$\begin{array}{c} Ugeopgave \ 3 \\ {\it Computerarkitektur} \end{array}$

Kristian Gausel¹, Rasmus Skovdal², og Steffan C. S. Jørgensen³

 $^{1}201509079$, 201509079@post.au.dk $^2201509421,\; rasmus.skovdal@post.au.dk$ $^3201505832,\ 201505832$ @post.au.dk

1. maj 2016

Indledning 1

Denne opgave omhandler IJVM programmet GEC.j, der implementerer relationen $a \ge b$ ved brug af subtraktion. Kildekoden for *GEC.j* ses i kodeudsnit 1.

```
1 .method main
                      // int main
2 .args 3
                      // ( int a, int b )
3 .define a = 1
4 \cdot define b = 2
5
6 if:
                      // {
7
       iload a
                      // if (a >= b)
8
       iload b
9
10
       // stack = a - b, ...; a - b < 0 => a < b
11
12
       iflt else
13 then:
14
      bipush 1
                           return 1;
15
      goto endif
16 else:
17
      bipush 0
                      // return 0;
18 \ \mathtt{endif}:
                      // }
19
       ireturn
```

2 Spørgsmål A

Da IJVM repræsenterer heltal som 32-bit lange med andenkomplement, så kan alle tal i følgende interval repræsenteres.

$$[-2^{31}, 2^{31}-1]$$

Programmet GEC.j vil have problemer med overløb hvis én af to nedenstående uligheder gør sig gældende:

$$a-b < -2^{31}$$
 eller $a-b > 2^{31} - 1$

Altså, hvis resultatet af a-b på linje 9 i kodeudsnit 1 er under -2^{31} eller over $2^{31}-1$, så vil der ske et overløb. Eksempler på overløb ses i appendiks A.

3 Spørgsmål B

Under forudsætning af, at argumenterne a og b, der bliver givet som input til programmet, befinder sig inden for intervallet beskrevet under spørgsmål A er der kun risiko for overløb, hvis a og b har forskellige fortegn. Sammenhængen beskrives nedenfor i tabel 1.

$\pm \mathbf{a}$	$\pm \mathbf{b}$	Mulighed for overløb
-a	b	$a - b < -2^{31}$
a	-b	$a - b > 2^{31} - 1$
a	b	Ingen mulighed for overløb Ingen mulighed for overløb
-a	-b	Ingen mulighed for overløb

Tabel 1: Potentielle situationer for overløb ved brug af programmet GEQ.j

Man kan for disse farlige fortegnskombinationer, afgøre relationen $a \ge b$ ved at betragte fortegnene. Hvis a er positiv og b er negativ gælder det altid, at a > b, og omvendt hvis a er negativ og b er positiv, så er a < b.

4 Spørgsmål C

Hvis vi følger argumentationen fra spørgsmål B, kan programmet sikres mod faren for overløb ved at undersøge om en af de to *farlige* situationer er aktuelle. Koden for et program, der implementerer sådanne check, findes i kodeudsnit 2.

5 Spørgsmål D

Det overløbssikre program, hvis kildekode findes i kodeudsnit 2 er blevet afprøvet med de argumenter, der forårsagede fejl i den oprindelige kode for *GEC.j.* Resultatet af disse test finde i appendiks B.

Kodeudsnit 2: Programmet GEC2.j, der sikrer ingen overløb

```
1 .method main
                     // int main
2 .args 3
                     // ( int a, int b )
3 \cdot \text{define a} = 1
4 \cdot define b = 2
6 if: iload a
                     //If a < 0: goto alt</pre>
7
      iflt alt
                     //else: goto amt
8
      goto amt
9 alt:
10
      iload b
      iflt standard //If a < 0 AND b < 0:</pre>
11
                     //goto standard (subtraction)
12
13
      bipush 0
                     //else (a < 0 AND b >= 0):
14
      ireturn
                     //return 0 (false)
15 amt:
16
      iload b
      iflt amt_cont //If a >= 0 AND b < 0:</pre>
17
                     //goto amt_cont (returns 1)
18
      goto standard //else (a >= 0 AND b >= 0):
19
20
                     //goto standard (subtraction)
21 amt_cont:
22
     bipush 1
                    //return 1
23
      ireturn
24 standard:
25
      iload a
26
      iload b
27
      isub
                    //a - b
      // stack = a - b, ...; a - b < 0 => a < b
28
29
      iflt else
30 then:
31
                     // return 1;
      bipush 1
32
      goto endif
33 else:
34
      bipush 0
                     // return 0;
35 endif:
   ireturn
                     // }
```

6 Spørgsmål E

Vi ved at de to input a og b befinder sig inden for det føromtalte interval. Dette medfører, at det højeste mulige tal vi kan få, når vi subtraherer er a+|b|. Pga. andenkomplementsopbygningen vil man aldrig ved addition/subtraktion kunne få tallene helt over på 0 igen ved et overløb, og det tætteste man ville kunne komme på er -1, fordi den øvre intervalgrænse netop er $2^{31}-1$. Ud fra ovenstående, kan relationen a=b implementeres som i kodeudsnit 3.

Kodeudsnit 3: Programmet $\mathit{EQC_Naive.j},$ der ikke tager hensyn til overløb

```
1 \ . {\tt method} \ {\tt main}
                        // int main
                        // ( int a, int b )
 2 .args 3
 3 \cdot \text{define a} = 1
 4 \cdot define b = 2
                        // {
 5
                        // if (a >= b)
 6 if:
            iload a
 7
           iload b
 8
           isub
 9
           // stack = a - b, ...; a - b < 0 => a < b
10
           ifeq else
11 then:
12
           bipush 0
                        //
                            return 0;
13
           goto endif
14 else:
                        //
                             return 1;
15
           bipush 1
16 endif:
17
                        // }
           ireturn
```

Hvis det antages, at overløb ved subtraktion kan resultere i 0, kan en overløbssikker implementation af relationen a=b foretages som i afsnit 4. Denne kode, der ses i kodeudsnit 4, er betragteligt mere omfattende og vil derfor også i de fleste tilfælde være langsommere, men derimod er problemer med overløb udelukket.

