



FUNDAÇÃO GETULIO VARGAS
ESCOLA BRASILEIRA DE ECONOMIA E FINANÇAS
CURSO DE GRADUAÇÃO EM CIÊNCIAS ECONÔMICAS

CAO BITTENCOURT FERREIRA

ESCALAS DE EQUIVALÊNCIA NO BRASIL:
O CUSTO DE VIDA BRASILEIRO SEGUNDO
OS MÉTODOS DE ENGEL E DE ROTHBARTH

Rio de Janeiro, RJ

2021

FUNDAÇÃO GETULIO VARGAS
ESCOLA BRASILEIRA DE ECONOMIA E FINANÇAS
CURSO DE GRADUAÇÃO EM CIÊNCIAS ECONÔMICAS

ESCALAS DE EQUIVALÊNCIA NO BRASIL:
O CUSTO DE VIDA BRASILEIRO SEGUNDO
OS MÉTODOS DE ENGEL E DE ROTHBARTH

“Declaro ser o único autor do presente trabalho de conclusão de curso, requisito parcial para a obtenção do grau de Bacharel em Ciências Econômicas e ressalto que não recorri a qualquer forma de colaboração ou auxílio de terceiros para realizá-lo a não ser nos casos e para os fins autorizados pelo professor orientador.”

Cao Bittencourt Ferreira

Professor Orientador: Dr. Bruno Barsanetti.

Rio de Janeiro, RJ

2021

CAO BITTENCOURT FERREIRA

**ESCALAS DE EQUIVALÊNCIA NO BRASIL:
O CUSTO DE VIDA BRASILEIRO SEGUNDO
OS MÉTODOS DE ENGEL E DE ROTHBARTH**

Trabalho de conclusão de curso
apresentado à Escola Brasileira de
Economia e Finanças como requisito
parcial para obtenção do grau de
Bacharel em Ciências Econômicas.

Aprovado em _____ de _____ de _____.

Grau atribuído ao trabalho de conclusão de curso: _____.

BANCA EXAMINADORA:

Professor Orientador: Dr. Bruno Barsanetti.

Escola Brasileira de Economia e Finanças

Fundação Getulio Vargas

Professor(a) Tutor(a): Dra. Maria Teresa Marins Duclos.

Escola Brasileira de Economia e Finanças

Fundação Getulio Vargas

“As opiniões emitidas neste trabalho são de inteira responsabilidade do Autor e não exprimem, necessariamente, o ponto de vista da Fundação Getulio Vargas.”

AGRADECIMENTOS

Ao Deus Altíssimo Todo Poderoso e à Santíssima Virgem Maria, Mãe de Deus e Minha Mãe, por quem eu tenho a plenitude da Felicidade neste mundo e no próximo.

Aos meus pais, que deram-me o presente infinitamente valioso da vida, bem como a educação e o sustento necessários para o meu desenvolvimento pessoal e profissional.

À Fundação Getulio Vargas, cujo rigor e excelência no ensino proporcionaram-me uma formação acadêmica verdadeiramente completa.

Ao meu Professor Orientador, Dr. Bruno Barsanetti, e à Tutora Dra. Maria Teresa Duclos, ambos muito solícitos, inteligentes e gentis.

Também gostaria de agradecer ao Núcleo de Apoio Pedagógico da Fundação e, em particular, à Cláudia, que acolheram-me e auxiliaram-me com cuidado e carinho admiráveis durante um ano tão atípico para mim.

“Quem de vós, querendo fazer uma construção, antes não se senta para calcular os gastos que são necessários, a fim de ver se tem com que acabá-la?”

(BÍBLIA, Lc 14, 28)

“É com sabedoria que se constrói a casa, pela prudência ela se consolida. Pela ciência enchem-se os celeiros de todo bem precioso e agradável.”

(BÍBLIA, Pr 24, 3-4)

RESUMO

Tendo por motivação o conhecimento do custo de vida no Brasil, estimaram-se escalas de equivalência através dos modelos de Engel e de Rothbarth, com base em duas Pesquisas de Orçamentos Familiares (POFs 2002-2003 e 2008-2009). Após verificar que as escalas assim calculadas são consistentes conforme quatro critérios de plausibilidade, uma comparação com 39 outras escalas de equivalência encontradas na literatura nacional e internacional confirmou que estão de acordo com os resultados esperados para as metodologias empregadas. Ajustaram-se, então, as duas POFs por unidade de adulto-equivalente a partir das escalas estimadas, obtendo medidas de renda e de consumo efetivos. Realizou-se também uma simulação do custo de vida mediano para múltiplas configurações familiares e patamares de renda *per capita* no Brasil. Os resultados indicam que: 1) o método de Engel para o cálculo de escalas de equivalência é teórica e empiricamente insatisfatório e não deve ser utilizado; 2) o método de Rothbarth, embora simples, é tão efetivo quanto abordagens modernas, e difíceis de implementar; 3) as escalas de equivalência mais simples, como um todo, são preferíveis às estimadas por metodologias mais complexas; 4) em particular, o método heurístico da raiz quadrada destaca-se dentre os demais considerados, por fornecer escalas de equivalência plausíveis e de maneira muito prática; 5) o custo de uma criança é de cerca de um quarto a um terço de um único adulto; 6) as medidas de renda, dispêndio e custo de vida ajustados são significativamente diferentes das medidas não ajustadas, demonstrando que escalas de equivalência são indispensáveis para a avaliação do bem-estar de uma família e para um planejamento orçamentário adequado.

Palavras-chave: Escalas de equivalência; Bem-estar; Custo de vida; Custo de uma criança; Método de Engel; Método de Rothbarth.

ABSTRACT

With the motivation of determining the cost of living in Brazil, we estimated equivalence scales using the Engel and Rothbarth models, based on two Brazilian Household Budget Surveys (POFs 2002-2003 and 2008-2009). After verifying that the scales thus calculated are consistent according to four plausibility criteria, a comparison with 39 other equivalence scales found in national and international literature confirmed that they are in line with the expected results for the employed methodologies. The estimated scales were then utilized to adjust the two POFs per adult-equivalent, obtaining effective wealth and consumption measures. We also carried out a simulation of the median cost of living in Brazil for multiple family compositions and per capita income levels. The results indicate that: 1) Engel's method for calculating equivalence scales is theoretically and empirically unsatisfactory and should not be used; 2) the Rothbarth method, in spite of its simplicity, proves to be as effective as modern approaches which are difficult to implement; 3) the simpler equivalence scales, as a whole, are preferable to those estimated by more complex methodologies; 4) in particular, the square root expert scale stands out among the others considered, for providing plausible estimates in a very practical manner; 5) the income cost of a child is about a quarter to a third of a single adult; 6) adjusted measures of wealth, expenditure, and cost of living are significantly different from the unadjusted measures, demonstrating that equivalence scales are indispensable for the evaluation of a family's well-being and proper budget planning.

