

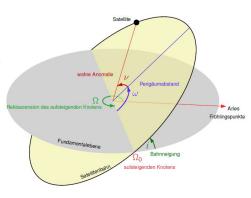
Satellitengeodäsie Ü4: Satellitenbahnen

Yara Rossi

Keplersche Bahnelemente

Keplerschen Elementen

- a: Große Halbachse
- e: Numerische Exzentrizität
- i: Bahnneigung gegenüber der Fundamentalebene (zB. Äquator)
- Ω: Rektaszension des aufsteigenden Knotens
- ω: Argument des Perigäum (Perigäumsabstand)
- T₀: Perigäumsdurchgangzeit (Alternative: mittlere Anomalie M₀ zum Zeitpunkt t₀ oder wahre Anomalie ν)



07 12 2021

1. Keplersche Gesetze: Ellipsensatz

Die umlaufenden Körper bewegen sich auf elliptischen Bahnen. In einem ihrer Brennpunkte steht der Zentralkörper.

$$r(\nu) = \frac{p}{1 + e \cdot \cos \nu}$$

wobei
$$p = a \cdot (1 - e^2)$$

2. Keplersche Gesetze: Flächensatz

Ein von dem Zentralkörper zu dem umlaufenden Körper gezogener Fahrstrahl überstreicht in gleichen Zeiten gleich große Flächen.

$$T \cdot \frac{r^2}{2} \frac{d\nu}{dt} = \pi ab$$

, und die mittlere Bewegung:

$$n=\frac{2\pi}{T}$$

3. Keplersche Gesetze: Kepler-Konstante

Die Quadrate der Umlaufzeiten zweier Körper verhalten sich wie die dritten Potenzen der großen Halbachse der Ellipsen.

$$\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 = \left(\frac{a_1}{a_2}\right)^3$$

, Kepler-Konstante:

$$C = \frac{T^2}{a^3} = \frac{4 \pi^2}{G(M+m)}$$

, wobei G die Gravitationskonstante, M die Masse des Zentralkörpers und m die Masse des umlaufenden Körpers ist.

Aufgabe: Nützliche Gleichungen

- Teil 1
 - Mittlere Bewegung:

$$n = \sqrt{\frac{G \cdot (M + m)}{a^3}}$$

Umlaufzeit:

$$T=\frac{2\pi}{n}$$

- Teil 2a
 - Flächeninhalt:

$$A_{ell} = \pi \cdot a \cdot b$$

■ Pro Zeiteinheit überstrichene Fläche:

$$c = \frac{A_{ell}}{T}$$

Aufgabe: Nützliche Gleichungen

- Teil 2b
 - Mittlere Anomalie:

$$M(t) = n \cdot (t - t_0)$$

■ Kepler-Gleichung für exzentrische Anomalie:

$$E = M + e \sin E$$

Wahre Anomalie:

$$\tan\frac{\nu}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \cdot \tan\frac{E}{2}$$

- Teil 2c
 - Geozentrischer Abstand:

$$r(\nu) = \frac{p}{1 + e \cdot \cos \nu}$$

■ Koordinaten im System der Bahnebene:

$$X = r \cos \nu$$
, $Y = r \sin \nu$

Aufgabe: Nützliche Gleichungen

- Teil 3
 - Siehe Teil 2b
- Teil 4
 - Kepler-Konstante:

$$C = \frac{T^2}{a^3} = \frac{4 \, \pi^2}{G(M+m)}$$

Abgabe

- Deadline: Montag 20. December 2020, 08:00:00 CET. (Nicht Dienstag)
- Letzte Sitzung am 21.12.2019. Diskussion von Übung 4
- Bericht (pdf, tex, by hand): Schritte, Formeln, Ergebnissen (Einheiten) und Interpretation
- Code (Python oder Matlab)
- Abgabe rossiy@geod.baug.ethz.ch
- Sprechstunden: nach Absprache (nur zoom)