

Informatyka, studia dzienne, inż I st.

semestr VI

Sztuczna inteligencja i systemy ekspertowe 2019/2020

Prowadzący: dr inż. Krzysztof Lichy

wtorek, 10:30

Data oddania: _____

Ocena: _____

Radosław Grela 216769

Jakub Wachała 216914

Zadanie 1: Piętnastka

1. Cel

W tym zadaniu należało napisać program, który będzie rozwiązywał układankę pod nazwą *Piętnastka* (*Fifteen Puzzle*). Następnie, należało przebadать układy początkowe układanki w odległościach 1-7 od układu wzorcowego (413 układów) korzystając z różnych strategii i przypadków przeszukiwania sąsiedztwa.

2. Wprowadzenie

Piętnastka, potocznie też *Przesuwanka* to prosta gra logiczna, w której zadaniem jest ułożyć 15 ponumerowanych kwadratowych klocków umieszczonych w pudełku 4x4. Pozostałe, 16 miejsce jest puste, co pozwala na poruszanie elementów układanki.[1]

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	

Rysunek 1. Ułożona piętnastka. [1]

W programie przez nas napisanym mamy do wyboru 3 strategie przeszukiwania stanów:

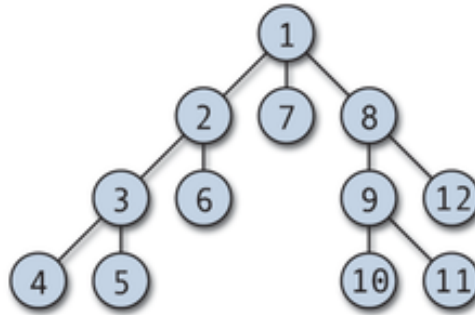
- Strategia wszerek BFS (*breadth-first search*)
 - Strategia w głąb DFS (*depth-first search*)
 - Strategia najpierw najlepszy A* z heurystykami Hamminga i Manhattan.
- Strategie te są przykładem przeszukiwania drzewa. Jego węzłami są stany, czyli aktualne ułożenia układanki. W części badawczej badaliśmy tylko układanki rozmiarów 4x4, jednak nasz program dopuszcza także niestandardowe rozmiary.

2.1. DFS

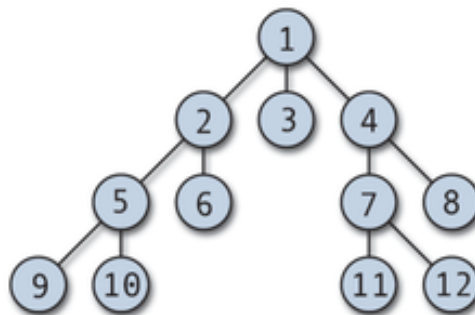
Badanie grafu strategią DFS polega na przejściu wszystkich krawędzi wychodzących z podanego wierzchołka. Jest to algorytm rekurencyjny. Kolejność przechodzenia po drzewie przedstawiona jest na rysunku (2). Gdy rozwiązanie zostanie znalezione, wystarczy wrócić rekurencyjnie do rodzica.

2.2. BFS

Algorytm BFS polega na przejściu przez wszystkich sąsiadów danego wierzchołka. Następnie, należy kontynuować czynność dalej, dopóki nie odwiedzimy wszystkich sąsiadów sąsiadów. Kolejność przechodzenia po drzewie jest pokazana na rysunku (3).



Rysunek 2. Kolejność przechodzenia w algorytmie DFS. [2]



Rysunek 3. Kolejność przechodzenia w algorytmie BFS. [3]

2.3. A*

A* to kolejna strategia przeszukiwania grafu. Bazuje ona na funkcji

$$f(x) = g(x) + h(x) \quad (1)$$

gdzie $g(x)$ oznacza głębokość, a $h(x)$ to wartość odpowiedniej funkcji miary błędu. W naszym programie wykorzystujemy następujące dwie metryki:

2.3.1. Metryka Hamminga

W metryce Hamminga jako wynik funkcji $h(x)$ użytej we wzorze (1) podawana jest ilość klocków, która nie znajduje się na swojej pozycji. Przykładowo dla układanki na rysunku (4) wynik takiej funkcji będzie równy 5 (elementy 0, 3, 4, 8 i 12 nie znajdują się na swoich pozycjach).

