



TRABAJO FIN DE GRADO
GRADO EN INGENIERÍA INFORMÁTICA.

Desarrollo e Implementación de modelos paralelos de Soft Computing en CUDA

Autor

David Criado Ramón

Directores

Manuel I. Capel Tuñón
María del Carmen Pegalajar Jiménez



ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍAS INFORMÁTICA Y DE
TELECOMUNICACIÓN

—
Granada, junio de 2019

Desarrollo e Implementación de modelos paralelos de Soft Computing en CUDA

David Criado Ramón

Palabras clave: palabra_clave1, palabra_clave2, palabra_clave3,

Resumen

Poner aquí el resumen.

Project Title: Project Subtitle

David Criado Ramón

Keywords: Keyword1, Keyword2, Keyword3,

Abstract

Write here the abstract in English.

Yo, **David Criado Ramón**, alumno de la titulación Grado en Ingeniería Informática de la **Escuela Técnica Superior de Ingenierías Informática y de Telecomunicación de la Universidad de Granada**, con DNI 26254133-R, autorizo la ubicación de la siguiente copia de mi Trabajo Fin de Grado en la biblioteca del centro para que pueda ser consultada por las personas que lo deseen.

Fdo: David Criado Ramón

Granada a X de mes de 2019.

D. **Manuel Capel Tuñón**, Profesor del Departamento de Lenguajes y Sistemas Informáticos de la Universidad de Granada.

D. **María del Carmen Pegalajar Jiménez**, Profesora del Departamento de Ciencias de la Computación e Inteligencia Artificial de la Universidad de Granada.

Informan:

Que el presente trabajo, titulado ***Desarrollo e Implementación de modelos paralelos de Soft Computing en CUDA***, ha sido realizado bajo su supervisión por **David Criado Ramón**, y autorizamos la defensa de dicho trabajo ante el tribunal que corresponda.

Y para que conste, expiden y firman el presente informe en Granada a X de mes de 201 .

Los directores:

Manuel I. Capel Tuñón

María del Carmen Pegalajar Jiménez

Agradecimientos

A Rubén, por estar siempre apoyándome.

Índice general

1. Introducción y motivación.	1
1.1. Motivación.	1
1.2. Estado del arte: trabajos relacionados.	2
1.3. Objetivos.	3
1.4. Estructura del documento.	3
2. Modelos de Soft Computing considerados.	4
2.1. Mapas autoorganizados (<i>Self Organizing Map</i>)	4
2.1.1. Proceso de entrenamiento.	5
2.1.2. Usos del mapa autoorganizado.	7
2.1.3. Mapa autoorganizado batch.	8
2.1.4. Medidas de calidad.	9
2.2. Árboles de decisión.	10
2.2.1. Proceso de entrenamiento.	10
2.2.2. Poda de árboles y criterios de terminación temprana. .	11
2.2.3. Calidad del modelo.	13
2.2.4. Ventajas e inconvenientes.	13
3. Implementación.	15
3.1. Breve introducción a CUDA.	15
3.1.1. Estructura de hebras, bloques y mallas.	16
3.1.2. La memoria compartida.	17
3.1.3. Python: Numba y CuPy.	17
3.1.4. Spark.	19
3.2. Proceso de implementación.	19
3.3. Desarrollo del mapa autoorganizado de Kohonen.	20
3.3.1. Limitaciones del mapa autoorganizado online.	20
3.3.2. Uso de Spark.	21
3.3.3. Representación de la estructura de pesos de las neuronas.	24
3.3.4. Kernels implementados.	24
3.4. Desarrollo de un modelo de árbol de decisión.	32
3.4.1. Lista de atributos.	32
3.4.2. Esquema general del algoritmo implementado.	32

3.4.3.	La operación de scan.	34
3.4.4.	Cálculo del criterio de Gini.	35
3.4.5.	Reorganización de la listas de atributos.	36
3.4.6.	Limitaciones y uso de Spark.	37
4.	Desarrollo de pruebas y análisis de resultados.	38
4.1.	Entorno de pruebas.	38
4.2.	Conjuntos de datos utilizados.	39
4.3.	Experimentos para evaluar el mapa autoorganizado.	40
4.3.1.	Verificación de la implementación del modelo.	40
4.3.2.	Uso del modelo sobre un conjunto de datos grandes dimensiones.	41
4.3.3.	Resultados de Nsight sobre la versión final del algoritmo.	43
4.4.	Experimentos para evaluar el árbol de decisión.	44
4.4.1.	Tablas de resultados para la generación de un único árbol.	45
4.4.2.	Análisis de los resultados para la generación de un único árbol.	46
4.4.3.	Tabla de resultados del random forest.	50
4.4.4.	Análisis de los resultados del random forest.	51
4.4.5.	Resultados de nvprof sobre la versión final del algoritmo.	52
5.	Conclusiones y trabajos futuros.	54
	Bibliografía	56

Índice de figuras

2.1. Esquema de una red neuronal de Kohonen.	5
3.1. Diagrama de flujo del mapa autoorganizado desarrollado. . .	21
3.2. Representación de un array 3D como un array 1D row-major. .	24
3.3. Una reducción paralela de una sumatoria en CUDA.	28
3.4. Diagrama de flujo de la implementación del árbol de decisión. .	33
3.5. Fase up-sweep del scan.	35
3.6. Fase down-sweep del scan.	36
4.1. Imagen obtenida en el experimento para CPU del mapa au- toorganizado.	41
4.2. Imagen obtenida en el experimento para GPU del mapa au- toorganizado.	42
4.3. Gráfica con tiempos promedios y ganancias para SUSY. . . .	43
4.4. Tiempo de entrenamiento y ganacia según profundidad en Spambase.	46
4.5. Tiempo de entrenamiento y ganacia según profundidad en MAGIC.	47
4.6. Precisión según profundidad en SPAMBASE.	48
4.7. Precisión según profundidad en MAGIC.	49
4.8. Diagrama de cajas y bigotes para el tiempo de entrenamiento del random forest para SUSY.	51
4.9. Diagrama de sectores de los resultados de nvprof para el árbol de decision.	52

Índice de cuadros

2.1. Ventajas e inconvenientes de la versión batch	9
2.2. Algunas medidas de impureza.	11
3.1. Resumen de los tipos de memoria en CUDA.	17
3.2. Parámetros para el lanzamiento del kernel rand_weights. . . .	25
3.3. Parámetros para el lanzamiento del kernel som_iter.	26
3.4. Parámetros para el lanzamiento del kernel finish_update. . . .	31
3.5. Una lista de atributos sin ordenar.	32
4.1. Características de la GPU NVIDIA GeForce GTX 1060 6 GB	38
4.2. Tiempos promedios de ejecución y ganancias para el experi- mento del mapa autoorganizado sobre SUSY.	42
4.3. Validación cruzada para árbol de decisión en spambase. . . .	45
4.4. Validación cruzada para árbol de decisión en MAGIC.	45
4.5. Resultados de validación cruzada en SUSY para profundidad 6.	50
4.6. Resultados de validación cruzada en SUSY para profundidad 7.	50

Capítulo 1

Introducción y motivación.

1.1. Motivación.

La tecnología propietaria *CUDA* (*Computer Unified Device Architecture*) [1] de NVIDIA, presentada en junio de 2007 y aplicable tanto a la arquitectura de las tarjetas gráficas de la misma marca como al modelo de programación genérico asociado, a lo largo de la última década ha supuesto un gran cambio en las implementaciones paralelas de algoritmos y, además, es muy utilizada y popular entre la comunidad científica.

La estructura de la GPU, utilizando un mayor número de núcleos a cambio de una velocidad de reloj más baja a la que podemos encontrar en una CPU, es de especial utilidad en operaciones masivamente paralelas, pudiendo llegar a proporcionar ganancias muy superiores con respecto al uso de la CPU.

Por otro lado, los algoritmos y técnicas de *Soft Computing* se corresponde con una rama de la Inteligencia Artificial en la que no podemos calcular soluciones exactas en tiempo polinómico y/o en los que la información es incompleta, incierta o inexacta.

El propósito de este trabajo de fin de grado es la implementación en CUDA de algunos de estos modelos de *Soft Computing* y, tras evaluar varias opciones, se optó por desarrollar dos: los mapas autoorganizados de *Kohonen* [2] y los árboles de decisión [3]. Además, para evaluar el rendimiento de las implementaciones desarrolladas, usaremos conjunto de datos con un elevado número de muestras, combinando el uso de *CUDA* y el *framework* para clústers de computación distribuida *Spark* [4].

En definitiva, en este documento, explicaremos dichos modelos, analizaremos sus posibilidades de paralelización, realizaremos las implementaciones asociadas y evaluaremos los resultados obtenidos.

1.2. Estado del arte: trabajos relacionados.

Tanto la paralelización de los mapas autoorganizados de Kohonen como la de los árboles de decisión son problemas que han sido previamente estudiados para su paralelización en CUDA.

En *Parallel High Dimensional Self Organizing Maps Using CUDA* Codevilla, Bothelo, Filho y Gaya [5] proponen una implementación en CUDA para la formulación tradicional del mapa autoorganizado de Kohonen. En ella, proponen una versión en la que cada iteración se realiza en 3 fases. Una primera en la que con un valor p arbitrario menor que el número de hebras por bloque que indica cuantos “pasos” debe realizar una hebra para el cálculo de la distancia euclídea, una reducción para encontrar la mejor distancia y una adaptación de pesos de neuronas basada en la dimensión del problema.

En *Parallel Batch Self-Organizing Map on Graphics Processing Unit Using CUDA* Daneshpajouh, Delisle, Boisson, Krajecki y Zakaria [6] plantean una adaptación en CUDA para la versión iterativa de cómputo en *batches* del mapa autoorganizado de Kohonen. En ella aprovechan las capacidades de concurrencia disponibles en los dispositivos CUDA, paralelizando parte del algoritmo y dejando la fase de adaptación de los pesos de neuronas para ser realizada en la CPU.

Con respecto a los árboles de decisión, *CUDT: a CUDA based decision tree algorithm*, de Lo, Chang, Sheu, Chiu y Yuan [7], será la base de la implementación que nosotros vamos a realizar y se basa en el uso de la operación de la suma prefija, suma acumulada o *scan* para resolver un cierto tipo de árboles de decisión específicos, en concreto, árboles de decisión cuyo objetivo es la clasificación de problemas con respuesta binaria.

Aparte de la aproximación por especialización presentada en el trabajo anterior, es otra alternativa, más frecuente y versátil en la variedad de problemas que puede resolver, la discretización de las variables utilizadas durante la construcción del árbol y el uso de histogramas para ello. Esto lo podemos ver en *Implementing Streaming Parallel Decision Trees on Graphic Processing Units*, de Svantesson [8], donde el objeto principal de su trabajo es paralelizar en CUDA los cálculos asociados a los histogramas utilizados

en SPDT (Streaming Parallel Decision Trees) para generar un árbol.

1.3. Objetivos.

- Iniciarse, estudiar y profundizar en el desarrollo de algoritmos paralelos en *CUDA*.
- Analizar algoritmos de *Soft Computing*, evaluando las capacidades que tienen para ser paralelizados.
- Implementar los algoritmos seleccionados en *CUDA*.
- Combinar el uso de *CUDA* y *Spark* para resolver la paralelización masiva de problemas de forma eficiente.
- Utilizar conjuntos de datos de *Big Data* que sean computacionalmente exigentes para el desarrollo de las pruebas.
- Realizar una evaluación de la calidad de los resultados obtenidos.

1.4. Estructura del documento.

- En el primer capítulo, **Introducción y motivación**, hemos comentado los propósitos para la realización de este trabajo y el grado de consecución de los objetivos planteados.
- En el segundo capítulo, **Modelos de Soft Computing considerados**, explicamos los fundamentos teóricos de los algoritmos de *Soft Computing* que hemos decidido paralelizar.
- En el tercer capítulo, **Implementación**, comentamos el proceso de desarrollo seguido así como explicamos las soluciones finales implementadas y comentamos algunas de las alternativas y problemas que surgieron durante la realización de las implementaciones.
- En el cuarto capítulo, **Desarrollo de pruebas y análisis de resultados**, indicamos qué pruebas se han realizado, mostramos los resultados obtenidos y analizamos en profundidad las implicaciones de los mismos.
- En el último capítulo, **Conclusiones y trabajos futuros**, finalizamos el trabajo destacando las implicaciones más importantes de los resultados obtenidos y mostramos posibles alternativas para ampliar nuestro trabajo.

Capítulo 2

Modelos de Soft Computing considerados.

2.1. Mapas autoorganizados (*Self Organizing Map*)

A principio de la década de los 80 el científico finlandés Teuvo Kohonen [2] planteó un modelo de aprendizaje automático no supervisado y competitivo basándose en el funcionamiento del estudio del córtex cerebral. El modelo planteado, denominado mapa autoorganizado, red autoorganizada o red neuronal de Kohonen, entre otros nombres similares, es una red neuronal artificial, y las principales características que la define son las siguientes:

- Es una **red neuronal artificial**. Esto quiero decir, a grandes rangos, que la estructura que genera el modelo está basada en una red de múltiples neuronas que se encuentra interconectadas entre sí.
- La red neuronal de Kohonen tiene **dos capas**. Una capa de entrada, con tantas neuronas como características tenga una muestra a ser evaluada por la red, y una capa de salida de un tamaño que decide el usuario. Habitualmente, esta capa de salida, también llamada capa competitiva o capa de Kohonen, presenta una distribución bidimensional, aunque podría perfectamente usarse cualquier otro número de dimensiones.
- Cada neurona de la capa de entrada está asociada con todas las neuronas de la capa de salida y las neuronas de la capa de salida no están interconectadas entre sí. A este tipo de red neuronal, en la que no existen ciclos, se le denomina **red neuronal prealimentada** (*feed-forward*).
- Asociada a cada neurona de la capa de salida, tenemos un vector de pesos sinápticos obtenido a través de las conexiones con la capa de

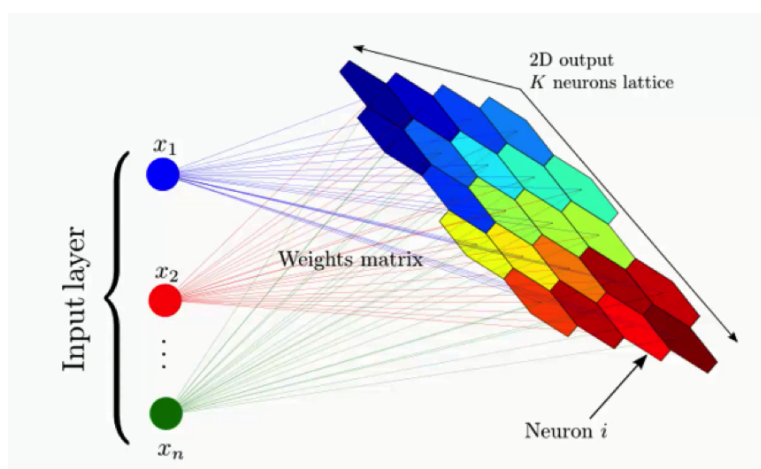


Figura 2.1: Esquema de una red neuronal de Kohonen.

entrada que es modificado durante el proceso de aprendizaje. A dicho vector de pesos se le llama vector de referencia y representa el valor promedio de la categoría asociada a esa neurona. El conjunto de todos esos vectores de referencia es denominado *codebook*.

- Es un algoritmo **no supervisado** capaz de encontrar patrones comunes basándose en los datos de la muestra de entrada sin necesidad de que cuando una muestra entre a la red se indique a qué categoría pertenece.
- Es un modelo **competitivo**. Cuando se recibe una muestra todas las neuronas compiten por ser activadas pero sólo la mejor será activada.

