חישוביות וקוגניציה – תרגיל 9

להגשה עד: 17/01/2020

<u>שימו לב</u>: שאלות 1 ו־2 הן שאלות תכנות, פרט לסעיף 3 בשאלה 2, שהוא אנליטי

שאלה 1

בשאלה זו תבצעו ניסוי שבו תגלו את פונקציית ה־utility של אוגר וירטואלי.

בניסוי אתם מעמידים בפני האוגר 2 אופציות: לקבל (safe) גרם בוטנים בוודאות או לקבל (gamble) גרם בוטנים בהסתברות 0.5 (ובהסתברות 0.5 לא לקבל דבר). מצורפת פונקציית מטלב[1] (נעולה) myHamster שתקבע את התנהגות האוגר שלכם. הפונקציה מקבלת 3 משתנים:

- X_s – גרם בוטנים שהאוגר מקבל באופציה הבטוחה (לא בהכרח מספר שלם)
- X_g – גרם בוטנים שהאוגר יכול לקבל באופציית ההימור (לא בהכרח מספר שלם)
- id – 3 הספרות האחרונות בתעודת הזהות שלכם. משתנה זה ישפיע על צורת פונקציית ה־ utility שלכם.

בהתאם לערכים שתכניסו לפונקציה האוגר יבחר את אחת מהאופציות, והפלט (choice) שתקבלו יהיה 0 (האוגר מעדיף את האופציה הבטוחה) או 1 (האוגר מעדיף להמר).

הניחו כי $u\left(0\,\text{grams of peanuts}\right)=0$ ו $u\left(1\,\text{grams of peanuts}\right)=1$. את הניסוי תערכו ב־5 סבבים, כאשר בכל סבב X_g יהיה קבוע ותשנו את X_s עד למציאת נקודת אי ההעדפה של האוגר בסבב זה (כלומר, יש לשנות את X_g בכל סבב).

כדי לחשב את פונקציית ה utility, אתחלו את X_g בסבב הראשון להיות 1 ומצאו את X_s^1 המתאים לנקודת אי ההעדפה בסבב זה. לאחר מכן, בסבב הבא קבעו את X_g להיות X_s^1 ומצאו את נקודת אי ההעדפה בסבב זה וכך הלאה. בדרך זו כל ערך של utility שתמצאו יהיה 0.5 מהערך הקודם, כלומר:

$$u\left(X_s^1\right)=\frac{1}{2}u\left(0\right)+\frac{1}{2}u\left(\underbrace{X_g}_{=1}\right)=\frac{1}{2}$$

$$u\left(X_s^2\right)=\frac{1}{2}u\left(0\right)+\frac{1}{2}u\left(\underbrace{X_g}_{=X_S^1}\right)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$$

וכך הלאה.

הציגו את פונקציית ה utility של האוגר שלכם. בכותרת הגרף רשמו את 3 הספרות שהכנסתם לפונקציה

<u>הערה לגבי דטרמיניסטיות בקבלת החלטות</u>:

בניסויים אמתיים (כמו בניסוי הציפורים של Caraco מ 1980) ההחלטה של החיה אינה בהכרח דטרמיניסטית. כלומר, לא עבור כל זוג ערכים X_g ו־ X_s (עם ערך p מסויים) החיה תבחר את אותה הבחירה תמיד. לכן, כאשר אפשר, מבצעים חזרות רבות על אותה ההגרלה, ומסתכלים על אי ההעדפה בממוצע על פני החזרות השונות תחת אותם תנאים של הניסוי. בשאלה זו, לשם הפשטות, האוגר יהיה אוגר דטרמיניסטי, ולכן נגדיר את נקודת אי ההעדפה שלו כנקודה שבה הוא שינה את העדפתו מאופציה אחת לאחרת

[1] גרסת פייתון מקומפלת מצורפת גם – תאימות ל python 3.6

שאלה 2

ע"פ ה prospect theory, הערך הסובייקטיבי להימור בו ניתן להרוויח X_g שקלים בסיכוי p (ולא להרוויח דבר בסיכוי $1-p$) נתון ע"י $\pi(p)\,u(X_g)$. נניח כי:

$$u(x) = x^{\sigma}$$
$$\pi(p) = e^{-(-\ln p)^{\alpha}}$$

כאשר σ, α פרמטרים חיוביים ($\sigma > 0$, $\alpha > 0$).

1. ציירו את הפונקציה $\pi(p)$ עבור 3 ערכים α שונים: $\alpha < 1$, $\alpha = 1$ ו $\alpha > 1$. כיצד משפיע הפרמטר על צורת הפונקציה? מה נשאר קבוע גם עבור ערכי α שונים? כיצד הפרמטר ישפיע על הנטייה להמר?

2. ציירו את הפונקציה $u(x)$ עבור 3 ערכים σ שונים: $\sigma < 1$, $\sigma = 1$ ו $\sigma > 1$. כיצד משפיע הפרמטר על צורת הפונקציה? מה נשאר קבוע גם עבור ערכי σ שונים? כיצד הפרמטר ישפיע על הנטייה להמר?

