ФПИ4 Андреев А.Д. 1197-245 12 мая 2020

№1943 $y = 1 + y^x$; $\cancel{F'_x = 0 +}$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{F'_x}{F'_y} = \left[\begin{aligned} F'_x &= [y^x]' = y^x \cdot \ln y \\ F'_y &= (x) \cdot y^{x-1} \end{aligned}\right] = -\frac{y^x \cdot \ln y}{x \cdot y^{x-1}} =$$

$$= -\frac{y \cdot \ln y}{x} \cancel{= -y \cdot \ln y}$$

№1947 $1 + xy - \ln(e^{xy} + e^{-xy}) = 0$

$$\frac{dy}{dx} = \left[-\frac{F'_x}{F'_y}\right] = \left\{ F'_x = 0 + y - \frac{1}{(e^{xy} + e^{-xy})} \cdot (\cancel{\ }(e^y) \cdot \ln e^y + \right.$$

$$+ (e^{-y}) \cdot \ln(e^{-y})) = y - \frac{e^y \cdot y + e^{-y} \cdot (-y)}{e^{xy} + e^{-xy}}$$

$$\left. F'_y = x - \frac{e^x \cdot x + e^{-x} \cdot (-x)}{e^{xy} + e^{-xy}} \right\} =$$

$$= -\frac{y - \dfrac{e^y \cdot y + e^{-y}(-y)}{e^{xy} + e^{-xy}}}{x - \dfrac{e^x \cdot x + e^{-x}(-x)}{e^{xy} + e^{-xy}}}.$$

№1949. $x \cdot \cos y + y \cdot \cos z + z \cdot \cos x = 1.$

$x \cdot \cos y + y \cdot \cos z + z \cdot \cos x - 1 = 0.$

$$\frac{dz}{dx} = \left[-\frac{F'_x}{F'_z}\right] = -\frac{\cancel{\sin y +} \cos y - z \cdot \sin x}{-y \cdot \sin z + \cos x}$$

$$\frac{dz}{dy} = \left[-\frac{F'_y}{F'_z}\right] = -\frac{\cancel{\ } - x \cdot \sin y + \cos z}{-y \cdot \sin z + \cos x}$$

№1956.

$\ln z = x + y + z - 1$

$dz - ?$

$d^2 z - ?$

$\ln z - x - y - z + 1 = 0$

$$\frac{dz}{dx} = -\frac{F'_x}{F'_z} = -\frac{-1}{\frac{1}{z} - 1} = +\frac{z}{1-z}$$

$$\frac{dz}{dy} = -\frac{F'_y}{F'_z} = -\frac{-1}{\frac{1}{z} - 1} = +\frac{z}{1-z}$$

$$\frac{d^2 z}{dx^2} = \frac{\cancel{\left(\frac{1-z}{z}\right)'}(-1)'}{(1-z)^2} = 0$$

$$\frac{d^2 z}{dx dy} = 0. \quad \frac{d^2 z}{dy^2} = 0.$$

Ответ: 0

№1981 (5)

$$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{8} = 0 \quad в\ M(4; 3; 4)$$

Кас. пл. и норм. пр.

$$z'_x = \frac{1}{8} \cdot x \Big|_M = \frac{1}{8} \cdot 4 = \frac{1}{2} \qquad z'_y = \frac{2}{9} \cdot y \Big|_M = \frac{2}{3}$$

Ур-е нормали:

$$\frac{x-x_0}{z'_x\Big|_M}=\frac{y-y_0}{z'_y\Big|_M}=\frac{z-z_0}{-1}\Rightarrow\frac{x-4}{\left(\frac{4}{8}\right)}=\frac{y-3}{\left(\frac{2}{3}\right)}=\frac{z-4}{-1}.$$

Касательная плоскость:

$$z-z_0=z'_x\Big|_M(x-x_0)+z'_y\Big|_M(y-y_0)$$

$$z-4=\frac{2}{3}(x-4)+\frac{2}{3}\cdot(y-3)$$

№1984 $ax^2+by^2+cz^2=k$ в $M(x_0;y_0;z_0)$

$$ax_0x+by_0y+cz_0z=k$$

$$z'_x=\cancel{c\cdot 2\cdot z}\ 2a\cdot x$$

$$z'_y=2\cdot b\cdot y$$

$$z-z_0=z'_x\Big|_M(x-x_0)+z'_y\Big|_M(y-y_0)$$

$$z-z_0=2a\cdot x_0(x-x_0)+2by_0(y-y_0)$$ ч.т.д.

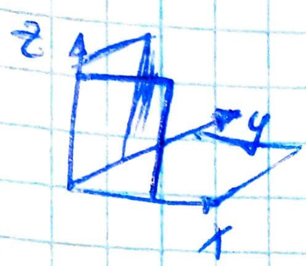
№1967. На $x^2+y^2-z^2-2x=0$ найти точки, где кас-е плоскости пар-ны коор-ным плоскостям.

$$z'_x=\cancel{\ldots}\ 2\cdot x-2\ ;\ z'_y=2\cdot y$$

$\exists M(x_0;y_0;z_0) \Rightarrow (z-z_0) = z'_x\big|_M (x-x_0) + z'_y\big|_M (y-y_0)$

$(z-z_0) = (2x-2)(x-x_0) + 2y(y-y_0)$

Параллельны, когда



1) $(x-x_0) + (y-y_0) = 0$

2) $(x-x_0) + (z-z_0) = 0$

3) $(y-y_0) + (z-z_0) = 0$

$$\begin{cases} z-z_0 = 2x^2 - 2x\cdot x_0 - 2\cdot x + 2\cdot x_0 + 2y^2 - 2\cdot y\cdot y_0 = 0 \\ (1), (2), (3) \end{cases}$$

(1)

$(z-z_0) = (2x-2)(x-x_0) + 2y(y-y_0) - (x-x_0) - (y-y_0)$

$\boxed{(z-z_0) = (x-x_0)(2x-3) + (y-y_0)(2y-1)}$

(2)

$2(z-z_0) = (x-x_0)(2x-3) + 2y(y-y_0)$

(3)

$\boxed{2(z-z_0) = (x-x_0)(2x-2) + (y-y_0)(2y-1)}$

№1990

$$x^2+y^2+\left(z-\frac{b^2+c^2}{c}\right)^2-\frac{b^2}{c^2}(b^2+c^2)$$

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=\frac{z^2}{c^2} \quad \text{и} \quad x^2+y^2+\left(z-\frac{b^2+c^2}{c}\right)^2=\frac{b^2}{c^2}(b^2+c^2)$$

касаются в $(0; \pm b; c)$

Фигуры пересекаются, если у них в этой точке совпадает ур-е каса-ых пл-ей.

1) $[M("0"; "b"; "c")]$

$$(z-z_0)=z'_x\Big|_M(x-x_0)+z'_y\Big|_M(y-y_0)$$

$$(z-c)=\frac{2x}{a^2}(x-0)+\frac{2y}{b^2}(y-b)$$

} для первой фигуры

$$(z-c)=2x(x-0)+2y(y-b)$$

Фигуры пер-ся, ч.т.д.