2.1.1. Proceso de entrenamiento.

En primer lugar, se **inician los pesos** asociados a la capa de salida. Lo más habitual, es tomar dichos pesos de una distribución aleatoria. Para un correcto funcionamiento dichos pesos deben estar normalizados entre 0 y 1. En nuestro caso, hemos tomado los pesos de una distribución aleatoria uniforme en el intervalo $[0, 1)$.

El proceso de entrenamiento que se presenta a continuación **se repite hasta que se alcanza el número de iteraciones máximo**, determinado por el parámetro λ . La variable t representa cada una de las iteraciones.

Después, para cada una de las muestras, X , sacadas de la distribución de muestras, de forma aleatoria, se realizan los siguientes pasos:

1 - Se **calcula la distancia euclídea** entre la muestra X y cada una de las neuronas de la capa de salida. También se pueden utilizar otro tipo de distancias.

$$distancia(X) = ||W - X||$$

2 - Se **busca la neurona que ha obtenido una menor distancia**. Esta neurona es considerada la neurona ganadora o BMU (*Best Matching Unit*).

$$BMU_X = argmin_{W_{i,j}} distancia(X) = argmin_{W_{i,j}} ||W - X||$$

La función *argmin* devuelve el índice del array en el que se alcanza el valor mínimo.

3 - Se realiza un **proceso de actualización de las matrices de pesos** en base a lo obtenido anteriormente, según la siguiente fórmula.

$$W_{i,j}^{(t+1)} = W_{i,j}^{(t)} + \Delta W_{i,j}$$

La actualización depende tanto de la distancia de la muestra al vector de pesos como de otros dos parámetros: la tasa de aprendizaje y una función de vecindario.

$$\Delta W_{i,j} = \eta(t) \delta_f(i, j) (X - W_{i,j})$$

La función $\delta_f(i, j)$ es la función de vecindario y, en nuestra propuesta, se calcula conforme a la siguiente función gaussiana:

$$\delta_f(i, j) = e^{-\frac{||BMU_X - (i,j)||^2}{2\sigma(t)^2}}.$$

Al tratar con una potencia con exponente negativo, un mayor valor absoluto de dicho exponente nos proporciona un valor de $\delta_f(i, j)$ menor. Por eso en el numerador se tiene en cuenta la distancia que hay entre la mejor neurona

y la neurona actual. En el denominador se utiliza un parámetro de control σ que nos permite controlar la distancia que estamos considerando.

Normalmente, este parámetro, durante un primer número de iteraciones previamente proporcionado, es inicializado a un valor alto σ_0 que decrece de manera exponencial conforme a otro parámetro de control τ .

Una vez ha finalizado esa primera fase (han pasado z iteraciones) se van refinando los resultados con un valor fijo mucho más bajo σ_f .

$$\sigma(t) = \begin{cases} \sigma_0 e^{-\frac{t}{\tau}} & \text{si } t < z \\ \sigma_f & \text{si } t \geq z \end{cases}$$

Para la tasa de aprendizaje se sigue una aproximación similar, la tasa de aprendizaje durante la primera fase está inicializada a un valor η_0 decreciendo conforme a una función gaussiana y, una vez pasado un número de iteraciones, se fija a un valor η_f .

$$\sigma(t) = \begin{cases} \eta_0 e^{-\frac{t}{\tau}} & \text{si } t < z \\ \eta_f & \text{si } t \geq z \end{cases}$$

Así pues, este algoritmo acerca los pesos del vecindario de la BMU hacia la nueva muestra introducida para parecerse más a la misma. Esto lo hace teniendo en cuenta un vecindario alrededor de la BMU que decrece exponencialmente conforme pasa un número de iteraciones hasta quedarse fijo y una tasa de aprendizaje que también decrece exponencialmente hasta permanecer constante.

Esto permite una primera fase de entrenamiento, con cambios más bruscos en la que se adaptan los valores completamente aleatorios para encontrar agrupamientos razonables. Conforme avanza dicha fase esos valores van decreciendo, hasta que quedan fijados permitiendo a la red neuronal refinar los agrupamientos obtenidos hasta ese momento.

2.1.2. Usos del mapa autoorganizado.

El modelo del mapa autoorganizado puede ser utilizado para diversas tareas, de entre las que destacan:

- **Clustering** - es decir, generar agrupaciones del conjunto de datos de entrada. Por regla general, cada neurona de la capa de Kohonen representaría una posible agrupación de los datos.
- **Visualización de datos de alta dimensionalidad.** Tras finalizar el proceso de entrenamiento, podemos utilizar diferentes técnicas para obtener una representación visual de las características topológicas de las muestras. Las matrices-U, las matrices-P o los planos de componentes son algunos de los modelos utilizados para visualizar el mapa autoorganizado.
- **Clasificación.** Una vez terminado el proceso de entrenamiento, puede asignarse etiquetas a cada uno de los nodos y resolver problemas de clasificación dependiendo de qué BMU se active.

2.1.3. Mapa autoorganizado batch.

El proceso de entrenamiento previamente mencionado se corresponde al del mapa autoorganizado tradicional u *online*. En ese proceso, durante una iteración, se evalúa un subconjunto de los datos como parte de un proceso secuencial de encontrar la BMU y actualizar los pesos correspondientes. Posteriormente, basándose en las propiedades matemáticas del mapa autoorganizado *online*, se derivó una formulación para realizar el proceso de actualización de pesos en una sola iteración para un bloque de muestras. Esta versión del algoritmo, es denominada mapa autoorganizado *batch*.

En esta versión, la regla para la actualización de pesos implica que durante cada iteración, los pesos de las neuronas sean actualizados con la media de las muestras que lo activan teniendo en cuenta los parámetros de control como el vecindario o la tasa de aprendizaje. T_0 representa el inicio de una época y T_f el final de la misma. En cada instante T_k de una época se evalúa una muestra $X(T_k)$ del conjunto de datos. La nueva fórmula para la actualización de los pesos es la siguiente:

$$W_{i,j} = \frac{\sum_{k=0}^f \delta_f(c, [i, j]) \cdot X(T_k)}{\sum_{k=0}^f \delta_f(c, [i, j])}$$

donde c es la unidad de activación (BMU) para la muestra $X(T_i)$ y permitiéndose obviar el parámetro $\eta(t)$ que controlaba la tasa de aprendizaje.

El uso del modelo *batch* frente al modelo tradicional conlleva un intercambio

de ventajas e inconvenientes [9] que podemos observar en la tabla 2.1.

<i>Ventajas</i>	<i>Inconvenientes</i>
Mayores oportunidades de paralelización.	Peor organización topográfica y visualización
Converge más rápido que el tradicional.	
El parámetro η es opcional.	Puede salir clases muy desbalanceadas.
Resultados deterministas, excepto la inicialización si se ha realizado aleatoriamente.	Alta dependencia de la inicialización

Cuadro 2.1: Ventajas e inconvenientes de la versión batch

2.1.4. Medidas de calidad.

Para medir la calidad de un mapa autoorganizado una vez entrenado podemos utilizar dos medidas:

El **error medio de cuantificación** nos permite medir la precisión del mapa creado. Se calcula tomando la media de las distancias euclídeas entre cada una de las muestras y su correspondiente BMU.

$$\epsilon_q = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N ||x_i - \text{codebook}[BMU(x)]||$$

El **error topográfico** mide la capacidad que ha tenido el modelo de conservar las propiedades topográficas del conjunto de muestras de entrenamiento. Podemos medir dicho error como:

$$u(x_k) = \begin{cases} 1 & \text{si su BMU y la segunda BMU son adyacentes.} \\ 0 & \text{en caso contrario.} \end{cases}$$

$$\epsilon_t = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N u(x_k)$$

2.2. Árboles de decisión.

Un árbol de decisión [3] es un modelo de aprendizaje automático supervisado utilizado para resolver problemas de clasificación y extensible para resolver problemas de regresión. Un árbol de decisión, una vez entrenado, consiste en una estructura jerárquica de reglas que nos indica a qué categoría pertenece una muestra del conjunto de datos de entrada. Dicho árbol está formado por dos tipos de nodos:

- Los **nodos de decisión**. En dichos nodos existe una pregunta sobre un atributo y valor (o varios) y dependiendo de la respuesta se toma el camino asociado a ésta que parte de este nodo de decisión y nos lleva a otro nodo del árbol.
- Los **nodos terminales** o nodos respuesta nos indican la clase, o el valor en caso de árboles de regresión, a la que ha de pertenecer si al evaluar una muestra dicho nodo ha sido alcanzado. Estos nodos se corresponden con las hojas del árbol formado.

2.2.1. Proceso de entrenamiento.

Obtener un árbol de decisión óptimo es un problema **NP-completo**, es decir, no se conoce manera de resolver este problema con una complejidad de tiempo polinómico por lo que es habitual que los algoritmos que realizan el entrenamiento de este modelo sigan estrategias voraces (*greedy*). Los algoritmos más conocidos y utilizados para realizar esta tarea (ID3, CART, C4.5, C5.0) siguen un esquema de entrenamiento similar.

La idea que sigue el proceso de entrenamiento es realizar una serie de particiones binarias sobre el conjunto de datos inicial calculando todos los posibles puntos de corte de la partición y evaluando el mejor punto de corte existente. Este proceso es repetido hasta terminar de evaluar el árbol o que alguna de las condiciones de finalización temprana se cumpla, si es que la hubiere.

Todas las posibles divisiones para una partición se basan en repartir todas las muestras basándose en un atributo y un valor asociado a un **punto de corte**. Si, para una muestra, su valor para el atributo en cuestión es inferior al valor del punto de corte, es asignada a una de las subdivisiones y, en caso contrario, es asignada a la otra subdivisión. Habitualmente, los puntos de corte son la media de entre un valor y su sucesor, considerando el conjunto de los valores del atributo ordenado y único, es decir, no se puede repetir un valor.

Cada una de estas posibles divisiones es evaluada conforme a diferentes criterios dependiendo del algoritmo, habitualmente basados en la impureza de cada una de las dos subdivisiones obtenidas al realizar el corte.

La **ganancia de información** es una de las posibles medidas para determinar el mejor punto de corte de todos los posibles y se basa en la siguiente fórmula:

$$GI(D, s) = Impureza(D) - \frac{|D_{izq}|}{|D|} \cdot Impureza(D_{izq}) - \frac{|D_{der}|}{|D|} \cdot Impureza(D_{der})$$

donde D es el conjunto de datos de la división actual, s es el punto de corte y D_{izq} y D_{der} son las correspondientes subdivisiones obtenidas a partir del punto de corte.

Una medida de **impureza** [10] es una función que, dada un conjunto de datos, mide la cantidad de clases distintas que hay en ese conjunto. Dicha medida valdrá 0 si todos los elementos pertenecen a la misma clase y 1 si cada elemento es de una clase distintas. En la tabla 2.2 destacamos algunas de estas medidas.

Impureza	Tarea	Fórmula
Entropía	Clasificación	$\sum_{i=1}^C -f_i \cdot \log(f_i)$
Gini	Clasificación	$\sum_{i=1}^C f_i(1 - f_i)$
Varianza	Regresión	$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N D (y_i - \mu)^2$

Cuadro 2.2: Algunas medidas de impureza.

donde f_i es la probabilidad de pertenecer a la clase i en una división, C es el total de categorías únicas, y_i es el valor del atributo a predecir de una instancia y $\mu = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i$ es la media de todas esos valores en una división.

2.2.2. Poda de árboles y criterios de terminación temprana.

Una de las principales cuestiones a la hora de generar un árbol de decisión es conocer cuál ha de ser el tamaño apropiado del mismo para que sea capaz de predecir de la mejor manera posible las muestras con las que se ha entrenado. Un árbol muy pequeño corre el riesgo de haber generalizado más de la cuenta la información procedente de las muestras, mientras que un árbol muy grande puede estar demasiado especializado, dejarse influir por ruido presente en las muestras y, como consecuencia, producir un sobreajuste de

manera que cuando recibe nuevas muestras falla en las predicciones debido a ese gran nivel de especialización sobre el conjunto de entrenamiento.

Para evitar este tipo de problemas, es común recurrir a técnicas de podado de árboles. Podemos distinguir dos tipos de técnicas de poda:

- Técnicas de poda realizadas antes de que se termine de generar el árbol (*pre-pruning*).
- Técnicas de poda realizadas tras la construcción del árbol (*post-pruning*).

Las técnicas de poda *pre-pruning* ayudan también a que la construcción del árbol finalice antes y, de entre ellas, destacamos:

- Establecer un mínimo de elementos por nodo/partición, de manera que cuando se alcanza dicho umbral esa partición no sigue siendo evaluada.
- Establecer una profundidad máxima del árbol.
- Establecer algún criterio de ganancia de información mínima.

En el momento en que una de estas condiciones se cumple, dicho nodo se convierte en un nodo terminal. En el caso de los problemas de clasificación, es común realizar el voto mayoritario, donde se etiqueta una muestra con la clase más representativa del nodo, es decir la que tiene más instancias en el mismo. Por otro lado, en problemas de regresión es habitual etiquetar el nodo con la media de los valores a predecir (μ) por el mismo.

De entre las técnicas de poda *post-pruning* destacan dos:

La **poda de error reducido**. Esta poda utiliza una técnica simple y rápida de computar en la que, empezando por cada una de las hojas del árbol, se va sustituyendo cada nodo por la clase más popular. Si la predicción no ha empeorado, se continúa en los siguientes niveles de profundidad del árbol asociado al nodo en cuestión y, en el momento en la que dicha predicción empeora, el procedimiento termina.

La **poda de coste-complejidad**. En la poda de coste-complejidad se genera una serie de árboles $T_0, T_1, T_i, \dots, T_r$ donde T_0 es el árbol inicial y T_r es sólo la raíz. En cada iteración (i) del proceso, se elimina un subárbol del árbol anterior ($i - 1$) reemplazándolo con un nodo terminal conforme al siguiente criterio:

$error(T, S)$ es el error del árbol T sobre el conjunto de datos S . $poda(T, t)$ es el árbol obtenido de podar el subárbol t del árbol T .

En cada iteración, se elimina el subárbol que minimiza:

$$\frac{error(poda(T, t), S) - error(T, S)}{|hojas(T)| - |hojas(poda(T, t))|}$$

Una vez generados todos los árboles T_0 a T_r se selecciona aquel que proporciona una mayor precisión.

Generalmente, las técnicas de poda *post-pruning* suelen dar mejores resultados pero son más costosas computacionalmente.

2.2.3. Calidad del modelo.

La principal medida de la calidad del modelo generado aparte de su tiempo de ejecución es la capacidad que tiene de predecir la clase correcta para una muestra. A dicha medida se le denomina **precisión**.

$$Precision = \frac{1}{N} \sum_{i=1} N[1|f(x_i) = y_i]$$

donde f es la función que nos devuelve la clasificación proporcionada por el árbol de decisión, x_i es cada una de las muestras a evaluar e y_i es su correcta clasificación.

2.2.4. Ventajas e inconvenientes.

Ventajas.

- Proporcionan un modelo de caja blanca fácil de interpretar y comprender.
- Puede ser combinado con otros modelos distintos o en un conjunto de árboles, por ejemplo, *random forests*.
- No requieren de un gran preprocesamiento de las muestras antes de ser entrenados.
- A diferencia de otros modelos (como la regresión lineal), pueden resolver problemas de clasificación o regresión no lineales.

Inconvenientes.

