Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Национальный исследовательский университет ИТМО»

Факультет Программной инженерии и компьютерной техники

Лабораторная работа №1

"Перевод чисел между различными системами счисления"

Вариант №27

Выполнила:

Касьяненко Вера Михайловна

Группа:

P3120

Преподаватель:

Болдырева Елена Александровна

г. Санкт-Петербург

2023

СОДЕРЖАНИЕ

ЗАДАНИЕ

Перевести число "A", заданное в системе счисления "B", в систему счисления "C". Числа "A", "B" и "C" взять из таблицы 1.

Таблица 1 – Задание

№ примера	A	B	C
1	25307	10	9
2	10053	7	10
3	28D10	15	5
4	52,16	10	2
5	3B,64	16	2
6	73,14	8	2
7	0,001001	2	16
8	0,011001	2	10
9	1F,1E	16	10
10	75	10	Фиб
11	33{^2}00	7C	10
12	10100010	Fib	10
13	1000001.000001	Berg	10

Всего нужно решить 13 примеров. Для примеров с 5-го по 7-й выполнить операцию перевода по сокращенному правилу (для систем с основанием 2 в системы с основанием 2^k). Для примеров с 4-го по 6-й и с 8-го по 9-й найти ответ с точностью до 5 знака после запятой. В примере 11 группа символов {^2} означает -2 в симметричной системе счисления.

ОСНОВНЫЕ ЭТАПЫ ВЫЧИСЛЕНИЯ

Пример 1

$25307_{(10)} = X_{(9)}$

- Делим 25307 на 9: 25307 ÷ 9 = 2811 и остаток 8
- Делим 2811 на 9: 2811 ÷ 9 = 312 и остаток 3
- Делим 312 на 9: 312 ÷ 9 = 34 и остаток 6
- Делим 34 на 9: 34 ÷ 9 = 3 и остаток 7
- Делим 3 на 9: 3 ÷ 9 = 0 и остаток 3

Получившиеся остатки в порядке записи “снизу вверх” соответствуют цифрам числа в 9-ной системе счисления, начиная со старшего разряда.

Ответ: $X = 37638_{(9)}$

Пример 2

$10053_{(7)} = X_{(10)}$

$$10053_{(7)} = 1 \cdot 7^4 + 0 \cdot 7^3 + 0 \cdot 7^2 + 5 \cdot 7^1 + 3 \cdot 7^0 = 2401 + 35 + 3 = \\ = 2439_{(10)}$$

Ответ: $X = 2439_{(10)}$

Пример 3

$28D10_{(15)} = X_{(5)}$

Шаг 1: из 15-ной в 10-ную

$$28D10_{(15)} = 2 \cdot 15^4 + 8 \cdot 15^3 + D \cdot 15^2 + 1 \cdot 15^1 + 0 \cdot 15^0 \\ = 101250 + 27000 + 2925 + 15 = 131190_{(10)}$$

Шаг 2: из 10-ной в 5-ную

- 131190 ÷ 5 = 26238 с остатком 0
- 26238 ÷ 5 = 5247 с остатком 3
- 5247 ÷ 5 = 1049 с остатком 2
- 1049 ÷ 5 = 209 с остатком 4
- 209 ÷ 5 = 41 с остатком 4

- $41 \div 5 = 8$ с остатком 1
- $8 \div 5 = 1$ с остатком 3
- $1 \div 5 = 0$ с остатком 1

Получившиеся остатки в порядке записи “снизу вверх” соответствуют цифрам числа в 5-ной системе счисления, начиная со старшего разряда.

Ответ: $X = 13144230_{(5)}$

Пример 4

$52{,}16_{(10)} = X_{(2)}$

Шаг 1: целая часть числа

$52 = 32 + 16 + 4 = 110100_{(2)}$

Шаг 2: дробная часть числа

0,16 * 2 = 0,32 | 0

0,32 * 2 = 0,64 | 0

0,64 * 2 = 1,28 | 1

0,28 * 2 = 0,56 | 0

0,56 * 2 = 1,02 | 1

…

Полученные целые части чисел при умножении в порядке “сверху вниз” будут цифрами дробной части числа в 2-ной системе счисления, начиная с первого дробного разряда.

$0{,}16_{(10)} = 0{,}00101_{(2)}$

Ответ: $X = 110100{,}00101_{(2)}$

Пример 5

$3B,64_{(16)} = X_{(2)}$

Так как $16 = 2^4$, то переведём число из 16-ной в 2-ую систему счисления, заменив каждую 16-ную цифру исходного числа её переведённым значением в 2-ную систему счисления. Таблица перевода представлена на рисунке 1.

10сс	2сс	8сс	16сс
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F

Рисунок 1 – Таблица перевода

$3B,64_{(16)} = 0011\ 1011,\ 0110\ 0100_{(2)} = 111011{,}011001_{(2)}$

Ответ: $X = 111011{,}011001_{(2)}$

Пример 6

$73{,}14_{(8)} = X_{(2)}$

Так как $8 = 2^3$, то переведём число из 8-ной в 2-ую систему счисления, заменив каждую 8-ную цифру исходного числа её переведённым значением в 2-ную систему счисления. Таблица перевода представлена на рисунке 1.