2.3.2. Metryka Manhattan

W tej metryce wynikiem funkcji $h(x)$ użytej we wzorze (1) jest suma wartości bezwzględnych różnic współrzędnych między punktem, w którym klocek powinien się znaleźć, a punktem, w którym jest obecnie. Dla rysunku (4) wynik to 8 ($4 + 1 + 1 + 1 + 1$).

1	2		3
5	6	7	4
9	10	11	8
13	14	15	12

Rysunek 4. Przykładowa błędnie ułożona układanka.

3. Opis implementacji

Napisany przez nas program jest aplikacją konsolową napisaną w języku Java. Jako parametry programu należy podać 5 argumentów:

1. strategia (dfs, bfs, astr)
2. porządek (jeżeli jest to strategia DFS lub BFS) lub heurystyka (dla metody A^*).
3. ścieżka do pliku z zadaną układanką do ułożenia
4. ścieżka do pliku, w którym zostanie zapisane rozwiązanie
5. ścieżka do pliku, w którym zostaną zapisane dodatkowe informacje dot. przeprowadzonego procesu

Poniżej przedstawiamy krótki opis, jak zostały zaimplementowane poszczególne strategie.

3.1. DFS

Do przechowywania stanów nie używamy specjalnej struktury danych, lecz za pomocą rekurencji program wie, który węzeł musi odwiedzić jako następny. Zatem przechowywanie stanów jest możliwe dzięki odkładaniu wywołań funkcji na stosie.

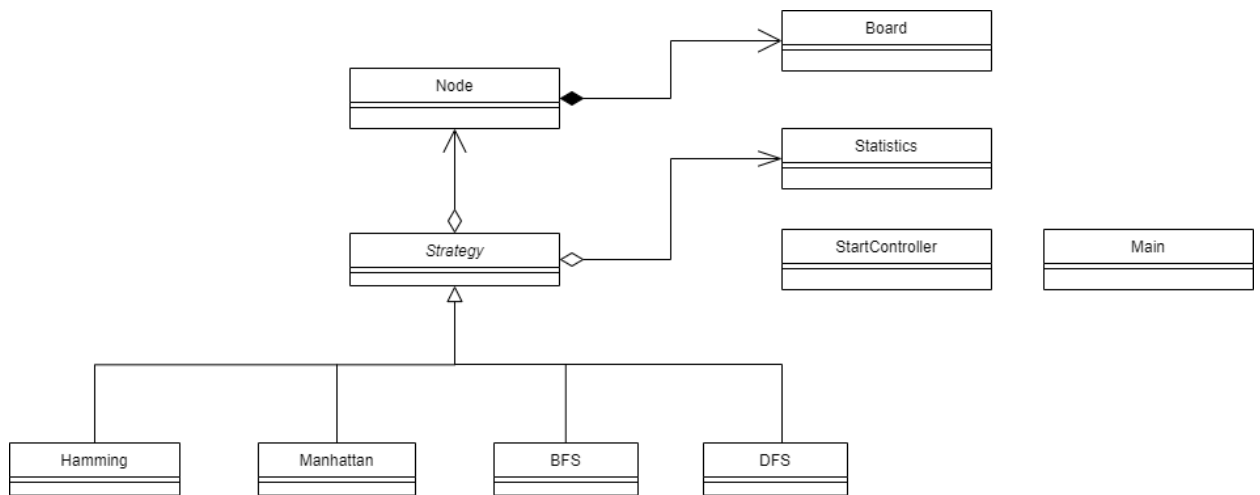
3.2. BFS

Dla algorytmu BFS wykorzystywane są dwie *ArrayListy*, które przechowują stany. Jedna z nich przechowuje węzły do odwiedzenia, a druga węzły odwiedzone. Spełniają one funkcję kolejki - nowe elementy dodawane są na koniec listy, a niepotrzebne już elementy znajdujące się na początku listy są usuwane.

3.3. A^*

W przypadku algorytmów A^* dane są przetrzymywane na liście (*ArrayList*), która spełnia zadania kolejki priorytetowej. W momencie dodania nowego elementu na liście, jest ona sortowana zgodnie z wynikiem funkcji (1). Na początku listy znajdują się "najgorsze" elementy - te, których wartość funkcji jest największa, a na końcu elementy, które mają wartość tej funkcji najmniejszą.

