

实验图片



# 牛顿摆的应用调研报告

动量守恒的应用

李艺染 | 3015201043 | 2016 年 10 月 21 日

## 实验现象的描述

实验室的牛顿摆装置为较大的七球牛顿摆，七个摆球的质量  $m$  全部相等，并且大小相等材质相同，衔接摆球的摆绳  $l$  全部一样长。

实验前，牛顿摆七个球全部静止在原处，没有运动趋势。

第一次实验：老师拿起最右侧一个摆球，使摆绳与竖直方向夹角约成  $45^\circ$ ，无初速度释放后，摆球撞击其他摆球，中间五个摆球未动，右侧摆球与之并列静止于一排，最左侧的摆球被撞击弹起与右侧摆球初始高度相同。左侧摆球上升到最高点后下降，撞击其余摆球，再使最右侧摆球弹起，形成两侧摆球往复弹起的往复运动，整个运动中，中间五个摆球未曾摆动。

第二次实验：老师拿起最右侧两个摆球提升至与竖直方向约  $45^\circ$ ，无初速度同时释放两个摆球，两球同时撞击其余摆球，中间三个摆球未动，右侧两摆球与之并列静止，最左侧的两个摆球被撞击弹起，达到与右侧摆球初始高度并开始下降。形成左右四个摆球的往复运动，中间三个摆球未曾摆动。

第三次实验：老师拿起最右侧三个摆球提升至与竖直方向夹角约  $30^\circ$ ，无初速度同时释放三个摆球，三球同时撞击其余摆球，中间一个摆球未动，右侧两摆球与之并列静止，最左侧的三个摆球被撞击弹起，达到与右侧摆球初始高度并开始下降。形成左右六个摆球的往复运动，中间一个摆球未曾摆动。

第四次实验：老师拿起最右侧四个摆球，使摆绳与竖直方向夹角约成  $30^\circ$ ，无初速度同时释放四个摆球后，四个摆球撞击其他摆球，其中靠右三个摆球静止，左侧的四个摆球一起弹起，上升到与之前释放一样的高度，左侧四个摆球上升到最高点后下降，撞击其余摆球，再使最右侧四个摆球弹起，形成两侧摆球往复弹起的往复运动，整个运动中，最中间一个球一直往复运动，两侧三个球轮流运动，静止。

第五次实验：老师拿起右侧五个摆球，使之全部与竖直方向夹角成  $30^\circ$ ，分成五次逐个释放摆球，摆球凌乱摆动，但是左右两侧的摆动仍然对称。

## 实验所涉及的物理知识

### 1. 质点质量

假定各金属球是具有相同质量的质点。当一个质点撞击第二个质点，第一个质点的动量与能量立即转移到第二个上，如此进行下去，直到最后一个质点获得了动量与能量后弹出。即使两个或更多质点撞击球组，情况依然相同。但是，瞬间运动则需要无穷大的加速度并且质点质量为零。

### 2. 两个球的碰撞

当一个运动着的球撞击静止的球，压缩波将在两个球中传递。理想状况：实际状况中的牛顿摆存在一个问题：一个运动的球表现为它的质量好像都集中在其几何中心。在理想状况下的牛顿摆中，金属球是完全相同的质点，将发生完美的碰撞。

### 3. 动量守恒

第一次实验中，装置最右边的球得到动量并通过碰撞传递到左侧并排悬挂的球上，动量在七个球中向左传递。当最左面的球无法将动量继续传递的时候，被弹出。这是一系列弹性碰撞，其中并包含非弹性碰撞和动量。由于在碰撞中不存在其它力的影响，右侧质量  $m$  速度  $v_1$  的 1 球动量必须传递给左侧静止的球。左侧质量  $m$  的 2、3、4、5、6、7 球被碰撞后具有相同的动量。被碰撞的球都具有向左的速度  $v_1$  并有向左移动的趋势，称作动量守恒。左侧球向右侧传递时原理相同。碰撞前后的能量必须一致，此处忽略球的振动运动。在这里，被碰撞的球以同样的速度移动，而剩余的球不动。

