

CALCUL NUMERIC

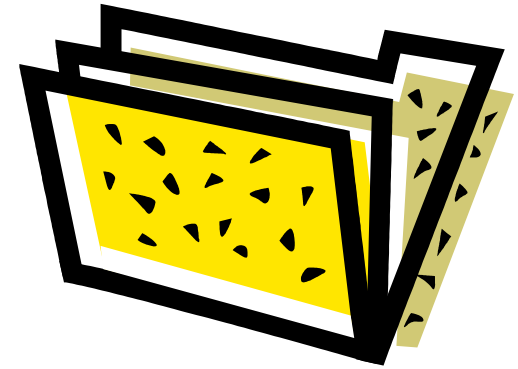
Curs pentru anul I
Facultatea de Informatica

Evaluarea studentilor

- Stabilirea notei finale (in procente):

| Metoda de testare | Punctaj |
|---------------------------------------|---------|
| Examenul final: | 50% |
| Activitatea la laborator: | 25% |
| Proiect: | 10% |
| Teste (in timpul orelor de curs/lab): | 5% |
| Teme: | 10% |
| Prezenta curs + laborator: | +10% |
| Probleme MATLAB Cody: | +20% |

Continutul cursului



- Introducere
- Erori, Erori absolute și erori relative. Propagarea erorilor. Probleme bine condiționate numeric. Stabilitatea problemelor numerice.
- Metode numerice pentru rezolvare ecuațiilor și a sistemelor de ecuații neliniare
- Metoda bisecției, metoda punctului fix, metoda tangentei și metoda secantei, schema lui Horner
- Metode numerice pentru rezolvare sistemelor de ecuații liniare
- Eliminarea Gauss-Jordan, factorizarea LU
- Metode iterative: Metodele Jacobi și Gauss-Seidel.
- Interpolare
- Polinomul de interpolare Lagrange. Algoritmul lui Neville. Diferențe divizate. Polinomul de interpolare Newton.
- Integrare numerică
- Formulele Newton-Cotes: metoda trapezului, regula lui Simpson; cuadratura Gauss
- **LABORATOR**
- Implementarea algoritmilor folosind MATLAB/octave online.

Continutul laboratorului

- Implementarea metodelor folosind MATLAB.
- MATLAB este un pachet de programe cu multe functii de tip built-in dar si cu posibilitatea de creare a programelor proprii care permit invatarea mai usoara a metodelor numerice.
- MATLAB (matrix laboratory) este special creat pentru a lucra cu matrici si vectori.



