练习题答案

练习 1

(1)2　(2)$(a+b+c)(b-a)(c-a)(c-b)$ 可用范德蒙?

(3)$(a_2a_3-b_2b_3)(a_1a_4-b_1b_4)$ 可用拉普拉斯?或直接展开.

(4)0 或 1　(5)1 或 -1　(6)2

练习 2.1

注意这 6 个符号,是矩阵?还是数?数与矩阵的关系.

(1)$\begin{bmatrix}1&2&-1\\3&6&-3\\2&4&-2\end{bmatrix}$　(2)$\begin{bmatrix}1&3&2\\2&6&4\\-1&-3&-2\end{bmatrix}$　(3)5　(4)5　(5)$\begin{bmatrix}1&3&2\\3&9&6\\2&6&4\end{bmatrix}$　(6)6

练习 2.2

(1)$x_1^2+7x_2^2+8x_1x_2$　(2)$x_1^2+2x_2^2+3x_3^2+2x_1x_3-2x_2x_3$　(3)$\begin{bmatrix}0&6\\0&6\end{bmatrix}$

练习 2.3

(1)D　(2)$\begin{bmatrix}-4&-3\\-1&-1\end{bmatrix}$　(3)$\begin{bmatrix}3&0&0\\0&2&0\\0&0&1\end{bmatrix}$　(4)$\begin{bmatrix}1&-4&-3\\1&-5&-3\\-1&6&4\end{bmatrix}$

练习 2.4

(1)$\begin{bmatrix}2&1&3\\10&4&12\\8&7&9\end{bmatrix}$　(2)$\begin{bmatrix}2&5&4\\1&3&1\\1&5&2\end{bmatrix}$　(3)$\begin{bmatrix}1&-2&1\\0&2&2\\0&3&0\end{bmatrix}$　(4)$\begin{bmatrix}1&0&1&0\\0&1&-1&0\\0&0&0&1\end{bmatrix}$

练习 2.5

(1)24(有同学得 -24 吗?)　(2)$\dfrac{27}{5}$(注意 $\boldsymbol{A}^*=|\boldsymbol{A}|\boldsymbol{A}^{-1}$)

练习 3.1

(1)$a=5$　(2)$a=-9$　(3)D

练习 3.2

(1)$r=2$　(2)$a=2$ 时,$r=2$. 极大无关组 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2$.

$\boldsymbol{\alpha}_3=-\boldsymbol{\alpha}_1+2\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_4=-2\boldsymbol{\alpha}_1+3\boldsymbol{\alpha}_2$.

$a\neq 2$ 时,$r=3$. 极大无关组 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_4$.

$\boldsymbol{\alpha}_3=-\boldsymbol{\alpha}_1+2\boldsymbol{\alpha}_2$.

练习 3.3

(1)B　(2)A

练习 4.1

(1)$(2,1,0,0)^{\mathrm{T}},(-3,0,1,0)^{\mathrm{T}},(4,0,0,1)^{\mathrm{T}}$　(2)$\lambda\neq 1$

(3)D　(4)$k_1(-2,2,1,0,0)^{\mathrm{T}}+k_2(3,2,0,1,2)^{\mathrm{T}}$　k_1,k_2 为任意常数

练习 4.2

(1)$a=-2$　(2)$(0,0,0,-1)^{\mathrm{T}}+k_1(-1,1,0,0)^{\mathrm{T}}+k_2(-1,0,1,-2)^{\mathrm{T}}$　k_1,k_2 为任意常数

(3)$a=3$ 时方程组有解,$(1,1,0)^{\mathrm{T}}+k(1,-3,1)^{\mathrm{T}}$　k 为任意常数

练习 5.1

(1)D　(2)D　(3)37

(4) 特征值:4,0,-2,特征向量依次为 $k_1(7,4,-17)^{\mathrm{T}},k_2(1,0,1)^{\mathrm{T}},k_3(1,-2,1)^{\mathrm{T}},k_1,$

k_2,k_3 全不为 0

(5) 特征值:1,1,-5,$\lambda=1$ 时特征向量为 $k_1(1,1,0)^{\mathrm T}+k_2(1,0,1)^{\mathrm T}$,$k_1,k_2$ 不全为 0;$\lambda=-5$ 时特征向量为 $k_3(-1,1,1)^{\mathrm T}$,$k_3\neq 0$

练习 5.2

(1)$\boldsymbol E$ (2)$\boldsymbol P^{-1}\boldsymbol{AP}=\begin{bmatrix}3&&\\&1&\\&&2\end{bmatrix}$ (3)B (其中第二和第三两个矩阵不能相似对角化)

(4)$a=2$ $\boldsymbol P=\begin{bmatrix}3&0&-1\\1&0&1\\0&1&2\end{bmatrix}$时 $\boldsymbol P^{-1}\boldsymbol{AP}=\begin{bmatrix}2&&\\&2&\\&&-2\end{bmatrix}$

练习 5.3

(1)$\lambda=0$,特征向量 $k(-1,1,1)^{\mathrm T}$ 注:$r(\boldsymbol A)=2\Rightarrow|\boldsymbol A|=0$,所以 $\lambda=0$ 是特征值

(2)$\boldsymbol Q=\begin{bmatrix}0&1&0\\\frac{1}{\sqrt2}&0&\frac{1}{\sqrt2}\\-\frac{1}{\sqrt2}&0&\frac{1}{\sqrt2}\end{bmatrix}$时,$\boldsymbol Q^{-1}\boldsymbol{AQ}=\begin{bmatrix}1&&\\&2&\\&&5\end{bmatrix}$

练习 6

(1)$a=5$ (2)$y_1^2+y_2^2-y_3^2$ (3)$\begin{bmatrix}1&&\\&1&\\&&0\end{bmatrix}$

(4)$\boldsymbol x=\begin{bmatrix}\frac{1}{\sqrt3}&\frac{1}{\sqrt2}&-\frac{1}{\sqrt6}\\\frac{1}{\sqrt3}&0&\frac{2}{\sqrt6}\\-\frac{1}{\sqrt3}&\frac{1}{\sqrt2}&\frac{1}{\sqrt6}\end{bmatrix}\boldsymbol y$,$\boldsymbol x^{\mathrm T}\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol y^{\mathrm T}\boldsymbol\Lambda\boldsymbol y=3y_1^2-2y_2^2$

(5) 不正定. 对二次型矩阵 $\boldsymbol A=\begin{bmatrix}2&-1&-1\\-1&2&-1\\-1&-1&2\end{bmatrix}$,有 $|\boldsymbol A|=0$,所以二次型不是正定二次型. 注意若令$\begin{cases}y_1=x_1-x_2\\y_2=x_2-x_3\\y_3=-x_1+x_3\end{cases}$ (*),则因 $\begin{vmatrix}1&-1&0\\0&1&-1\\-1&0&1\end{vmatrix}=0$ 而知(*)不是坐标变换.

用心智的全部力量,来选择咱们应遵循的道路。

——笛卡尔