动量守恒定律表明在一个封闭系统中，给定方向的动量是恒定的。动量表示为： $p=mv$ （ $p$  代表动量， $m$  代表质量， $v$  代表给定方向的速度）当小球甲撞击小球乙，它以特定的方向运动，例如从东向西运动。那意味着，它的动量（动量是矢量）也以从东向西的方向运动。任何小球运动方向上的改变将导致动量的改变，这只有在受到外力作用的情况下才能实现。那就是为什么小球甲不是简单地被小球乙弹开——它的动量将能量以从东向西的方向传递过所有的球。实际上，牛顿摆并不是一个封闭系统，金属球仍然受到重力的作用，会使小球的运动减缓，直至停止。当最后一个球无法继续传递动量与能量，它就被弹开。当它运动到最高点时，它只蕴含势能，而动能减少到零，重力使它向下运动，循环再次开始。

### 4. 能量守恒

能量守恒定律表明在一个封闭系统中，总能量是恒定的。能量表示为： $KE = 0.5mv^2$  ( $KE$  代表动能) 当一端的球以一定的能量碰撞球组，它的能量将转移给另一端的球（而不是消失）。

## 5. 弹性碰撞与摩擦力

当两个金属球碰撞时，弹性碰撞就会发生。在碰撞前后，所具有的动能不变。在理想状况下，即球只受到动量、能量与重力作用，所有的碰撞都是完美的弹性碰撞而牛顿摆的结构也是完美的，金属球将永远运动下去。但不可能存在完美的牛顿摆，因为其总会受到摩擦力的作用而使能量损耗。一部分摩擦力来自空气阻力，而主要的来自小球本身。所以牛顿摆中的碰撞并不是真正的弹性碰撞而是非弹性碰撞，因为碰撞后的动能比碰撞前的有所损失（摩擦力所致）。但根据能量守恒定律，总能量保持不变。由于球的形变，组成球的分子间将动能转化为热能。小球发生振动，同时产生了牛顿摆标志性的清脆的碰撞声。

## 6. 牛顿摆原理的推导

假定你拉起  $n$  个质量为  $m$  的金属球来碰撞静止的球。根据动量守恒定律：

$$(1) \quad p = nmv = MV \quad (M \text{ 代表 } n \text{ 个球的总质量, } V \text{ 代表它们的运动速度。})$$

同样的，根据能量守恒定律：

$$(2) \quad KE = 0.5nmv^2 = 0.5MV^2$$

在等式 (1) 中，解  $m$  得： $m = MV/nv$ ，替换等式 (2) 中的  $m$  得：

$$0.5nmv^2 = 0.5MV^2 \rightarrow 0.5nv^2 MV/nv = 0.5MV^2 \rightarrow v = V$$

也就是说，球组另一端的球将以速度  $v$  运动。

$$\text{在等式 (1) 中，解 } v \text{ 得：} p = nmv = MV \rightarrow v = MV/nm$$

将  $v$  平方得： $v^2 = M^2 V^2 / n^2 m$ ，替换等式 (2) 中的  $v$  得：

$$0.5nmv^2 = 0.5MV^2 \rightarrow 0.5nmM^2 V^2 / n^2 m = 0.5MV^2 \rightarrow M/nm = 1 \rightarrow M = nm$$

也就是说，开始运动的球的质量与最初的球的质量相同。

结论是，既然所有的球都具有相同的质量，如果你以特定的速度拉起两个球碰撞球组，另一端的两个球将以相同的速度弹开。如果拉起四个球，另一端的四个球将弹开。

# 实验现象的历史和应用

## 一、 牛顿摆的历史

牛顿摆是一个 1960 年代发明的桌面演示装置，五个质量相同的球体由吊绳固定，彼此紧密排列。又叫：牛顿摆球、动量守恒摆球、永动球、物理撞球、碰碰球等。牛顿摆是由法国物理学家伊丹·马略特（Edme Mariotte）最早于 1676 年提出的。当摆动最右侧的球并在回摆时碰撞紧密排列的另外四个球，最左边的球将被弹出，并仅有最左边的球被弹出。当然此过程也是可逆的，当摆动最左侧的球撞击其它球时，最右侧的球会被弹出。当最右侧的两个球同时摆动并撞击其他球时，最左侧的两个球会被弹出。同理相反方向同样可行，并适用于更多的球，三个，四个，五个……。[1]

## 二、 牛顿摆原理——动量守恒定律简介

动量守恒定律和能量守恒定律以及角动量守恒定律一起成为现代物理学中的三大基本守恒定律。最初它们是牛顿定律的推论，但后来发现它们的适用范围远远广于牛顿定律，是比牛顿定律更基础的物理规律，是时空性质的反映。其中，动量守恒定律由空间平移不变性推出，能量守恒定律由时间平移不变性推出，而角动量守恒定律则由空间的旋转对称性推出。一个系统不受外力或所受外力之和为零，这个系统的总动量保持不变，这个结论叫做动量守恒定律。

