

一、选择题

1. 4185: 已知一单色光照射在钠表面上, 测得光电子的最大动能是 1.2 eV, 而钠的红限波长是 5400 Å, 那么入射光的波长是

- (A) 5350 Å (B) 5000 Å (C) 4350 Å (D) 3550 Å

2. 4244: 在均匀磁场 B 内放置一极薄的金属片, 其红限波长为 λ_0 。今用单色光照射, 发现有电子放出, 有些放出的电子(质量为 m , 电荷的绝对值为 e)在垂直于磁场的平面内作半径为 R 的圆周运动, 那末此照射光光子的能量是:

- (A) $\frac{hc}{\lambda_0}$ (B) $\frac{hc}{\lambda_0} + \frac{(eRB)^2}{2m}$ (C) $\frac{hc}{\lambda_0} + \frac{eRB}{m}$ (D) $\frac{hc}{\lambda_0} + 2eRB$

3. 4383: 用频率为 ν 的单色光照射某种金属时, 逸出光电子的最大动能为 E_K ; 若改用频率为 2ν 的单色光照射此种金属时, 则逸出光电子的最大动能为:

- (A) $2 E_K$ (B) $2h\nu - E_K$ (C) $h\nu - E_K$ (D) $h\nu + E_K$

4. 4737: 在康普顿效应实验中, 若散射光波长是入射光波长的 1.2 倍, 则散射光光子能量 ε 与反冲电子动能 E_K 之比 ε/E_K 为

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

5. 4190: 要使处于基态的氢原子受激发后能发射赖曼系(由激发态跃迁到基态发射的各谱线组成的谱线系)的最长波长的谱线, 至少应向基态氢原子提供的能量是

- (A) 1.5 eV (B) 3.4 eV (C) 10.2 eV (D) 13.6 eV

6. 4197: 由氢原子理论知, 当大量氢原子处于 $n=3$ 的激发态时, 原子跃迁将发出:

- (A) 一种波长的光 (B) 两种波长的光 (C) 三种波长的光 (D) 连续光谱

7. 4748: 已知氢原子从基态激发到某一定态所需能量为 10.19 eV, 当氢原子从能量为 -0.85 eV 的状态跃迁到上述定态时, 所发射的光子的能量为

- (A) 2.56 eV (B) 3.41 eV (C) 4.25 eV (D) 9.95 eV

8. 4750: 在气体放电管中, 用能量为 12.1 eV 的电子去轰击处于基态的氢原子, 此时氢原子所能发射的光子的能量只能是

- (A) 12.1 eV (B) 10.2 eV (C) 12.1 eV, 10.2 eV 和 1.9 eV
(D) 12.1 eV, 10.2 eV 和 3.4 eV

9. 4241: 若 α 粒子(电荷为 $2e$)在磁感应强度为 B 均匀磁场中沿半径为 R 的圆形轨道运动, 则 α 粒子的德布罗意波长是

- (A) $h/(2eRB)$ (B) $h/(eRB)$ (C) $1/(2eRBh)$ (D) $1/(eRBh)$

10. 4770: 如果两种不同质量的粒子, 其德布罗意波长相同, 则这两种粒子的

- (A) 动量相同 (B) 能量相同 (C) 速度相同 (D) 动能相同

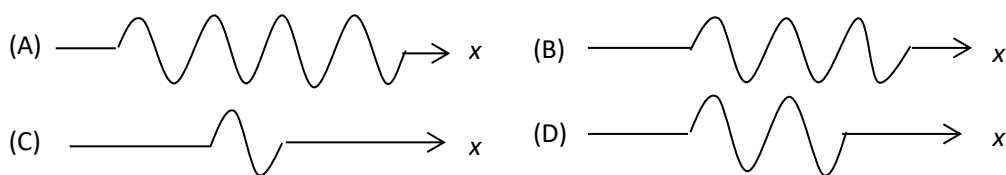
11. 4428: 已知粒子在一维矩形无限深势阱中运动, 其波函数为:
 $(-a \leq x \leq a)$, 那么粒子在 $x = 5a/6$ 处出现的概率密度为

- (A) $1/(2a)$ (B) $1/a$ (C) $1/\sqrt{2a}$ (D) $1/\sqrt{a}$

12. 4778: 设粒子运动的波函数图线分别如图(A)、(B)、(C)、(D)所示, 那么其中确定粒子动量的精确度最高的波函数是哪个图?

$$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{a}} \cdot \cos \frac{3\pi x}{2a}$$

[]



13. 5619: 波长 $\lambda=5000 \text{ \AA}$ 的光沿 x 轴正向传播, 若光的波长的不确定量 $\Delta\lambda=10^{-3} \text{ \AA}$, 则利用不确定关系式 $\Delta p_x \Delta x \geq \hbar$ 可得光子的 x 坐标的不确定量至少为:

- (A) 25 cm (B) 50 cm (C) 250 cm (D) 500 cm

[]

14. 8020: 将波函数在空间各点的振幅同时增大 D 倍, 则粒子在空间的分布概率将

- (A) 增大 D^2 倍 (B) 增大 $2D$ 倍 (C) 增大 D 倍 (D) 不变

[]

15. 4965: 下列各组量子数中, 哪一组可以描述原子中电子的状态?

