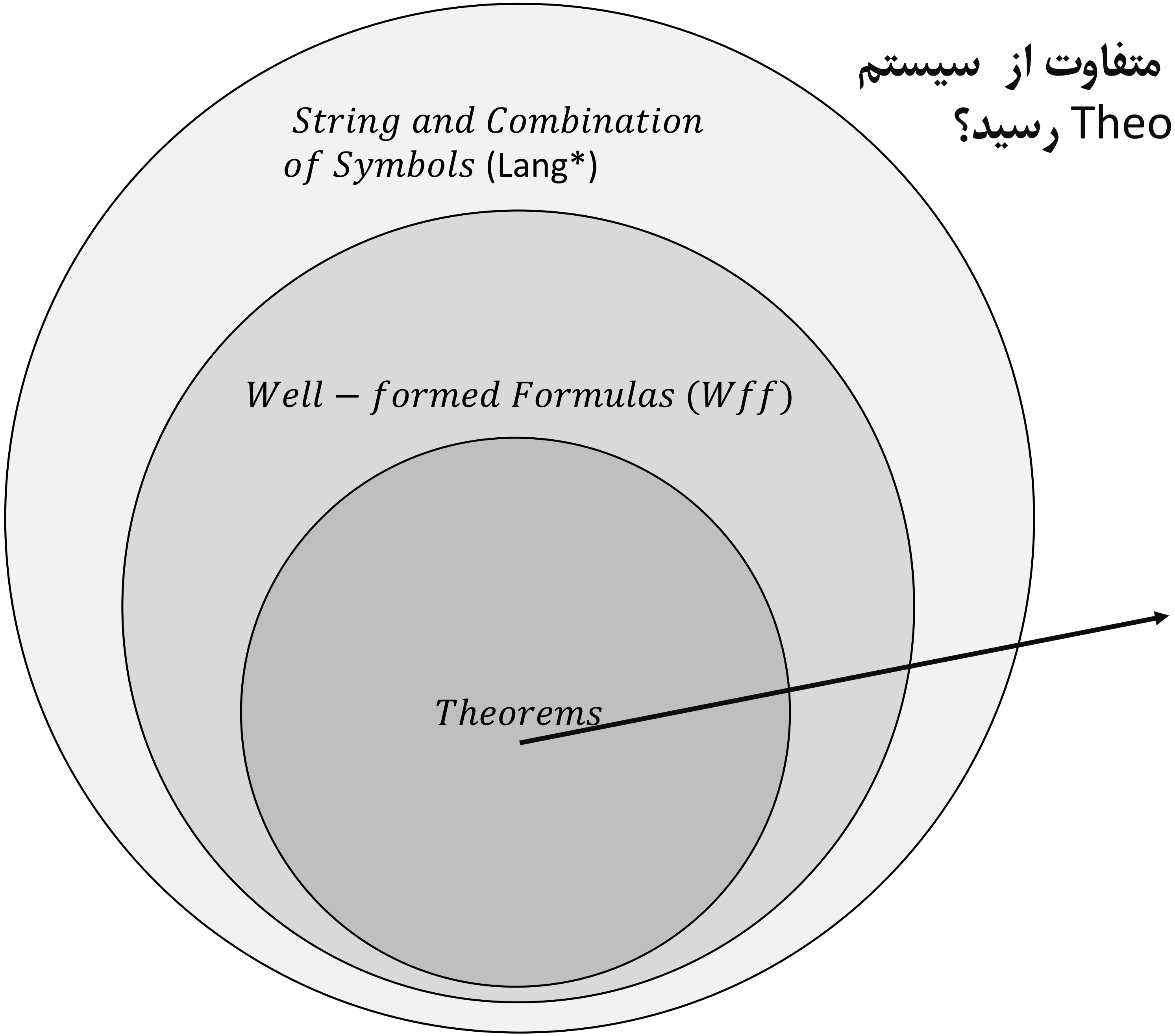
جلسه سوم: سیستم استنتاج طبیعی

Natural Deduction System

سوال: می توان با روشی متفاوت از سیستم اصل موصوعی به Theorems رسید؟



$(A_5 \supset A_5)$ ...

