Geometry & Trigonometry

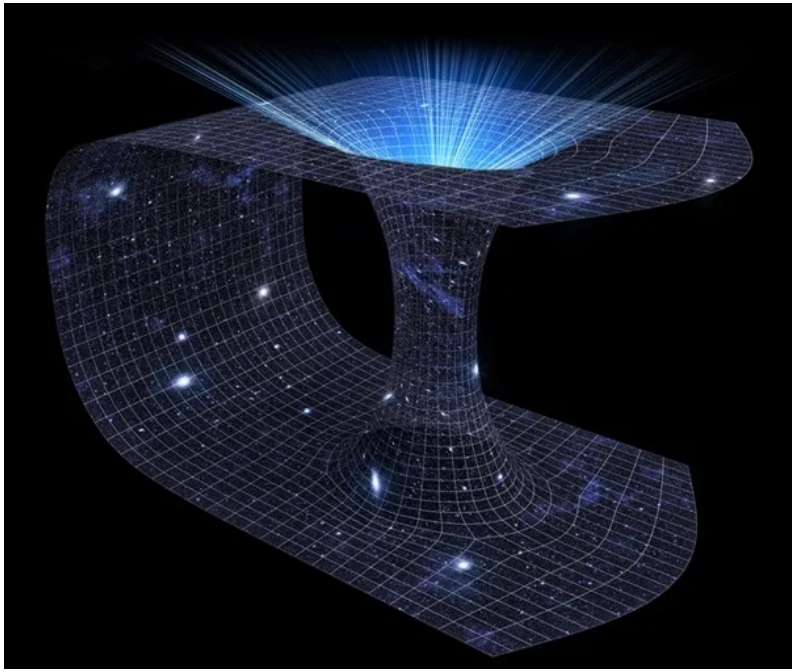
သတိ: စာကိုအလွတ်မကျက်ပါနှင့်၊ နားလည်အောင်ဖတ်ပြီး စဉ်စားပါ။

Space

ပထမဆုံး ကျွန်တော်တို့ မေးခွန်းတစ်ခုနဲ့ စမယ်ဆိုရင် Space ခေါ်တဲ့အရာကြီးက ဘာကြီးလဲ ဆိုတာပဲ ဖြစ်ပါသည်။

ဒီ Space ဆိုတာကြီးကို သင်္ချာပညာရှင်တွေနဲ့ သိပ္ပံပညာရှင်တွေက မေးခွန်းထုတ်ခဲ့တာကြာပါပြီ။

သို့သော် ဒီ Space ဆိုတာကြီးက ဘာကြီး ဖြစ်မလဲ။



Measurement of Space

ဒီ Space ဆိုတာကြီး မေးခွန်းထုတ်ကြသော်လည်း လက်တွေ့အားဖြင့် ဒီ Space ဆိုတာကြီးကို ဘယ်လို တိုင်းတာမလဲက ပိုပြီး အဓိကကျလာပါသည်။

အမှန်တော့ ဒီ Space ကို နားမလည်သော်လည်း ဒါကို တိုင်းတာဖို့ ကြိုးစားခဲ့ကြသည်က လွန်ခဲ့သော နှစ်ပေါင်း ထောင်ပေါင်းများစွာ ကတည်းက ဖြစ်ပါသည်။

ပထမဆုံး ဒီ Space ကို ကိုယ်ခန္ဓာရှိ အစိတ်အပိုင်းဖြစ်သော လက်သစ်၊ လက်မ၊ ပေ (Foot)၊ တောင် (တံတောင်ဆစ်) စသည်ဖြင့် တိုင်းတာခဲ့ပါသည်။

အခန်း ဘယ်လောက်ကျယ်၊ သစ်ပင်ဘယ်လောက်မြင့်တယ်၊ မြေဘယ်လောက်ကျယ်လဲ စသည်ဖြင့် တိုင်းတာကြပါသည်။

တစ်နည်းအားဖြင့် အရာဝတ္ထုများ၏ အရွယ်အစားနှင့် တည်နေရာများကို တိုင်းတာဖို့ ကြိုးစားကြခြင်း ဖြစ်ပါသည်။

Space: Heaven & Earth

အမှန်တော့ ဒီလို တိုင်းတာရာမှာ ကမ္ဘာမြေပေါ် ရှိ အရာဝတ္ထုများ၏ အတိုင်းအတာများကိုပါတိုင်းတာသည် မဟုတ်ဘဲ ကောင်းကင်ရှိ အရာဝတ္ထုများ (Celestial Bodies) နေ၊ ကြယ်၊ လများကိုပါ တိုင်းတာဖို့ ကြိုးစားခဲ့ကြပါသည်။

သို့နှင့် Space ဆိုတာမှာ ကောင်းကင် (Heaven) ရော၊ ကမ္ဘာမြေကြီး (Earth) ပါ ပါဝင်လာခဲ့ပါသည်။

ရှေးခေတ် လူ့အဖွဲ့အစည်းများ ဖြစ်သော ဘာဘီလွန်၊ အီဂျစ်၊ တရုတ်နှင့် အိန္ဒိယတို့တွင်ပါ ဒီအတိုင်းအတာများသည် အရေးပါလာခဲ့ပါသည်။

သို့သော်လည်း ဂရိခေတ်ရောက်မှာသာလျှင် သင်္ချာအနေဖြင့် စနစ်တကျလေ့လာလာခဲ့ကြပြီး ကမ္ဘာပေါ် ရှိ အရာများကို တိုင်းတာခြင်းမှ Geo (Earth) Metry (Measurement) နှင့် ကောင်းကင်ရှိအရာများကို တိုင်းတာသော Astro (Star) Nomy (Discipline) ဆိုပြီး ဖြစ်ပေါ်လာခဲ့ပါသည်။

ဂရိခေတ်တွင် သင်္ချာ (Mathematics)မှာ အစိတ်အပိုင်း ၄ ခုပါဝင်ပြီး Arithmetic, Harmony, Geometry နှင့် Astronomy တို့ပါဝင်လာကြပါသည်။

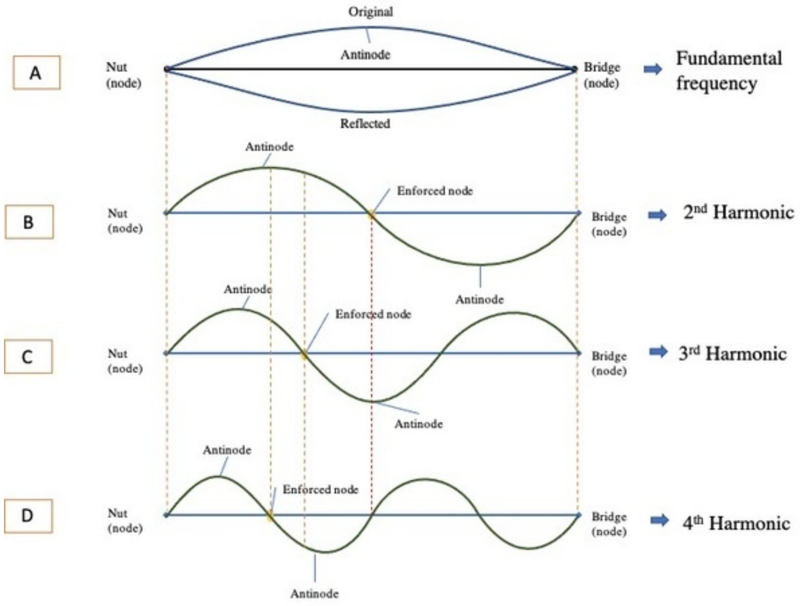
Arithmetic & Harmony

အမှန်တော့ Arithmetic သည် ဂရိတို့ အလိုအရ ရေတွက်ခြင်းနှင့် အစုပြုခြင်း သဘောတရားပေါ်တွင်မူတည်နေပါသည်။

တစ်ခု၊ တစ်ကောင် ရေတွက်ခြင်းမှ ကိန်း (Number) များ ဖြစ်ပေါ်လာပြီး ထိုကိန်းများ၏ သဘာဝများကို လေ့လာခြင်း ဖြစ်ပါသည်။ ဥပမာ၊ Prime Number, Even Number, Natural Number, Irrational Number။

Harmony က အရာဝတ္ထုနှင့် ဂီတများ၏ အချိုးကို လေ့လာခြင်း ဖြစ်ပါသည်။ ဂီတများသည် အမှန်တော့ Harmonic Ratio များ ဖြစ်ပြီး တူရိယာများကို ဖန်တီးရာတွင် သာယာသော အသံထွက်ပေါ် ဖို့ Harmonic Ratio များအတိုင်း ပြုလုပ်ရပါသည်။

Pendulum သဘောတရားသည် Harmonic Series တစ်ခုဖြစ်ပြီး နောက်ပိုင်းတွင် နာရီပြုလုပ်ရာတွင် အရေးပါလာပါသည်။



https://www.emiferguson.com/architecture

Geometry & Astronomy

အမှန်တော့ Geometry သည် ဂရိတို့ အလိုအရ ကမ္ဘာပေါ် ရှိအရာဝတ္ထုများကို တိုင်းတာတွက်ချက်ခြင်း ပညာရပ်ဖြစ်ပါသည်။

သို့သော် ဂရိတို့ အလိုအရ ကမ္ဘာပေါ် ရှိအရာဝတ္ထုများသည် အများအားဖြင့် Static (Stationary) ရပ်တန့်နေသော သဘောကို ဆောင်ပြီး အဓိကအားဖြင့် တည်နေရာ၊ အရွယ်အစားနှင့် ပုံသဏ္ဍာန်များကို လေ့လာတိုင်းတာခြင်း ဖြစ်ပါသည်။

ဒါနှင့် ဆန့်ကျင့်ဖက် ကောင်းကင်ရှိအရာများကို လေ့လာသော Astronomy တွင်မူ Dynamic (Motion) လှုပ်ရှားသော သဘောကို ဆောင်ပြီး အဓိကအားဖြင့် တည်နေရာ၊ ပုံသဏ္ဍာန်သာမက ရွေ့လျားမှုများကိုပါ လေ့လာတိုင်းတာပါသည်။ ဥပမာ၊ ရာသီစက်ဝန်းများ၊ နေ့ညဖြစ်ပေါ်ခြင်းများ၊ နေကြတ်ခြင်း၊ လကြတ်ခြင်းများ။

တစ်နည်းအားဖြင့် Astronomy တွင် Space အပြင် အချိန်၏ သဘောတရား Time ပါပါဝင်သော်လည်း Geometry တွင်မူ Space သဘောတရားသက်သက်သာပါဝင်ပါသည်။

The most Fundamental of Space: Point

Space ကို တိုင်းတာရာတွင် အခြေခံအကျဆုံးသော သင်္ချာသဘောတရားသည် Point တစ်ခု ဖြစ်ပြီး သူသည် Space အတွင်းရှိ Position တစ်ခုကိုသာ ညွှန်းဆိုပါသည်။

တစ်နည်းအားဖြင့် Point တစ်ခုတွင် အရွယ်အစားရော၊ ပုံသဏ္ဍာန်ရော မရှိဘဲ တည်နေရာ (Position) သာရှိသော Abstract Geometric သဘောတရား ဖြစ်ပါသည်။

အမှန်တော့ ရွယ်အစားရော၊ ပုံသဏ္ဍာန်ရော မရှိဘဲ တည်နေရာသက်သက်သာ ရှိသော အရာသည် လက်တွေ့တွင် မရှိဘဲ သဘောတရားအရသာ ရှိသော သဘောတရား ဖြစ်ပါသည်။

တစ်နည်းအားဖြင့် သုညသည် ဘာမျှမရှိခြင်းကို ပြောသော သဘောတရားဖြစ်သလို Point တစ်ခုသည်လည်း တည်ရှိခြင်းသက်သက်ကိုသာ ပြဆိုသော သဘောတရား ဖြစ်ပါသည်။

ဒါသည် ဂရိသင်္ချာပညာရှင်များ၏ အားသာချက်ဖြစ်ပြီး လက်တွေ့ (Reality) နှင့် သဘောတရား (Concept) ကို ခွဲထုတ်လိုက်ခြင်း ဖြစ်ပါသည်။

Axioms

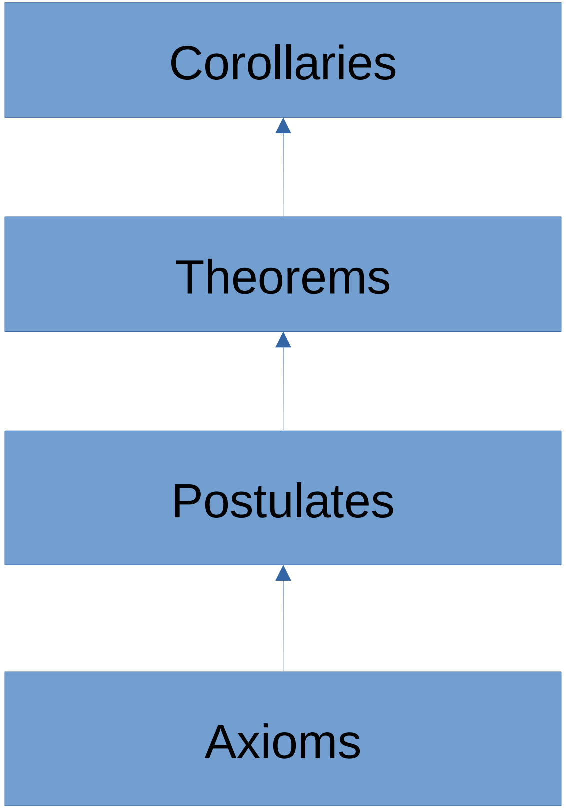
လက်တွေ့ (Reality) နှင့် သဘောတရား (Concept) ကို ခွဲထုတ်ရာတွင် ဂရိတို့သည် ကနဦးအဆို (Axiom) များပေါ်တွင် အခြေခံပြီး အဆင့်ဆင့် သင်္ချာသဘောတရားများကို တည်ဆောက်ပါသည်။

Axiom များသည် သက်သေပြစရာ မလိုသော ကနဦး အဆိုမှန်များ ဖြစ်ပြီး Self-Evidence ပေါ်တွင် အခြေတည်ပါသည်။

ဥပမာ၊ ၁ + ၁ = ၂ သည် Axiom တစ်ခု ဖြစ်ပါသည်။

သင်္ချာနှင့် သိပ္ပံပညာသည် Axiom များတွင် အခြေခံပြီး တည်ဆောက်ထားသည်ဖြစ်၍ Axiom တစ်ခုသာ မှားယွင်းပါက ကျန်တာ အားလုံး မှားကုန်မည် ဖြစ်ပါသည်။

၁ + ၁ = ၂ သည် မှားယွင်းပါက ကျွန်တော်တို့ သိထားသမျှသော သင်္ချာနှင့် သိပ္ပံတို့ အကုန်မှားကုန်မည် ဖြစ်ပါသည်။



Geometric Axioms

Things which are equal to the same thing are also equal to one another. (IF A = B, C = B, THEN A = B)

If equals be added to equals, the wholes are equal. (IF A = B, THEN A + B = C + B)

If equals be subtracted from equals, the remainders are equal. (IF A = B, THEN A – C = B - C)

Things which coincide with one another are equal to one another. (IF A = B, B = A, THEN A = B)

The whole is greater than the part. (IF A + C AND A $\neq 0$, C $\neq 0$, THEN A + C > A OR A + C > C)

Definition of Space

သဘောတရားအားဖြင့် တည်နေရာ (Position) ကို ဖော်ပြသော Point တစ်ခုသည် လက်တွေ့အားဖြင့် ဘယ်မှာ တည်ရှိနေပါသနည်း။

အိမ်ခန်းထဲမှာလား၊ လမ်းပေါ်မှာလား၊ ကမ္ဘာပေါ်မှာလား၊ စကြဝဠာထဲမှာလား။

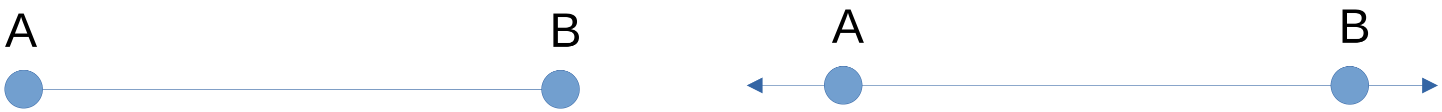
သို့သော်လည်း ဉာဏ်ကောင်းသော ဂရိတို့အဖို့ တည်နေရာသက်သက်သာရှိသော Point တစ်ခု တည်ရှိရာ နေရာ ဖြစ်သော Space ကို သဘောတရား သက်သက်ဖြင့်လည်း ပြန်လည် ဖော်ပြပါသည်။

ဂရိတို့က သတ်မှတ်ထားသော Space သည် လုံး၀ အဖုအထစ်မရှိသော Planar Space (ပြင်ညီ) တစ်ခုဖြစ်ပြီး အစအဆုံးလည်း မရှိသော Space တစ်ခု ဖြစ်ပါသည်။

တစ်နည်းအားဖြင့် ဒါကို နောက်ပိုင်းတွင် Euclidean Space ဟု အသုံးများလာပြီး 2 Dimensional Infinite Plane တစ်ခုကို ကိုယ်စားပြုပါသည်။

မည်သို့ပင် ဖြစ်စေ ဂရိတို့သည် ပထမဆုံး Space တစ်ခုကို သင်္ချာသဘောတရားဖြင့် စတင်စဉ်းစားခဲ့သော လူမျိုး များ ဖြစ်ပါသည်။

