \cdot A_{\Theta_S}} E_S.$$

Energiebilanz

Um den Durchmesser d der beleuchtenden Oberfläche abzuschätzen, sollte die Strahlungsdivergenz Θ verwendet werden

$$\frac{d}{2} = L \cdot \tan \frac{\Theta}{2}$$

und für die beleuchtende Oberfläche

$$A = \left(L \cdot \tan \frac{\Theta}{2}\right)^2 \pi.$$

Für einen kleinen Winkel $\tan \Theta \approx \Theta$, kann die beleuchtende Oberfläche auf dem Reflektor und dem Teleskop wie folgt berechnet werden

$$\begin{aligned} A_{\Theta_S} &= \left(L \, \frac{\Theta_S}{2}\right)^2 \pi \\ A_{\Theta_R} &= \left(L \, \frac{\Theta_R}{2}\right)^2 \pi. \end{aligned}$$

Für die Oberfläche des Reflektors und der Empfangsoptik:

$$\begin{aligned} A_R &= \left(\frac{d_R}{2}\right)^2 \pi \\ A_T &= \left(\frac{d_T}{2}\right)^2 \pi. \end{aligned}$$

Abgabe

- Deadline: 16. November 2021, 23:59:59 CET
- **Bericht** (pdf): Schritte, Formeln, Ergebnisse (Einheiten und signifikante Stellen), Plots mit **Interpretation**, Code einfach copy paste
- **Code** in Python oder Matlab (.py, .ipynb, .mat)
- Abgabe an: `lcrocetti@ethz.ch`
- Sprechstunden: nach Absprache (Zoom oder Büro HPV G 56)