Keywords: Equivalence scales; Welfare; Cost of living; Child costs; Engel's method; Rothbarth's method.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Método de Engel para estimação de escalas de equivalência	21
Figura 2 – Método de Rothbarth para estimação de escalas de equivalência	24
Figura 3 – Escalas por sistema de dispêndio linear (POF 1995-1996)	37
Figura 4 – Comparação geral das escalas de equivalência	59
Figura 5 – Comparação geral das escalas de equivalência (custos infantis)	60
Figura 6 – Renda equivalente (Escalas de Engel, POF 2002-2003)	61
Figura 7 – Renda equivalente (Escalas de Engel, POF 2008-2003)	62
Figura 8 – Renda equivalente (Escalas de Rothbarth, POF 2002-2003)	62
Figura 9 – Renda equivalente (Escalas de Rothbarth, POF 2008-2003)	63
Figura 10 – Custo de vida equivalente (Escalas de Engel, POF 2002-2003)	63
Figura 11 – Custo de vida equivalente (Escalas de Engel, POF 2008-2003)	64
Figura 12 – Custo de vida equivalente (Escalas de Rothbarth, POF 2002-2003)	64
Figura 13 – Custo de vida equivalente (Escalas de Rothbarth, POF 2008-2003)	65
Figura 14 – Consumo efetivo (Escalas de Engel, POF 2002-2003)	83
Figura 15 – Consumo efetivo (Escalas de Engel, POF 2008-2003)	83
Figura 16 – Consumo efetivo (Escalas de Rothbarth, POF 2002-2003)	84
Figura 17 – Consumo efetivo (Escalas de Rothbarth, POF 2008-2003)	84

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Escalas por sistema de dispêndio linear (POF 1995-1996)	38
Tabela 2 – Escalas pelos métodos de Engel e Rothbarth (POF 1995-1996)	39
Tabela 3 – Custos infantis pelos métodos de Engel e Rothbarth (POF 1995-1996)	39
Tabela 4 – Escalas pelo método de Rothbarth (POF 2002-2003)	40
Tabela 5 – Custos infantis pelo método de Rothbarth (POF 2002-2003)	41
Tabela 6 – Escalas pelo método de Engel (POF 2002-2003)	41
Tabela 7 – Escalas pelo método de Rothbarth (POF 2002-2003)	43
Tabela 8 – Escalas de equivalência na literatura internacional	44
Tabela 9 – Plausibilidade das escalas de equivalência internacionais	46
Tabela 10 – Descrição dos domicílios (POFs 2002-2003 e 2008-2009)	49
Tabela 11 – Descrição das despesas (POFs 2002-2003 e 2008-2009)	50
Tabela 12 – Descrição das despesas percentuais (POFs 2002-2003 e 2008-2009)	51
Tabela 13 – Escalas de equivalência estimadas	57
Tabela 14 – Escalas de equivalência estimadas (normalizadas)	57
Tabela 15 – Custos infantis estimados	58
Tabela 16 – Escalas estimadas pelo método calórico (FAO 1985)	80
Tabela 17 – Escalas estimadas pelo método calórico (RDA 1989)	81

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

POF	Pesquisa de Orçamentos Familiares
LES	<i>Linear Expenditure System</i>
SUR	<i>Seemingly Unrelated Regression</i>
ELES	<i>Extended Linear Expenditure System</i>
QES	<i>Quadratic Expenditure System</i>
GQES	<i>Generalized Quadratic Expenditure System</i>
AIDS	<i>Almost Ideal Demand System</i>
PIGLOG	<i>Price-Independent Generalized Logarithmic preferences</i>
QAIDS	<i>Quadratic Almost Ideal Demand System</i>
ATE	<i>Average Treatment Effect</i>
GMME	<i>Geometric Mean Matching Estimator</i>
OCDE	Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico
OECD	<i>Organisation for Economic Co-operation and Development</i>
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
A	Adulto
C	Criança
PC	<i>Per capita</i>
Q	Quintil
DTM	Despesas mensais totais medianas
CTV	Custo de vida
CSM EQ	Consumo efetivo
EQ	Equivalente

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	14
2. REVISÃO DA LITERATURA	16
2.1. ESCALAS DE EQUIVALÊNCIA	16
2.1.1. Definição de escalas de equivalência	16
2.1.1.1. Notação matemática	16
2.1.1.2. Problema de identificação	17
2.1.1.3. Critérios de plausibilidade	18
2.1.2. Métodos de estimação de escalas de equivalência	19
2.1.2.1. Abordagem de Engel	20
2.1.2.1.1. <i>método de Engel (alimentação)</i>	20
2.1.2.1.2. <i>método de Rothbarth (bens adultos)</i>	24
2.1.2.2. Sistemas de dispêndio	26
2.1.2.2.1. <i>sistema de dispêndio linear (LES)</i>	26
2.1.2.2.2. <i>sistema de dispêndio quadrático (QES)</i>	27
2.1.2.3. Sistemas de demanda	27
2.1.2.3.1. <i>sistema de demanda quase ideal (AIDS)</i>	28
2.1.2.3.2. <i>sistema de demanda quase ideal quadrático (QAIDS)</i>	29
2.1.2.4. Abordagens semiparamétricas	29
2.1.2.4.1. <i>função de perda original</i>	30
2.1.2.4.2. <i>função de perda modificada</i>	31
2.1.2.5. Abordagens contrafactuais	31
2.1.2.5.1. <i>pareamento (matching)</i>	32
2.1.2.5.2. <i>identificação parcial</i>	34
2.1.2.6. Escalas heurísticas (expert scales)	34
2.1.2.6.1. <i>raiz quadrada</i>	35
2.1.2.6.2. <i>OCDE original (Oxford) e OCDE modificada</i>	35
2.2. ESCALAS DE EQUIVALÊNCIA NO BRASIL	36
2.3. ESCALAS DE EQUIVALÊNCIA INTERNACIONAIS	44
3. DADOS UTILIZADOS	49
3.1. PESQUISA DE ORÇAMENTOS FAMILIARES (POF)	49
3.1.1. Estatísticas descritivas dos domicílios	49
3.1.2. Estatísticas descritivas das despesas	50
4. METODOLOGIA	53
4.1. TRATAMENTO DOS DADOS	53
4.2. SELEÇÃO AMOSTRAL	53
4.3. ESTRUTURA DOS MODELOS ESTIMADOS	54
4.4. METODOLOGIA PARA O AJUSTE DA POF	55

4.5. METODOLOGIA DO CÁLCULO DO CUSTO DE VIDA	56
5. RESULTADOS	57
5.1. ESCALAS DE EQUIVALÊNCIA	57
5.1.1. Escalas de equivalência estimadas	57
5.1.2. Comparação geral das escalas de equivalência	58
5.2. APLICAÇÕES DAS ESCALAS DE EQUIVALÊNCIA	61
5.2.1. POFs ajustadas por adulto-equivalente	61
5.2.2. Cálculo do custo de vida	63
6. DISCUSSÃO	66
6.1. DISCUSSÃO DAS ESCALAS DE EQUIVALÊNCIA	66
6.1.1. Considerações sobre as escalas estimadas e custos infantis	66
6.1.2. Considerações gerais sobre as escalas e custos infantis	67
6.2. DISCUSSÃO DAS APLICAÇÕES DAS ESCALAS	68
6.2.1. Considerações sobre a renda ajustada	68
6.2.2. Considerações sobre o custo de vida	69
7. CONCLUSÃO	71
BIBLIOGRAFIA	73
APÊNDICES	80
APÊNDICE A – Escalas de equivalência calóricas nacionais	80
APÊNDICE B – Consumo efetivo por adulto-equivalente	83

1. INTRODUÇÃO

Escalas de equivalência são estimativas econômicas de paridade de renda e dispêndio entre famílias com diferentes composições demográficas. Elas permitem responder à perguntas como: “Quanto de renda uma criança necessita para o seu sustento se comparada a um adulto?”; “Qual o dispêndio esperado de uma pessoa aposentada em sua velhice?”; “Quanto custa manter uma família de cinco pessoas?”; “E quanto custa uma família de dez (exatamente o dobro, mais do que o dobro, ou menos)?”; “Quanto as mulheres gastam mensalmente se comparadas aos homens?”; e assim por diante.

Tomando por unidade uma pessoa ou família de referência – geralmente, um homem adulto ou um casal sem filhos –, escalas de equivalência são definidas como o custo relativo da manutenção de um mesmo nível de utilidade para uma determinada pessoa ou família em comparação com a unidade de referência. Assim, por exemplo, se um homem adulto for a unidade, uma criança é dita “equivalente” a 0.3 de um adulto, segundo alguns métodos de estimação e a 0.5, segundo outros. Supondo, então, que o dispêndio total de um homem adulto seja cerca de R\$850.00 por mês, o “custo de uma criança” tendo-o como referência, seria de R\$255.00 e R\$425.00 por mês, respectivamente.