Na poniższym rysunku przedstawiony jest uproszczony diagram UML naszego programu.



Rysunek 5. Diagram UML.

4. Materiały i metody

Do przeprowadzenia badań nad utworzoną przez nas aplikacją użyliśmy kilku programów znajdujących się na stronie przedmiotu na Wikampie.

1. Program do utworzenia 413 różnych układów piętnastki z głębokością 1-7
 2. Skrypt uruchamiający naszą aplikację z każdym algorytmem oraz ewentualną heurystyką i kolejnością
 3. Skrypt Podsumowujący uzyskane wyniki z poprzedniego skryptu
- Otrzymane wyniki przedstawiliśmy na wykresach w następnej sekcji.

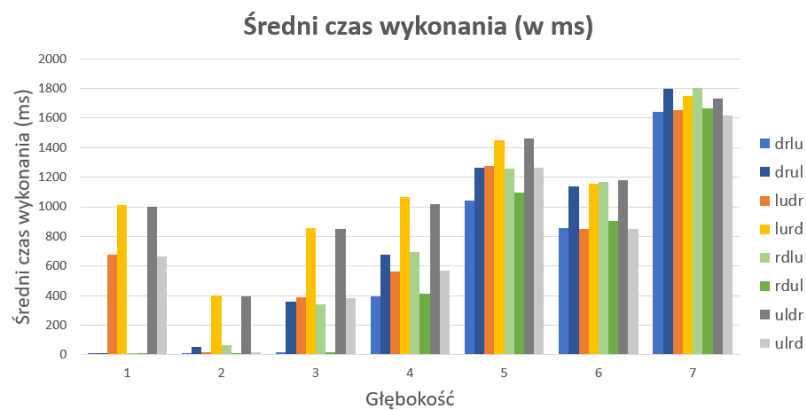
5. Wyniki

Na poniższych wykresach przedstawiliśmy średnie wartości:

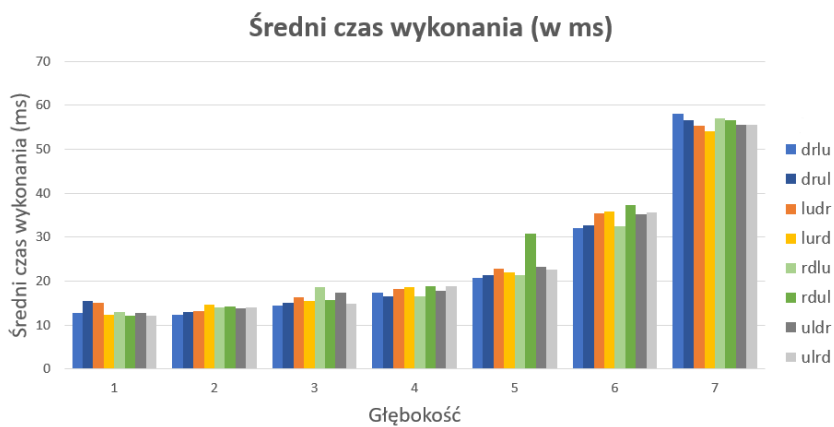
- Czasu wykonywania
- Maksymalnej głębokości
- Ilości przetworzonych węzłów
- Ilości odwiedzonych węzłów
- Długości rozwiązania

Każdy wykres został wykonany dla każdej strategii oraz ich heurystyk.

