

学院_____专业_____班_____年级_____学号_____姓名_____ 共 4 页 第 1 页

2019~2020 学年第二学期期末考试试卷

《概率论与数理统计 1》(A 卷 共 4 页)

(考试时间: 2020 年 9 月 6 日)

题号	一	二	三	四	五	六	成绩	核分人签字
得分								

一、选择题(每题 3 分, 共 15 分)

1. 设 A, B 是随机事件, 则 $P(A) = P(B)$ 的充分必要条件是 ().

- A. $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ B. $P(AB) = P(A)P(B)$
 C. $P(\overline{AB}) = P(\overline{B} \overline{A})$ D. $P(\overline{AB}) = P(\overline{A} \overline{B})$

2. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 是取自总体 X 的样本, 且 $EX = \mu$, 则下列是 μ 的无偏估计的是 ().

- A. $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n-1} X_i$ B. $\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n X_i$ C. $\frac{1}{n} \sum_{i=2}^n X_i$ D. $\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n-1} X_i$

3. 设 X_1, \dots, X_8 和 Y_1, \dots, Y_{10} 是分别来自两个相互独立的正态总体 $N(-1, 2^2)$ 和 $N(2, 5)$ 的样本, S_1^2 和 S_2^2 分别是其样本方差, 则下列服从 $F_{7,9}$ 的统计量是 ().

- A. $\frac{2S_1^2}{5S_2^2}$ B. $\frac{5S_1^2}{4S_2^2}$ C. $\frac{4S_1^2}{5S_2^2}$ D. $\frac{5S_1^2}{2S_2^2}$

4. 设随机变量序列 $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$ 独立同分布, 且 $X_i \sim \text{Exp}(\lambda), i=1, 2, \dots, n, \dots$, 则下列正确的是 ().

- A. $\lim_{n \rightarrow \infty} P\left\{\frac{\lambda \sum_{i=1}^n X_i - n}{\sqrt{n}} \leq x\right\} = \Phi(x)$ B. $\lim_{n \rightarrow \infty} P\left\{\frac{\sum_{i=1}^n X_i - \frac{n}{\lambda}}{\frac{n}{\lambda^2}} \leq x\right\} = \Phi(x)$

$$\text{C. } \lim_{n \rightarrow \infty} P\left\{\frac{\sum_{i=1}^n X_i - \frac{1}{\lambda}}{\frac{1}{\lambda^2}} \leq x\right\} = \Phi(x) \quad \text{D. } \lim_{n \rightarrow \infty} P\left\{\frac{\lambda \sum_{i=1}^n X_i - n}{n} \leq x\right\} = \Phi(x)$$

5. 设一批零件的长度服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 其中 μ, σ^2 未知, 现随机从中抽取 16 个零件, 测得样本均值 $\bar{x} = 20\text{cm}$, 样本标准差 $s = 1\text{cm}$, 则 μ 的置信度为 0.9 的置信区间为 ().

- A. $(20 - \frac{1}{4}t_{16}(0.05), 20 + \frac{1}{4}t_{16}(0.05))$ B. $(20 - \frac{1}{4}t_{16}(0.1), 20 + \frac{1}{4}t_{16}(0.1))$
 C. $(20 - \frac{1}{4}t_{15}(0.05), 20 + \frac{1}{4}t_{15}(0.05))$ D. $(20 - \frac{1}{4}t_{15}(0.1), 20 + \frac{1}{4}t_{15}(0.1))$

二、填空题(每题 3 分, 共 15 分)

1. 设 A, B, C 是三个事件, 且 $P(A) = P(B) = P(C) = \frac{1}{4}$, $P(AB) = P(BC) = 0$, $P(AC) = \frac{1}{8}$, 则 A, B, C 至少有一个发生的概率为_____.

2. 设随机变量 X 与 Y 相互独立, 且均服从 $[0, 3]$ 上的均匀分布, 则 $P\{\min(X, Y) \leq 1\} =$ _____.