Existem muitos métodos para a estimação de escalas de equivalência. O primeiro deles foi desenvolvido por Engel (1895) e, desde o seu estudo pioneiro, uma série de abordagens alternativas foram propostas, a partir de procedimentos e pressupostos variados: algumas delas fundamentam-se nas diferentes necessidades calóricas de homens e mulheres em diferentes faixas etárias (viz. as escalas de equivalência nutricionais); outras são definidas heurísticamente (viz. as *expert scales*); e outras ainda, empiricamente (as escalas consideradas neste artigo).

Além de informarem sobre as demandas orçamentárias de pessoas – e grupos de pessoas – diferentes e, assim, auxiliarem na contabilidade do custo de vida, escalas de equivalência são essenciais para a correção de indicadores econômicos *per capita*. Pois indicadores *per capita*, por definição, pressupõem que haja uniformidade perfeita em uma população (i.e. que todos sejam equivalentes à unidade de referência). Mas uma vez que escalas de equivalência possibilitam comparar indivíduos e famílias entre si, possibilitam também uma medida mais precisa do que a simples divisão *per capita* (DEATON, 2018, p. 241).

Uma aplicação imediata e, no entanto, bastante importante dessa diferenciação é a correção da Pesquisa de Orçamentos Familiares (POF) por *adulto-equivalente*, isto é: as

medidas de renda e despesa domiciliares brasileiras *efetivas*, tendo em vista uma composição demográfica conhecida e as escalas de equivalência apropriadas. Esse tipo de ajuste é considerado indispensável na correta avaliação do bem-estar de uma população (cf. MERZ; FAIK, 1995; LANCASTER; RAY, 1998).

Portanto, tendo por motivação conhecer o custo de vida brasileiro, neste trabalho pretende-se concretizar dois objetivos principais: primeiramente, o cálculo de escalas de equivalência para as famílias brasileiras com base em duas Pesquisas de Orçamentos Familiares do IBGE (POFs 2002-2003 e 2008-2009); e, em segundo lugar, a demonstração de duas aplicações das escalas de equivalência (viz. a contabilidade do custo de vida equivalente no Brasil e a reavaliação dos níveis de renda e consumo efetivos para diferentes configurações familiares).

Os objetivos específicos, por sua vez, são: 1) a estimação de escalas de equivalência para as famílias brasileiras pelo método de Engel e pelo método de Rothbarth; 2) a comparação das escalas estimadas com outras escalas de equivalência encontradas na literatura nacional e internacional; 3) a contabilidade do custo de vida mediano esperado para diferentes configurações familiares e classes sociais, a partir das escalas de equivalência estimadas e das POFs 2002-2003 e 2008-2009; 4) e o ajuste das POFs por unidade de adulto-equivalente, considerando a renda familiar e múltiplas categorias de dispêndio.

A fim de cumprir esses objetivos, realiza-se uma extensa revisão da literatura no Capítulo 2 deste artigo, em que define-se precisamente o conceito de escalas de equivalência, os critérios de plausibilidade que devem respeitar e os métodos mais comuns para estimá-las. Em seguida, comentam-se alguns dos poucos estudos brasileiros dedicados ao cálculo de escalas de equivalência e os valores obtidos em cada um deles. Ao final do Capítulo, apresenta-se um panorama da literatura internacional, contemplando todas as abordagens explicadas anteriormente.

No terceiro capítulo, descrevem-se os dados das POFs 2002-2003 e 2008-2009, que foram empregados neste trabalho. O Capítulo 4 explicita o tratamento aplicado a esses dados, bem como os procedimentos adotados para a estimação das escalas de equivalência.

Os resultados assim obtidos são sintetizados no quinto capítulo e discutidos no sexto. O Capítulo 7 resume os procedimentos adotados, os resultados e as discussões anteriores e conclui com algumas recomendações finais sobre o custo de vida no Brasil e os diversos métodos considerados para a estimação de escalas de equivalência.

2. REVISÃO DA LITERATURA

2.1. ESCALAS DE EQUIVALÊNCIA

Uma escala de equivalência é a razão do dispêndio necessário para manter uma família em determinado nível de bem-estar, dada a sua composição demográfica, relativamente a uma outra família de referência com o mesmo nível de bem-estar (ANYAEGBU, 2010, p. 50). Assim, conforme exemplificado na introdução acima, as escalas de equivalência reduzem a uma mesma métrica pessoas e grupos de pessoas diferentes.

De fato, Deaton (2018, p. 412) define as escalas de equivalência precisamente como um *sistema de pesos*, que permite comparar os membros de uma mesma família e composições familiares diversas entre si, a partir de uma referência comum a todos. Pela atribuição de “pesos”, portanto, maiores ou menores às pessoas – ou “tipos” de pessoas – e às famílias – ou “tipos” de famílias – de acordo com os seus requerimentos de consumo, escalas de equivalência estabelecem paridades intradomiciliares e interdomiciliares de dispêndio e bem-estar (DEATON; MUELLBAUER, 1986, p. 742).

Desde o primeiro método para o cálculo de escalas de equivalência – o método de Engel (1895) –, desenvolveu-se um contínuo de outras escalas, que variam consideravelmente em termos de complexidade, abrangência, pressupostos e requisitos (DUDEL et al., 2020, p. 1). Nesta seção, pretende-se explicar algumas delas.

2.1.1. Definição de escalas de equivalência

2.1.1.1. Notação matemática

Compreendido o que são as escalas de equivalência, convém denotá-las matematicamente (cf. DUDEL et al., 2020, p. 4). Seja, então, um vetor $\mathbf{z} = (z_1, \dots, z_k)$ de k características demográficas (e.g. ocupação, nível de educação) dos membros de uma determinada família com renda y e $\mathbf{p} = (p_1, \dots, p_m)$ o vetor de preços com que todas as famílias se deparam no mercado ao solucionarem os seus respectivos problemas de maximização de bem-estar. Com isso, escreve-se a função de demanda por cada um dos m bens como $D(\mathbf{p}, y, \mathbf{z}) = \mathbf{q} = (q_1, \dots, q_m)$. E, dada uma função de utilidade $U(\mathbf{q}, \mathbf{z})$, o dispêndio ótimo $C(u, \mathbf{p}, \mathbf{z})$ para manter um nível de utilidade u , suprindo a demanda \mathbf{q} aos preços \mathbf{p} é calculado por $C(u, \mathbf{p}, \mathbf{z}) = \min_{\mathbf{q}} [\mathbf{p} \cdot \mathbf{q} \mid U(\mathbf{q}, \mathbf{z}) = u]$.

Agora, compara-se o dispêndio $C(u, \mathbf{p}, \mathbf{z}_h)$ de uma família h com características demográficas \mathbf{z}_h com o dispêndio $C(u, \mathbf{p}, \mathbf{z}_r)$ de uma família de referência com características demográficas \mathbf{z}_r (cf. DEATON, 2018, p. 248):

$$CV(u, \mathbf{p}, \mathbf{z}_h, \mathbf{z}_r) = C(u, \mathbf{p}, \mathbf{z}_h) - C(u, \mathbf{p}, \mathbf{z}_r) \quad (1)$$

A diferença (1) é a *variação compensatória* necessária para sustentar a família h no mesmo nível de utilidade u que a família de referência aos preços \mathbf{p} . Finalmente,

$$S(u, \mathbf{p}, \mathbf{z}_h, \mathbf{z}_r) = C(u, \mathbf{p}, \mathbf{z}_h) / C(u, \mathbf{p}, \mathbf{z}_r) \quad (2)$$

$$S(u, \mathbf{p}, \mathbf{z}_h) = C(u, \mathbf{p}, \mathbf{z}_h) / C(u, \mathbf{p}, \mathbf{z}_r) \quad (3)$$

é a escala de equivalência para a família h com base na família de referência. Ela expressa relativamente a variação compensatória (1) e, assim, permite avaliar de maneira mais clara o custo da manutenção de um mesmo nível de bem-estar para essas duas famílias. A equação (3) é simplesmente a normalização da equação anterior, tendo em vista uma mesma família de referência para todas as escalas (geralmente, um homem adulto ou um casal sem filhos).