- (A) $n=2, l=2, m_l=0, m_s=\frac{1}{2}$ (B) $n=3, l=1, m_l=-1, m_s=-\frac{1}{2}$
 (C) $n=1, l=2, m_l=1, m_s=\frac{1}{2}$ (D) $n=1, l=0, m_l=1, m_s=-\frac{1}{2}$ []

16. 8022: 氢原子中处于 $3d$ 量子态的电子, 描述其量子态的四个量子数(n, l, m_l, m_s)可能取的值为

- (A) $(3, 0, 1, -\frac{1}{2})$ (B) $(1, 1, 1, -\frac{1}{2})$
 (C) $(2, 1, 2, \frac{1}{2})$ (D) $(3, 2, 0, \frac{1}{2})$ []

17. 4785: 在氢原子的 K 壳层中, 电子可能具有的量子数(n, l, m_l, m_s)是

- (A) $(1, 0, 0, \frac{1}{2})$ (B) $(1, 0, -1, \frac{1}{2})$
 (C) $(1, 1, 0, -\frac{1}{2})$ (D) $(2, 1, 0, -\frac{1}{2})$ []

18. 4222: 与绝缘体相比较, 半导体能带结构的特点是

(A) 导带也是空带 (B) 满带与导带重合 (C) 满带中总是有空穴, 导带中总是有电子

- (D) 禁带宽度较窄 []

19. 4789: p 型半导体中杂质原子所形成的局部能级(也称受主能级), 在能带结构中应处于

- (A) 满带中 (B) 导带中 (C) 禁带中, 但接近满带顶
 (D) 禁带中, 但接近导带底 []

20. 8032: 按照原子的量子理论, 原子可以通过自发辐射和受激辐射的方式发光, 它们所产生的光的特点是:

- (A) 两个原子自发辐射的同频率的光是相干的, 原子受激辐射的光与入射光是不相干的
 (B) 两个原子自发辐射的同频率的光是不相干的, 原子受激辐射的光与入射光是相干的

(C) 两个原子自发辐射的同频率的光是不相干的, 原子受激辐射的光与入射光是不相干的

(D) 两个原子自发辐射的同频率的光是相干的, 原子受激辐射的光与入射光是相干的

21. 9900: \hat{x} 与 \hat{P}_x 的互易关系 $[\hat{x}, \hat{P}_x]$ 等于

(A) $i\hbar$ (B) $-i\hbar$ (C) $i\hbar$ (D) $-i\hbar$ []

22. 9901: 厄米算符 \hat{A} 满足以下哪一等式 (u 、 v 是任意的态函数)

(A) $\int u^* \hat{A} v dx = \int (\hat{A} u)^* v dx$ (B) $\int v^* \hat{A} u dx = \int v (\hat{A} u)^* dx$

(C) $\int v^* \hat{A} u dx = \int (\hat{A} v)^* u dx$ (D) $\int u^* \hat{A} v dx = \int (\hat{A} u)^* v dx$

[]

二、填空题

1. 4179: 光子波长为 λ , 则其能量 = _____; 动量的大小 = _____; 质量 = _____。

2. 4180: 当波长为 3000 \AA 的光照射在某金属表面时, 光电子的能量范围从 0 到 $4.0 \times 10^{-19} \text{ J}$ 。在作上述光电效应实验时遏止电压为 $|U_a| = \text{_____ V}$; 此金属的红限频率 $\nu_0 = \text{_____ Hz}$ 。

3. 4388: 以波长为 $\lambda = 0.207 \text{ \mu m}$ 的紫外光照射金属钡表面产生光电效应, 已知钡的红限频率 $\nu_0 = 1.21 \times 10^{15} \text{ 赫兹}$, 则其遏止电压 $|U_a| = \text{_____ V}$ 。

