大学物理 1 和 2 的教学内容说明

<1>教学核心内容暂定为《大学物理学习指导》中所涉及到的内容，但以下部分属于**了解内容**：

力学部分包括非惯性系、质心运动定理、刚体的滚动，刚体的平衡条件，计算转动惯量的平行轴等有关定理；

热学部分包括玻尔兹曼分布、除碰撞之外的气体输运过程，非理想气体或者范德瓦尔斯气体，致冷系数；

电磁学部分包括抗磁性的机理解释、铁磁性的机理解释

<2>1A 和 2A 第一个学期的内容相同，包括力学、热学和电磁学。关于热学中的熵，要知道这样一些信息：熵是一个状态量，例如玻尔兹曼熵就是状态数的对数，孤立系统的熵永不减少等。考试暂不涉及熵的计算问题。

大学物理 I 和 II 考试范围的说明：

<1>试题由教科书、学习指导上的例题习题以及自己编写的习题组成。自己编写的习题可以占到 **30%**到 **50%**。

第一学期计算题的类型：

刚体的定轴转动包括滑轮系统、杆绕一个点的转动、圆盘的转动；

热力学过程包括各种热力学过程的功、内能、热量以及效率的计算；

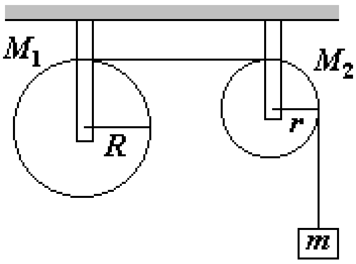
电场、电势的计算，磁场的计算；

法拉第电磁感应定律的应用。

计算题类型Ⅰ：

刚体的定轴转动包括滑轮系统、杆绕一个点的转动、圆盘的转动；

(0779)



质量为 $M_1 = 24kg$ 的圆轮，可绕水平光滑固定轴转动，一轻绳缠绕于轮上，另一端通过质量为 $M_2 = 5kg$ 的圆盘形定滑轮悬有 $m = 10kg$ 的物体。求当重物由静止开始下降了 $h = 0.5m$ 时，

(1) 物体的速度；

(2) 绳中张力；

(设绳与定滑轮间无相对滑动，圆轮、定滑轮绕通过轮心且垂直于横截面的水平光滑轴的转动惯量分别为 $J_1 = \frac{1}{2}M_1R^2$、$J_2 = \frac{1}{2}M_2r^2$)

解：

隔离各物体，根据牛顿定律、转动定律和运动学方程，可列以下联立方程：(红色力对转动无贡献)

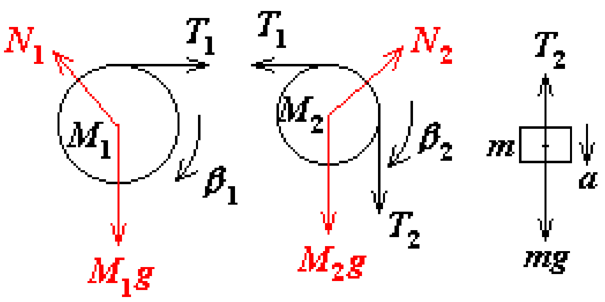
$T_1R = J_1\beta_1$

$T_2r - T_1r = J_2\beta_2$

$mg - T_2 = ma$

$a = R\beta_1 = r\beta_2$

$v^2 = 2ah$



解方程可得：

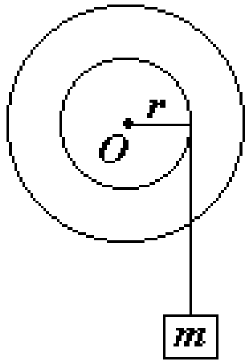
$$a = \frac{mg}{(M_1 + M_2)/2 + m} = 4\ m/s^2$$

(1) $v = \sqrt{2ah} = 2\ m/s$

(2) $T_2 = m(g - a) = 58\ N$　　　$T_1 = \frac{1}{2}M_1a = 48\ N$

(0157)

一质量为 m 的物体悬于一条轻绳的一端，绳另一端绕在一轮轴的轴上，如图所示。轴水平且垂直于轮轴面，其半径为 r，整个装置架在光滑的固定轴承之上。当物体从静止释放后，在时间 t 内下降了一段距离 S。



试求：整个轮轴的转动惯量(用 m、r、t 和 S 表示)。

解：

列方程：$mg - T = ma$，$Tr = I\beta$，$a = r\beta$

三式联立得：$I = \dfrac{m(g-a)r^2}{a}$，$a = \dfrac{mg}{m + I/r^2}$ 常量

又：$v_0 = 0$，$S = \dfrac{1}{2}at^2$，$a = 2S/t^2$

代入 I 式得：$I = mr^2\left(\dfrac{gt^2}{2S} - 1\right)$

(0787)