3. 设 $(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5)$ 是来自正态总体 $X \sim N(0, 1)$ 的样本, 若统计量 $\frac{c(X_1 + X_2)}{\sqrt{X_3^2 + X_4^2 + X_5^2}}$ 服从 t 分布, 则常数 $c =$ _____.

学院_____专业_____班_____年级_____学号_____姓名_____

共 4 页 第 2 页

4. 一射手对一目标独立地进行四次射击, 若至少命中一次的概率为 $\frac{80}{81}$, 则该射手的命中率为_____.

5. 设随机变量 X_1, X_2, X_3 相互独立, X_1 在 $[0, 6]$ 上服从均匀分布, X_2 服从正态分布

$N(0, 2^2)$, X_3 服从参数为 $\lambda = 3$ 的泊松分布, $Y = X_1 - 2X_2 + 3X_3$, 则 $D(Y) =$ _____.

三、计算题(每题 8 分, 共 24 分)

1. 已知男子有 5% 是色盲患者, 女子有 0.25% 是色盲患者, 今从男女人数相等的人群中随机地挑选 1 人, 恰好是色盲患者, 问此人是男性的概率是多少?

3. 设 (X, Y) 的联合概率密度为 $f(x, y) = \begin{cases} 2e^{-(x+2y)}, & x > 0, y > 0, \\ 0, & \text{其它,} \end{cases}$ 求随机变量

$Z = X + 2Y$ 的分布函数.

2. 设随机变量 X, Y 的概率分布律分别为

X	-1	0	1
P	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

Y	0	1
P	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

且 $P\{XY = 0\} = 1$. (1) 求 (X, Y) 的联合分布律; (2) 问 X, Y 是否相互独立?

学院_____专业_____班_____年级_____学号_____姓名_____

共 4 页 第 3 页

四、计算题（每题 10 分，共 30 分）

1. 设随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x; \alpha) = \begin{cases} \frac{\alpha}{x^{\alpha+1}}, & x > 1, \\ 0, & x \leq 1, \end{cases}$ 其中参数 $\alpha > 1$,

X_1, X_2, \dots, X_n 是取自总体 X 的样本，求 α 的矩估计量和极大似然估计量。

3. 设二维随机变量 (X, Y) 的概率密度函数为 $f(x, y) = \begin{cases} 2 - x - y, & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, \\ 0, & \text{其它,} \end{cases}$

问： X 与 Y 是否相关？若相关，求相关系数。

2. 设随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & -1 < x < 0, \\ \frac{1}{4}, & 0 < x < 2, \\ 0, & \text{其它.} \end{cases}$ 求 $Y = X^2$ 的概率密度函数。

五、计算题 (10 分)

设二维随机变量 (X, Y) 的概率密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} e^{-x}, & 0 < y < x, \\ 0, & \text{其它}. \end{cases}$$

(1) 求条件概率密度 $f_{Y|X}(y|x)$;

(2) 求条件概率 $P\{X \leq 1 | Y \leq 1\}$.

六、解答题 (6 分)

某厂生产的某种型号的电池, 其寿命长期以来服从方差为 $\sigma^2 = 5000$ (小时²) 的正态分布, 现有一批这种电池, 从它的生产情况来看, 寿命的波动性有所改变. 现随机取 26 只电池, 测出寿命的样本方差 $s^2 = 9400$ (小时²). 问根据这一数据能否推断这批电池的寿命的波动性较以往的有显著的变化? (取 $\alpha = 0.01$)

附表:

$$\chi_{26}^2(0.01) = 45.642, \chi_{26}^2(0.99) = 12.198, \chi_{25}^2(0.01) = 44.313, \chi_{25}^2(0.99) = 11.523,$$

$$\chi_{26}^2(0.005) = 48.29, \chi_{26}^2(0.995) = 11.16, \chi_{25}^2(0.005) = 46.925, \chi_{25}^2(0.995) = 10.519,$$

$$t_{26}(0.01) = 2.479, t_{26}(0.005) = 2.779, t_{25}(0.01) = 2.485, t_{25}(0.005) = 2.787.$$