

课程名称 大学物理实验

实验日期 2017.10.16

成绩 9

同组实验者 \_\_\_\_\_

一. 实验题目: 三线扭摆法测物体的转动惯量

二. 实验目的: 1. 掌握测量质量、长度、时间的方法.

2. 用三线扭摆法测定圆盘和圆环绕对称轴的转动惯量.

三. 实验仪器设备: 三线扭摆实验仪, 水平仪, 秒表, 米尺, 游标卡尺,  
待测物体 (圆盘、圆环).

四. 实验原理:

用三条等长细线把一个质量均匀的圆盘  $M$  悬挂起来. 三个悬点在圆盘边缘上均分圆周. 悬线上端绕在水平的三叉铁架  $M'$  上的三个旋钮上, 并且恰好能使三条悬线竖直. 利用悬线旋钮可以调节三条悬线的长度, 使悬挂的圆盘水平. 这样三条悬线由于圆盘重量所引起的负载相同. 三叉铁架的中心用螺丝与固定在墙上的支架连接. 若将三叉铁架突然转过一个小角度, 圆盘  $M$  就开始绕垂直于盘面并通过其中心的轴线  $OO'$  做扭摆运动. 圆盘在扭摆同时, 由于悬线的斜斜变化, 还做上下平移运动. 容易证明扭摆的周期与圆盘  $M$  的转动惯量有关, 因而通过测量扭摆的周期可以间接测量悬挂物转动惯量.



在扭摆过程的某一时刻, 圆盘相对于平衡位置转过一个小角度  $\theta$ , 同时上升一个相应的高度  $h$ , 其满足  $h = l(1 - \sqrt{1 - (\gamma\theta)^2})$ ,  $l$  是悬线长度,  $r$  是圆盘  $M$  的半径, 利用二项式定理展开并略去高次项,

# 天津大学本科实验报告专用纸

该式可化为  $h = L - L(1 - \frac{1}{2} \frac{r^2 \theta^2}{L^2}) = \frac{r^2 \theta^2}{2L}$  ①

在运动过程中, 动能  $\frac{1}{2} I \omega^2 + \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} I (\frac{d\theta}{dt})^2 + \frac{1}{2} m (\frac{dh}{dt})^2$ , 重力势能  $mgh$ , 若忽略摩擦力, 则在重力场中圆盘M机械能守恒, 即

$$\frac{1}{2} I (\frac{d\theta}{dt})^2 + \frac{1}{2} m (\frac{dh}{dt})^2 + mgh = \text{常量} \quad ②$$

其中,  $I$  为圆盘M绕中心垂直转轴的转动惯量,  $m$  为圆盘M的质量,

将①对 $t$ 求微商, 得  $\frac{dh}{dt} = \frac{r^2}{L} (\frac{d\theta}{dt}) \cdot \theta$  ③

当悬线足够长摆角 $\theta$ 很小时,  $\frac{1}{2} I (\frac{d\theta}{dt})^2 \gg \frac{1}{2} m (\frac{dh}{dt})^2$

所以可将②简化并求微商, 得

$$I \cdot \frac{d\theta}{dt} \cdot \frac{d^2\theta}{dt^2} + mg \frac{dh}{dt} = 0 \quad ④$$

③代入④得

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = - \left( \frac{mgr^2}{LI} \right) \theta = -\omega_0^2 \theta \quad ⑤$$

⑤式表示圆盘M的角加速度与角位移成正比且方向相反, 因是简谐振动, 求解可得

$$\theta = \theta_0 \cos(\omega_0 t + \alpha) \quad ⑥$$

其中  $\omega_0 = \sqrt{\frac{mgr^2}{LI}}$  为扭振圆频率,  $\theta_0$  为角振幅, 且周期  $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$ , 于是有

$$I = \frac{mgr^2 T^2}{4\pi^2 l} \quad ⑦$$

在 $\theta$ 很小, 三悬线等长, 张力相等, 圆盘水平, 悬线竖垂直, 圆盘绕竖直中线心轴扭摆且无横向晃动时, ⑦式成立, 所以只需测得  $m, r, T, l$  各量, 就可确定圆盘M的转动惯量  $I$ 。

介于实验装置, ⑦式可化为  $I = \frac{mgrR T_0^2}{4\pi^2 l}$

教师签字:

年 月 日



### 五. 实验步骤. 1. 圆盘的转动惯量 (已知圆盘质量 $m_0$ )

- ① “十”字调节法将三线扭摆<sup>2</sup>置上下盘调至水平状态.
- ② 测上盘三线间距 $a$ , 各测2次, 共6组数据.
- ③ 测下盘三线距 $b$ , 各测2次, 共6组数据.
- ④ 测量绳长 $l$ .
- ⑤ 测量扭摆周期. 使圆盘转过微小角度, 用计数仪计数.