2.1.1.2. Problema de identificação

É importante notar que tanto as variações compensatórias (1) quanto as escalas de equivalência (3) acima não são identificadas explicitamente, uma vez que exigem algumas informações adicionais para possibilitar comparações interpessoais de utilidade.

Essa é uma dificuldade fundamental e comum a todos os métodos de estimação de escalas, conforme demonstrado por Pollak e Wales (1979). Trata-se do problema de *subidentificação* das escalas de equivalência: “Any approach for estimating equivalence scales has to deal with this issue of identification.” (DUDEL et al., 2020, p. 4)

A fim de solucionar o problema de subidentificação e definir adequadamente as escalas de equivalência é imprescindível definir também *hipóteses de identificação*: “The lesson of the underidentification result is not that scales cannot be estimated, but that scales that are not supported by explicit assumptions are scales that cannot be taken seriously.” (DEATON, 2018, p. 251)

A escolha das hipóteses de identificação determina quatro tipos de abordagens para o

cálculo de escalas de equivalência (viz. as abordagens fisiológicas, subjetivas, heurísticas e empíricas). As abordagens fisiológicas usualmente solucionam o problema de subidentificação pela diferenciação de necessidades nutricionais para pessoas e grupos de pessoas diferentes (e.g. escalas de equivalência de calorias). As abordagens subjetivas procuram transpor os limites da teoria microeconômica tradicional através de questionários domiciliares para avaliação de níveis de renda e satisfação, evitando fazer uso das preferências reveladas no consumo (e, por esse motivo, não são consideradas aqui). As abordagens heurísticas são definidas de modo algo “arbitrário” por conjecturas informadas (i.e. uma *educated guess* de especialistas). E as abordagens empíricas, que são o grupo de interesse deste estudo, baseiam-se nas preferências reveladas pelo dispêndio familiar e solucionam o problema de subidentificação assumindo em maior ou menor grau de generalidade a forma da função utilidade dos consumidores.

2.1.1.3. Critérios de plausibilidade

Como é evidente da discussão acima, algumas hipóteses de identificação podem ser mais razoáveis e outras, menos. De fato, é possível que até sejam demonstravelmente falsas. Desse modo, a formulação explícita das hipóteses de identificação é bastante benéfica para auxiliar o julgamento das escalas estimadas, pois permite testar os seus pressupostos mais básicos.

Além disso, para que sejam consideradas teórica e empiricamente válidas, as escalas de equivalência devem respeitar alguns critérios de plausibilidade, definidos pelas seguintes equações (cf. DUDEL et al., 2020, p. 5):

$$S(u, \mathbf{p}, n + 1) > S(u, \mathbf{p}, n) \quad (4)$$

$$S(u, \mathbf{p}, n + 1) \leq S(u, \mathbf{p}, n) + 1 \quad (5)$$

$$S(u, \mathbf{p}, n + i + 1) - S(u, \mathbf{p}, n + i) \leq S(u, \mathbf{p}, n + i) - S(u, \mathbf{p}, n + i - 1) \quad (6)$$

$$S(u, \mathbf{p}, n_a + 1, n_c) > S(u, \mathbf{p}, n_a, n_c + 1) \quad (7)$$

O primeiro critério de plausibilidade (4) é o da *monotonicidade* das escalas de equivalência, também chamado de *household size effect* (STENGOS et al., 2006). Segundo esse critério, uma família maior determina uma escala maior, uma vez que cada pessoa demanda uma quantidade positiva de bens. Assim, para que sejam plausíveis, as escalas de

equivalência devem ser crescentes no tamanho da família (n).

O critério (5) estabelece a existência de *economias de escala* no domicílio. Isto é, o aumento em uma escala de equivalência devido à adição de um membro à família não pode ser maior do que um: “Larger values would indicate, for example, that a couple needs more than two singles.” (DUDEL et al., 2020, p. 6) A adoção desse critério de plausibilidade é justificada pela verificação cotidiana de fenômenos econômicos nas famílias como a diluição dos custos fixos com o aumento do número de seus membros, a partilha de bens públicos ou não exclusivos e mudanças comportamentais diversas. Os exemplos de economias de escala domiciliares são verdadeiramente numerosos (cf. DEATON; MUELLBAUER, 1980a), portanto citam-se apenas alguns:

[...] três pessoas não precisam proporcionalmente de mais carros e banheiros do que duas pessoas; os preços dos alimentos e o custo de preparação dos mesmos são em geral mais baratos quando realizados em grandes quantidades; e em famílias com filhos, as roupas e brinquedos dos filhos mais velhos podem ser em alguma medida reaproveitados nos filhos mais novos. (VAZ; VAZ, 2007, p. 2)

Analogamente, o critério (6) determina que o custo da introdução de um membro adicional na família é não crescente: “every additional household member adds less – or at least does not add more – to the scale than the previous one.” (DUDEL et al., 2020, p. 6) Embora possa haver exceções a esse critério (e.g. quando a quantidade de membros de uma família é limitada por algum custo fixo), via de regra a existência de economias de escala domiciliares implica em redução progressiva do dispêndio (DEATON, 2018, p. 243). Desse modo, escalas de equivalência plausíveis são não crescentes no acréscimo à escala por pessoa adicional.

Por fim, é necessário também que crianças custem menos do que adultos, conforme o critério de plausibilidade (7). Assim, a adição de uma criança à família ($n_c + 1$) deve produzir uma escala de equivalência menor do que a adição de um adulto ($n_a + 1$). A faixa etária empregada nessa diferenciação é crucial. Geralmente, é definida em 15 ou 18 anos, mas pode incluir múltiplas divisões ou classes etárias (e.g. VOS; ZAIDI, 1997, p. 321; DEATON; PAXSON, 1998, p. 924; VAZ; VAZ, 2007, p. 11). Em todo caso, as escalas de equivalência devem ser monotônicas em relação à idade.

2.1.2. Métodos de estimação de escalas de equivalência

Enunciam-se, agora, os principais métodos para o cálculo das escalas de

equivalência. Como aludido acima, os métodos são muitos (cf. LANCASTER; RAY, 1998, p. 12; DUDEL et al., 2020, p. 28), mas é possível separá-los em algumas abordagens mais gerais; em particular, nas abordagens empíricas: a abordagem de Engel, os sistemas de dispêndio, os sistemas de demanda, as abordagens semiparamétricas e contrafactuais.

Apesar de não pertencerem ao grupo das escalas empíricas, as *expert scales* também são acrescentadas a esta apresentação para fins comparativos. De cada abordagem destacam-se dois métodos.

2.1.2.1. Abordagem de Engel

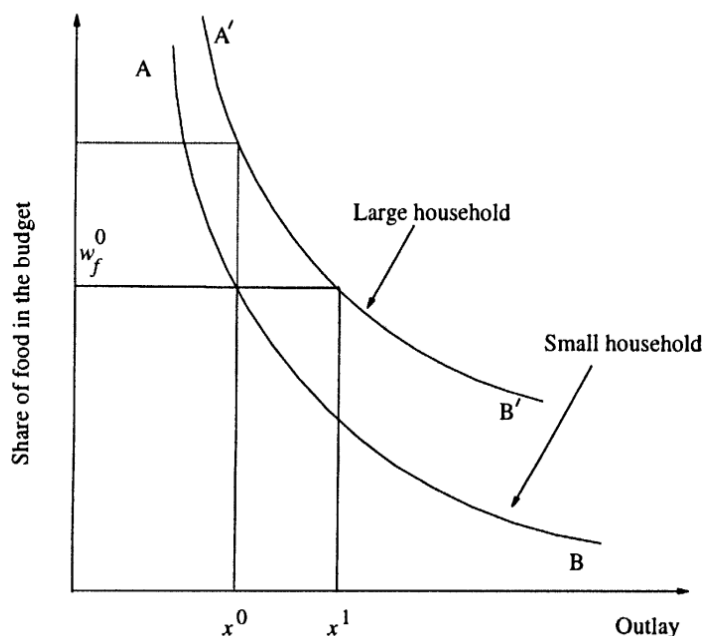
A primeira abordagem para a estimação de escalas de equivalência foi introduzida por Engel (1895) em sua investigação do dispêndio de famílias de classe trabalhadora na Bélgica e fundamenta-se na análise da participação de bens alimentícios nos orçamentos de famílias com diferentes níveis de renda e composições demográficas (LANCASTER; RAY, 1998, p. 1). Rothbarth (1943), por sua vez, adaptou o modelo de Engel, determinando um método levemente distinto do original (ver Subseção 2.1.2.1.2).

