

# COMPETENCIAS MATEMÁTICAS, MODELACIÓN, LÓGICA, CONJUNTOS Y TRIGONOMETRÍA

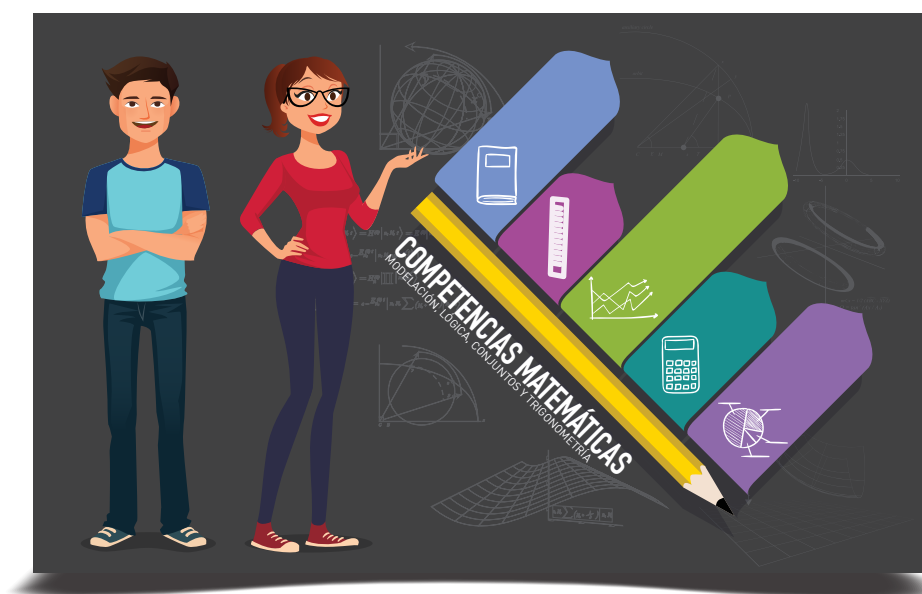
## 1. INTRODUCCIÓN.

Identificar un procedimiento para resolver un problema, infiere tácitamente de modelar y fomentar un tipo de competencia de la lógica del contexto, y del pensamiento matemático, lo que se convierte en algo habitual en el desempeño cotidiano de la solución de problemas.

Por lo antes enunciado, se hace necesario conocer la conceptualización de estos desde una mirada tecnológica de los diferentes procedimientos tradicionales de la matemática y también hacer comprensión de la lógica, de conjuntos y de trigonometría.

Para ello, estudiaremos la competencia matemática desde el enfoque de los cinco tipos de pensamientos, y haremos una mirada a la modelación y una aproximación de la lógica, también, qué es un conjunto, una función trigonométrica y números complejos.

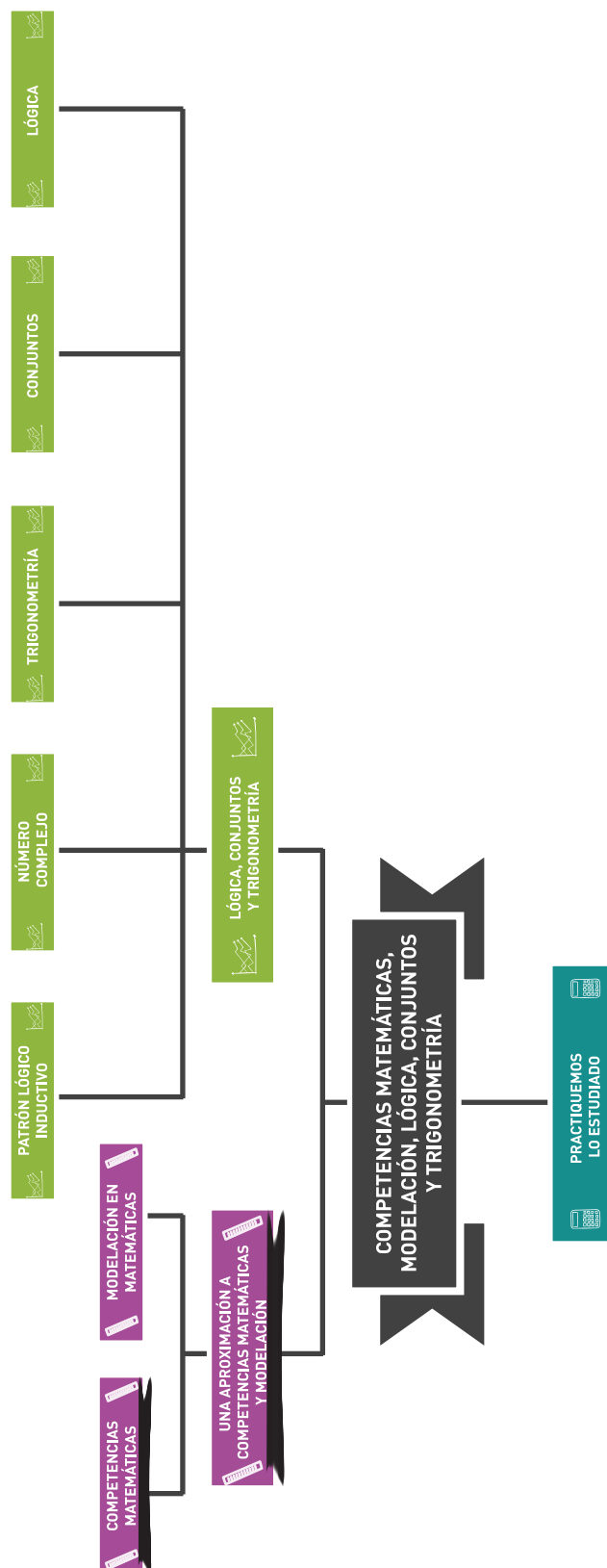
Finalmente, estudiaremos el razonamiento inductivo, y el planteamiento y solución de situaciones problema de lo tratado. que serán un aporte a su comprensión de los procesos formativos, laborales y tecnológicos.



