

一、简答题 (8)

将批列命题, 并进行推理

1. A 或 B 获 Nobel 奖

若 A 获奖, 则 4 种材料均成立

若 B 实验结果正确, 则量子计算机研制没有成功

若 B 实验结果不正确, 则 4 种材料均不能成立

量子计算机的研制获得了成功

问: 谁获 Nobel

2. 画出命题公式  $(P \leftrightarrow R) \wedge (7Q \rightarrow (P \vee R))$  的真值表 (4)

3. 将命题公式  $P \vee (7P \rightarrow (Q \vee (7Q \rightarrow R)))$  的主析取范式 (4)

4. 求谓词公式  $(7x)A(x) \rightarrow (7x)B(x)$  的前束范式 (4)

二、证明

1.  $\langle G, * \rangle$  和  $\langle H, \Delta \rangle$  分别为  $m$  阶和  $n$  阶的群。证明: 若由  $\langle G, * \rangle$  到  $\langle H, \Delta \rangle$  存在一同态, 则  $m | n$  (4)

2. 证明: 循环群一定是阿贝尔群 (4)

3. 证明: 有限群中必存在幂等元 (4)

4. 证明: 设  $\langle G, * \rangle$  是一个群, 对于  $\forall a, b, x \in G$ , 若  $a * x * b = a * y * b$  则  $x = y$  (4)

5. 使用推理理论的直接证明法或间接证明法来证明 (5)

6. 设  $f$  是由群  $\langle G, * \rangle$  到群  $\langle H, \Delta \rangle$  的同态映射,  $e'$  为  $\langle G, * \rangle$  的元,  $Ker(f) = \{x \in G, f(x) = e'\}$ , 证明:  $\langle Ker(f), \Delta \rangle$  是  $\langle G, * \rangle$  的子群 (4)

7. 设  $\langle G, * \rangle$  是一个群。定义  $G$  上的一个二元运算  $\Delta$  为:  $\forall x, y \in G, x \Delta y = x * y * x$  其中,  $a$  是  $G$  中的某元素。证明:  $\langle G, \Delta \rangle$  也是一个群。

数理逻辑  
和代数系统

一、填空题 (2x3)

1. 完全图  $K_5$  的点连通度为 \_\_\_\_\_;

2. 7 个结点的完全图  $K_7$  的着色数为 \_\_\_\_\_;

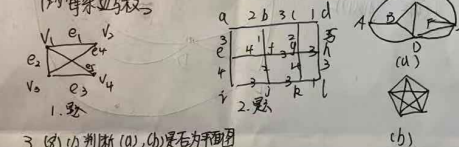
3. 令  $R = \{ \langle 1, 2 \rangle, \langle 3, 4 \rangle, \langle 4, 2 \rangle \}$  以及  $S = \{ \langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 1 \rangle, \langle 3, 1 \rangle, \langle 4, 3 \rangle \}$  则  $R$  与  $S$  的复合关系  $R \circ S$  为 \_\_\_\_\_。

二、问答题

1. (8) (1) 利用邻接矩阵求下面无向图中  $V_1$  到  $V_2$  长度为 2 的路的数目。

(2) 请利用关联矩阵将顶点  $V_1, V_3$  合并。(给出必要解题对象)

2. (5) 对于下图, 利用 Kruskal 算法求一棵最小生成树, 并给出顺序写出此图 (1) 每条边与权



3. (8) 判断 (a), (b) 是否为平面图

(a) 是平面图的, 画出多边形, 面的度数分别为多少

(b) 假设  $G$  是一个有  $V$  个结点,  $E$  条边和  $F$  个面的连通简单平面图, 求  $V, E, F$  的值

4. (8) 集合  $P = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7\}$  上的偏序关系如图所示

(1)  $P$  的最大、最小、极大、极小元素  
(2) 写出了集合  $\{x_2, x_5, x_6\}$  的上界、下界、子集  $\{x_4, x_1, x_3, x_7\}$  的上确界及下确界。

5. (7)  $f$  为  $2^Z$  到  $2$  的函数

$f(n, n) = |n| - |n|$ , 其中  $2$  表示整数集。证明:  $f$  为满射。

6. (8) 集合  $T = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $R = \{ \langle 1, 1 \rangle, \langle 1, 4 \rangle, \langle 4, 4 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 3, 3 \rangle \}$

(1)  $R$  是否为自反关系? 为什么?  
(2) 给出集合  $S$  及等价关系  $R$ ,  $R$  诱导  $S$  上的划分为  $\{1, 2\}, \{3\}, \{4\}$ 。