4. 4546: 若一无线电接收机接收到频率为 10^8 Hz 的电磁波的功率为 1 微瓦, 则每秒接收到的光子数为 _____。

5. 4608: 钨的红限波长是 230 nm , 用波长为 180 nm 的紫外光照射时, 从表面逸出的电子的最大动能为 _____ eV。

6. 4611: 某一波长的 X 光经物质散射后, 其散射光中包含波长 _____ 和波长 _____ 的两种成分, 其中 _____ 的散射成分称为康普顿散射。

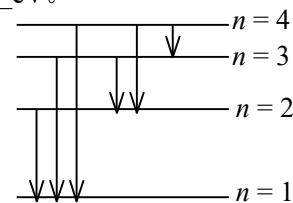
7. 4191: 在氢原子发射光谱的巴耳末线系中有一频率为 $6.15 \times 10^{14} \text{ Hz}$ 的谱线, 它是氢原子从能级 $E_n = \text{_____ eV}$ 跃迁到能级 $E_k = \text{_____ eV}$ 而发出的。

8. 4192: 在氢原子光谱中, 赖曼系(由各激发态跃迁到基态所发射的各谱线组成的谱线系)的最短波长的谱线所对应的光子能量为 _____ eV; 巴耳末系的最短波长的谱线所对应的光子的能量为 _____ eV。

9. 4200: 在氢原子光谱中, 赖曼系(由各激发态跃迁到基态所发射的各谱线组成的谱线系)的最短波长的谱线所对应的光子能量为 _____ eV; 巴耳末系的最短波长的谱线所对应的光子的能量为 _____ eV。

10. 4424: 欲使氢原子发射赖曼系(由各激发态跃迁到基态所发射的谱线构成)中波长为 1216 \AA 的谱线, 应传给基态氢原子的最小能量是 _____ eV。

11. 4754: 氢原子的部分能级跃迁示意图如图。在这些能级跃迁中, (1) 从 $n = \text{_____}$ 的能级跃迁到 $n = \text{_____}$ 的能级时所发射的光子的波长最短; (2) 从 $n = \text{_____}$ 的能级跃迁到 $n = \text{_____}$ 的能级时所发射的光子的频率最小。



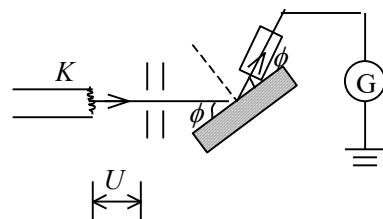
4754 图

12. 4755: 被激发到 $n=3$ 的状态的氢原子气体发出的辐射中, 有 _____ 条可见光谱线和 _____ 条非可见光谱线。

13. 4760: 当一个质子俘获一个动能 $E_k = 13.6 \text{ eV}$ 的自由电子组成一个基态氢原子时, 所发出的单色光频率是 _____。

14. 4207: 令 $\lambda_c = h/(m_e c)$ (称为电子的康普顿波长, 其中 m_e 为电子静止质量, c 为真空中光速, h 为普朗克常量)。当电子的动能等于它的静止能量时, 它的德布罗意波长是 $\lambda = \text{_____} \lambda_c$ 。

15. 4429: 在戴维孙——革末电子衍射实验装置中, 自热阴极 K 发射出的电子束经 $U = 500 \text{ V}$ 的电势差加速后投射到晶体上。这电子束的德布罗意波长 $\lambda = \text{_____ nm}$ 。



4429 图

16. 4629: 氢原子的运动速率等于它在 300 K 时的方均根速率时, 它的德布罗意波长是_____。质量为 $M=1\text{ g}$, 以速度 $v=1\text{ cm}\cdot\text{s}^{-1}$ 运动的小球的德布罗意波长是_____。

17. 4630: 在 $B=1.25\times 10^{-2}\text{ T}$ 的匀强磁场中沿半径为 $R=1.66\text{ cm}$ 的圆轨道运动的 α 粒子的德布罗意波长是_____。

18. 4203: 设描述微观粒子运动的波函数为 $\Psi(\vec{r}, t)$, 则 $\Psi\Psi^*$ 表示_____; $\Psi(\vec{r}, t)$ 须满足的条件是_____; 其归一化条件是_____。

19. 4632: 如果电子被限制在边界 x 与 $x+\Delta x$ 之间, $\Delta x=0.5\text{ \AA}$, 则电子动量 x 分量的不确定量近似地为_____ $\text{kg}\cdot\text{m/s}$ 。

20. 4221: 原子内电子的量子态由 n, l, m_l 及 m_s 四个量子数表征。当 n, l, m_l 一定时, 不同的量子态数目为_____; 当 n, l 一定时, 不同的量子态数目为_____; 当 n 一定时, 不同的量子态数目为_____。

