

1. 带截止期的作业调度问题

解、

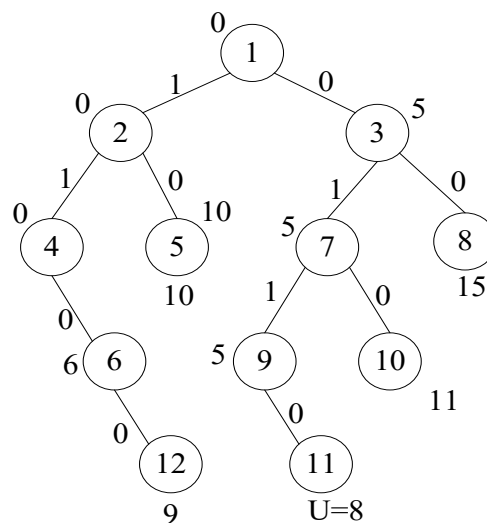
1) 限界条件:

设 $X=(x(1),\dots,x(k))$ 为状态空间树的节点, 下界 $\hat{c}(X)$ 估计为展开到 x 时已产生的罚款额:

$$\sum (1-x(j))p_j, \text{ 求和范围为 } 1 \leq j \leq k.$$

令 U 为当前获得的最优成本值, 则限界条件为 $\hat{c}(X) \geq U$; 另一个限界条件是解的可行性, 即, 作业子集中的作业必须是可调度的。

已知 4 个作业, 表示它们的三元组 (p_i, d_i, t_i) 分别为: $(5, 1, 1), (10, 3, 2), (6, 2, 1), (3, 1, 1)$ 。使用 LC 分枝—限界法得到的部分状态空间树为:



优化解为: $(0, 1, 1, 0)$, 优化值为 8。

2. 使用回溯法求解上述带截止期的调度问题。

自己完成。

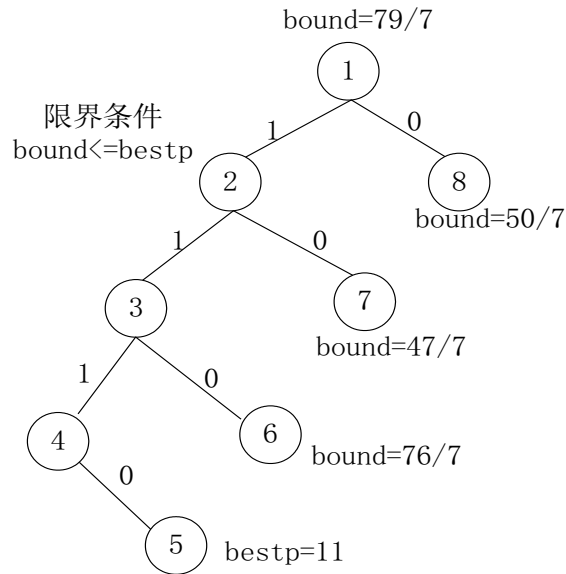
3. 背包问题 $n=4, w=[2, 7, 3, 5], p=[1, 2, 4, 6], c=11$, 用带限界函数的回溯法求解。

答: 效益密度为 $[0.5, 0.286, 1.33, 1.2]$, 按密度排列为 $[3, 4, 1, 2]$

$w'=[3, 5, 2, 7], p'=[4, 6, 1, 2]$

限界方法 1: $cp+r \leq bestp$, 则停止生成右子树。 cp 为当前已得到的效益值, r 为尚未考虑的物品效益值之和。

限界方法 2: 定义 $bound = cp + \text{对其余物品的贪心解效益值}$ 。如 $bound \leq bestp$ 则停止产生右子树



解为 $X=[1,0,1,1]$

4. 使用分枝—限界法求解上述背包问题的实例（要求同上）。

5. 两船装船问题的解：极大化第一只船的装箱重量，并将剩余货箱装入第二只船：

Maximize $\sum w(i)x(i)$

Subject to $\sum w(i)x(i) \leq c1$ and $x(i) \in \{0,1\}$

这是背包问题的特例： $p(i)=w(i)$ 。

限界方法 1：设 cw 为已装重量，如 $cw+w(i)>c1$ 则杀死该(左)子 节点。

限界方法 2：设 $bestw$ 为当前最优装箱重量， r 为未装的货箱的总重量，如 $cw+r \leq bestw$, 则停止展开该节点。

两种限界同时使用。

对实例： $n=4$, $w=[8,6,2,3]$, $c1=12$, 回溯法展开的部分状态空间树见讲稿。

6. 习题 19:

使用定长元组表示图的一个顶点集合 U ，状态空间树设计为二叉树。

限界条件：设 M 为当前最大截包含的边数；设状态空间树上节点 X 代表的图的顶点集为 U ；设 $bound = \text{图的边数} - (U \text{ 的顶点及它们之间的边构成的子图的边数})$ 。

如果 $bound \leq M$ ，则限界节点 X 。