Line



Point တစ်ခုကို ဆက်ဆွဲနိုင်ပြီး ထိုသို့ ဆက်ဆွဲနိုင်ပြီး ထိုသို့ ဆက်ဆွဲလို့ ဖြစ်ပေါ်လာသော A Set of Points ကို Line ဟု အဓိပ္ပါယ်သတ်မှတ်ပါသည်။

Point တစ်ခုတွင် စပြီး အခြား Point တစ်ခုတွင် ဆုံးသော Line ကို Segment ဟုခေါ်ပြီး အစအဆုံးမရှိ ဆက်ဆွဲသောများကို မျဉ်းဖြောင့် (Straight Line) ဟုခေါ်ပါသည်။

Line များသည် တည်နေရာ (Position) သာမက အတိုင်းအတာ (Dimension) ပါရှိသော သင်္ချာသဘောတရား ဖြစ်ပါသည်။

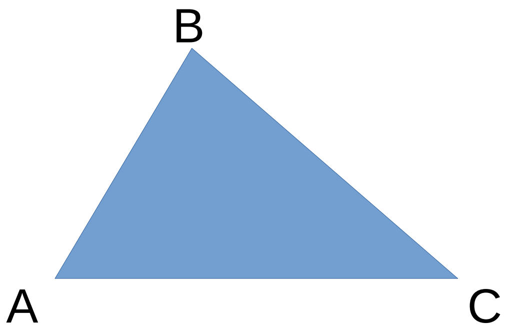
Geometric Shapes

Line များတွင် အတိုင်းအတာ (Dimension) ရှိသော်လည်း အရွယ်အစား (Area) မရှိပါချေ။

သို့သော်လည်း Line Segment များကို ဆက်ဆွဲခြင်းဖြင့် အခြားသော အရွယ်အစားနှင့် ပုံသဏ္ဍာန်အမျိုးမျိုးရှိသော Geometric Shapes များကို ရရှိပါသည်။

Geometric Shape များ၏ အစွန်း (Vertex) များကို Point များဖြင့် ဖော်ပြပြီး အနား (Edge or Side) များကို Segment များဖြင့် ဖော်ပြပါသည်။

Most Fundamental Shape: Triangle



Geometric Shape များအားလုံးတွင် Triangle များသည် အခြေခံအကျဆုံးသော Shape ဖြစ်ပါသည်။

အဘယ့်ကြောင့်ဆိုသော် အခြားအားလုံးသော Shape များကို Triangle များ ပေါင်းစပ်ခြင်းဖြင့် တည်ဆောက်နိုင်လို့ ဖြစ်ပါသည်။

ထိုမျှမက Triangle များတွင် ထူးခြားသော ဝိသေသနများရှိသဖြင့် Triangle များကို သက်သက်လေ့လာသော ဘာသာရပ်တစ်ခု ဖြစ်ပေါ်လာပြီး ဒါသည်ပင် Trigonometry ဖြစ်လာပါသည်။

အခု ကျွန်တော်တို့ အင်မတန် စိတ်ဝင်စားစရာ ကောင်းသော အကြောင်းအရာကို ဆွေးနွေးပါမည်။

Wheel

ဘီး (Wheel) များကို အာရှအလယ်ပိုင်း (ဘောဘီလွန်)၊ တရုတ်၊ အိန္ဒိယတို့တွင် ကြေးနီခေတ်လောက်က စတင် အသုံးပြုခဲ့ကြောင်း မှတ်တမ်းများ ရှိပါသည်။

အခု ကျွန်တော်တို့ ဘီးများကို ဘာဖြစ်လို့ စိတ်ဝင်စားသလဲ ဆိုတော့ ဘီးများသည် စက်ဝိုင်းများ ဖြစ်လို့ ဖြစ်ပါသည်။

လူတွေသည် စက်ဝိုင်းဟူသော သင်္ချာသဘောတရားကို မသိရှိမီကတည်းက ဘီးများကို အသုံးပြုခဲ့ကြပြီး ဝိုင်းသော သစ်သားပြားများကို ပြုလုပ်တတ်ခဲ့ပြီး ဖြစ်ပါသည်။

သို့သော် မည်သို့ပင် ဖြစ်စေ “စက်ဝိုင်း”သည် လည်ပတ်သော သဘောတရားရှိပြီး တစ်နည်းအားဖြင့် ရွေ့လျားသော (Motion) သဘောတရားကို ညွှန်းဆိုပါသည်။

https://en.wikipedia.org/wiki/Wheel

Sun Dial (နေနာရီ)

ကျွန်တော်တို့ အင်မတန်ကို စိတ်ဝင်စားစရာကောင်းသော မေးခွန်းတစ်ခုဖြင့် စတင်ပါမည်။

ဘာဖြစ်လို့ စက်ဝိုင်းတစ်ခုတွင် ၃၆၀ ဒီဂရီ ရှိသလို နာရီတစ်ခုတွင်လည်း ဘာဖြစ်လို့ ၆၀ မိနစ်နှင့် ၆၀ စက္ကန့်ရှိပါသနည်း။

ဒါ၏ အဖြေသည် နေနာရီနှင့် သက်ဆိုင်ပြီး နေနာရီကို ဘာဘီလွန်မှ ပညာရှင်များက စတင်ခဲ့သည်လို့ ဆိုစမှတ်ပြုကြပါသည်။

ထိုမှုမက “စက်ဝိုင်း” တစ်ခုသည် ရွေ့လျားသော သဘောကို ညွှန်းဆိုပြီး အချိန်နှင့် ရာသီပြောင်းခြင်းကို ဖော်ပြပါသည်။

တစ်နည်းအားဖြင့် စက်ဝိုင်းသည် ရွေ့လျားသော သဘော ဖော်ပြနိုင်သော အရာ တစ်ခု ဖြစ်လာပါသည်။

ရွေ့လျားသော သဘောရှိသည့် သံသရာကိုပင် စက်ဝန်း (Cycle) ဆိုပြီး တင်စားကြပါသည်။

https://www.scientificamerican.com/article/experts-time-division-days-hours-minutes/

Circle and Cycle

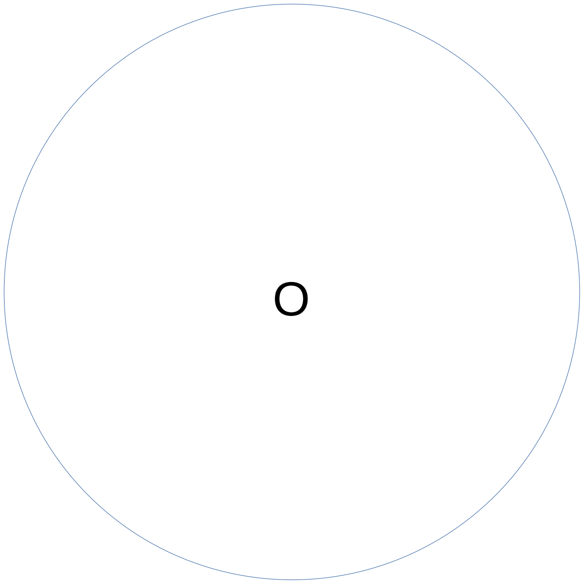
ကျွန်တော်တို့ ပြောခဲ့သလို Geometry သည် Earth ပေါ်ရှိအရာများ၏ တည်နေရာနှင့် ပုံသဏ္ဍာန်အရွယ်အစားကို တိုင်းတာသော ပညာရပ်ဖြစ်ပြီး Astronomy သည် Heaven (ကောင်းကင်)ရှိ နေ၊လ၊ကြယ်များ၏ တည်နေရာနှင့် ရွေ့လျားပုံကို လေ့လာသော ပညာရပ် ဖြစ်ပါသည်။

သို့သော် ထို ၂ ခုကို ဆက်စပ်ပေးသော အရာသည် စက်ဝိုင်းဖြစ်လာပါတော့သည်။

နေ၊ လ၊ နှင့် ကမ္ဘာကြီးသည် လုံးဝိုင်းနေသလို၊ ဘီးတစ်ခုလို အမြဲ ပုံမှန်လည်ပတ်နေပါသည်။

သို့နှင့် Triangle များနည်းတူ စက်ဝိုင်းများသည်လည်း အင်မတန်အရေးပါသော Geometric Shape တစ်ခု ဖြစ်လာပါသည်။

ထိုမျှမက Circle များသည် Cycle (စက်ဝန်း = လည်ပတ်မှု) ကိုပါ ဖော်ပြနိုင်ပြီး ရွေ့လျားမှု သဘောတရားကိုပါ ညွှန်းဆိုပါသည်။



Circle

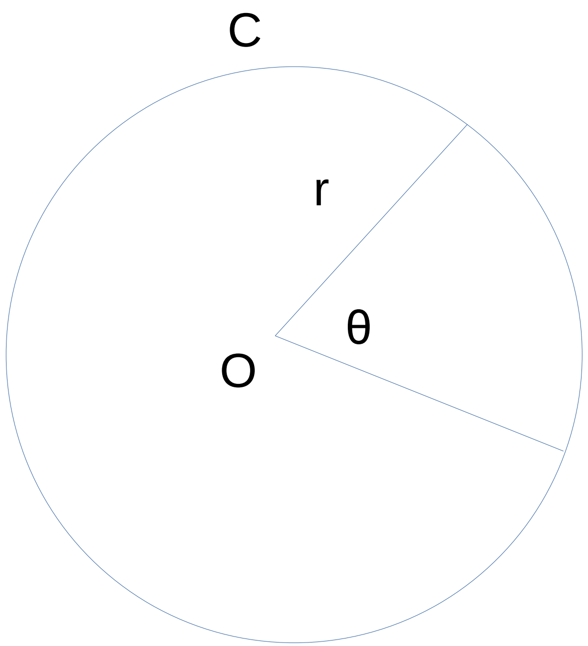
စက်ဝိုင်းသည် အင်မတန်ထူးခြားသော Geometric Shape တစ်ခု ဖြစ်ပြီး အလယ်ဗဟို (Center) မှ တူညီစွာ ဆက်စွဲထားသော Point များ ပါဝင်သော Shape တစ်ခု ဖြစ်ပါသည်။

စက်ဝိုင်းတစ်ခုကို Center မှာ အပိုင်းများ ပိုင်းနိုင်ပြီး ထိုအပိုင်းများသည် Angle (ထောင့်) တစ်ခုကို ဖော်ပြပါသည်။

အမှန်တော့ Angle (ထောင့်) တစ်ခုသည် Circle ၏ အပိုင်းအခြားကို သာ ဖော်ပြသည်မက စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏ လည်ပတ်ပုံကိုပါ ဖော်ပါသည်။

စက်ဝိုင်းတစ်ခုလုံး တပတ်လည်မည်ဆိုပါက 360 Degree ရှိပါသည်။

တစ်နည်းအားဖြင့် Angle သည် Ratio (အချိုး)နှင့် Motion (လည်ပတ်မှု)ကိုပါ တပြိုင်တည်း ဖော်ပြနိုင်သော သင်္ချာသဘောတရားဖြစ်ပါသည်။



History of Geometry

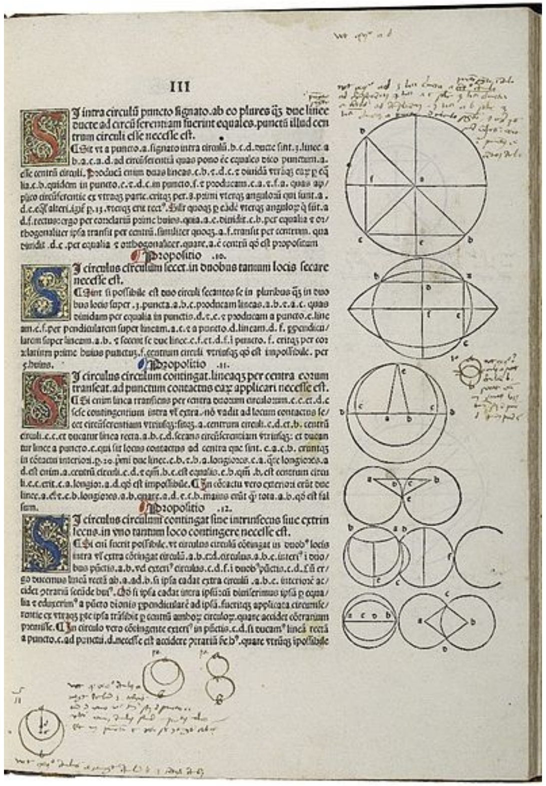
https://en.wikipedia.org/wiki/Euclid%27s_Elements

အခြားသော လူ့အဖွဲ့အစည်းများတွင် Geometry ကို လက်တွေ့ အဆောက်အအုံများ၊ ပစ္စည်းများကို တည်ဆောက်ရာတွင်သုံးကြသော်လည်း သင်္ချာသဘောတရား သက်သက်အနေဖြင့်မှု မလေ့လာခဲ့ကြဘဲ ဂရိတို့ကသာ ပထမဆုံး သင်္ချာအနေဖြင့် စနစ်တကျလေ့လာခဲ့သော လူမျိုးများ ဖြစ်ပါသည်။

နောက်ပိုင်းတွင် Alexandria မြို့က သင်္ချာပညာရှင် Euclid က Geometry စနစ်တကျ ကျမ်းပြုခဲ့ပြီး ဒါကို Elements ကျမ်းဆိုပြီး နာမည်ကြီးလာခဲ့ပြီး နောက်ပိုင်းတွင် Euclidean Geometry ဆိုပြီး ထင်ရှားလာခဲ့ပါသည်။

Euclidean Geometry လို့ ဆိုရခြင်းသည် နောက်ပိုင်းတွင် Non-Euclidean Geometry များပါ ရှိလာလို့ ဖြစ်ပါသည်။

ဒါကိုတော့ နောက်မှ ဆွေးနွေးပါမည်။



Fundamentals of Geometry

အခု ကျွန်တော်တို့ Geometry ၏ အခြေခံသဘောတရားများကို ပြန်လည်ဆွေးနွေးပါမည်။

Space တစ်ခုသည် Conceptually တည်ရှိမည်ဖြစ်ပြီး ဒါသည် Planar Infinite Space တစ်ခု ဖြစ်ပါမည်။

ထို Space ထဲတွင် Point တစ်ခုသည် တည်နေရာ (Position) သက်သက်သာဖော်ပြပြီး တည်ရှိနိုင်ပါသည်။

ထို Point များကို ဆက်ဆွဲခြင်းဖြင့် A Set of Points များကို ရရှိမည် ဖြစ်ပြီး ဒါကို Line ဟုခေါ်ပါသည်။

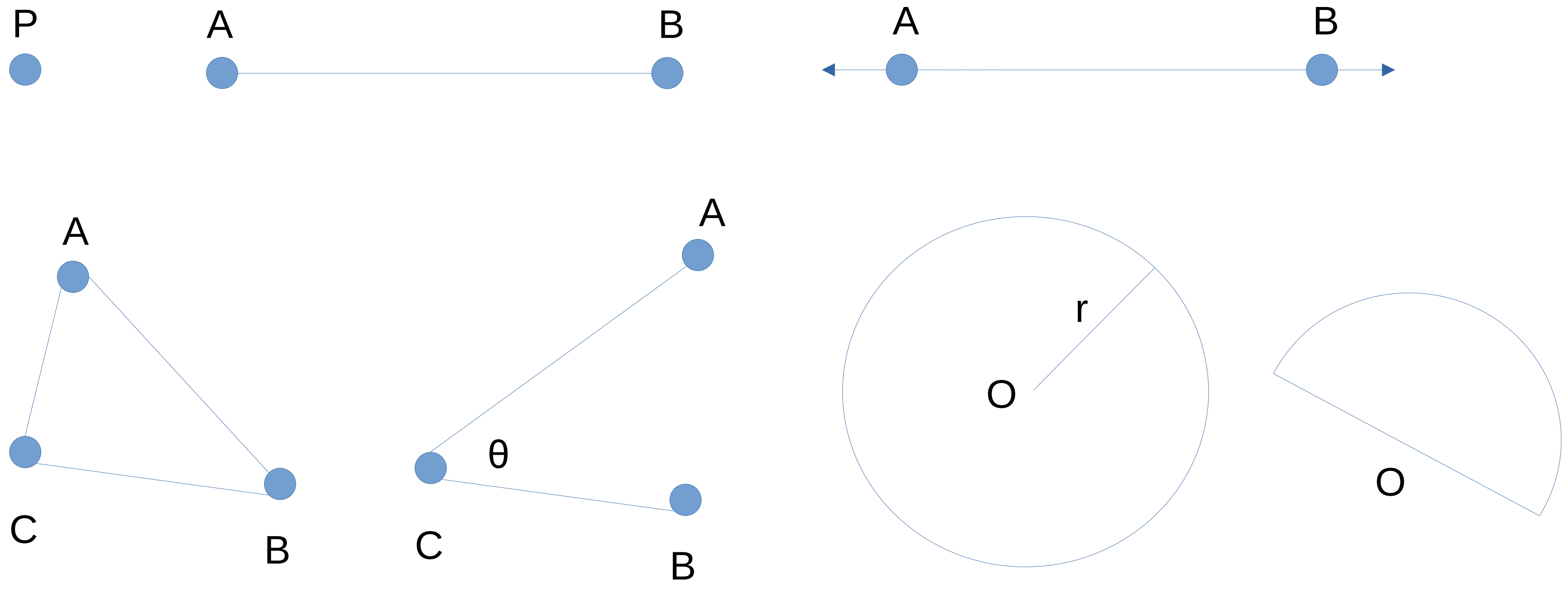
Line များတွင် မျဉ်းပြတ် (Segment) နှင့် မျဉ်းဖြောင့် (Straight Line) တို့ ပါဝင် ပါမည်။

