Computer Engineering & Science

文章编号:1007-130X(2018)05-0842-07

基于稀疏表示与字典学习的彩色图像去噪算法*

杨 培1,高雷阜1,王 江1,訾玲玲2

(1. 辽宁工程技术大学优化与决策研究所,辽宁 阜新 123000;

2. 辽宁工程技术大学电子与信息工程学院,辽宁 葫芦岛 125105)

摘 要:针对彩色图像在去噪时易产生模糊现象和伪色彩的问题,提出多信息结合字典算法。首先提出了基于 RGB 颜色空间各通道模值的加权梯度定义,并在此基础上建立了由彩色图像的亮度、加权梯度、颜色信息结合的一种过完备结构字典。其次利用噪声图像的稀疏性,通过不断更新迭代的字典训练过程,找到最优稀疏系数和最优学习字典,从而将噪声信息和图像有用信息分离开,精确重构图像并单求其颜色,进而得到去噪后的彩色图像。实验结果显示,与已有算法相比,本文提出的算法在不同的噪声强度下都取得了更好的视觉效果和更高的客观评价指标值,表明该算法具有良好的去噪性能。

关键词:稀疏表示;过完备结构字典;加权梯度;图像去噪

中图分类号: TP391.41

文献标志码:A

doi:10.3969/j.issn.1007-130X.2018.05.012

A color image denoising algorithm based on sparse representation and dictionary learning

YANG Pei¹, GAO Lei-fu¹, WANG Jiang¹, ZI Ling-ling²

 $(1.\ Institute\ of\ Optimization\ and\ Decision, Liaoning\ Technical\ University, Fuxin\ 123000;$

2. College of Electronics and Information Engineering, Liaoning Technical University, Huludao 125105, China)

Abstract: To solve the problems of fuzzy phenomenon and pseudo color in the denoising process of color images, a dictionary algorithm combining multiple information is proposed. Firstly, the definitions of the weighted gradients based on the channel model values in RGB color space are presented. On this basis, an over-complete structure of the dictionary is established, which uses brightness, weighted gradient and color information. Secondly, the iterative dictionary training process is continually updated and processed by using the sparsity of the noised image, and the optimal sparse coefficients and optimal learning dictionary are found, which can separate noise information from useful information of images, accurately reconstruct images which only requiring the color values computation and obtain the denoised color image. Experimental results show that, compared with the existing algorithms, the proposed algorithm achieves better visual effects and higher objective index values under different noise intensities, indicating that the algorithm has good denoising performance.

Key words: sparse representation; over-complete structural dictionary; weighted gradient; image denoising

^{*} 收稿日期:2016-08-22;修回日期:2017-02-23

基金项目:国家自然科学基金(61702241);辽宁省科技厅博士科研启动基金(201601365,20170520075);辽宁工程技术大学生产技术问题创新研究基金(20160089T)

通信地址:123000 辽宁省阜新市辽宁工程技术大学理学院

1 引言

图像在生成、存储和传输过程中不可避免地受到噪声的干扰,使得图像质量下降,对后续边缘检测、图像分割、压缩、复原和目标识别等问题造成严重影响,因此图像去噪效果的好坏对进一步的图像处理有着非常重要的意义。

传统的图像去噪方法有空间域去噪和变换域 去噪两种。国内外学者针对彩色图像高斯噪声的 去除展开了广泛研究,取得了许多成果[1,2],然而 这些方法主要是在空间域进行的,虽然彩色失真较 少,但是不能有效分离信号和噪声,去噪效果受到 限制。近些年来,稀疏表示理论的提出和字典学习 在许多领域的成功应用,使其成为了图像去噪领域 的新的研究方法[3-6],目前已有很多针对灰度图像 的工作[7-9]。相比灰度图像而言,彩色图像包含了 更丰富的信息。彩色图像去噪一般将图像分成三 个分量,对分量分别进行去噪处理[10,11],计算复杂 度较大,并且彩色图像的三分量原本是有机的整 体,相互之间具有较强的关联性,各分量数据在整 体改变时,不可避免地产生一定的模糊;而在独立 改变时易产生伪色彩,以至于将噪声信息和图像有 用信息分离开后,重构图像会产生原始图像所没有 的颜色。