## 2. ESTRUCTURA DE CONTENIDOS.

1. Introducción.....	1
2. Estructura de contenidos.....	2
3. Mapa conceptual.....	3
4. Desarrollo de contenidos.....	4
1. Una aproximación a competencias matemáticas y modelación.	
1.1. Competencias matemáticas.	
1.2. Modelación en matemáticas.	
2. Lógica, conjuntos y trigonometría.	
2.1. Lógica y conjuntos.	
2.2. Trigonometría y números complejos.	
3. Practiquemos lo estudiado.	
3.1. Problema de razón trigonométrica.	
3.2. Problema de ecuación trigonométrica.	
3.3. Problema de número complejo.	
3.4. Problema de patrón lógico inductivo.	
5. Actividad didáctica.....	21
6. Glosario.....	23
7. Recursos bibliográficos.....	24
8. Control de documento.....	25

### 3. MAPA CONCEPTUAL.



## 4. DESARROLLO DE CONTENIDOS.

### 1. Una aproximación a competencias matemáticas y modelación.

En los últimos diez años, los avances que se presentaron en algunos campos de la tecnología ocasionaron en la educación la necesidad de replantear el rumbo de la enseñanza y/o el aprendizaje, para que no sólo se limite a la reproducción de conocimientos, sino que tenga en cuenta el fomento de habilidades que permitan el desempeño en contextos de cambios permanentes en el mundo cotidiano.



Lo anterior, contiene la pretensión que nos anima a estudiar este apartado; una visión de competencia matemática desde la perspectiva de los cinco tipos de pensamiento que la constituyen; y su estrecho vínculo con la modelación matemática para enfrentar problemas de matemáticas básica en contexto.

#### 1.1. Competencias matemáticas.

La definición de competencia matemática se entiende hoy como la integración del pensamiento lógico y el pensamiento matemático. Del segundo deriva en cinco tipos de pensamiento que se interrelacionan entre sí, acorde a la situación y al contexto que interactúe, como el pensamiento numérico, el geométrico, el aleatorio, el variacional, y el métrico.

Lo anterior, es un enfoque que aborda la comprensión de cada uno de los tipos de pensamiento enunciados, que de forma sintética los podríamos expresar por sus características sobresalientes, así:

## PENSAMIENTO NUMÉRICO

Se caracteriza por estar ligado al número y las estructuras, por tanto, el medio que posibilita el desarrollo de este, son los sistemas numéricos con sus operaciones tales como la suma, la multiplicación, la resta y la división. Todo lo cual aborda una comprensión a fondo de lo que es el número.

## PENSAMIENTO ESPACIAL

Se caracteriza por el estudio del espacio temporal y ligado a los sistemas de representación de objetos en el espacio y sus interrelaciones por medio de la geometría.

## PENSAMIENTO MÉTRICO

Es el que se ocupa de la medición, de manejar equivalencias en los sistemas de medida, es el que juega un papel importante en los procesos de construcción y transformación de los objetos del mundo que nos rodea.

## PENSAMIENTO ALEATORIO

Se caracteriza por situaciones de incertidumbre, del azar, del riesgo o de la ambigüedad, y acude a las estructuras y sistemas matemáticos para obtener información precisa.