一根放在水平光滑桌面上的匀质棒，可绕通过其一端的竖直固定光滑轴 O 转动。棒的质量为 $m = 1.5kg$，长度为 $l = 1.0m$，对轴的转动惯量为 $J = ml^2/3$。初始时棒静止。今有一水平运动的子弹垂直地射入棒的另一端，并留在棒中，如图所示。子弹的质量为 $m' = 0.020kg$，速率为 $v = 400m/s$。

试问：

(1) 棒开始和子弹一起转动时角速度 ω 有多大？

(2) 若棒转动时受到大小为 $M_r = 4.0N\cdot m$ 的恒定阻力矩作用，棒能转过多大的角度 θ？

解：

(1) 角动量守恒：$m'vl=\left(\frac{1}{3}ml^2+m'l^2\right)\omega$

解出：$\omega=\dfrac{m'v}{\left(\frac{m}{3}+m'\right)\cdot l}=15.38rad/s$

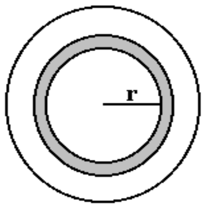
(2) 转动定律：$-M_r=\left(\frac{1}{3}ml^2+m'l^2\right)\beta$

运动学公式：$0-\omega^2=2\beta\theta$

最大转角：$\theta=\dfrac{\left(\frac{1}{3}m+m'\right)l^2\omega^2}{2M_r}=15.38rad$

(0115)

有一半径为 R 的圆形平板平放在水平桌面上，平板与水平桌面的摩擦系数为 μ，若平板绕通过其中心且垂直板面的固定轴以角速度 ω_0 开始旋转，它将在旋转几圈后停止？



解：

阻力矩：$dM=r\cdot f_r=r\cdot(dm)g\mu=r\cdot(2\pi rdr\sigma)g\mu$

面密度 σ：$\pi R^2\sigma=m$

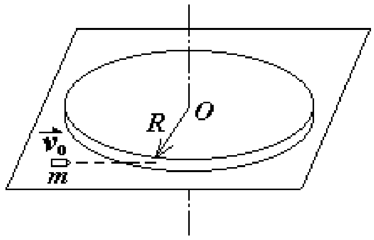
总力矩：$M=\int_0^R\mu g\sigma 2\pi r^2dr=\mu g\sigma 2\pi\frac{R^3}{3}=\frac{2}{3}\mu gRm$

转动定律：$-M=I\beta=\frac{1}{2}mR^2\beta\Rightarrow\beta=-\frac{4}{3}\frac{\mu g}{R}$

由 $\omega_t^2-\omega_0^2=2\beta\theta$ 其中 $\omega_t=0$

$\therefore\ \theta=-\frac{\omega_0^2}{2\beta}=\frac{3}{8}\frac{\omega_0^2R}{\mu g}$ 圈数：$n=\frac{\theta}{2\pi}=\frac{3}{16\pi}\frac{\omega_0^2R}{\mu g}$

(0786)



一质量均匀分布的圆盘,质量为 M，半径为 R，放在一粗糙水平面上(圆盘与水平面之间的摩擦系数为 μ)，圆盘可绕通过其中心 O 的竖直固定光滑轴转动。开始时，圆盘静止，一质量为 m 的子弹以水平速度 v_0 垂直于圆盘半径打入圆盘边缘并嵌在盘边上，求：

(1) 子弹击中圆盘后，盘所获得的角速度；

(2) 经过多少时间后，圆盘停止转动。

（圆盘绕通过 O 的竖直轴的转动惯量为 $MR^2/2$，忽略子弹重力造成的摩擦阻力矩）

解：

(1)角动量守恒： $mv_0R=\left(mR^2+\frac{1}{2}MR^2\right)\omega_0$

解得 $\omega_0=\frac{mv_0}{(m+M/2)R}$

(2)在圆盘上任取半径 r 的细圆环，摩擦力矩为

$$\mathrm{d}M_f=\mu\cdot\mathrm{d}m\cdot g\cdot r=\mu\cdot 2\pi r\mathrm{d}r\cdot\sigma\cdot g\cdot r=2\pi\sigma\mu g r^2\mathrm{d}r$$

其中质量面密度： $\sigma=\frac{M}{\pi R^2}$

$$M_f=\int_0^R\mathrm{d}M_f=2\pi\sigma\mu g\int_0^R r^2\mathrm{d}r=\frac{2}{3}MR\mu g$$

