

Теория графов. Вторая презентация

Ермолович Анна, Шмаков Александр, Зайцев Дмитрий



Введение

- Анализируем алгоритм **Борувки** для поиска минимального остовного дерева.
- Реализован на **SuiteSparse:GraphBLAS**.
- В экспериментах нет прямого сравнения между библиотеками, вместо этого анализируется поведение каждой отдельной библиотеки на графах с особыми свойствами.

Характеристики вычислительной машины

- **Процессор:** AMD Ryzen 7 5800H (8 ядер, 16 потоков)
 - L1-кэш: 64 КВ (на ядро)
 - L2-кэш: 512 КВ (на ядро)
 - L3-кэш: 16 МВ (общий)
- **RAM:** 32 GB
- **GPU:** RTX 3070 (8 GB видеопамяти)
- **Операционная система:** Ubuntu 24.04.2
- **Компилятор:** gcc version 13.3.0
- **SuiteSparse/GraphBLAS:** v10.0.5

Dataset DIMACS 9th

Description	Nodes	Edges
Great Lakes	2,758,119	3,397,404
California and Nevada	1,890,815	2,315,222
Northeast USA	1,524,453	1,934,010
Northwest USA	1,207,945	1,410,387
Florida	1,070,376	1,343,951
Colorado	435,666	521,200
San Francisco Bay Area	321,270	397,415
New York City	264,346	365,050

Эксперимент 1

Цель: Найти зависимость между плотностью графа (где удалено N-е количество ребер) и скоростью работы алгоритма на выбранной библиотеке.

Ход эксперимента:

1. Берём граф из датасета.
2. Начинаем *менять количество рёбер* в нём так, чтобы можно было построить график зависимости производительности библиотеки от плотности графа (1%, 3%, 5%, 7%, 10%, 13% и 15% от исходного числа рёбер).
3. Сохраняем эти графы в том же формате, в котором были исходные графы и используем для тестов.
4. Проверяем, будет ли сохраняться эта зависимость на всех графах из датасета.

Как меняем графы:

- Не трогаем мосты
- В приоритете менее значимые ребра (по весу и центральности)
- Для каждого получившегося графа выполняем дополнительную проверку на корректность

Эксперимент 1

Гипотеза: Нет однозначной связи между плотностью графов, полученных описанным выше методом и скоростью их обработки на SuiteSparse:GraphBLAS в предложенном датасете.

Получение результатов:

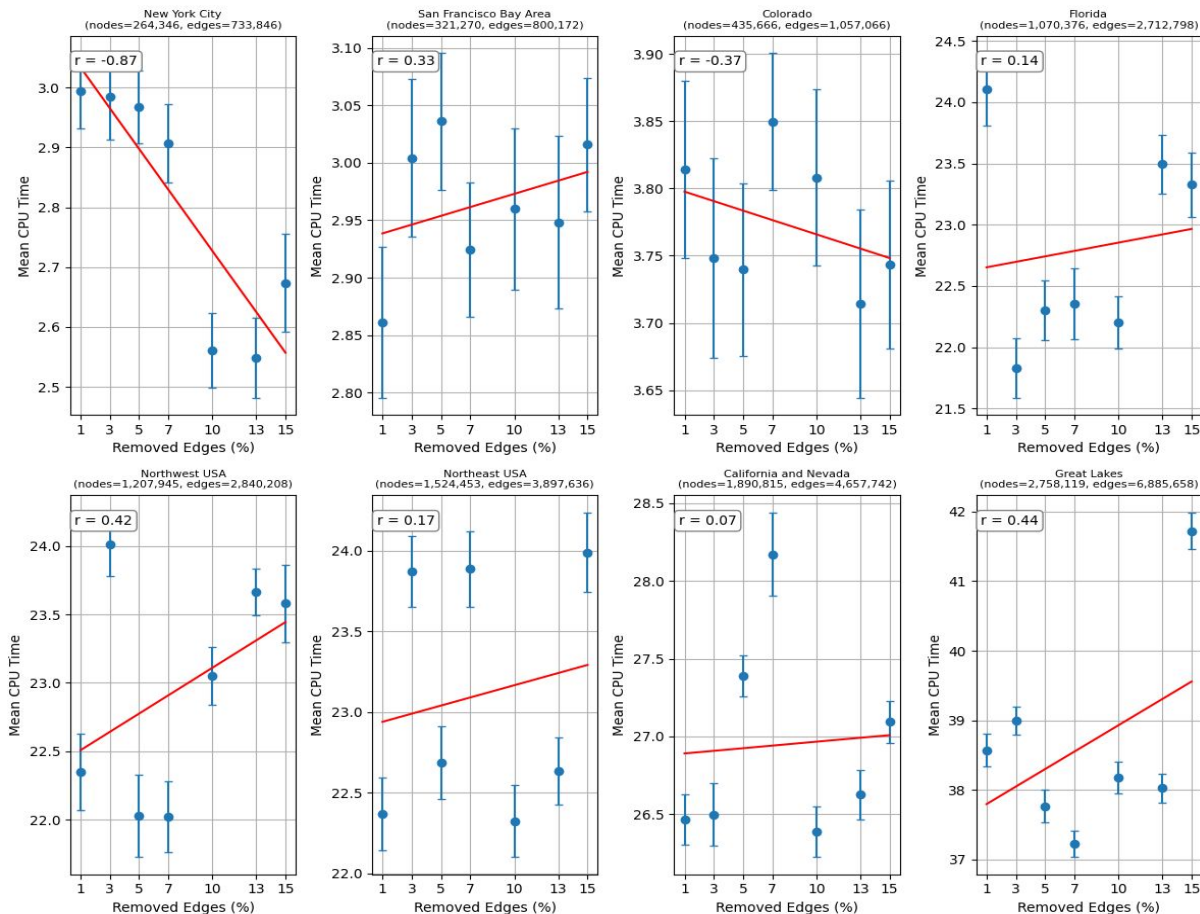
- Выполняем 100 запусков алгоритма на каждом из графов в обновлённом датасете.
- Находим среднее, стандартное отклонение и доверительные интервалы.
- Эти данные используем для проверки гипотезы.

Проверка гипотезы:

1. Для каждой группы графов ищем коэффициент корреляции (*коэффициент корреляции Пирсона*).
2. Для анализа используем α (уровень значимости) = 0.05.
3. Делаем поправку на множественную проверку гипотез.

Эксперимент 1 (результаты)

Experiment #1



- На каждой картинке свой масштаб

Эксперимент 1 (анализ результатов)

#	Graph Name	R-value	P-value	Corrected p	Reject H0
1	New York City	-0.870036	0.010891	0.087131	False
2	San Francisco Bay Area	0.328190	0.472361	≈ 1.00000	False
3	Colorado	-0.367785	0.416986	≈ 1.00000	False
4	Florida	0.138641	0.766892	≈ 1.00000	False
5	Northwest USA	0.418716	0.349803	≈ 1.00000	False
6	Northeast USA	0.170363	0.714961	≈ 1.00000	False
7	California and Nevada	0.066544	0.887281	≈ 1.00000	False
8	Great Lakes	0.443524	0.318868	≈ 1.00000	False

Результат: Найти связь между плотностью графа и скоростью его обработки на SuiteSparse:GraphBLAS в данном датасете не получилось.

Эксперимент 2

Цель: Проанализировать производительность библиотеки на графах с одинаковой топологией, но разным распределением весов.

Ход эксперимента:

1. Берём из датасета пару: одинаковые по топологии графы с разным распределением весов.
2. Дополнительно расширяем датасет новыми графами (shuffled, random), чтобы сделать сравнение более содержательным.
3. Запускаем алгоритм и смотрим, будет ли различие в производительности (за вычетом погрешности) между всеми парами в расширенном датасете.

Эксперимент 2

Гипотеза: Нет никакой статистически значимой разницы в производительности SuiteSparse:GraphBLAS на графах с различным распределением весов, но полностью одинаковой топологией.

Получение результатов:

- Выполняем 100 запусков алгоритма на каждом из графов в обновлённом датасете.
- Находим среднее, стандартное отклонение и доверительные интервалы.
- Эти данные используем для проверки гипотезы.