针对上述问题,本文提出了一种多信息结合字 典算法,定义了一种基于 RGB 空间中各通道模值 的加权梯度,建立了由彩色图像的亮度、加权梯度、 颜色信息整体训练得到的过完备结构字典,这种多 信息结合字典算法不依赖图像分割即可实现全局 去噪,并且重构图像时避免了边缘模糊,并通过实 验验证了该算法的有效性。

2 图像稀疏表示与字典学习理论

图像的稀疏表示是寻找一组基,利用相对少的元素表达原始图像,使投影所得的系数对整个自然图像尽可能地统计无关,同时达到较高的逼近率,即: $\mathbf{y} = k_1 \mathbf{d}_1 + k_2 \mathbf{d}_2 + \cdots + k_M \mathbf{d}_M$ 。设 $\mathbf{y} \in \mathbf{R}^N$, $\mathbf{D} = (\mathbf{d}_1, \mathbf{d}_2, \cdots, \mathbf{d}_M)$, $\mathbf{\alpha} = (k_1, k_2, \cdots, k_M)^T$,则图像的稀疏表示可定义为:

$$y = D\alpha \tag{1}$$

其中, $D \in \mathbb{R}^{N \times M}$ ($M \gg N$) 称为过完备字典, d_i 称为 D 的原子, α 为字典下的稀疏系数。式(1)是一个欠定线性等式,其稀疏问题可以表示为[12]:

$$\min \| \boldsymbol{\alpha} \|_{0}$$
s. t.
$$\| \boldsymbol{y} - \boldsymbol{D}\boldsymbol{\alpha} \|_{2}^{2} < \varepsilon$$
 (2)

其中, $\| \cdot \|_{0}$ 为 l_{0} 范式,即向量中非零元素的个数, ε 表示残差阈值。

求解式(2)是个 NP-hard 问题,文献[13,14] 指出在一定条件下,求解 l_0 范式最优化问题等价于求解 l_1 范式最优化问题。在此基础上,上述稀疏表示模型采用正则化方法可得到如下表达[15]:

$$\min_{\mathbf{p}} \| \mathbf{y} - \mathbf{D} \boldsymbol{\alpha} \|_{2}^{2} + \lambda \| \boldsymbol{\alpha} \|_{1}$$
 (3)

其中, α 为y 的稀疏表示系数,正则化参数 λ 用来平衡y 的稀疏表示精度和稀疏特性。

上述问题的主要解决途径之一就是字典 D 的选择。通常,字典的选择分为两类:分析字典和学习字典。分析字典一般包括小波字典、过完备离散余弦字典和曲波字典等,用分析字典进行信号的稀疏表示时,简单易实现,但信号的表示不具备自适应性。而学习字典的自适应能力强,能够更好地适应不同的图像数据[16-18]。

3 多信息结合字典算法原理

3.1 加权梯度的定义

噪声对图像像素产生了破坏性的影响,图像在该像素处的特征产生急剧的变化。图像是离散的二维信号,离散变量梯度的计算方式使得噪声周围的梯度产生强烈变化,而噪声点自身的梯度则不会发生改变。

传统的彩色梯度计算方法是直接利用灰度梯度公式分别对 R、G、B 三个通道计算梯度,这样难以检测到彩色图像的细节,忽视了各通道之间的关联性,为了更好地体现彩色图像的颜色信息,考虑彩色图像三分量通道间的联系,使用彩色空间欧几里得距离[19] 作为彩色像素之间差异的度量,定义了一种基于 RGB 空间中各通道模值的加权梯度 G_{weight} :

$$G_{\text{weight}} = u \cdot \nabla \mathbf{I}_{R} + v \cdot \nabla \mathbf{I}_{G} + w \cdot \nabla \mathbf{I}_{B}$$

$$\nabla \mathbf{I}_{R} = \left[\frac{\partial \mathbf{I}_{R}}{\partial x}, \frac{\partial \mathbf{I}_{R}}{\partial y}\right], \nabla \mathbf{I}_{G} = \left[\frac{\partial \mathbf{I}_{G}}{\partial x}, \frac{\partial \mathbf{I}_{G}}{\partial y}\right],$$

