2019～2020 学年第一学期第一次月考试卷

《高等数学 2A》（共 3 页，附 2 页草纸）

考试时间：2019 年 10 月 11 日 (1 小时)

题号	一	二	三	四	成绩	核分人签字
得分						

一、求下列极限（每小题 10 分，共 40 分）

1. $\lim\limits_{x\to 0}(1-2\sin x)^{\frac{1}{\tan x}}$.

2. $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+2x}-\cos x}{\sqrt{4x^2+1}+x+\sin x}$.

3. 用无穷小的等价代换求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(\sqrt[3]{1+\tan x}-1)(\sqrt{1+x^2}-1)}{(e^x-1)\ln(1+x^2)}$.

4. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n^2+1}+\dfrac{n}{n^2+2}+\cdots+\dfrac{n}{n^2+n}\right)$.

二、解答题（每小题 12 分，共 36 分）

1. 已知$\alpha(x)=\tan x^2$， $\beta(x)=1+x\arcsin x-\mathrm{e}^{x^2}$，请在$x\to 0$时比较这两个无穷小量的阶.

2. 设函数 $f(x)=\begin{cases} x\arctan\dfrac{1}{x}, & x\neq 0, \\ 0, & x=0. \end{cases}$

(1) 求 $f(x)$ 的连续区间; (2) $f(x)$ 在点 $x=0$ 是否可导？请说明理由.

3. 设函数 $f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{x^2\cdot 3^{-n(x-1)}+2}{x+3^{-n(x-1)}}$.

(1) 求 $f(x)$ 的表达式; (2) 求 $f(x)$ 的所有间断点, 并判断间断点的类型 (请给出是第几类间断点, 并指出具体类型).

三、解答题（12 分）

设函数 $f(x)=\dfrac{\sqrt{1+x^2}-b}{(x-a)(x-1)}$.

(1) 确定常数 a 和 b 的值，使 $f(x)$ 有无穷间断点 $x=0$；

(2) 确定常数 a 和 b 的值，使 $f(x)$ 有可去间断点 $x=1$.

四、证明题（12 分）

设 $u_1=10,\ u_{n+1}=\sqrt{6+u_n}\ (n=1,2,\cdots)$. 证明数列 $\{u_n\}$ 收敛，并求 $\lim\limits_{n\to\infty} u_n$.