3. נניח כי ניתנת לנבדק אפשרות לבחור בין לקבל X_s שקלים בוודאות, או להמר ולקבל X_g שקלים בסיכוי p (ובסיכוי $1-p$ לא לקבל כלום). הראו (אנליטית) כי בנקודת אי ההעדפה מתקיים

$$\ln\left(-\ln\left(\frac{X_s}{X_g}\right)\right) = \alpha \ln\left(-\ln(p)\right) - \ln(\sigma)$$

<u>הערה</u>: שיטת הצגה זו (בנקודת אי ההעדפה) מסייעת לנו למצוא את ערכי α וσ לכל נבדק. ניתן לחשוב על המשוואה הזו בתור משוואה לינארית כאשר

$$\underbrace{\ln\left(-\ln\left(\frac{X_s}{X_g}\right)\right)}_{y} = \alpha \underbrace{\ln\left(-\ln(p)\right)}_{x} - \ln(\sigma)$$

כלומר, כאשר מציגים את התוצאות של כל נבדק על פני גרף דו־מימדי שבו ציר ה x הוא $\ln(-\ln(p))$ וציר ה y הוא $\ln\left(-\ln\left(\frac{X_s}{X_g}\right)\right)$, שיפוע הגרף הוא הערך α של הנבדק והחיתוך עם ציר ה y הוא $-\ln(\sigma)$ של הנבדק

בניסוי אמיתי שנערך, נתבקשו נבדקים לבחור בין האפשרויות המתוארות בסעפי הקודם. העדפותיהם של 30 נבדקים נבחנו עבור 7 ערכי p שונים כאשר ערכו של X_g המתאים ל p מסוים נשאר קבוע וערכו של X_s בלבד משתנה. העדפותיו של כל נבדק נבחנו פעמיים (על מנת לוודא קונסיסטנטיות).

מתורך קובץ נתונים מהניסוי **ex9_q2_data** ובו המשתנים הבאים:

- subject – מספר הנבדק
- X_g – ערכו של הסכום בהימור
- X_s – ערכו של הסכום הבטוח
- p – הסיכוי לזכייה באופציית ההימור (באחוזים, זכרו להמיר אותו להסתברות בין 0 ל 1)
- h – מספר החזרה על הניסוי עבור אותו נבדק, אותו סכום הימור ואותו סיכוי ($h=1$ בחזרה ראשונה, $h=2$ בחזרה שניה)
- choice – בחירתו של הנבדק (1 – בחירה להמר, 2 – בחירה בבטוח)

<u>הערה</u>: כל משתנה הוא וקטור באורך 3360. האיבר הראשון מתאר את הניסוי הראשון, האיבר השני מתאר את הניסוי השני וכך הלאה.

4. בסעיף זה נמצא את ערכי α ו σ של כל נבדק בכל אחת מהחזרות:

- מצאו את הטווח של X_s אליו מתכנס כל נבדק עבורכל ערך של p, X_g ו h
- קחו את אמצע הטווח כנקודת אי ההעדפה (ראו הערה בסוף התרגיל)
- מצאו באמצעות רגרסיה לינארית בין הצירים שמצאתם בסעיף הקודם את ערכי σ ו α לכל נבדק בכל חזרה ($h = 1$ ו $h = 2$). ניתן להעזר בפקודה polyfit.

5. הציגו גרף scatter plot של σ בחזרה השניה כפונקציה של σ בחזרה הראשונה (כאשר כל נבדק הוא נקודה על הגרף), וגרף דומה עבור α. ע"פ גרף זה, האם הנבדקים שומרים על פרמטרים קבועים? מהו ה σ הממוצע על פני החזרות והנבדקים השונים? מהו ה α הממוצע?

<u>הערה לגבי נקודת אי ההעדפה:</u>

עבור אותם ערכים של X_g ו p במקרה התיאורטי נקבל התנהגות כזו:

במקרה זה הערך שנבחר בתור נקודת אי ההעדפה יהיה הממוצע בין הערך הנמוך ביותר שמצאנו בו הנבדק מעדיף ללכת על בטוח לבין הערך הגבוה ביותר בו הנבדק מעדיף להמר.

עם זאת, במציאות יתכן שתהיה חפיפה בין התחומים:

במקרה זה ניתן לקחת עדיין ממוצע בין הנ"ל (במילים אחרות, ממצעים על פני כל הערכים שבתחום החפיפה).

נוסף, יכול להיות מצב שבו אחת הקבוצות ריקה (הנבדק לא רצה להמר או הנבדק לא רצה ללכת על בטוח באף אחת מההגרלות בעלות אותו X_g ו p). במקרה שבו הנבדק לא רצה להמר, ניתן לבחור את נקודת אי ההעדפה בתור הממוצע בין 0 לבין הערך המינימלי שבו הנבדק בחר ללכת על בטוח:

במקרה שבו הנבדק בחר תמיד להמר ניתן לבחור את נקודת אי ההעדפה בתור הממוצע בין הערך המקסימלי שעבורו בחר להמר לבין הערך של הסכום באופציית ההימור (מתוך הנחה כי כאשר $X_s = X_g$ הנבדק יעדיף ללכת על בטוח):