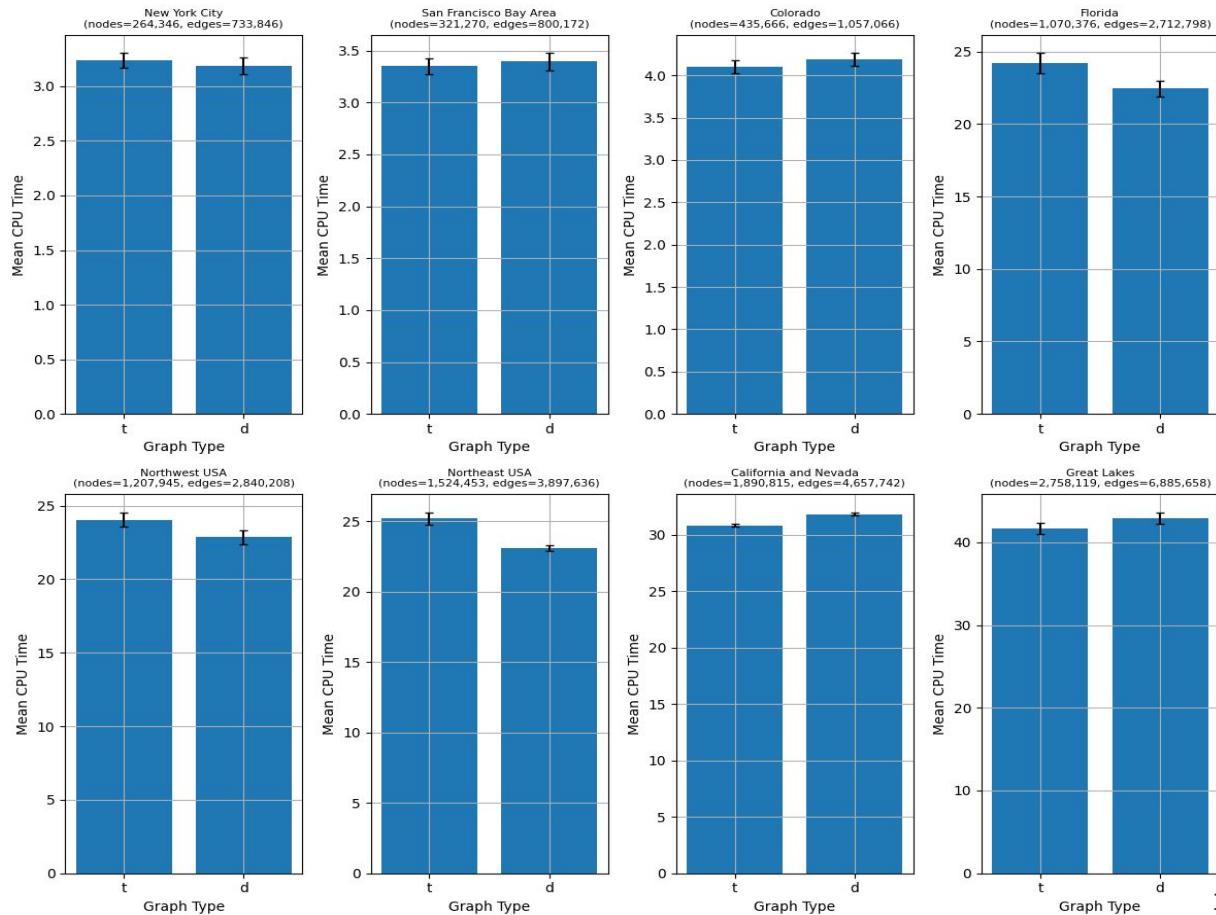
Проверка гипотезы:

1. Применяем paired T-test для каждой полученной пары, чтобы понять, равна ли средняя разница между парами измерений нулю или нет.
2. Для анализа используем α (уровень значимости) = 0.05.
3. Делаем поправку на множественную проверку гипотез.