转动定律： $M_f=\left(mR^2+\frac{1}{2}MR^2\right)\beta$

解得： $\beta=\frac{2M\mu g}{3R(m+M/2)}$ （是定值）

匀减速转动： $\omega=\omega_0-\beta t=0$

$$t=\frac{\omega_0}{\beta}=\frac{3mv_0}{2\mu Mg}$$

[注] 采用角动量定理也可做（因 M_f 是定值）

$$-M_f \cdot \Delta t = L_{末} - L_{初} = 0 - \left(mR^2 + \frac{1}{2}MR^2\right)\omega_0$$

解得：$\Delta t = \dfrac{3mv_0}{2\mu Mg}$ （结果同上）

计算题类型 II：

热力学过程包括各种热力学过程的功、内能、热量以及效率的计算；

22 题：

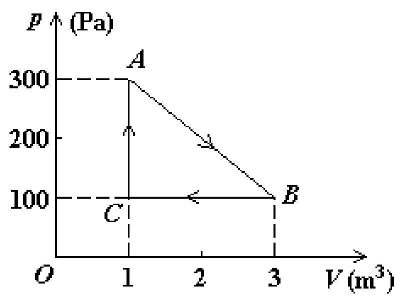
一定量的某种理想气体进行如图所示的循环过程，已知气体在状态 A 的温度为 $T_A = 300K$，求：

(1)气体在状态 B、C 的温度；

(2)各过程中气体对外所做的功；

(3)经过整个循环过程，气体从外界吸收的总热量

(各过程吸热的代数和)。



解：

(1)由状态方程：$\dfrac{p_A}{p_C} = \dfrac{T_A}{T_C}$，$T_C = \dfrac{p_C}{p_A}T_A = 100K$

$$\frac{V_B}{V_C} = \frac{T_B}{T_C}, \quad T_B = \frac{V_B}{V_C}T_C = 300K$$

(2) $W_{AB} = \dfrac{1}{2}(p_A + p_B)(V_B - V_A) = 400J$

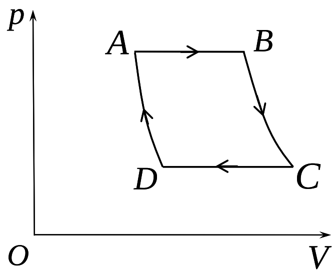
$W_{BC} = p_B(V_C - V_B) = -200J$

$W_{CA} = 0$

(3) 整个循环：$\Delta E = 0$，

$$\sum_i Q_i = \sum_i W_i = W_{AB} + W_{BC} + W_{CA} = 200J$$

(4118)



一定量的理想气体经历如图所示的循环过程，$A \to B$和$C \to D$是等压过程，$B \to C$和$D \to A$是绝热过程。已知：$T_C = 300\text{K}$，$T_B = 400\text{K}$.

试求：此循环的效率。

（提示：循环效率的定义式$\eta = 1 - Q_2/Q_1$，Q_1为循环中气体吸收的热量，Q_2为循环中气体放出的热量）

解：

吸热：$Q_1 = \dfrac{M}{\mu} C_p (T_B - T_A)$

放热绝对值：$Q_2 = \dfrac{M}{\mu} C_p (T_C - T_D)$

效率：$\eta = 1 - \dfrac{Q_2}{Q_1} = 1 - \dfrac{(T_C - T_D)}{(T_B - T_A)} = 1 - \dfrac{T_C(1 - T_D/T_C)}{T_B(1 - T_A/T_B)}$

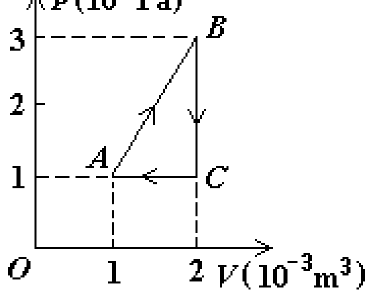
再利用绝热方程：

$p_A^{\gamma-1} T_A^{-\gamma} = p_D^{\gamma-1} T_D^{-\gamma}$，$p_B^{\gamma-1} T_B^{-\gamma} = p_C^{\gamma-1} T_C^{-\gamma}$，两式相除，

因为$p_A = p_B$，$p_C = p_D$，所以$T_A/T_B = T_D/T_C$，

有：$\eta = 1 - \dfrac{T_C}{T_B} = 1 - \dfrac{300}{400} = \dfrac{1}{4} = 25\%$

(4107)