Line များကို ဆက်ဆွဲခြင်းဖြင့် Geometric Shape များကို ရရှိမည် ဖြစ်ပြီး Point ၃ ခုကို Line သုံးခုဖြင့် ဆက်ဆွဲထားသော Triangle များသည် အခြေခံအကျဆုံးသော Geometric Shape တစ်ခု ဖြစ်လာပါသည်။

ထို့အတူ Point တစ်ခုမှ တူညီသော အကွာအဝေးတွင် ဆက်ဆွဲထားသော A Set of Points များကို Circle ဟုခေါ်ပြီး Segment of Circle များသည် မျဉ်းကွေး (Curve) များ ဖြစ်လာပါသည်။

Circle များ၏ အပိုင်း (Semi Circle) များနှင့် Circle များ၏ လည်ပတ်မှု (Rotation) ကို ထောင့် (Angle) များဖြင့် ဖော်ပြပြီး Circle တစ်ခု လည်ပတ်ဖို့ သို့မဟုတ် Circle တစ်ခုလုံးတွင် 360 Degree ရှိပါသည်။

Fundamentals of Geometry



Angles

အမှန်တော့ ထောင့် (Angle) များကို Circle မှ ရရှိခြင်း ဖြစ်ပါသည်။

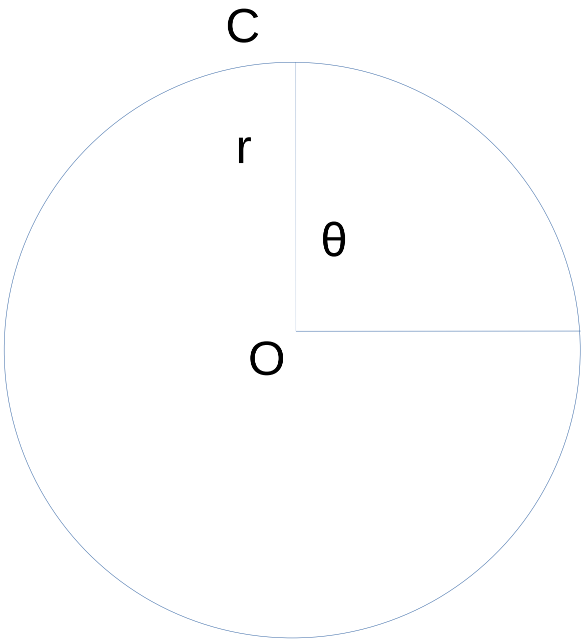
စက်ဝိုင်းတစ်ခုတွင် 360 Degree ရှိတည်ဖြစ်၍ စက်ဝိုင်းတစ်ခုကို တူညီစွာ ၄ ပိုင်း ပိုင်းလိုက်လျှင် 90 Degree စီ ရရှိမည် ဖြစ်ပါသည်။

ထို 90 Degree ကိုပင် Right Angle (ထောင့်မှန်) ဟုခေါ်ပါသည်။ 90 Degree သည် Vertical Line ကို ကိုယ်စားပြုပါသည်။

ထို့အတူ တူညီစွာ ၂ ပိုင်းထားသော စက်ဝိုင်းတွင် 180 Degree ရှိမည်ဖြစ်ပြီး ထို 180 Degree သည် Horizontal Line ကို ကိုယ်စားပြုပါသည်။

ထိုမှ တဆင့် Line များနှင့် Angle များ၏ ဆက်သွယ်ချက်ကို ရှုရှိပါသည်။

Horizontal Line သည် 180 Degree ရှိပြီး Vertical Line သည် 90 Degree ရှိပါသည်။



Circumference

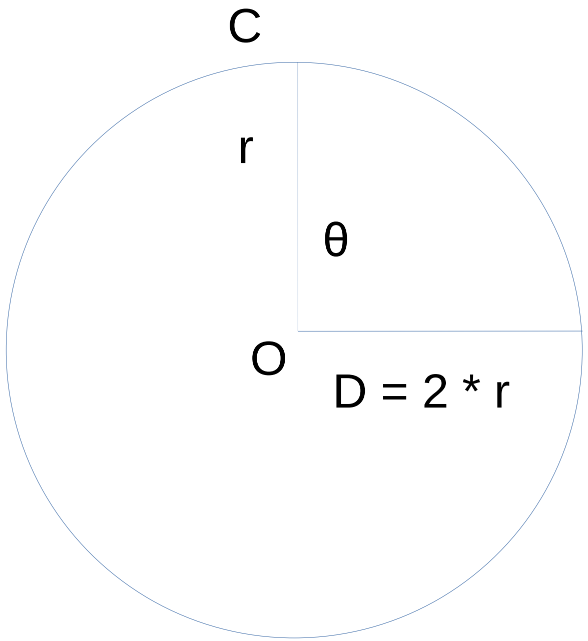
စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏ အဝန်း (Circumference)ကို တိုင်းတာလို့ ရနိုင်ပြီး ဒါကို C ဟု ခေါ်ပါသည်။

တချိန်တည်းမှာပင် စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏ အချင်း (Diameter) ကိုလည်း တိုင်းတာနိုင်ပါသည်။

ဂရိသင်္ချာပညာရှင်များသည် ထူးခြားသော အခြင်းအရာတစ်ခုကို ရှာဖွေတွေ့ရှိခဲ့ပြီး ဒါကတော့ အဝန်းကို အချင်းနှင့် စားလျှင် ရသော အဖြေသည် Irrational Number တစ်ခု ဖြစ်နေခြင်းဖြစ်သည်။

ထိုရလဒ်ကို PI လို့ သတ်မှတ်ပါသည်။

တစ်နည်းအားဖြင့် PI သည် Circumference နှင့် Diameter တို့၏ အချိုးဖြစ်သည်။



$$\pi = C / D$$

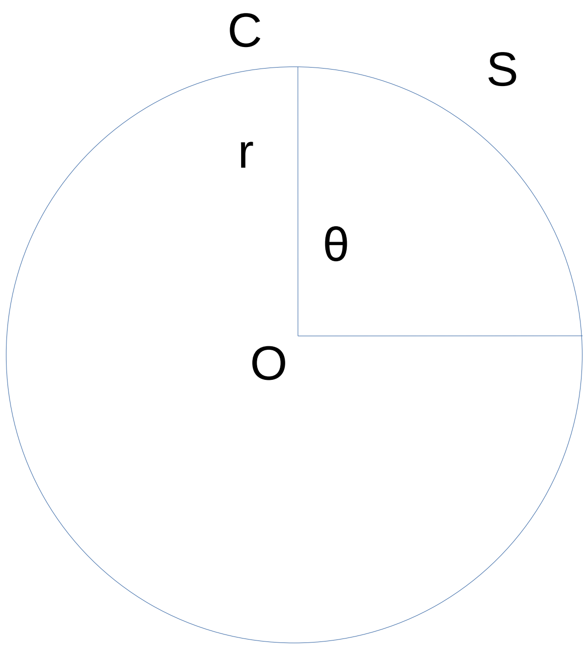
Radian

စက်ဝိုင်းတစ်ခုလုံး၏ အဝန်း၏ အတိုင်းအတာသည် 2πr ဖြစ်ပါသည်။

သို့ဖြစ်၍ အဝန်းပြတ် (S) ၏ အတိုင်းအတာသည် rθ ဖြစ်လာပါသည်။

ဒါကို Radian လို့ခေါ်ပြီး စက်ဝိုင်းတစ်ခုလုံးတွင် 2π ရှိပါသည်။

Radian သည် Angle (ထောင့်) နှင့် Line (အနား) တို့၏ ဆက်သွယ်မှုကို ဖော်ပြသော သဘောတရား ဖြစ်ပါသည်။



$\pi = C / 2r$

Geometric Postulates

1. To draw a straight line from any point to any point.

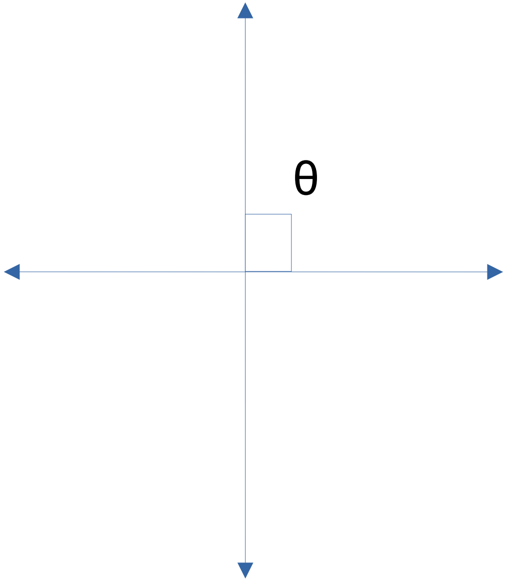
2. To produce a finite straight line continuously in a straight line.

3. To describe a circle with any center and distance.

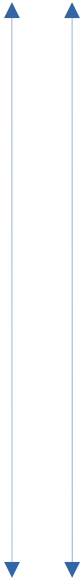
4. That all right angles are equal to one another.

5. That if a straight line falling on two straight lines makes the interior angles on the same side less than two right angles, the straight lines, if produced indefinitely, will meet on that side on which the angles are less that two right angles.*

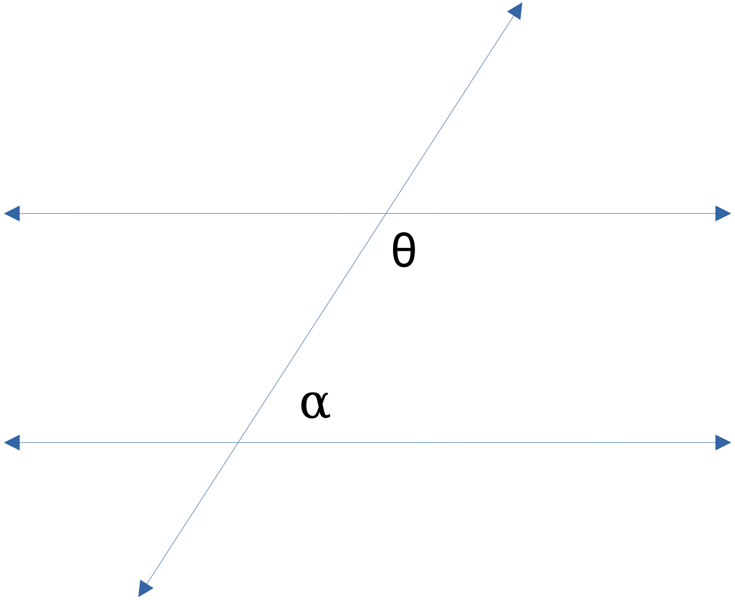
Geometric Postulates



Vertical Line နှင့် Horizontal Line တို့သည် ထောင့်မှန်ကျသည်။

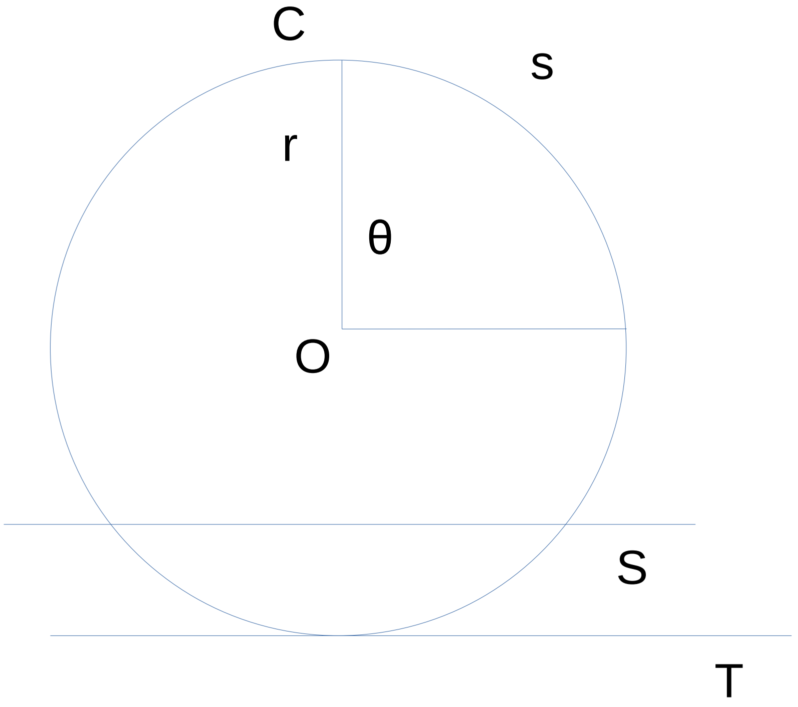


ပြိုင်သော မျဉ်း ၂ ကြောင်းသည် ဘယ်တော့မှ မဆုံ။



မျဉ်းပြိုင် ၂ ကြောင်းကို ဖြတ်မျဉ်းတစ်ကြောင်း ပိုင်ဖြတ်လျှင် အတွင်းထောင့်များ ပေါင်းလဒ် သည် 180 Degree ဖြစ်သည်။

Circle

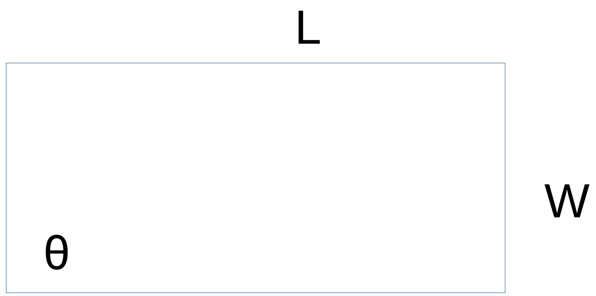


C = Circumference

s = Segment
r = radius

S = Secant
T = Tangent

Rectangle

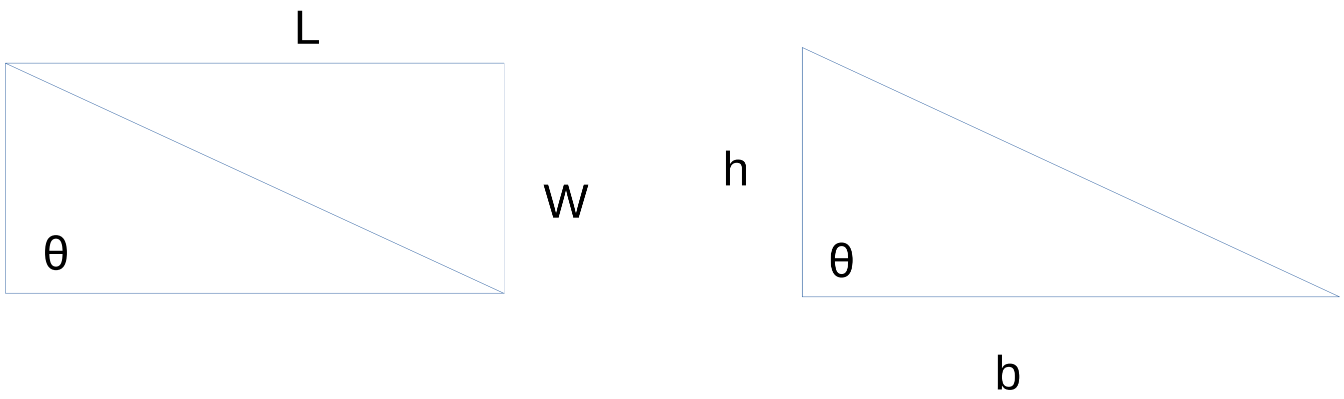


Vertical Line နှင့် Horizontal Line တို့သည် ထောင့်မှန်ကျသည်။ ထောင့်မှန်ကျသော Vertical Line နှင့် Horizontal Line ၂ စုံ ဖြင့် ဆွဲလိုက်သောအခါ ထောင့်မှန်စတုဂံ (Rectangle) ကို ရှိမည်ဖြစ်သည်။

Postulate အရ Rectangle ၏ အတွင်းထောင့်မှာ အားလုံးပေါင်းလဒ်သည် 380 ဒီဂရီ ဖြစ်ပါသည်။

Rectangle ၏ Area ကို အလျား (L) နှင့် အနံ (W) တို့ မြှောက်လဒ်ဖြင့် ရရှိသည်။

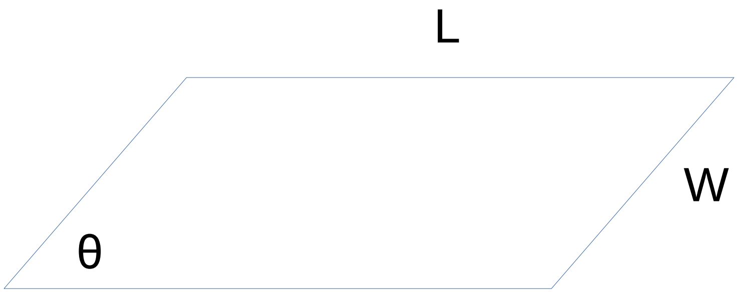
Right Triangle

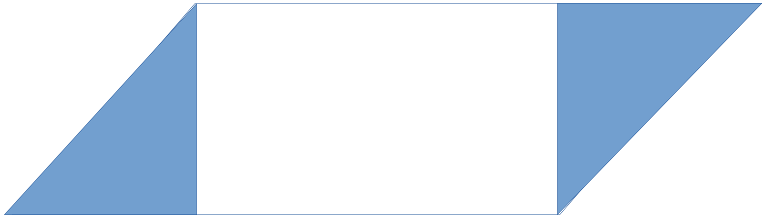


Right Triangle (ထောင့်မှန်တြိဂံ) သည် ထောင့်မှန်စတုဂံ၏ တဝက်ဖြစ်ပါသည်။

ထို့ကြောင့် Right Triangle ၏ အတွင်းထောင့်များ ပေါင်းခြင်းသည် 180 Degree ရှိပြီး Area သည်လည်း (b * h) / 2, Rectangle Area ၏ တဝက် ဖြစ်ပါသည်။