- Pequeños cambios en el conjunto de datos utilizado para el entrenamiento pueden alterar considerablemente los resultados obtenidos.
- Pueden proporcionar peores resultados que otros modelos no lineales (SVM, redes neuronales, etc) con los mismos datos pero, juntarlos en un ensemble, como los *random forest* [11], puede ayudarnos a solventar

el problema, eso sí, eliminando la facilidad para interpretar el modelo que proporciona utilizar un único árbol.

- Encontrar el árbol de decisión óptimo global es un problema NP-completo.

Capítulo 3

Implementación.

3.1. Breve introducción a CUDA.

Como comentábamos al principio, CUDA (*Computer Unified Device Architecture*) [1] es una tecnología propietaria desarrollada por *NVIDIA* y lanzada en junio de 2007, que nos proporciona de un lenguaje de programación general destinado a ser ejecutado en las tarjetas gráficas de la compañía. Para los propósitos de este trabajo y, habitualmente, a la hora de trabajar con CUDA denominaremos como *host* a la CPU que se comunica con la tarjeta gráfica y como **dispositivo** a la GPU o tarjeta gráfica utilizada.

La intercomunicación entre *host* y dispositivo sigue un modelo maestro-esclavo. El *host* actúa como maestro y es el encargado de indicar al dispositivo el código que ha de ejecutar y de mandarlo a la cola del dispositivo. Además, el *host* tiene la posibilidad de trabajar de forma asíncrona con la GPU mientras la cola de trabajos del dispositivo no esté llena.

Es de vital importancia a la hora de trabajar con la GPU de tener en cuenta que:

- a) La GPU tiene muchos más núcleos (*cores*) que una CPU, lo que nos permite realizar mucha más operaciones en el mismo instante. Sin embargo, esto viene a expensas de un menor número de operaciones por segundo de cada núcleo, ya que para disfrutar de la cantidad masiva de núcleos que tiene una GPU es necesario que ésta opere a una frecuencia más baja.
- b) La GPU tiene su propia estructura de memoria, que ha de usar para poder realizar operaciones. Dentro de la jerarquía de memoria

encontramos memoria RAM similar a la que utiliza la CPU a través de la placa base, así como varios niveles de caché. Además, hemos de tener en cuenta que a la hora de ejecutar algo en la GPU vamos a tener un gasto extra de tiempo por el traspaso de información de CPU a GPU y viceversa. Minimizar la información que ha de traspasarse en ambos sentidos así como intentar que toda la información necesaria sea transferida a la vez para sacar máximo potencial del PCI Express y exprimir al máximo posible el uso eficiente de la memoria caché, que en CUDA es habitualmente realizado mediante el manejo de la “memoria compartida” es fundamental para obtener mejores resultados, especialmente, aquellos en los que el cuello de botella es la transferencia de datos.

- c) Como la GPU tiene su propia memoria dedicada de un tamaño limitado hemos de hacer hincapié en no utilizar soluciones que generan demasiada complejidad espacial, ya que limitan la escalabilidad de los algoritmos.

3.1.1. Estructura de hebras, bloques y mallas.

El *kernel* es un fragmento de código especial destino a ser ejecutado en el dispositivo en el que se indica lo que ha de hacer una hebra.

Las **hebras** son la unidad mínima en la arquitectura CUDA. Cada hebra es ejecutada por un núcleo CUDA. Cada hebra es consciente en tiempo de ejecución de su identificador dentro del bloque así como del identificador del bloque en el que se encuentra y el tamaño del mismo, permitiéndonos así repartir el trabajo en función de dichos valores. El **bloque** se corresponde a un conjunto de hebras que ejecuta el mismo *kernel* y que pueden cooperar entre sí y, al conjunto de esos bloques, se le denomina “**grid**” o **malla**. Tanto las hebras dentro de un bloque como los bloques dentro de una malla puede tener estructuras unidimensionales, bidimensionales y tridimensionales. Las dimensiones de estas estructuras será indicada por el *host* a la hora de ejecutar el *kernel*.

CUDA exige que un mínimo de 32 hebras, denominado *warp*, ejecuten instrucciones a la vez, aunque se hagan cálculos innecesarios así como que todas las hebras de un bloque sean ejecutadas por el mismo *Streaming MultiProcessor*, de ahora en adelante, SM, que es uno de los procesadores en el dispositivo y dispone de un número específico de núcleos CUDA, sus propios registros y su propia caché entre otros.

Al lanzar un *kernel* hemos de utilizar al menos un bloque de N hebras.

Además, en los casos unidimensionales el número de hebras por bloque está limitado a un máximo que depende de la tarjeta gráfica en cuestión.

3.1.2. La memoria compartida.

Dentro de la tarjeta gráfica, nos encontramos con distintos niveles de memoria. Una vez los datos necesarios han sido traspasados del *host* al dispositivo a través del bus PCI Express, esos datos son almacenados en una memoria DRAM de propósito general del dispositivo. Cuando un *kernel* solicita datos de esta memoria, de manera similar a como ocurre en una CPU, los datos solicitados y los colidantes en memoria son colocados a través de varios niveles de caché, que tiene tamaño más limitado que la memoria DRAM pero con un acceso de lectura y escritura mucho más rápido.

La **memoria compartida** es una abstracción para una región especial de la caché asociada a un bloque que es explícitamente usada por el programador en el *kernel*, agilizando así considerablemente las transferencias de memoria en el dispositivo. En el cuadro 3.1, podemos ver un resumen de los tipos de memoria existentes, dónde se pueden usar y dónde se encuentran dichos datos en el dispositivo.

Memoria	Localización	Acceso (E = Escribir) (L = Leer)	Existente hasta fin de
Registro	Caché	Kernel (E/L)	Hebra
Local	DRAM (Caché tras uso)	Kernel (E/L)	Hebra
Compartida	Caché	Kernel (E/L)	Bloque
Global	DRAM (Caché tras uso)	Host (E/L) Kernel (E/L)	Aplicación o uso de free
Constante	DRAM (Caché tras uso)	Host (E/L) Kernel (L)	Aplicación o uso de free

Cuadro 3.1: Resumen de los tipos de memoria en CUDA.

3.1.3. Python: Numba y CuPy.

Para desarrollar el código asociado a este proyecto, hemos optado por utilizar **Python** en vez de los tradicionales C o C++. El uso de *Python* nos permite un desarrollo de los algoritmos más rápido así como el acceso a abstracciones de más alto nivel mediante el uso de la librerías **Numba** y **CuPy**, así como una mayor facilidad para la distribución del código, si se desea, mediante el

uso de *PyPI* (*Python Package Index*), el repositorio de paquetes para Python.

Numba [12] es un paquete para Python cuyo objetivo es la aceleración compilado fragmentos de código utilizando el compilador LLVM y dando la oportunidad de paralelizar código tanto para la CPU como para la GPU. En concreto, para las GPUs CUDA, proporciona al usuario un subconjunto de las características de CUDA con un nivel de abstracción mayor. Con eso no sólo conseguimos poder trabajar con CUDA desde Python sino, también evitar, si lo deseamos, manejar los traspasos de memoria entre host y dispositivo o la necesidad de indicar todos los tipos a la hora de inicializar un *kernel* entre otras ventajas.

```
from numba import cuda
import numpy as np
# Definimos el kernel
@cuda.jit
def aumentar_en_1(un_array):
    # Cogemos el índice de la hebra
    pos = cuda.grid(1)

    # Si el índice está en el rango del array
    # incrementamos su valor
    if pos < un_array.size:
        un_array[pos] += 1

if __name__ == '__main__':
    # Declaramos un array de 10000 ceros
    ejemplo = np.zeros(10000)
    # Calculamos el número de bloques necesario
    bloques = ejemplo.size // 128 + 1
    # Lanzamos el kernel con bloques de 128 hebras
    aumentar_en_1[bloques, 128](ejemplo)
```

Código Fuente 3.1: Kernel para incrementar en 1 los elementos de un array.

CuPy [13] es otro paquete de Python que, por un lado y de manera similar a Numba, nos permite generar kernels para CUDA en este caso de manera similar a los de C/C++ así como facilidades para generar kernels en los que se implementa reducciones u operaciones elemento a elemento en un array. Por otro lado, proporciona una API similar a la de NumPy pero las operaciones están implementadas utilizando CUDA. Además, CuPy está implementado de manera que permite utilizar directamente sus estructuras de datos sobre kernels de Numba, lo que nos permite combinar elementos de ambos paquetes según nos interese.

3.1.4. Spark.

Apache Spark es un *framework* de código abierto y propósito general para sistemas distribuidos de computación en clúster que proporciona una API utilizable desde los lenguajes de programación en Scala, Java, Python y R. El *framework* fundamenta su arquitectura en el *RDD (Resilient Distributed DataSet)*, que es una estructura de datos de sólo lectura distribuida en un clúster de máquinas, mantenida durante toda la computación y con tolerancia a fallos. Además, proporciona otras herramientas de alto nivel como ML/MLib, una librería con algoritmos de *machine learning*.

Utilizando la API de Python, podemos combinar el uso de *Spark* y *Numba CUDA* para afrontar problemas de grandes dimensiones, ya que el *RDD* nos permite trabajar con subconjuntos de esos datos posibilitando incluso llevar las implementaciones realizadas a un clúster con múltiples sistemas con dispositivos GPU *CUDA* con todas las dependencias necesarias instaladas.

La distribución de trabajo en Spark se realizará utilizando la transformación *mapPartitions* del *RDD* de *Spark*, que generará un nuevo RDD a partir de los resultados obtenidos al aplicar la función pasada a *mapPartitions* como parámetro a cada una de las funciones.

3.2. Proceso de implementación.

Para realizar la implementación de cada algoritmo hemos realizado un proceso cíclico dividido en 3 fases:

- **Análisis** - En la primera iteración, analizar los trabajos relacionados. En las posteriores, analizar los resultados obtenidos del profiler, determinar los cuellos de botella y buscar posibles alternativas para solucionar el problema.
- **Implementación** - Realizar la implementación en CUDA de los cambios o elementos nuevos obtenidos del proceso de análisis.
- **Profiling** - Utilizar el profiler de NVIDIA, *Nsight*, sobre un ejemplo razonable para evaluar el rendimiento del algoritmo.

3.3. Desarrollo del mapa autoorganizado de Kohonen.

Para implementar los mapas autoorganizados de Kohonen, primero consideramos la versión tradicional *online* y, posteriormente, tras ver las limitaciones de la primera, evaluamos la versión computada en *batches*, que ha sido implementada tanto para CPU, usando *NumPy*, como para CUDA, usando *Numba*.

3.3.1. Limitaciones del mapa autoorganizado online.

Mientras que la implementación del mapa autoorganizado *online* fue el punto de partida para la realización de este trabajo tuvimos que descartar esta versión del algoritmo, ya que, el objetivo de este trabajo es resolver problemas con un gran número de muestras utilizando *CUDA* y *Spark*.

En esta versión, en cada iteración, se selecciona una única muestra del conjunto de datos y ésta es evaluada para actualizar los pesos de las neuronas, que serán el punto de partida de la siguiente iteración, limitando a una el número de muestras que pueden procesarse a la vez y, por tanto, secuenciando el proceso.

La opción más apropiada para paralelizar esta versión del algoritmo sería procesar una única muestra usando tantas hebras como neuronas tenga el mapa de salida. En ese caso, en cada iteración, cada hebra podría calcular su distancia euclídea de la muestra con los pesos de la neurona asociada a la hebra, usaríamos el algoritmo de la reducción, que explicaremos posteriormente, para encontrar la BMU y, cada hebra, realizaría la actualización de los pesos de su neurona, si procediera. Sin embargo, este procedimiento sólo conseguiría ganancias significativas con respecto a su versión para CPU con un mapa de neuronas considerablemente grande, factor que no parece razonable en un algoritmo cuyo principal uso es el *clustering*.

Determinadas estas limitaciones y, dado que nuestro objetivo es evaluar un conjunto con un número de muestras elevado, optamos por implementar la versión del mapa autoorganizado que nos permite evaluar múltiples muestras simultáneamente, el mapa autoorganizado *batch*.

Para el desarrollo de esta versión del algoritmo hemos combinado el uso de *CUDA* mediante *Numba* y *Spark*. En primer lugar, vamos a ver un esquema general del uso de *Spark* para afrontar nuestro algoritmo iterativo y, a

continuación, explicaremos en detalle la implementación de los *kernels* para *CUDA*.

3.3.2. Uso de Spark.

Utilizar *Spark* para implementar este algoritmo nos permite afrontar problemas de tamaños superiores a la capacidad de memoria de nuestro dispositivo, siempre que la memoria necesaria para evaluar una partición del *RDD* quepa en la memoria del dispositivo, como llevar la implementación realizada a un clúster con múltiples nodos, si cada nodo tiene acceso a un dispositivo *CUDA* con todas las dependencias de *software* instaladas.

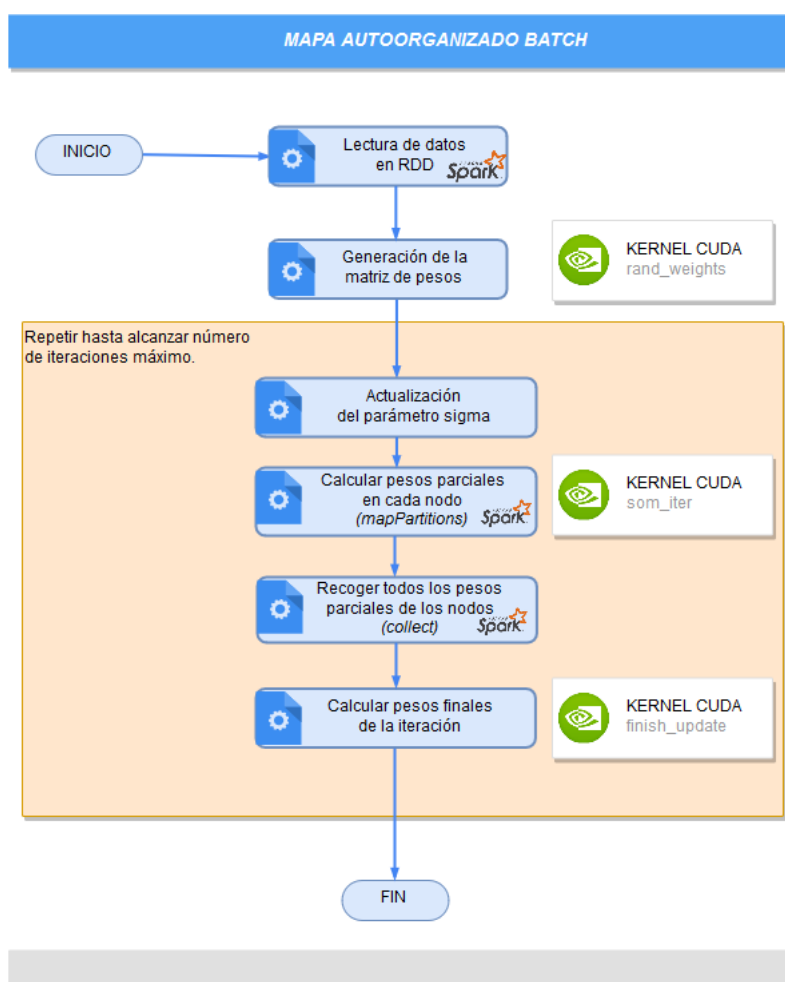


Figura 3.1: Diagrama de flujo del mapa autoorganizado desarrollado.