$$\nabla \mathbf{I}_{B} = \left[\frac{\partial \mathbf{I}_{B}}{\partial x}, \frac{\partial \mathbf{I}_{B}}{\partial y}\right]$$

$$u = \frac{\|\nabla \mathbf{I}_{R}\|}{\|\nabla \mathbf{I}_{R}\| + \|\nabla \mathbf{I}_{G}\| + \|\nabla \mathbf{I}_{B}\|},$$

$$v = \frac{\|\nabla \mathbf{I}_{G}\|}{\|\nabla \mathbf{I}_{R}\| + \|\nabla \mathbf{I}_{G}\| + \|\nabla \mathbf{I}_{B}\|},$$

$$w = \frac{\|\nabla \mathbf{I}_{B}\|}{\|\nabla \mathbf{I}_{R}\| + \|\nabla \mathbf{I}_{G}\| + \|\nabla \mathbf{I}_{B}\|}$$

$$(4)$$

其中, || • || 为向量的模。根据上述定义可以计算出彩色图像的加权梯度,这种梯度的定义方法可以使图像在字典下有更好的稀疏表达,并且重构时候不易产生坏点。

3.2 多信息结合字典的结构设计

为了将图像的亮度、加权梯度、颜色信息统一进行稀疏编码,本文将原始彩色图像分成大小为 $\sqrt{n} \times \sqrt{n}$ 的块,将这些图像块作为样本来训练字典。

定义图像的训练样本集 Y = (H;G;C),其中 $H \in \mathbf{R}^{n \times m}$ 表示图像块的亮度信息, $G \in \mathbf{R}^{2n \times m}$ 表示图像块的加权梯度信息, $C \in \mathbf{R}^{3n \times m}$ 表示图像块 RGB 空间的颜色信息,m 表示图像分块数。字典中三种信息对应的三部分依次为 \mathbf{D}^{H} 、 \mathbf{D}^{G} 、 \mathbf{D}^{G} ,将图像块的三种信息按块连接成列向量,则多信息结合的结构字典可表示为 $\mathbf{D} = (\mathbf{D}^{H}; \mathbf{D}^{G}; \mathbf{D}^{G})$ 。

由以上描述知,式(1)可写成以下形式:

由式(5)可知 $H \setminus G \setminus C$ 在 D 上具有相同的稀疏 系数,则通过求解 $H \setminus G \setminus C$ 在 D 上的稀疏表达,进 而求得去掉噪声点后的颜色信息 C 。

4 算法实现

算法的实现分为两个部分进行:字典的训练与 图像在字典下的稀疏表示。

4.1 多信息结合字典的训练

字典训练的目的就是通过对 Y 的训练来估计最优学习字典,并且将图像的亮度、加权梯度、颜色特征统一到一个框架中,使它们具有相同的稀疏表示。

从 Y 中随机选择 t 个列向量初始化字典 D ,再用样本训练集 Y 训练字典 D 。 其初始目标函数为:

$$\min_{\boldsymbol{D^{H}, D^{G}, D^{C}, \boldsymbol{\alpha}}} \| \boldsymbol{H} - \boldsymbol{D^{H} \boldsymbol{\alpha}} \|_{2}^{2} + \| \boldsymbol{G} - \boldsymbol{D^{G} \boldsymbol{\alpha}} \|_{2}^{2} + \| \boldsymbol{C} - \boldsymbol{D^{C} \boldsymbol{\alpha}} \|_{2}^{2} + \lambda \| \boldsymbol{\alpha} \|_{1}$$
(4)

上式的估计方法采用在线字典学习 ODL(Online Dictionary Learning)算法[18],包括以下两步:

(1)稀疏编码。采用稀疏正则化模型:

$$\alpha_k = \operatorname*{arg\,min} \frac{1}{2} \| \mathbf{\textit{Y}} - \mathbf{\textit{D}}_{k-1} \boldsymbol{\alpha} \|_{2}^{2} + \lambda \| \boldsymbol{\alpha} \|_{1},$$

$$A_k \leftarrow A_{k-1} + \boldsymbol{\alpha}_k \boldsymbol{\alpha}_k^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{B}_k \leftarrow \boldsymbol{B}_{k-1} + \boldsymbol{Y}_k \boldsymbol{\alpha}_k^{\mathrm{T}}$$