### 2. 圆环的转动惯量 (已知圆环质量 $m_1 = 0.352 \text{ kg}$ )

- ① 游标卡尺测圆环内、外径, 各测三次求平均.
- ② 将圆环置于圆盘上, 保证其圆心在中心竖轴上与圆盘圆心重合
- ③ 使圆盘圆环整体转过微小角度, 用计数仪计数. 记录扭摆周期. 取十次周期的平均值

### 3. 圆柱的转动惯量 (已知单个圆柱质量 $0.118 \text{ kg}$ )

- ① 游标卡尺测圆柱直径.
- ② 将两个圆柱对称插入圆盘孔槽中.
- ③ 分别测圆柱距圆盘圆心  $35 \text{ mm}$ ,  $45 \text{ mm}$ ,  $55 \text{ mm}$ ,  $65 \text{ mm}$ ,  $75 \text{ mm}$  时的扭摆周期, 处理方法同圆环.

# 天津大学本科生实验报告专用纸

## 六. 数据处理

1. 圆盘 ( $r, R$  分别为上下悬点离各自圆盘中心距离)  $m = 1.265 \text{ kg}$

| 上盘线距<br>$a (10^{-3} \text{ m})$ | $\bar{a} (10^{-3} \text{ m})$ | $\bar{r} = \frac{r}{3} \bar{a}$<br>( $10^{-3} \text{ m}$ ) | 下盘线距<br>$b (10^{-3} \text{ m})$ | $\bar{b} (10^{-3} \text{ m})$ | $\bar{R} = \frac{R}{3} \bar{b}$<br>( $10^{-3} \text{ m}$ ) |
|---------------------------------|-------------------------------|--|---------------------------------|-------------------------------|--|
| 107.3                           | 106.85                        | 61.79  | 161.2                           | 160.42                        | 92.62  |
| 107.5                           |                               |  | 161.3                           |                               |  |
| 106.5                           |                               |  | 160.0                           |                               |  |
| 106.3                           |                               |  | 159.9                           |                               |  |
| 106.9                           |                               |  | 160.0                           |                               |  |
| 106.6                           |                               |  | 160.1                           |                               |  |

求  $a$  的不确定度

$$u_a = t_{0.95} S_a = 2.57 \times \sqrt{\frac{(107.3-106.85)^2 + (107.5-106.85)^2 + \dots + (106.6-106.85)^2}{6 \times 5}} = 0.50 \text{ mm}$$

$$u_B = \frac{K_D}{C} = \frac{2}{3} \Delta a = 0.67 \text{ mm}$$

$$u_{\bar{a}} = \sqrt{u_a^2 + u_B^2} = 0.84 \text{ mm}$$

$$a = \bar{a} \pm u_{\bar{a}} = (106.85 \pm 0.84) \text{ mm}$$

求  $r$  的不确定度

$$u_r = \frac{u_{\bar{a}}}{\bar{a}} \cdot \bar{r} = 0.48 \text{ mm}$$

$$r = \bar{r} \pm u_r = (61.79 \pm 0.48) \text{ mm}$$

求  $b$  的不确定度

$$u_b = t_{0.95} S_b = 0.68 \text{ mm}$$

$$u_B = \frac{K_D}{C} = \frac{2}{3} \Delta b = 0.67 \text{ mm}$$

$$u_{\bar{b}} = \sqrt{u_b^2 + u_B^2} = 0.95 \text{ mm}$$

$$b = \bar{b} \pm u_{\bar{b}} = (160.42 \pm 0.95) \text{ mm}$$

教师签字:

年 月 日

# 天津大学本科生实验报告专用纸

学院 机械学院 年级 2016 专业 工程力学 班级 2 姓名 付之微 学号 3016201037

课程名称 大学物理实验 实验日期 2017 10.16 成绩         

同组实验者         

求  $R$  的不确定度

$$u_R = \frac{u_b}{b} \bar{R} = 0.55 \text{ mm}$$

$$R = \bar{R} \pm u_R = (92.62 \pm 0.55) \text{ mm}$$

单次测量  $(\pm u_B = (481 \pm 2) \text{ mm})$

| 次数    | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     | 7     | 8     | 9     | 10     | $\bar{T}_0$ |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|-------------|
| 时间(s) | 1.269 | 1.264 | 1.259 | 1.256 | 1.259 | 1.259 | 1.264 | 1.268 | 1.272 | 1.2639 | 1.2637      |

$T_0$  的不确定度

$$u_A = S_{\bar{T}_0} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{10} (T_i - \bar{T}_0)^2}{10 \times 9}} = 0.0017 \text{ s}$$

$$u_B = \frac{a}{B} = 0.0012 \text{ s}$$

$$u_{0.68} = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} = 0.0021 \text{ s}$$

$$u_{0.95} = 2 u_{0.68} = 0.0042 \text{ s}$$

$$T_0 = \bar{T}_0 \pm u_{T_0} = (1.2637 \pm 0.0042) \text{ s} \quad (p=95\%)$$

$$\bar{I}_0 = \frac{mgrR\bar{T}_0^2}{4\pi^2 L} = 5.959 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$u_{\bar{I}_0} = \bar{I}_0 u_r = \bar{I}_0 \sqrt{\left(\frac{u_m}{m}\right)^2 + \left(\frac{u_R}{R}\right)^2 + \left(\frac{u_r}{r}\right)^2 + 4\left(\frac{u_T}{T}\right)^2 + \left(\frac{u_L}{L}\right)^2} = 0.075 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$I_0 = \bar{I}_0 \pm u_{\bar{I}_0} = (5.959 \pm 0.075) \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$



# 天津大学本科生实验报告专用纸

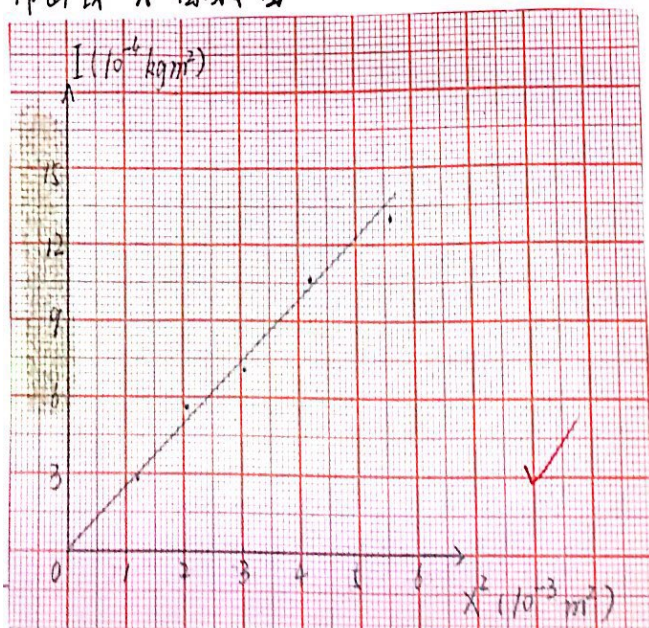
## 2. 圆环

| 质量 $m_1$ | 几何尺寸<br>( $10^{-3}m$ ) | 周期<br>(s) | 实验值 ( $kg \cdot m^2$ )   | 理论值   | 百分差   |
|----------|------------------------|-----------|--|---|-------|
| 0.352    | 内径                     | 101.96    | $I_1 = \frac{(m_0 + m_1)gRr}{4\pi^2} T_1^2 - I_0$ $= 1.317 \times 10^{-3}$ | $I_1' = \frac{1}{2} m_1 (R_A^2 + R_B^2)$ $= 1.325 \times 10^{-3}$ | 0.60% |
|          | 外径                     | 102.00    |  |   |       |
|          | 内径                     | 101.94    |  |   |       |
|          | 壁厚                     | 140.44    |  |   |       |
|          | 壁厚                     | 140.40    |  |   |       |
|          | 壁厚                     | 140.38    |  |   |       |