<https://www.mathworks.com/products/matlab.html>

Variante open source - Matlab

Octave

<https://www.gnu.org/software/octave/>

Octave online

<https://octave-online.net/>

Freemat

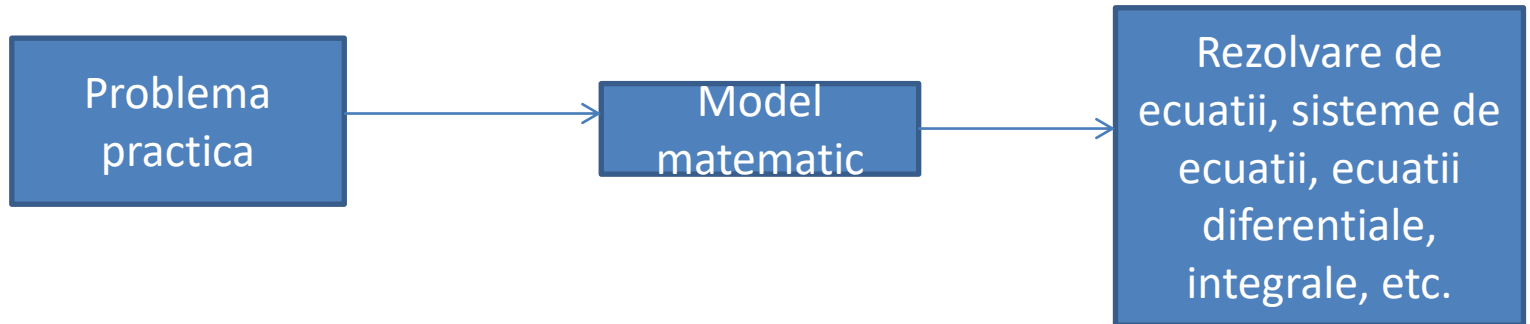
<http://freemat.sourceforge.net/>

BIBLIOGRAFIE RECOMANDATA

- Daniela Joita, *Analiza numerica*, suport de curs pentru ID, format electronic
- Mathews, J. H., and K. D. Fink. *Numerical Methods Using MATLAB®*. 3rd ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 1998.
- W. H. Press, B. P. Flannery, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling: *Numerical recipes in C. The art of scientific computing*, Cambridge University Press, 1992
- Singiresu S. Rao, *Applied numerical methods for engineers and Scientists*, Prentice Hall 2002
- <http://www.mathworks.com/products/matlab/>
- <http://freemat.sourceforge.net/>
-multe alte surse bibliografice de pe Web

Introducere

- **Calculul numeric** se ocupa cu studiul metodelor de rezolvare a problemelor practice, modelate matematic care implica rezolvarea unor ec,



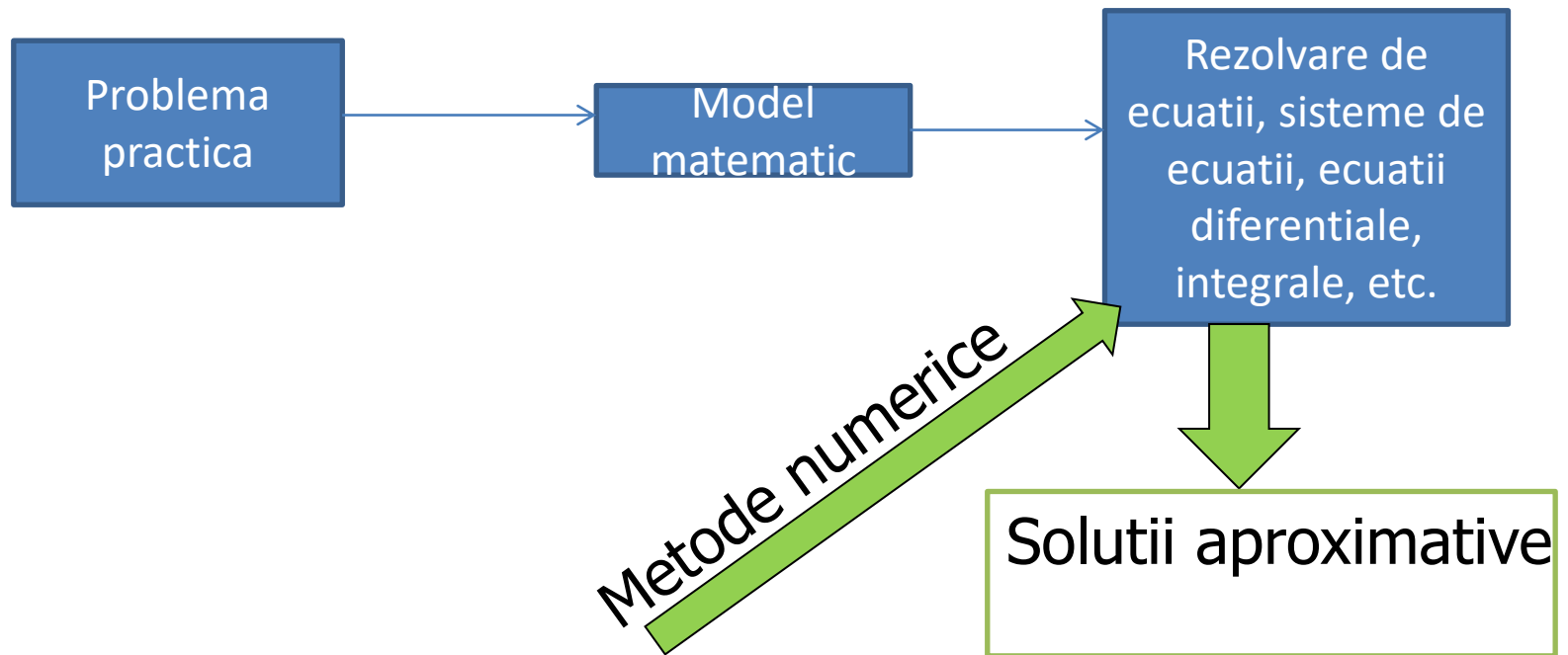
sisteme de ec, etc., ce nu pot fi rezolvate exact.

- **Calculul numeric** nu cauta solutii exacte si se concentreaza pe obtinerea unor solutii aproximative in limita unor erori de aproximare cat mai mici.

