

年级信箱: 004

121-1 王平

9.2

## 天津大学本科生实验报告专用纸

① 学院 机械 年级 2017 专业 机械 班级 04 姓名 王平 学号 301720174

课程名称 三线扭摆法测物体的转动惯量 实验日期 \_\_\_\_\_

成绩 \_\_\_\_\_

同组实验者 \_\_\_\_\_

### 一、实验目的

1. 掌握测量质量、长度和时间的方法
2. 用三线扭摆法测定圆盘和圆环绕对称轴的转动惯量。

### 二、实验仪器

三线扭摆实验仪、水平仪、秒表、米尺、游标卡尺、待测物体(圆盘、圆环)

### 三、实验原理

三线扭摆实验装置: 用三条等长细线把一个质量均匀的圆盘  $M$  悬挂起来。三个悬点在圆盘上均匀分布。悬线上端绕在水平的三叉铁架  $M'$  上的三个旋钮上, 并恰能使三条悬线竖直。利用旋钮可以调节三条悬线的长度, 使悬挂的圆盘水平, 这样三条悬线由于圆盘重量引起的负载相同。三叉铁架的中心用螺丝与固定在墙上的支架连接。若将三叉铁架突然转过一个角度, 圆盘  $M$  就开始绕垂直于盘面并通过其中心的轴线  $OO'$  做扭摆运动。圆盘在扭摆的同时, 由于悬线的倾斜变化, 还会做上下平移运动。容易验证扭摆的周期与圆盘转动惯量有关, 因而通过测量扭摆的周期可以间接地测量悬挂物的转动惯量。

在扭摆过程中的某一时刻, 圆盘相对于平衡位置转过一个小角度  $\theta$ , 同时上升一个相应的高度。易知上升高度  $h$  和  $\theta$  角的关系有  $h = l(1 - \cos\theta)$ , 其中  $l$  是悬线的长度,  $r$  是圆盘  $M$  的半径, 利用二项式定理展开并略去高次项 (因为  $r\theta \ll l$ ), 上式可简化为

$$h = l - l(1 - \frac{1}{2}\frac{r^2\theta^2}{l^2}) = \frac{r^2\theta^2}{2l} \quad (1-1)$$

由于三线扭摆在运动过程中, 既绕中心轴转动, 又做上下升降运动, 因此其动能为  $\frac{1}{2}I\omega^2 + \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}I(\frac{d\theta}{dt})^2 + \frac{1}{2}m(\frac{dh}{dt})^2$ , 同时其重力势能为  $mgh$ , 如果忽略摩擦力, 则在重力场中圆盘  $M$  的机械能守恒, 即

$$\frac{1}{2}I(\frac{d\theta}{dt})^2 + \frac{1}{2}m(\frac{dh}{dt})^2 + mgh = \text{常量} \quad (1-2)$$

## 天津大学本科实验报告专用纸

式中,  $I$  为圆盘  $M$  绕中心垂直轴的转动惯量,  $m$  为圆盘  $M$  的质量。

将(1-1)对时间  $t$  求微商有

$$\frac{dh}{dt} = \frac{r^2}{l} \left( \frac{d\theta}{dt} \right) \cdot \theta \quad (1-3)$$

在悬线足够长, 摆角又很小时, 圆盘的转动动能远大于其上下运动的平均动能, 即

$$\frac{1}{2} I \left( \frac{d\theta}{dt} \right)^2 \gg \frac{1}{2} m \left( \frac{dh}{dt} \right)^2 \quad (1-4)$$

故将(1-2)简化, 并对时间求微商:

$$I \frac{d\theta}{dt} \frac{d\theta}{dt} + mg \frac{dh}{dt} = 0 \quad (1-5)$$

将(1-3)代入(1-5)得:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = - \left( \frac{mgr^2}{lI} \right) \theta = -\omega_0^2 \theta \quad (1-6)$$