Parallelogram



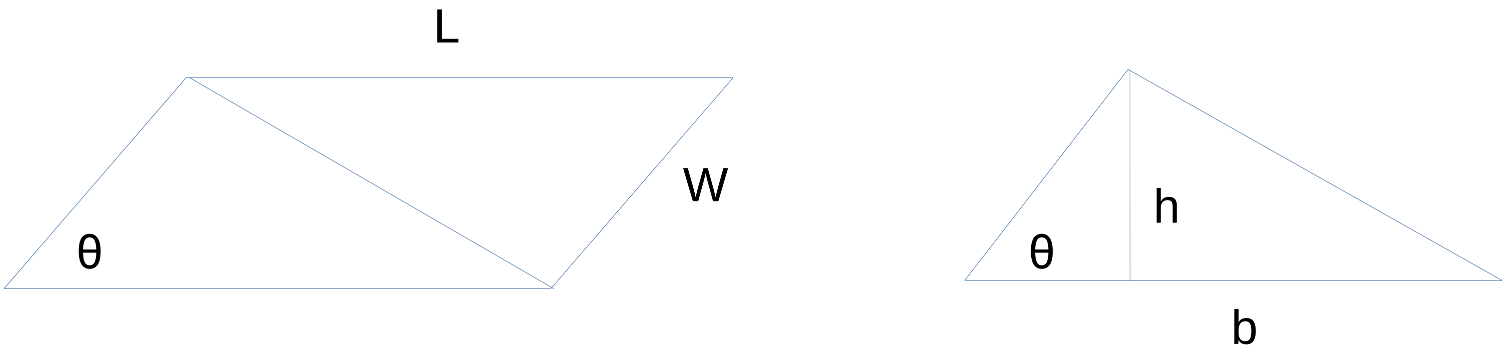


ထောင့်မှန်မကျသော်လည်း ပြိုင်သော မျဉ်း ၂ စုံကို ဆက်ဆွဲခြင်းဖြင့် Parallelogram ကိုရရှိပါသည်။

Geometric Postulate အရ မျဉ်းပြိုင် ၂ ကြောင်းကို ဖြတ်မျဉ်းက ပိုင်းဖြတ်လျှင် အတွင်းထောင့်များက စုစုပေါင်း 180 Degree ရှိသဖြင့် Parallelogram ၏ အတွင်းထောင့်များ ပေါင်းလဒ်သည်လည်း 360 Degree ရှိပါသည်။

ထို့အတူ Parallelogram ၏ Area သည်လည်း L နှင့် W မြှောက်လဒ် ဖြစ်ပါသည်။

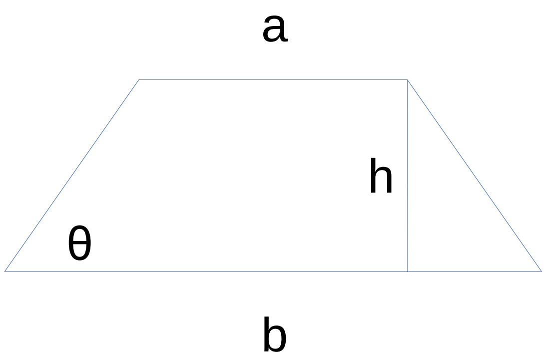
Triangle

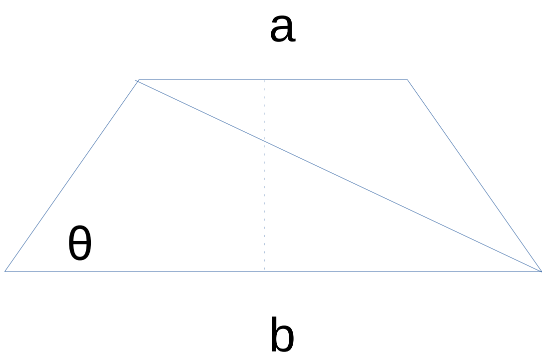


General ဖြစ်သော Triangle များသည် အမှန်တော့ Parallelogram တစ်ခု၏ တဝက်ဖြစ်ပါသည်။

သို့ဖြစ်၍ Triangle အားလုံး၏ အတွင်းထောင့်များ ပေါင်းလဒ်သည် 180 Degree ရှိပြီး Area သည်လည်း (b * h) / 2 ဖြစ်ပါသည်။

Trapezium



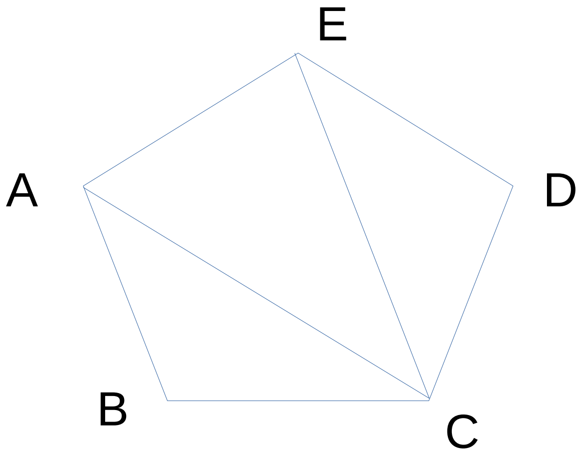


ပြိုင်သော မျဉ်း ၂ ကြောင်းကို မပြိုင်သော မျဉ်းနှစ်စုံဖြင့် ဆက်ဆွဲခြင်းဖြင့် Trapezium ကိုရရှိပါသည်။

အမှန်တော့ Trapezium သည် Triangle ၂ ခု ပေါင်းစပ်ထားခြင်းသာဖြစ်ပြီး Trapezium သည် ထို Triangle Area ၂ ခု ၏ ပေါင်းလဒ် ဖြစ်သည်။

Trapezium Area သည် (a + b) * h / 2

Polygon



Polygon တစ်ခု၏ အတွင်းထောင့်များကို စုစုပေါင်း Triangle အရေအတွက်ဖြင့် ရှာဖွေနိုင်ပါသည်။
Pentagon (ပဥ္စဂံ) တွင် တြိဂံ ၃ ခုရှိသည့်အတွက် (N – 2) * 180 = (5 – 2) * 180 = 540 Degree.

Geometric Theorems

Axioms, Definitions နှင့် Postulates များပေါ်တွင် မူတည်ပြီး Geometric Theorems နှင့် Corollaries များကို သက်သေပြပါသည်။

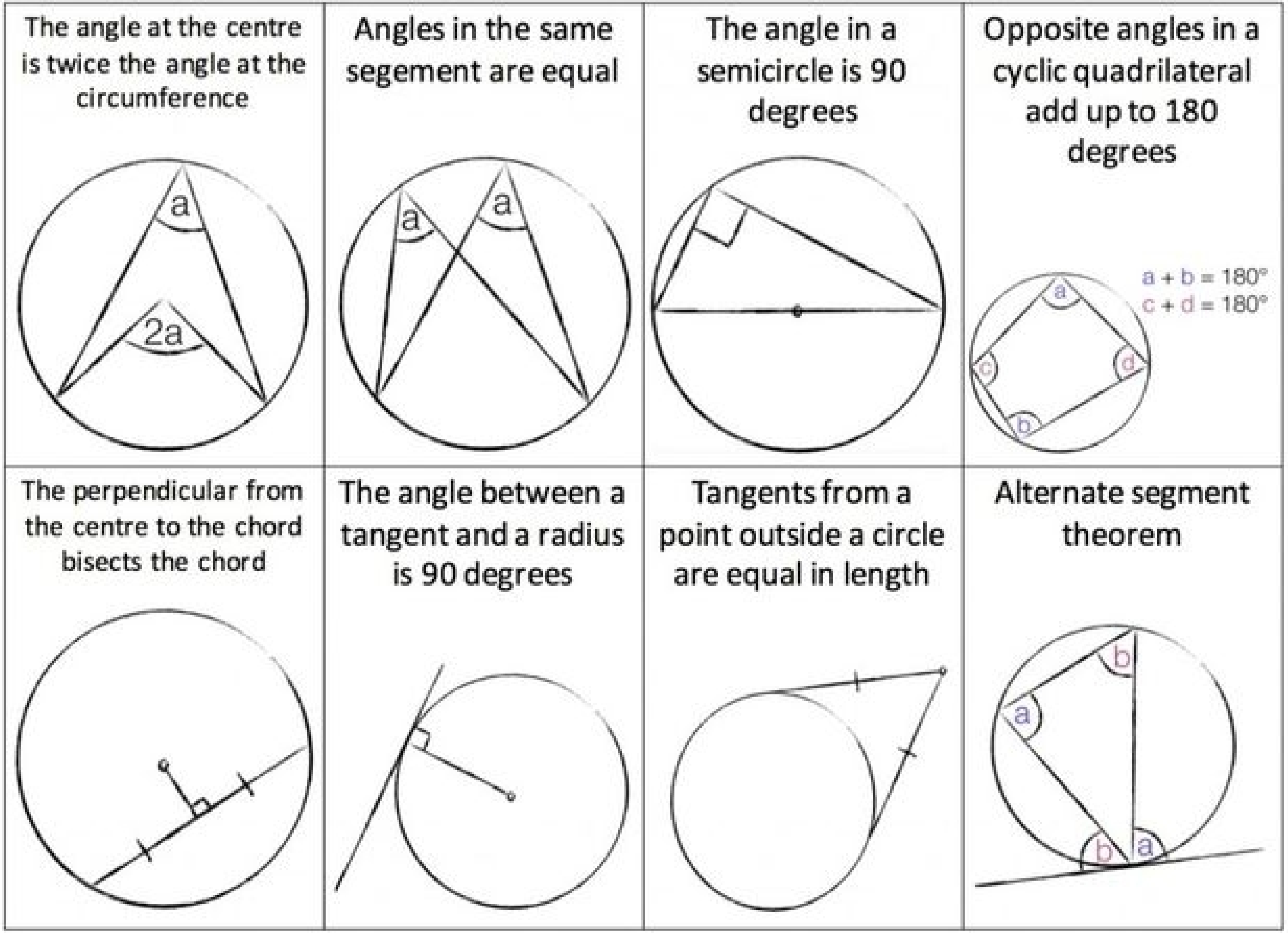
Theorem များနှင့် Corollary များသည် Axioms, Definitions များနှင့် မတူဘဲ သက်သေပြဖို့ လိုအပ်ပါသည်။

ထိုမှုမှ သက်သေပြပြီးသော Theorem များနှင့် Corollary များကို အခြား Theorem များနှင့် Corollary များကို သက်သေပြဖို့ အသုံးပြုနိုင်ပါသည်။

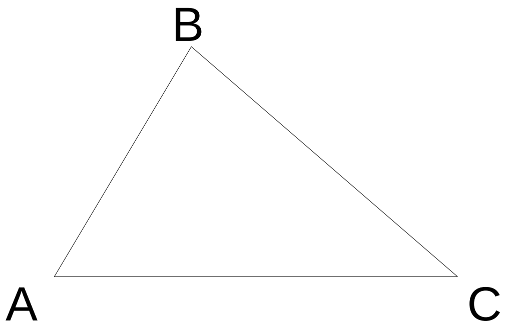
ဒီလို သက်သေပြခြင်းကို Mathematical Proof လို့ခေါ်ပြီး ဒါသည် နောက်ပိုင်းတွင် သင်္ချာ၏ အရေးကြီးဆုံးသော အစိတ်အပိုင်း ဖြစ်လာပါသည်။

သင်္ချာနှင့် သိပ္ပံပညာတွင် သက်သေ (Proof) မရှိဘဲ လက်ခံရိုးထုံးစံ မရှိပေ။ တစ်နည်းအားဖြင့် သက်သေမပြနိုင်သော အချင်းအရာများကို Opinion လို့သာ သတ်မှတ်ပြီး လက်ခံလေ့ မရှိပေ။

Circle Theorems

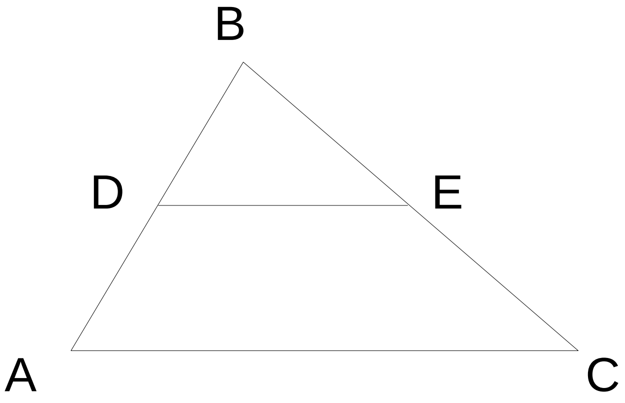


Triangle Theorems

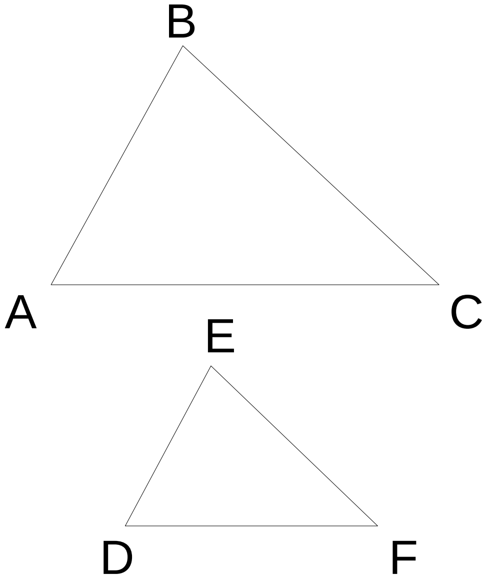


A + B + C = 180

AB + BC ≥ AC



AB/DB = CB/BE = DE = AC



IF △ABC ≈ △DEF,

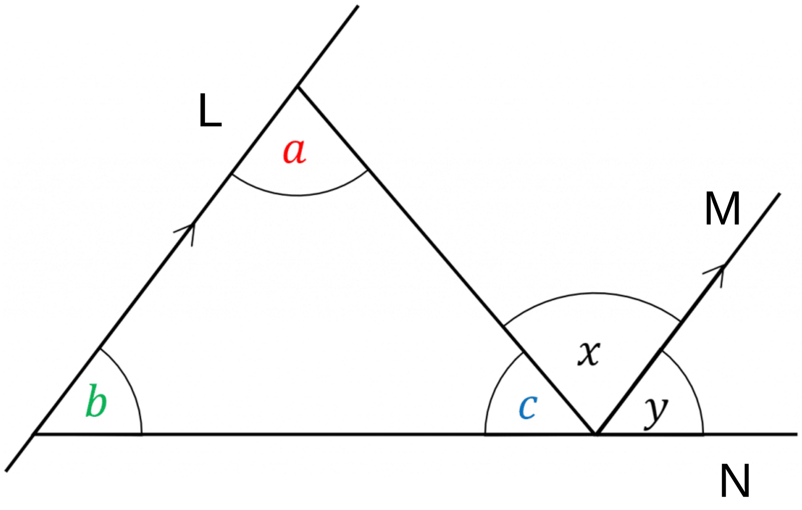
A =D, B = E, C = F

AB/DE = BC/EF = AC / DF

Geometric Proofs

အခု ကျွန်တော်တို့ သက်ဆိုင်ရာ Axioms နှင့် Theorems များကို သုံးပြီး Geometric Proof များကို လေ့လာပါမည်။

Geometric Proofs



Prove that a + b = x + y

In △,

a + b+ c = 180

Since N = Horizontal Line,

c + x + y =180

But a = x, Because Geometric Postulate

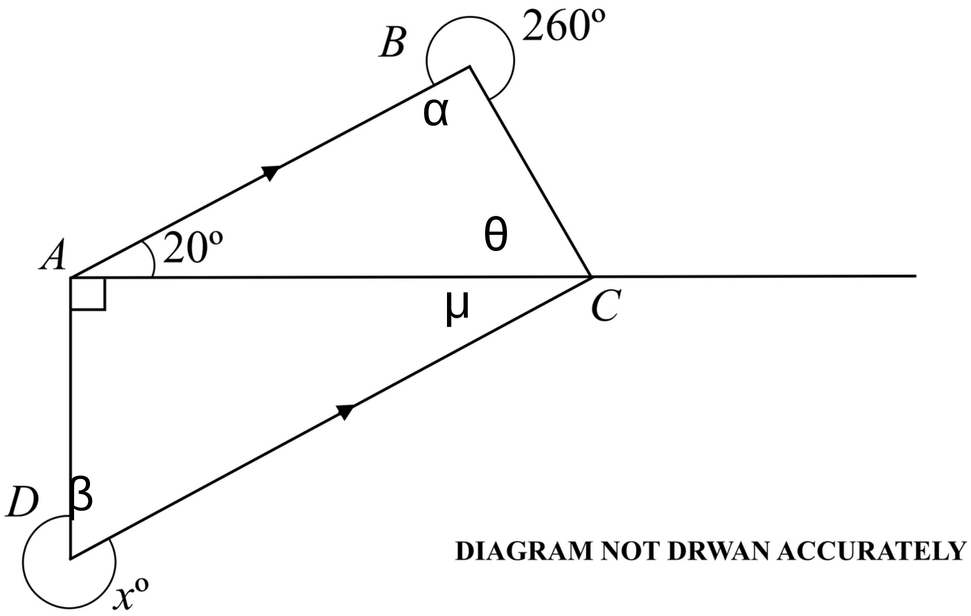
Also, b =y, Because Geometric Postulate

Therefore,

a + b = x + y

Geometric Problems

In the following diagram, *AB* and *DC* are parallel.
Find the value of *x*.