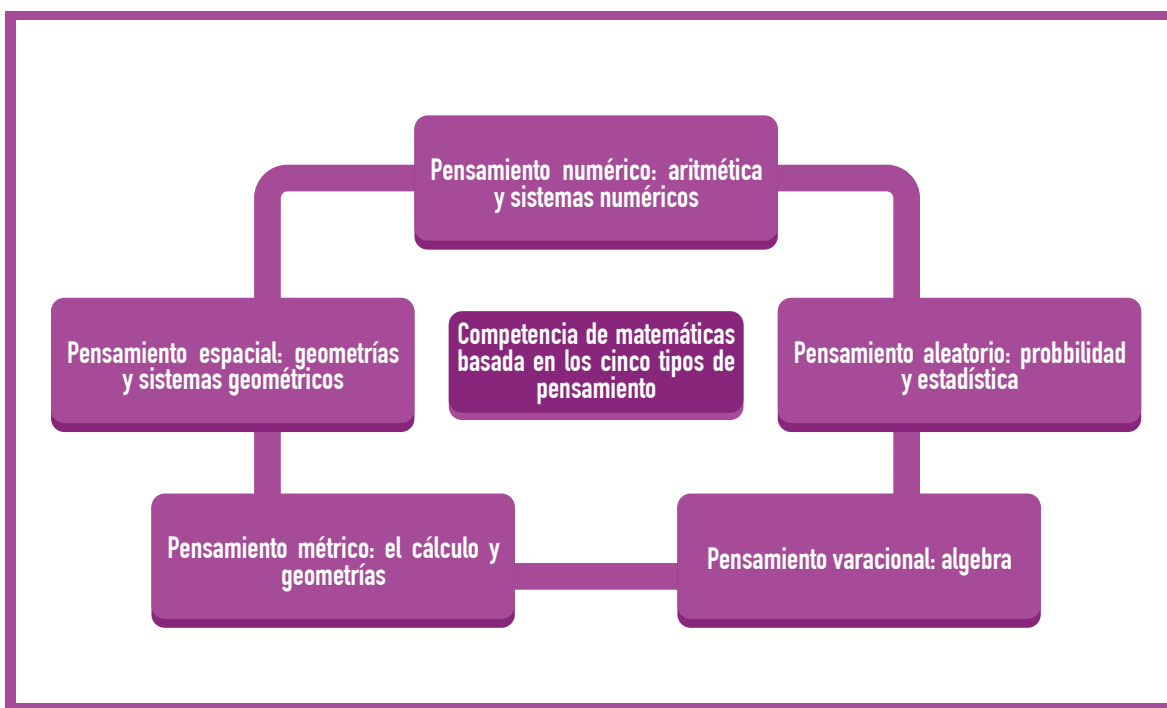
## PENSAMIENTO VARIACIONAL

Se caracteriza por la variación y el cambio; se fundamenta en la construcción y estudio de los sistemas algebraicos y analíticos. En la siguiente sesión trataremos la modelación matemática, que emerge específicamente de este tipo de pensamiento.

## 1.2. Modelación en matemáticas.

La definición de competencia matemática integra la noción de modelización matemática, la que es uno de los pilares del marco conceptual del pensamiento lógico y matemático.

En la Figura 1 se presenta un esquema de cómo el pensamiento matemático se ponen en juego en el proceso de modelar para resolver problemas en contexto, mediante uno o varios de los tipos de pensamiento.



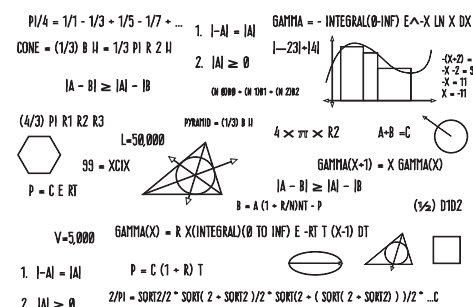
Vasco (2010) plantea que existen dos tipos de matemática que conviven, la estática y la dinámica, en la segunda describe que, “la modelación matemática es el arte de producir modelos matemáticos que simulan la dinámica de ciertos subprocesos que ocurren en la realidad”(p.10), entendemos entonces que la modelación matemática es un proceso dinámico de producción, que culmina con la concreción de un sistema o modelo constituido de un diferencial de la realidad de un contexto.

Por lo que un modelo es una construcción teórica, generalmente en forma matemática, de un sistema o de una realidad, que se elaboró para facilitar su comprensión y el estudio de su comportamiento. Finalmente, siguiendo con lo expuesto, los tipos de pensamiento de la figura 1, pueden enfocarse para entenderlo de forma dinámica o estática.

## 2. Lógica, conjuntos y trigonometría.

En este apartado estudiará bases de lógica y conjuntos, de trigonometría y números complejos, y de razonamiento inductivo. En ellos aprenderá, a operar con proposiciones, y conjuntos; planteamiento y solución de alguna situación problemática.

Al igual, emplear, razones, funciones y ecuaciones trigonométricas en la resolución de problemas relativos a cálculos de alturas, distancias, ángulos y situaciones relacionadas con conceptos básicos de números complejos. También, y hará una introducción a los patrones lógicos de manera inductiva.





### 2.1. Lógica y conjuntos.

En esta sección estudiará la base de la lógica matemática, lo cual le sirve de fundamento al razonamiento matemático. Verá, las proposiciones, cómo se conectan y el uso de tablas de verdad, en lo que definiremos las principales equivalencias lógicas. Luego, estudiará, conjuntos, estableciendo las operaciones que se aplican sobre estos.

**LÓGICA.** Una proposición es cualquier enunciado lógico al que se le pueda asignar un valor de verdad: V o falsedad: F.

Entre las proposiciones se realizan operaciones con su valores de verdad o falsedad que facilitan lograr resultados, que se inicia a continuación con la proposición p y su negación

<b>Negación.</b> Al negar la proposición p es -p y su valor se muestra enseguida.	p	-p
	V	F
	F	V

Otras operaciones que se realiza con las proposiciones  $p$ ,  $q$ , es la conjunción, la disyunción, el condicional y el bicondicional, que es muestra a continuación en cada tabla de verdad.