Эксперимент 2 (результаты)

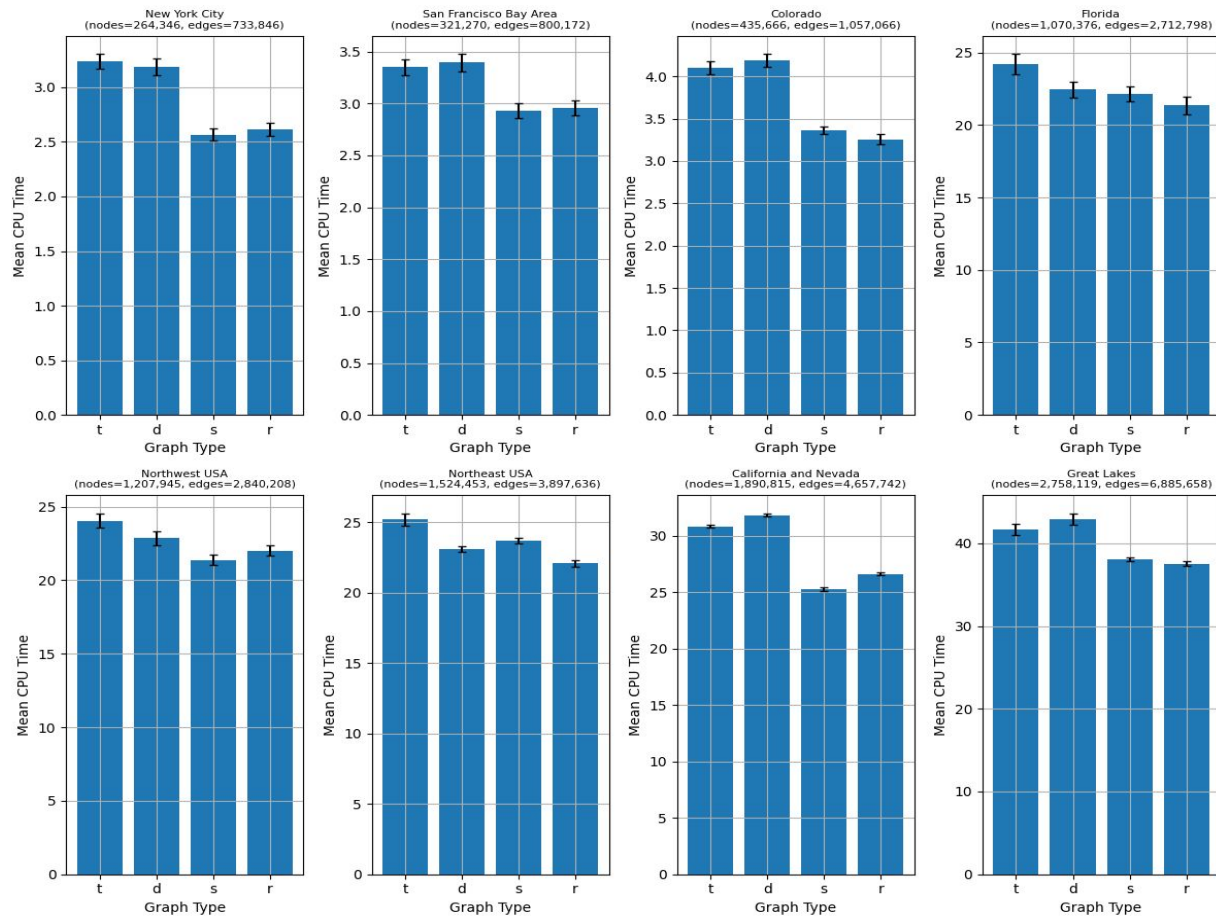
- Сравнение графов из
исходного датасета

Experiment #2



Эксперимент 2 (результаты)

Experiment #2



- Сравнение графов из расширенного датасета

Эксперимент 2 (анализ результатов)

Experiment Name	T-statistic	P-value	Reject H0	Reject H0 (corrected)
Distance vs Time	0.78381	0.45885	✗ False	✗ False
Distance vs Shuffled	2.03601	0.08119	● False	✗ False
Distance vs Random	2.62394	0.03421	✓ True	● False
Time vs Random	4.17806	0.00415	✓ True	✓ True
Time vs Shuffled	3.45361	0.01064	✓ True	● False
Shuffled vs Random	0.37063	0.72187	✗ False	✗ False

Результат: Опровергнуть гипотезу в “общем” случае не получилось, однако можно сделать предположение, что графы с более “правдоподобным” распределением обрабатываются в среднем дольше, чем с синтетическим, равномерным.