

$$1 \ P \supset R$$

مقدمه

$$P \supset R$$

$$2 \ \sim(\sim P \vee R)$$

ف

آیا  
؟  $\therefore \sim P \vee R$

$$3 \ P$$

ف

$$4 \ R$$

(1) (3) ( $\supset$  ح)

$$5 \ \sim P \vee R$$

(4) ( $\vee$  م)

$$6 \ \sim(\sim P \vee R) \wedge (\sim P \vee R)$$

(2) (5) ( $\wedge$  م)

$$7 \ \sim P$$

(6, 3) ( $\sim$  م)

$$8 \ \sim P \vee R$$

(7) ( $\vee$  م)

$$9 \ \sim(\sim P \vee R) \wedge (\sim P \vee R)$$

(2) (8) ( $\wedge$  م)

$$10 \ \sim\sim(\sim P \vee R)$$

(9, 2) ( $\sim$  م)

$$11 \ \sim P \vee R$$

(10) ( $\sim$  ح)

1	$\sim P \vee R$	مقدمه
2	$P$	ف
3	$\sim R$	ف
4	$\sim P$	ف
5	$\sim P \wedge P$	(۲) (۴) ( $\wedge$ م)
6	$R$	ف
7	$\sim(\sim P \wedge P)$	ف
8	$\sim R \wedge R$	(۳) (۶) ( $\wedge$ م)
9	$\sim\sim(\sim P \wedge P)$	(۸, ۷) ( $\sim$ م)
10	$\sim P \wedge P$	(۹) ( $\sim$ ح)
11	$\sim P \wedge P$	(۱۰, ۶) (۵, ۴) (۱) ( $\vee$ ح)
12	$\sim\sim R$	(۱۱, ۳) ( $\sim$ م)
13	$R$	(۱۲) ( $\sim$ ح)
14	$P \supset R$	(۱۳, ۲) ( $\supset$ م)

آیا  
 $\sim P \vee R$   
 $\therefore P \supset R$   
 ؟

$$1 \ P \wedge (R \vee S)$$

مقدمه

$$2 \ R \vee S$$

(1)( $\wedge$ ح)

$$3 \ P$$

(1)( $\wedge$ ح)

$$\rightarrow 4 \ R$$

ف

$$5 \ P \wedge R$$

(4) (3)( $\wedge$ م)

$$6 \ (P \wedge R) \vee (P \wedge S)$$

(5)( $\vee$ م)

$$\rightarrow 7 \ S$$

ف

$$8 \ P \wedge S$$

(3) (7)( $\wedge$ م)

$$9 \ (P \wedge R) \vee (P \wedge S)$$

(8)( $\vee$ م)

$$10 \ (P \wedge R) \vee (P \wedge S)$$

(9,7) (6,4) (2) ( $\vee$ ح)

$$\begin{array}{l} P \wedge (R \vee S) \\ \vdots (P \wedge R) \vee (P \wedge S) \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{آيا} \\ ? \end{array}$$

# جلسه سوم: معنی شناسی

---

Semantic of  
Propositional Logic

# تمایز بین «نحو» و «معناشناسی»

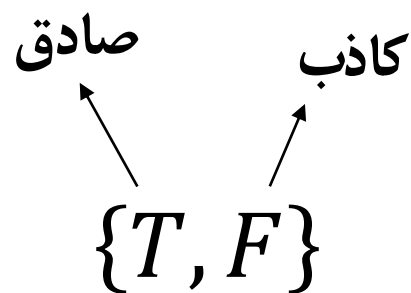
Logic



1- Axiomatic System

2- Natural Deduction System

????



$$v': \{A_0, A_1, A_2, \dots\} \rightarrow \{T, F\}$$

چند طریق مقدار دهی  $v'$  می تواند وجود داشته باشد؟

$$2^{|N|} = 2^{\aleph_0}$$

$$v': \{A_0, A_1, A_2 \dots\} \rightarrow \{T, F\}$$

برای  $\theta \in wff$  هر که به فورم زیر باشد:

$$v: \begin{cases} A_i & v'(A_i) \\ (\varphi \supset \psi) & F \text{ iff } v(\varphi)=T \text{ and } v(\psi)=F \\ \sim \varphi & x, x \in (\{T, F\} - \{v(\varphi)\}) \end{cases}$$

