

图论篇2

- 10分钟看题思考
- 5分钟讲解

知识点

- 1、BFS、DFS
- 2、最短路算法 (spfa,dijkstra+heap,floyd,差分约束)
- 3、并查集
- 4、最小生成树 (Kruskal)
- 5、拓扑排序
- 6、二分图 (匈牙利算法、KM算法)
- 7、图的连通性 (缩点、割点、割边)
- 8、欧拉回路
- 9、树 (LCA、直径、重心)
- 10、DFS序、树链剖分
- 11、2-SAT

例题16 Portal HDU3938

【题目描述】

有 n 个点， m 条边， q 次询问，每次询问给出一个值 L ，问你在小于等于值 L 的情况下有多少种满足情况的点对 (a,b) 。

这种情况是有两点 a,b 之间有路， a,b 之间可能有很多条路，但是取某条路权值最大的。即 a,b 之间某条路径上的最大边权不超过 L 。

【数据范围】

$1 \leq n \leq 10000, 0 < m \leq 50000, 0 < Q \leq 10000$

$1 \leq a, b \leq N, 0 \leq c \leq 10^8, 0 \leq L \leq 10^8$

例题17 度度熊与排列 HDU6675

【题目描述】

度熊有一个机器，这个机器有一个 $1 \sim M$ 的排列 $p[1..M]$ 当作参数，若丢进一个长度为 M 的字符串，此机器会将此字符串重新排列后再输出，重新排列的方式为：原本第 i 个位置的字符会变到第 $p[i]$ 个位置。

已知 n 个字符串，原串为 $s1$ ，处理之后的串为 $s2$ 。

求出满足条件的字典序最小排列 $p[1..M]$

举例来说，当 $M=3$ ， $p[1]=3, p[2]=1, p[3]=2$ ，那么丢 "abc" 进入这个机器后，机器会输出 "bca"；若丢进的是 "ded"，那么机器会输出 "edd"。

【数据范围】

- $1 \leq T \leq 100$; $1 \leq N \leq 20$; $1 \leq M \leq 50$; 字符串由英文小写字母('a' 至 'z') 组成

例题18 整数规划 HDU6346

【题目描述】

度度熊有一个可能是整数规划的问题：

给定 $n \times n$ 个整数 $a_{i,j} (1 \leq i, j \leq n)$ ，要找出 $2n$ 个整数 $x_1, x_2, \dots, x_n, y_1, y_2, \dots, y_n$ 在满足 $x_i + y_j \leq a_{i,j} (1 \leq i, j \leq n)$ 的约束下最大化目标函数 $\sum_{i=1}^n x_i + \sum_{i=1}^n y_i$ ，你需要帮他解决这个整数规划问题，并给出目标函数的最大值。

【数据范围】

$1 \leq T \leq 20$ ， $1 \leq n \leq 200$ ， $-10^9 \leq a_{i,j} \leq 10^9 (1 \leq i, j \leq n)$ 。

例题19 Anton And TreeCF734E

【题目描述】

给一棵 n ($n \leq 200000$) 个节点的树，节点为黑色或者白色。初始颜色：对于所有子树均满足，所有儿子节点颜色不同于父亲节点。

现在你可以对树上的节点做操作。一次操作可以使一个相同颜色的连通块变成另一种颜色（即黑变白，白变黑），求使整棵树变成一种颜色的最少操作数。

【数据范围】

($n \leq 200000$)

去掉划线部分，怎么做？

例题21 Unstable Systems SGU 218

【题目描述】

Sasha是一个网络的管理员，这个网络由N台计算机组成。现在有N个程序要求分配给这些计算机运行。由于机器的不稳定性，每台计算机对于不同的程序都有一个“差错值”（等价于运行出错的概率）。现在要求你帮助Sasha安排这些计算机运行程序，使得所有的“差错值”中的最大值最小。输入给你一个n，然后是一个n*n的矩阵，第i行表示程序在第i台电脑上运行的差错值。然后要你输出最小的差错值，然后输出每个电脑对应的程序。

