10.9 연습문제

- 10.20 ⑥(심화학습에 있는) 그림 10.3에서는 정규 순서로 수식을 계산했다. 진정 다른 계산 순서는 사용할 수 없는가? 적용 순서를 사용해서 계산을 시도하면 어떻게 되는가?
- 10.21 임의의 람다 수식 f에 대해 Y가 최소 고정점 결합자 λh. (λx.h(xx)) (λ x.h(xx))이고, Yf의 정규 순서 계산이 종료되면 f(Yf)와 Yf가 동일한 최소 형태로 축약됨을 증명하라.
- 10.22 ⑥(심화학습에 있는) CD 159쪽의 구조(리스트) 정의가 주어졌을 때 nil에 car나 cdr을 적용하면 어떻게 되는가? 람다 연산에 "유형 오류"의 개념을 어떻게 도 입할 수 있겠는가?
- 10.23 다음을 가정하자.

zero $\equiv \lambda_{X.X}$ $succ \equiv \lambda n. (\lambda s. (s select second) n)$

여기서 select second $\equiv \lambda_X.\lambda_y.y$ 이다. 이제 다음을 가정하자.

one \equiv succ zero two = succ one

이러한 조건 하에서 다음을 증명하라.

one select_second = zero
two select_second select_second = zero

일반적으로 다음이 성립함을 보여라.

succⁿ zero select secondⁿ = zero

이 결과를 사용해서 선조(predecessor) 함수 pred를 정의하라. zero 함수의 선조 함수에 대한 문제는 무시해도 좋다.

T와 F의 정의를 이용해서 숫자가 0인지 아닌지 확인할 수 있다는 것에 주목하자.

iszero $\equiv \lambda n. (n \text{ select_first})$

succ, pred, iszero, if를 사용해서 plus와 times를 재귀적으로 어떻게 정의할 수 있는지 보여라. 물론 이러한 정의는 베타 추상화와 Y를 이용해서 비재귀적으로 할 수도 있다.