Como um todo, essa abordagem é bastante simples e de fácil estimação. No entanto, o método proposto por Engel, ao contrário do método de Rothbarth, sofre de múltiplas inconsistências teóricas e empíricas (algumas delas são discutidas ao final desta subseção). Em todo caso, os dois métodos continuam a ser amplamente utilizados devido à sua praticidade: “[...] this approach has low data requirements and is easy to apply.” (DUDEL et al., 2020, p. 7)

2.1.2.1.1. método de Engel (alimentação)

O método de Engel “propriamente dito” parte da observação de que a proporção de renda que uma família dedica à alimentação é decrescente em sua renda total, conforme verifica-se nas curvas de Engel abaixo:

Figura 1 – Método de Engel para estimação de escalas de equivalência



Fonte: Deaton (2018, p. 251).

Na Figura 1, comparam-se as curvas de Engel de famílias com diferentes tamanhos. O eixo horizontal refere-se ao dispêndio total domiciliar e o eixo vertical, à participação orçamentária da alimentação no dispêndio total. É evidente que os gastos percentuais com alimentação são decrescentes no dispêndio. E, como o dispêndio é tomado como medida de bem-estar, segue-se daí que famílias com maiores níveis de utilidade devem gastar uma proporção menor do orçamento com comida do que as famílias com menores níveis de utilidade.

A relação ilustrada por essa figura motiva, portanto, a hipótese de identificação do método de Engel (viz. de que é possível inferir a utilidade de uma família pela participação da alimentação em seu orçamento):

Assim, Engel concluiu que a fração dos gastos totais com alimentos poderia ser utilizada como um indicador indireto de bem-estar de uma família: quanto maior a proporção de gastos com alimentos, menor o nível de bem-estar da família. (VAZ; VAZ, 2007, p. 6)

Essa conclusão é conhecida como a *Lei de Engel* e é um dos pressupostos centrais de sua abordagem. Essencialmente, a Lei de Engel determina que as curvas de Engel do

dispêndio alimentício são negativamente inclinadas (como na Figura 1). Isso significa que a porcentagem do orçamento dedicada à alimentação é decrescente na renda, de modo que as famílias que gastam proporcionalmente uma fração menor de renda com comida têm maior bem-estar e vice-versa, como dito anteriormente.

É fácil compreender a intuição econômica desse postulado. Embora a alimentação seja uma necessidade “de primeira ordem” e, assim sendo, é “mais imediata” do que as demais categorias de consumo, conforme uma família enriquece, a sua demanda por comida não cresce indefinidamente, mas estabiliza-se em determinado ponto, a partir do qual pode-se aumentar o dispêndio com bens cuja utilidade marginal é maior do que a comida sem risco de subnutrição. Então, à medida que a renda total de uma família aumenta, a fração de sua renda gasta com alimentação tende a diminuir.

Em particular, a Lei de Engel permite definir que duas pessoas – ou grupos de pessoas – têm o mesmo nível de utilidade se, e somente se, dispenderem exatamente a mesma porcentagem de suas rendas com comida. Matematicamente,

$$u_h = u_r \Leftrightarrow w_f^h = w_f^r, \quad (8)$$

onde w_f é a porcentagem do orçamento gasta com comida, u é o nível de utilidade, e h e r denotam as famílias de comparação e referência, respectivamente. A equivalência (8) derivada da Lei de Engel possibilita, enfim, uma solução para o problema de subidentificação das escalas de equivalência. Pois a partir de (8), basta definir uma forma funcional para as curvas de Engel e, em seguida, pode-se proceder analiticamente¹ para a identificação de escalas, como demonstrado a seguir. Seja, então, uma curva de Engel segundo a forma funcional Working-Leser² (1943; 1963):

$$w_f = \alpha + \beta_x \log(x/n) + \sum_i \gamma_i n_i, \quad (9)$$

onde x/n é o dispêndio total *per capita*; n_i é a quantidade de pessoas de cada classe de idade e/ou sexo na família; γ_i , os parâmetros referentes a cada uma das classes; β_x , o coeficiente

¹ Esse cálculo também pode ser efetuado de modo iterativo (cf. LANCASTER; RAY, 1998, p. 5).

² A forma funcional Working-Leser é amplamente utilizada na literatura nacional e internacional por ser teoricamente fundamentada e adequar-se bem aos dados (DEATON; MUELLBAUER, 1986, p. 728; DEATON, 2018, p. 231).

angular da curva de Engel; e α é seu intercepto.

Substituindo (8) em (9), obtém-se:

$$\begin{aligned}
 u_h &= u_r \Leftrightarrow w_f^h = w_f^r \\
 \alpha + \beta_x \log(x_h / n_h) + \sum_i \gamma_i n_i^h &= \alpha + \beta_x \log(x_r / n_r) + \sum_i \gamma_i n_i^r \\
 \beta_x [\log(x_h / n_h) - \log(x_r / n_r)] &= \sum_i \gamma_i n_i^r - \sum_i \gamma_i n_i^h \\
 \log[(x_h / x_r) / (n_h / n_r)] &= \sum_i (\gamma_i / \beta_x) (n_i^h - n_i^r) \\
 \exp[\log(x_h / x_r)] &= (n_h / n_r) \exp[\sum_i (\gamma_i / \beta_x) (n_i^h - n_i^r)] \\
 S = x_h / x_r &= (n_h / n_r) \exp[\sum_i (\gamma_i / \beta_x) (n_i^h - n_i^r)] \quad (10)
 \end{aligned}$$

A formulação (10) determina a escala de equivalência segundo a abordagem de Engel. Os coeficientes dessa equação são estimados pela regressão de w_f conforme a forma funcional adotada para a curva de Engel (ver Seção 4.3). Por fim, a *compensação de Engel* é calculada pela diferença entre x_h e x_r (ver Subseção 2.1.1.1).