$$v: wff \rightarrow \{T, F\}$$

# جدول صدق عملگرها:

$\varphi$	$\psi$	$(\varphi \supset \psi)$
F	F	T
F	T	T
T	F	F
T	T	T

$\varphi$	$\sim \varphi$
F	T
T	F



$$(\varphi \vee \psi) =_{df} (\sim\varphi \supset \psi)$$

$$(\varphi \wedge \psi) =_{df} \sim(\varphi \supset \sim\psi)$$

$$(\varphi \equiv \psi) =_{df} \sim((\varphi \supset \sim\psi) \supset \sim(\varphi \supset \sim\psi))$$

## جدول صدق عملگر $\vee$ طبق تعاریف قبل:

$$(\varphi \vee \psi) =_{df}$$

$\varphi$	$\psi$	$\sim\varphi$	$(\sim\varphi \supset \psi)$
F	F	T	F
F	T	T	T
T	F	F	T
T	T	F	T

$\varphi$	$\psi$	$\sim\varphi$	$(\varphi \vee \psi)$	$(\varphi \wedge \psi)$	$(\varphi \equiv \psi)$
F	F	T	F	F	T
F	T	T	T	F	F
T	F	F	T	F	F
T	T	F	T	T	T

## چند تعریف:

اگر  $\Sigma$  زیرمجموعه ای از  $Wff$  و  $v$  یک تابع مقدار دهی باشد، آنگاه اگر به ازای هر  $\theta \in Wff$  داشته باشیم  $v(\theta) = T$  می‌گوییم:

تابع  $v$  مجموعه  $\Sigma$  صدق پذیر کرده.

تابع  $v$  مجموعه  $\Sigma$  را درست می‌بیند.

تابع  $v$  مدلی برای  $\Sigma$  است.

و می‌نویسیم:

$$\models_v \Sigma$$

برای یک  $\varphi$  و مجموعه  $\Sigma$  اگر به ازای هر  $v$  ممکن داشته باشیم که  $\models_v \Sigma$  آنگاه  $v(\varphi) = T$  می‌گوییم « $\varphi$  نتیجه معنایی  $\Sigma$  است» و می‌نویسیم:

$$\Sigma \models \varphi$$

اگر  $\Sigma$  تهی باشد آنگاه می‌گوییم  $\varphi$  اینهمانگویی یا **توتولوژی** است. و می‌نویسیم:

$$\models \varphi$$

آیا  $\{P \supset R, \sim R\} \models \sim P$  ؟

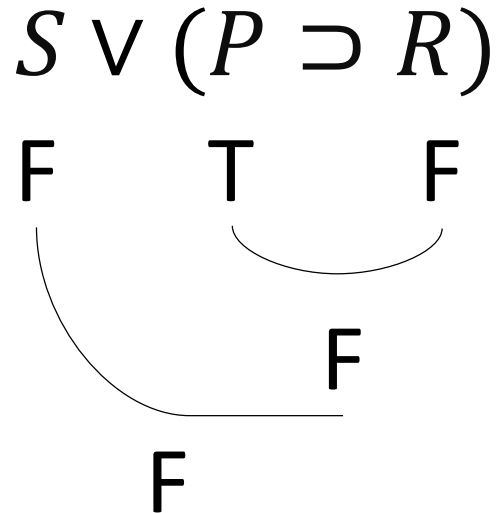
$P$	$R$	$\sim R$	$(P \supset R)$	$\sim P$
F	F	T	T	T
F	T	F	T	T
T	F	T	F	F
T	T	F	T	F

هر گاه دو مقدمه صادق است نتیجه  
هم صادق است

آیا  $P \supset P$   $\models$  ؟

$P$	$(P \supset P)$
F	T
T	T

آیا  $\models S \vee (P \supset R)$  ؟



برای نشان دادن عدم اعتبار نیاز نیست تمام سطرهای جدول را حساب کنیم، کافیه فقط یک ارزشدهی کاذب بیابیم.

آیا  $\{P \supset R, \sim R\} \models \sim P$  ؟

$P$	$R$	$\sim R$	$(P \supset R)$	$\sim P$
F	F	T	T	T
F	T	F	T	T
T	F	T	F	F
T	T	F	T	F

هر گاه دو مقدمه صادق است نتیجه  
هم صادق است