El algoritmo empieza en un único nodo de *Spark* utilizando el primer kernel

desarrollado, *rand_weights*, para inicializar de manera pseudoaleatoria los valores de la estructura de pesos, en función de una semilla proporcionada por el usuario. Con esta estructura ya generada, empieza el proceso iterativo en el que:

- 1) Calculamos el parámetro de control σ para la iteración en función de la ecuación correspondiente.

$$\sigma(t) = \begin{cases} \sigma_0 e^{-\frac{t}{\tau}} & \text{si } t < z \\ \sigma_f & \text{si } t \geq z \end{cases}$$

- 2) Utilizando la transformación *mapPartitions*, en cada partición del *RDD* se aplica la función *gpu_work_iter*, que encapsula el segundo *kernel* desarrollado, *som_iter*. Este *kernel* se encarga de evaluar los pesos parciales para cada neurona en función de las muestras asociadas a la partición del *RDD*. Puesto que la actualización de pesos es una división entre una sumatoria de vectores, con cada vector del tamaño de una muestra, y una sumatoria de números reales, el objetivo de cada partición será calcular esos numeradores y denominadores, a los que nos referiremos de ahora en adelante como numeradores y denominadores parciales.

$$W_{i,j} = \frac{\sum_{k=0}^f \delta_f(c, [i, j]) \cdot X(T_k)}{\sum_{k=0}^f \delta_f(c, [i, j])}$$

- 3) Para finalizar la iteración, *Spark* reúne mediante *collect* los numeradores y denominadores parciales obtenidos y, usando el último *kernel* implementado, *finish_update* obtiene los pesos finales de la iteración.

Este proceso, que costa de 3 fases, es realizado hasta alcanzar el número máximo de iteraciones. Hemos de destacar que todas las particiones han de partir de la mismos pesos en cada iteración para realizar los cálculos. Por ello, al inicio de la iteración, es necesario distribuir la matriz de pesos a cada nodo de *Spark* que realiza esos cálculos y, al final de la iteración, reunir todos los numeradores y denominadores parciales en un único nodo, permitiéndonos obtener los pesos finales de la iteración.

Para que *Spark* pueda realizar esa distribución a lo largo de un clúster es necesario que, al final de la iteración, se haga la transferencia de memoria de dispositivo a *host* de los pesos parciales y, al inicio de la iteración, se haga la transferencia de *host* a dispositivo de la pesos de las neuronas correspondientes a esa iteración.

```

def spark_gpu_batch_som(rdd_data, d, max_iters, rows, cols, smooth_iters=None,
                        sigma_0=10, sigma_f=0.1, tau=400, seed=None, tpb=128):
    """
    :param rdd_data RDD con el conjunto de muestras a evaluar.
    :param d Tamaño de una muestra, dimensión del problema.
    :param max_iters Número de iteraciones a realizar.
    :param rows Número de filas en el mapa de neuronas.
    :param cols Número de columnas en el mapa de neuronas.
    :param smooth_iters Número de iteraciones en las que el parámetro
        sigma decrece siguiendo una función gaussiana.
    :param sigma_0 Valor de sigma inicial.
    :param sigma_f Valor de sigma tras alcanzar la iteración smooth_iters.
    :param tau Valor de tau para la función gaussiana.
    :param seed Semilla pseudoaleatoria para la generación inicial de pesos.
    :param tpb Número de hebras por bloque para la inicialización de pesos y
        la actualización final de los pesos.
    """
    # 1. Declaramos la estructura de los pesos.
    d_weights = cuda.device_array((rows, cols, d), np.float32)

    # 1.2 Usamos Numba para generar los pesos de forma pseudoaleatoria.
    rng_states = create_xoroshiro128p_states(rows * cols * d, seed=seed)
    rand_weights[(d_weights.size) // tpb + 1, tpb](rng_states, d_weights)

    # 1.3 Traemos los pesos de la memoria de la GPU a la memoria del host.
    weights = d_weights.copy_to_host()

    # 2. Inicio del proceso iterativo
    for t in range(max_iters):
        # 2.a Actualizamos sigma en función de los tau y la iteración.
        if smooth_iters is None or t < max_iters:
            sigma = sigma_0 * math.exp((-t/tau))
        else:
            sigma = sigma_f

        sigma_squared = sigma * sigma

        # 2.b Cálculos parciales con mapPartitions en cada nodo.
        out = rdd_data.mapPartitions(gpu_work_iter(weights, sigma_squared))

        # 2.c En un único nodo calculamos las sumas parciales.
        out = out.collect()
        finish_update[(rows*cols//tpb + 1, tpb)(weights, np.concatenate(out),
                                                    len(out) // 2)

    # 3. Devolvemos los pesos obtenidos
    return weights

```

Código Fuente 3.2: Uso de Spark para entrenar el mapa autoorganizado.

3.3.3. Representación de la estructura de pesos de las neuronas.

La estructura que contiene los pesos de las neuronas, que durante la ejecución de los *kernels* se encontrará almacenada en la memoria global del dispositivo, se corresponde a un array tridimensional. El primer eje indica la fila que ocupa la neurona en el mapa, el segundo eje indica la columna que ocupa la neurona en el mapa y el último eje la característica del problema a la que queremos acceder.

Mientras que nosotros podemos hacer uso de este sistema de indexación tridimensional gracias a Numba, en realidad, en el dispositivo CUDA se trata de un array unidimensional *row-major*.

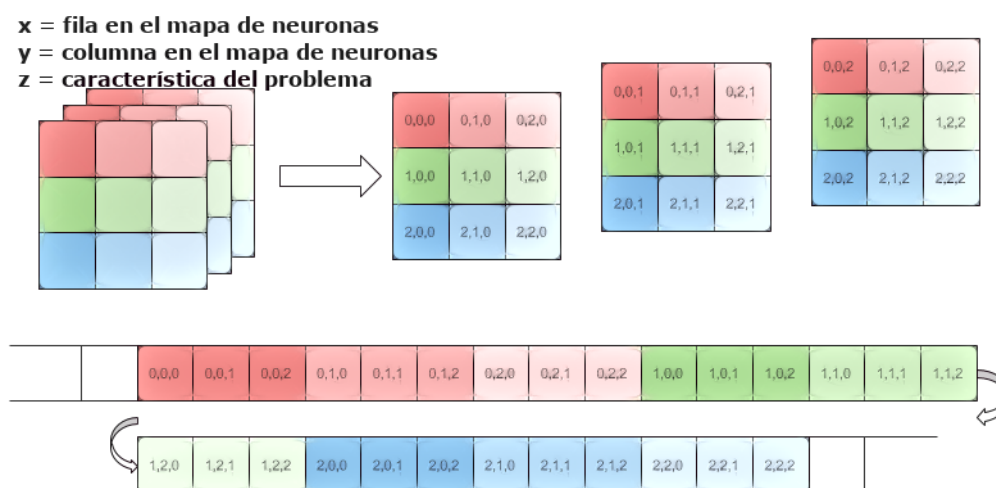


Figura 3.2: Representación de un array 3D como un array 1D row-major.

3.3.4. Kernels implementados.

3.3.4.1. Generación pseudoaleatoria de pesos de neuronas.

```
@cuda.jit
def rand_weights(rng_states, d_weights):
    """
    Kernel para inicializar aleatoriamente la estructura de pesos con
    valores en el intervalo [0, 1) tomados de una distribución uniforme
    :param rng_states Estados aleatorios.
    :param d_weights Vector de filas * columnas * d valores que contendrá
        los pesos asociados a las neuronas.
    """
    # La hebra coge su identificador unidimensional único.
    idx = cuda.grid(1)
```

```

# La hebra calcula en función del su índice
# y cocientes y restos de divisiones enteras
n_rows, n_cols, d = d_weights.shape

# Cálculo de la fila (eje X).
row = idx // (n_cols * d)

# Cálculo de la columna (eje Y).
col_d = idx % (n_cols * d)
col = col_d // d
# Cálculo de la característica (eje Z).
i = col_d % d

# Sacamos el aleatorio correspondiente.
if idx < d_weights.size:
    d_weights[row, col, i] = xoroshiro128p_uniform_float32(rng_states, idx)

```

Código Fuente 3.3: Inicialización pseudoaleatoria de los pesos de las neuronas.

Este proceso (código fuente 3.3) es realizado por el nodo de Spark que controlaría la ejecución del clúster una única vez al inicio del algoritmo, pero utilizando la GPU. *Numba CUDA* nos proporciona herramientas para la generación de valores flotantes en el rango comprendido entre 0 y 1 basadas en el método de Box-Muller. Hemos utilizado esta herramienta para la generación de nuestra matriz de vectores de pesos inicial. Una vez generados, son trasladados de vuelta a la CPU para ser distribuidos a todos los nodos ejecutores de *Spark*.

Al lanzar este kernel, se utilizan tantas hebras como números aleatorios (tabla 3.2), distribuidos en bloques de un tamaño indicado por el usuario.

Kernel	Bloques	Hebras por bloque
rand_weights	$(filas \cdot columnas \cdot d) // tpb + 1$	tpb

d = dimensión del problema.

tpb = hebras por bloque (indicados por el usuario).

$//$ = cociente de división entera.

Cuadro 3.2: Parámetros para el lanzamiento del kernel `rand_weights`.

3.3.4.2. Cálculo de los numeradores y denominadores parciales.

```
def gpu_work_iter(weights, sigma_squared):
    def _gpu_work(data):
        # 1. Procesamos el dataset
        inp = np.asarray(list(data), dtype=np.float32)
        rows, cols, d = weights.shape
        nneurons = rows * cols

        # 2. Pasamos los datos a las memorias del dispositivo
        d_samples = cuda.to_device(inp)
        d_weights = cuda.to_device(weights)
        nums = np.zeros(rows * cols * d, np.float32)
        denums = np.zeros(rows * cols, np.float32)
        d_nums = cuda.to_device(nums)
        d_denums = cuda.to_device(denums)

        # 3. Tomamos el número de hebras por bloque
        if nneurons > 1024:
            raise Exception('Número de neuronas superior al límite')
        # Número de hebras necesario para que funcione la reducción.
        tpb = max(64, 2**(math.ceil(math.log2(nneurons))))
        # 4. Lanzamos el kernel.
        # Memoria compartida para almacenar una muestra por bloque
        sm_size = 4 * d
        som_iter[N, tpb, 0, sm_size](d_samples, d_weights, d_nums, d_denums,
                                      sigma_squared)

    return d_nums.copy_to_host(), d_denums.copy_to_host()
return _gpu_work
```

Código Fuente 3.4: Función a ejecutar con mapPartitions.

Una vez obtenidos los pesos iniciales de una iteración, el siguiente paso es utilizar *mapPartitions* para obtener los pesos parciales de cada partición del *RDD*, como veíamos en el código fuente 3.2. La función utilizada en cada partición se denomina *gpu_som_iter* y encapsula el lanzamiento del kernel *som_iter* y las transferencias de memoria entre host y dispositivo en cada iteración.

Kernel	Bloques	Hebras por bloque
som_iter	Nº de muestras.	$\max(64, 2^{\text{techo}(\log_2 N^{\text{o}} \text{neuronas})})$

techo=menor número entero mayor o igual que un número real.

Cuadro 3.3: Parámetros para el lanzamiento del kernel som.iter.

El *kernel som_iter* es la parte más importante de la implementación del algoritmo y realiza todas las operaciones necesarias para obtener los numeradores y denominadores parciales de la iteración.

```

@cuda.jit
def som_iter(d_samples, d_weights, d_nums, d_denums, sigma_squared):
    """
    :param d_samples Conjunto de todas las muestras a evaluar.
    :param d_weights Vector de filas * columnas * d valores que contendrá
        los pesos asociados a las neuronas.
    :param d_nums Vector con los numeradores para el cálculo de la fórmula.
    :param d_denums Vector con los denominadores para el cálculo de la fórmula.
    :param sigma_squared Valor de sigma al cuadrado para el cálculo del vecindario.
    """

    nrows, ncols, d = d_weights.shape
    nneurons = nrows * ncols

    sample_idx = cuda.blockIdx.x
    neuron_idx = cuda.threadIdx.x
    neuron_row = neuron_idx // ncols
    neuron_col = neuron_idx % ncols
    blockSize = cuda.blockDim.x

    # 0. Declaramos la memoria compartida
    shared_sample = cuda.shared.array(shape=0, dtype=numba.float32)
    shared_distances = cuda.shared.array(shape=1024, dtype=numba.float32)
    shared_idx = cuda.shared.array(shape=1024, dtype=numba.int32)

    # 1.a Cada hebra pone una posición de la muestra en memoria compartida.
    # El bucle for permite realizar esto si la dimensión del problema fuese
    # superior al número de neuronas.
    for i in range(d // nneurons + 1):
        i_stride = i * nneurons
        my_pos = i_stride + cuda.threadIdx.x
        # Si la posición que corresponde a la hebra no supera el
        # tamaño de la muestra a cargar.
        if my_pos < d:
            shared_sample[my_pos] = d_samples[sample_idx, my_pos]
        # Sincronizamos para asegurar que la muestra ha sido cargada.
        cuda.syncthreads()

    # 1.b Calculamos las distancias euclídeas que nos corresponden.
    if neuron_idx < nneurons:
        shared_distances[neuron_idx] = 0.0
        for i in range(d):
            i_distance = shared_sample[i] - d_weights[neuron_row, neuron_col, i]
            shared_distances[neuron_idx] += i_distance * i_distance
        # Si hay más hebras que neuronas inicializamos a infinito para la reducción.
    else:
        shared_distances[neuron_idx] = np.inf

    # 1.c Inicializamos el array de índices para la reducción.
    shared_idx[neuron_idx] = neuron_idx
    # Sincronizamos para asegurar los arrays han sido inicializados.
    cuda.syncthreads()

```

Código Fuente 3.5: Primer fragmento [Cálculo de distancias] de som_iter.

El kernel comienza con la declaración e inicialización de la memoria compartida.

En primer lugar, cada hebra contribuye a cargar una característica de la muestra a evaluar por el bloque hasta la muestra ha sido cargada por completo. En segundo lugar, generamos dos arrays adicionales en memoria compartida, que serán utilizados posteriormente para calcular la BMU. Puesto que hemos limitado nuestra implementación a funcionar con un máximo de 1024 neuronas, que es el máximo de hebras por bloque, estos dos arrays serán siempre de esta dimensión. Uno de ellos, que será de *floats* de 32 bits, contendrá las distancias entre la muestra que cargamos en memoria compartida y los pesos de cada neurona del mapa. El segundo, que será de enteros de 32 *bits*, será inicializados con los índices de cada neurona. Para realizar el cálculo de la distancia euclídea, cada hebra calculará su distancia con la neurona que le corresponde y la muestra cargada en memoria compartida. Si hubiese más hebras en el bloque que neuronas en el mapa, el resto de distancias son inicializadas a infinito.

Puesto que nuestro siguiente objetivo será encontrar la BMU, es decir, la neurona con menor distancia, no es necesario calcular la raíz cuadrada de la división euclídea, ya que ésta no afecta a la relación de orden. Para encontrar la distancia mínima, utilizamos un algoritmo frecuentemente utilizando en la GPU: **la reducción**.