【数据范围】

($n \leq 500$)

例题22 石子竞价 (P7359 网络分析)

【题目描述】

给定 n 个石子，编号为1到 n ，各自成一堆。初始每堆的石子标价为0。

现在对这些石子公开竞价，每个人有两种喊价方式：

- 1、每次给定 x, y ，合并 x 和 y 所在的两堆（永久合并），如果已经在一堆了则不做操作。
- 2、将编号为 x 所在的所有石子标价 $+v$ ；

最后输出每个石子最后的价值。

【数据范围】

$(n \leq 1e5, m \leq 2e5)$

例题23 连通数 JSOI2010

【题目描述】

度量一个有向图连通情况的一个指标是连通数，指图中可达顶点对的个数。

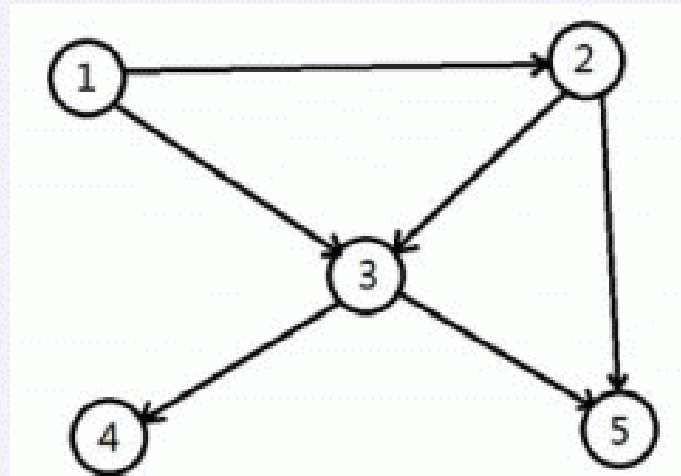
在右图中，顶点 1 可以到达 1、2、3、4、5；

顶点 2 可以到达 2、3、4、5；

顶点 3 可以到达 3、4、5；

顶点 4、5 均只能达到自身，所以它的连通数为 14。

请编写一个程序，输入一个图，求它的连通数。



【数据范围】

对于100%的数据，N不超过2000。

例题18 越狱老虎桥 JSOI2012

【题目描述】

N 个点，编号1- N ， M 条双向边，点1是发电站，能给连通的每个点发电。破坏每条边的费用是 T_i ，现在要破坏其中一条边，使得至少有一个点与点1不连通。但是wlxsq在破坏其中的一条边之前，提前新增了一条双向边，破坏费用为无穷大。wlxsq的加边策略肯定是尽可能让你费用高。请问最少要花费多少费用才能使得至少有一个点不与点1连通。

【数据范围】

对于30%的数据， $N \leq 200$ ， $M \leq 250$ 。

对于70%的数据， $N \leq 50000$ ， $M \leq 100000$ 。

对于100%的数据， $N \leq 500000$ ， $M \leq 1000000$ ， $T \leq 100000$ 。

例题18 路径交 HDU6110

【题目描述】

给定一棵 n 个点的树，以及 m 条路径。 Q 次询问，每次询问第 L 条到第 R 条路径的交集部分的长度（如果一条边同时出现在2条路径上，那么它属于路径的交集）。

【数据范围】

对于100%的数据， $N \leq 500000$ ， $Q \leq 1000000$ 。

例题17 Zigzag AtCoder2134

【题目描述】

对一张 n 个点的空图 G 做 Q 次加边操作，每次给定 A_i, B_i, C_i ，然后按照以下规则按顺序连 10233 条边： $(A_i, B_i, C_i), (B_i, A_i + 1, C_i + 1), (A_i + 1, B_i + 1, C_i + 2)$ ，以此类推，点的编号均为 $\text{mod } n$ 意义下的，求图 G 的最小生成树。

【数据范围】

$1 \leq n \leq 200000, 0 < Q \leq 20000$

$0 \leq A_i, B_i \leq n, 0 \leq C_i \leq 10^9$

