آیا $P \supset R$

$\therefore \sim P \vee R$ ؟

1 $P \supset R$	مقدمه
2 $\sim(\sim P \vee R)$	ف
3 P	ف
4 R	(۱) (۳)(⊃ح)
5 $\sim P \vee R$	(۴)(∨م)
6 $\sim(\sim P \vee R) \wedge (\sim P \vee R)$	(۲) (۵)(∧م)
7 $\sim P$	(۶,۳)(~م)
8 $\sim P \vee R$	(۷)(∨م)
9 $\sim(\sim P \vee R) \wedge (\sim P \vee R)$	(۲) (۸)(∧م)
10 $\sim\sim(\sim P \vee R)$	(۹,۲)(~م)
11 $\sim P \vee R$	(۱۰)(~ح)

آیا $\sim P \vee R$ ؟

$\therefore P \supset R$

1	$\sim P \vee R$	مقدمه
2	P	ف
3	$\sim R$	ف
4	$\sim P$	ف
5	$\sim P \wedge P$	(۲) (۴)(م∧)
6	R	ف
7	$\sim(\sim P \wedge P)$	ف
8	$\sim R \wedge R$	(۳) (۶)(م∧)
9	$\sim\sim(\sim P \wedge P)$	(۸,۷)(م~)
10	$\sim P \wedge P$	(۹)(ح~)
11	$\sim P \wedge P$	(۱۰,۶) (۵,۴) (۱) (ح∨)
12	$\sim\sim R$	(۱۱,۳)(م~)
13	R	(۱۲)(ح~)
14	$P \supset R$	(۱۳,۲)(م⊃)

آیا $P \wedge (R \vee S)$

$\therefore (P \wedge R) \vee (P \wedge S)$ ؟

1	$P \wedge (R \vee S)$	مقدمه
2	$R \vee S$	(۱)(∧ح)
3	P	(۱)(∧ح)
4	R	ف
5	$P \wedge R$	(۴) (۳)(∧م)
6	$(P \wedge R) \vee (P \wedge S)$	(۵)(∨م)
7	S	ف
8	$P \wedge S$	(۳) (۷)(∧م)
9	$(P \wedge R) \vee (P \wedge S)$	(۸)(∨م)
10	$(P \wedge R) \vee (P \wedge S)$	(۹,۷) (۶,۴) (۲) (∨ح)

جلسه سوم: معنی شناسی

Semantic of

Propositional Logic

تمایز بین «نحو» و «معناشناسی»

Logic

نحو
Syntax

Proof
Theorem
Proof Theory

$\vdash$

معناشناسی
Semantics

Truth
Tautology
Model Theory

$\models$

1- Axiomatic System

2- Natural Deduction System

????

معناشناسی

صادق   کاذب

$$\{T, F\}$$

$$v' : \{A_0, A_1, A_2 \ldots\} \rightarrow \{T, F\}$$

چند طریق مقدار دهی v' می تواند وجود داشته باشد؟

$$2^{|N|} = 2^{\aleph_0}$$

معناشناسی

$$v': \{A_0, A_1, A_2 \ldots\} \rightarrow \{T, F\}$$

برای $\theta \in wff$ هر که به فورم زیر باشد:

$$v: \begin{cases} A_i & v'(A_i) \\ (\varphi \supset \psi) & F\ iff\ v(\varphi)\text{=}T \text{ and } v(\psi)\text{=}F \\ \sim\varphi & x\ , x \in (\{T, F\} - \{v(\varphi)\}) \end{cases}$$

$$v: wff \rightarrow \{T, F\}$$

جدول صدق عملگرها:

φ	ψ	$(\varphi \supset \psi)$
F	F	T
F	T	T
T	F	F
T	T	T

φ	$\sim \varphi$
F	T
T	F

معناشناسی

یادآوری:

$$(\varphi \vee \psi) =_{df} (\sim\varphi \supset \psi)$$

$$(\varphi \wedge \psi) =_{df} \sim(\varphi \supset \sim\psi)$$

$$(\varphi \equiv \psi) =_{df} \sim((\varphi \supset \sim\psi) \supset \sim(\varphi \supset \sim\psi))$$

جدول صدق عملگر $\vee$ طبق تعاریف قبل:

$$(\varphi \vee \psi) =_{df} (\sim\varphi \supset \psi)$$

φ	ψ	$\sim\varphi$	$(\sim\varphi \supset \psi)$
F	F	T	F
F	T	T	T
T	F	F	T
T	T	F	T

معناشناسی

φ	ψ	$\sim\varphi$	$(\varphi \vee \psi)$	$(\varphi \wedge \psi)$	$(\varphi \equiv \psi)$
F	F	T	F	F	T
F	T	T	T	F	F
T	F	F	T	F	F
T	T	F	T	T	T

چند تعریف:

اگر Σ زیرمجموعه ای از Wff و v یک تابع مقدار دهی باشد، آنگاه اگر به ازای هر $\theta \in wff$ داشته باشیم $v(\theta) = T$ می گوییم :

تابع v مجموعه Σ صدق پذیر کرده.

تابع v مجموعه Σ را درست می بیند.

تابع v مدلی برای Σ است.

و می نویسیم:

$$\vDash_v \Sigma$$

برای یک φ و مجموعه Σ اگر به ازای هر v ممکنی داشته باشیم که $\vDash_v \Sigma$ آنگاه $v(\varphi) = T$

می گوییم « φ نتیجه معنایی Σ است» و می نویسیم:

$$\Sigma \vDash \varphi$$

اگر Σ تهی باشد آنگاه می گوییم φ اینهمانگویی یا توتولوژی است. و می نویسیم: $\vDash \varphi$

آیا $\sim P \models \{P \supset R, \sim R\}$ ؟

P	R	$\sim R$	$(P \supset R)$	$\sim P$
F	F	T	T	T
F	T	F	T	T
T	F	T	F	F
T	T	F	T	F

هر گاه دو مقدمه صادق است نتیجه هم صادق است

آيا $\vDash P \supset P$؟

P	$(P \supset P)$
F	T
T	T

آیا $\vDash S \vee (P \supset R)$؟

$$S \vee (P \supset R)$$

F T F

F

F

برای نشان دادن عدم اعتبار نیاز نیست تمام سطر های جدول را حساب کنیم، کافیست فقط یک ارزشدهی کاذب بیابیم.

آیا $\sim P \vDash \{P \supset R\ ,\sim R\}$ ؟

P	R	$\sim R$	$(P \supset R)$	$\sim P$
F	F	T	T	T
F	T	F	T	T
T	F	T	F	F
T	T	F	T	F

هر گاه دو مقدمه صادق است نتیجه
هم صادق است