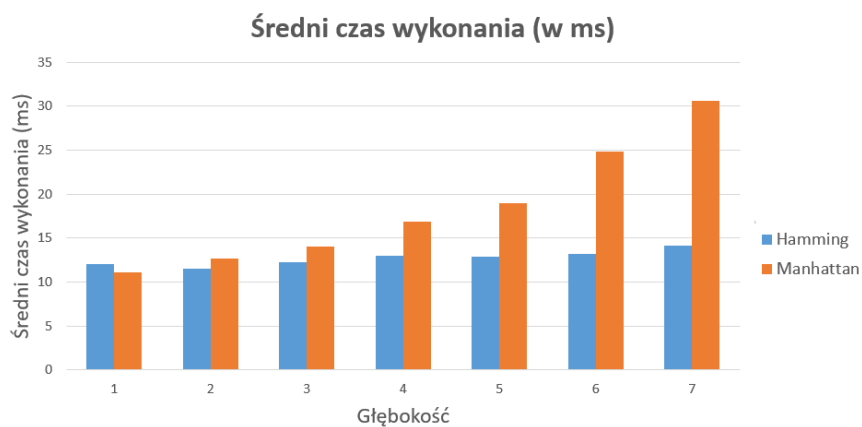
5.1. Czas wykonania



Rysunek 6. Średni czas wykonania dla algorytmu DFS



Rysunek 7. Średni czas wykonania dla algorytmu BFS



Rysunek 8. Średni czas wykonania dla algorytmu A*

5.2. Maksymalna głębokość



Rysunek 9. Średnia maksymalna głębokość dla algorytmu DFS

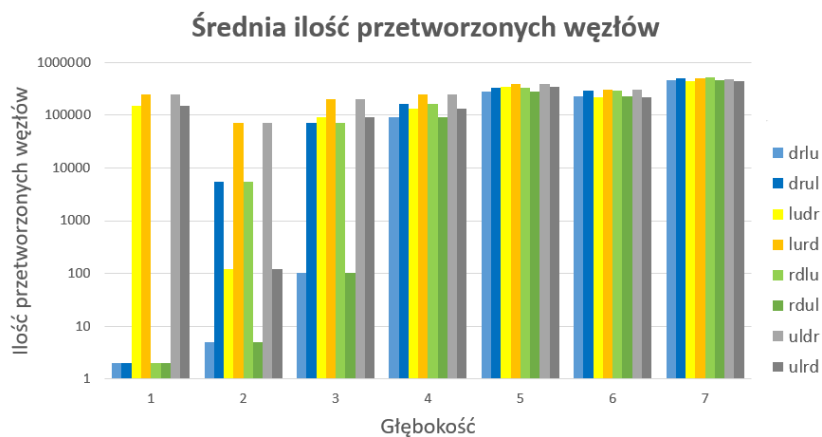


Rysunek 10. Średnia maksymalna głębokość dla algorytmu BFS