上式表示圆盘  $M$  的角加速度和角位移成正比, 且方向相反, 因此这是一个简谐运动。若

对(1-6)求解, 得:  $\theta = \theta_0 \cos(\omega_0 t + \alpha) \quad (1-7)$

这就是简谐振动方程, 式中  $\omega_0 = \sqrt{\frac{mgr^2}{lI}}$  为扭摆的圆频率,  $\theta_0$  为角振幅, 并且简谐振动的周期  $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$ , 于是有  $I = \frac{mgr^2 T^2}{4\pi^2 l} \quad (1-8)$

上式是在  $\theta$  很小, 三悬线等长, 张力相等, 圆盘水平, 悬线垂直, 圆盘绕竖直中心轴扭摆而没有横向晃动的条件下成立, 所以实验中要保证这些条件得到满足。

实验中测出  $m$ ,  $r$ ,  $T$  和  $l$  各量, 就可确定圆盘  $M$  的转动惯量  $I$ 。

### 四、实验步骤

1. 用天平称出特制圆盘的质量  $m$ , 用游标卡尺测量圆盘的直径  $d$  (要求多次测量)。

2. 将圆盘挂在三条悬线上, 使悬线端点的大头针完全插入盘边小孔内, 悬线紧贴圆盘边缘。利用水平仪和悬线上端铁架上的旋钮调节盘面水平, 调节时, 采用“十字调节法”, 先顺着盘边其中二悬点连线方向放置水平仪, 调至水平后, 再沿此教师签字: 年 月 日



# 天津大学本科实验报告专用纸

学院 机械工程学院 专业 2474 机械 班级 4 姓名 王祥 学号 301720174

课程名称 三线扭摆测量物体的转动惯量 实验日期 \_\_\_\_\_ 成绩 \_\_\_\_\_

同组实验者 \_\_\_\_\_

3. 待悬挂的圆盘稳定后, 将三脚架 M' 转轻转动一小角度, 使圆盘绕中心轴来回自由扭摆 (注意转角不要过大, 一般在  $5^\circ$  左右, 且不要使圆盘发生左右晃动)。用停表测出扭摆 20 个周期所需的时间  $t$ , 重复多次, 计算出扭摆的周期  $T$ 。自行设计数据表格, 计算圆盘的转动惯量, 并分析不确定度。

4. 用同样的方法测量圆环的转动惯量。

5. 测定圆环叠放在圆盘上的扭摆周期, 计算圆环和圆盘叠放后的转动惯量, 验证转动惯量的叠加原理。

6. 计算各物体转动惯量的理论值, 将实验值与理论值相比较, 求相对百分差。

## 五. 数据表格和数据处理

三线扭摆转动惯量公式:  $I_0 = \frac{m_0 R r T_0^2}{4\pi^2 L}$

$m_0$  为下盘质量,  $r, R$  分别为上下悬点, 离各自圆盘中心的距离,

$T$  为周期,  $L$  为上下盘间距离

圆盘的转动惯量

$m = 1.227 \text{ kg}$

测  $a, b$  的值, 确定  $r, R$ , 并求其不确定度  $\Delta a = \Delta b = 1 \text{ mm}$

上盘线距 $a (10^{-2} \text{ m})$	$\bar{a} (10^{-2} \text{ m})$	$\bar{r} = \frac{\sqrt{2}}{3} \bar{a} (10^{-2} \text{ m})$	下盘线距 $b (10^{-2} \text{ m})$	$\bar{b} (10^{-2} \text{ m})$	$\bar{R} = \frac{\sqrt{2}}{3} \bar{b} (10^{-2} \text{ m})$
10.75			15.72		9.15
10.75			15.72		
10.73			15.81		
10.63			15.81		
10.63			16.00		
10.73			16.00		

$$S_a = 0.024 \Rightarrow U_A = t_{0.95} S_a = 0.062 \times 10^{-2} \text{ m} \quad U_B = \frac{2\Delta b}{3} = 0.67 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$\text{故 } U_{\bar{a}} = \sqrt{U_A^2 + U_B^2} = 0.91 \times 10^{-2} \text{ m} \quad \text{故 } a = \bar{a} \pm U_{\bar{a}} = 10.70 \pm (0.70 \pm 0.91) \times 10^{-2} \text{ m}$$