一定量的单原子分子理想气体，从初态 A 出发，沿图示直线过程变到另一状态 B，又经过等容、等压两过程回到状态 A。

(1)求 $A \to B$, $B \to C$, $C \to A$, 各 过程中系统对外所做的功 W，内能的增量ΔE，以及所吸收的热量 Q。

(2)整个循环过程中系统对外所做的总功以及从外界吸收的总热量（过程吸热的代数和）。

解：

(1) $A \to B$： $W_1 = \frac{1}{2}(p_A + p_B)(V_B - V_A) = 200\,J$

$$\Delta E_1 = \frac{M}{\mu} C_V (T_B - T_A) = \frac{M}{\mu}\frac{3}{2} R(T_B - T_A)$$
$$= \frac{3}{2}(p_B V_B - p_A V_A) = 750\,J$$

$$Q_1 = \Delta E_1 + W_1 = 950\,J$$

$B \to C$： $W_2 = 0$

$$\Delta E_2 = \frac{M}{\mu} C_V (T_C - T_B) = \frac{M}{\mu}\frac{3}{2} R(T_C - T_B)$$
$$= \frac{3}{2}(p_C V_C - p_B V_B) = -600\,J$$

$$Q_2 = \Delta E_2 + W_2 = -600\,J$$

$C \to A$： $W_3 = p_A(V_A - V_C) = -100\,J$

$$\Delta E_3 = \frac{M}{\mu} C_V (T_A - T_C) = \frac{M}{\mu}\frac{3}{2} R(T_A - T_C)$$
$$= \frac{3}{2}(p_A V_A - p_C V_C) = -150\,J$$

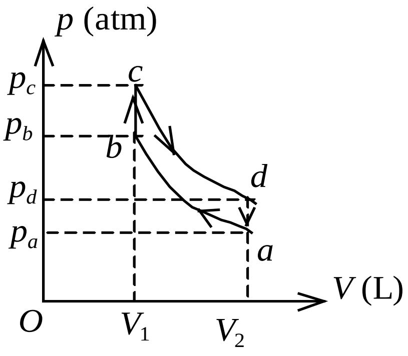
$$Q_3 = \Delta E_3 + W_3 = -250\,J$$

(2)整个循环： $W = W_1 + W_2 + W_3 = 100\,J$

$$\Delta E = 0$$
$$Q = W = 100\,J$$

(4113)

22. 一摩尔氦气作如图所示的可逆循环过程，其中 *ab* 和 *cd* 是绝热过程，*bc* 和 *da* 为等体过程，已知：V_1 = 16.4 L，V_2 = 32.8 L，p_a = 1 atm，p_b = 3.18 atm，p_c = 4 atm，p_d = 1.26 atm，试求：



(1) 各状态氦气的温度.

(2) 状态 *c* 氦气的内能.

(3) 在一循环过程中氦气所作的净功.

(1 atm = 1.013×10^5 Pa，1 L＝10^{-3} m^3)

(普适气体常量R = 8.31 J· mol^{-1}· K^{-1})

22. (4113) 解答：

(1) $T_a = p_aV_2/R$＝400 K

$T_b = p_bV_1/R$＝636 K

$T_c = p_cV_1/R$＝800 K

$T_d = p_dV_2/R$＝504 K

(2) $E_c = (i/2)RT_c$＝ 9.97×10^3 J

(3)b－c 等体吸热

$Q_1 = C_V(T_c-T_b)$ ＝ 2.044×10^3 J

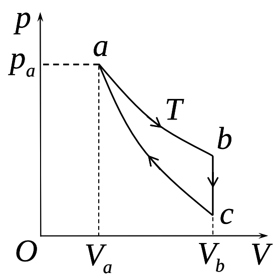
d－a 等体放热（绝对值）

$Q_2 = C_V(T_d-T_a)$ ＝ 1.296×10^3 J

循环净功：$W = Q_1 - Q_2$＝ 0.748×10^3 J

(4905)

气缸内有一定量的氧气(看成刚性分子理想气体)，作如图所示的循环过程，其中 ab 为等温过程，bc 为等体过程，ca 为绝热过程。已知 a 点的状态参量为 p_a、V_a、T_a，b 点的体积$V_b = 3V_a$。求该循环的效率。



解：$Q_{ab} = \dfrac{M}{\mu}RT_a\ln\dfrac{V_b}{V_a} = \dfrac{M}{\mu}RT_a\ln 3 > 0$ 吸热

$$Q_{bc} = \frac{M}{\mu}\frac{i}{2}R(T_c - T_b) = \frac{M}{\mu}\frac{5}{2}RT_a\left(\frac{T_c}{T_a} - 1\right) < 0 \text{放热}$$