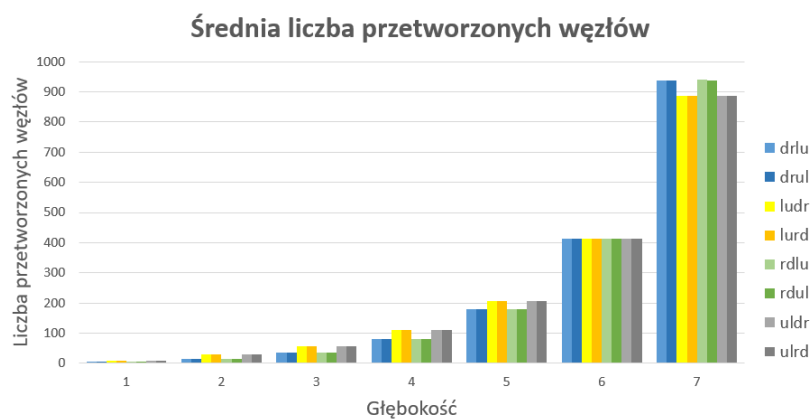


Rysunek 11. Średnia maksymalna głębokość dla algorytmu A*

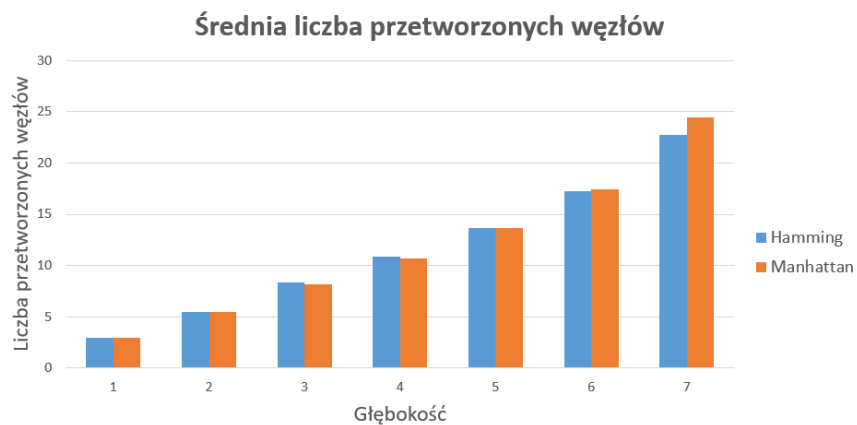
5.3. Ilość przetworzonych węzłów



Rysunek 12. Średnia ilość przetworzonych węzłów dla algorytmu DFS

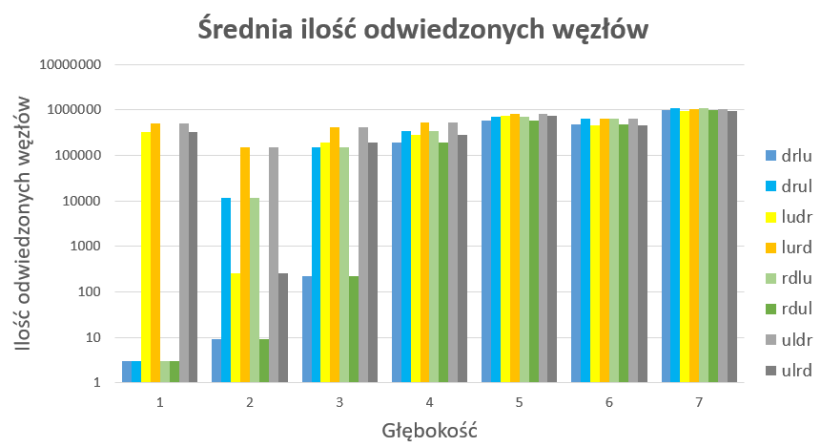


Rysunek 13. Średnia ilość przetworzonych węzłów dla algorytmu BFS

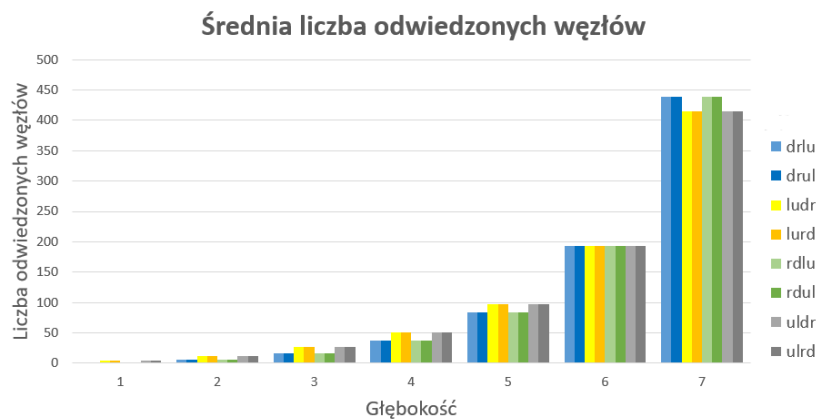


Rysunek 14. Średnia ilość przetworzonych węzłów dla algorytmu A*