## 天津大学本科生实验报告专用纸

$$S_b = 0.52 \times 10^{-3} \text{m} \Rightarrow u_A = t_{0.95} \times S_b = 1.3 \times 10^{-3} \text{m}$$

$$u_B = \frac{\Delta b}{3} = 0.67 \times 10^{-3} \text{m} \Rightarrow u_B = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} = 1.5 \times 10^{-3} \text{m}$$

$$\text{故 } b = \bar{b} + u_B = (138.4 \pm 1.5) \times 10^{-3} \text{m}$$

$$\frac{u_r}{r} = \frac{u_a}{a} \Rightarrow u_r = \frac{u_a}{a} \cdot r = 0.52 \times 10^{-3} \text{m}$$

$$\text{同理 } u_R = \frac{u_b}{b} \cdot R = 0.87 \times 10^{-3} \text{m}$$

$$\text{综上 } r = (61.2 \pm 0.52) \times 10^{-3} \text{m} \quad R = (91.5 \pm 0.87) \times 10^{-3} \text{m}$$

2.  $l$  的测量, 并表示不确定度

$$\text{单次测量 } u_B = \Delta = 2 \text{mm}$$

$$l' = 44.2 \text{cm} \quad l = l' \pm u_B = (44.2 \pm 0.2) \text{cm}$$

3.  $T_0$  的测量, 表示其不确定度

次数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	$\bar{T}_0$
时间(s)	1.177	1.144	1.188	1.202	1.243	1.235	1.251	1.249	1.235	1.196	1.2120

$$\Delta = 0.0025$$

$$u_A = S_T = 0.0115 \quad u_B = \frac{\Delta}{\sqrt{8}} = 0.00125 \quad u_{0.68} = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} = 0.0115$$

$$u_{0.95} = 2u_{0.68} = 0.0225$$

$$\text{故 } T = T_0 \pm u_{0.95} = (1.2120 \pm 0.0225) \text{s}$$

4. 求  $I_0$  并正确表示  $\Delta m = 1\text{g}$

$$\bar{I}_0 = \frac{m_0 g R \bar{T} \bar{T}_0^2}{4\pi^2 l} = \frac{1.227 \times 9.8 \times 9.15 \times 10^{-2} \times 6.12 \times 10^{-2} \times 1.212^2}{4\pi^2 \times 44.2 \times 10^{-2}} = 5.67 \times 10^{-3} \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

$$I_0 = \bar{I}_0 + u_{I_0} \quad (p=95\%)$$

$$u_{I_0} = I_0 u_{I_0} = I_0 \sqrt{\left(\frac{u_m}{m}\right)^2 + \left(\frac{u_R}{R}\right)^2 + \left(\frac{u_T}{T}\right)^2 + 4\left(\frac{u_T}{T}\right)^2 + \left(\frac{u_{l_0}}{l}\right)^2}$$

$$= I_0 \sqrt{\left(\frac{10^{-3}}{1.227}\right)^2 + \left(\frac{0.87 \times 10^{-3}}{9.15 \times 10^{-2}}\right)^2 + \left(\frac{0.52 \times 10^{-3}}{6.12 \times 10^{-2}}\right)^2 + 4\left(\frac{0.0225}{1.212}\right)^2 + \left(\frac{2 \times 10^{-3}}{44.2 \times 10^{-2}}\right)^2}$$

$$= 2.25 \times 10^{-4} \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

$$\text{故 } I = (5.67 \pm 0.225) \times 10^{-3} \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