<b>Conjunción.</b> El resultado de las proposiciones $p$ y $q$ es verdad cuando ambas lo son. Falso en el resto. Su notación es $p \wedge q$ , y se lee, $p$ y $q$ .	$p$	$q$	$p \wedge q$
	V	V	V
	V	F	F
	F	V	F
	F	F	F

<b>Disyunción.</b> El resultado de las proposiciones $p$ o $q$ es verdad cuando al menos una de las dos es verdad, y falsa en el resto. Su notación es $p \vee q$ , y se lee, $p$ o $q$ .	$p$	$q$	$p \vee q$
	V	V	V
	V	F	V
	F	V	V
	F	F	F

<b>Condicional.</b> Es el resultado de las proposiciones $p$ entonces $q$ , es falsa sólo cuando $p$ es verdadera y $q$ es falsa. Su notación es $p \rightarrow q$ , y se lee, si $p$ entonces $q$ .	$p$	$q$	$p \rightarrow q$
	V	V	V
	V	F	F
	F	V	V
	F	F	V



**Disyunción.** El resultado de las proposiciones  $p$  o  $q$  es verdad cuando al menos una de las dos es verdad, y falsa en el resto. Su notación es  $p \vee q$ , y se lee,  $p$  o  $q$ .

$p$	$q$	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Finalmente, dos proposiciones  $p$  y  $q$  son equivalentes si les corresponde la misma tabla de verdad.

**CONJUNTOS.** Un conjunto de forma coloquial, es una colección de elementos o miembros con una característica común de pertenecer de algún modo a él. Existen unas operaciones básicas que permiten realizarse entre los conjuntos y sus elementos, dentro de uno de referencia, como las que se definen a continuación:

**Conjunto universal**, es el que se toma como referencia y consta de todos los objetos y conjuntos de estudio en un contexto dado.

**Unión**, sean  $A$  y  $B$  dos conjuntos, el conjunto  $A \cup B$  es el que tiene cada elemento que está por lo menos en uno de ellos.

**Intersección**, sean  $A$  y  $B$  dos conjuntos, conjunto  $A \cap B$  es el que tiene los elementos comunes de  $A$  y  $B$ .

**Diferencia**, sean  $A$  y  $B$  dos conjuntos, el conjunto  $A - B$  es el que tiene los elementos de  $A$  que no pertenecen a  $B$ .

**Complemento**, el conjunto  $A$ , su complemento es el conjunto  $A^c$  que contiene todos los elementos que no pertenecen a  $A$ .

**Diferencia simétrica**, sea  $A$  y  $B$  dos conjuntos, el conjunto  $A \Delta B$  es que tiene los elementos que pertenecen, o bien a  $A$ , o bien a  $B$ , pero no a ambos a la vez.

**Producto cartesiano**, el producto cartesiano de los conjuntos  $A$  y  $B$  es el conjunto  $A \times B$  de los pares ordenados  $(a, b)$  donde  $a$  pertenece a  $A$  y  $b$  pertenece a  $B$ .

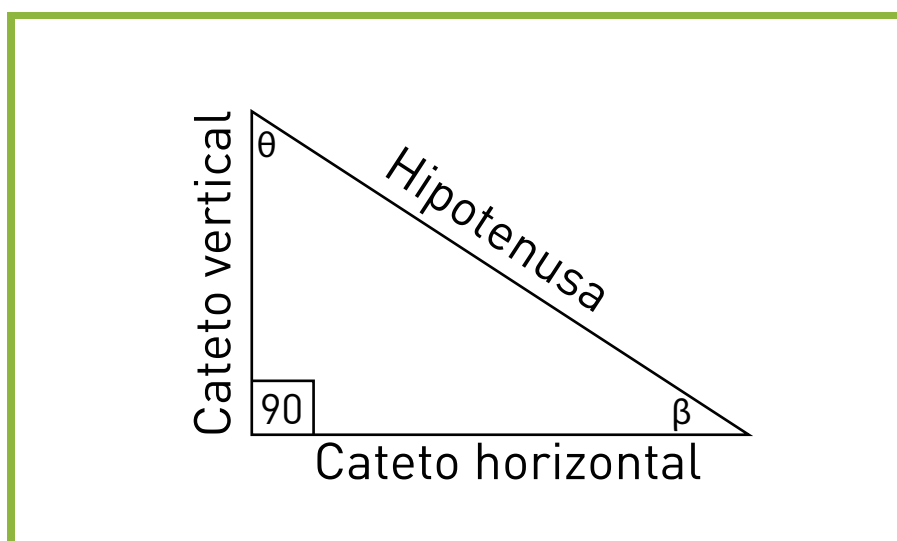
## 2.2. Trigonometría y números complejos.

En esta sección estudiará las relaciones entre los lados y los ángulos de un triángulo rectángulo, y su relación con número complejo.

Lo anterior, le servirá de forma objetiva en la aplicación de razones, funciones y ecuaciones trigonométricas en la resolución de problemas relativos a cálculos de alturas, distancias y ángulos.

También, lo podrá poner en juego con números complejos en la resolución de problemas matemáticos, teniendo en cuenta los aspectos relacionados con la trigonometría y contextualizados en la especialidad.