21. 4782: 电子的自旋磁量子数 m_s 只能取_____和_____两个值。

22. 4784: 根据量子力学理论, 氢原子中电子的动量矩为 $L=\sqrt{l(l+1)}\hbar$, 当主量子数 $n=3$ 时, 电子动量矩的可能取值为_____。

23. 4963: 原子中电子的主量子数 $n=2$, 它可能具有的状态数最多为_____个。

24. 4219: 多电子原子中, 电子的排列遵循_____原理和_____原理。

25. 4635: 泡利不相容原理的内容是_____。

26. 4787: 在主量子数 $n=2$, 自旋磁量子数 $m_s=\frac{1}{2}$ 的量子态中, 能够填充的最大电子数是_____。

27. 4967: 锂($Z=3$)原子中含有 3 个电子, 电子的量子态可用 (n, l, m_l, m_s) 四个量子数来描述, 若已知基态锂原子中一个电子的量子态为 $(1, 0, 0, \frac{1}{2})$, 则其余两个电子的量子态分别为(_____)和(_____)。

28. 4969: 钴($Z=27$)有两个电子在 $4s$ 态, 没有其它 $n\geq 4$ 的电子, 则在 $3d$ 态的电子可有_____个。

29. 8025: 根据量子力学理论, 原子内电子的量子态由 (n, l, m_l, m_s) 四个量子数表征。那么, 处于基态的氢原子内两个电子的量子态可由_____和_____两组量子数表征。

30. 4637: 右方两图(a)与(b)中, (a)图是_____型半导体的能带结构图, (b)图是_____型半导体的能带结构图。

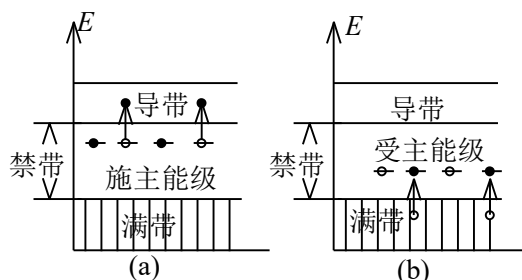
31. 4792: 若在四价元素半导体中掺入五价元素原子, 则可构成_____型半导体, 参与导电的多数载流子是_____。

32. 4793: 若在四价元素半导体中掺入三价元素原子, 则可构成_____型半导体, 参与导电的多数载流子是_____。

33. 4971: 在下列给出的各种条件中, 哪些是产生激光的条件, 将其标号列下: _____。(1)自发辐射; (2)受激辐射; (3)粒子数反转; (4)三能级系统; (5)谐振腔。

34. 5244: 激光器中光学谐振腔的作用是: (1)_____; (2)_____; (3)_____。

35. 8034: 按照原子的量子理论, 原子可以通过_____两种辐射方式发光, 而激光是由_____方式产生的。



36. 8035: 光和物质相互作用产生受激辐射时, 辐射光和照射光具有完全相同的特性, 这些特性是指_____。

37. 8036: 激光器的基本结构包括三部分, 即_____、_____和_____。

38. 写出以下算符表达式: $\hat{p}_x =$ _____; $\hat{H} =$ _____; $\hat{L}_y =$ _____;

39. 微观低速的(非相对论性)体系的波函数 Ψ 满足薛定谔方程, 其数学表达式为_____。

40. 自旋量子数为_____的粒子称为费米子, 自旋量子数为_____的粒子称为玻色子; _____体系遵循泡利不相容原理。

41. $[\hat{x}, \hat{p}_x] =$ _____; $[\hat{y}, \hat{z}] =$ _____; $[\hat{p}_x, \hat{p}_z] =$ _____; $[\hat{L}^2, \hat{L}_z] =$ _____; $[\hat{L}_x, \hat{p}_y] =$ _____。

42. 线性谐振子的能量可取为_____; 若 $\psi = \sqrt{\frac{3}{10}}u_0 + \sqrt{\frac{2}{5}}u_2 + \sqrt{\frac{3}{10}}u_3$, u_n 是谐振子的第 n 个能量本征函数, 则体系的能量平均值为_____。

三、计算题

1. 4502: 功率为 P 的点光源, 发出波长为 λ 的单色光, 在距光源为 d 处, 每秒钟落在垂直于光线的单位面积上的光子数为多少? 若 $\lambda = 6630 \text{ \AA}$, 则光子的质量为多少?