教师签字: \_\_\_\_\_  
年 月 日



# 天津大学本科实验报告专用纸

学院 机械 年级 2017级 专业 机械 班级 4 姓名 王祥 学号 3017201174

课程名称 三线扭摆测量物体的转动惯量 实验日期 \_\_\_\_\_ 成绩 \_\_\_\_\_

同组实验者 \_\_\_\_\_

## 求圆环的转动惯量

质量 (kg)	几何尺寸 (10 <sup>-3</sup> m)	周期 (s)	实验值 (kg·m <sup>2</sup> )	理论值 (kg·m <sup>2</sup> )	百分差
0.345	10.180	11.104	$I_1 = \frac{(m_0 + m_1) g R T_1^2}{4\pi^2 l} - I_0$ $= 1.34 \times 10^{-3}$	$I_1' = \frac{1}{8} m_1 (D_0^2 + D_1^2)$ $= 1.30 \times 10^{-3}$	$\frac{ I_1 - I_1' }{I_1} \times 100\%$ $= 3.08\%$
	10.184				
	10.160				
	14.040				
	14.050				
	14.048	11.1904			
	14.055				

## 圆柱的转动惯量

X (10 <sup>-3</sup> m)	35	45	55	65	75
10个周期平均值 (s)	1.1334	1.1531	1.1817	1.2133	1.2385
实验值 $I = \frac{(m_0 + m_1) g R T^2}{4\pi^2 l} - I_0$	$2.41 \times 10^{-4}$	$4.48 \times 10^{-4}$	$7.55 \times 10^{-4}$	$1.10 \times 10^{-3}$	$1.39 \times 10^{-3}$
理论值 $I = \frac{1}{8} M D^2$	$2.89 \times 10^{-4}$	$4.92 \times 10^{-4}$	$7.28 \times 10^{-4}$	$1.01 \times 10^{-3}$	$1.34 \times 10^{-3}$
百分差	20.5%	8.94%	3.70%	8.91%	3.73%

$M = 2m_{柱}$

$m_{柱} = 118g$

$D = 2.190 cm$

作出  $I - X^2$  图线

(7) 结果分析与讨论

以上实验中, 实验值与理论值基本相符。

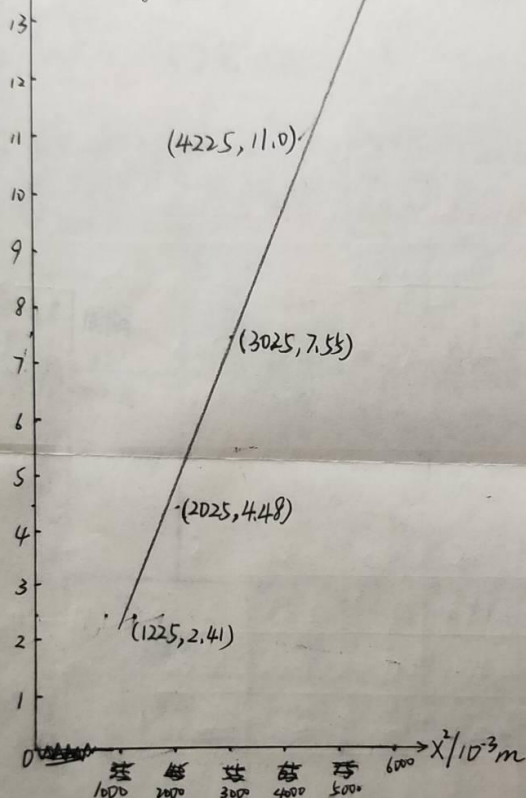
最后证明  $I - I$  与  $X^2$  之间呈线性相关, 验证了平行轴定理。

004

12th week Tue 53号

H. 1. 0

## 天津大学本科生实验报告专用纸

作出  $I-X^2$  图象  
Y轴  $I/10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 

教师签字:

年 月 日