1.动量守恒定律是自然界中最重要最普遍的守恒定律之一，是一个实验规律，也可用牛顿第三定律结合动量定理推导出来。

2.相互间有作用力的物体系称为系统，系统内的物体可以是两个、三个或者更多，解决问题时要根据需求和求解问题的方便程度，合理地选择系统。[2]

## 三、 动量守恒的应用

1. 火箭的发射应用了动量守恒定律，既反冲现象。
2. 定向爆破。
3. 光的康普顿效应。

（一）箭的发射应用了动量守恒定律，既反冲现象。

反冲运动：如果一个静止的物体在内力的作用下分裂成两个部分，一部分向某个方向运动，另一部分必然向相反的方向运动。这个现象叫做反冲。反冲运动中，物体受到的反冲作用通常叫做反冲力。此过程遵循动量守恒定律。

反冲现象：系统在内力作用下，当一部分向某一方向的动量发生变化时，剩余部分沿相反方向的动量发生同样大小变化的现象。火箭等都是利用反冲运动的实例.若系统由两部分组

成，且相互作用前总动量为零。一般为物体分离则有  $0 = mv + (M-m)v'$ ， $M$  是火箭箭体质量， $m$  是燃气改变量。

火箭：喷气式飞机（不属于反冲运动）和火箭的飞行应用了反冲的原理，它们都是靠喷出气流的反冲作用而获得巨大速度的。现代的喷气式飞机，靠连续不断地向后喷出气体，飞行速度能够超过  $1000\text{m/s}$ 。

质量为  $m$  的人在远离任何星体的太空中，与他旁边的飞船相对静止。由于没有力的作用，他与飞船总保持相对静止的状态。

根据动量守恒定律，火箭原来的动量为零，喷气后火箭与燃气的总动量仍然应该是零，即  $m\Delta v + \Delta mu = 0$  解出  $\Delta v = -\Delta mu/m$  (1)

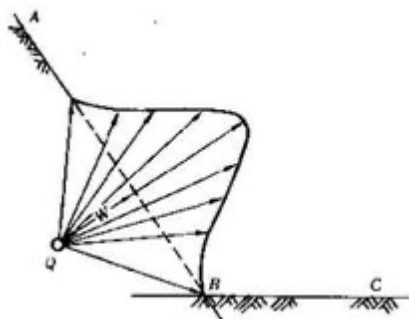
(1) 式表明，火箭喷出的燃气的速度越大、火箭喷出物质的质量与火箭本身质量之比越大，火箭获得的速度越大。现代火箭喷气的速度在  $2000 \sim 4000 \text{ m/s}$ ，近期内难以大幅度提高，因此要在减轻火箭本身质量上面下功夫。火箭起飞时的质量与火箭除燃料外的箭体质量之比叫做火箭的质量比，这个参数一般小于 10，否则火箭结构的强度就成了问题。但是，这样的火箭还是达不到发射人造地球卫星的  $7.9 \text{ km/s}$  的速度。

为了解决这个问题，苏联科学家齐奥尔科夫斯基提出了多级火箭的概念。把火箭一级一级地接在一起，第一级燃料用完之后就把箭体抛弃，减轻负担，然后第二级开始工作，这样一级一级地连起来，理论上火箭的速度可以提得很高。但是实际应用中一般不会超过四级，因为级数太多时，连接机构和控制机构的质量会增加得很多，工作的可靠性也会降低。[1]

## (二) 定向爆破。

定向爆破 (oriented blasting)：利用炸药爆炸的作用，把某一地区的土石方抛掷到指定的地区，并大致堆积成所需形状的一种爆破技术，主要用于修坝(水坝或尾矿坝)、筑路（路堤和路基）、平整土地（工业场地和农田建设）等。对于劳力缺乏，交通不便以及无施工场地的工点尤为适宜。

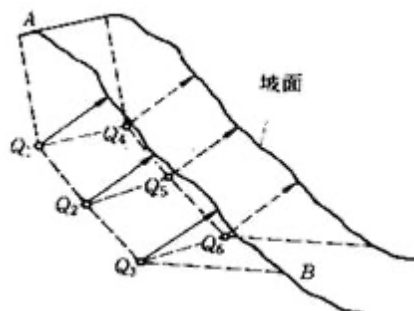
利用炸药爆炸的作用，把某一地区的土石方抛掷到指定的地区，并大致堆积成所需形状的爆破技术，主要用于修坝(水坝或尾矿坝)、筑路（路堤和路基）、平整土地（工业场地和农田建