**Triángulo rectángulo**, es una figura geométrica de tres lados, con un ángulo interno de 90 grados o recto y dos agudos ( $\theta$  y  $\beta$ ), el lado más largo se denomina hipotenusa y el resto catetos.



En el anterior triángulo, se establecen relaciones que facilitan la determinación de las principales razones trigonométricas considerando que la longitud de la hipotenusa es  $c$ , la del cateto horizontal es  $a$  y la del vertical es  $b$ , las que a continuación se explicitan:

$$\sin \theta = \frac{\text{Cateto horizontal}}{\text{Hipotenusa}} = \frac{b}{c}$$

$$\csc \theta = \frac{\text{Hipotenusa}}{\text{Cateto horizontal}} = \frac{c}{b}$$

$$\cos \theta = \frac{\text{Cateto vertical}}{\text{Hipotenusa}} = \frac{a}{c}$$

$$\sec \theta = \frac{\text{Hipotenusa}}{\text{Cateto vertical}} = \frac{c}{a}$$

$$\tan \theta = \frac{\text{Cateto horizontal}}{\text{Cateto vertical}} = \frac{b}{a}$$

$$\cot \theta = \frac{\text{Cateto vertical}}{\text{Cateto horizontal}} = \frac{a}{b}$$

**Número complejo**, viene dado por un par de números reales, que se representan como la suma de un número real y un número imaginario (representado con  $i$  que equivale  $\sqrt{-1}$ ).

Las principales operaciones que se realizan con números son la suma, la resta, la multiplicación y la división, las que se indican enseguida.

## LA SUMA

La suma de números complejos se realiza sumando las partes reales y las partes imaginarias entre sí, como se muestra a continuación:

$$(a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i$$

## LA RESTA

La resta de números complejos se realiza restando las partes reales y las partes imaginarias entre sí, como se muestra a continuación:

$$(a + bi) - (c + di) = (a - c) + (b - d)i$$

## LA MULTIPLICACIÓN

La multiplicación los números complejos se realiza aplicando la propiedad distributiva del producto respecto de la suma y teniendo en cuenta que  $i^2 = -1$ .

$$(a + bi) \cdot (c + di) = (ac - bd) + (ad + bc)i$$

## LA DIVISIÓN

La división de números complejos se realiza multiplicando numerador y denominador por el conjugado de este, como se explica enseguida:

$$\frac{a+bi}{c+di} = \frac{(a+bi)(c-di)}{(c+di)(c-di)} = \frac{(ac+bd)(bc-ad)}{c^2+d^2} = \frac{ac+bd}{c^2+d^2} + \frac{bc+ad}{c^2+d^2}$$

### 2.3. Patrón lógico inductivo.

En esta sección estudiará patrón lógico inductivo para que pueda enfrentarse a un problema, conjeturar y reconociendo conceptos involucrados para proponer posibles soluciones, argumentando sus propuestas con fundamentos. A continuación, encontrará una aproximación conceptual de este tema.

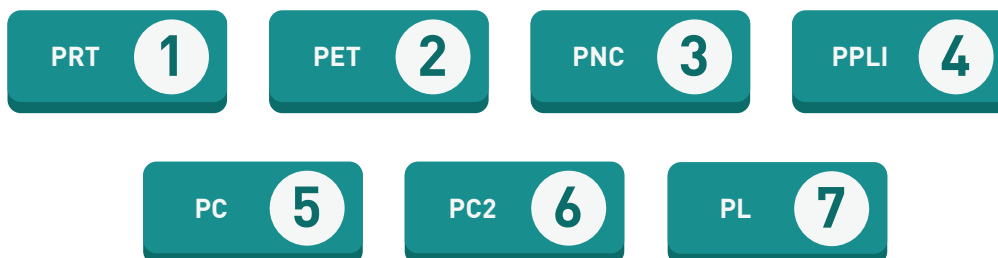
Una definición sintética de lo que entendemos por razonamiento inductivo, es un proceso que lleva a obtener una conclusión general a partir de premisas específicas o particulares, es decir, es el proceso de observar datos, reconocer un patrón, y hacer conjeturas o generalizaciones basándose en éste.

### 3. Practiquemos lo estudiado.

En este apartado encontrará el planteamiento y solución de situaciones problemas sobre lo que estudio en los apartados uno y dos para que ponga en juego lo aprendido.

Es preciso, estudiar otras fuentes y ejemplos que traten el mismo contenido para que tenga una visión amplia y fundamente mejor su conocimiento matemático y así fortalezca su proceso de preparación en la presentación de la prueba de razonamiento cuantitativo.

Le invito a que observe y revise cómo se resuelven situaciones problema sobre razones, funciones y ecuaciones trigonométricas en cálculos de alturas, distancias y ángulos. Los números complejos teniendo en cuenta aspectos relacionados con la trigonometría, y de patrón lógico inductiva, de conjuntos y lógica.