$Q_{ca} = 0$ 绝热

热机效率：

$$\eta = 1 - \frac{|Q_{放}|}{Q_{吸}} = 1 - \frac{\frac{M}{\mu}\frac{i}{2}RT_a\left(1-\frac{T_c}{T_a}\right)}{\frac{M}{\mu}RT_a\ln 3} = 1 - \frac{5}{2}\frac{\left(1-\frac{T_c}{T_a}\right)}{\ln 3}$$

ca 为绝热过程，利用绝热方程：$TV^{\gamma-1} = C$ 常数

有 $T_aV_a^{\gamma-1} = T_cV_c^{\gamma-1} = T_cV_b^{\gamma-1}$，得

$$\frac{T_c}{T_a} = \left(\frac{V_a}{V_b}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{1}{3}\right)^{7/5-1} = 3^{-2/5}$$

$$\eta = 1 - \frac{5}{2}\frac{\left(1-3^{-2/5}\right)}{\ln 3} = 19.1\%$$

计算题类型III：

电场、电势的计算；

(1197) (在原题上有改动)

一半径为 *R* 的“无限长”圆柱形带电体，其电荷体密度为常量 ρ. 试求：

(1) 圆柱体内、外各点场强大小分布；

(2) 选与圆柱轴线的距离为 $l\ (l > R)$ 处为电势零点，计算圆柱体内各点的电势分布。

解答：

(1)取半径为 *r*，高为 *l* 的圆柱形高斯面，

根据高斯定理：$\oint\!\!\oint \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{\sum q}{\varepsilon_0}$

当 $(r < R)$ $\oint\!\!\oint \vec{E}_1\cdot d\vec{S} = E_1\cdot 2\pi rl = \frac{1}{\varepsilon_0}\pi r^2 l\rho$

$$E_1 = \frac{\rho r}{2\varepsilon_0}$$

当 $(r \geq R)$ $\oiint \vec{E}_2 \cdot d\vec{S} = E_2 \cdot 2\pi rl = \frac{1}{\varepsilon_0}\pi R^2 l\rho$

$$E_2 = \frac{R^2\rho}{2\varepsilon_0 r}$$

(2) 电势分布

$$V = \int_r^R E_1 dr + \int_R^l E_2 dr = \int_r^R \frac{\rho r}{2\varepsilon_0} dr + \int_R^l \frac{R^2\rho}{2\varepsilon_0 r} dr$$

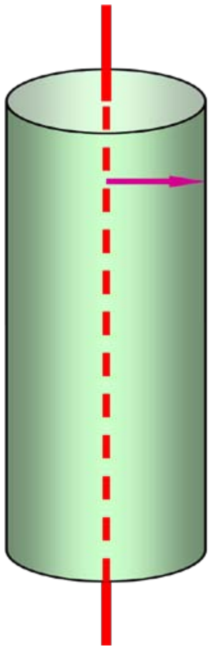
$$= \frac{\rho}{4\varepsilon_0}\left(R^2 - r^2\right) + \frac{R^2\rho}{2\varepsilon_0}\ln\frac{l}{R}$$

(1374)

一半径为 R 的带电球体，其电荷体密度分布为

$\rho = \frac{qr}{\pi R^4}$ $(r \leq R)$（q 为一正的常量）

$\rho = 0$ $(r > R)$



试求：(1)带电球体的总电荷；

(2)球内、外各点的电场强度；

(3)球内、外各点的电势。

解：

(1) $Q = \iiint_V \rho \cdot \mathrm{d}V = \int_0^R \frac{qr}{\pi R^4} 4\pi r^2 \mathrm{d}r = q$

(2)取半径为 r 的高斯面

$$\oiint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = E\cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_0^r \frac{qr}{\pi R^4}4\pi r^2 dr = \frac{qr^4}{\varepsilon_0 R^4}$$

$$E_{内} = \frac{qr^2}{4\pi\varepsilon_0 R^4} \quad (r \le R)$$

$$E_{外} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \quad (r > R)$$

(3)球内电势：

$$V_{内} = \int_r^R E_{内} dr + \int_R^\infty E_{外} dr = \frac{q}{12\pi\varepsilon_0 R}\left(4 - \frac{r^3}{R^3}\right) \quad (r \le R)$$

球外电势：

$$V_{外} = \int_r^\infty E_{外} dr = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} \quad (r > R)$$

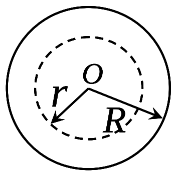
(0000)