## 3. 圆柱 ( $D = 21.88 \text{ mm}$ , $M = 2 \text{ mm} = 0.236 \text{ kg}$ )

| $X$ ( $10^{-3}m$ )  | 35                     | 45                     | 55                     | 65                     | 75                     |
|---|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| 10个周期(s)<br>平均值   | 1.1881                 | 1.2141                 | 1.2275                 | 1.2605                 | 1.2800                 |
| 实验值 ( $kg \cdot m^2$ )<br>$I = \frac{mgRT^2}{4\pi^2} - I_0$ | $2.888 \times 10^{-4}$ | $5.652 \times 10^{-4}$ | $7.101 \times 10^{-4}$ | $1.073 \times 10^{-3}$ | $1.293 \times 10^{-3}$ |
| 理论值 ( $kg \cdot m^2$ )<br>$I' = \frac{1}{8} MD^2 + MX^2$    | $3.032 \times 10^{-4}$ | $4.920 \times 10^{-4}$ | $7.280 \times 10^{-4}$ | $1.011 \times 10^{-3}$ | $1.342 \times 10^{-3}$ |
| 百分差   | 4.75%                  | 14.9%                  | 2.49%                  | 6.15%                  | 3.64%                  |

作出  $I_1 - X^2$  图线如图



教师签字:

年 月 日

## 天津大学本科生实验报告专用纸

学院 机械 年级 2016 专业 工程力学 班级 2 姓名 付文筱 学号 3016201037课程名称 大学物理实验 实验日期 2017.10.16 成绩         同组实验者                                 

由图线可知,  $I_x$  与  $x^2$  成线性关系, 实验结果与平行轴定理相符。  
验证了平行轴定理。

## 七. 结果分析与讨论.

- (1) 由于实验时只将三叉铁架转动小角度, 故可近似认为圆盘无上下移动且无横向晃动, 实验结果较为准确。
- (2) 光电探头宜放在挡光杆的平衡位置处, 挡光杆不能与之接触, 以免摩擦影响周期测定。
- (3) 在调节装置时, 上下圆盘务必保持水平状态, 否则误差过大
- (4) 误差猜想: 实验室给出的物体质量可能不准确, 圆盘转动时受到空气阻力影响, 转动角度偏大, 挡光杆与光电探头摆放位置存在偏差, 上下圆盘不够水平。



# 一. 圆盘的转动惯量

1. 测  $a, b$  的值, 确定  $\bar{a}, \bar{b}$  并求其不确定量

| 上盘线距<br>$a(10^{-3}m)$ | $\bar{a}(10^{-3}m)$ | $\bar{a} = \frac{1}{n} \sum \bar{a}$<br>( $10^{-3}m$ ) | 下盘线距<br>$b(10^{-3}m)$ | $\bar{b}(10^{-3}m)$ | $\bar{b} = \frac{1}{n} \sum \bar{b}$<br>( $10^{-3}m$ ) |
|-----------------------|---------------------|--|-----------------------|---------------------|--|
| 107.3                 | 106.85              | 61.69  | 161.2                 | 160.42              | 92.62  |
| 107.5                 |                     |  | 161.3                 |                     |  |
| 106.5                 |                     |  | 160.0                 |                     |  |
| 106.3                 |                     |  | 159.9                 |                     |  |
| 106.9                 |                     |  | 160.0                 |                     |  |
| 106.6                 |                     |  | 160.1                 |                     |  |

2. 单次测量  $l \pm \Delta l = (480.8 \pm 2) \text{ mm}$

3.  $T_0$  的测量

| 次数    | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    | $\bar{T}_0$ |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------------|
| 时间(s) | 1.269 | 1.264 | 1.259 | 1.256 | 1.259 | 1.259 | 1.264 | 1.268 | 1.272 | 1.269 | 1.2639      |

# 二. 圆环的转动惯量

| 质量 $m$<br>(kg) | 几何尺寸<br>( $10^{-3}m$ )   | 周期<br>(s)                  | 实验值 ( $kgm^2$ )  | 理论值 ( $kgm^2$ )                                 | 百分差 |
|----------------|--|----------------------------|--|---|-----|
| 0.352          | 内径 101.86<br>外径 102.00<br>101.94<br>140.44<br><del>140.80</del><br><del>140.88</del><br>140.88<br>140.38 | 计10个<br>$\bar{T} = 1.2353$ | $I_1 = \frac{(m_0 + m_1)gRr}{4\pi^2} T_1^2 - I_0$<br>= | $I_1' = \frac{1}{2} m (R_{内}^2 + R_{外}^2)$<br>= |     |