其中, k 为迭代次数, Y 为训练样本, $A_0 \in \mathbf{R}^{t \times t} \leftarrow$

 $\mathbf{0}, \mathbf{B}_0 \in \mathbf{R}^{6n \times t} \leftarrow \mathbf{0}$

$$\boldsymbol{D}_{k} = \arg\min_{\boldsymbol{D}} \frac{1}{k} \left(\frac{1}{2} \operatorname{tr}_{\boldsymbol{D}} \boldsymbol{D} \boldsymbol{A}_{k} \right) - \operatorname{tr}_{\boldsymbol{D}} \boldsymbol{D} \boldsymbol{B}_{k} \right)$$

使用本文提出的多信息结合字典算法,用ODL 对图像的亮度、加权梯度、颜色信息统一进行训练后得到学习字典。图 1 为 Peppers 图在多信息结合字典算法中的字典图像。

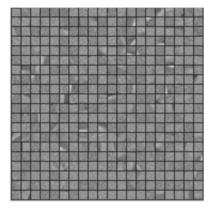


Figure 1 Image under the dictionary algorithm combining with multiple information

图 1 多信息结合字典算法的字典图像

4.2 图像在字典下的稀疏表示

将亮度、加权梯度、颜色信息统一到训练好的 字典 D 下做稀疏表示,即:

$$\boldsymbol{\alpha} = \arg\min_{\boldsymbol{\rho}} \| \boldsymbol{Y} - \boldsymbol{D}\boldsymbol{\alpha} \|_{2}^{2} + \lambda \| \boldsymbol{\alpha} \|_{1}$$
 (7)

三种信息在字典下有相同的稀疏表示系数 α ,采用最小角回归 LARs (Least Angle Regression)算法 α ,求解稀疏系数 α ,再对原图像进行颜色信息去噪,即 α 0 α 0 。

4.3 本文算法步骤

步骤 1 读入含噪图像并进行分块,获取 8×8 图像块序列。

步骤 2 对每个图像块提取出其亮度、加权梯度、颜色信息,并将图像块每类信息转变为一维信号,得到样本集 $Y = {}_{\ell}H_{\ell}G_{\ell}C_{\ell}$ 。

步骤 3 设置参数, 初始化离散余弦变换字典 D_0 , 并记图像的稀疏表示系数矩阵为 $\alpha = \{\alpha_i\}_{i=1}^m$ 。

步骤 4 为了让残差 $R_k = \|Y_k - D_{k-1}\alpha\|_2^2$ 降低到所给定的残差阈值 ε ,先用样本集 Y 对字典进行训练生成学习字典 $D = (D^n; D^c; D^c)$,再采用稀疏编码算法来得到稀疏系数矩阵 α 。

步骤 5 根据得到的系数矩阵 α ,找到更优的字典 D,如此迭代进行,求解式(6)和式(7),直到达到停止条件。

步骤 6 最后用学习字典中的 D^c 和 α 得到更新后的 C,实现彩色图像去噪的目的。

5 实验结果与分析

实验选取标准图像数据库 The USC-SIPI Image Database (http://sipi.usc.edu/data-base/)中 512×512 的 Lena、Peppers、Splash、Baboon、F16、Sailboat on lake 六幅图像和生活中随机拍摄的 Scene、Icecream、Child 三幅彩色图像,在 Window 7 计算机上进行,用 Matlab 2014a 编程测试。

为了描述方便,C-BM3D表示文献[2]中提到的目前对彩色图像去噪效果较好的彩色三维块匹配滤波 C-BM3D(Color Block-Matching and 3D filtering)模型算法,CA表示仅用颜色信息构建的字典算法,GGC表示用亮度、梯度和颜色特征构建的结构字典算法,GyGdC表示本文提出的用亮度、加权梯度和颜色信息构建的多信息结合字典算法。