B = 260

Therefore, $\alpha = 360 - 260 = 100$

But $\theta + \mu = 80$ (AB || DC)

Again, $\alpha + A + \theta = 180$

Therefore, $\theta = 60$

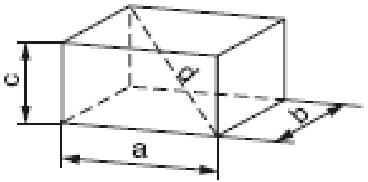
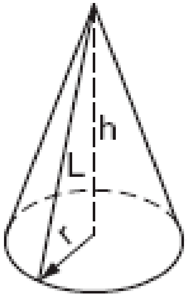
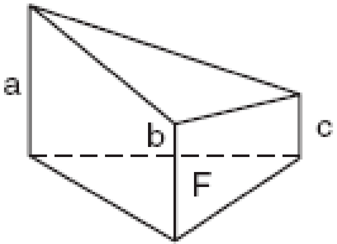
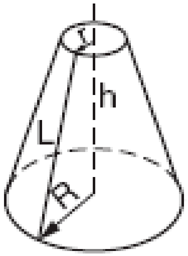
And, $\mu = 20$

$\beta + \mu = 90$

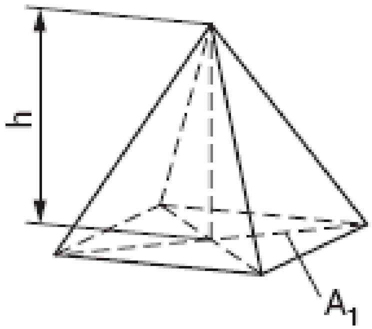
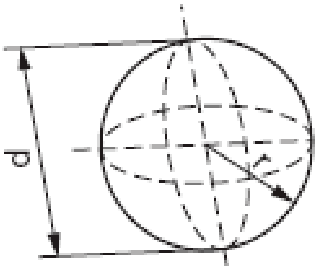
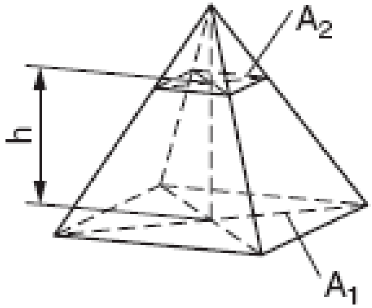
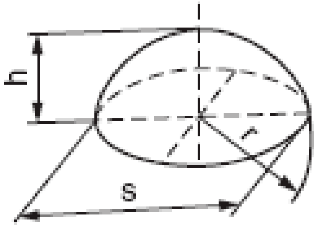
Therefore, $\beta = 70$

And $x = 290$

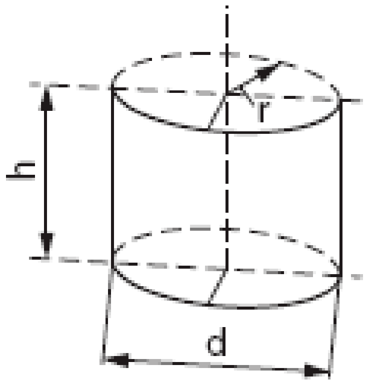
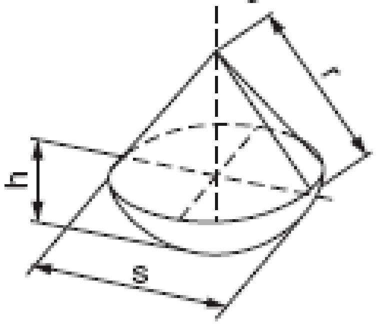
Geometric Solids

V = volume	A = cross-sectional area	A_s = surface area	A_m = generated surface
Cuboid 	$V = a \cdot b \cdot c$ $A_s = 2(a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)$ $d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$	Cone 	$V = \frac{\pi}{3} r^2 h$ $A_m = \pi r L,$ $A_s = \pi r(r + L)$ $L = \sqrt{r^2 + h^2}$
Triangular Prism 	$V = \frac{1}{3}(a + b + c)A$	Frustum of Cone 	$V = \frac{\pi h}{3}(R^2 + r^2 + Rr)$ $A_m = 2\pi \cdot \rho \cdot L$ $\rho = 0.5(R + r)$ $L = \sqrt{(R^2 - r^2) + h^2}$

Geometric Solids

Pyramid 	$V = \frac{A_1 h}{3}$	Sphere 	$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = 4.189 r^3$ $= \frac{1}{6}\pi d^3 = 0.5236 d^3$ $A_s = 4\pi r^2 = \pi d^2$
Frustum of Pyramid 	$V = \frac{h}{3}(A_1 + A_2 + \sqrt{A_1 A_2})$	Segment of a Sphere 	$V = \frac{\pi}{6} h\left(\frac{3}{4}s^2 + h^2\right)$ $= \pi h^2\left(r - \frac{h}{3}\right)$ $A_m = \frac{\pi}{4}(s^2 + 4h^2)$ $= 2\pi r h$

Geometric Solids

Cylinder  	$V = \frac{\pi}{4} d^2 h$ $A_m = 2\pi r h$ $A_s = 2\pi r(r+h)$	Sector of a Sphere  	$V = \frac{2}{3}\pi r^2 h$ $A_s = \frac{\pi}{2} r(4h+s)$

Geometric Constructions

ဂရိသင်္ချာပညာရှင်များသည် Geometry နှင့် ပက်သက်သော Concepts များ၊ Theorems များသာမက Geometric Shape များကို ဘယ်လို ဆွဲသားမည်နည်းဆိုတာကိုပါ လေ့လာဖော်ထုတ်ခဲ့ပါသည်။

ပေတံ၊ ကွန်ပါတို့ကိုသာအသုံးပြုပြီး သုံးနားညီတြိဂံ၊ နှစ်နားညီတြိဂံ၊ အနားညီ ဗဟုဂံစသည်တို့ကို ဘယ်လို အဆင့်ဆင့် ဆွဲသားမလဲကို လေ့လာခြင်းကို Geometric Constructions (ဂျီသြမေတြီ ဆောက်လုပ်ဆွဲသားချက်) များလို့ ခေါ်ပါသည်။

ဒါကိုတော့ ဒီနေမှာ အကျယ်တဝင့် မဆွေးနွေးတော့ဘဲ အောက်မှာ လေ့လာကြည့်ပါ။

https://www.mathsisfun.com/geometry/constructions.html

Euclidean and Non Euclidean Geometry

အခုထိ ပြောပြီးသမျှသည် ဂရိသင်္ချာပညာရှင်များ ရှာဖွေဖော်ထုတ်ခဲ့သော Planar Infinite Space တွင် Geometric Shapes များနှင့် ပတ်သက်သော တိုင်းတာမှု၊ ဆက်သွယ်မှုနှင့် အချိုးကျမှုတို့ကို လေ့လာသော ပညာဖြစ်ပြီး ဒါကို Euclid (ယူကလစ်) ဆိုသော ပညာရှင်က စုစည်းရေးသားခဲ့သည် ဖြစ်၍ Euclidean Geometry လို့ အမည်တွင်ပါသည်။

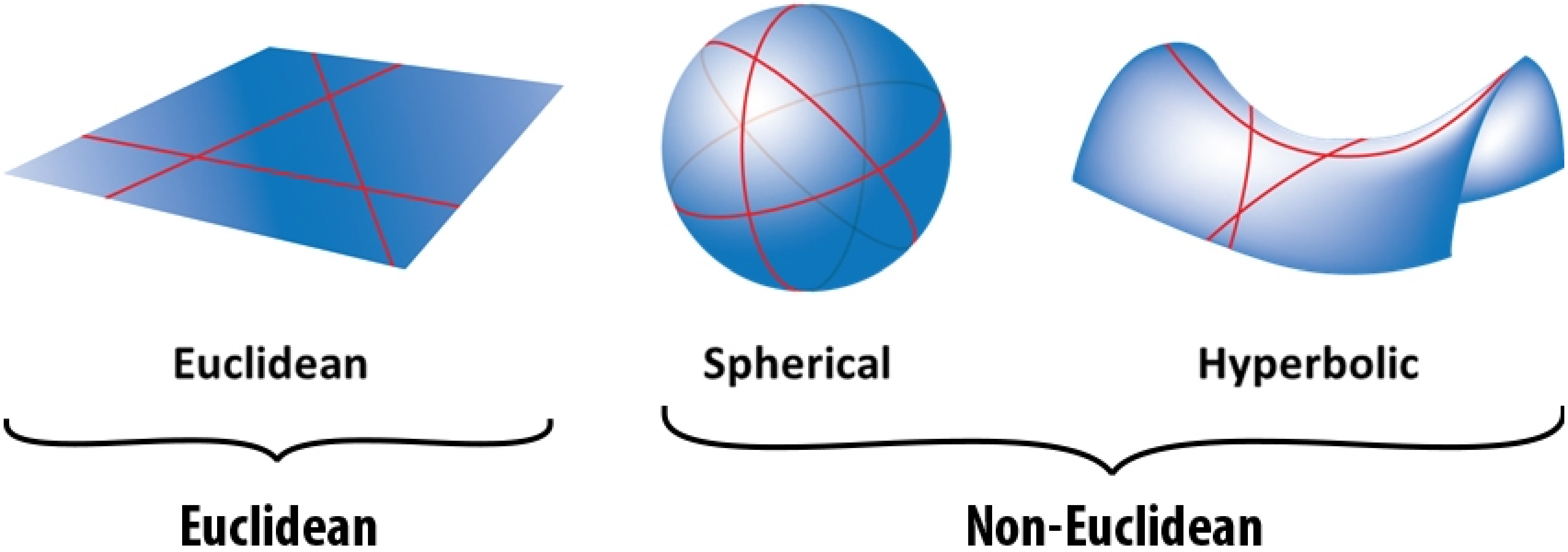
သို့သော် အကယ်၍ Space တစ်ခုသည် Planar မဖြစ်နေဘဲ စက်လုံး (Spherical) သို့မဟုတ် စလင်ဒါ (Cylindrical) ပုံများ ဖြစ်နေပါက Euclidean Geometry များက အလုပ်မဖြစ်တော့ပါ။

ဥပမာ၊ စက်လုံးပုံတွင် မျဉ်းပြိုင်များသည် အချင်းချင်း ပြိုင်မနေဘဲ ဝန်ရိုးစွန်းတွင် ဆုံမှတ်များရှိပြီး တြိဂံ၏ အတွင်းထောင့်များ ပေါင်းလဒ်သည် 180 Degree ထက် ပိုကြီးမည် ဖြစ်သည်။

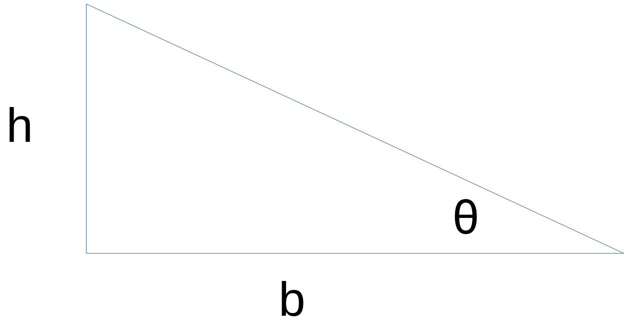
Non Euclidean Geometry အကြောင်းကို ကျွန်တော်တို့ နောက်မှ ဆက်ပြီး ဆွေးနွေးပါမည်။

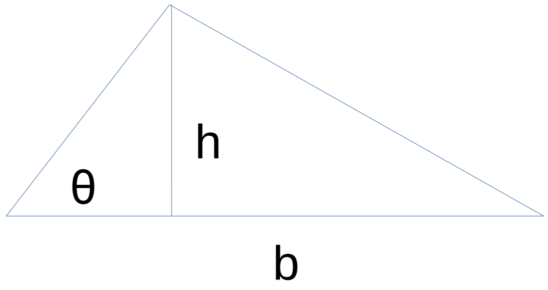
အခု Triangle များကို အထူးလေ့လာသော Trigonometry အကြောင်းကို ဆက်ပြီး ဆွေးနွေးပါမည်။

Euclidean and Non Euclidean Geometry



Trigonometry



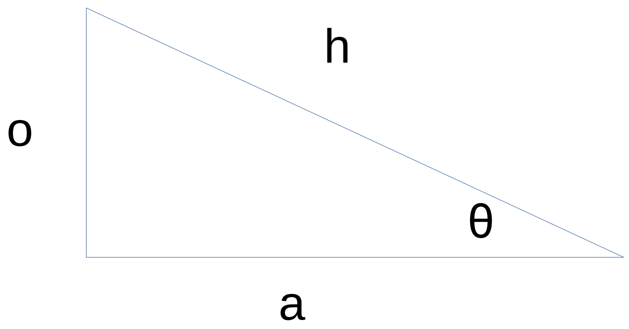


ဂရိသင်္ချာပညာရှင်များသည် Triangle များကို အထူးပြုလေ့လာရာမှ Trigonometry ဆိုသော သင်္ချာပညာရပ် ပေါ်ပေါက်လာခြင်း ဖြစ်ပါသည်။

Triangle များတွင် ကျွန်တော်တို့ သိသည့်အတိုင်း Right Triangle (ထောင့်မှန်တြိဂံ) နှင့် Non-Right Triangle (ထောင့်မမှန်တြိဂံ) တို့ပါဝင်ပါသည်။

ကျွန်တော်တို့ လေ့လာရ လွယ်ကူသော Right Triangle များကို စတင်လေ့လာကြည့်ပါစို့။

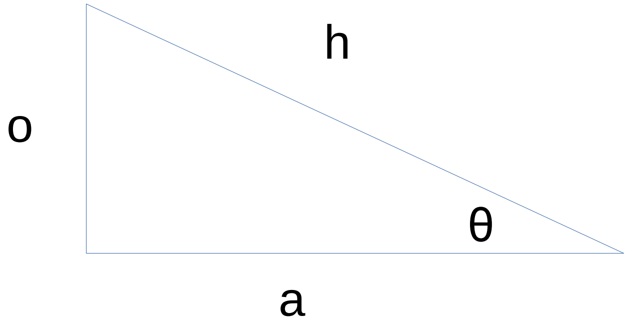
Right Triangle



Right Triangle များသည် လေ့လာရလွယ်ကူသလို အင်မတန် စိတ်ဝင်စားစရာလည်း ကောင်းသော Triangle များ ဖြစ်ပါသည်။

ဂရိတို့သည် Triangle များကို လေ့လာရာတွင် အဓိက လေ့လာသည်က အနား (Side or Line) များနှင့် ထောင့် (Angle) များ၏ ဆက်သွယ်မှု အဓိကထားလေ့လာပါသည်။

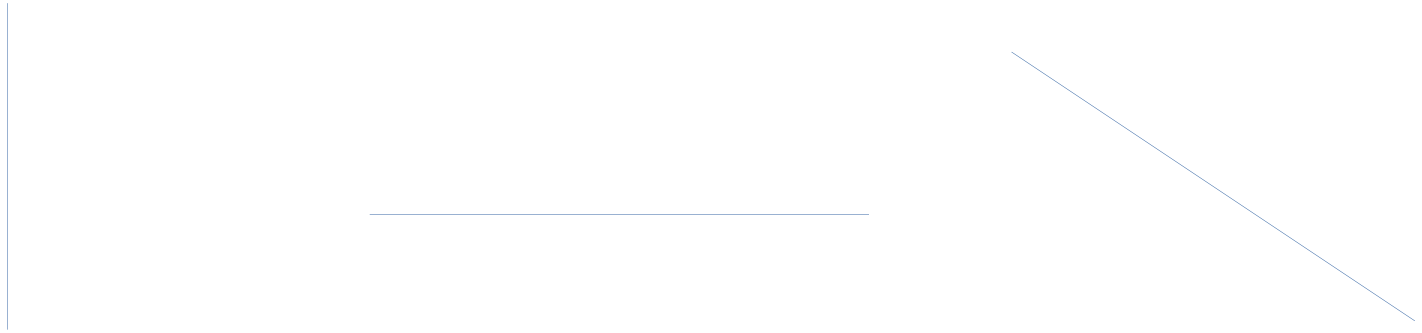
Pythagoras Theorem



$$h^2 = o^2 + a^2$$

Right Triangle ၏ အနားများ အချင်းချင်း ဆက်သွယ်ချက်ကို Pythagoras Theorem ဖြင့် ကောင်းစွာ ဖော်ပြနိုင်ပါသည်။

Slope

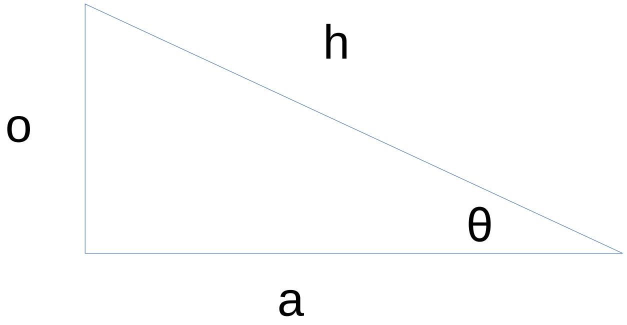


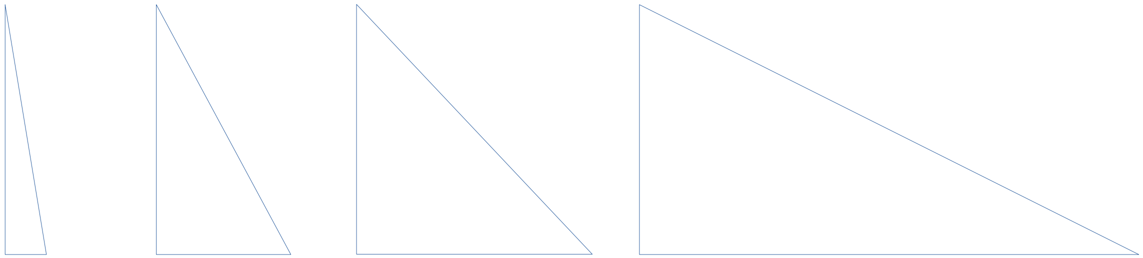
Vertical Line | Horizontal Line | Slanted Line

အနားများနှင့် ထောင့်များ၏ ဆက်သွယ်မှုကို မလေ့လာခင် ကျွန်တော်တို့ သိရှိပြီး ဖြစ်သည်က Vertical Line များသည် 90 Degree ရှိပြီး Horizontal Line များသည် 180 Degree ရှိပါသည်။

ဒါဆိုရင် Vertical လည်း မဟုတ်၊ Horizontal လည်း မဟုတ်သော Line များသည် ဘယ်လောက် Degree ရှိမည်နည်း။

Ratio of Sides of Right Triangle





o/a = ?