Introducere

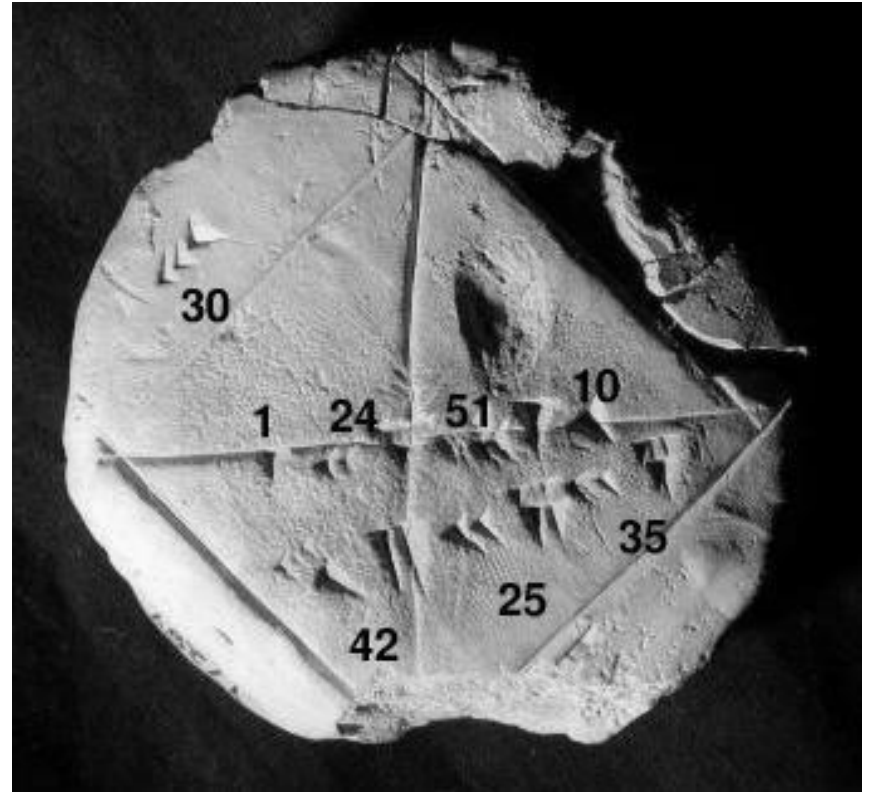
- Un aspect important al aplicarii matematicii in rezolvarea problemelor din viata cotidiana este abilitatea de a gasi solutii cat mai apropiate de solutiile reale.
- Calculul numeric se ocupa cu
 - descoperirea
 - analiza
 - implementarea**metodelor numerice.**

- Metodele numerice sunt algoritmi.



Istoric

- Metode de calcul al diferitelor numere au aparut mult inainte de inventarea calculatoarelor.
- Inca din vremuri stravechi omenirea a incercat sa gaseasca solutii aproximative cat mai apropiate de cele exacte.
- Una din cele mai vechi dovezi este descoperirea primelor 6 cifre ale numarului $\sqrt{2}$ – tablita de lut babiloniana (1800-1600 iHr)



$$1 + 24/60 + 51/60^2 + 10/60^3 = 1.41421296...$$

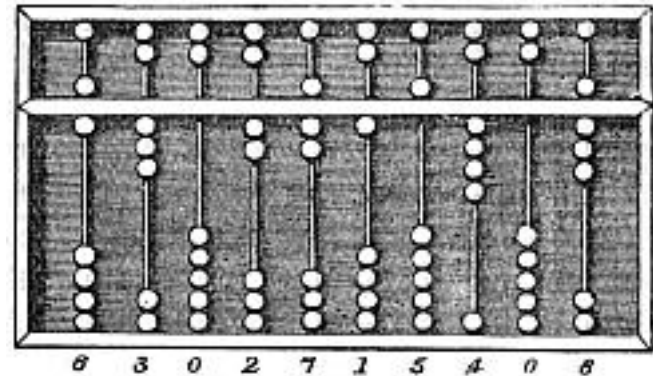
http://en.wikipedia.org/wiki/Numerical_analysis

