2017～2018学年第二学期期中考试试卷

《线性代数及其应用》（A卷　　共3页）

（考试时间：2018年4月27日）

题号	一	二	三	四	成绩	核分人签字
得分						

一、填空题与单项选择题（共30分，每小题5分）

1. 设 $A=\begin{bmatrix}0&0&-1&3\\0&0&1&-2\\-1&-2&0&0\\3&4&0&0\end{bmatrix}$，则 $A^{-1}=$ ________________

2. 设线性方程组 $\begin{cases}(\lambda-1)x_1+2x_2+4x_3=0,\\2x_1+(\lambda-4)x_2+2x_3=0,\\4x_1+2x_2+(\lambda-1)x_3=0\end{cases}$ 有非零解，则 $\lambda=$ __________

3. 设 $\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{\gamma}_1,\boldsymbol{\gamma}_2,\boldsymbol{\gamma}_3$ 均为4元列向量，已知 $|\boldsymbol{A}|=|\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\gamma}_1,\boldsymbol{\gamma}_2,\boldsymbol{\gamma}_3|=5$，$|\boldsymbol{B}|=|\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{\gamma}_1,\boldsymbol{\gamma}_2,\boldsymbol{\gamma}_3|=-1$，则 $|\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}|=$ __________.

4. 设 $\boldsymbol{A}$ 为3阶方阵，将 $\boldsymbol{A}$ 的第2行的2倍加到第1行得到矩阵 $\boldsymbol{B}$，再将 $\boldsymbol{B}$ 的第2行与第3行互换得到矩阵 $\boldsymbol{C}$，则满足 $\boldsymbol{PA}=\boldsymbol{C}$ 的可逆矩阵 $\boldsymbol{P}=$（　　　　）.

(A) $\begin{bmatrix}1&2&0\\0&0&1\\0&1&0\end{bmatrix}$　(B) $\begin{bmatrix}1&0&0\\0&0&1\\2&1&0\end{bmatrix}$　(C) $\begin{bmatrix}1&0&2\\0&0&1\\0&1&0\end{bmatrix}$　(D) $\begin{bmatrix}2&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{bmatrix}$

5. 与矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}0&0&1\\3&0&0\\2&1&0\end{bmatrix}$ 相抵的矩阵是（　　　　）.

(A) $\begin{bmatrix}1&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{bmatrix}$　(B) $\begin{bmatrix}1&0&0\\0&2&0\\0&0&0\end{bmatrix}$　(C) $\begin{bmatrix}1&0&0\\0&2&0\\0&0&3\end{bmatrix}$　(D) $\begin{bmatrix}0&0&1\\3&0&0\\2&0&0\end{bmatrix}$

6. 设 $\boldsymbol{A},\boldsymbol{B}$ 均为 n 阶矩阵，满足 $\boldsymbol{AB}=\boldsymbol{O}$，且 $\boldsymbol{B}\neq\boldsymbol{O}$，则必有(　　　　).

(A) $(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B})^2=\boldsymbol{A}^2+\boldsymbol{B}^2$　　(B) $|\boldsymbol{B}|\neq 0$　　(C) $|\boldsymbol{B}^*|\neq 0$　　(D) $|\boldsymbol{A}^*|=0$

二、(16 分)当 a 为何值时，线性方程组 $\begin{cases} x_1+x_2+x_3+x_4=-7, \\ x_1+3x_3-x_4=8, \\ x_1+2x_2-x_3+x_4=2a+2, \\ 3x_1+3x_2+3x_3+2x_4=-11 \end{cases}$ 有解？并求其向量形式的通解.

三、(共 28 分)

1. (14 分)设 $\boldsymbol{D}=\begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ -2 & 2 & 4 & 1 \\ 3 & -3 & 1 & 2 \\ -4 & 6 & 0 & 6 \end{vmatrix}$，$M_{ij}$，$A_{ij}$ 分别是 (i,j) 元 $(i,j=1,2,3,4)$ 的余子式和代数余子式. 求（1）$A_{12}+2A_{22}+3A_{32}+4A_{42}$；（2）$M_{13}+2M_{23}+3M_{33}+4M_{43}$.

2. (14 分)设 $\boldsymbol{AX}=\boldsymbol{B}+\boldsymbol{X}$，其中 $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 4 & -1 & 1 \\ -3 & 2 & 0 \end{bmatrix}$，$\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$. 求矩阵 $\boldsymbol{X}$.

四、(共 26 分)

1. （16 分）设矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix} -3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 3 & -5 \end{bmatrix}$，$f(x)=(x+1)^{2k}$，其中 k 为正整数，求 $f(\boldsymbol{A})$.

2. （10 分）设 n 元向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 线性无关，而向量组 $\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_4$ 线性相关. 试判断向量组 $k\boldsymbol{\alpha}_1+l\boldsymbol{\alpha}_4,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$（其中 k,l 为常数）的线性相关性，并说明理由.