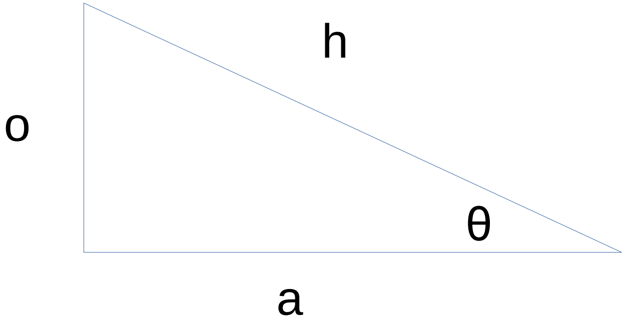
Slope (လျှောစောက်)၏ သဘောတရားကို ကျွန်တော်တို့ O နှင့် A တို့ပေါ်တွင်မူတည်နေကြောင်း သတိထားမိနိုင်ပါသည်။

တကယ်လို့ O သည် A ထက်ကြီးပါက လျှောစောက်က မတ်မည်ဖြစ်ပြီး O သည် A ထက်နည်းပါက လျှောစောက်ပြေပြစ်မည် ဖြစ်သည်။

သို့ဆိုလျှင် O နှင့် A တို့၏ အချိုးသည် ထို Line ၏ ထောင့် (လျှောစောက်)နှင့် ဆက်စပ်နေသည်ကို တွေ့နိုင်မည် ဖြစ်သည်။ A သည် Zero နားသို့ ချဉ်းကပ်လာပါက Vertical Line ကို ရမည်ဖြစ်ပြီး O သည် Zero နားကို ချဉ်းကပ်ပါက Horizontal Line ကို ရမည် ဖြစ်ပါသည်။

ဒါသည်ပင် အနားများနှင့် ထောင့်များ၏ ဆက်သွယ်ချက်ကို ဂရိတို့ စတင်သတိထားမိလာခြင်း ဖြစ်ပါသည်။

Trigonometric Ratios



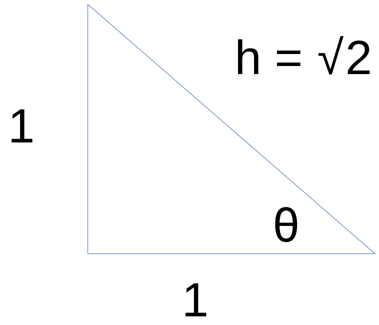
tan θ = O / A

sin θ = O / H
cos θ = A / H

sec θ = 1 / cos θ
csc θ = 1 / sin θ
cot θ = 1 / tan θ

Right Triangle ၏ အနားများ၏ အချိုးသည် ထောင့်များနှင့် ဆက်သွယ်နေပြီး ဒါကို Trigonometric Ratios များလို့ ခေါ်သည်။
အမှန်တော့ Trigonometry ၏ အဓိက အချက်သည် အနားများနှင့် ထောင့်များ၏ ဆက်သွယ်ချက် ဖြစ်သည်။

Isosceles Right Triangle

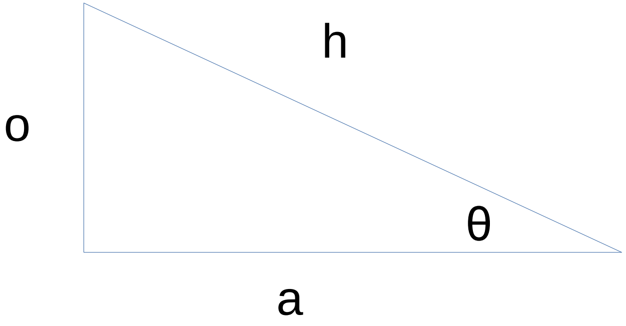


တကယ်လို့ O = A = 1 ဖြစ်သွားမည်ဆိုပါက θ = 45 Degree ဖြစ်သွားပြီး H သည် Irrational Number တစ်ခုကို ရရှိမည် ဖြစ်ပါသည်။

ကျွန်တော်တို့ Circle မှာတုံးက Circumference နှင့် Diameter တို့အချိုးက PI ကို ရရှိပြီး Irrational Number တစ်ခုကို ရရှိပါသည်။ အခုIsosceles Right Triangle ၏ ဆက်သွယ်မှုမှလည်း √2 ဆိုသော Irrational Number တစ်ခုကို ရပြန်ပါသည်။

စိတ်ဝင်စားစရာ ကောင်းလှပါသည်။

Fundamental of Trigonometric Identity



$h^2 = o^2 + a^2$

$h^2 = o^2 + a^2 \ldots$ eq(1)

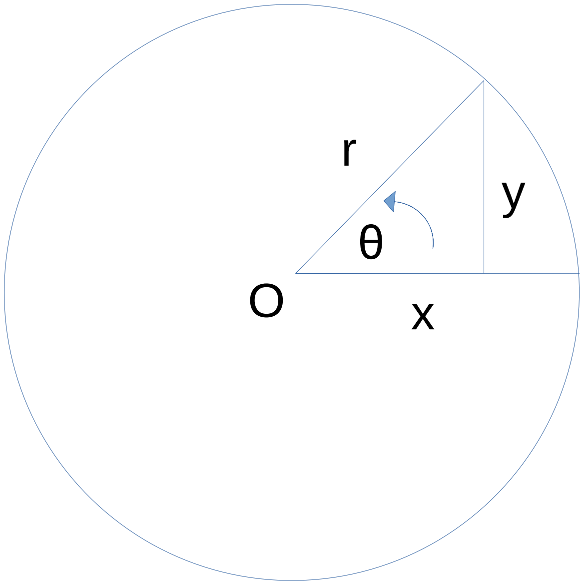
If eq(1) is divided by h^2

$1^2 = (o/h)^2 + (a/h)^2$

$1 = \cos^2 \theta + \sin^2 \theta$

Pythagoras Theorem နှင့် Trigonometric Ratio များကို ပေါင်းစပ်လိုက်သည့်အခါ အခြေခံအကျဆုံးသော Trigonometric Identity ကို ရရှိပါသည်။

Unit Circle

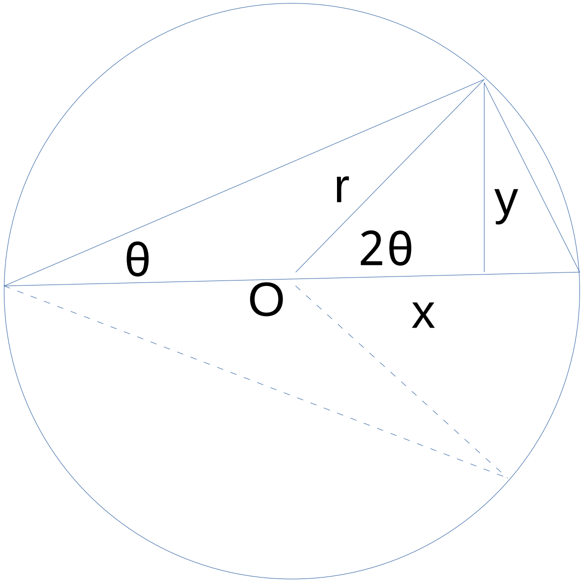


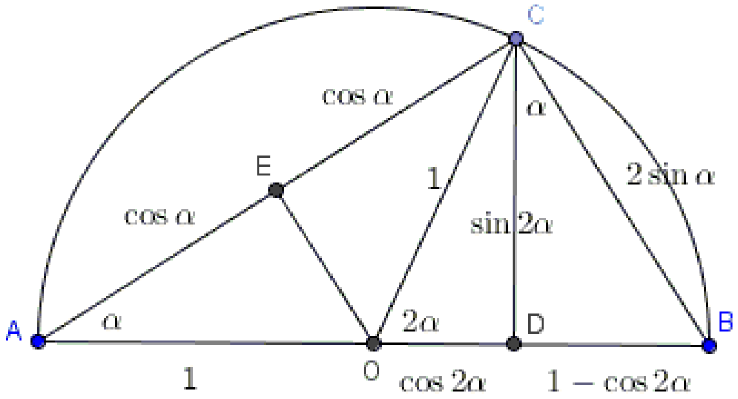
$X = r \cos \theta$
$Y = r \sin \theta$

If $r = 1$
$X = \cos \theta$
$Y = \sin \theta$

အမှန်တော့ Unit Circle သည် Geometry ၏ အဓိကအကျဆုံးဖြစ်သော Circle နှင့် Triangle တို့ကို လှပစွာ ပေါင်းစပ်ပေးပါသည်။ ထိုမျှမက အနားများနှင့် ထောင့်များ၏ ဆက်သွယ်ချက်ကိုပါဖော်ပြပြီး ထောင့်များသည် စက်ဝန်းလည်ပုံ (Rotation) ကို ဖော်ပြပါသည်။ Circle, Triangle, Line နှင့် Angle တို့၏ ဆက်သွယ်ပုံကို Unit Circle မှာ မြင်တွေ့နိုင်ပါသည်။

Double Angle and Half Angle Identity



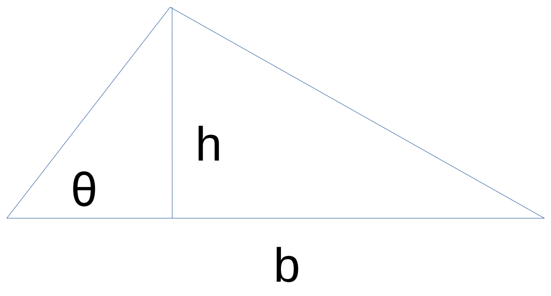


ဗဟိုခံဆောင်ထောင့်သည် အဝန်းခံဆောင်ထောင့်၏ ၂ ဆဖြစ်သည်။ ဒီအချက်ပေါ်မူတည်ပြီး Double Angle နှင့် Half Angle များ၏ Identity ကို တွက်ချက်ပါသည်။

Double Angle and Half Angle Identity

Double Angle Formulas	Half Angle Formulas
$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$	$\sin^2\theta = \dfrac{1-\cos 2\theta}{2}$
$\cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta$	$\sin\dfrac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\dfrac{1-\cos\theta}{2}}$
$= 2\cos^2\theta - 1$	$\cos^2\theta = \dfrac{1+\cos 2\theta}{2}$
$= 1 - 2\sin^2\theta$	$\cos\dfrac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\dfrac{1+\cos\theta}{2}}$
$\tan 2\theta = \dfrac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}$	$\tan\dfrac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\dfrac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}}$

Non Right Triangle

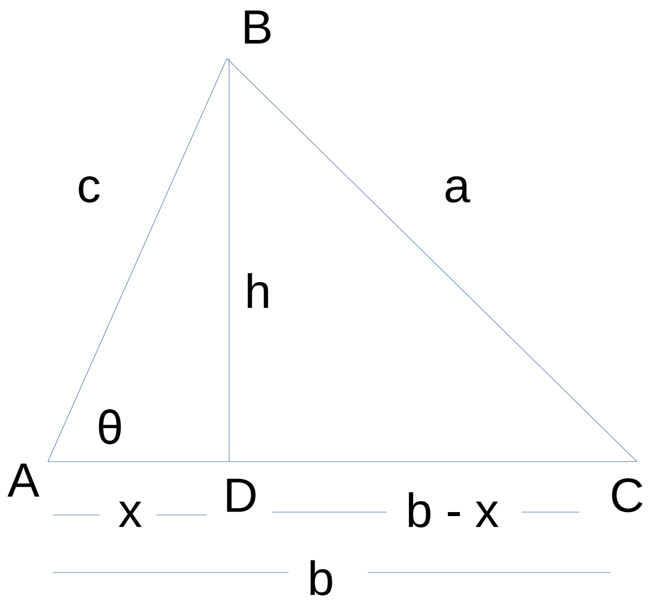


ကျွန်တော်တို့ Right Triangle များ အကြောင်းကို ပြောပြီးသည့်အခါ အခု Non Right Triangle များကို ဆွေးနွေးပါမည်။

Right Triangle များတွင် Pythagoras Theorem အရ အနားများ၏ ဆက်သွယ်ချက်ကို သိနိုင်ပါသည်။

သို့ဆိုလျှင် Non Right Triangle များတွင်ရော ဘယ်လို ဆက်သွယ်နေပါသနည်း။

Law of Cosines



$b^2 + c^2 \ -2bc \cos \theta = a^2$

$\cos \theta \ = x / c$
$x = c * \cos \theta$

For $\triangle$ ADB,

$x^2+h^2=c^2$

$h^2=c^2-x^2$

For $\triangle$CDB,

$(b-x)^2+h^2=a^2$

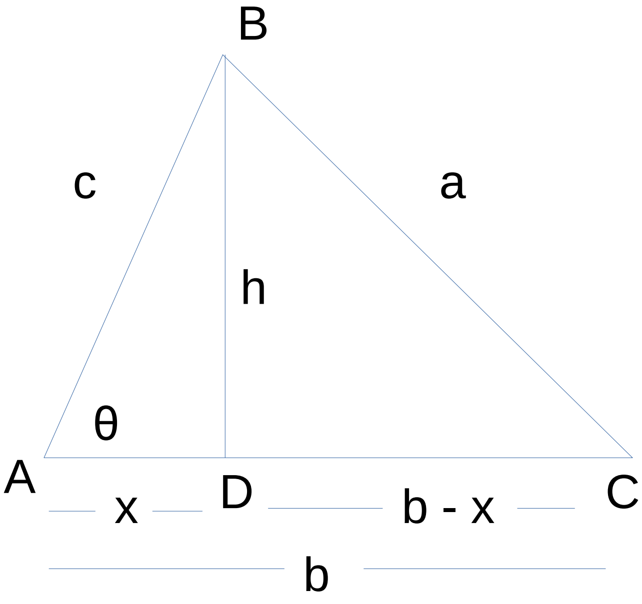
Substitute $h^2 = c^2 - x^2$,

$(b-x)^2+(c^2-x^2)=a^2$
$(b^2-2bx+x^2)+(c^2-x^2)=a^2$
$b^2-2bx+c^2=a^2$

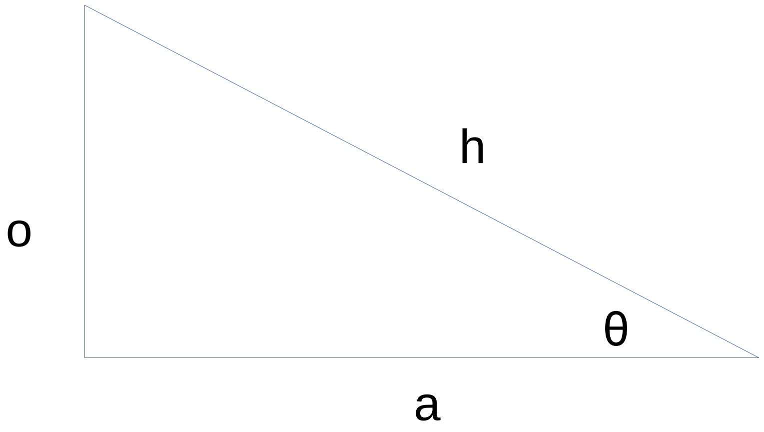
Substitute $x = c \cos \theta$

$b^2-2b(c \cos \theta)+ c^2 = a^2$

Law of Cosines



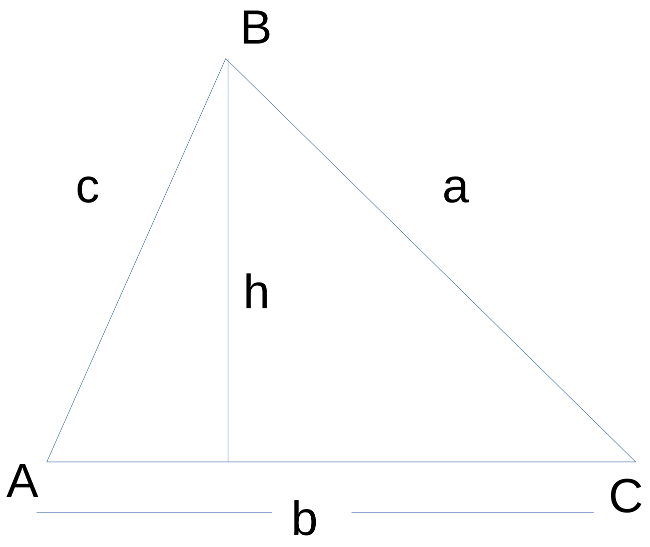
$$b^2 + c^2 - 2bc \cos \theta = a^2$$



$$h^2 = o^2 + a^2$$

Laws of Cosine သည် Right Triangle ၏ Pythagoras Theorem ကဲ့သို့ Non Right Triangle အနားများ၏ ဆက်သွယ်မှုကို ဖော်ပြပါသည်။