1

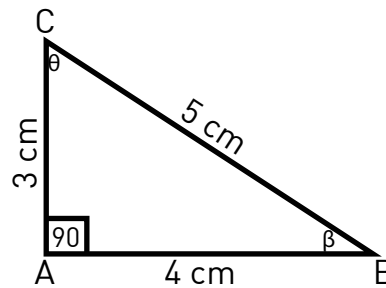
## PROBLEMA DE RAZÓN TRIGONOMÉTRICA

Hallar las razones trigonométricas del ángulo  $\theta$  en el siguiente triángulo:

TRIÁNGULO RECTÁNGULO



## PROBLEMA DE RAZÓN TRIGONOMÉTRICA



PROCESO DE SOLUCIÓN



PROCESO DE SOLUCIÓN



Para encontrar las razones trigonométricas aplicamos lo visto en la sección en trigonometría y número complejo, lo hacemos, así:

$$\sin \theta = \frac{\text{Cateto horizontal}}{\text{Hipotenusa}} = \frac{4}{5}$$

$$\csc \theta = \frac{\text{Hipotenusa}}{\text{Cateto horizontal}} = \frac{5}{4}$$

$$\cos \theta = \frac{\text{Cateto vertical}}{\text{Hipotenusa}} = \frac{3}{5}$$

$$\sec \theta = \frac{\text{Hipotenusa}}{\text{Cateto vertical}} = \frac{5}{3}$$

$$\tan \theta = \frac{\text{Cateto horizontal}}{\text{Cateto vertical}} = \frac{4}{3}$$

$$\cot \theta = \frac{\text{Cateto vertical}}{\text{Cateto horizontal}} = \frac{3}{4}$$

## 2

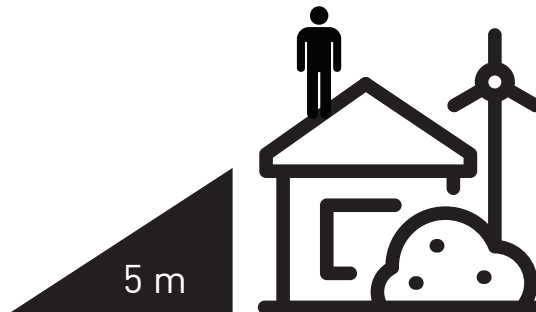
## PROBLEMA DE ECUACIÓN TRIGONOMÉTRICA

Carlos sube por una rampa de 5 m hasta el tejado de su casa. Estando ahí, mide la visual entre su casa y la rampa, resultando ser de  $60^\circ$ . Calcula la altura de la casa y el ángulo que hay entre la rampa y el suelo.

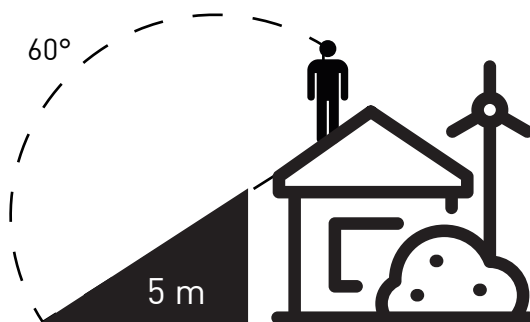
ILUSTRACIÓN



Carlos sube por una rampa de 5 m hasta el tejado de su casa.



Estando ahí, mide la visual entre su casa y la rampa, resultando ser de  $60^\circ$



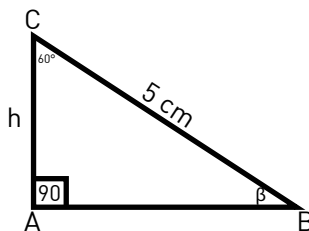
Calcula la altura de la casa y el ángulo que hay entre la rampa y el suelo.

PROCESO DE  
SOLUCIÓN



## PROCESO DE SOLUCIÓN

Para hallar la altura y el ángulo a la distancia dada aplicamos lo visto en la sección en trigonometría y número complejo, primero representamos los datos, así:



## PROCESO DE SOLUCIÓN

Nombramos a la altura de la casa y  $\beta$  al ángulo que hay entre la rampa y el suelo. Tomamos que los ángulos internos de todo triángulo es 1800 . com lo que obtenemos la siguiente ecuación,  $90^\circ + 60^\circ + \beta = 180^\circ \rightarrow \beta = 30^\circ$  Calculamos la altura, así,  $\cos(60^\circ) = h/5$  despejando  $h$  de la ecuación y obtenemos que la altura de la casa de Carlos es 2.5 m.

3

## PROBLEMA DE NÚMERO COMPLEJO

Expresar en la forma trigonométrica el número complejo,  
 $z = \sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{2}i$

PROCESO DE  
SOLUCIÓN



### PROCESO DE SOLUCIÓN

La expresión trigonométrica de un número complejo está dado por la fórmula siguiente:  $z = |z|(\cos \theta + i \sin \theta)$  por tanto se requiere hallar el módulo y el argumento.