一、简答题 (8)

将批列命题, 并进行推理

1. A 或 B 获 Nobel 奖

若 A 获奖, 则 4 种材料均成立

若 B 实验结果正确, 则量子计算机研制没有成功

若 B 实验结果不正确, 则 4 种材料均不能成立

量子计算机的研制获得了成功

问: 谁获 Nobel

2. 画出命题公式  $(P \leftrightarrow R) \wedge (7Q \rightarrow (P \vee R))$  的真值表 (4)

3. 将命题公式  $P \vee (7P \rightarrow (Q \vee (7Q \rightarrow R)))$  的主析取范式 (4)

4. 求谓词公式  $(7x)A(x) \rightarrow (7x)B(x)$  的前束范式 (4)

二、证明

1.  $\langle G, * \rangle$  和  $\langle H, \Delta \rangle$  分别为  $m$  阶和  $n$  阶的群。证明: 若由  $\langle G, * \rangle$  到  $\langle H, \Delta \rangle$  存在一同态, 则  $m | n$  (4)

2. 证明: 循环群一定是阿贝尔群 (4)

3. 证明: 有限群中必存在幂等元 (4)

4. 证明: 设  $\langle G, * \rangle$  是一个群, 对于  $\forall a, b, x \in G$ , 若  $a * x * b = a * y * b$  则  $x = y$  (4)

5. 使用推理理论的直接证明法或间接证明法来证明 (5)

6. 设  $f$  是由群  $\langle G, * \rangle$  到群  $\langle H, \Delta \rangle$  的同态映射,  $e'$  为  $\langle G, * \rangle$  的元,  $Ker(f) = \{x \in G, f(x) = e'\}$ , 证明:  $\langle Ker(f), \Delta \rangle$  是  $\langle G, * \rangle$  的子群 (4)

7. 设  $\langle G, * \rangle$  是一个群。定义  $G$  上的一个二元运算  $\Delta$  为:  $\forall x, y \in G, x \Delta y = x * y * x$  其中,  $a$  是  $G$  中的某元素。证明:  $\langle G, \Delta \rangle$  也是一个群。

数理逻辑  
和代数系统

与

1. 完全图  $K_5$  的点连通度为 \_\_\_\_\_;

2. 7 个结点的完全图  $K_7$  的着色数为 \_\_\_\_\_;

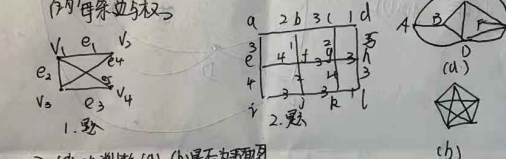
3. 令  $R = \{ \langle 1, 2 \rangle, \langle 3, 4 \rangle, \langle 4, 2 \rangle \}$  以及  $S = \{ \langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 1 \rangle, \langle 3, 1 \rangle, \langle 4, 3 \rangle \}$  则  $R$  与  $S$  的复合关系  $R \circ S$  为 \_\_\_\_\_。

二、问答题

1. (8) (1) 利用邻接矩阵求下面无向图中  $V_1$  到  $V_2$  长度为 2 的路的数目。

(2) 请利用关联矩阵将顶点  $V_1, V_3$  合并。(给出必要解题对象)

2. (5) 对于下图, 利用 Kruskal 算法求一棵最小生成树, 并给出顺序写出此图 (1) 每条边与权



3. (8) 判断 (a), (b) 是否为平面图

(a) 是平面图的, 画出多边形, 面的度数分别为多少

(b) 假设  $G$  是一个有  $V$  个结点,  $E$  条边和  $F$  个面的连通简单平面图, 求  $V, E, F$  的值

4. (8) 集合  $P = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7\}$  上的偏序关系如图所示

(1)  $P$  的最大、最小、极大、极小元素  
(2) 写出了集合  $\{x_2, x_5, x_6\}$  的上界、下界、子集  $\{x_4, x_1, x_3, x_7\}$  的上确界及下确界。

5. (7)  $f$  为  $2^Z$  到  $2$  的函数

$f(n, n) = |n| - |n|$ , 其中  $2$  表示整数集。证明:  $f$  为满射。

6. (8) 集合  $T = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $R = \{ \langle 1, 1 \rangle, \langle 1, 4 \rangle, \langle 4, 4 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 3, 3 \rangle \}$

(1)  $R$  是否为自反关系? 为什么?  
(2) 给出集合  $S$  及等价关系  $R$ ,  $R$  诱导  $S$  上的划分为  $\{1, 2\}, \{3\}, \{4\}$ 。