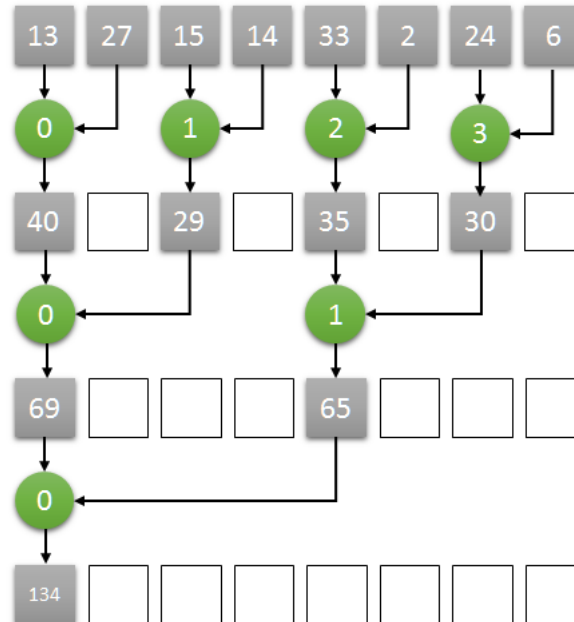


Figura 3.3: Una reducción paralela de una sumatoria en CUDA.

```

# Recorrido de árbol de hojas a la raíz (posición 0)
if blockSize >= 1024 and neuron_idx < 512:
    if shared_distances[neuron_idx + 512] < shared_distances[neuron_idx]:
        shared_distances[neuron_idx] = shared_distances[neuron_idx + 512]
        shared_idx[neuron_idx] = shared_idx[neuron_idx + 512]
    cuda.syncthreads()

if blockSize >= 512 and neuron_idx < 256:
    if shared_distances[neuron_idx + 256] < shared_distances[neuron_idx]:
        shared_distances[neuron_idx] = shared_distances[neuron_idx + 256]
        shared_idx[neuron_idx] = shared_idx[neuron_idx + 256]
    cuda.syncthreads()

if blockSize >= 256 and neuron_idx < 128:
    if shared_distances[neuron_idx + 128] < shared_distances[neuron_idx]:
        shared_distances[neuron_idx] = shared_distances[neuron_idx + 128]
        shared_idx[neuron_idx] = shared_idx[neuron_idx + 128]
    cuda.syncthreads()

if blockSize >= 128 and neuron_idx < 64:
    if shared_distances[neuron_idx + 64] < shared_distances[neuron_idx]:
        shared_distances[neuron_idx] = shared_distances[neuron_idx + 64]
        shared_idx[neuron_idx] = shared_idx[neuron_idx + 64]
    cuda.syncthreads()

if neuron_idx < 32: # Unroll de warp. No necesitamos sincronizar.
    if shared_distances[neuron_idx + 32] < shared_distances[neuron_idx]:
        shared_distances[neuron_idx] = shared_distances[neuron_idx + 32]
        shared_idx[neuron_idx] = shared_idx[neuron_idx + 32]
    if shared_distances[neuron_idx + 16] < shared_distances[neuron_idx]:
        shared_distances[neuron_idx] = shared_distances[neuron_idx + 16]
        shared_idx[neuron_idx] = shared_idx[neuron_idx + 16]
    if shared_distances[neuron_idx + 8] < shared_distances[neuron_idx]:
        shared_distances[neuron_idx] = shared_distances[neuron_idx + 8]
        shared_idx[neuron_idx] = shared_idx[neuron_idx + 8]
    if shared_distances[neuron_idx + 4] < shared_distances[neuron_idx]:
        shared_distances[neuron_idx] = shared_distances[neuron_idx + 4]
        shared_idx[neuron_idx] = shared_idx[neuron_idx + 4]
    if shared_distances[neuron_idx + 2] < shared_distances[neuron_idx]:
        shared_distances[neuron_idx] = shared_distances[neuron_idx + 2]
        shared_idx[neuron_idx] = shared_idx[neuron_idx + 2]
    if shared_distances[neuron_idx + 1] < shared_distances[neuron_idx]:
        shared_distances[neuron_idx] = shared_distances[neuron_idx + 1]
        shared_idx[neuron_idx] = shared_idx[neuron_idx + 1]
    cuda.syncthreads()

# La mejor neurona se encuentra en la posición 0 del array.
bmu = shared_idx[0]
bmu_row, bmu_col = bmu // ncols, bmu % ncols
cuda.syncthreads()

```

Código Fuente 3.6: Segundo fragmento [Reducción] del kernel som_iter.

La reducción puede utilizarse para obtener el resultado de aplicar un operador binario a lo largo de un array, siempre que el operador en cuestión cumpla la propiedad asociativa. En nuestro caso, dicho operador es el mínimo entre dos elementos. Para realizar esta operación de manera eficiente dentro de un bloque, se simula un recorrido hacia arriba sobre un árbol binario balanceado (figura 3.3), en el que vamos aplicando la operación sobre los dos hijos y guardando el resultado en el nodo padre, tomando los distancias cargadas en memoria compartida como las hojas y alcanzado el resultado final en la raíz. Por ello, era necesario que el número de hebras por bloque fuese potencia de 2, si teníamos más hebras que neuronas completábamos las distancias con infinito, que actúa como elemento neutro de la operación mínimo y añadíamos un array extra con los índices para propagar la posición con el mejor índice mientras hacemos el recorrido. Podemos consultar con más detalle cómo realizar una implementación de una reducción de alto rendimiento en *CUDA* en la referencia bibliográfica [14].

Para finalizar el *kernel*, se realiza el cálculo de los numeradores y denominadores parciales. Para ello cada hebra del bloque se corresponde con una neurona y mide la distancia euclídea que existe entre la posición de la BMU y la posición de la neurona en el mapa. Si esa distancia es menor o igual que el parámetro de control σ^2 , se realiza la suma del vector del numerador con el producto de esa distancia y la muestra guardada en la memoria compartida del bloque y sólo la distancia con el denominador.

3. Realizamos la actualización de los pesos.

```
if neuron_idx < nneurons:
    dist = (neuron_row - bmu_row) * (neuron_row - bmu_row) + \
           (neuron_col - bmu_col) * (neuron_col - bmu_col)
    # Si estamos dentro del rango de actualización.
    if dist <= sigma_squared:
        hck = math.exp(-dist/(2 * sigma_squared))
        # Guardamos sumatoria del denominador.
        cuda.atomic.add(d_denums, neuron_row * ncols + neuron_col, hck)
        # Guardamos sumatoria del numerador.
        for i in range(d):
            cuda.atomic.add(d_nums, neuron_row*ncols*d + neuron_col*d+i,
                           hck * shared_sample[i])
```

Código Fuente 3.7: Tercer y último fragmento del kernel *som_iter*.

Puesto que múltiples hebras pueden tener la misma BMU y, por tanto, estar actualizando las mismas posiciones en memoria a la vez se utilizan **operaciones atómicas**, que evitan las condiciones de carrera que pueda surgir a cambio de una mayor latencia en la operación. Hemos de indicar que, para las operaciones atómicas, necesitamos trabajar con arrays unidimensionales, por lo que hemos de hacer los cálculos de indexación necesarios para acceder a las posiciones de memoria deseadas.

3.3.4.3. Cálculo de los pesos finales de la iteración.

Una vez todos los resultados han sido recopilados en un nodo de *Spark*, lanzamos el *kernel finish_update*, que realizará la sumatoria de los numeradores parciales y de los denominadores parciales para cada neurona así como la división entre ambos. Si ninguna muestra activó la neurona en cuestión, es decir, la suma de todos sus denominadores parciales es 0, se mantendrán los pesos de la iteración anterior para esa neurona. En caso contrario, los pesos de la neurona se corresponden con el vector obtenido de la división. Para lanzar este *kernel* se utilizan tantas hebras como neuronas hay en el mapa, divididas en bloque de *tpb* hebras. Cada hebra realiza los cálculos asociados a una neurona.

Kernel	Bloques	Hebras por bloque
finish_update	(N° de neuronas // <i>tpb</i> + 1)	<i>tpb</i>

Cuadro 3.4: Parámetros para el lanzamiento del kernel *finish_update*.

```
@cuda.jit
def finish_update(d_weights, partials, numParts):
    """
    :param d_weights Array de pesos de neuronas.
    :param partials Array con sumas parciales.
    :param numParts Número de resultados parciales a procesar.
    """
    idx = cuda.grid(1)
    nrows, ncols, d = d_weights.shape
    if idx < nrows * ncols:
        row, col = idx // ncols, col = idx % ncols

        # a) Sumamos todos los parciales en el primer array.
        numsize = nrows * ncols * d
        densize = nrows * ncols
        fullsize = numsize + densize
        for i in range(numParts - 1):
            # Suma de numeradores.
            for k in range(d):
                pos = fullsize * i + row * ncols * d + col * d + k
                partials[row * ncols * d + col * d + k] += partials[pos]
            # Suma de denominadores.
            pos = fullsize * i + numsize + row * ncols + col
            partials[numsize + row * ncols + col] += partials[pos]

        # b) Si no es 0 el denominador realizamos la división y cambiamos pesos.
        if partials[numsize + row * ncols + col] != 0:
            for k in range(d):
                d_weights[row, col, k] = partials[row*ncols*d + col*d + k] / \
                    partials[numsize + row * ncols + col]
```

Código Fuente 3.8: Actualización final de la matriz de pesos.

3.4. Desarrollo de un modelo de árbol de decisión.

La implementación del modelo de árbol de decisión se basa en CUDT [7], que a su vez se fundamenta en SPRINT [15] y la operación de *scan*.

3.4.1. Lista de atributos.

Una lista de atributos, es una estructura auxiliar, procedente de SPRINT [15], utilizada para representar las clases y los atributos asociados a una muestra. Una lista de atributos tiene una estructura similar a la siguiente tabla:

Valor	Clase	ID Muestra
2,5	0	0
4,7	0	1
0,1	1	2
1,0	1	3

Cuadro 3.5: Una lista de atributos sin ordenar.

Las columnas de la tabla 3.5 son:

- **Valor**, que se corresponde al valor que toma el atributo al que corresponde la tabla en la muestra representada en la fila.
- **Clase**, que se corresponde a la etiqueta de salida asociada a la muestra de la fila.
- **ID Muestra**, que se corresponde al identificador de la muestra. Al principio, se corresponde al número de fila empezando por 0.

Una vez esta estructura es generada para cada atributo del problema en cuestión, es ordenada por orden creciente según la columna “Valor”.

3.4.2. Esquema general del algoritmo implementado.

Al inicio del algoritmo, tras generar las listas de atributos, se genera un nodo raíz que comprende todas las muestras del conjunto. En ese nodo, hemos de encontrar para qué atributo y qué valor realizamos la partición óptima de los datos. Para ello, se consideran todas las listas de atributos y se toma como posible punto de corte el punto medio entre un valor y el siguiente si no se trata del mismo valor. Asociada a cada una de las particiones, se calcula el criterio de Gini. Una vez realizados todos los cálculos, tomamos como punto de corte aquella que menor criterio de Gini nos de. Utilizando ese punto de corte, generamos dos nuevos nodos para la siguiente iteración,

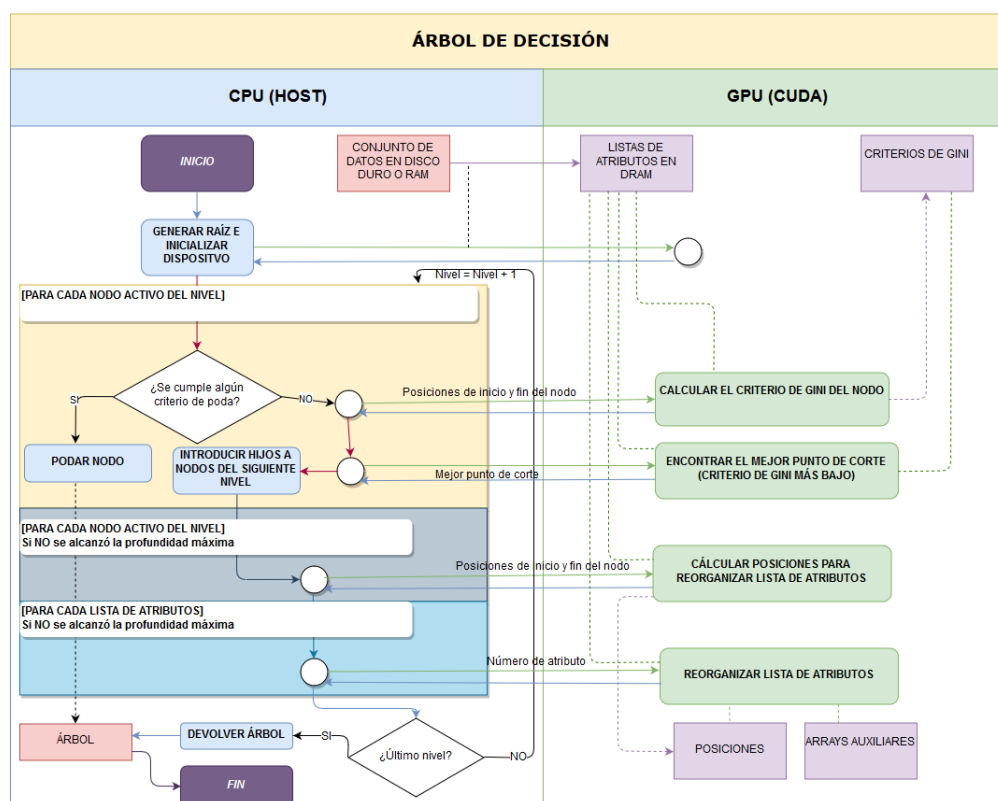


Figura 3.4: Diagrama de flujo de la implementación del árbol de decisión.

uno que contiene todos los puntos menores o iguales que dicho punto de corte y otro con los mayores. Además, dicho punto es el que utilizamos para generar nuestro nodo de decisión en el árbol entrenado. Este proceso se repite hasta que no quedan nodos por evaluar. Un nodo no ha de ser evaluado si:

- a) Todos los elementos del nodo pertenecen a la misma clase. En ese caso, en vez de un nodo de decisión, generamos un nodo terminal con la clase correspondiente.
- b) Se ha especificado un criterio de profundidad máxima y dicha profundidad ha sido alcanzada. En ese caso, generamos un nodo terminal con la clase más representativa del nodo.
- c) Se ha especificado un límite para el número de elementos mínimo que puede contener y ha sido alcanzado. En ese caso, generamos un nodo terminal de manera similar al caso anterior.

3.4.3. La operación de scan.

Una de las claves del uso de la lista de atributos, es que, para los problemas de **clasificación binaria**, que son los únicos que nuestro modelo es capaz de resolver, si codificamos una clase como 0 (a partir de ahora llamada *clase negativa*) y otra como 1 (*clase positiva*) si realizamos una suma acumulada sobre el subconjunto de filas de un nodo de la columna “Clase” podríamos tener control de cuántos elementos hay en cada clase tanto para todas las particiones. Para realizar la suma acumulada existe un algoritmo ampliamente utilizada en el mundo de la GPU denominado *scan*.