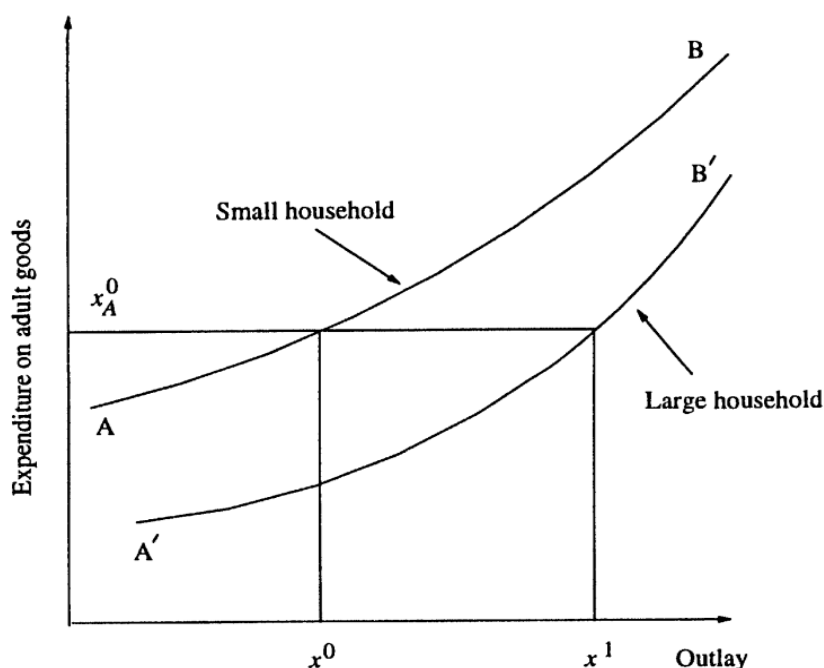
Embora o procedimento acima seja conveniente, as críticas ao método de Engel são muitas (cf. RIO GROUP, 2006, p. 38). Nicholson (1976), por exemplo, argumenta fortemente contra o uso da participação da comida no orçamento como medida de bem-estar. Também Deaton e Muellbauer (1986, p. 727, p. 738) criticam o método por esse mesmo motivo: pois tendo em vista que grande parte do dispêndio com crianças é, precisamente, direcionado à alimentação, um número maior de filhos em uma família aumenta sobremaneira o seu dispêndio relativo com comida. Assim, a compensação (1) derivada pelo método de Engel superestima o “custo de uma criança”: “[...] Engel compensation is overcompensation, and the estimates of child costs using the Engel methodology are too high.” (DEATON, 2018, p. 255) Adiante, destacam-se exemplos dessa “supercompensação” de Engel (ver Seções 2.2 e 2.3).

2.1.2.1.2. método de Rothbarth (bens adultos)

O método de Rothbarth (1943) para o cálculo de escalas de equivalência é similar ao método de Engel, mas pressupõe que o bem-estar adulto é diretamente relacionado ao dispêndio familiar com bens exclusivamente demandados por adultos, chamados assim de “bens adultos” (e.g. roupas de adultos, álcool, fumo e educação universitária).

Em contraposição às escalas de Engel, essas escalas de equivalência não são identificadas pela *participação orçamentária* da alimentação, mas pelo *nível de dispêndio* com bens adultos (DEATON; MUELLBAUER, 1986, p. 731; LANCASTER; RAY, 1998, p. 6; DUDEL et al., 2020, p. 23), uma vez que o efeito renda decorrente da adição de uma criança à família reduz o consumo desses bens, de modo a redirecionar os recursos à criança (DEATON, 2018, p. 256). Com isso, infere-se o custo de uma criança pela redução do consumo de bens adultos e determinam-se as escalas de equivalência pela compensação necessária para a manutenção do nível de consumo anterior (i.e. compensação de Rothbarth). Ilustra-se a hipótese de identificação do método de Rothbarth no diagrama abaixo:

Figura 2 – Método de Rothbarth para estimação de escalas de equivalência



Fonte: Deaton (2018, p. 256).

Na Figura 2, compara-se o nível de dispêndio com bens adultos (eixo vertical) com o dispêndio total (eixo horizontal) de uma família grande e de uma pequena, ambas com as mesmas preferências de consumo por bens adultos. Fixado, então, o consumo da família pequena, a diferença $x^1 - x^0$ é a compensação de Rothbarth necessária para manter a família maior no mesmo nível de bem-estar que a menor.

Portanto, como no método de Engel, tomando os bens de adulto como indicadores de bem-estar, pressupõe-se que duas famílias obtêm o mesmo nível de utilidade se, e somente se, consumirem a mesma quantidade desses bens. As regressões e escalas de equivalência são estimadas conforme a abordagem de Engel, delineada acima, apenas substituindo a participação orçamentária de alimentos pelo consumo de bens adultos.

Apesar da simplicidade do método, no entanto, é evidente que essa hipótese de identificação implica algum grau de arbitrariedade. De fato, como demonstrado por Lancaster e Ray (1998, p. 12), as escalas de Rothbarth assumem valores significativamente maiores ou menores dependendo dos bens de adulto utilizados como indicador de bem-estar (i.e. são *commodity sensitive*). É até mesmo possível que isso prejudique a funcionalidade adequada do método em alguns casos (VAZ; VAZ, 2007, p. 10). Dito isso, a seleção original de bens de adulto empregada por Rothbarth (1943) é bastante ampla, incluindo praticamente qualquer bem de consumo prescindível (e.g. jóias, perfumes, alimentação fora do domicílio, lazer adulto), além de poupança e investimentos (DEATON, 2018, p. 256).

Deve-se ressaltar, ainda, que a hipótese de identificação do método de Rothbarth é fundamentada na separabilidade da utilidade dos pais e dos filhos. Em outras palavras, presume-se: 1) que o nascimento de uma criança não surte efeito sobre as preferências paternas pelos bens adultos; 2) e que os filhos afetam o consumo familiar apenas pelo efeito renda, não pelo efeito substituição (LANCASTER; RAY, 1998, p. 3). Embora ambas suposições sejam controversas (e.g. DEATON et al., 1989; DEATON, 2018, p. 258), são também consideradas mais razoáveis do que aquelas exigidas pelo método de Engel: “This argument seems to us to be reasonably convincing and is much more satisfactory than any corresponding justification that can be created for the Engel assumption that the food share indicates adult welfare.” (DEATON; MUELLBAUER, 1986, p. 732)

Destaca-se também que, ao contrário do método de Engel, o método de Rothbarth pode subestimar as escalas de equivalência (e.g. DEATON; MUELLBAUER, 1986, p. 740; DUDEL et al., 2020, p. 23). Em todo caso, a literatura como um todo costuma preferir o método de Rothbarth ao método de Engel (RIO GROUP, 1999, p. 4).

2.1.2.2. Sistemas de dispêndio

Os sistemas de dispêndio são a generalização da abordagem de Engel (RIO GROUP, 1999, p. 5). Desse modo, não consistem apenas na estimação de uma única regressão para um determinado bem, mas em um sistema completo de curvas de Engel para múltiplas categorias de bens. Pode-se também estimar um sistema para subcategorias de uma mesma categoria mais abrangente, como é o caso dos sistemas de dispêndio alimentícios, que comparam diferentes tipos de alimentos entre si (cf. PODDER, 1971; AGÜERO; GOULD, 2003).

Além disso, os sistemas de dispêndio podem incorporar os níveis de preços da economia, inclusive permitindo mudanças intertemporais nos preços de cada um dos bens. Em sua forma mais simples, entretanto, desconsideram-se variações nos preços, normalizando-os para um.

2.1.2.2.1. sistema de dispêndio linear (LES)

Primeiramente propostos por Stone (1954), os sistemas de dispêndio lineares (*Linear Expenditure Systems*, ou LES) assumem a forma da função utilidade Stone-Geary (1950) e impõem restrições de homogeneidade, simetria da matriz de Slutsky e *adding up*, isto é: 1) de que a função de demanda seja homogênea de grau zero nos preços; 2) de que as derivadas de preços cruzadas sejam simétricas; 3) e, finalmente, de que o somatório das funções de demanda seja igual ao dispêndio total.

A partir desses pressupostos, então, o cálculo do sistema de dispêndio linear é dado pelo modelo de regressões aparentemente não relacionadas (*Seemingly Unrelated Regression*, ou SUR) conforme a formulação a seguir (cf. DUDEL et al., 2020, p. 8):

$$x_i = p_i a_i + b_i \left(x - \sum_{j=1}^m p_j a_j \right), \quad (11)$$
$$\sum_{i=1}^m b_i = 1$$

No sistema (11) o dispêndio com o i -ésimo bem é denotado por $x_i = p_i q_i$; $p_i a_i$ é o dispêndio mínimo com esse mesmo bem (i.e. nível de subsistência); b_i é a sua participação orçamentária; e x , o dispêndio total com todos os m bens.

Para o cálculo das escalas, estimam-se as regressões SUR para cada uma das configurações familiares e utiliza-se o nível de subsistência obtido ($p_i a_i$) como medida de comparação:

$$S = \sum_{i=1}^m a_i^h / \sum_{i=1}^m a_i^r, \quad (12)$$

onde h é a família de comparação e r , a família de referência. Por simplicidade, a equação (12) é normalizada definindo $\mathbf{p} = \mathbf{1}$, mas podem-se incluir os níveis de preços, como dito anteriormente.