实验中,图像块大小设置为 8×8 ,块与块之间重叠 4 个像素,字典原子个数选取 400,正则化参数 $\lambda=0.15$,实验在原始图像中加入的是均值为 0,噪声方差为 25 的高斯白噪声。在相同参数的条件下,将本文提出的多信息结合字典算法与其他去噪算法相比较,一方面通过视觉观察去噪效果,另一方面利用定量分析来评估图像去噪质量。

以 Lena、Scene、Icecream、Child 四幅彩色图为

例,视觉效果如图 2 所示,每行从左向右依次为原始图像、含噪图像、C-BM3D 算法去噪图、CA 算法去噪图、GGC 算法去噪图、GyGdC 算法去噪图。图中方框部分均有其对应放大图,位于原图的边角部分。从这些图像中可以看出,各种算法重构后的彩色图像均达到了去噪效果,但在视觉感官上,本文算法 GyGdC 去噪后的图像相对于其他算法有明显提高,既能很好地消除噪声,又能较好地保持图像边缘清晰且更接近原始图像。如去中行 Lena 的去噪图中,多信息结合字典算法节节,以上他算法去噪后图像更清楚,含有更多的图像保留了原图像的更多信息。帽穗出方的平滑区不但去除了噪声,减轻可该部分的褶皱现象,而且较好地保持了边缘等细节信息。

为了定量地衡量去噪效果,通过均方根误差 $RMSE(Root\ Mean\ Square\ Error)$ 和峰值信噪比 $PSNR(Peak\ Signal\ to\ Noise\ Ratio)$ 两项指标对去 噪效果进行统计分析[1,21],RMSE 表示两个彩色图像在欧氏空间的整体差异,PSNR 用来比较去噪后图像与原图像质量的差异。对于一幅像素为 $N\times M$ 的图像,定义均方误差百分比为:RMSE=

$$\sqrt{rac{1}{3N imes M}} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} \| f_{ ext{out}} - f \|_{2}^{2} imes 100\%$$
;定义图像



Figure 2 Visual renderings of the denoised images 图 2 去噪视觉效果图

的峰值信噪比为: $PSNR = 10\lg_{(}255/RMSE_{)}^{2}$,其中 f_{out} 表示去噪后图像,f 表示原图像。PSNR 越大,RMSE 越小,表示去噪的效果越好。

表 1 归纳了不同图像在不同算法下的 PSNR 和 RMSE 测试结果。从表 1 中的数值可以看出,多信息结合字典算法 GyGdC 对于不同的图像,去噪效果均优于其他算法。对于边缘和纹理信息比较丰富的 Peppers 和 Baboon 图,C-BM3D 算法去噪效果不太理想,但算法 GGC 和本文算法 GyGdC 由于在去噪过程中考虑了梯度信息,对此类图像依然能达到较好的去噪目的,并且由于本文算法在计算梯度时融入了色彩差异加权信息,在去噪效果上GyGdC 算法略胜一筹。

噪声强度的增加降低了有效稀疏原子个数,当 噪声强度过大时,有效的原子个数过少,不能再完整 地体现图像信息,此时的去噪难以达到有效效果。

图3和图4展示了不同算法对于不同强度的

噪声的去噪效果,无论噪声强度高还是低,多信息结合字典算法的去噪效果均高于其他算法。在噪声强度较低的情况下,多信息结合字典算法在去除噪声的同时,图像的清晰度未见明显损失;当噪声强度过大时,多信息结合字典算法在去除噪声的同时图像的清晰度有一定损失,尤其是对于包含纹理信息比较多的 Baboon 图,去噪效果并不突出,但相对于 C-BM3D 算法及其他算法,其优势依然很明显。

由 Splash、F16、Child 图在表 1、图 3 和图 4 中对应的数值可知,C-BM3D 算法对于这类图像块之间结构相似性比较大的图像去噪效果已经很不错,而多信息结合字典算法对于此种颜色信息比较单一的图像去噪能达到更优的效果,其因基于稀疏表达的字典设计算法的核心是字典训练和在该字典下的稀疏表示,其中字典的训练就是对图像信息的提炼过程,训练后使图像的最大特征得到最大程度

Table 1 PSNR and RMSE results of different images under different algorithms 表 1 不同图像在不同算法下的 PSNR 和 RMSE 值测试结果