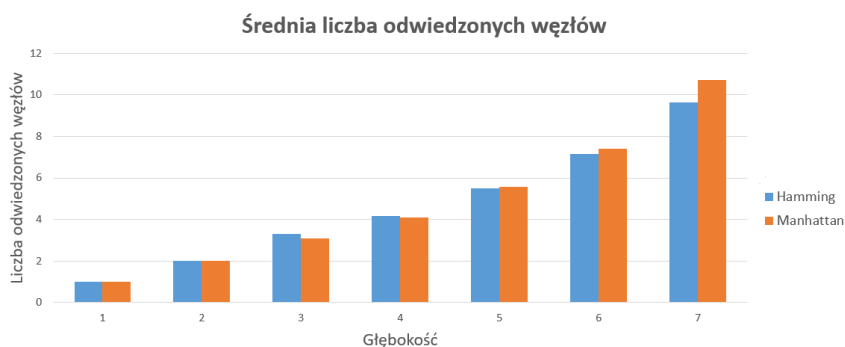
5.4. Ilość odwiedzonych węzłów



Rysunek 15. Średnia ilość odwiedzonych węzłów dla algorytmu DFS

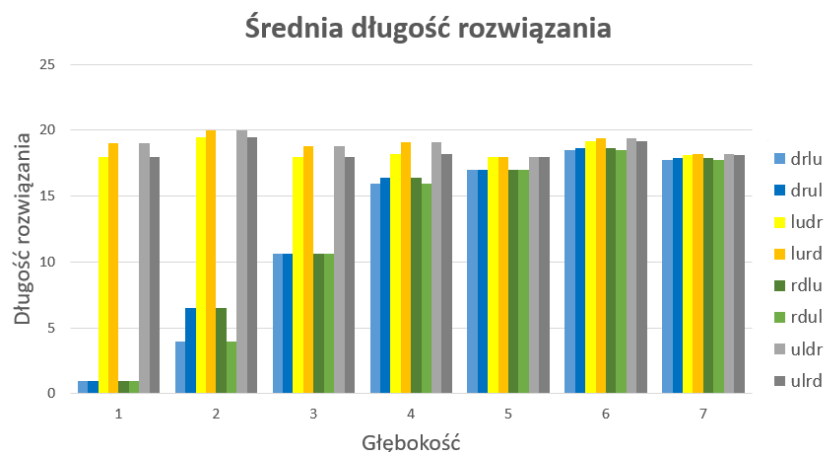


Rysunek 16. Średnia ilość odwiedzonych węzłów dla algorytmu BFS

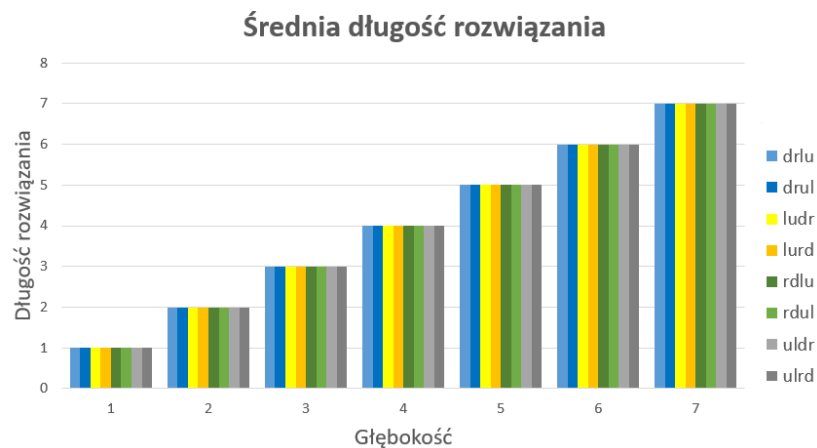


Rysunek 17. Średnia ilość odwiedzonych węzłów dla algorytmu A*

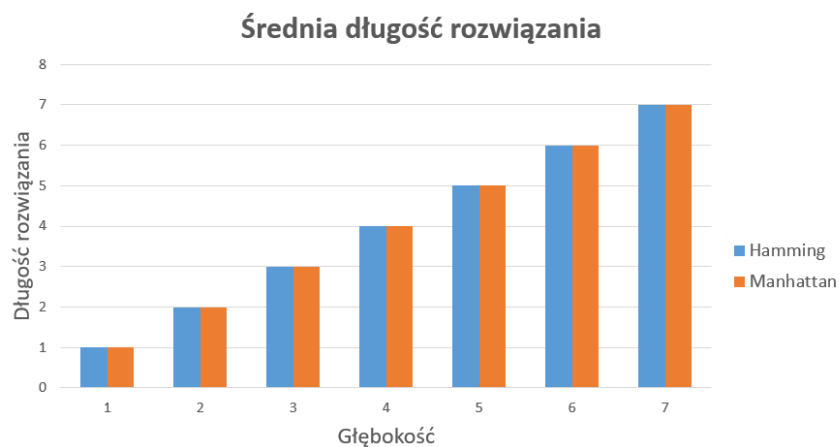
5.5. Długość rozwiązania