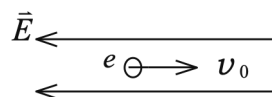
2. 4431: α 粒子在磁感应强度为 $B = 0.025 \text{ T}$ 的均匀磁场中沿半径为 $R = 0.83 \text{ cm}$ 的圆形轨道运动。(1) 试计算其德布罗意波长; (2) 若使质量 $m = 0.1 \text{ g}$ 的小球以与 α 粒子相同的速率运动。则其波长为多少? (α 粒子的质量 $m_\alpha = 6.64 \times 10^{-27} \text{ kg}$, 普朗克常量 $h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$, 基本电荷 $e = 1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$)

3. 4506: 当电子的德布罗意波长与可见光波长($\lambda = 5500 \text{ \AA}$)相同时, 求它的动能是多少电子伏特? (电子质量 $m_e = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$, 普朗克常量 $h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$, $1 \text{ eV} = 1.60 \times 10^{-19} \text{ J}$)

4. 4535: 若不考虑相对论效应, 则波长为 5500 \AA 的电子的动能是多少 eV? (普朗克常量 $h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$, 电子静止质量 $m_e = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$)

5. 4631: 假如电子运动速度与光速可以比拟, 则当电子的动能等于它静止能量的 2 倍时, 其德布罗意波长为多少? (普朗克常量 $h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$, 电子静止质量 $m_e = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$)

6. 5248: 如图所示, 一电子以初速度 $v_0 = 6.0 \times 10^6 \text{ m/s}$ 逆着场强方向飞入电场强度为 $E = 500 \text{ V/m}$ 的均匀电场中, 问该电子在电场中要飞行多远距离 d , 可使得电子的德布罗意波长达到 $\lambda = 1 \text{ \AA}$ 。(飞行过程中, 电子的质量认为不变, 即为静止质量 $m_e = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$; 基本电荷 $e = 1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$; 普朗克常量 $h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$)。



7. 4430: 已知粒子在无限深势阱中运动, 其波函数为 $\psi(x) = \sqrt{2/a} \sin(\pi x/a)$ ($0 \leq x \leq a$), 求发现粒子的概率为最大的位置。

8. 4526: 粒子在一维矩形无限深势阱中运动, 其波函数为: $\psi_n(x) = \sqrt{2/a} \sin(n\pi x/a)$ ($0 < x < a$), 若粒子处于 $n=1$ 的状态, 它在 $0 \sim a/4$ 区间内的概率是多少?

提示: $\int \sin^2 x dx = \frac{1}{2}x - (1/4)\sin 2x + C$

9. 氢原子波函数为 $\psi = \frac{1}{\sqrt{10}}(2\psi_{100} + \psi_{210} + \sqrt{2}\psi_{211} + \sqrt{3}\psi_{310})$, 其中 ψ_{nlm} 是氢原子的能量本征态, 求 E 的可能值、相应的概率及平均值。

$$\psi(x) = \begin{cases} A \sin \frac{n\pi}{a} x & 0 < x < a \\ 0 & x \leq 0 \quad x \geq a \end{cases}, \text{ 求归}$$

10. 体系在无限深方势阱中的波函数为一化常数 A 。

$$U(x) = \begin{cases} 0 & 0 < x < a \\ \infty & x \leq 0, x \geq a \end{cases},$$

11. 质量为 m 的粒子沿 x 轴运动, 其势能函数可表示为: 求解粒子的归一化波函数和粒子的能量。

$$\psi(x) = \frac{4}{\sqrt{a}} \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right) \cos^2\left(\frac{\pi}{a}x\right),$$

12. 设质量为 m 的粒子处在 $(0, a)$ 内的无限方势阱中, 对它的能量进行测量, 可能得到的值有几个? 概率各多少? 平均能量是多少?

$$\psi(x) = \sqrt{\frac{1}{3}}u_0(x) + \sqrt{\frac{1}{2}}u_2(x) + cu_3(x)$$

13. 谐振子的归一化的波函数: 其中, $u_n(x)$ 是归一化的谐振子的定态波函数。求: c 和能量的可能取值, 以及平均能量 \bar{E} 。

一、选择题

1. 4185: D 2. 4244: B 3. 4383: D 4. 4737: D 5. 4190: C 6. 4197: C
7. 4748: A 8. 4750: C 9. 4241: A 10. 4770: A 11. 4428: A 12. 4778:
13. 5619: C 14. 8020: D 15. 4965: B 16. 8022: D 17. 4785: A 18. 4222:

D

19. 4789: C 20. 8032: B 21. 9900: A 22. 9901: C

二、填空题

1. 4179: hc/λ -----1 分; h/λ -----2 分; $h/(c\lambda)$ -----2 分
分
2. 4180: 2.5-----2 分; 4.0×10^{14} -----2 分
3. 4388: 0.99-----3 分
4. 4546: 1.5×10^{19} -----3 分
5. 4608: 1.5 -----3 分
6. 4611: 不变-----1 分; 变长-----1 分; 波长变长-----1 分
分
7. 4191: -0.85-----2 分; -3.4-----2 分
8. 4192: 13.6-----2 分; 3.4-----2 分
9. 4200: 6-----2 分; 973-----2 分
10. 4424: 10.2-----3 分
11. 4754: 4 1-----2 分; 4 3-----2 分
12. 4755: 1-----2 分; 2-----2 分
13. 4760: 6.56×10^{15} Hz-----3 分
14. 4207: $1/\sqrt{3}$ -----3 分
15. 4429: 0.0549-----3 分
16. 4629: 1.45 \AA -----2 分; $6.63 \times 10^{-19} \text{ \AA}$ -----2 分
17. 4630: 0.1 \AA -----3 分
18. 4203: 粒子在 t 时刻在 (x, y, z) 处出现的概率密度-----2 分
单值、有限、连续-----1 分
 $\iiint |\Psi|^2 dx dy dz = 1$ -----2 分
19. 4632: 1.33×10^{-23} -----3 分

20. 4221: 2 -----1 分; $2 \times (2l+1)$ -----2 分; $2n^2$ -----2 分
21. 4782: $\frac{1}{2}$ -----2 分; $-\frac{1}{2}$ -----2 分
22. 4784: $0, \sqrt{2}\hbar, \sqrt{6}\hbar$ -----各 1 分
23. 4963: 8 -----3 分
24. 4219: 泡利不相容-----2 分; 能量最小-----2 分
25. 4635: 一个原子内部不能有两个或两个以上的电子有完全相同的四个量子数
(n, l, m_l, m_s)-----3 分
26. 4787: 4 -----3 分
27. 4967: $1, 0, 0, -\frac{1}{2}$ -----2 分;
 $2, 0, 0, \frac{1}{2}$ 或 $2, 0, 0, -\frac{1}{2}$ -----2 分
28. 4969: 7 -----3 分
29. 8025: $(1, 0, 0, \frac{1}{2})$ -----2 分; $(1, 0, 0, -\frac{1}{2})$ -----2 分
30. 4637: n -----2 分; p -----2 分
31. 4792: n -----2 分; 电子-----2 分
32. 4793: p -----2 分; 空穴-----2 分
33. 4971: (2)、(3)、(4)、(5)-----3 分 答对 2 个 1 分
34. 5244: 产生与维持光的振荡, 使光得到加强-----2 分
使激光有极好的方向性-----1 分
使激光的单色性好-----2 分
35. 8034: 自发辐射和受激辐射-----2 分; 受激辐射-----2 分
36. 8035: 相位、频率、偏振态、传播方向-----3 分
37. 8036: 工作物质、激励能源、光学谐振腔-----各 1 分
38. $\hat{p}_x = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}; \hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 + U; \hat{L}_y = -i\hbar(z \frac{\partial}{\partial x} - x \frac{\partial}{\partial z})$
39. $\left(-\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 + U\right)\Psi = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t}$ 或 $\left(-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + U\right)\Psi = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t}$
40. 半奇数; 整数; 费米子
41. $i\hbar; 0; 0; 0; i\hbar \hat{p}_z$
42. $E_n = (n + \frac{1}{2})\hbar\omega, n=0, 1, 2, 3, \dots; \frac{11}{5}\hbar\omega$

三、计算题

1. 4502: 解: 设光源每秒钟发射的光子数为 n , 每个光子的能量为 $h\nu$, 则由:

$$P = nh\nu = nhc/\lambda \text{ 得: } n = P\lambda/(hc)$$

令每秒钟落在垂直于光线的单位面积的光子数为 n_0 , 则:

$$n_0 = n/S = n/(4\pi d^2) = P\lambda/(4\pi d^2 hc) \text{-----3 分}$$

光子的质量: $m = h\nu/c^2 = hc/(c^2\lambda) = h/(c\lambda) = 3.33 \times 10^{-36} \text{ kg}$ -----2 分

2. 4431: 解: (1) 德布罗意公式: $\lambda = h/(mv)$

由题可知 α 粒子受磁场力作用作圆周运动: $qvB = m_\alpha v^2/R, m_\alpha v = qRB$

又 $q = 2e$ 则: $m_\alpha v = 2eRB$ -----4 分

故: $\lambda_\alpha = h/(2eRB) = 1.00 \times 10^{-11} \text{ m} = 1.00 \times 10^{-2} \text{ nm}$ -----3 分