图像	噪声图原始数据		C-BM3D 算法		CA 算法		GGC 算法		GyGdC 算法	
	PSNR	RMSE	PSNR	RMSE	PSNR	RMSE	PSNR	RMSE	PSNR	RMSE
Lena	28.352 6	9.747 9	32.299 4	6.1883	32.5135	6.037 6	32.838 5	5.815 9	33.484 1	5.3993
Peppers	28.324 2	9.7798	30.152 7	7.9233	31. 455 7	6.819 5	31.787 0	6.5643	32.462 5	6.073 2
Splash	28.320 9	9.783 5	33.280 1	5.527 6	32.994 5	5.7124	33. 268 7	5.5348	33.909 4	5.141 3
Baboon	28.3638	9.735 3	28.733 0	9.330 2	29.6599	8.385 8	29.965 9	8.095 5	30.546 6	7.572 0
F16	28.318 8	9.785 9	32.108 9	6.325 5	32.617 1	5.9660	32.969 0	5.729 1	33.587 2	5.335 6
Sailboat on lake	28.3334	9.769 5	29.264 7	8.776 2	31.106 8	7.0990	31.425 0	6.8437	32.071 0	6.353 2
Scence	28.638 5	9.432 2	30.345 7	7.749 2	31.972 5	6.425 6	32.165 9	6.284 1	32.979 7	5.722 1
Icecream	28.400 4	9.6944	31.229 3	6.9996	32.061 1	6.3604	32.279 7	6.2023	33.017 5	5.697 2
Child	28.326 7	9.777 0	31.793 6	6.5593	32. 158 2	6.289 7	32.731 5	5.8880	33.564 1	5.349 8

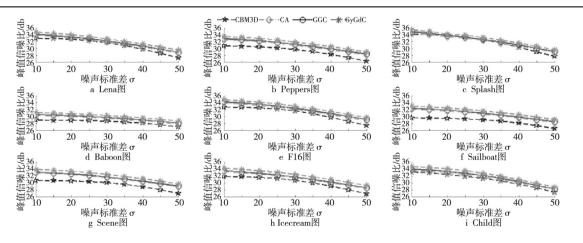


Figure 3 *PSNR* value comparison under different noise intensities 图 3 不同强度噪声下去噪效果 *PSNR* 值比较

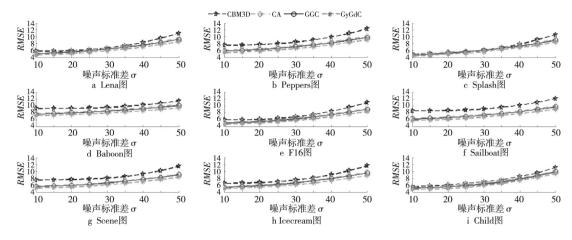


Figure 4 RMSE value comparison under different noise intensities

图 4 不同强度噪声下去噪效果 RMSE 值比较

的彰显,会忽略较小特征。

实际应用中,运算时间也是评价去噪算法的重要指标,实验对几种算法的时间复杂度数量级和计算时间进行了比较,如表 2 所示。由于不同的参数会导致不同的性能和时间复杂度,且不同参数的表现也与噪声的强度有关。实验在相同输入规模、图像块大小、噪声强度等一些基础参数相同的情况下,设定 CA、GGC、GyGdC 算法迭代次数为 10次,字典原子个数为 400,C-BM3D 算法的硬阈值为 2.7,两步中块的个数分别为 16 和 32。由表 2的实验结果可知,仅考虑颜色信息的 GGC 算法因 最短,结合了颜色、亮度、梯度信息的 GGC 算法因 其结构上的复杂性时间消耗有所增加,多信息结合字典算法与 GGC 算法相比,由于其用了加权梯度,运算时间微增,但与 C-BM3D 算法相比时间消耗依然大大缩短。

以上这些实验结果表明,多信息结合字典算法达到了比较好的去噪效果,具有明显的抑制强噪声的优势,对各类不同图像均能有效去噪,恢复后图像的主客观评价也有较大提高。与其他算法相比,本文提出的 GyGdC 算法去噪效果及运算时间均有所提高,尤其在运算时间上明显优于 C-BM3D 算法。