El *scan* [16], suma acumulada o suma prefija, es una operación que utiliza un operador binario, \oplus , que cumpla la propiedad asociativa y utilizada sobre un *array* de n elementos. Existen dos formas de realizar el *scan*: inclusivo y exclusivo. El *scan* inclusivo empieza con el primer elemento del array y va a realizando una suma acumulada. El *scan* exclusivo empieza con el elemento neutro de la operación y realiza una suma acumulada de todos los elementos hasta el penúltimo. En la implementación realizada hemos utilizado una operación de *scan* exclusivo que además devuelve el total de la suma del array cubriendo ambos casos. Para los propósitos de este documento, cada vez que hablemos de *scan* nos estaremos refiriendo al *scan exclusivo*. Por tanto la operación de *scan* sobre un array nos devuelve lo siguiente:

$$\text{scan}([a_0, a_1, a_2, \dots, a_{n-1}]) = [I, a_0, (a_0 \oplus a_1), (a_0 \oplus a_1 \oplus a_2), \dots, (a_0 \oplus a_1 \oplus a_2 \oplus \dots \oplus a_{n-1})]$$

La implementación en *CUDA* de la operación se realiza, utilizando una técnica frecuente para estos dispositivos, simular el uso de un árbol binario balanceado utilizando la memoria compartida del bloque. Imaginamos que todos los elementos de un bloque son los nodos terminales de un árbol y los metemos en la memoria compartida del bloque y realizamos dos fases sobre ello. En la primera fase, *up-sweep* (figura 3.5), se realiza el recorrido de los nodos terminales a la raíz realizando las sumas en sus nodos padre y manteniendo las sumas parciales. En la segunda fase *down-sweep* (figura 3.6), se utilizan los resultados parciales obtenidos para completar los resultados en la suma acumulada. Para arrays cuya dimensión no cabe en un bloque dicho array es subdividido en múltiples subconjuntos contiguos del mismo tamaño que sí caben en un bloque (si sobran elementos en el último bloque son inicializados con el elemento neutro de la operación) y se genera el *scan* sobre todos los subconjuntos así como se almacena la sumatoria (puesto en que nuestra caso la operación es la suma) de todos los elementos del bloque. Una vez finalizado, dichas sumatorias se aplican a los bloques que le preceden en posición, obteniendo el resultado final deseado.

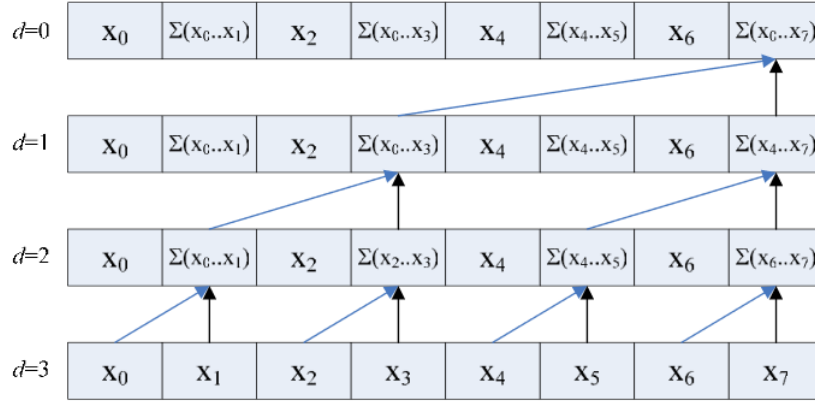


Figura 3.5: Fase up-sweep del scan.

3.4.4. Cálculo del criterio de Gini.

Dado que sólo vamos a calcular el criterio de Gini para problemas de clasificación binaria hemos simplificado el mismo para ahorrarnos algunas operaciones a la hora de realizar el cálculo:

$$CRITERIO(A, v) = \frac{|i : A_i \leq v|}{N} \cdot GINI(|i : A_i \leq v|) + \frac{|i : A_i > v|}{N} \cdot GINI(|i : A_i > v|)$$

$$GINI(D) = 1 - \frac{T_D^2}{N_D^2} - \frac{F_D^2}{N_D^2}$$

Siendo N_D el total de las muestras en el nodo D , T_D el total de muestras pertenecientes a la clase positiva y F_D el total de muestras pertenecientes a la clase negativa. Tenemos que:

$$F_D = N_D - T_D$$

Sustituyendo obtenemos que:

$$GINI(D) = \frac{N_D^2 - T_D^2 - (N_D - T_D)^2}{N_D^2} = \frac{N_D^2 - T_D^2 - (N_D^2 + T_D^2 - 2N_D T_D)}{N_D^2}$$

$$GINI(D) = \frac{-2T_D^2 + 2N_D T_D}{N_D^2} = 2 \frac{T_D(N_D - T_D)}{N_D^2}$$

$$CRITERIO = \frac{N_{\leq}}{N} \frac{2T_{\leq}(N_{\leq} - T_{\leq})}{N_{\leq}^2} + \frac{N_{>}}{N} \frac{2T_{>}(N_{>} - T_{>})}{N_{>}^2}$$

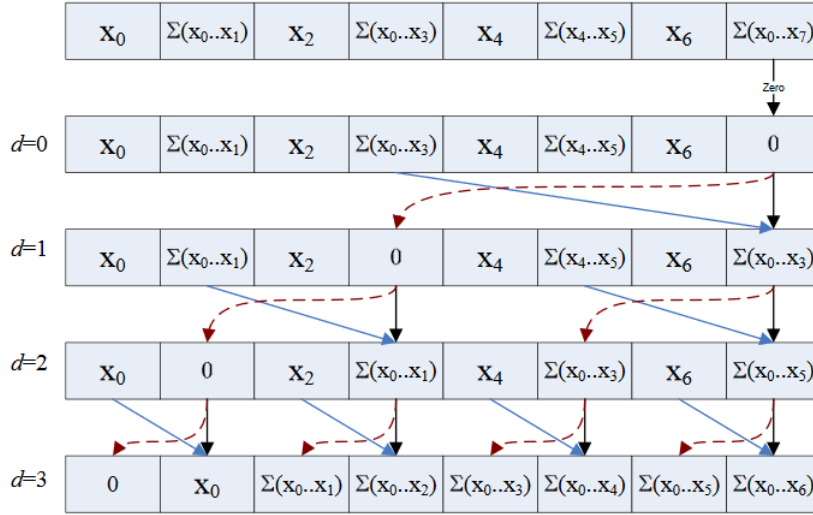


Figura 3.6: Fase down-sweep del scan.

$$CRITERIO = \frac{2}{N} \left(\frac{T_{\leq}(N_{\leq} - T_{\leq})}{N_{\leq}} + \frac{T_{>}(N_{>} - T_{>})}{N_{>}} \right)$$

Puesto que además, no es de nuestro interés el valor específico sino obtener el valor óptimo, podemos ahorrarnos la multiplicación por $\frac{2}{N}$. Así pues, calculamos el criterio de la siguiente manera:

$$CRITERIO' = \left(\frac{T_{\leq}(N_{\leq} - T_{\leq})}{N_{\leq}} + \frac{T_{>}(N_{>} - T_{>})}{N_{>}} \right)$$

El valor de $CRITERIO'$ oscilará entre 0 y $\frac{N}{2}$ y buscaremos siempre obtener el mínimo valor para este criterio. Dicha búsqueda se realizará de manera similar a la realizada para el modelo anterior con una reducción para encontrar el índice mínimo en cada nodo.

3.4.5. Reorganización de la listas de atributos.

Para finalizar la evaluación de los nodos de un nivel podemos volver a aprovechar la operación de *scan* para reorganizar el orden de los elementos de la lista de atributos sin necesidad de ejecutar ningún algoritmo de ordenación. Una vez se ha seleccionado la combinación de mejor lista de atributos para un nodo y su punto de corte, puesto que esta lista ya estaba ordenada, todos los elementos hasta el punto de corte pertenecen al nodo hijo izquierdo y los posteriores al nodo hijo derecho. Además, puesto que tenemos en la lista de atributos el campo “ID Muestra”, podemos generar fácilmente un array

de booleanos donde cada elemento indica si la muestra con el ID asociado a su posición pertenece al hijo izquierdo o al hijo derecho. Una vez hecho esto, podemos recorrer cada nodo activo de la lista de atributos y utilizar este array auxiliar y la operación de scan para determinar la nueva posición que va a ocupar el elemento dentro del nodo. Esto se realiza, aplicando un scan sobre las posiciones de este array que le corresponden a cada muestra del nodo que va a ir a la subdivisión izquierda. De esta manera, si la muestra pertenece a la subdivisión izquierda su nueva posición será la suma acumulada de elementos de la subdivisión izquierda menos uno (porque empezamos a indexar el array en 0) y en caso de pertenecer a la subdivisión de la derecha será la posición más la diferencia del total de elementos de la subdivisión izquierda (suma acumulada total) con la suma acumulada de elementos de la subdivisión izquierda menos uno.

3.4.6. Limitaciones y uso de Spark.

Como comprobaremos posteriormente, este modelo, al requerir de la evaluación independiente de múltiples nodos y no presentar técnicas de poda avanzadas no escala bien con la generación de árboles profundos o completos. Es por eso que, para afrontar problemas de mayores dimensiones, en vez de generar un único árbol, vamos a generar tantas particiones del *RDD* de *Spark* como árboles deseemos y montar un modelo de *random forest*, en el que en cada partición tenemos un conjunto aleatorio de muestras tomadas sin reemplazo y consideramos todos los atributos para todos los árboles. La clasificación proporcionada por el modelo viene dada por el clase mayoritariamente votada por el conjunto de árboles.

Capítulo 4

Desarrollo de pruebas y análisis de resultados.

4.1. Entorno de pruebas.

Para el desarrollo de las pruebas, mi ordenador personal ha sido utilizado. Las especificaciones técnicas relevantes del mismo son:

- **GPU:** Zotac GeForce GTX 1060 AMP! Edition.

Características	Valor
Núcleos CUDA	1290
Frecuencia del procesador	1771 MHz
Frecuencia de la memoria	4004 Mhz
Memoria global total	6 GB DDR5
Bus de memoria	192-bit
Compute Capability	6.1
Número de hebras por bloque	1024
Dimensión máxima del bloque (x, y, z)	1024, 1024, 64
Dimensión máxima del “grid” (x, y, z)	2147483647, 65535, 65535
Número de registros por bloque	65536
Memoria compartida por bloque	49152 KB
Número de multiprocesadores	10
Modelo de driver CUDA	WDDM
Versión del driver CUDA	417.35
Versión del SDK CUDA	10.0

Cuadro 4.1: Características de la GPU NVIDIA GeForce GTX 1060 6 GB

- **Placa Base:** MSI B450M Bazooka.

- **Sistema Operativo:** Windows 10 64 bits.
- **CPU:** AMD Ryzen 5 2600X.
- **RAM:** Kingston HyperX Fury Black DDR4 2400 MHz PC4-19200 8GB CL15.

4.2. Conjuntos de datos utilizados.

Durante la fase de desarrollo del mapa autoorganizado hemos utilizado el conjunto de datos de las **caras de Olivetti**, creado por *AT&T Laboratories Cambridge* y descargada a través del paquete de Python *scikit-learn* [17]. Dicho conjunto de imágenes consiste en 400 imágenes de 40 sujetos en escala de grises. Cada muestra son los valores de intensidad de cada píxel con un valor normalizado entre 0 y 1. Además, se proporciona una etiqueta que indica a qué sujeto pertenece cada imagen, pero para los propósitos de nuestro modelo de aprendizaje no supervisado la misma no será utilizada. Las imágenes están en una versión cuadrada de 64x64 píxeles dándonos un total de 4096 valores de intensidad por muestra.

Durante la fase de desarrollo del árbol de decisión hemos utilizado dos conjuntos de datos de problemas de clasificación binaria: **Spambase** y **MAGIC Gamma Telescope**.

Spambase [18] es un conjunto de 4601 muestras con 57 atributos. El objetivo en este conjunto de muestras es diferenciar correos no deseados (*spam*) de correos deseados en función de los 56 atributos numéricos basados en el contenido del correo electrónico asociado a la muestra.

Magic Gamma Telescope [19] es un conjunto de 19020 muestras con 11 atributos. Los datos de este conjunto fueron obtenidos en un experimento con un telescopio especial para observar rayos gamma de alta energía. El objetivo es diferenciar imágenes tomadas por el telescopio, y preprocesadas de estas muestras generadas por rayos gamma (*signal*), de las de rayos cósmicos en la capa superior de la atmósfera (*background*). Los datos de este conjunto fueron generados a partir de simulaciones de Monte Carlo.

Para evaluar el rendimiento de ambos modelos para conjuntos de *Big Data* hemos utilizado **SUSY** [20]. Este conjunto de datos contiene 5 millones de muestras con 18 atributos, que se generó a partir de un experimento de física en el que también se intenta diferenciar un proceso que genera partículas supersimétricas (*signal*) de otro proceso que no las genera (*background*).

En el caso del mapa autoorganizado, la clase de salida es ignorada. De manera similar al anterior, los datos del conjunto fueron generados a partir de simulaciones de Monte Carlo.

4.3. Experimentos para evaluar el mapa autoorganizado.

4.3.1. Verificación de la implementación del modelo.

En el caso del mapa autoorganizado, tanto la versión como para CPU como para GPU ejecutan el mismo algoritmo, por lo que las métricas de interés durante las ejecuciones realizadas son el tiempo de ejecución y la ganancia. En primer lugar, durante la fase de desarrollo usamos el conjunto de las caras de *Olivetti*, que nos permitió comprobar de manera empírica y visual que los resultados obtenidos por el algoritmo son correctos. En caso de funcionar correctamente, obtendríamos un conjunto de imágenes con la misma dimensión del mapa de neuronas, que son o se parecen a algunas de las caras de los sujetos, y donde las imágenes más parecidas se encuentran próximas las unas con las otras.

Para este experimento generamos un mapa de 5 filas y 6 columnas y ejecutamos el algoritmo durante 50 iteraciones, con 25 para la primera fase y otras 25 para la segunda fase y con los parámetros de control σ_0 , σ_f y τ a 3, 0,1 y 50, respectivamente. El *RDD* de Spark que contiene las muestras de entrada es configurado para utilizar 10 particiones. Mientras que las versiones para CPU y GPU hacen exactamente lo mismo, utilizan métodos distintos para la generación de los pesos aleatorios iniciales. Por ello, para este experimento de verificación, tomamos también las dos medidas de calidad del mapa autoorganizado consideradas: el error de cuantificación y el error topográfico.

En la figura 4.1, podemos observar los resultados obtenidos para la ejecución de este algoritmo sobre CPU. En ella, podemos observar que, personas con piel de color más oscuro se agrupan en la esquina superior izquierda, o que, en la fila inferior nos encontramos ante imágenes de la misma persona, donde en las 2 primeras imágenes el sujeto está mirando de lado y, en las siguientes, parece llevar gafas puestas, entre otros detalles. En este ejemplo obtenemos un error de cuantificación de 6,57 y un error topográfico de 0,0325, tardando un total de 203,09 segundos en su ejecución.

En la figura 4.2, podemos observar los resultados obtenidos para la ejecución de este algoritmo sobre nuestro dispositivo *CUDA*. En ella, podemos obser-



Figura 4.1: Imagen obtenida en el experimento para CPU del mapa autoorganizado.

var como, personas que están claramente sonriendo se encuentran en la parte derecha de la penúltima fila, o en la esquina superior derecha, encontramos imágenes del mismo sujeto con gafas puestas. Para este ejemplo obtenemos un error de cuantificación de 6,56 y un error topográfico de 0,0125, tardando un total de 281,01 segundos en su ejecución.

En este pequeño experimento hemos podido comprobar visualmente que ambas implementaciones funcionan correctamente y proporcionan resultados similares, excepto en el tiempo de ejecución, y gran parte de los errores de implementación fueron detectados gracias a este experimento. El hecho de que la versión para GPU tarde más que la versión para CPU a que en cada una de las 10 particiones del *RDD* se evalúan tan sólo 40 muestras y, nuestro algoritmo, en cada iteración y para cada partición, ha de realizar transferencias de memoria entre host y dispositivo, añadiendo un *overhead*. Dado este número bajo de muestras, estamos invirtiendo más tiempo en realizar esas transferencias y lanzar los *kernels* que en los pocos cálculos necesarios. Conforme el número de muestras sea mayor, como veremos en el siguiente experimento, iremos obteniendo mejores resultados con la GPU.