23. 一半径为 R 的均匀带电球体，其所带电荷体密度为 ρ ．取无限远处为电势零点，试求：

（1）球体内外场强的分布；

（2）球体内外电势的分布．

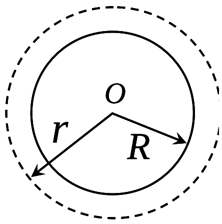
23. (　　) 解答：



（1）因场强分布具有球对称性，取半径为 r 的同心球面为高斯面，当 $r < R$ 时，由高斯定理有

$$\oint_S \vec{E}_1\cdot d\vec{S} = E_1\cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho\frac{4}{3}\pi r^3$$

得 $E_1 = \dfrac{\rho r}{3\varepsilon_0}$



方向沿径向，正电荷时向外，负电荷时向里．

当 $r > R$ 时，由高斯定理有

$$\oint_S \vec{E}_2\cdot d\vec{S} = E_2\cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho\frac{4}{3}\pi R^3$$

得 $E_2 = \dfrac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r^2}$

方向沿径向，正电荷时向外，负电荷时向里．

（2）球体内($r < R$)一点的电势：

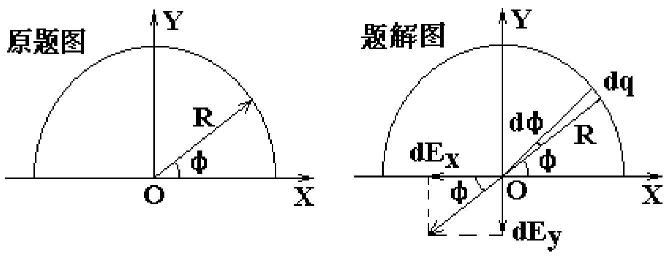
$$V_1 = \int_r^\infty \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{r} = \int_r^R E_1 \mathrm{d}r + \int_R^\infty E_2 \mathrm{d}r = \frac{\rho}{6\varepsilon_0}\left(3R^2 - r^2\right)$$

球体外($r > R$)一点的电势：

$$V_2 = \int_r^\infty \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{r} = \int_r^\infty E_2 \mathrm{d}r = \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r}$$

(1010)

一带电细线弯成半径为R的半圆形，电荷线密度为$\lambda = \lambda_0 \sin\phi$，式中$\lambda_0$为一常数，$\phi$为半径$R$与$X$轴所成的夹角，如图所示。试求圆心$O$处的电场强度。



解：在ϕ角处取电荷元，其电量为

$$dq = \lambda dl = \lambda_0 \sin\phi \cdot R d\phi$$

电荷元在O点的场强为$dE = \dfrac{dq}{4\pi\varepsilon_0 R^2} = \dfrac{\lambda_0 \sin\phi d\phi}{4\pi\varepsilon_0 R}$

dE在两个坐标轴方向的分量为：

$$dE_x = -dE \cdot \cos\phi$$

$$dE_y = -dE \cdot \sin\phi$$

积分：

$$E_x = \int_0^\pi dE_x = -\frac{\lambda_0}{4\pi\varepsilon_0 R}\int_0^\pi \sin\phi\cos\phi d\phi = 0$$

$$E_y = \int_0^\pi dE_y = -\frac{\lambda_0}{4\pi\varepsilon_0 R}\int_0^\pi \sin^2\phi d\phi = -\frac{\lambda_0}{8\varepsilon_0 R}$$

$$\therefore \quad \vec{E} = E_x\vec{i} + E_y\vec{j} = -\frac{\lambda_0}{8\varepsilon_0 R}\vec{j}$$

注：$\displaystyle\int_0^\pi \sin\phi\cos\phi d\phi = \int_0^\pi \sin\phi d(\sin\phi) = \frac{1}{2}\sin^2\phi\Big|_0^\pi = 0$

$$\int_0^\pi \sin^2\phi d\phi = \left[\frac{1}{2}\phi - \frac{1}{4}\sin(2\phi)\right]_0^\pi = \frac{\pi}{2}$$

计算题类型Ⅳ：

磁场的计算；法拉第电磁感应定律的应用。

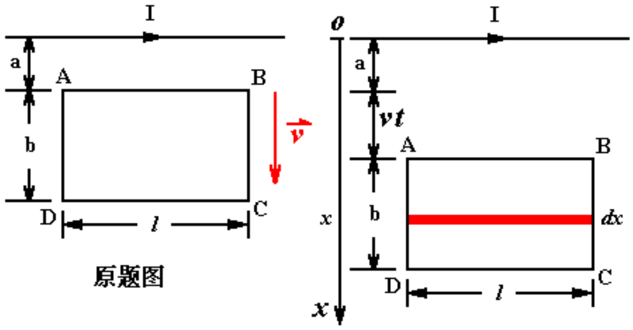
(2498)

