

∴  $n = 4$

## הוכחה:

C.A - הוגנית B.D

$$(CA) \cdot (BD) = (C(AB))D = (C \cdot I_m)D = CD = I_m$$

$$(BO) \cdot (CA) = (B(DC))A = (BI_n)A = BA = I_m$$

נסקה:

מספר:

## הנ"ה

עצמו קוצר יומנו מעלה א מצאנו ונחמנו

∴  $150 \text{ C}$

$B=C$  אדם  $A, B$  הוכחנו כי  $15$   $15$

$$C = I_m C = (BA)C = B(AC) = B I_m = B$$

## הוא קה :

א. זכר ארץ זבת חיים ושלום.

: הפסד

★ למח 1:

יומ  $A \in M_{m \times m}(\mathbb{R})$  כך שיש לה עמודות אוכסיות, או שורות אוכסיות,

אז  $A$  אינה הפיכה.

הוכחה:

נניח בגלילה כי  $A$  יש  $m$  כוונות הוכנית ונסמן  $B$  הוא.

יומ העמודות ה- $j$  של  $A$  היא עמודת אוכסיות, אז העמודה ה- $j$  של  $B \cdot A = I_m$  היא עמודת אוכסיות.

סתיירה (כי אין עמודת אוכסיות במ) היקילה

יומ השורה ה- $i$  של  $A$  היא שורה אוכסיות, אז השורה ה- $i$  של  $A \cdot B = I_m$  היא שורה אוכסיות.

סתיירה (כי אין שורה אוכסית במ) היקילה

★ למח 2:

יומ  $R \in M_{m \times m}(\mathbb{R})$  מדרגה מבוטלת סבה

יש  $m$  איברים מובילים, אז  $R = I_m$ .

הוכחה:

כל שורה וכל עמודה של  $R$  יש בהיוק איבר מוביל יחיד.

אז האיבר המוביל של שורה 1 חייב להיות בעמודה 1, כי אחרת העמודה 1 לא יהיה איבר מוביל.

האיבר המוביל של שורה 2 חייב להיות בעמודה 2, כי אחרת העמודה 2 לא יהיה איבר מוביל, וכן הלאה.

עכשיו כל האיברים המובילים המובילים באולם,  $R = I_m$  ולכן.

תהי  $A \in M_{m \times m}(\mathbb{R})$ . תהי  $R$  מטריצה מבוזבזת מבוזבזת. אז  $A$  שכינה  $A$ .

אם  $A$  הפיכה אז ויכן  $R = I_m$ .

הוכחה:

$\Rightarrow$  נניח כי  $R = I_m$  ונבדוק כי  $A$  הפיכה.

קיימת  $P \in M_{m \times m}(\mathbb{R})$  הפיכה כך  $I_m = R = PA$ .

קיימת  $Q \in M_{m \times m}(\mathbb{R})$  הוסיפה  $P$ , כלומר  $PQ = \boxed{QP = I_m}$ .

אם  $A = Q$  ולכן  $A$  הוסיפה  $P$ . אז  $A$  הפיכה.

$$\begin{aligned} QP &= PA = I_m \\ \Downarrow \\ Q &= A \end{aligned}$$

$\Leftarrow$  נניח כי  $A$  הפיכה, ונבדוק כי  $R = I_m$ .

קיימת  $P \in M_{m \times m}(\mathbb{R})$  הפיכה כך  $R = PA$ .

מאות  $P, A$  הפיכה, לכן  $R = P \cdot A$  הפיכה.

נניח  $R \neq I_m$ , אז לפי למדנו,  $R$  אינה הפיכה. אז  $R$  קאן  $n$  מ.

אם  $R$  אינה הפיכה, אז  $R$  אינה הפיכה. אז  $R$  אינה הפיכה. אז  $R$  אינה הפיכה.

## נסתר

אם  $A \in M_{m \times m}(R)$  הפיכה, אז קיימות מלכיות וגורמים

$$D_1, \dots, D_k, D_{k+1} \in M_{m \times m}(R)$$

$$A = D_1 \cdot D_2 \cdot \dots \cdot D_k$$

## הוכחה:

לפי המסלול, המלכיות המצומצמות מתקבלות מ- $A$  דרך תהליך הצניח והיא  $I_m$ .

נסימן את פשוט תהליך הצניח של  $A$  ב- $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_k$ .

$$I_m = \xi_k \left( \dots \left( \xi_2 \left( \xi_1(A) \right) \dots \right) \right) \quad \text{אם} \quad E_i = \xi_i(I_m) \quad \text{נסימן} \quad 1 \leq i \leq k$$

$$I_m = E_k \dots E_2 E_1 A \quad \text{ובן}$$

נסימן  $D_i$  את המלכיות הקובעים של  $E_i$  ו- $D_i$  אצלם גורמים.

ואז מתקיים:

$$\begin{aligned} D_1 \cdot D_2 \cdot \dots \cdot D_k &= D_1 \cdot D_2 \cdot \dots \cdot D_k \cdot I_m = D_1 \cdot D_2 \cdot \dots \cdot D_{k-1} (D_k E_k) E_{k-1} \dots E_2 E_1 \cdot A = \\ &= D_1 \cdot D_2 \cdot \dots (D_{k-1} \cdot E_{k-1}) \dots E_2 E_1 \cdot A = (D_1 E_1) \cdot A = A \end{aligned}$$

ההוכחות של המלכיות האפסיות של הצניח.

הערה: יומר  $A \in M_{m \times m}(\mathbb{R})$  ו-  $I_m$  מתקבלת מ-  $A$  כ"י סכרה

אם  $\tilde{A}$  כלשהי, אז המציבה ההופכית של  $A$  מתקבלת

מ-  $I_m$  כ"י אותה סכרה של  $\tilde{A}$ .

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

בוצענו:

נקודת האמת  $A$  הפכה, וימר כן נמצאו לה הופכית.

$$\left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{R_3 \rightarrow R_3 + R_1} \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{R_3 \rightarrow R_3 - R_2}$$

$$\left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{\substack{R_1 \rightarrow R_1 + R_3 \\ R_2 \rightarrow R_2 + R_3}} \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & 1 \end{array} \right)$$

עכשיו  $A$  הפכה (כי המצבנות המצבנות של  $A$  היא מלמעלה הימנית)

אז כן ההופכית