Istoric

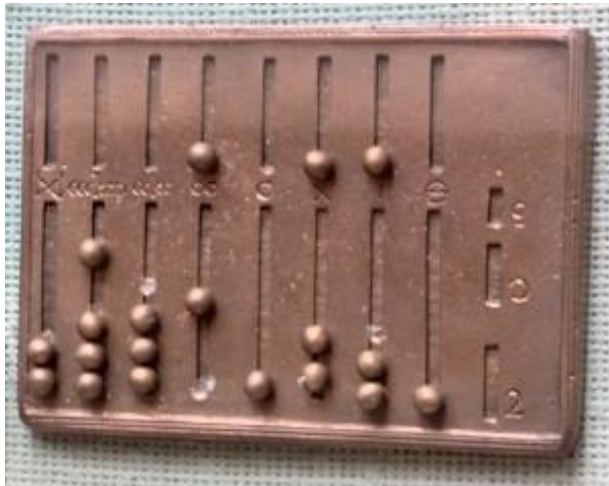
- Multi mari matematicieni s-au ocupat cu rezolvarea unor probleme celebre contribuind la descoperirea si dezvoltarea de metode numerice, acest lucru fiind sugerat si prin numele multor algoritmi din analiza numerica:
 - Metoda lui Newton – pt gasirea rad unei functii $f(x)=0$
Newton (1642-1726)
 - Polinoamele de interpolare **Lagrange (1736-1813)**
 - metoda lui Euler – pt rezolvarea ecuatiilor diferentiale ordinale;
Euler(1707-1783)
 - Metoda eliminarii a lui Gauss – rezolvarea unui sist de ecuatii liniare;
Gauss(1777-1855)
- Metodele numerice s-au dezvoltat f mult in ultimii ani, odata cu dezvoltarea tehnicii de calcul.

Calculele numerice

- Calculele erau facute de mana
- Abacul – inca din antichitate – folosit pt calcule



Abac chinezesc



Abac roman

By Encyclopædia Britannica - Article for "abacus", 9th edition Encyclopedia Britannica, volume 1 (1875); scanned and uploaded by Malcolm Farmer Transferred from en.wikipedia to Commons., Public Domain,
<https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=146649>

Calculatorul mecanic

- Calculatorul mecanic a aparut ca o necesitate in prima jumatate a secolului al XVII-lea. Pana atunci calculele erau efectuate de mana.
- Cele din imag sunt din 1851 sau mai tarziu.
 - Aritmometru
 - Computometru
 - Masina de socotit Dalton
 - Masina Sundstrand
 - Aritmometru Odhner



Operatiile cu un aritmometru



- Cand nu existau computerele, efectuarea calculelor se facea de mana sau cu ajutorul calculatoarelor mecanice si existau carti cu formule de calcul si tabele cu coeficienti sau valori ale unor functii calculate pentru multe valori, de obicei cu valori aproximative calculate cu 16 zecimale.
- Abramowitz, Stegun, - *Handbook of Mathematical Functions* - peste 1000 de pagini, 1964

The image shows an open book with two pages of mathematical tables. The left page is titled 'ERF AND ERFC' and the right page is titled 'ERF AND ERFC'. Both pages contain dense numerical data organized in columns and rows. The right page also features a small diagram of a unit circle at the bottom right.

"Abramowitz&Stegun.page97.agr" by agr - Self-photographed. Licensed under CC BY 2.5 via Wikimedia Commons - http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Abramowitz%26Stegun.page97.agr.jpg#media_viewer/File:Abramowitz%26Stegun.page97.agr.jpg