قواعد اصلی

$\supset$

φ ف

$\vdots$

ψ

(م$\supset$)

$\therefore \varphi \supset \psi$

$(\varphi \supset \psi)$

φ

(ح$\supset$)

$\therefore \psi$

$\sim$

φ ف

$\vdots$

$\psi \wedge \sim \psi$

(م$\sim$)

$\therefore \sim\varphi$

$\sim\sim\varphi$

(ح$\sim$)

$\therefore \varphi$

$\wedge$

φ

ψ

(م$\wedge$)

$\therefore \psi \wedge \varphi, \therefore \varphi \wedge \psi$

$\psi \wedge \varphi$

(ح$\wedge$)

$\therefore \psi, \therefore \varphi$

$\equiv$

φ ف

$\vdots$

ψ

ψ ف

$\vdots$

φ

(م$\equiv$)

$\therefore \varphi \equiv \psi, \therefore \psi \equiv \varphi$

$\varphi \equiv \psi$

φ

$\therefore \psi$

$\varphi \equiv \psi$

ψ

(ح$\equiv$)

$\therefore \varphi$

$\vee$

φ

(م$\vee$)

$\therefore \psi \vee \varphi, \therefore \varphi \vee \psi$

$\varphi \vee \psi$

φ ف

$\vdots$

θ

ψ ف

$\vdots$

θ

(ح$\vee$)

$\therefore \theta$

سیستم
استنتاج طبیعی S_N :

Axioms=∅

Rule(s) $\left\{ \right.$ (∨م) ,(∨ح) ,(≡م) (≡ح) (⊃ح),(⊃م) ,(∧ح) ,(∧م) ,(~م) ,(~ح)

سیستم استنتاج طبیعی S_N :

برهان (Proof) :

اگر Σ به عنوان مقدمات زیرمجموعه ای از Wff باشد، آنگاه
دنباله (یا رشته) متناهی از اعضای Wff را برهان می نامیم آگر هر فرمول از رشته:
۱– مقدمه باشد، یعنی عضو Σ باشد.
۲–یا به وسیله قواعد استنتاج (Rules) از فرمول های قبل بدست آمده باشد.

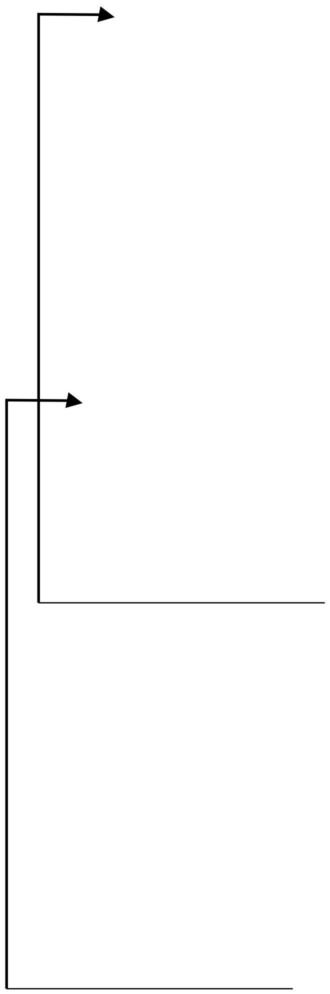
اگر φ آخرین فرمول از دنباله باشد، آنگاه می نویسیم :
یعنی « φ از Σ اثبات پذیر است»

$$\Sigma \vdash \varphi$$

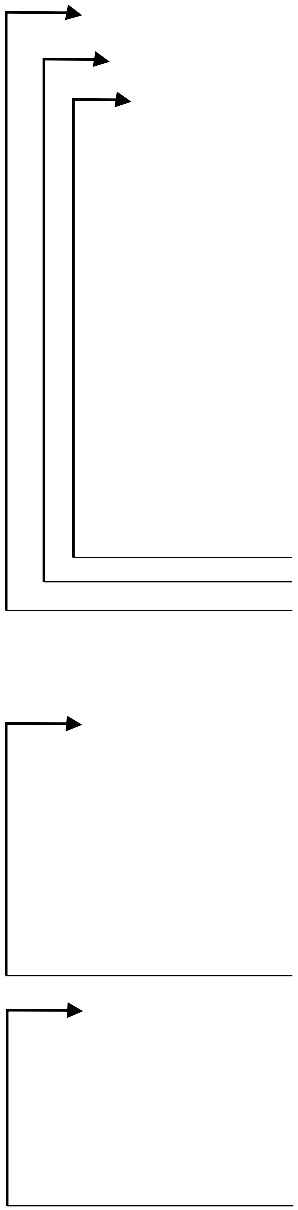
اگر Σ تهی باشد برهان متناظر با آن یک قضیه است.