Existem muitas variantes do modelo LES, dentre as quais destaca-se o ELES (*Extended Linear Expenditure System*), que inclui os investimentos como uma categoria de despesa adicional (cf. LLUCH, 1973).

2.1.2.2.2. sistema de dispêndio quadrático (QES)

Por fim, o sistema de dispêndio quadrático (cf. HOWE et al., 1979) é análogo ao LES, mas não requer que as curvas de Engel dos bens que compõem o sistema sejam lineares, e sim quadráticas, permitindo, com isso, que as escalas de equivalência sejam dependentes do nível de renda. Essa é uma distinção bastante importante, uma vez que a hipótese de linearidade das curvas de Engel foi repetidamente rejeitada (DUDEL et al., 2020, p. 23). Como extensões, destaca-se o sistema de dispêndio quadrático geral, ou GQES (cf. LAFRANCE; POPE, 2009).

2.1.2.3. Sistemas de demanda

Os sistemas de demanda completos são uma abordagem ainda mais flexível para a modelagem dos padrões de consumo domiciliares (DUDEL et al., 2020, p. 9). De fato, o modelo proposto por Barten (1964), ou modelo de Roterdão, e as suas extensões consistem na generalização das abordagens precedentes (RIO GROUP, 1999, p. 5). Assim, ao contrário dos métodos de Engel e de Rothbarth, os sistemas de demanda não exigem suposições muito fortes atrelando consumo e bem-estar domiciliar; e, além disso, são fundamentados na teoria da utilidade (LANCASTER; RAY, p. 1998, p. 7).

A estimação dos sistemas de demanda, entretanto, é mais complexa, uma vez que obrigatoriamente incorporam variações nos preços. Desse modo, são necessárias ao menos duas amostras de dados de demanda para comparação dos níveis de preços.

2.1.2.3.1. sistema de demanda quase ideal (AIDS)

O sistema de demanda quase ideal (*Almost Ideal Demand System*, ou AIDS) foi introduzido por Deaton e Muellbauer (1980b) como uma alternativa aos sistemas de demanda mais populares (Roterdão e *translog*) e, desde então, tornou-se altamente influente.

O modelo pressupõe que a forma funcional da utilidade das famílias seja da classe de preferências logarítmicas generalizadas independentes de preços (*price-independent generalized logarithmic*, ou PIGLOG, cf. DEATON; MUELLBAUER, 1980b, p. 313). A partir dessa classe de preferências, então, a participação orçamentária do i -ésimo bem (w_i) pode ser escrita como (cf. DUDEL, et al., 2020, p. 9):

$$w_i = \alpha_i + \sum_{j=1}^m \gamma_{ij} \log(p_j) + \beta_i \log(x/P), \quad (13)$$

$$\log(P) = \alpha_0 + \sum_{i=1}^m \alpha_i \log(p_i) + (1/2) \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \gamma_{ij} \log(p_i) \log(p_j)$$

Na equação (13), como nas anteriores, o dispêndio domiciliar total com os m bens é denotado por x ; β_i é o efeito marginal da renda; p_i , o preço do i -ésimo bem; e α_i , o intercepto da curva de Engel desse mesmo bem. P é um deflator de preços para a renda, via de regra linearmente aproximado (e.g. BARNETT; SECK, 2008). Por sua vez, o parâmetro γ_{ij} captura o efeito do preço de um bem j sobre o bem i .

Finalmente, para a estimação do AIDS é necessário calcular um sistema de regressões SUR com base nas participações orçamentárias (13) de todos os m bens. Em seguida, algumas adaptações (cf. RAY, 1983) possibilitam utilizá-lo para a obtenção de escalas de equivalência, bastando substituir a participação orçamentária w_i por:

$$w_i = \alpha_i + \sum_{j=1}^m \gamma_{ij} \log(p_j) + \theta_i \log(x/SP), \quad (14)$$

$$\theta_i = \beta_i + \eta_i d_h$$

onde d_h é uma variável *dummy* para a configuração familiar; e $\eta_i + \beta_i$ corresponde à elasticidade-renda da família de comparação. Feito isso, a escala de equivalência S é dada pela seguinte formulação:

$$S = 1 + \rho d_h, \quad (15)$$

onde ρ mede a demanda da família de comparação em relação à família de referência.

2.1.2.3.2. sistema de demanda quase ideal quadrático (QAIDS)

Embora o sistema de demanda quase ideal adeque-se bem à modelagem de variados padrões de consumo domiciliares e seja muito mais flexível do que os sistemas de dispêndio e os métodos de Engel e de Rothbarth, ainda assim requer algumas suposições fortes. Em particular, o AIDS assume que as participações orçamentárias dos bens sejam linearmente relacionadas ao logaritmo do dispêndio real total e ao logaritmo dos preços relativos (DEATON; MUELLBAUER, 1980b, p. 322).

O sistema de demanda quase ideal quadrático (*Quadratic Almost Ideal Demand System*, ou QAIDS), proposto por Banks et al. (1997), corrige essa deficiência do AIDS, permitindo a não linearidade das curvas de Engel através da adição de um termo quadrático do logaritmo deflacionado da renda. Com isso, as escalas de equivalência calculadas pelo QAIDS passam a depender do nível de renda e o ajuste do modelo é melhorado significativamente. Por esse motivo, o QAIDS é considerado o método padrão para modelagem de demanda domiciliar (DUDEL et al., 2020, p. 2).

2.1.2.4. Abordagens semiparamétricas

Embora algumas das abordagens acima sejam mais flexíveis do que outras, todas elas pressupõem que a relação entre renda e participação orçamentária seja linear ou, no máximo, quadrática, o que não necessariamente é apropriado para todas as categorias de bens.

Procurando remover essa restrição, Pendakur (1999) desenvolveu uma abordagem semiparamétrica, que permite o cálculo de escalas de equivalência para curvas de Engel sem

especificações predefinidas: “Thus, the model imposes rather weak restrictions on the Engel curves and it allows for a broad class of functional forms in the empirical analysis.” (BÜTIKOFER, 2010, p. 8).

As únicas suposições feitas sobre as formas funcionais das curvas de Engel são: 1) que sejam as mesmas para todas as famílias (i.e. *shape invariance*); 2) que sejam deslocadas verticalmente apenas em função da elasticidade-preço; 3) e que sejam deslocadas horizontalmente apenas em função da escala de equivalência (PENDAKUR, 1999, p. 6).

Além disso, as abordagens semiparamétricas também não exigem muito em termos de dados, de modo que uma única amostra é suficiente para a estimação de escalas.

2.1.2.4.1. função de perda original

Na primeira etapa do método semiparamétrico original são definidas as curvas de Engel de um bem i para as famílias de referência (r) e comparação (h) como uma função qualquer do logaritmo da renda ou dispêndio total da família de comparação x_h , do logaritmo da escala de equivalência δ e da elasticidade-preço do consumo μ_i (cf. DUDEL et al., 2020, p. 10):

$$w_i^h(\log(x_h)) = w_i^r(\log(x_h) - \delta) + \mu_i \quad (16)$$

A forma funcional das curvas de Engel acima é obtida através de métodos não paramétricos – geralmente, uma regressão de kernel – visando minimizar uma função de perda ou algum critério semelhante (PENDAKUR, 1999, p. 8). Além de curvas de Engel individuais para cada categoria de bens, pode-se também estimar um sistema de curvas de Engel, como os apresentados acima (cf. BLUNDELL et al., 1998).