6 结束语

图像去噪是数字图像处理领域的经典问题。本文提出了一种基于稀疏表达与字典学习的多信息结合字典算法,并新定义了一种加权梯度,该算法利用图像的亮度、加权梯度、颜色信息,优化了字典结构。实验结果表明,多信息结合字典算法去噪性能优于 C-BM3D 及其他算法,更好地保留了图像的边缘纹理等细节信息,去噪后的图像 RMSE 值较小,PSNR 值和清晰度显著提高,去噪效果明显。本文的研究工作还有许多有待改进的地方,如,字典原子个数的自适应选取、正则化参数的选取,以及多信息结合中加入纹理信息等问题。

参考文献:

- [1] Jin Liang-hai, Yao Xing-zhong, Li De-hua. A survey on color image vector filtering techniques [J]. Journal of Image and Graphics, 2009, 14(2): 243-254. (in Chinese)
- [2] Dabov K, Foi A, Katkovnik V, et al. Color image denoising via sparse 3D collaborative filtering with grouping constraint in luminance-chrominance space[C] // Proc of IEEE International Conference on Image Processing(ICIP 2007), 2007, 1: I-313-I-316.

Table 2 Time complexity and computing time 表 2 时间复杂度与运算时间

算法	时间复杂度 - 数量级	运算时间 /s									
		Lena	Peppers	Splash	Baboon	F16	Sailboat on lake	Scene	Icecream	Child	
C-BM3D	$O(n^2)$	8. 158 7	8.345 7	9.207 9	6.995 2	8.402 9	7.445 2	8.257 8	7.653 1	9.174 4	
CA	$O(\log n)$	0.355 5	0.305 5	0.329 4	0.3713	0.424 9	0.313 0	0.3193	0.349 0	0.369 5	
GGC	$O(\log n)$	0.377 8	0.3247	0.3504	0.3958	0.448 0	0.3386	0.348 8	0.375 9	0.389 9	
GyGdC	$O(\log n)$	0.383 6	0.329 2	0.356 1	0.400 8	0.448 9	0.3404	0.360 7	0.385 4	0.413 6	

- [3] Liu Shuai-qi, Hu Shao-hai, Xiao Yang. Shearlet domain SAR image denoising via sparse representation [J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2012, 34 (9); 2110-2115. (in Chinese)
- [4] Wu Yi-quan, Li li. Image denoising using kernel fuzzy clustering and regularization on sparse model [J]. Acta Photonica Sinica, 2014, 43(3); 310001-310007. (in Chinese)
- [5] Huang Li-shao, Wen Hai-ying, Gu Si-si. Image denoising algorithm based on method noise sparse representation dictionary learning[J]. Journal of System Simulation, 2016, 28(1): 154-159. (in Chinese)
- [6] Zhang Jing-miao, Gao Shuang-xi, Wang Xiao-na. Hyperspectral image denoising based on low rank dictionary learning [J]. Control Engineering of China, 2016, 23(6): 823-827. (in Chinese)
- [7] Zhao Jing-kun, Zhou Ying-yue, Lin Mao-song. Image denoising algorithm based on sparse representation and nonlocal similarity [J]. Journal of Computer Applications, 2016, 36 (2): 551-555. (in Chinese)
- [8] Li Na, Lan Jun-hua. Image denoising using sparse representation and weighted nuclear norm minimization[J]. Acta Scientiarum Naturalium Universitatis Nankaiensis, 2016, 49(1): 99-104.
- [9] Han Jin-ju, Zou Guo-liang, Image denoising algorithm based on kernel sparse representation[J]. Computer Engineering, 2016,42 (3):272-277. (in Chinese)
- [10] Tang Shi-fu, Su Li-yun, Ma Hong, et al. DCT domain adaptive color image watermarking algorithm based on chaotic scrambling[J]. Journal of Sichuan University (Natural Science Edition), 2004, 41(2):256-261. (in Chinese)
- [11] Jiang Gang-yi, Yu Hai. A new adaptive color image filtering method [J]. Chinese Science Bulletin, 1999, 44 (18): 1937-1942. (in Chinese)
- [12] Tropp J A, Wright S J. Computational methods for sparse solution of linear inverse problems [J]. Proceedings of the IEEE,2010,98(6): 948-958.
- [13] Candes E J, Romberg J, Tao T. Robust uncertainty principles: Exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(2): 489-509.
- [14] Donoho D L, Elad M, Temlyakov V N. Stable recovery of sparse overcomplete representations in the presence of noise
 [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52
 (1): 6-18.
- [15] Mairal J, Bach F, Ponce J, et al. Online learning for matrix factorization and sparse coding [J]. Journal of Machine Learning Research, 2010, 11(1): 19-60.
- [16] Lian Qiu-sheng, Shi Bao-shun, Chen Shu-zhen. Research advances on dictionary learning models, algorithms and applications [J]. Acta Automatica Sinica, 2015, 41 (2): 240-260. (in Chinese)
- [17] Zhang Xun, Zhao Rui-zhen, Cen Yi-gang, et al. Color reconstruction algorithm for grayscale images based on dictionary learning and sparse representation[J]. Journal of Computer-