Kodeudsnit 4: Programmet EQC.j, der sikrer ingen overløb

```
1 .method main
                      // int main
                      // ( int a, int b )
2 .args 3
3 \cdot \text{define a} = 1
4 \cdot define b = 2
6 if: iload a
                     //If a < 0: goto alt</pre>
7
      iflt alt
                     //else: goto amt
8
      goto amt
9 alt:
10
      iload b
      iflt standard //If a < 0 AND b < 0</pre>
11
                     //goto standard (subtraction)
12
13
                      //else (meaning a < 0 AND b >= 0)
      bipush 0
14
      ireturn
                     //return 0 (false)
15 amt:
16
      iload b
      iflt amt_cont //If a >= 0 AND b < 0:</pre>
17
                      //goto amt_cont (returns 0)
18
19
      goto standard //else (meaning a >= 0 AND b >= 0)
20
                     //goto standard (subtraction)
21 \text{ amt\_cont:}
22
      bipush 0
                     //return 0
23
      ireturn
24 standard:
25
      iload a
26
      iload b
27
                    //a - b
      isub
      // stack = a - b, ...; a - b < 0 => a < b
28
29
      ifeq else
30 then:
                      //return 0;
31
      bipush 0
32
      goto endif
33 else:
34
      bipush 1
                      //return 1;
35 endif:
   ireturn
                      // }
```

A Opgave A

Eksempler med passende argumenter for overløb.

Kodeudsnit 5: Output ved kørsel af GEC.j med et overløb i positiv retning

```
0 \text{ #ijvm GEC.bc a} = 2147483647 b = -1
                           stack = 0, 1, -1, 2147483647, 9
1
2 \ {\tt iload} \ {\tt 1}
              [15 01]
                           stack = 2147483647, 0, 1, -1, 2147483647, 9
3 iload 2
              [15 02]
                          stack = -1, 2147483647, 0, 1, -1, 2147483647, 9
4 isub
              [64]
                           stack = -2147483648, 0, 1, -1, 2147483647, 9
5 \ {\tt iflt} \ {\tt 8}
              [9b\ 00\ 08] stack = 0, 1, -1, 2147483647, 9
6 bipush 0
              [10 00]
                          stack = 0, 0, 1, -1, 2147483647, 9
7 ireturn
              [ac]
                           stack = 0
8 return value: 0
```

Kodeudsnit 6: Output ved kørsel af GEC.j med et overløb i negativ retning

```
0 \text{ #ijvm GEC.bc a} = -2147483648 b = 1
                         stack = 0, 1, 1, -2147483648, 9
1
2 iload 1
             [15 01]
                         stack = -2147483648, 0, 1, 1, -2147483648, 9
3 iload 2
              [15 02]
                         stack = 1, -2147483648, 0, 1, 1, -2147483648, 9
4 isub
             [64]
                         stack = 2147483647, 0, 1, 1, -2147483648, 9
5 \ {\tt iflt} \ {\tt 8}
             [9b\ 00\ 08] stack = 0, 1, 1, -2147483648, 9
6 bipush 1
             [10 01]
                         stack = 1, 0, 1, 1, -2147483648, 9
             [a7 00 05] stack = 1, 0, 1, 1, -2147483648, 9
7 goto 5
8 ireturn
             [ac]
                         stack = 1
9 return value: 1
```

B Opgave D

Kodeudsnit 7: Output ved kørsel af GEC.j med et overløb i positiv retning

```
0 \text{ #ijvm GEC2.bc a} = 2147483647 b = -1
                          stack = 0, 1, -1, 2147483647, 17
2 iload 1
              [15 01]
                          stack = 2147483647, 0, 1, -1, 2147483647, 17
3 iflt 6
              [9b\ 00\ 06] stack = 0, 1, -1, 2147483647, 17
              [a7\ 00\ 0d]\ stack = 0, 1, -1, 2147483647, 17
4 \text{ goto } 13
5 iload 2
              [15 02]
                          stack = -1, 0, 1, -1, 2147483647, 17
6 iflt 6
              [9b 00 06] stack = 0, 1, -1, 2147483647, 17
7 bipush 1
              [10 01]
                         stack = 1, 0, 1, -1, 2147483647, 17
              [a7 00 12] stack = 1, 0, 1, -1, 2147483647, 17
8 goto 18
                          stack = 1
9 ireturn
              [ac]
10 return value: 1
```

Kodeudsnit 8: Output ved kørsel af GEC.j med et overløb i negativ retning

```
0 \text{ #ijvm GEC2.bc a} = -2147483648 b = 1
                         stack = 0, 1, 1, -2147483648, 17
2 iload 1
              [15 01]
                         stack = -2147483648, 0, 1, 1, -2147483648, 17
3 iflt 6
              [9b\ 00\ 06] stack = 0, 1, 1, -2147483648, 17
4 \ {\tt iload} \ 2
                         stack = 1, 0, 1, 1, -2147483648, 17
              [15 02]
              [9b\ 00\ 15] stack = 0, 1, 1, -2147483648, 17
5 iflt 21
                         stack = 0, 0, 1, 1, -2147483648, 17
6 bipush 0
              [10 00]
              [a7 00 1f] stack = 0, 0, 1, 1, -2147483648, 17
7 goto 31
8 ireturn
              [ac]
                         stack = 0
9 return value: 0
```