El primero es:  $|z| = \sqrt{(\sqrt[3]{2})^2 + (-\sqrt[3]{2})^2} = 2$

El segundo, se encuentra primero con:  $\tan \beta = \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}} = 1$ , es  
 decir,  $\beta = \text{Arctang}(1) = \frac{\pi}{4}$ . Donde  $\theta = 2\pi - \frac{\pi}{4} - \frac{7\pi}{4}$ ,  $0 - \frac{\pi}{4}$

### PROCESO DE SOLUCIÓN

Para expresar el número en forma trigonométrica sustituimos los valores que hemos obtenido, así:

a.  $\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{2}i = |z| \left( \cos \left[ -\frac{\pi}{4} \right] + i \sin \left[ -\frac{\pi}{4} \right] \right)$  o

b.  $\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{2}i = |z| \left( \cos \left[ \frac{7\pi}{4} \right] + i \sin \left[ \frac{7\pi}{4} \right] \right)$



4

## PROBLEMA DE PATRÓN LÓGICO INDUCTIVO

Hallar una expresión general de los términos que se dan en el siguiente orden  $\frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \dots$ . Luego, encontrar el término 100.

PROCESO DE  
SOLUCIÓN



## PROCESO DE SOLUCIÓN

Se buscan similitudes y diferencias entre los términos, y observamos lo siguiente:

- Todos los numeradores es 1.
- Todos los términos de los denominadores son impares.
- Cada denominador es mayor que el anterior.

Al Generalizar las observaciones, se asume que cada término del denominador va a ser mayor por 2 que el término denominador anterior y continúan siendo impares.

## PROCESO DE SOLUCIÓN

Se escribe la conjetura. Como el problema pide el hallar una expresión general o enésimo término, queremos una expresión algebraica que conecte la posición de cada término en la secuencia con el valor del término. Luego tenemos los siguientes denominadores son 3, 5, 7 y 9. Ahora veamos

- El primer término es 3.
- El segundo término es 5.
- El tercer término es 7.

## PROCESO DE SOLUCIÓN

Se observa que el valor del siguiente término se suma 2. Se intentamos a multiplicar por 2 cada término obtenemos:

- a. El primer término  $1 \times 2 = 2$
- b. El segundo término  $2 \times 2 = 4$
- c. El tercer término  $3 \times 2 = 6$
- d. El cuarto término  $4 \times 2 = 8$

## PROCESO DE SOLUCIÓN

Al observar cada uno de los cuatro, son menor en 1. Por lo anterior, se puede expresar de forma general así:  $S_n = \frac{1}{2n+1}$

Finalmente, hallamos lo que se pide el enseguida, el centésimo término, el cual es  $S_n = \frac{1}{201}$

# 5

## PROBLEMA DE CONJUNTO

¿Cuántos elementos hay en el conjunto {plato, vaso, taza}?

ILUSTRACIÓN



## PROBLEMA DE CONJUNTO



PROCESO DE  
SOLUCIÓN



## PROCESO DE SOLUCIÓN

Hay tres elementos, que tienen en común ser elemento de cocina.

# 6

## PROBLEMA DE CONJUNTO 2

Sean los conjuntos A y B como se explicita cada uno,  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ;  $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ . Hallar  $A \cup B$  y  $A \cap B$

PROCESO DE  
SOLUCIÓN



## PROCESO DE SOLUCIÓN

De acuerdo a lo estudiado en sección conjuntos, la unión de dos conjuntos es el resultado de los que están en A y en B por tanto  $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10\}$ , y la intersección son los que se encuentran en A y en B por lo que  $A \cap B = \{2, 4, 6\}$ .

**7**

## PROBLEMA DE LÓGICA

En la proposición, 7 es un número impar y es un entero positivo. Determine las promociones p y q.

**PROCESO DE  
SOLUCIÓN**

## PROCESO DE SOLUCIÓN

Al observar encontramos que la proposición está dada por: p = 7 es un número impar y q = es entero positivo.

## 5. ACTIVIDAD DIDÁCTICA

Sea  $p$  el perímetro de un triángulo equilátero. Encuentre la fórmula de la función del área:  $A$ , en términos de  $p$ . ¿Cuál es la variable independiente de este modelo?

### PERSPECTIVA DE SOLUCIÓN



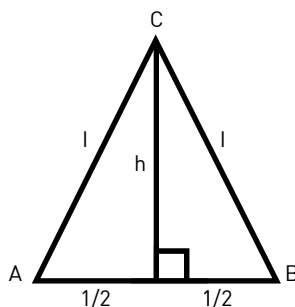
### PERSPECTIVA DE SOLUCIÓN

Un triángulo equilátero tiene sus lados iguales y los ángulos internos también. Ahora, apliquemos el teorema de Pitágoras y despejamos la altura, como se muestra a continuación:

TRIÁNGULO RECTÁNGULO



### PERSPECTIVA DE SOLUCIÓN



$$h^2 = l^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$h = \sqrt{\frac{3}{4}l^2} = \frac{1}{2}\sqrt{3}l$$

### PERSPECTIVA DE SOLUCIÓN

Perímetro es la suma de los lados por tanto.  $p = 3l$ , despejando  $l$  tenemos  $l = p/3$ .

El área de triángulo es el producto de la base por la altura dividido dos por lo que tenemos,  $A = l \times h/2$ , sustituyendo la  $h$  tenemos  $A = l \left( \frac{1}{2}\sqrt{3}l \right) = \frac{l^2 \sqrt{3}}{4}$

## PERSPECTIVA DE SOLUCIÓN

Sustituyendo  $l$  por su valor obtenemos,  $A = \left[\left(\frac{p}{3}\right)^2\right] \frac{\sqrt{3}}{4}$ . Por tanto, la expresión general o función del área en términos de  $p$  es,  $A(p) = \frac{p^2}{36} \sqrt{3}$ , y la variable independiente es el perímetro.