TABELA IV.13. Valorile naturale ale funcțiilor

| | Sinus | | | | | | | |
|----|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|-----|
| | 0' | 10' | 20' | 30' | 40' | 50' | 60' | |
| 0° | 0,00000 | 0,00291 | 0,00582 | 0,00873 | 0,01164 | 0,01454 | 0,01745 | 89° |
| 1 | 0,01745 | 0,02036 | 0,02327 | 0,02618 | 0,02908 | 0,03199 | 0,03490 | 88 |
| 2 | 0,03490 | 0,03781 | 0,04071 | 0,04362 | 0,04653 | 0,04943 | 0,05234 | 87 |
| 3 | 0,05234 | 0,05524 | 0,05814 | 0,06105 | 0,06395 | 0,06685 | 0,06976 | 86 |
| 4 | 0,06976 | 0,07266 | 0,07556 | 0,07846 | 0,08136 | 0,08426 | 0,08716 | 85 |
| 5 | 0,08716 | 0,09005 | 0,09295 | 0,09585 | 0,09874 | 0,10164 | 0,10453 | 84 |
| 6 | 0,10453 | 0,10742 | 0,11031 | 0,11320 | 0,11609 | 0,11898 | 0,12187 | 83 |
| 7 | 0,12187 | 0,12476 | 0,12764 | 0,13053 | 0,13341 | 0,13629 | 0,13917 | 82 |
| 8 | 0,13917 | 0,14205 | 0,14493 | 0,14781 | 0,15069 | 0,15356 | 0,15643 | 81 |
| 9 | 0,15643 | 0,15931 | 0,16218 | 0,16505 | 0,16792 | 0,17078 | 0,17365 | 80 |
| 10 | 0,17365 | 0,17651 | 0,17937 | 0,18224 | 0,18509 | 0,18795 | 0,19081 | 79 |
| 11 | 0,19081 | 0,19366 | 0,19652 | 0,19937 | 0,20222 | 0,20507 | 0,20791 | 78 |
| 12 | 0,20791 | 0,21076 | 0,21360 | 0,21644 | 0,21928 | 0,22212 | 0,22495 | 77 |
| 13 | 0,22495 | 0,22778 | 0,23062 | 0,23345 | 0,23627 | 0,23910 | 0,24192 | 76 |
| 14 | 0,24192 | 0,24474 | 0,24756 | 0,25038 | 0,25320 | 0,25601 | 0,25882 | 75 |
| 15 | 0,25882 | 0,26163 | 0,26443 | 0,26724 | 0,27004 | 0,27284 | 0,27564 | 74 |
| 16 | 0,27564 | 0,27843 | 0,28123 | 0,28402 | 0,28680 | 0,28959 | 0,29237 | 73 |
| 17 | 0,29237 | 0,29515 | 0,29793 | 0,30071 | 0,30348 | 0,30625 | 0,30902 | 72 |
| 18 | 0,30902 | 0,31178 | 0,31454 | 0,31730 | 0,32006 | 0,32282 | 0,32557 | 71 |
| 19 | 0,32557 | 0,32832 | 0,33106 | 0,33381 | 0,33655 | 0,33929 | 0,34202 | 70 |
| 20 | 0,34202 | 0,34475 | 0,34748 | 0,35021 | 0,35293 | 0,35565 | 0,35837 | 69 |
| 21 | 0,35837 | 0,36108 | 0,36379 | 0,36650 | 0,36921 | 0,37191 | 0,37461 | 68 |
| 22 | 0,37461 | 0,37730 | 0,37999 | 0,38268 | 0,38537 | 0,38805 | 0,39073 | 67 |
| 23 | 0,39073 | 0,39341 | 0,39608 | 0,39875 | 0,40141 | 0,40408 | 0,40674 | 66 |
| 24 | 0,40674 | 0,40939 | 0,41204 | 0,41469 | 0,41734 | 0,41998 | 0,42262 | 65 |
| 25 | 0,42262 | 0,42525 | 0,42788 | 0,43051 | 0,43313 | 0,43575 | 0,43837 | 64 |
| 26 | 0,43837 | 0,44098 | 0,44359 | 0,44620 | 0,44880 | 0,45140 | 0,45399 | 63 |
| 27 | 0,45399 | 0,45658 | 0,45917 | 0,46175 | 0,46433 | 0,46690 | 0,46947 | 62 |
| 28 | 0,46947 | 0,47204 | 0,47460 | 0,47716 | 0,47971 | 0,48226 | 0,48481 | 61 |
| 29 | 0,48481 | 0,48735 | 0,48989 | 0,49242 | 0,49495 | 0,49748 | 0,50000 | 60 |
| 30 | 0,50000 | 0,50252 | 0,50503 | 0,50754 | 0,51004 | 0,51254 | 0,51504 | 59 |