载流长直导线与矩形回路 ABCD 共面，导线平行于 AB，如图所示。求下列情况下 ABCD 中的感应电动势：

(1) 长直导线中电流 $I = I_0$ 不变，ABCD 以垂直于导线的速度 $\vec{v}$ 从图示初始位置远离导线匀速平移到某一位置时(t 时刻)；

(2) 长直导线中电流 $I = I_0\sin\omega t$，ABCD 不动；

(3) 长直导线中电流 $I = I_0\sin\omega t$， ABCD 以垂直于导线的速度 $\vec{v}$ 远离导线匀速运动，初始位置也如图。



原题图

解：(1) 长直导线外的磁感强度 $B=\dfrac{\mu_0 I}{2\pi x}$

任意时刻磁通量：

$$\Phi_m=\int BdS=\int_{a+vt}^{a+b+vt}\frac{\mu_0 I}{2\pi x}l dx$$

$$=\frac{\mu_0 I l}{2\pi}\left[\ln(a+b+vt)-\ln(a+vt)\right]$$

感应电动势：

$$\varepsilon_1=-\frac{d\Phi_m}{dt}=\frac{\mu_0 I l v}{2\pi}\left[\frac{1}{a+vt}-\frac{1}{a+b+vt}\right]$$

$$\left(=v\frac{\mu_0 I}{2\pi(a+vt)}l-v\frac{\mu_0 I}{2\pi(a+b+vt)}l=\varepsilon_{AB}-\varepsilon_{DC}>0\right)$$

方向：沿$ABCD$，即顺时针。

(2) 令$v=0$，将$I=I_0\sin\omega t$代入Φ_m式：

$$\Phi_m=\frac{\mu_0 l I_0\sin\omega t}{2\pi}\left[\ln\frac{a+b}{a}\right]$$

$$\varepsilon_2=-\frac{d\Phi_m}{dt}=-\frac{\mu_0 l I_0\omega\cos\omega t}{2\pi}\left[\ln\frac{a+b}{a}\right]$$

方向：以顺时针为正向。

(3)将$I = I_0 \sin\omega t$代入(1)中Φ_m式，得：
任意时刻磁通量：

$$\Phi_m = \int BdS = \int_{a+vt}^{a+b+vt} \frac{\mu_0 I_0 \sin\omega t}{2\pi x} l dx$$

$$= \frac{\mu_0 l I_0 \sin\omega t}{2\pi}\left[\ln(a+b+vt) - \ln(a+vt)\right]$$

感应电动势：

$$\varepsilon_3 = -\frac{d\Phi_m}{dt}$$

$$= \frac{\mu_0 l v I_0 \sin\omega t}{2\pi}\left[\frac{1}{a+vt} - \frac{1}{a+b+vt}\right]$$

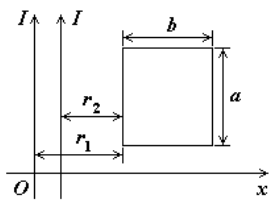
$$- \frac{\mu_0 l I_0 \omega \cos\omega t}{2\pi} \ln\frac{a+b+vt}{a+vt}$$

方向：以顺时针为正向。

注意:(3)不能简单写成：$\varepsilon_3 = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$

(2150)

如图所示，两条平行长直导线和一个矩形导线框共面，且导线框的一个边与长直导线平行，他到两长直导线的距离分别为r_1、r_2。已知两导线中电流都为$I = I_0 \sin\omega t$，其中I_0和ω为常数，t为时间。导线框长为 *a* 宽为 *b*，求导线框中的感应电动势。



解:
按如图坐标，两长直电流在 *x* 处的磁感为：

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x} + \frac{\mu_0 I}{2\pi\left[x - (r_1 - r_2)\right]}$$

磁通量：

$$\Phi = \iint_S \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \int_{r_1}^{r_1+b} \frac{\mu_0 I a}{2\pi}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x - r_1 + r_2}\right)\mathrm{d}x$$

$$= \frac{\mu_0 I a}{2\pi} \ln\left(\frac{r_1+b}{r_1} \cdot \frac{r_2+b}{r_2}\right)$$