Rysunek 18. Średnia długość rozwiązania dla algorytmu DFS

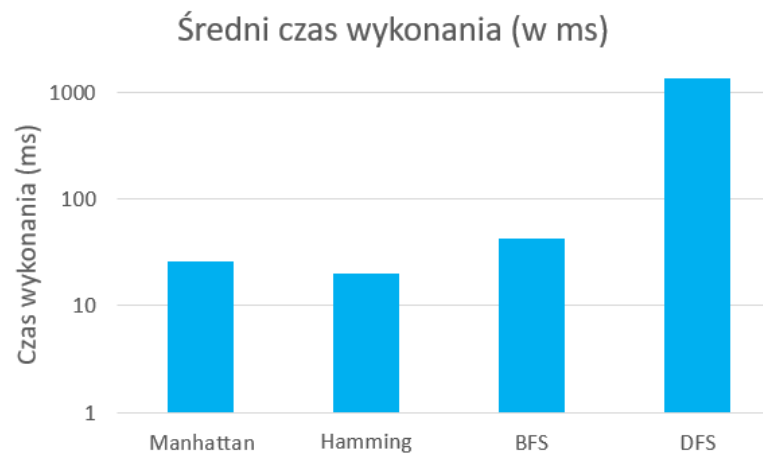


Rysunek 19. Średnia długość rozwiązania dla algorytmu BFS

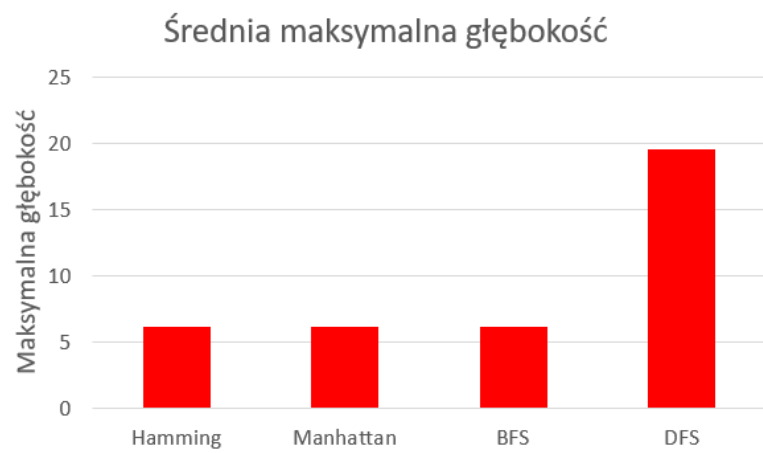


Rysunek 20. Średnia długość rozwiązania dla algorytmu A*

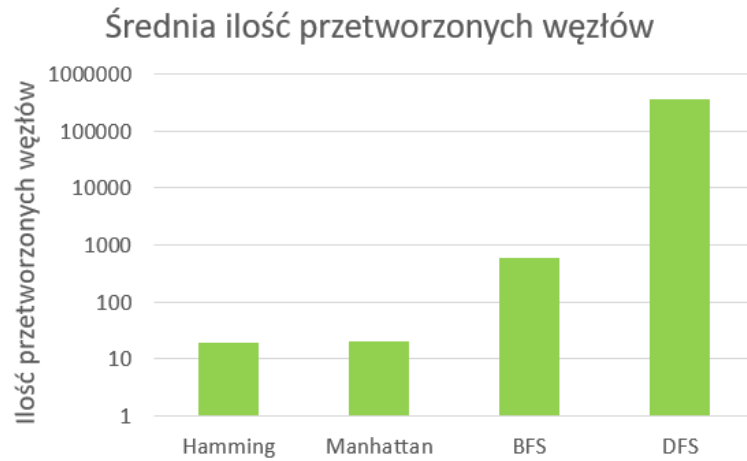
5.6. Podsumowanie algorytmów



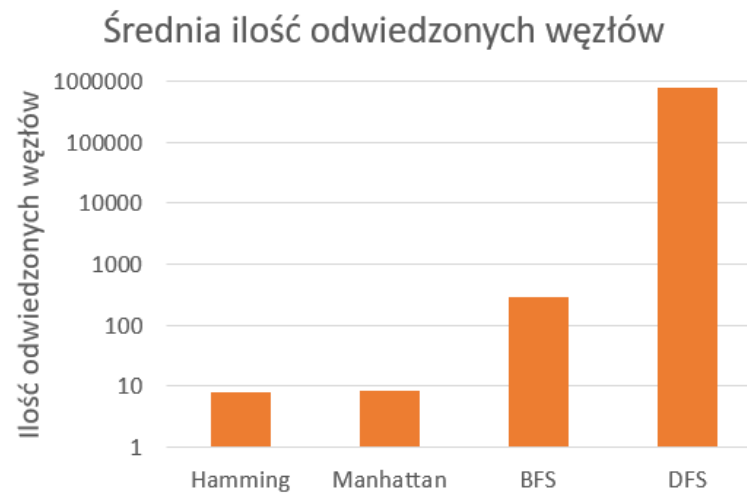
Rysunek 21. Średni czas wykonania - podsumowanie algorytmów