Law of Sines



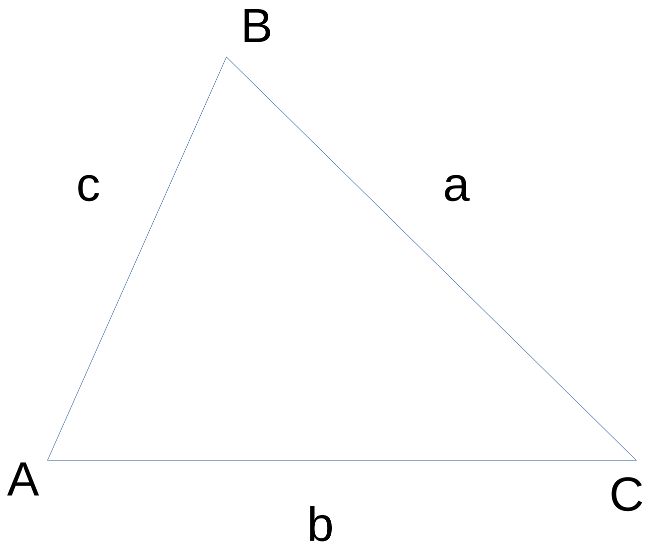
sin A = h / c, sin C = h / a

c sin A = h, a sin C = h

c sin A = a sin C

sin A / a = sin C / c

Law of Sines



sin A / a = sin B / b = sin C / c

Law of Sines သည် Right Triangle ၏Trigonometric Ratio များကဲ့သို့ Non Right Triangle ၏ အနားများနှင့် ထောင့်များ အချိုးကို ဖော်ပြပါသည်။

Frame of Reference

ဂရိပညာရှင်များသည် Space (Planer Infinite Space) နှင့် Mathematical Geometric Construct များ ဖြစ်သော Point, Line, Shape, Solid များကို သတ်မှတ်ခဲ့သော်လည်း ဂရိပညာရှင်များ သတိမပြုခဲ့သော အချက်ဖြစ်ပါသည်။

ဒါကတော့ Space တစ်ခုတွင် ဘယ်နေရာမှ စတင်သည်ကိုသော်လည်းကောင်း၊ ဘယ်နေရာမှ ရှုမြင်သည်ကို သော်လည်း ထည့်သွင်းမစဉ်းစားခဲ့ခြင်း ဖြစ်ပါသည်။

ဒါကို Frame of Reference လို့ ခေါ်ပါသည်။

ဒီအချက်သည် အင်မတန် အရေးကြီး နောက်ပိုင်းတွင် ပြင်သစ်သင်္ချာနှင့် အတွေးအခေါ်ပညာရှင် ရေးနေးဒေကား (Rene Descartes) ခေတ်ရောက်မှသာ ဒီ Frame of Reference ကို ထည့်သွင်းဖို့ စတင်ခဲ့ပါသည်။

ဒီ Frame of Reference ကို Co-ordinate System လို့ ခေါ်ပါသည်။

Space တွင် Frame of Reference ထည့်သွင်းခြင်းဖြင့် Co-Ordinate System များ ဖြစ်ပေါ်လာပါသည်။

Coordinate Systems

Space တွင် Frame of Reference ထည့်သွင်းခြင်းဖြင့် Co-Ordinate System များ ဖြစ်ပေါ်လာပါသည်။

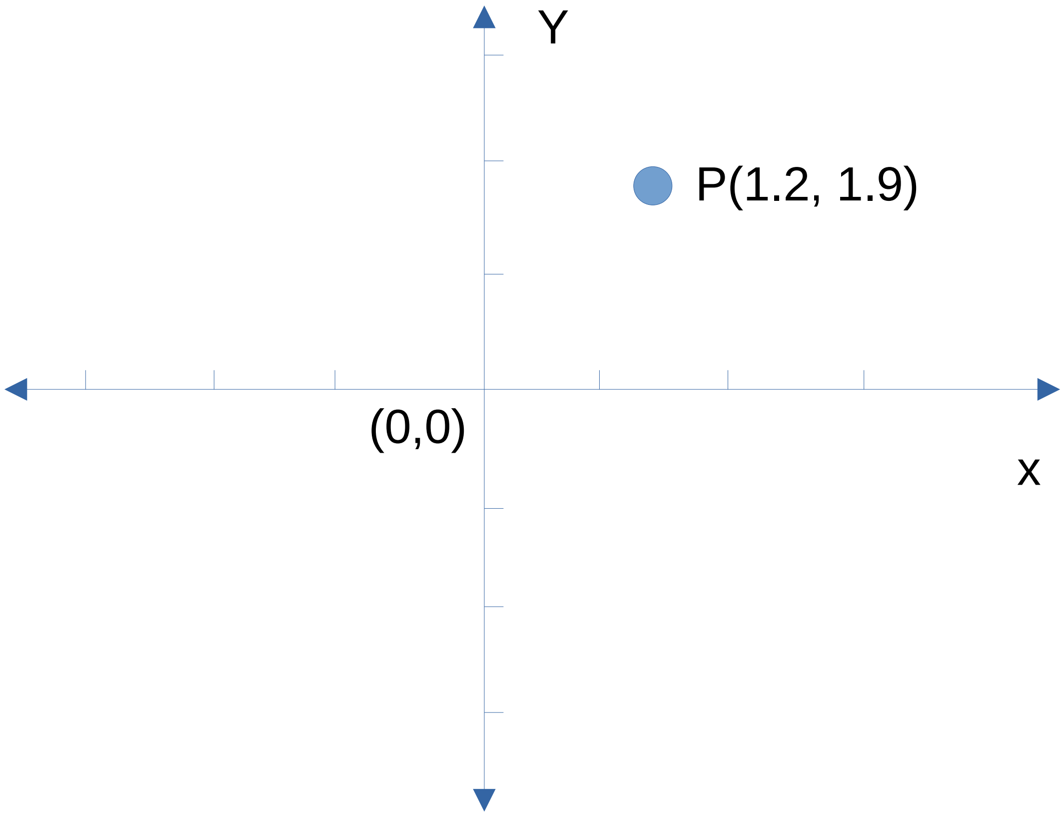
Euclidean Space တွင် Frame of Reference ကို Rene Descartes က စတင်ထည့်သွင်းခဲ့သည်ဖြစ်၍ ဒါကို သူ့ကို အစွဲပြုပြီး Cartesian Coordinate System လို့ အမည်ပေးပါသည်။

အမှန်တော့ Cartesian Coordinate System သည် အသုံးများသော Coordinate System တစ်ခုဖြစ်သော်လည်း ဒါတစ်ခုတည်းရှိသည် မဟုတ်ပါ။

နောက်ပိုင်းတွင် Polar Coordinate System, Spherical Coordinate System, Cylindrical Coordinate System စသည်ဖြင့် အခြား Coordinate System များစွာ ရှိပါသေးသည်။

သို့သော်လည်း ကျွန်တော်တို့ ရိုးရှင်းပြီး လူသိများသော Cartesian Coordinate System အကြောင်းကို ဆွေးနွေးပါမည်။

2D Cartesian Coordinate System

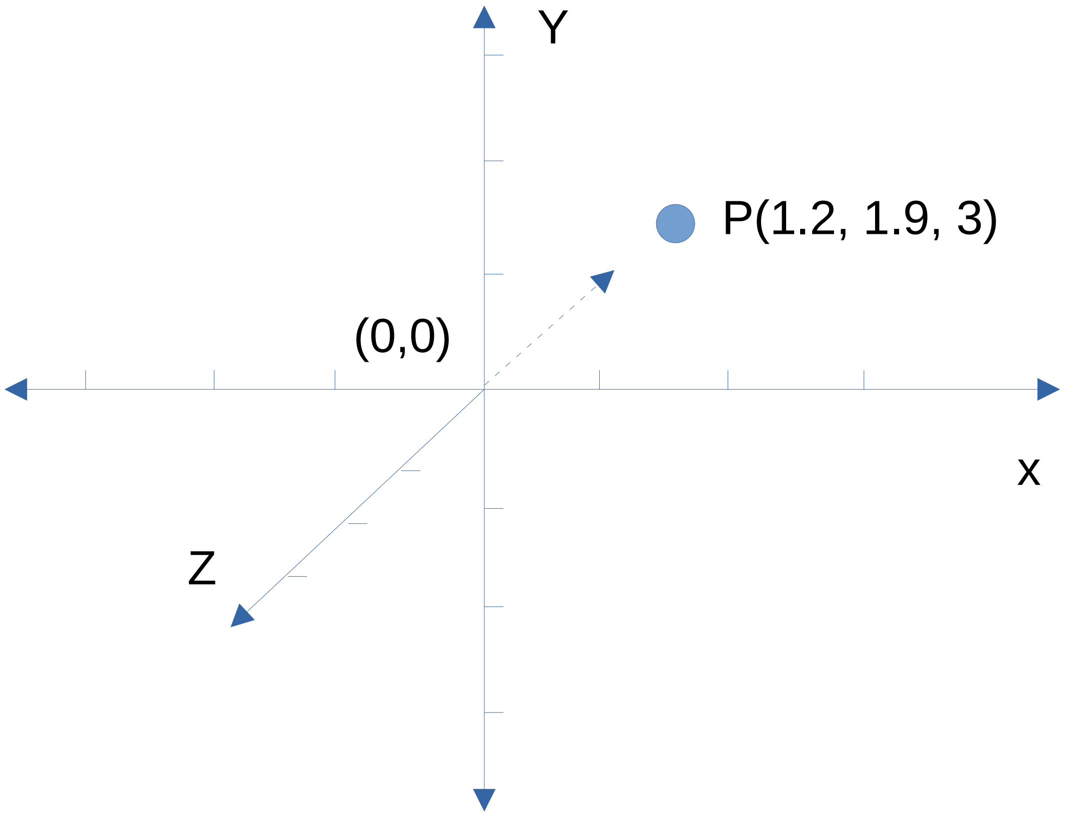


အမှန်တော့ 2D Cartesian Coordinate System သည် Euclidean Space ကို Graphical Notation ဖြင့်ဖော်ပြပြီး X,Y ဝင်ရိုး ၂ ခုဖြင့် ဖော်ပြပါသည်။

Point များကို P(x,y) ဖြင့် ဖော်ပြပါသည်။

ထိုသို့ ဖော်ပြခြင်းဖြင့် Geometric ပြဿနာများကို ပိုမိုလွယ်ကူစွာ ဖြေရှင်းလာနိုင်ပါသည်။

3D Cartesian Coordinate System



အမှန်တော့ 3D Cartesian Coordinate System သည် 2D Cartesian Coordinate System ကို Extension လုပ်ထားပြီး X,Y,Z ဝင်ရိုး 3 ခုဖြင့် ဖော်ပြပါသည်။

Point များကို P(x,y,z) ဖြင့် ဖော်ပြပါသည်။

ထိုသို့ ဖော်ပြခြင်းဖြင့် 3D Geometric Shape များ၏ ပြဿနာများကို ပိုမို လွယ်ကူစွာ ဖြေရှင်းလာနိုင်ပါသည်။

Analytical Geometry

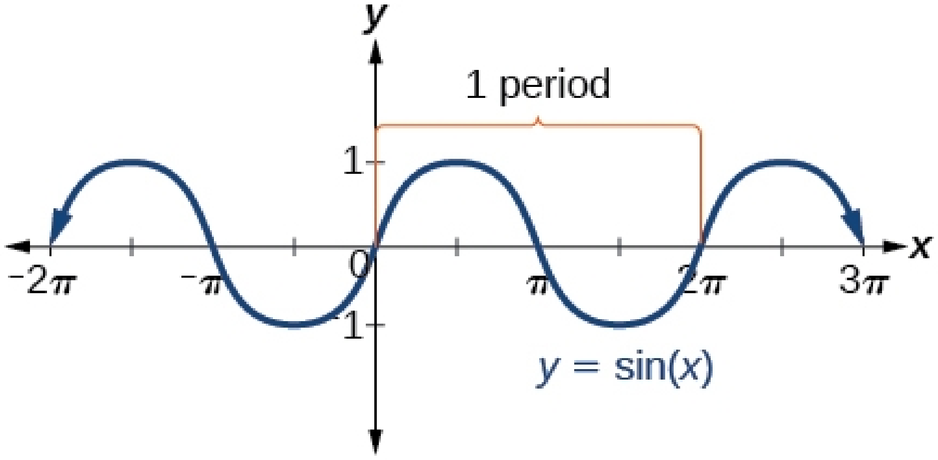
Coordinate System များအသုံးပြုလာပြီး Geometric Problem များကို Algebraic Equation များနှင့် Function များဖြင့် ဖော်ပြလာခြင်းဖြင့် ပိုမို ရှုပ်ထွေးသော Geometric Problem များဖြေရှင်းလာနိုင်ပါသည်။

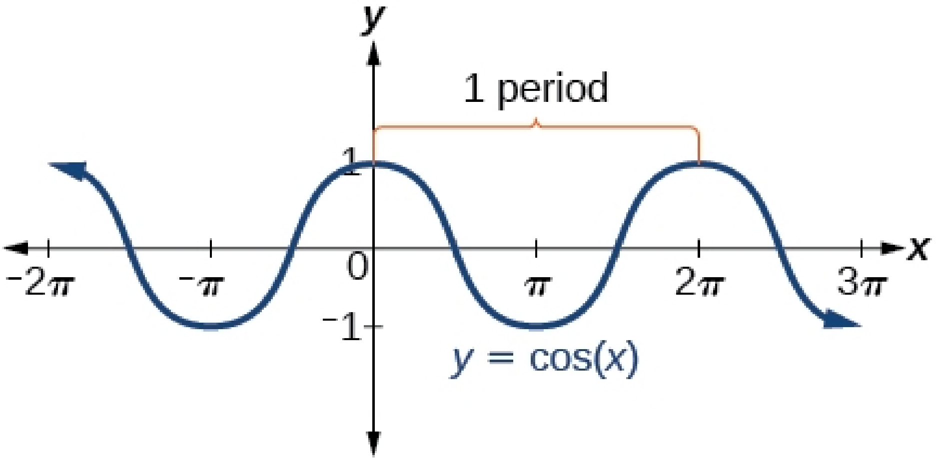
ထိုသို့သော Geometric Problem များကို Algebraic Equation များနှင့် Function များဖြင့် ဖော်ပြပြီး ဖြေရှင်းခြင်းကို Analytical Geometry ဟုခေါ်ပါသည်။

ကျွန်တော်တို့ Right Triangle များ၏ အနားများနှင့် ထောင့်များ အချိုးများ ဖြစ်သော Sine နှင့် Cosine များကို Right Triangle တစ်ခုမှ မပါဘဲ Analytical Geometry ဖြင့် ဖြေရှင်းနိုင်ပါသည်။

