

חישוביות וקוגניציה – תרגיל 1

להגשה עד: 01/11/2018

שימו לב: שאלה 1 היא שאלה אנליטית ושאלה 2 היא שאלת תכנות

שאלה 1

נתונה רשת הופפילד בעלת N נוירונים שהטביעו בה P זכרונות ($P, N \gg 1$). תבניות הזכרון הן וקטורים בינאריים (± 1) בלתי תלויים:

$$p_i^\mu = \begin{cases} 1 & \text{w.p. } \frac{1}{2} \\ -1 & \text{w.p. } \frac{1}{2} \end{cases}$$

מטריצת הקשרים נתונה על פי כלל הלמידה שהוגדר בכיתה

$$J_{ij} = \begin{cases} \frac{1}{N} \sum_{\mu} p_i^\mu p_j^\mu & i \neq j \\ 0 & i = j \end{cases}$$

והדינמיקה ברשת הינה אסינכרונית כך ש

$$s_i(t+1) = \text{sgn}(h_i) \\ h_i = \sum_j J_{ij} s_j$$

1. כיצד תשתנה קיבולת הרשת אם מספר הנוירונים יקטן ל $\frac{N}{2}$?

2. נניח ש q אחוז מהסינפסות ברשת התאפסו. חשבו את קיבולת הרשת במצב זה.

הערה: הגדרת הקיבולת ברשת היא לפי הדרישה של יחס אות לרעש גדול מ 1, כפי שנלמד בכיתה.

שאלה 2

בשאלה זו תחקרו את הקיבולת של רשת הופפילד בעזרת סימולציה.

1. כתבו פונקציה שמקבלת מספר נויירונים (N) ומספר תבניות זכרון (P) ומחזירה מטריצה בגודל $N \times P$ שבה כל עמודה היא תבנית זכרון, ואת מטריצת הקשרים J (בגודל $N \times N$) לפי כלל הלמידה של הופפילד.
2. כתבו פונקציה המחשבת דינמיקה א־סינכרונית ברשת הופפילד – עבור מטריצת קשרים ומצב התחלתי (תבנית פעילות ברשת) נתונים, על הפונקציה להחזיר את תבנית הפעילות אליה הרשת התכנסה.
- הערה: מומלץ לבדוק את הפונקציות הנ"ל עם מספרים קטנים שניתן לבדוק "ידנית" לפני שממשיכים לסעיפים הבאים
3. כתבו פונקציה לבדיקת יציבות של מצב נתון: הפונקציה מקבלת פרמטר "רעש" z (בין 0 ל 1), מטריצת קשרים ותבנית פעילות. הפכו באקראי (ובאופן בלתי תלוי) את המצב של כל נוירון בתבנית הנתונה בסיכוי z , והשתמשו בתוצאה בתור המצב ההתחלתי שממנו תריצו את הדינמיקה ברשת. על הפונקציה להחזיר את "אחוז" (בין 0 ל 1) הנוירונים שמצבם לאחר התכנסות הרשת שונה ממצבם בתבנית הפעילות המקורית (לפני ש"הורעשה").
4. קבעו את מספר הנוירונים להיות $N = 1000$ ואת פרמטר הרעש להיות $z = 0.1$. ה"עומס" על הרשת מוגדר כ $\alpha = \frac{P}{N}$, ומטרתנו היא לחשב את הסיכוי לטעות בשחזור של זכרונות כפונקציה של α . עבור ערכי α בין 0.02 ל 0.3 (כולל) בקפיצות של 0.02, בצעו 5 חזרות עבור כל ערך של α :

 - קבעו את $P = \lceil N \cdot \alpha \rceil$ (כאשר $\lceil \cdot \rceil$ פירושו עיגול כלפי מעלה) הגרילו תבניות זכרון ואת מטריצת הקשרים המתאימה להם.
 - השתמשו בפונקציה מהסעיף הקודם ע"מ לחשב את אחוז הטעות בהתכנסות הרשת כאשר הדינמיקה מתחילה "ליד" תבנית הזכרון הראשונה (בתוספת רעש עם פרמטר z)

5. ציירו גרף של אחוז הטעות כפונקציה של α (בממוצע על פני 5 החזרות שהרצתם לכל α), והסבירו את התוצאה.