$$\vdash \varphi$$

کاربرد برهانک (subproof):



نادرست



درست

آيا $\vdash P \supset P$ ؟

1	P	ف
2	$P \vee P$	(م∨)(١)
3	$P \wedge (P \vee P)$	(م∧)(١) (٢)
4	P	(ح∧)(٣)
5	$P \supset P$	(م⊃)(١،۴)

آیا $\{P \supset R , \sim R\} \vdash \sim P$ ؟

$1\ P \supset R$	مقدمه
$2 \sim R$	مقدمه
$3\ P$	ف
$4\ R$	(ح⊃)(۳) (۱)
$5\ R \wedge \sim R$	(م∧)(۲) (۴)
$6 \sim P$	(م~)(۳،۵)

تعریف

نمونه جانشین: اگر به جای متغییر(جمله نشانه) های اتمی یک فرمول، یک فرمول از wff جایگزین کنیم، آنگاه فرمول بدست آمده را نمونه جانشین فرمول قبل مینامیم.

چند نمونه جانشین $P \vee P$:

$(P \supset R) \vee (P \supset R)$ $\qquad R \vee R$ $\qquad (R \vee R) \vee (R \vee R)$

نکته:

نمونه جانشین یک قضیه نیز یک قصیه است.

قواعد فرعی

$\therefore (\varphi \wedge \psi) \supset \theta$ $\therefore \varphi \supset (\psi \supset \theta)$ صدور	$\therefore \varphi \supset \psi$ $\therefore \sim\varphi \vee \psi$ استلزام	$\varphi \supset \psi$ $\psi \supset \theta$ $\therefore \varphi \supset \theta$ قیاس شرطی	$\varphi \supset \psi$ $\sim \psi$ $\therefore \sim\varphi$ رفع تالی	$\varphi \vee \psi$ $\sim\varphi$ $\therefore \psi$ قیاس انفصالی
$\therefore (\varphi \equiv \psi)$ $\therefore (\varphi \wedge \psi) \vee (\sim\varphi \wedge \sim\psi)$ تعادل	$\therefore \varphi \wedge (\psi \wedge \theta)$ $\therefore (\varphi \wedge \psi) \wedge \theta$ شرکت پذیری	$\therefore \varphi \vee (\psi \vee \theta)$ $\therefore (\varphi \vee \psi) \vee \theta$ شرکت پذیری	$\therefore \sim (\varphi \vee \psi)$ $\therefore \sim\varphi \wedge \sim\psi$ دمورگان	$\therefore \sim (\varphi \wedge \psi)$ $\therefore \sim\varphi \vee \sim\psi$ دمورگان
$\therefore \varphi \supset \psi$ $\therefore \varphi \supset (\varphi \supset \psi)$ جذب	$\therefore \psi \wedge \varphi$ $\therefore \varphi \wedge \psi$ جابجایی	$\therefore \psi \vee \varphi$ $\therefore \varphi \vee \psi$ جابجایی	$\therefore \varphi \vee (\psi \wedge \theta)$ $\therefore (\varphi \vee \psi) \wedge (\varphi \vee \theta)$ پخش پذیری	$\therefore \varphi \wedge (\psi \vee \theta)$ $\therefore (\varphi \wedge \psi) \vee (\varphi \wedge \theta)$ پخش پذیری
	φ $\therefore \sim\sim\varphi$ نقض مضاعف	$(\varphi \supset \psi) \wedge (\theta \supset \Delta)$ $\sim\psi \vee \sim\Delta$ $\therefore \sim\varphi \vee \sim\theta$ ذوالوجهین منفی	$(\varphi \supset \psi) \wedge (\theta \supset \Delta)$ $\varphi \vee \theta$ $\therefore \psi \vee \Delta$ ذوللوجهین مثبت	$\therefore \varphi \supset \psi$ $\therefore \sim\psi \supset \sim\varphi$ عکس