设)等。对于劳力缺乏,交通不便以及无施工场地的工点尤为适宜。这种技术的基本原理是,弹药包爆破时,爆破漏斗中的介质大部分以接近于最小抵抗线的方向抛出(图1)。

箭头方向大致为抛掷方向 W 最小抵抗线 AB 坡面 Q 药包位置

工程实际中很少使用单药包爆破,多采用群药包爆破。同时又较多地采用等量对称的药包布置形式(图2)。



箭头所指方向为抛掷方向 Q1, Q2, … Q6

在这种情况下,可找到通过各药包中心的一个空间曲面(称为布药面)。这个面的法线方向大致就是抛掷方向。有时由于爆破区地形的限制,采用等量对称的布药形式不能满足工程对抛掷方量和抛掷距离的要求,就要适当选择和安排药包的位置和药量的分配,以控制抛方的抛速大小和方向,达到预期目的。[1]

### (三) 光的康普顿效应。

康普顿效应:

1923年,美国物理学家康普顿在研究x射线通过实物物质发生散射的实验时,发现了一个新的现象,即散射光中除了有原波长 $\lambda_0$ 的x光外,还产生了波长 $\lambda > \lambda_0$ 的x光,其波长的增量随散射角的不同而变化。这种现象称为康普顿效应(Compton Effect)。用经典电磁理论来解释康普顿效应时遇到了困难。康普顿借助于爱因斯坦的光子理论,从光子与电子碰撞的角度对此实验现象进行了圆满地解释。我国物理学家吴有训也曾对康普顿散射实验作出了杰出的贡献。

1922~1923年康普顿研究了X射线被较轻物质(石墨、石蜡等)散射后光的成分,发现散射谱线中除了有波长与原波长相同的成分外,还有波长较长的成分。这种散射现象称为康普顿散射或康普顿效应。康普顿将0.71埃的X光投射到石墨上,然后在不同的角度测量被石墨分子散射的X光强度。当 $\theta = 0$ 时,只有等于入射频率的单一频率光。当 $\theta \neq 0$ (如 $45^\circ$ 、

90°、135°) 时, 发现存在两种频率的散射光。一种频率与入射光相同, 另一种则频率比入射光低。后者随角度增加偏离增大。

康普顿效应的解释:

(1) 经典解释 (电磁波的解释)

单色电磁波作用于比波长尺寸小的带电粒子上时, 引起受迫振动, 向各方向辐射同频率的电磁波。经典理论解释频率不变的一般散射可以, 但对康普顿效应不能作出合理解释!

(2) 光子理论解释

X 射线为一些  $e=h\nu$  的光子, 与自由电子发生完全弹性碰撞, 电子获得一部分能量, 散射的光子能量减小, 频率减小, 波长变长。这过程设动量守恒与能量守恒仍成立, 则由

电子:  $P=m \cdot V$ ;  $E=mv^2/2$  (设电子开始静止, 势能忽略)

光子:  $P=h/\lambda$

其中  $(h/m \cdot C) = 2.42 \times 10^{-12}m$  称为康普顿波长。[1]

[1] 牛顿摆, 百度百科.

[2] 延安市新课程同步教学资源平台 (延安市教育局)



## 我的想法和我的计算

我的想法：牛顿摆的理论在未来中也许可以应用于船舶稳定性设计，桥梁、高楼之类承受高空气流的高大建筑之类各种可以发生摆动的实际物体。我想这些高大的建筑应该尽量克服这些摆动。

当然，动量守恒定律和动能定理作为自然界中最普遍和最基本的定律，应用应该是更加广泛的。但是我暂时对它们的应用想不到什么未来预想，还只能停留在学习的阶段。

我的计算：

假定拉起  $n$  个质量为  $m$  的金属球来碰撞静止的球。

根据动量守恒定律：

$$(1) \quad p = nmv = MV$$

根据能量守恒定律：

$$(2) \quad KE = 0.5nmv^2 = 0.5MV^2$$

联立 (1) (2) 解得

$$v = V$$

$$M = nm$$

由此可得数据与实验现象一致，即撞击速度大小与飞出速度大小相等，即可以弹出上升到相同高度，撞击总质量与弹出总质量相同，即可以弹出相同数量的球。