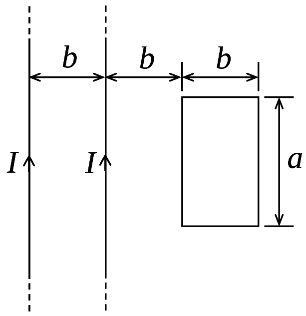
感应电动势：

$$\varepsilon=-\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}=-\frac{\mu_0 a}{2\pi}\ln\left(\frac{r_1+b}{r_1}\cdot\frac{r_2+b}{r_2}\right)\cdot\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$$

$$=-\frac{\mu_0 a I_0\omega}{2\pi}\ln\left(\frac{r_1+b}{r_1}\cdot\frac{r_2+b}{r_2}\right)\cdot\cos\omega t$$

(0000)

24. 如图所示，长为a宽为b、电阻为R的矩形导线框与两条平行长直导线共面，且导线框的长边与长直导线平行，它到两长直导线的距离分别为b和$2b$。已知两长直导线中均通有强度为I的同向电流。求：



(1)导线框中磁通量的大小Φ_m为多少？

(2)如将导线框从当前位置移至无穷远处，则在此期间流过导线框的总电量Q为多少？

24. (　　) 解答：

(1)左边导线的磁通量：

$$\Phi_{m1}=\iint_S\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=\int_{2b}^{3b}\frac{\mu_0 I}{2\pi r}a\mathrm{d}r=\frac{\mu_0 Ia}{2\pi}\ln\frac{3}{2}$$

右边导线的磁通量：

$$\Phi_{m2}=\iint_S\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=\int_{b}^{2b}\frac{\mu_0 I}{2\pi r}a\mathrm{d}r=\frac{\mu_0 Ia}{2\pi}\ln 2$$

总的磁通量：$\Phi_m=\Phi_{m1}+\Phi_{m2}=\dfrac{\mu_0 Ia}{2\pi}\ln 3$

(2)感应电动势：$\varepsilon_i=-\dfrac{\mathrm{d}\Phi_m}{\mathrm{d}t}$

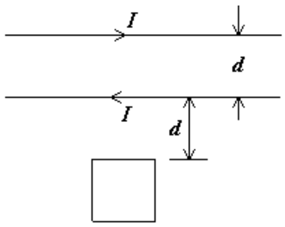
感应电流：$i=\dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\varepsilon_i}{R}=-\dfrac{1}{R}\cdot\dfrac{\mathrm{d}\Phi_m}{\mathrm{d}t}$，

$\mathrm{d}q=i\mathrm{d}t=-\dfrac{\mathrm{d}\Phi_m}{R}$，无穷远处磁通量为零，

有 $\int_0^Q\mathrm{d}q=-\int_{\Phi_m}^0\dfrac{\mathrm{d}\Phi_m}{R}$，得：$Q=\dfrac{\Phi_m}{R}=\dfrac{\mu_0 Ia}{2\pi R}\ln 3$

(2737)

两根平行无限长直导线相距为 *d*，载有大小相等方向相反的电流 *I*，电流变化率 $\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}=\alpha>0$． 一个边长为 *d* 的正方形线圈位于导线平面内与一根导线相距 *d*，如图所示。求：



(1)两根载流导线在正方形线圈产生的磁场通量；

(2)线圈中的感应电动势 ε_i 大小；

(3)说明线圈中的感应电流是顺时针还是逆时针方向。

解答：

(1) 载流为 *I* 的无限长直导线在与其相距为 *r* 处

产生的磁感强度为： $B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

对线圈，选逆时针为回路正向：

上面导线磁通量为负：

$$\Phi_1=\iint \vec{B}_1\cdot\mathrm{d}\vec{S}=-\int_{2d}^{3d}\frac{\mu_0 I}{2\pi r}d\cdot\mathrm{d}r=-\frac{\mu_0 Id}{2\pi}\ln\frac{3}{2}$$

下面导线磁通量为正：

$$\Phi_2=\iint \vec{B}_2\cdot\mathrm{d}\vec{S}=\int_{d}^{2d}\frac{\mu_0 I}{2\pi r}d\cdot\mathrm{d}r=\frac{\mu_0 Id}{2\pi}\ln 2$$

总磁通量： $\Phi=\Phi_1+\Phi_2=\frac{\mu_0 Id}{2\pi}\ln\frac{4}{3}$

(2) 感应电动势的大小：

$$|\varepsilon_i|=\left|-\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}\right|=\frac{\mu_0 d}{2\pi}\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}\ln\frac{4}{3}=\frac{\mu_0 d\alpha}{2\pi}\ln\frac{4}{3}$$

(3) $\varepsilon_i=-\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}=-\frac{\mu_0 d\alpha}{2\pi}\ln\frac{4}{3}<0$

感应电流方向：顺时针