| 31 | 0,51504 | 0,51753 | 0,51999 | 0,52245 | 0,52490 | 0,52735 | 0,52979 | 58 |
| 32 | 0,52979 | 0,53222 | 0,53464 | 0,53705 | 0,53945 | 0,54185 | 0,54424 | 57 |
| 33 | 0,54424 | 0,54662 | 0,54899 | 0,55135 | 0,55370 | 0,55605 | 0,55839 | 56 |
| 34 | 0,55839 | 0,56072 | 0,56304 | 0,56535 | 0,56765 | 0,56994 | 0,57223 | 55 |
| 35 | 0,57223 | 0,57451 | 0,57678 | 0,57904 | 0,58129 | 0,58353 | 0,58576 | 54 |
| 36 | 0,58576 | 0,58798 | 0,59019 | 0,59239 | 0,59458 | 0,59676 | 0,59893 | 53 |
| 37 | 0,59893 | 0,60109 | 0,60324 | 0,60538 | 0,60751 | 0,60963 | 0,61174 | 52 |
| 38 | 0,61174 | 0,61385 | 0,61595 | 0,61804 | 0,62012 | 0,62219 | 0,62426 | 51 |
| 39 | 0,62426 | 0,62632 | 0,62837 | 0,63041 | 0,63244 | 0,63446 | 0,63647 | 50 |
| 40 | 0,63647 | 0,63848 | 0,64048 | 0,64247 | 0,64445 | 0,64642 | 0,64838 | 49 |
| 41 | 0,64838 | 0,65033 | 0,65227 | 0,65420 | 0,65612 | 0,65803 | 0,65993 | 48 |
| 42 | 0,65993 | 0,66182 | 0,66370 | 0,66557 | 0,66743 | 0,66928 | 0,67112 | 47 |
| 43 | 0,67112 | 0,67295 | 0,67477 | 0,67658 | 0,67838 | 0,68017 | 0,68195 | 46 |
| 44 | 0,68195 | 0,68372 | 0,68548 | 0,68723 | 0,68897 | 0,69070 | 0,69242 | 45 |
| 45 | 0,69242 | 0,69413 | 0,69583 | 0,69752 | 0,69920 | 0,70087 | 0,70253 | 44 |
| 46 | 0,70253 | 0,70418 | 0,70582 | 0,70745 | 0,70907 | 0,71068 | 0,71228 | 43 |
| 47 | 0,71228 | 0,71387 | 0,71545 | 0,71702 | 0,71858 | 0,72013 | 0,72167 | 42 |
| 48 | 0,72167 | 0,72320 | 0,72472 | 0,72623 | 0,72773 | 0,72922 | 0,73070 | 41 |
| 49 | 0,73070 | 0,73217 | 0,73363 | 0,73508 | 0,73652 | 0,73795 | 0,73937 | 40 |
| 50 | 0,73937 | 0,74078 | 0,74218 | 0,74357 | 0,74495 | 0,74632 | 0,74768 | 39 |
| 51 | 0,74768 | 0,74903 | 0,75037 | 0,75170 | 0,75302 | 0,75433 | 0,75563 | 38 |
| 52 | 0,75563 | 0,75692 | 0,75820 | 0,75947 | 0,76073 | 0,76198 | 0,76322 | 37 |
| 53 | 0,76322 | 0,76445 | 0,76567 | 0,76688 | 0,76808 | 0,76927 | 0,77045 | 36 |
| 54 | 0,77045 | 0,77162 | 0,77278 | 0,77393 | 0,77507 | 0,77620 | 0,77732 | 35 |
| 55 | 0,77732 | 0,77843 | 0,77953 | 0,78062 | 0,78170 | 0,78277 | 0,78383 | 34 |
| 56 | 0,78383 | 0,78488 | 0,78592 | 0,78695 | 0,78797 | 0,78898 | 0,79000 | 33 |
| 57 | 0,79000 | 0,79099 | 0,79197 | 0,79294 | 0,79390 | 0,79485 | 0,79579 | 32 |
| 58 | 0,79579 | 0,79672 | 0,79764 | 0,79855 | 0,79945 | 0,80034 | 0,80122 | 31 |
| 59 | 0,80122 | 0,80209 | 0,80295 | 0,80380 | 0,80464 | 0,80547 | 0,80629 | 30 |
| 60 | 0,80629 | 0,80710 | 0,80790 | 0,80869 | 0,80947 | 0,81024 | 0,81100 | 29 |
| 61 | 0,81100 | 0,81175 | 0,81250 | 0,81324 | 0,81397 | 0,81469 | 0,81540 | 28 |
| 62 | 0,81540 | 0,81611 | 0,81681 | 0,81751 | 0,81820 | 0,81888 | 0,81956 | 27 |
| 63 | 0,81956 | 0,82023 | 0,82089 | 0,82155 | 0,82220 | 0,82284 | 0,82347 | 26 |