4.3.2. Uso del modelo sobre un conjunto de datos grandes dimensiones.

Posteriormente, para evaluar la capacidad del algoritmo ante un conjunto de mayores dimensiones, utilizamos SUSY. Para este experimento ignoramos las etiquetas de salida y utilizamos un mapa de neuronas de 8 filas y 7 columnas con los parámetros de control τ a 10, σ_0 a 4, σ_f a 0,1. El algoritmo lo



Figura 4.2: Imagen obtenida en el experimento para GPU del mapa autoorganizado.

ejecutamos durante 10 iteraciones (5 cada fase) y realizamos 4 repeticiones del experimento para tomar una medida de tiempo promedio, con el fin de obtener resultados más fiables que realizando una única ejecución. En este experimento nos centramos en evaluar como varía el tiempo de ejecución de nuestra implementación y la ganancia conseguida según vamos aumentando el número de muestras totales a evaluar. Para todos los experimentos nuestro RDD tendrá 10 particiones e iremos variando la cantidad de muestras totales de SUSY que vamos a procesar.

<i>Nº de Muestras</i>	<i>Tiempo CPU (s)</i>	<i>Tiempo GPU (s)</i>	<i>Ganancia</i>
500000	231,09	56,99	4,06
1000000	426,19	58,74	7,26
1500000	618,29	61,41	10,07
2000000	822,55	62,73	13,11
2500000	1017,45	66,22	15,36
3000000	1212,12	67,75	17,89
3500000	1398,09	67,14	20,83
4000000	1616,68	67,63	23,90
4500000	1788,50	68,45	26,13
5000000	1992,61	72,30	26,99

Cuadro 4.2: Tiempos promedios de ejecución y ganancias para el experimento del mapa autoorganizado sobre SUSY.

En la tabla 4.2 vemos las diferencias entre los tiempos promedios de 4 ejecuciones para CPU y 4 ejecuciones para GPU según los percentiles de muestras propuestos para el experimento. La evolución de los tiempos de ejecución

para la GPU oscila en un pequeño intervalo entre los 60-70 segundos (1 minuto). Sin embargo, la evolución de los tiempos para la CPU oscila entre los 231 segundos (casi 4 minutos) y 1992 segundos (33 minutos) por ejecución. Para una mejor visualización de estos resultados planteamos la gráfica de la figura 4.3, en la que combinamos las gráficas de líneas para la evolución de los tiempos promedios con las ganancias obtenidas en una gráfico de barras.

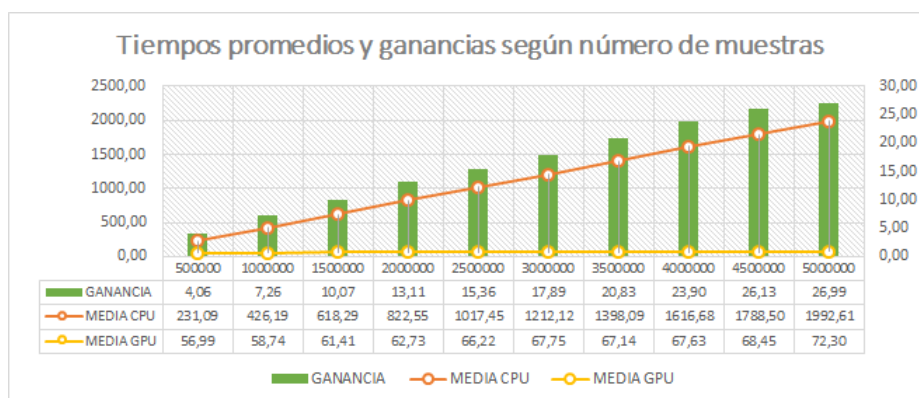


Figura 4.3: Gráfica con tiempos promedios y ganancias para SUSY.

En la gráfica planteada vemos de manera clara cómo, al aumentar el número de muestras, la implementación basada en *CUDA* y *Spark* es considerablemente más rápida que su homóloga para CPU. En el ejemplo más pequeño planteando, es decir, evaluar medio millón de muestras, en el que cada una de las 10 particiones del *RDD* evalúa 50000 muestras, la versión para *CUDA* es 4 veces más rápida que su homóloga para CPU. En el ejemplo más grande propuesto, es decir, evaluar 5 millones de muestras, el uso de *CUDA* nos ofrece un tiempo de ejecución casi 27 veces más rápido que la CPU.

4.3.3. Resultados de Nsight sobre la versión final del algoritmo.

PENDIENTE DE REDACTAR.

4.4. Experimentos para evaluar el árbol de decisión.

Para los experimentos relaciones con estos problemas de clasificación tenemos en cuenta dos métricas: el tiempo de ejecución y la precisión (porcentaje de predicciones correctas).

En primer lugar, durante el proceso de desarrollo, se empezó a evaluar la creación de un único árbol con profundidad limitada entre la implementación desarrollada y la implementación de Spark. Hemos de destacar, antes de comentar los resultados obtenidos, que, a diferencia del modelo anterior, el algoritmo utilizado para el cálculo en la CPU y el creado en CUDA no hacen lo mismo (el nuestro está basado en una búsqueda exhaustiva de puntos de corte y el de Spark en una discretización por cuantiles y el uso de histogramas) aunque ambos generen un árbol de decisión. Los resultados obtenidos fueron generados mediante un proceso de validación cruzada *leave-one out* con 10 particiones, es decir se generaron 10 particiones aleatorias de los datos y, en cada iteración, una es seleccionada para comprobar la precisión del modelo obtenido y el resto para entrenarlo, de tal manera que todas las particiones son utilizadas para comprobar la calidad del modelo generado por el resto de ellas. Los resultados obtenidos de la validación cruzada son el promedio de estas iteraciones.

4.4.2. Análisis de los resultados para la generación de un único árbol.

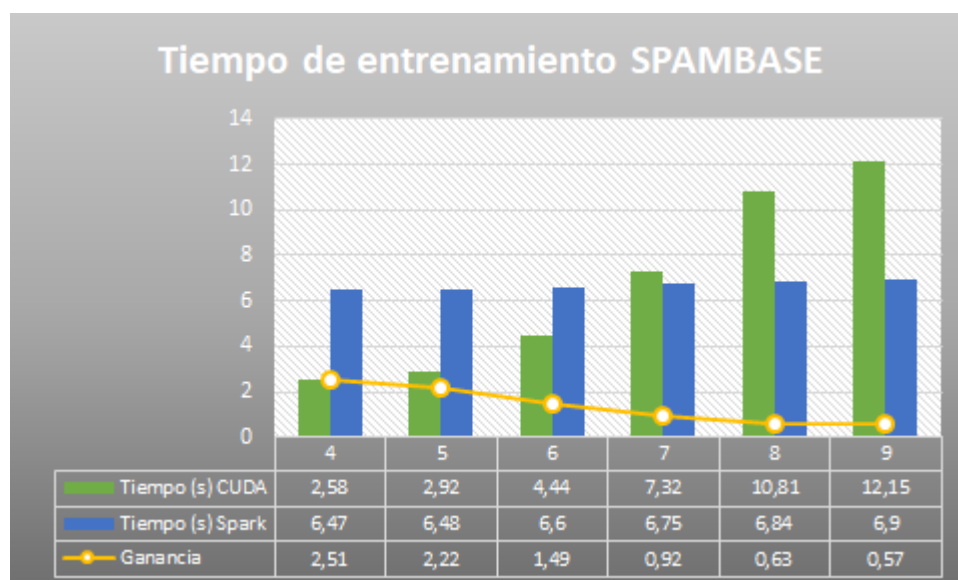


Figura 4.4: Tiempo de entrenamiento y ganancia según profundidad en Spambase.

En la figura 4.4 podemos observar cómo evolucionan los tiempos de ejecución del modelo para CPU (en azul) y CUDA (en verde) según vamos aumentando la profundidad de los árboles generados empezando en cuarto nivel de profundidad y terminando en el noveno. Podemos concluir con facilidad que el rendimiento de la implementación en CUDA empeora considerablemente conforme aumentamos los niveles de profundidad, incluso llegando a ser más lento que la versión en CPU de *Spark*, factor que resulta razonable pues, conforme vamos aumentando dicho nivel más kernels han de ser lanzados y el número de muestras en cada uno va a ser inferior pudiendo llegar a ser incapaz de aprovechar la capacidad de procesamiento que tienen los núcleos de CUDA por ejemplo sin el nodo no hay suficientes elementos para utilizar todas las hebras de un bloque o siquiera las de un *warp*, así como la reorganización de los datos en la memoria que sigue siendo una operación bastante costosa, aunque no haga falta aplicar de nuevo un algoritmo de ordenación, que ocurre en cada nivel.

La generación de un árbol de decisión para Spambase expone los dos problemas principales cuando utilizamos este algoritmo: tener un número de muestras relativamente reducido y una gran cantidad de listas de atributos. Si tenemos un número de muestras más o menos reducido, en este caso te-

nemos 4600 muestras, el nivel de profundidad en el que la utilización de la GPU de manera efectiva decae considerablemente se alcanza antes. Por otro lado, el elevado número de atributos (56 más la etiqueta de salida) implica la generación de 56 listas de atributos que generan tanto un *overhead* en la complejidad espacial del modelo en la GPU como en la cantidad de transferencias de datos que se han de realizar en la memoria global del dispositivo CUDA.

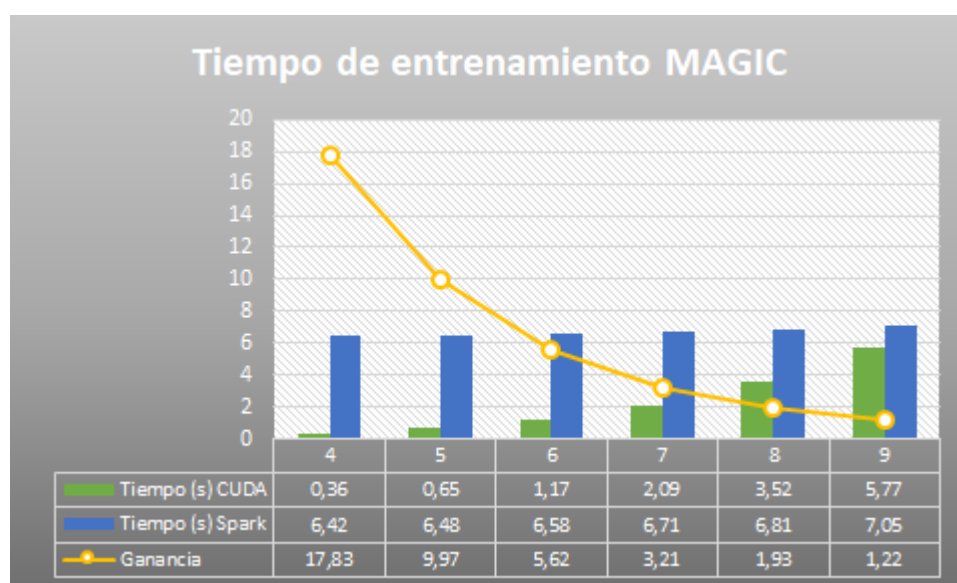


Figura 4.5: Tiempo de entrenamiento y ganancia según profundidad en MAGIC.

En la figura 4.5 realizamos el mismo análisis para el conjunto de datos *MAGIC Gamma Telescope*. En este caso nos encontramos, en cierta manera, con la situación contraria a la que observábamos en Spambase, el número de muestras considerablemente más elevado (19020) y el número de atributos mucho más reducido (10 más la etiqueta de salida) ponen de manifiesto la velocidad de la ejecución del algoritmo cuando se dan las condiciones ideales para su uso. Cabe destacar que para profundidades muy reducidas, como ocurre en el nivel de profundidad 4, obtenemos una gran ganancia, siendo 17 veces más rápida nuestra implementación que la de *Spark* y manteniendo ganancias considerables para profundidades 6 y 7 (5,62 y 3,21, respectivamente).

Puesto que, como comentábamos previamente, ambas implementaciones no hacen exactamente lo mismo es importante observar también las diferencias existentes en términos de precisión para ambos modelos.

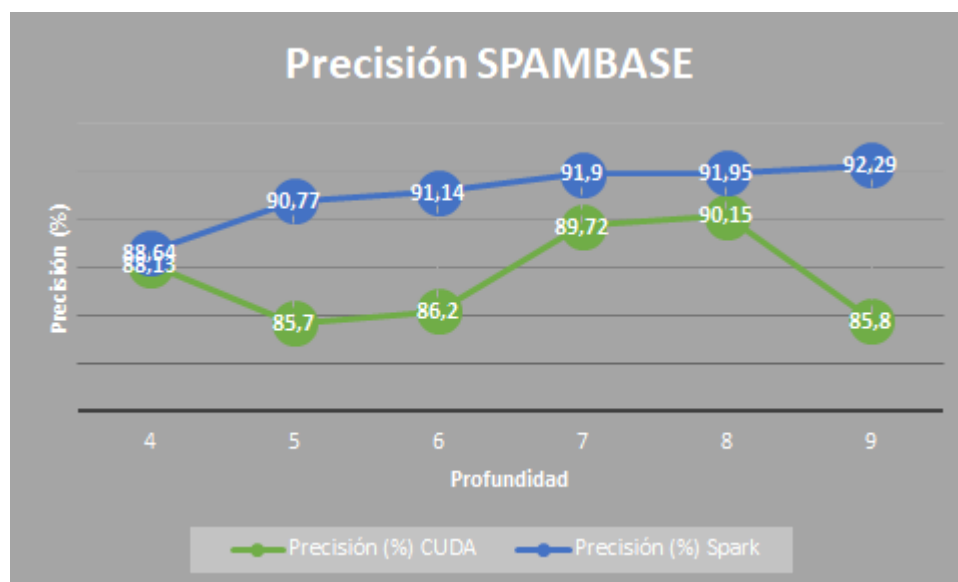


Figura 4.6: Precisión según profundidad en SPAMBASE.

La precisión de nuestra implementación según la profundidad (figura 4.6) es considerablemente inferior en la mayoría de niveles de profundidad para el entrenamiento de *Spambase*. La posibilidad de que muestras ruidosas afecten a la calidad de los resultados obtenidos en nuestro modelo es mucho mayor que en el de *Spark* pues no hemos utilizado ninguna técnica de poda más avanzada que limitar la profundidad del árbol generado. Dependiendo del nivel de profundidad, nuestra implementación llega a un rango competitivo de precisión con *Spark* o queda considerablemente por detrás, siendo el caso más claro la profundidad 9 donde *Spark* obtiene una ventaja en precisión del 6,49%.

Por otro lado, en la figura 4.7, podemos observar que no sólo podemos tener problemas por la falta de técnicas de poda avanzadas sino que puesto que ambos algoritmos generan un árbol de decisión de maneras considerablemente distintas habrá situaciones en las que las diferencias entre uno y otro sean mayores y otras en las que sean ambas muy competentes, como en este caso que según el nivel de profundidad la diferencia de precisión varía entre el 0,36% y el 2,04%.

