

Curs 12

Exemple de Maşini Turing

Mașini Turing

Dacă M este o mașină Turing și \mathbf{t} , \mathbf{s} sunt două poziții ale benzii, atunci vom nota $M \mid \mathbf{t} \rightsquigarrow \mathbf{s}$ dacă există un calcul în raport cu M cu intrarea \mathbf{t} și cu ieșirea \mathbf{s} .

În cazul când \mathbf{t} este:

$(k + j, 1): \quad a_1 \dots a_k \underset{\uparrow}{b_1 \dots b_j \dots b_r} \dots c_1 \ c_2 \dots$

iar \mathbf{s} este:

$(k + l, n): \quad a_1 \dots a_k \underset{\uparrow}{b_1' \dots b_l' \dots b_r'} \dots c_1 \ c_2 \dots$

atunci vom nota faptul ca $M \mid \mathbf{t} \rightsquigarrow \mathbf{s}$ prin:

$\underset{\uparrow}{b_1 \dots b_j \dots b_r} \rightsquigarrow \underset{\uparrow}{b_1' \dots b_l' \dots b_r'} \dots$

Mașini Turing

Fie $M = (d, p, s)$. Vom scrie $M(i, k) = (d(i, k), p(i, k), s(i, k))$.

Notăm cu $S(M)$ multimea tuturor k astfel încât $(0, k) \in \text{Dom} M$, $(1, k) \in \text{Dom} M$ sau $k \in s(\text{Dom} M)$.

Mașini Turing

Exp 1:

Fie u un număr natural strict mai mare decât cardinalul lui $S(M)$, care este evident finit.

Definim mașina Turing $M_{\downarrow u}$ în felul următor:

$$Dom(M_{\downarrow u}) = \{(i, k) / i \in \{0, 1\} \text{ și } k \in S(M)\}$$

$$M_{\downarrow u}(i, k) = \begin{cases} M(i, k), & \text{daca } (i, k) \in Dom(M) \\ (i, 0, u), & \text{in celelalte cazuri} \end{cases}$$

Mașini Turing

Exp 2:

Vom defini acum o altă mașină Turing $[M, l]$ cu domeniul:

$$\{(i, l+k) \mid (i, k) \in \text{Dom} M\}$$

prin relația:

$$[M, l](i, l+k) = (d(i, k), p(i, k), s(i, k) + l)$$

pentru orice $(i, k) \in \text{Dom} M$.

Mașini Turing

În exemplele următoare considerăm $u = \text{card}(S(M)) + 1$.

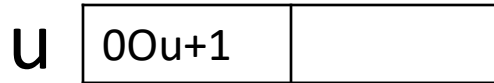
Exp 3: Definim mașina $\begin{smallmatrix} M \\ \downarrow \\ M_1 \end{smallmatrix}$ ca fiind mașina $\begin{smallmatrix} M_u \cup [M_1, u-1] \\ \downarrow \end{smallmatrix}$

Această mașină Turing este rezultatul alăturării lui M_1 la M astfel încât o ieșire a lui M este o intrare a lui M_1 .

Maşini Turing

Exp 4:

Fie M_0 maşina Turing:



Definim $M_1 \sqcup M$ ca fiind maşina Turing $M_u \cup M_0 \cup [M_1, u]$.

Maşini Turing

Exp 5:

Daca M_0 este maşina Turing:

u		$10u+1$
---	--	---------

Atunci $M \sqcup M_1$ va fi maşina Turing $M_{\downarrow u} \cup M_0 \cup [M_1, u]$.

Maşini Turing

Exp 6:

Fie $M_0 \sqcup M$ maşina Turing $M_u \cup M_0$ unde:

$$M_0 = u \quad \begin{array}{|c|c|} \hline 001 & \\ \hline \end{array}$$

Mașini Turing

Exp 7:

Dacă: $M_0 = u$

	101
--	-----

vom defini $M_{\square M_0}$ ca fiind mașina Turing $M_u \cup M_0$.
↓

Maşini Turing

Exp 8:

Fie M_0 maşina Turing:

u	0 0 u+1	1 0 u+v+1
---	---------	-----------

unde $v = \text{card}(S(M_1))$. Definim maşina Turing următoare:

$$M_1 \sqcup M_2$$

ca fiind $M_{\downarrow u} \cup M_0 \cup [M_1, u] \cup [M_2, u+v]$

Maşini Turing

Exercitiu: Considerăm maşina Turing:

M	0	1
1	1L2	0R1
2	1O2	

Construiţi toate tipurile de maşini discutate anterior,

M_1	1	1L2	0R1
-------	---	-----	-----

M_2	1	0R1	1R2
-------	---	-----	-----

Si faceţi câte un calcul cu fiecare maşină cu intrarea

(2,1): 0 1 0 0 0.....
 ↑