(2) 由上一问可得 $v = 2eRB/m_\alpha$

对于质量为 m 的小球: $\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{2eRB} \cdot \frac{m_\alpha}{m} = \frac{m_\alpha}{m} \cdot \lambda_\alpha = 6.64 \times 10^{-34} \text{ m}$ -----3 分

3. 4506: 解: $E_K = p^2/(2m_e) = (h/\lambda)^2/(2m_e)$ -----3 分
 $= 5.0 \times 10^{-6} \text{ eV}$ -----2 分

4. 4535: 解: 非相对论动能: $E_K = \frac{1}{2} m_e v^2$

而 $p = m_e v$, 故有: $E_K = \frac{p^2}{2m_e}$ -----2 分

又根据德布罗意关系有 $p = h/\lambda$ 代入上式 -----1 分

则: $E_K = \frac{1}{2} h^2/(m_e \lambda^2) = 4.98 \times 10^{-6} \text{ eV}$ -----2 分

5. 4631: 解: 若电子的动能是它的静止能量的两倍, 则: $mc^2 - m_e c^2 = 2m_e c^2$ -----1 分

故: $m = 3m_e$ -----1 分

由相对论公式: $m = m_e / \sqrt{1 - v^2/c^2}$

有: $3m_e = m_e / \sqrt{1 - v^2/c^2}$

解得: $v = \sqrt{8}c/3$ -----1 分

德布罗意波长为: $\lambda = h/(mv) = h/(\sqrt{8}m_e c) \approx 8.58 \times 10^{-13} \text{ m}$ -----2 分

光电子的德布罗意波长为: $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m_e v} = 1.04 \times 10^{-9} \text{ m} = 10.4 \text{ \AA}$ -----3 分

6. 5248: 解: $\lambda = h/(m_e v)$ ① -----2 分

$$v^2 - v_0^2 = 2ad \quad \text{②}$$

$$eE = m_e a \quad \text{③} \quad \text{-----2 分}$$

由①式: $v = h/(m_e \lambda) = 7.28 \times 10^6 \text{ m/s}$

由③式: $a = eE/m_e = 8.78 \times 10^{13} \text{ m/s}^2$

由②式: $d = (v^2 - v_0^2)/(2a) = 0.0968 \text{ m} = 9.68 \text{ cm}$ -----4 分

7. 4430: 解: 先求粒子的位置概率密度:

$$|\psi(x)|^2 = (2/a) \sin^2(\pi x/a) = (2/2a)[1 - \cos(2\pi x/a)] \quad \text{-----2 分}$$

当: $\cos(2\pi x/a) = -1$ 时, $|\psi(x)|^2$ 有最大值. 在 $0 \leq x \leq a$ 范围内可得 $2\pi x/a = \pi$

$$\therefore x = \frac{1}{2}a \quad \text{-----3 分}$$

$$dP = |\psi|^2 dx = \frac{2}{a} \sin^2 \frac{\pi x}{a} dx \quad \text{-----3 分}$$

8. 4526: 解:

粒子位于 $0 - a/4$ 内的概率为:

$$\begin{aligned} P &= \int_0^{a/4} \frac{2}{a} \sin^2 \frac{\pi x}{a} dx = \int_0^{a/4} \frac{2}{a} \frac{a}{\pi} \sin^2 \frac{\pi x}{a} d\left(\frac{\pi x}{a}\right) \\ &= \frac{2}{\pi} \left[\frac{1}{2} \frac{\pi x}{a} - \frac{1}{4} \sin \frac{2\pi x}{a} \right] \Big|_0^{a/4} = \frac{2}{\pi} \left[\frac{1}{2} \frac{\pi}{4} - \frac{1}{4} \sin\left(\frac{2\pi}{4}\right) \right] = 0.091 \text{-----2 分} \end{aligned}$$

9. 解: 根据给出的氢原子波函数的表达式, 可知能量 E 的可能值为: E_1 、 E_2 、 E_3 , 其中: $E_1 = 13.6eV$ 、 $E_2 = -3.4eV$ 、 $E_3 = -1.51eV$ -----3 分

$$\text{由于: } \left| \frac{2}{\sqrt{10}} \right|^2 + \left| \frac{1}{\sqrt{10}} \right|^2 + \left| \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{10}} \right|^2 + \left| \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{10}} \right|^2 = 1 \quad \text{-----1 分}$$

$$\text{所以, 能量为 } E_1 \text{ 的概率为 } P_1 = \left| \frac{2}{\sqrt{10}} \right|^2 = \frac{2}{5} \quad \text{-----1 分}$$