$73{,}14_{(8)} = 111\ 011,\ 001\ 100_{(2)} = 111011{,}0011_{(2)}$

Ответ: $X = 111011{,}0011_{(2)}$

Пример 7

$0{,}001001_{(2)} = X_{(16)}$

Разобьём число на группы по 4 цифры, дополнив число незначащими нулями как в целой, так и в дробной частях, чтобы количество цифр было кратно 4, и заменим каждую группу на переведённое значение в 16-ной системе счисления. Таблица перевода представлена на рисунке 1.

$0{,}001001_{(2)} = 0000,\ 0010\,0100_{(2)} = 0{,}24_{(16)}$

Ответ: $X = 0{,}24_{(16)}$

Пример 8

$0{,}011001_{(2)} = X_{(10)}$

$$0{,}011001_{(2)} = 0 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} + 1 \cdot 2^{-3} + 0 \cdot 2^{-4} + 0 \cdot 2^{-5} + 1 \cdot 2^{-6} = \\ = 0{,}25 + 0{,}125 + 0.015625 = 0{,}390625_{(10)}$$

Ответ: $X = 0{,}390625_{(10)}$

Пример 9

$1F, 1E_{(16)} = X_{(10)}$

$$1F, 1E_{(16)} = 1 \cdot 16^1 + 15 \cdot 16^0 + 1 \cdot 16^{-1} + 14 \cdot 16^{-2} \\ = 16 + 15 + 0.0625 + 0.0546875 \approx 31{,}11719_{(10)}$$

Ответ: $X = 31{,}11719_{(10)}$

Пример 10

$75_{(10)} = X_{(\Phi)}$

Выпишем последовательность Фибоначчи: 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, …

Представим число как сумму членов последовательностей Фибоначчи так, чтобы не было взято двух подряд стоящих членов последовательности (для однозначного перевода), затем переведём в систему счисления Фибоначчи: $75_{(10)} = 55 + 13 + 5 + 2 = 100101010_{(\Phi)}$

Ответ: $X = 100101010_{(\Phi)}$

Пример 11

$33\{\hat{}2\}00_{(7C)} = X_{(10)}$

$$33\{\hat{}2\}00_{(7C)} = 3 \cdot 7^4 + 3 \cdot 7^3 - 2 \cdot 7^2 + 0 \cdot 7^1 + 0 \cdot 7^0 = 7203 + 1029 - 98 \\ = 8134_{(10)}$$

Ответ: $X = 8134_{(10)}$

Пример 12

$10100010_{(\mathrm{Fib})} = X_{(10)}$

Выпишем последовательность Фибоначчи: 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, …

При переводе из фибоначчиевой в 10-ную систему счисления каждая единица означает добавление в сумму члена последовательности Фибоначчи, стоящего на той же позиции, что и номер разряда: $10100010_{(\mathrm{Fib})} = 34 + 13 + 2 = 49_{(10)}$

Ответ: $X = 49_{(10)}$

Пример 13

$1000001{,}000001_{(\mathrm{Berg})} = X_{(10)}$

При переводе из системы счисления Бергмана в 10-ную каждая единица означает добавление в сумму z^i, где $z = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ – число золотой пропорции, i – индекс разряда с единицей. Возьмём приближённые значения z^n из тех, которые представлены на рисунке 2.

```
z^5 = 1.618033988749895^5 =  11.090169943749476
z^4 = 1.618033988749895^4 =  6.854101966249686
z^3 = 1.618033988749895^3 =  4.23606797749979
z^2 = 1.618033988749895^2 =  2.618033988749895
z^1 = 1.618033988749895^1 =  1.618033988749895
z^0 = 1.618033988749895^0 =  1.0
z^(-1) = 1.618033988749895^(-1) =  0.6180339887498948
z^(-2) = 1.618033988749895^(-2) =  0.38196601125010515
z^(-3) = 1.618033988749895^(-3) =  0.23606797749978967
z^(-4) = 1.618033988749895^(-4) =  0.14589803375031543
z^(-5) = 1.618033988749895^(-5) =  0.09016994374947422
z^(-6) = 1.618033988749895^(-6) =  0.0557280900008412
```

Рисунок 2 – Приближённые значения $\boldsymbol{z^n}$

$$1000001{,}000001_{(\mathrm{Berg})} = z^6 + z^0 + z^{-6} =$$

$$= 17.944271909999163 + 1 + 0.0557280900008412 = 19_{(10)}$$

Ответ: $X = 19_{(10)}$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате выполнения данной работы я изучила общую теорию систем счисления, в частности следующие темы:

- Перевод чисел из недесятичных системы счисления в десятичную;
- Перевод чисел из десятичной системы счисления в недесятичные путём деления на основание данной системы счисления и выписывания остатков;
- Перевод из недесятичных систем счисления в другие недесятичные с использованием промежуточного перевода в десятичную систему счисления;
- Перевод из системы счисления с основанием n в систему счисления с основанием n^k и наоборот, заменяя группы цифр переведённым значением в другой системе счисления;
- Системы счисления Бергмана и симметричные системы счисления.

Далее выполнила задания по переводу чисел в различные системы счисления.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Балакшин Е.А., Соснин П.В., Машина В.В. Информатика. – СПб: Университет ИТМО, 2020.

2. Орлов С. А. Цилькер Б. Я. Организация ЭВМ и систем: Учебник для вузов, 2-е издание. – СПб: Питер, 2011.