

1. Sa se aproximeze integrala $\int_2^6 (x^2 - 1) dx$ folosind metodele

- dreptunghiului cu $n=4$ si 8
- trapezului cu $n=4$ si 8
- metoda lui Simpson 1/3 cu $n=4$ si 8

Aratati toate etapele de rezolvare (ca si pe tabla - whiteboard).

Se va face aproximarea cu 4 zecimale.

Exerc. 2 | IF

$\int_2^6 (x^2 - 1) dx$

$N=4 \rightarrow h=1$

$x_0 = a = 2$
 $x_1 = x_0 + h = 3$
 $x_2 = x_1 + h = 4$
 $x_3 = x_2 + h = 5$
 $x_4 = x_3 + h = 6$

$x = [2; 6]$

$f_0 = f(x_0) = 3$
 $f_1 = f(x_1) = 8$
 $f_2 = f(x_2) = 15$
 $f_3 = f(x_3) = 24$
 $f_4 = f(x_4) = 35$

Metoda Dreptunghiului

$S_D = h(f_0 + f_1 + f_2 + f_3) = 1 \cdot (3 + 8 + 15 + 24) = 50$

Metoda Trapezului

$S_T = \frac{h}{2}(f_0 + f_4 + 2 \cdot \sum_{i=1}^3 f_i) = \frac{1}{2}(3 + 35 + 2 \cdot (8 + 15 + 24)) = \frac{1}{2}(3 + 35 + 94) = 66$

Metoda Simpson 1/3

$S_S = \frac{h}{3}(f_0 + f_4 + 4 \cdot f_1 + 2 \cdot f_2 + 4 \cdot f_3) = \frac{1}{3}(3 + 35 + 4 \cdot (8 + 24) + 2 \cdot 15) = \frac{1}{3}(3 + 35 + 128 + 30) = 65,3333$

$N=8 \rightarrow h = \frac{1}{2} = 0,5$

$x_0 = 2$
 $x_1 = 2,5$
 $x_2 = 3$
 $x_3 = 3,5$
 $x_4 = 4$
 $x_5 = 4,5$
 $x_6 = 5$
 $x_7 = 5,5$
 $x_8 = 6$

$x = [a; h; b]$

$f_0 = 3$
 $f_1 = 5,25$
 $f_2 = 8$
 $f_3 = 11,25$
 $f_4 = 15$
 $f_5 = 19,25$
 $f_6 = 24$
 $f_7 = 29,25$
 $f_8 = 35$

Metoda Dreptunghiului

$S_D = h \cdot \sum_{i=0}^7 f_i = 0,5 \cdot (3 + 5,25 + 8 + 11,25 + 15 + 19,25 + 24 + 29,25) = 57,5$

Metoda Trapezului

$S_T = \frac{h}{2}(f_0 + f_8 + 2 \cdot \sum_{i=1}^7 f_i) = \frac{1}{4} \cdot (3 + 35 + 2 \cdot (5,25 + 8 + 11,25 + 15 + 19,25 + 24 + 29,25)) = 65,5$

Metoda Simpson 1/3

$$S_3 = \frac{h}{3} \cdot (f_0 + f_n + 4(f_1 + f_3 + f_5 + f_7) + 2(f_2 + f_4 + f_6)) =$$

$$= \frac{1}{6} \cdot (3 + 35 + 4 \cdot (8,25 + 11,25 + 19,25 + 29,25) + 2 \cdot (8 + 19 + 24)) =$$

$$= \frac{1}{6} \cdot (3 + 35 + 4 \cdot 65 + 2 \cdot 47) = \frac{1}{6} \cdot (38 + 260 + 94) = \frac{392}{6} = 65,3333$$

Integral (f, 2, 6) = 65,3333 ✓

2. Se dau punctele.

x	0	1	3	4
y	5	0	2	9

Se considera polinomul de interpolare corespunzator acestor puncte (al carui grafic trece prin punctele date).

- Sa se determine polinomul de interpolare folosind metoda Lagrange.
- Sa se determine polinomul de interpolare folosind metoda Newton.
- Sa se determine lui y valoarea estimata pentru x=2.

(adica sa folositi acest polinom in forma de la a) sau de la b) pentru a estima valoarea lui y pentru x=2)

x = 2?

x = [0 1 3 4] y = [5 0 2 9]

Longrange:

a)

$$L(x) = \sum_{i=0}^n y_i \prod_{j=0, j \neq i}^n \frac{x - x_j}{x_i - x_j}$$

$$= 5 \cdot \frac{(x-1)(x-3)(x-4)}{(0-1)(0-3)(0-4)} + 0 \cdot \frac{(x-0)(x-3)(x-4)}{(1-0)(1-3)(1-4)} + 2 \cdot \frac{(x-0)(x-1)(x-4)}{(3-0)(3-1)(3-4)} + 9 \cdot \frac{(x-0)(x-1)(x-3)}{(4-0)(4-1)(4-3)}$$

$$= \frac{5}{12} (x-1)(x-3)(x-4) + \frac{1}{3} (x-0)(x-1)(x-4) + \frac{2}{3} (x-0)(x-1)(x-3)$$

✓

b) Newton

x	y	DD0	DD1	DD2	DD3
0	5	5	$\frac{0-5}{1-0} = -5$	$\frac{1+5}{3-0} = 2$	
1	0	0	$\frac{2-0}{3-1} = 1$	$\frac{2-2}{4-0} = 0$	✓
3	2	2	$\frac{7-2}{4-1} = 2$		
4	9	9			

$$N(x) = 5 - 5(x-0) + 2(x)(x-1)$$

✓

c)

$$N(2) = 5 - 5(2) + 2(2)(1) = 5 - 10 + 4 = -1$$

✓