## 6. GLOSARIO

**Ángulo:** figura geométrica formada por dos rectas o dos planos que se cortan respectivamente en una superficie o en el espacio.

**Competencia:** pericia, aptitud o idoneidad para hacer algo o intervenir en un asunto determinado.

**Ecuación:** igualdad que contiene una o más incógnitas.

**Función:** relación entre dos conjuntos que asigna a cada elemento del primero un elemento del segundo o ninguno.

**Habilidad:** cada una de las cosas que una persona ejecuta con gracia y destreza.

**Inductivo:** extraer, a partir de determinadas observaciones o experiencias particulares, el principio general implícito en ellas.

**Interpretar:** explicar o declarar el sentido de algo, y principalmente el de un texto.

**Matemática:** ciencia deductiva que estudia las propiedades de los entes abstractos, como números, figuras geométricas o símbolos, y sus relaciones.

**Modelo:** esquema teórico, generalmente en forma matemática, de un sistema o de una realidad compleja, como la evolución económica de un país, que se elabora para facilitar su comprensión y el estudio de su comportamiento.

**Patrón:** modelo que sirve de muestra para sacar otra cosa igual.

**Proposición:** enunciación de una verdad demostrada o que se trata de demostrar.

**Razón:** cociente de dos números o, en general, de dos cantidades comparables entre sí.

**Tecnología:** Conjunto de teorías y de técnicas que permiten el aprovechamiento práctico del conocimiento científico.

**Trigonometría:** estudio de las relaciones numéricas entre los elementos que forman los triángulos planos y esféricos.

## 7. RECURSOS BIBLIOGRÁFICOS

VASCO U., Carlos E. El pensamiento variacional y la modelación matemática. Colombia 2010. [http://pibid.mat.ufrgs.br/2009-2010/arquivos\\_publicacoes1/indicacoes\\_01/pensamento\\_variacional\\_VASCO.pdf](http://pibid.mat.ufrgs.br/2009-2010/arquivos_publicacoes1/indicacoes_01/pensamento_variacional_VASCO.pdf) [Consulta: 08 de marzo de 2016]

Números Complejos y Trigonometría [http://quiz.uprm.edu/tutorials\\_master/complx\\_trig/cmplxtrig\\_right.xhtml](http://quiz.uprm.edu/tutorials_master/complx_trig/cmplxtrig_right.xhtml) (Consultado el 27 de febrero de 2016)

Números complejos en forma trigonométrica: producto y cociente <http://www.sangakoo.com/es/temas/numeros-complejos-en-forma-trigonometrica-producto-y-cociente> (Consultado el 27 de febrero de 2016)

Teoría de conjuntos [https://es.wikipedia.org/wiki/Teor%C3%ADa\\_de\\_conjuntos](https://es.wikipedia.org/wiki/Teor%C3%ADa_de_conjuntos) (Consultado el 27 de febrero de 2016)

Razonamiento Inductivo. [http://www.montereyinstitute.org/courses/Algebra1/COURSE\\_TEXT\\_RESOURCE/U12\\_L1\\_T3\\_text\\_final\\_es.html](http://www.montereyinstitute.org/courses/Algebra1/COURSE_TEXT_RESOURCE/U12_L1_T3_text_final_es.html) (Consultado el 26 de febrero de 2016)

Razonamiento inductivo [http://math.kendallhunt.com/documents/dg3/condensedlessonplansspanish/dg\\_clps\\_02.pdf](http://math.kendallhunt.com/documents/dg3/condensedlessonplansspanish/dg_clps_02.pdf) (Consultado el 26 de febrero de 2016)

Matemática I. [http://sig3.inacap.cl/aapedescriptor/showasig\\_moodle.aspx?idasig=MATB02](http://sig3.inacap.cl/aapedescriptor/showasig_moodle.aspx?idasig=MATB02) (Consultado el 26 de febrero de 2016)



## 8. CONTROL DE DOCUMENTO

<b>OBJETO DE APRENDIZAJE</b>	Competencias matemáticas, modelación, lógica, conjuntos y trigonometría.
<b>Desarrollador de contenido Experto temático</b>	Hugo García Calderón
<b>Asesor Pedagógico</b>	Rafael Neftalí Lizcano Reyes Claudia Milena Hernandez Naranjo
<b>Productor Multimedia</b>	Antonio Vecino Valero Victor Hugo Tabares Carreño
<b>Programadores</b>	Daniel Martínez Díaz
<b>Líder Expertos Temáticos</b>	Hugo García Calderón
<b>Líder Línea de Producción</b>	Santiago Lozada Garces

### Atribución, no comercial, compartir igual

Este material puede ser distribuido, copiado y exhibido por terceros si se muestra en los créditos. No se puede obtener ningún beneficio comercial y las obras derivadas tienen que estar bajo los mismos términos de licencia que el trabajo original.



**Creative Commons**