Una vez vistos los puntos fuertes y débiles de nuestra implementación a la hora de probar con nuestro conjunto de *Big Data*, *SUSY*, decidimos en vez de generar un único árbol generar un *random forest* con nuestros árboles de profundidad limitada. En concreto, para el entrenamiento tenemos 4 millo-

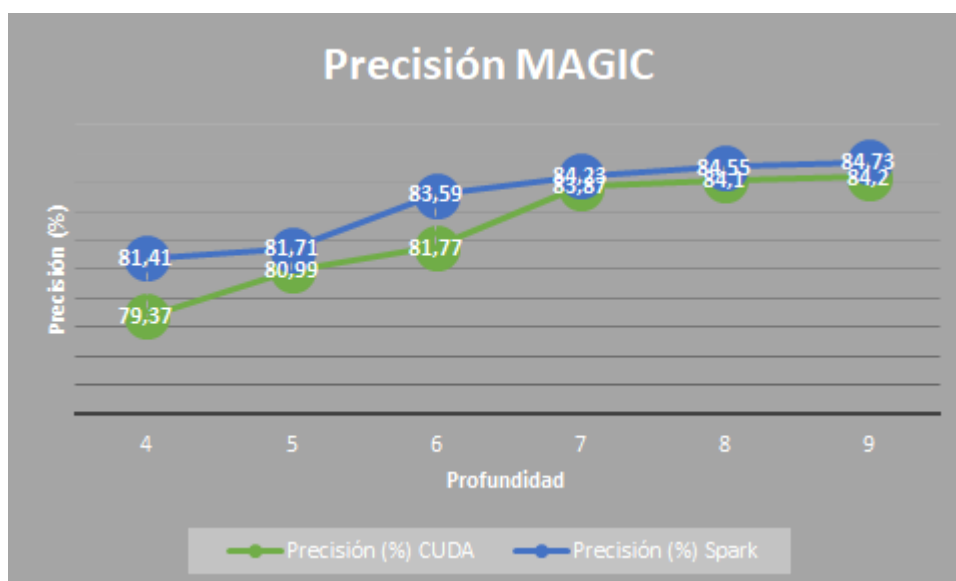


Figura 4.7: Precisión según profundidad en MAGIC.

nes y medio de muestras de 18 atributos más la etiqueta de clasificación. Para nuestro experimento sobre este conjunto hemos generado un *random forest* de 225 árboles utilizando cada uno de ellos 20000 de la muestras presentes en el conjunto y utilizando todos los atributos para entrenar cada árbol. Hemos realizado la misma validación cruzada y realizado el experimento para el sexto y el séptimo nivel de profundidad.

4.4.3. Tabla de resultados del random forest.

	<i>CUDA</i>		<i>SPARK</i>	
<i>Repetición</i>	<i>Tiempo (s)</i>	<i>Precisión (%)</i>	<i>Tiempo (s)</i>	<i>Precisión (%)</i>
<i>1</i>	560,48	78,12	1201,04	85,3
<i>2</i>	536,01	78,14	1273,04	85,3
<i>3</i>	519,96	78,24	1236,47	85,38
<i>4</i>	519,47	78,15	1238,79	85,33
<i>5</i>	530,59	78,13	1334,8	85,33
<i>6</i>	543,35	78,11	1324,34	85,24
<i>7</i>	545,54	78,15	1187,43	85,27
<i>8</i>	530,74	78,1	1247,09	85,29
<i>9</i>	558,46	78,18	1251	85,34
<i>10</i>	521,29	78,1	1268,34	85,28
<i>MEDIA</i>	<u>536,59</u>	78,14	<u>1256,23</u>	<u>85,31</u>

Cuadro 4.5: Resultados de validación cruzada en SUSY para profundidad 6.

	<i>CUDA</i>		<i>SPARK</i>	
<i>Repetición</i>	<i>Tiempo (s)</i>	<i>Precisión (%)</i>	<i>Tiempo (s)</i>	<i>Precisión (%)</i>
<i>1</i>	583,13	78,84	1563,44	85,78
<i>2</i>	559,27	78,83	1692,27	85,8
<i>3</i>	584,07	78,97	1768,84	85,88
<i>4</i>	548,74	78,86	1752,11	85,82
<i>5</i>	561,02	78,78	1681,44	85,82
<i>6</i>	574,28	78,76	1734,05	85,72
<i>7</i>	572,08	78,84	1790,56	85,77
<i>8</i>	580,59	78,81	1769,53	85,76
<i>9</i>	576,32	78,81	1816,56	85,82
<i>10</i>	592,13	78,77	1175,02	85,76
<i>MEDIA</i>	<u>573,16</u>	78,83	<u>1674,38</u>	<u>85,79</u>

Cuadro 4.6: Resultados de validación cruzada en SUSY para profundidad 7.

4.4.4. Análisis de los resultados del random forest.

A la hora de realizar este experimento podemos observar cómo los tiempos de ejecución de cada iteración se han disparado para afrontar el problema de mayores dimensiones. La generación de múltiples árboles pequeños nos ha llevado a tardar un promedio de 536,59 segundos para profundidad 6 y 573,16 segundos, es decir un periodo de entre 9 y 10 minutos utilizando la GPU. En el caso de la versión de *Spark* para CPU, en profundidad 6 hemos tardado 1256,23 segundos (unos 20 minutos) y 1674,38 segundos para profundidad 7 (casi 28 minutos), dando lugar a una ganancia promedio de 2,34 para profundidad 6 y de 2,92 para profundidad 7. Mientras que en términos de velocidad de entrenamiento nuestro algoritmo ha sido considerablemente superior incluso incrementando la ganancia al pasar de un nivel de profundidad a otro, hemos de tener en cuenta también la diferencia existente en términos de precisión, que deja nuestra implementación un 7,16 % de precisión peor para profundidad 6 y un 6,97 % peor para profundidad 7.

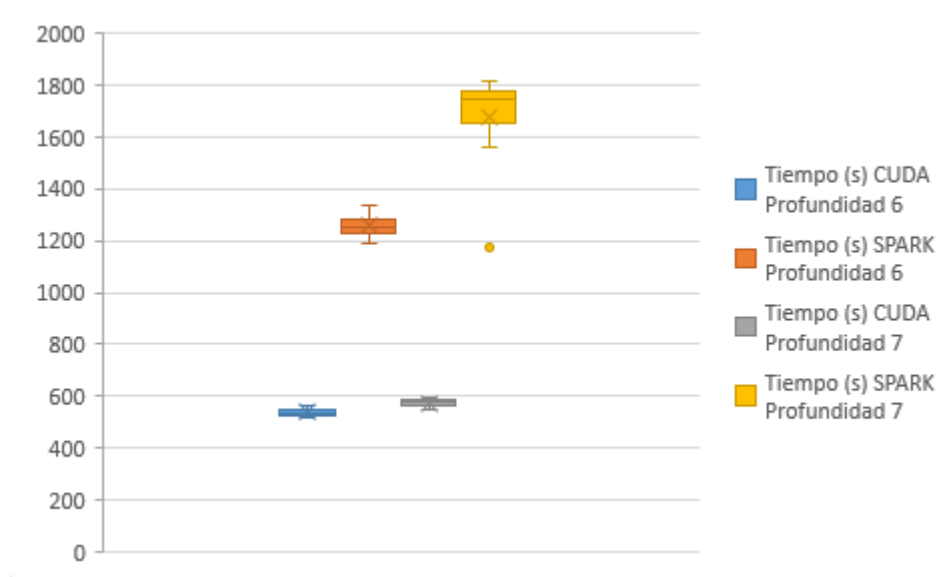


Figura 4.8: Diagrama de cajas y bigotes para el tiempo de entrenamiento del random forest para SUSY.

De todos los experimentos realizados podemos concluir que mientras que, efectivamente nuestro modelo es más rápido siempre y cuando no generemos árboles demasiado profundos o tengamos una cantidad de atributos muy elevada. En este trabajo, nos hemos centrado en conseguir esa ganancia durante el proceso de entrenamiento. No obstante, pueden ser líneas de trabajo futuras sobre este modelo un análisis específico de los parámetros de

profundidad y número de árboles óptimos, la utilización de otros criterios además del utilizado, o el uso del tiempo extra obtenido para mejorar los resultados ya sea con algún preprocesamiento de datos o el uso de criterios de poda más avanzados, entre otros.

4.4.5. Resultados de nvprof sobre la versión final del algoritmo.

Por último, como realizábamos para el modelo anterior, analizamos el punto final en el que hemos dejado nuestra implementación utilizando el profiler de NVIDIA, *nvprof*. Para realizar el *profile*, entrenamos MAGIC en un árbol de profundidad 6. El diagrama de sectores de la figura 4.9 nos presenta un resumen de dichos resultados.

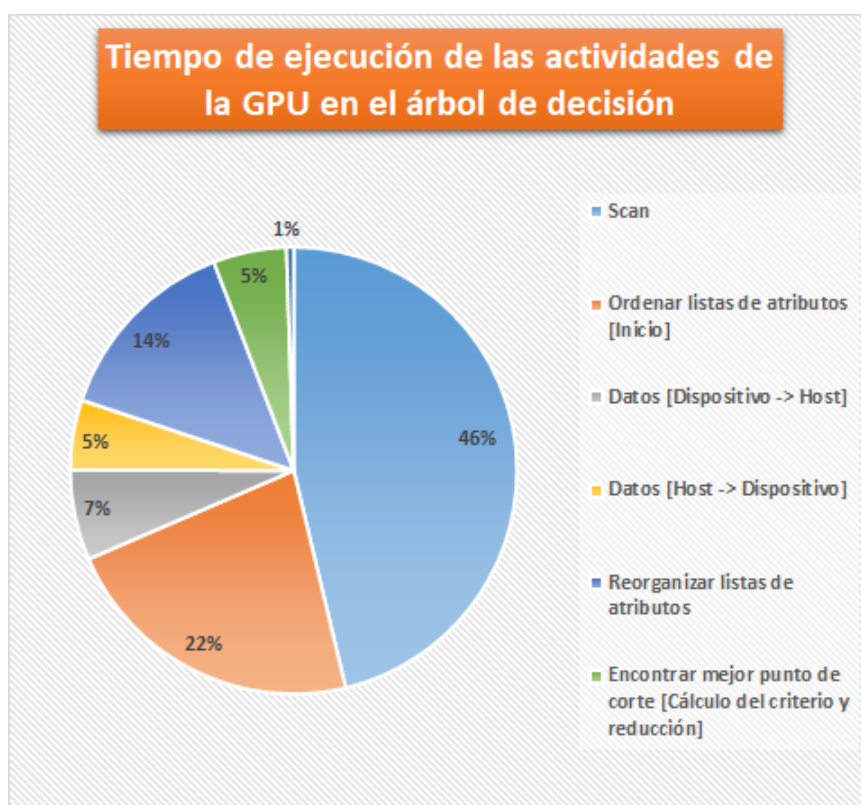


Figura 4.9: Diagrama de sectores de los resultados de nvprof para el árbol de decisión.

Como cabía esperar el cuello de botella es la implementación de la primitiva de *scan* pues es utilizada amplia y reiteradamente durante la ejecución del

algoritmo con un 46 % seguido de la implementación del *Radix Sort* de *CuPy* que utilizamos para organizar las listas de atributos al inicio del algoritmo con un 22 % y posteriormente la reorganización de las listas de atributos con un 14 %. Dados estos resultados, queda claro que, si es posible, es prioritario optimizar la operación de *scan* implementada aunque buscar alternativas para la organización inicial de las listas de atributos o la reorganización que ocurre cada nivel serían también opciones interesantes.

Capítulo 5

Conclusiones y trabajos futuros.

Bibliografía

- [1] NVIDIA, “Procesamiento paralelo cuda,” consultado el 27 de abril de 2019. [Online]. Available: <https://www.nvidia.es/object/cuda-parallel-computing-es.html>
- [2] T. Kohonen, “The self-organizing map,” *Proceedings of the IEEE*, vol. 78, no. 9, pp. 1464–1480, Sep. 1990.
- [3] L. Breiman, J. H. Friedman, R. A. Olshen, and C. J. Stone, *Classification and Regression Trees*, ser. Statistics/Probability Series. Belmont, California, U.S.A.: Wadsworth Publishing Company, 1984.
- [4] M. Zaharia, R. S. Xin, P. Wendell, T. Das, M. Armbrust, A. Dave, X. Meng, J. Rosen, S. Venkataraman, M. J. Franklin, A. Ghodsi, J. Gonzalez, S. Shenker, and I. Stoica, “Apache spark: A unified engine for big data processing,” *Commun. ACM*, vol. 59, no. 11, pp. 56–65, Oct. 2016. [Online]. Available: <http://doi.acm.org/10.1145/2934664>
- [5] F. Codevilla, S. Botelho, N. Duarte Filho, and J. Gaya, “Parallel high dimensional self organizing maps using cuda,” 10 2012, pp. 302–306.
- [6] H. Daneshpajouh, P. Delisle, J.-C. Boisson, M. Krajecki, and N. Zakaria, *Parallel Batch Self-Organizing Map on Graphics Processing Unit Using CUDA*, 01 2018, pp. 87–100.
- [7] W.-T. Lo, Y.-S. Chang, R.-K. Sheu, C.-C. Chiu, and S.-M. Yuan, “Cudt: a cuda based decision tree algorithm,” *TheScientificWorldJournal*, vol. 2014, p. 745640, 07 2014.
- [8] D. Svatensson, “Implementing streaming parallel decision trees on graphic processing units,” 06 2018. [Online]. Available: <http://www.diva-portal.se/smash/get/diva2:1220512/FULLTEXT02.pdf>
- [9] J.-C. Fort, P. Letrémy, and M. Cottrell, “Advantages and drawbacks of the batch kohonen algorithm,” 01 2002, pp. 223–230.
- [10] F. C. y. M. J. M. B. Fernando Berzal, Juan Carlos Cubero, “On the quest for easy to understand splitting rules,” *Data & Knowledge Engineering*, vol. 44, no. 1, pp. 31 – 48, 2003.

- [11] L. Breiman, “Random forests,” *Machine Learning*, vol. 45, no. 1, pp. 5–32, Oct 2001. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1023/A:1010933404324>
- [12] S. Kwan Lam, A. Pitrou, and S. Seibert, “Numba: a llvm-based python jit compiler,” 11 2015, pp. 1–6.
- [13] R. Okuta, Y. Unno, D. Nishino, S. Hido, and C. Loomis, “Cupy: A numpy-compatible library for nvidia gpu calculations,” in *Proceedings of Workshop on Machine Learning Systems (LearningSys) in The Thirty-first Annual Conference on Neural Information Processing Systems (NIPS)*, 2017. [Online]. Available: http://learningsys.org/nips17/assets/papers/paper_16.pdf
- [14] M. Harris, “Optimizing parallel reduction in cuda,” *Proc. ACM SIGMOD*, vol. 21, pp. 104–110, 01 2007.
- [15] J. Shafer, R. Agrawal, and M. Mehta, “Sprint: A scalable parallel classifier for data mining,” *VLDB*, 08 2000.
- [16] S. Sengupta, M. Harris, M. Garland, and J. Owens, *Efficient Parallel Scan Algorithms for GPUs*, 01 2011, pp. 413–442.
- [17] d. d. S.-L. AT&T Laboratories Cambridge, “The olivetti faces dataset,” 1994, enlace consultado el 6 de abril de 2019. [Online]. Available: https://scikit-learn.org/0.19/datasets/olivetti_faces.html
- [18] D. Dua and C. Graff, “Spambase, UCI machine learning repository,” consultado el 20 de abril de 2019. [Online]. Available: <https://archive.ics.uci.edu/ml/datasets/spambase>
- [19] —, “Magic, UCI machine learning repository,” consultado el 20 de abril de 2019. [Online]. Available: <https://archive.ics.uci.edu/ml/datasets/magic+gamma+telescope>
- [20] P. Baldi, P. Sadowski, and D. Whiteson, “Searching for exotic particles in high-energy physics with deep learning,” *Nature communications*, vol. 5, p. 4308, 07 2014.