- Aided Design & Computer Graphics, 2014, 26 (7): 1092-1098. (in Chinese)
- [18] Mairal J. Bach F. Ponce J. et al. Online dictionary learning for sparse coding[C]//Proc of the 26th Annual International Conference on Machine Learning, 2009; 689-696.
- [19] Gonzalez R C, Woods R E. Digital image processing [M]. Beijing; Pearson Education, 2003; 224-246.
- [20] Keerthi S S, Shevade S. A fast tracking algorithm for generalized LARS/LASSO[J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 2007, 18(6): 1826-1830.
- [21] Wang Zhi-wen, Li Shao-zi. Based on the multivariate statistical model adaptive wavelet fractal image denoising[J]. Chinese Journal of Computers, 2014, 37 (6): 1380-1389. (in Chinese)

附中文参考文献:

- [1] 金良海,姚行中,李德华.彩色图像矢量滤波技术综述[J].中 国图象图形学报,2009,14(2): 243-254.
- [3] 刘帅奇,胡绍海,肖扬. 基于稀疏表示的 Shearlet 域 SAR 图像 去噪[J]. 电子与信息学报,2012,34(9): 2110-2115.
- [4] 吴一全,李立. 利用核模糊聚类和正则化的图像稀疏去噪[J]. 光子学报,2014,43(3):310001-310007.
- [5] 黄丽韶,文海英,顾思思.基于方法噪声稀疏表字典学习的图像去噪算法[J].系统仿真学报,2016,28(1):154-159.
- [6] 张静妙,高双喜,王晓娜.基于低秩字典学习的高光谱遥感图像去噪[J].控制工程,2016,23(6): 823-827.
- [7] 赵井坤,周颖玥,林茂松.基于稀疏表示与非局部相似的图像 去噪算法[J].计算机应用,2016,36(2);551-555.
- [9] 韩金菊,邹国良.基于核稀疏表示的图像去噪算法[J]. 计算机工程,2016,42(3): 272-277.
- [10] 唐世福,苏理云,马洪,等. 基于混沌置乱的 DCT 域彩色图像自适应水印算法[J]. 四川大学学报(自然科学版),2004,41(2): 256-261.
- [11] **蒋刚毅.** 郁海. 自适应彩色图像滤波新方法[J]. 科学通报, 1999,44(18): 1937-1942.
- [16] 练秋生,石保顺,陈书贞.字典学习模型、算法及其应用研究 进展[J].自动化学报,2015,41(2):240-260.
- [17] 张勋,赵瑞珍,岑翼刚,等.基于字典学习与稀疏表示的灰度 图像颜色重建算法[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2014,26(7):1092-1098.
- [21] 王智文,李绍滋,基于多元统计模型的分形小波自适应图像 去噪[J].计算机学报,2014,37(6):1380-1389.

作者简介:



杨培(1981-),女,河南汝南人,博士生,讲师,CCF会员(75550M),研究方向为最优化理论与应用、稀疏表示和图像处理。 E-mail:yangpei_806@163.com

YANG Pei, born in 1981, PhD candi-

date, lecturer, CCF member (75550M), her research interests include optimization theory and application, sparse representation, and image processing.