$$\text{能量为 } E_2 \text{ 的概率为 } P_2 = \left| \frac{1}{\sqrt{10}} \right|^2 + \left| \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{10}} \right|^2 = \frac{3}{10} \quad \text{-----1 分}$$

$$\text{能量为 } E_3 \text{ 的概率为 } P_3 = \left| \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{10}} \right|^2 = \frac{3}{10} \quad \text{-----1 分}$$

$$\begin{aligned} \text{能量的平均值为: } \bar{E} &= P_1 E_1 + P_2 E_2 + P_3 E_3 \quad \text{-----2 分} \\ &= -6.913eV \quad \text{-----1 分} \end{aligned}$$

$$10. \text{ 解: 由归一化条件, 应有 } \int_0^a A^2 \sin^2 \frac{n\pi}{a} x dx = 1 \quad \text{-----3 分}$$

$$A = \sqrt{\frac{2}{a}} \quad \text{-----2 分}$$

得:

11. 解: 当 $x \leq 0$ 或 $x \geq a$ 时, 粒子势能无限大, 物理上考虑这是不可能的, 所以粒子在该区域出现几率为零, 即: $\psi(x) = 0$

$$\text{当 } 0 < x < a \text{ 时, } U(x) = 0, \text{ 定态薛定谔方程为: } -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi}{dx^2} = E \psi$$

$$\text{设 } k = \sqrt{2\mu E / \hbar^2}, \text{ 则方程为: } \frac{d^2 \psi}{dx^2} + k^2 \psi = 0$$

$$\text{通解为: } \psi(x) = A \sin kx + B \cos kx$$

由波函数的连续性可知, 在 $x = 0$ 、 $x = a$ 处 $\psi(x) = 0$, 即:

$$\psi(x) = A \sin 0 + B \cos 0 = 0$$

$$\psi(x) = A \sin(ka) + B \cos(ka) = 0 \text{ 得: } B = 0; \quad k = \frac{n\pi}{a}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

$$\text{所以有: } \psi_n(x) = A \sin\left(\frac{n\pi}{a} x\right), \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

归一化条件: $\int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(x)|^2 dx = \int_0^a |\psi(x)|^2 dx = \int_0^a A^2 \sin^2\left(\frac{n\pi}{a}\right) dx = 1$

所以: $A = \sqrt{\frac{2}{a}}$, 即: $\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{n\pi}{a}\right)$, $n=1, 2, 3, \dots$

粒子能量为: $E = E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2\mu a^2} n^2$, $n=1, 2, 3, \dots$

12. 解:
$$\begin{aligned} \psi(x) &= \frac{2}{\sqrt{a}} \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \cos^2\left(\frac{\pi x}{a}\right) = \frac{2}{\sqrt{a}} \left[\sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) + \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{2\pi x}{a}\right) \right] \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) + \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{3\pi x}{a}\right) \end{aligned}$$

即 $\psi(x)$ 是第一和第三个能量本征态的叠加, 所以测得能量值可为:

(1) $\frac{\pi^2 \hbar^2}{2\mu a^2}$, 相应概率为: $\left| \frac{1}{\sqrt{2}} \right|^2 = \frac{1}{2}$

(2) $\frac{9\pi^2 \hbar^2}{2\mu a^2}$, 相应概率为: $\left| \frac{1}{\sqrt{2}} \right|^2 = \frac{1}{2}$

所以, 能量平均值为:
$$\bar{E} = \frac{1}{2} \frac{\pi^2 \hbar^2}{2\mu a^2} + \frac{1}{2} \frac{9\pi^2 \hbar^2}{2\mu a^2} = \frac{5\pi^2 \hbar^2}{2\mu a^2}$$

13. 解: 由归一化条件得: $\left| \sqrt{\frac{1}{3}} \right|^2 + \left| \sqrt{\frac{1}{2}} \right|^2 + |c|^2 = 1$ 解得: $c = \sqrt{\frac{1}{6}}$

根据谐振子波函数的表达式, 可知能量 E 的可能值为: E_0 、 E_2 、 E_3

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) h\nu$$

因为:

$$E_0 = \frac{1}{2} h\nu; \quad E_2 = \frac{5}{2} h\nu; \quad E_3 = \frac{7}{2} h\nu$$

所以:

则:
$$\bar{E} = P_0 E_0 + P_2 E_2 + P_3 E_3 = \left| \sqrt{\frac{1}{3}} \right|^2 \cdot \frac{1}{2} h\nu + \left| \sqrt{\frac{1}{2}} \right|^2 \cdot \frac{5}{2} h\nu + \left| \sqrt{\frac{1}{6}} \right|^2 \cdot \frac{7}{2} h\nu = 2h\nu$$