| 64 | 0,82347 | 0,82410 | 0,82472 | 0,82534 | 0,82595 | 0,82656 | 0,82716 | 25 |
| 65 | 0,82716 | 0,82775 | 0,82834 | 0,82892 | 0,82950 | 0,83007 | 0,83064 | 24 |
| 66 | 0,83064 | 0,83120 | 0,83176 | 0,83231 | 0,83286 | 0,83340 | 0,83394 | 23 |
| 67 | 0,83394 | 0,83447 | 0,83500 | 0,83553 | 0,83605 | 0,83657 | 0,83709 | 22 |
| 68 | 0,83709 | 0,83760 | 0,83811 | 0,83862 | 0,83912 | 0,83962 | 0,84012 | 21 |
| 69 | 0,84012 | 0,84061 | 0,84110 | 0,84159 | 0,84207 | 0,84255 | 0,84303 | 20 |
| 70 | 0,84303 | 0,84350 | 0,84397 | 0,84444 | 0,84490 | 0,84536 | 0,84582 | 19 |
| 71 | 0,84582 | 0,84627 | 0,84672 | 0,84717 | 0,84762 | 0,84806 | 0,84850 | 18 |
| 72 | 0,84850 | 0,84893 | 0,84936 | 0,84979 | 0,85022 | 0,85064 | 0,85106 | 17 |
| 73 | 0,85106 | 0,85147 | 0,85188 | 0,85229 | 0,85269 | 0,85309 | 0,85349 | 16 |
| 74 | 0,85349 | 0,85388 | 0,85427 | 0,85466 | 0,85504 | 0,85542 | 0,85580 | 15 |
| 75 | 0,85580 | 0,85617 | 0,85654 | 0,85691 | 0,85728 | 0,85764 | 0,85800 | 14 |
| 76 | 0,85800 | 0,85836 | 0,85871 | 0,85906 | 0,85941 | 0,85975 | 0,86009 | 13 |
| 77 | 0,86009 | 0,86043 | 0,86077 | 0,86110 | 0,86144 | 0,86177 | 0,86210 | 12 |
| 78 | 0,86210 | 0,86243 | 0,86276 | 0,86308 | 0,86341 | 0,86373 | 0,86405 | 11 |
| 79 | 0,86405 | 0,86437 | 0,86468 | 0,86499 | 0,86530 | 0,86561 | 0,86592 | 10 |
| 80 | 0,86592 | 0,86622 | 0,86652 | 0,86682 | 0,86712 | 0,86741 | 0,86771 | 9 |
| 81 | 0,86771 | 0,86799 | 0,86828 | 0,86857 | 0,86885 | 0,86913 | 0,86941 | 8 |
| 82 | 0,86941 | 0,86968 | 0,86995 | 0,87022 | 0,87049 | 0,87075 | 0,87102 | 7 |
| 83 | 0,87102 | 0,87128 | 0,87154 | 0,87179 | 0,87204 | 0,87229 | 0,87254 | 6 |
| 84 | 0,87254 | 0,87278 | 0,87302 | 0,87326 | 0,87350 | 0,87373 | 0,87396 | 5 |
| 85 | 0,87396 | 0,87419 | 0,87442 | 0,87464 | 0,87486 | 0,87508 | 0,87529 | 4 |
| 86 | 0,87529 | 0,87550 | 0,87571 | 0,87592 | 0,87613 | 0,87634 | 0,87654 | 3 |
| 87 | 0,87654 | 0,87674 | 0,87694 | 0,87714 | 0,87734 | 0,87754 | 0,87773 | 2 |
| 88 | 0,87773 | 0,87792 | 0,87811 | 0,87830 | 0,87849 | 0,87868 | 0,87886 | 1 |
| 89 | 0,87886 | 0,87904 | 0,87922 | 0,87940 | 0,87958 | 0,87975 | 0,87993 | 0° |

Exemple de aplicatii ale metodelor numerice

- Inventarea calculatoarelor a influentat dezvoltarea metodelor numerice.
 - Meteorologie: estimari ale starii vremii
 - Determinarea traiectoriei unei rachete (rezolvare numerica ale unor ecuatii diferentiale)
 - Calculul valorilor fondurilor de investitii
 - Estimarea riscului financiar al unui credit
 - Algoritmi de optimizare pentru stabilirea rutelor unui avion, a necesarului de combustibil, etc.

- $\sqrt{2}$ cu 10 milioane de cifre
- <https://apod.nasa.gov/htmltest/gifcity/sqrt2.1mil>