Rysunek 22. Średnia maksymalna głębokość - podsumowanie algorytmów



Rysunek 23. Średnia ilość przetworzonych węzłów - podsumowanie algorytmów



Rysunek 24. Średnia ilość odwiedzonych węzłów - podsumowanie algorytmów



Rysunek 25. Średnia długość rozwiązania - podsumowanie algorytmów

6. Dyskusja

6.1. DFS

Dla algorytmu DFS wszystkie badane właściwości miały najwyższe wartości, a co za tym idzie - najgorsze. Najszybciej można to porównać z innymi algorytmami na wykresach 21 - 25. Znaleziona średnia długość rozwiązania jest bliska 20, czyli wartości maksymalnej, ustawionej w programie.

W tym algorytmie bardzo duży wpływ na jego działanie ma priorytet ruchów. W przypadku priorytetów zaczynających się kolejnością DR lub RD długość rozwiązania różni się dla głębokości mniejszej od 5. Również można to zauważyć na wykresie średniej liczby przetworzonych i odwiedzonych węzłów (rysunki 12 oraz 15), jak i również średniej maksymalnej głębokości (9).

6.2. BFS

Ta strategia, w porównaniu do strategii DFS ma znacznie mniejsze wartości, lecz niektóre wartości ma nieco większe niż w przypadku algorytmu A*. Możemy zauważyć, że na wykresie (19) długość rozwiązania jest zawsze równa głębokości, więc możemy mieć pewność, że zawsze zostanie znalezione rozwiązanie najkrótsze i najbardziej optymalne.

Spoglądając na wykresy średniej liczby przetworzonych i odwiedzonych węzłów (rysunki 13 i 16) można zauważyć, że w przypadku coraz większej głębokości liczba odwiedzonych węzłów znacznie rośnie. Można więc wywnioskować, że jeżeli ta głębokość byłaby jeszcze większa, również czas przetwarzania drastycznie wzrośnie.

6.3. A*

W przypadku strategii A* obydwie zastosowane heurystyki dają bardzo podobne i najlepsze wyniki. Średnia długość rozwiązania, ilość przetworzonych czy odwiedzonych węzłów są niemal identyczne, tak samo jak średni czas wykonania (rysunki 8, 14 i 17). Możemy więc śmiało powiedzieć, że ten algorytm jest najlepszy do rozwiązania *piętnastki*.

7. Wnioski

- W każdym względzie algorytm DFS jest najgorszy, więc nie powinno się go stosować do rozwiązywania *piętnastki*.
- Algorytmy A^* niezależnie od wybranej heurystyki są bardzo do siebie podobne i najbardziej optymalne, jednak nie można porównywać ich ze sobą - są do siebie zbyt podobne.
- Czas przetwarzania algorytmów BFS i DFS zależy w dużej mierze od liczby stanów, dlatego im większa ilość ruchów do wykonania, tym gorzej się sprawują.
- Dużą różnicę można zauważyć w stanach odwiedzonych i przetworzonych w algorytmach DFS i BFS, natomiast bliską 0 dla heurystyk Hamminga i Manhattan.
- Do programu rozwiązującego *Piętnastkę* najlepszym wyborem będzie strategia A^* .

Literatura

- [1] <http://www.math.ubc.ca/cass/courses/m308-02b/projects/grant/fifteen.html> [dostęp 17.03.2020]
- [2] https://pl.wikipedia.org/wiki/Przeszukiwanie_w_głęb [dostęp 17.03.2020]
- [3] https://pl.wikipedia.org/wiki/Przeszukiwanie_wszerz [dostęp 17.03.2020]
- [4] https://en.wikipedia.org/wiki/A*_search_algorithm [dostęp 17.03.2020]