

מטלה 2 – לוגיקה למדמ"ח.

סימונים:

- כרגיל, נסמן $A \sim B$ עבור: A שקול סמנטית ל B .
- לעיתים נאמר נוסחה ולעיתים נאמר פסוק. כזכור **בתחשיב הפסוקים** אין הבדל בין נוסחה לפסוק.
- $\varphi, \psi, \theta, \alpha, \beta, \phi$ תמיד יסמנו פסוק, אז לא נציין זאת בשאלות.
- נסמן $Var(\varphi)$ את קבוצת המשתנים המופיעים ב φ .
- Γ תמיד קבוצת פסוקים

1. הוכיחו/הפריכו: קיים G קשר דו מקומי כך שסך כל ההופעות של t בלוח האמת של G הוא זוגי כך ש $\{ \neg, G \}$ שלמה פונקציונלית. מבנה לוח אמת של קשר תלת-מקומי:

p	q	G(p,q)
t	t	..
t	f	..
f	t	..
f	f	..

2. יהיה φ כך ש- $Var(\varphi) = \{p_{k_1}, \dots, p_{k_n}\}$, ותהיה $\{\theta_1, \dots, \theta_n\}$ קבוצה של טאוטלוגיות. נסמן את הסביבה שנותנת אמת לכל משתנה ב- ρ_T . ותהיה ρ סביבה כלשהי.

א. הוכיחו: $[\varphi]_{\rho_T} = [\psi]_{\rho}$ כאשר ψ הוא $\varphi\{\frac{\theta_1}{p_{k_1}}, \dots, \frac{\theta_n}{p_{k_n}}\}$.

ב. הסיקו ש ψ טאוטלוגיה או סתירה.

3. הוכיחו/הפריכו: אם $A \models C$ וגם $Var(A) \cap Var(C) = \{p_0\}$ אז יש B כך ש $A \models B$ וגם $B \rightarrow C$ טאוטלוגיה וגם $Var(B) = \{p_0\}$.

4. תכננו אלגוריתם שמקבל כקלט לוח איקס עיגול עם סימני X ו O בחלק מהמשבצות (בכל משבצת מופיע לכל היותר סימן אחד) ומחזיר האם המשחק הזה הוא תוצאה של מהלך משחק שבו **X התחיל ועיגול ניצח**. דוגמא **לא טובה** ללוח כזה (האלגוריתם יחזיר "לא") היא

x	x	0
	0	0
0		x

פתרו את התרגיל ברוח התרגיל שראינו בכיתה על לוח הסודוקו.

5. הוכיחו/הפריכו בכל אחד מהבאים:

- אם $A \vee B \models A \rightarrow B$ והפסוק $A \rightarrow B$ ספיק, אז B ספיק.
- אם $\neg(A \wedge B) \models \neg A$ וגם $\neg B$, ספיקות אז $Var(A) \cap Var(B) \neq \emptyset$.
- אם ב A אין פסוק אטומי עם יותר מהופעה אחת אז $A \models \neg A$.
- יש קבוצה אינסופית Γ שלכל $A \in \Gamma$: $Var(A) = \{p_0, p_1, p_2\}$ ואין בה פסוקים שונים שהם שקולים סמנטית.

ה. אם $\Gamma \cup \{\theta\} \models \varphi$ וגם $\Gamma \cup \{\theta\} \models \neg\varphi$ אז $\Gamma \models \neg\theta$.