ဘယ်လို ထင်ပါသလဲ။

Sine & Cosine Function



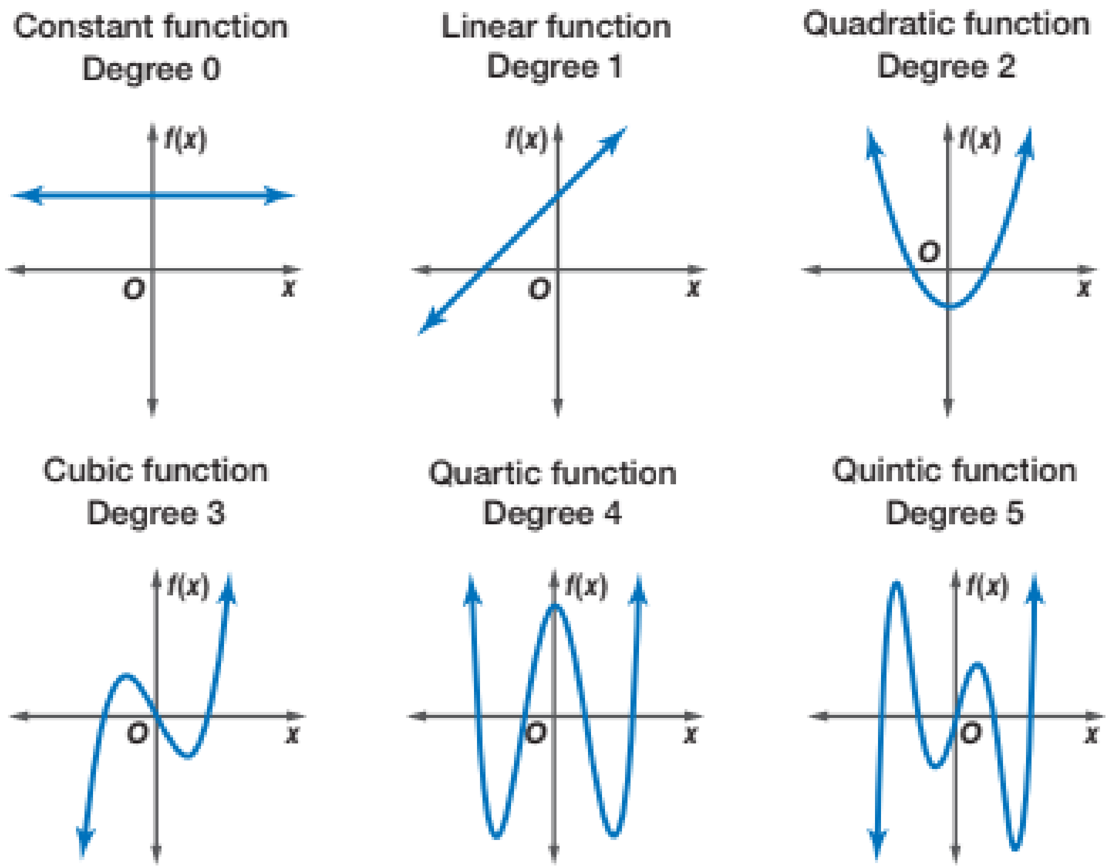


Analytical Geometry တွင် Sine နှင့် Cosine များ Algebraic Function များ အနေဖြင့် ဖော်ပြလာခြင်း ဖြစ်ပါသည်။

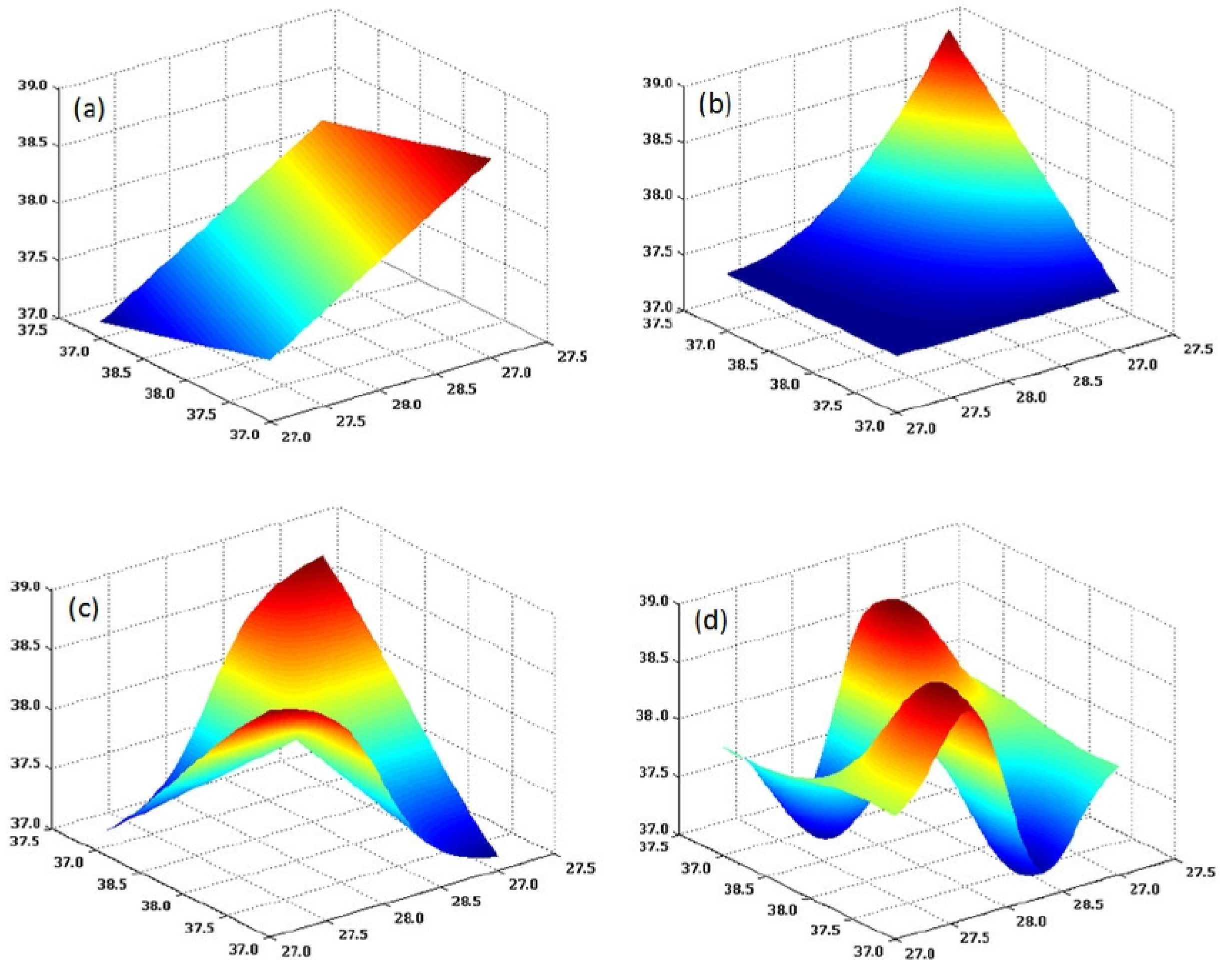
Analytical Geometry သည် ပိုမို အဆင့်မြင့်လာပြီး Euclidean Geometry နှင့် သိပ်မဆိုင်တော့ပါ။

အမှန်တော့ Analytical Geometry တွင် Right Triangle ၏ အနားများ အချိုး ဖြစ်သော Sine နှင့် Cosine များသာမက အခြား Polynomial, Exponential, Logarithm စသော Function များကိုပါ Graph အနေဖြင့် ဖော်ပြလာနိုင်ပါသည်။

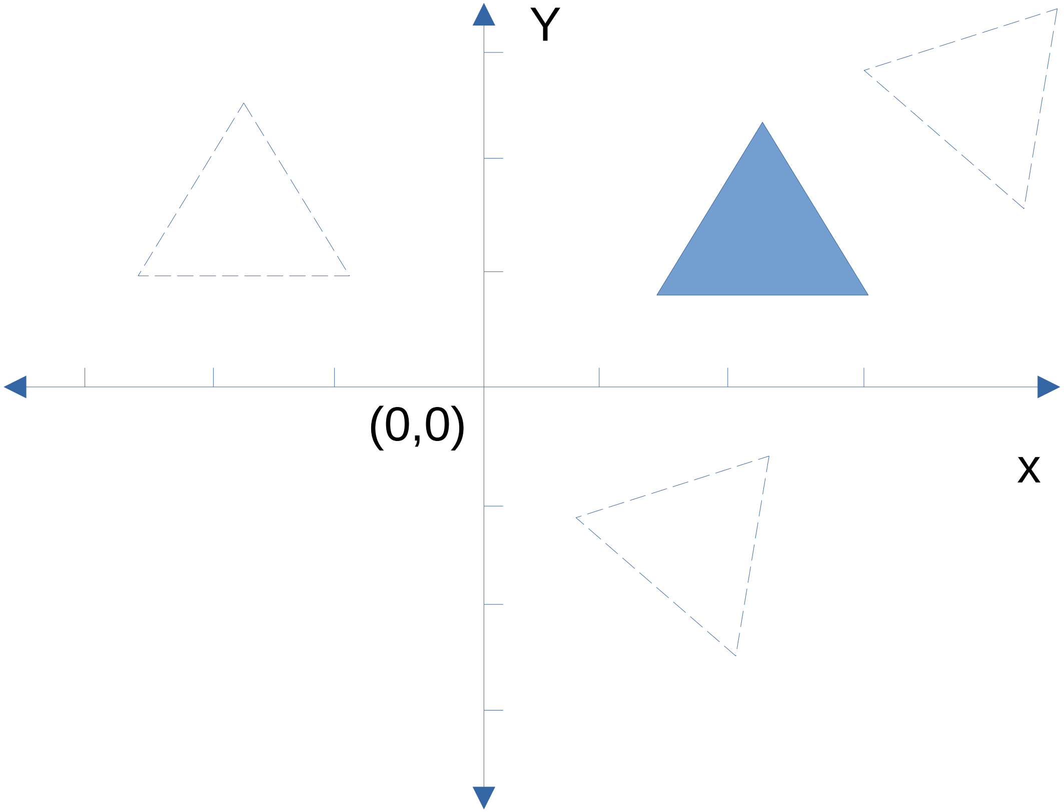
Polynomial Function (2D)



Polynomial Function (3D)



Geometric Transformation



Analytical Geometry တွင် Coordinate System များ၏ Function ကို လိုသလို ပြောင်းခြင်းဖြင့် Rotation, Translation, Reflection စသည့် Geometric Transformation များကို ပြုလုပ်လာနိုင်ပါသည်။

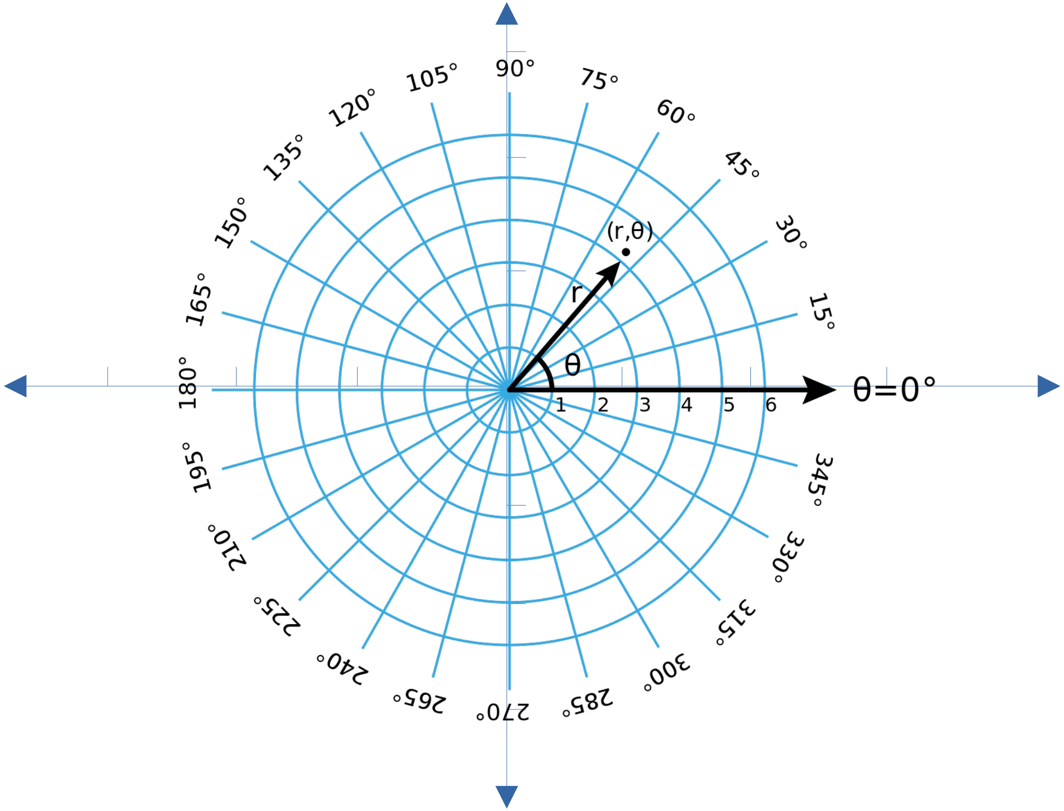
အမှန်တော့ ဒါသည် ကွန်ပျူတာဂိမ်း များ၏အခြေခံသဘောတရား ဖြစ်ပါသည်။

Polar Coordinate System

ကျွန်တော်တို့ Radar System များတွင် Cartesian Coordinate System ကို မသုံးဘဲ Polar Coordinate System ဆိုသော စနစ်ကို သုံးပါသည်။

အမှန်တော့ Polar Coordinate System သည် Unit Circle များနှင့် အလားတူပြီး P(x, y) အစား P(r, ϴ) ဖြင့် ဖော်ပြပါသည်။

2D Polar Coordinate System

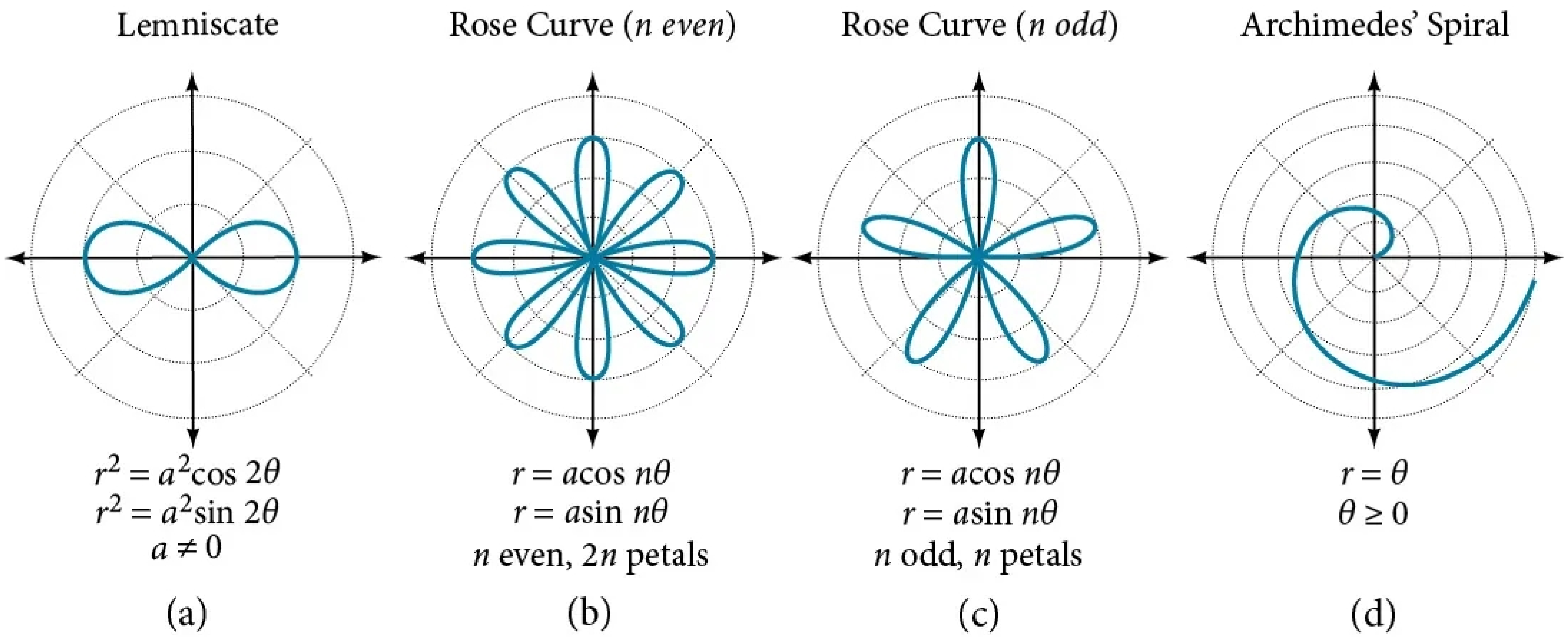


အမှန်တော့ 2D Polar Coordinate System သည် Unit Circle များကို ထပ်ခါထပ်ခါ Graphical Notation ဖြင့် ဖော်ပြပြီး X,Y ဝင်ရိုး ၂ ခုဖြင့် ဖော်ပြပါသည်။

Point များကို P(r, ɵ) ဖြင့် ဖော်ပြပါသည်။

ထိုသို့ ဖော်ပြခြင်းဖြင့် Vector ပြဿနာ များကို ပိုမိုလွယ်ကူစွာ ဖြေရှင်းလာနိုင် ပါသည်။

2D Polar Function



Summary

အခုဆိုရင် ကျွန်တော်တို့ Geometry နှင့် Trigonometry ၏ အခြေခံသဘောတရားများကို နည်းနည်း နားလည်လောက်ပါပြီ။

အမှန်တော့ ဂရိခေတ်မှ အစပြုပြီး Space ကို တိုင်းတာတွက်ချက်ဖို့ ကြိုးစားရာမှ Geometry ပေါ်ပေါက်လာပြီး ထိုမှ Geometric Shape တစ်ခု ဖြစ်သော Triangle ကို လေ့လာရာမှာ Trigonometry ပေါ်ပေါက်လာပါသည်။

နောက်ပိုင်း Coordinate System များကို အသုံးပြုပြီး ပိုမို အဆင့်မြင့်သော Analytical Geometry များ ပေါ်ပေါက်လာပါသည်။

အမှန်တော့ အထက်တန်းအထိ အသုံးများတာက Euclidean Geometry ဖြစ်ပြီး တက္ကသိုလ်နှင့်အထက်ပိုင်းများ တွင်မူ Analytical Geometry ကို အသုံးများပါသည်။

သို့သော်လည်း Analytical Geometry သည် လွန်စွာကျယ်ပြန့်သည်ဖြစ်၍ Introduction လောက်သာ ပြောနိုင်ပါသည်။