Em uma segunda etapa, o logaritmo da escala de equivalência δ é encontrado iterativamente pela minimização da diferença entre os dois lados da equação (16) via *grid search* (PENDAKUR, 1999, p. 15; BÜTIKOFER, 2010, p. 23). Finalmente, a escala de equivalência é dada pela exponencial desse parâmetro:

$$S = \exp(\delta) \quad (17)$$

2.1.2.4.2. função de perda modificada

Stengos et al. (2006) adaptam a segunda etapa do procedimento semiparamétrico original, empregando uma função de perda modificada, que inclui um termo de penalização para valores extremos: “One can think of the penalty term as a variance-reducing device. It moves the estimation away from the tails and to the center of the sample.” (BÜTIKOFER, 2010, p. 9) Assim, ao restringir os valores de δ , o termo de penalização possibilita a estimação de escalas de equivalência mais plausíveis (DUDEL et al., 2020, p. 10).

Além disso, enquanto a função de perda original desconsidera o dispêndio da família de referência, a função de perda modificada incorpora toda a informação disponível para a estimação das escalas. De fato, a equivalência (16) implica que:

$$w_i^h(\log(x_h)) - \mu_i = w_i^r(\log(x_h) - \delta) \quad (18)$$

$$w_i^h(\log(x_r) + \delta) - \mu_i = w_i^r(\log(x_r)) \quad (19)$$

Esse é um corolário da suposição de *shape invariance*. Pois já que as curvas de Engel de cada bem devem ter a mesma forma para todas as famílias, segue-se que as formas funcionais não paramétricas para as curvas de Engel com base no dispêndio da família de referência x_r e no dispêndio da família de comparação x_h são idênticas (BÜTIKOFER, 2010, p. 10). E, como o termo de penalização é assintoticamente independente de δ (STENGOS et al., 2006), pode-se, enfim, calcular as escalas de equivalência não somente a partir de x_h (16), mas também de x_r (19).

2.1.2.5. Abordagens contrafactuais

Pelos métodos semiparamétricos, então, estimam-se curvas de Engel não paramétricas, e escalas de equivalência paramétricas (BÜTIKOFER, 2010, p. 10). Uma abordagem contrafactual mais recente, no entanto, permite um cálculo inteiramente não paramétrico de escalas de equivalência.

Baseada na metodologia dos resultados possíveis (*potential outcomes framework*), ou modelo de causalidade de Neyman-Rubin (cf. HOLLAND, 1986), esta abordagem destaca-se como a mais flexível dentre todas as aqui listadas. De fato, as escalas de equivalência

contrafactuais requerem apenas algumas suposições leves e podem ser calculadas para qualquer grupo de indicadores de bem-estar. A abordagem contrafactual também possibilita que as escalas de equivalência dependam do nível de renda e que as curvas de Engel não sejam restritas a formas funcionais predefinidas (DUDEL, 2015, p. 2).

2.1.2.5.1. pareamento (*matching*)

O método de pareamento (ou *matching*) introduzido por Szulc (2009) reescreve o cálculo de escalas de equivalência em termos de resultados possíveis (DUDEL et al., 2020, p. 10). A fim de compreendê-lo, explicam-se brevemente alguns aspectos do modelo de causalidade de Neyman-Rubin (cf. IMBENS; RUBIN, 2015).

Em primeiro lugar, definem-se: 1) um resultado de interesse Y ; 2) e uma variável indicadora T , que assume valor unitário se determinado tratamento for recebido ou zero, caso contrário (classificando cada observação de uma amostra nas categorias de “tratamento” ou “controle”). Dado um vetor \mathbf{V} de variáveis quaisquer, o resultado Y deve ser independente de T , conforme a hipótese de ignorabilidade. É necessário também garantir a seguinte condição de sobreposição: $0 < \Pr(T = 1 \mid \mathbf{V}) < 1$. A última suposição exige que o resultado de uma observação i seja independente do valor assumido pela variável de tratamento em uma outra observação j (DUDEL, 2015, p. 2). Finalmente, a partir desses pressupostos, denota-se para o i -ésimo resultado de interesse observado:

$$y_i(t_i) = t_i y_i^1(1) + (1 - t_i) y_i^0(0), \quad (20)$$

$$t_i \in \{0, 1\}$$

E, considerando todas as n observações de Y , pode-se obter uma medida do efeito médio do tratamento (*Average Treatment Effect*, ou ATE):

$$ATE = E[Y^1 - Y^0] = (1/n) \sum_{i=1}^n [y_i(1) - y_i(0)] \quad (21)$$

Segundo a equação (20), o i -ésimo resultado de interesse observado é dado pela soma dos resultados de tratamento e de controle ponderados pela variável aleatória indicadora

do tratamento recebido. Em (20) é evidente também que apenas um dos resultados potenciais é efetivamente observado. Na equação (21), o efeito médio do tratamento para uma amostra de tamanho n indica a média das diferenças entre os resultados observados nos grupos de tratamento e controle.

Para adaptar esses conceitos à estimação de escalas de equivalência, primeiramente substitui-se a identificação dos grupos (viz. “tratamento” e “controle”) pelas configurações familiares classificadas por uma variável aleatória F , de modo que $F = 0$ no caso da família de referência e $F = 1$ para uma família de comparação. Seja, então, uma variável X referente ao dispêndio de uma família para auferir o nível de utilidade U dado um vetor \mathbf{W} de características associadas ao seu bem-estar agregado³. Com isso, o valor observado de F indica dois resultados possíveis: u^1 e $x^1(u^1)$, se $F = 1$; e u^0 e $x^0(u^0)$, se $F = 0$. Assim sendo, pode-se fixar o nível de bem-estar da família de referência para obter: u^0 e $x^1(u^0)$, se $F = 1$; e u^0 e $x^0(u^0)$, se $F = 0$.

Por fim, a variação compensatória e as escalas de equivalência são estimadas de maneira análoga à explicada na Subseção 2.1.1.1, mas fazendo uso do efeito médio do tratamento para o cálculo. De fato, é fácil perceber que o ATE formulado em (21) é bastante semelhante à variação compensatória (1). E, realmente, é intuitivo conceber essa variação como um efeito médio do tratamento (i.e. o valor esperado da compensação necessária para mudar de uma configuração familiar para outra).

Dito isso, para a obtenção das escalas de equivalência propriamente ditas, é necessário fazer algumas adaptações ao efeito médio do tratamento, a fim de computar o valor esperado da razão dos dispêndios e solucionar o problema de subidentificação das escalas (cf. DUDEL, 2015, p. 3-4). Desse modo, após uma simples manipulação algébrica, escreve-se (cf. DUDEL et al., 2020, p. 11):

$$S = E[x_0^1 / x_0^0] = E[x_0^1] / E[x_0^0] - Cov[x_0^1 / x_0^0, x_0^0] / E[x_0^0] \quad (22)$$

A covariância em (22) é calculada pela distribuição conjunta de $x^0(u^0)$ e $x^1(u^0)$, que, por sua vez, não é pontualmente identificada (e.g. ABBRING; HECKMAN, 2007). A solução adotada para esse problema determina dois métodos para a estimação de escalas contrafactuais. Szulc (2009) substitui o dispêndio X pelo seu logaritmo, de modo que o efeito

³ Esse mesmo vetor \mathbf{W} pode incorporar um ou mais dos indicadores de bem-estar utilizados pelas outras abordagens (e.g. dispêndio com bens de adulto), bem como as características demográficas de cada um dos membros da família (e.g. sexo, idade, ocupação, educação).

médio do tratamento (21) resulta na média geométrica dos dispêndios (DUDEL, 2014, p. 4):

$$\log(\text{GMME}) = (1/n) \sum_{i=1}^n [\log(x_i^1) - \log(x_i^0)] = \log(G(X^1/X^0)), \quad (23)$$

onde G é o operador de média geométrica; e GMME, o estimador de média geométrica para o pareamento (*Geometric Mean Matching Estimator*). A escala de equivalência é dada pela exponencial desse termo:

$$S = \exp[\log(\text{GMME})] = G(X^1/X^0) = G(X^1)/G(X^0) \quad (24)$$

A equação (24) é pontualmente identificada, segundo a propriedade fundamental da média geométrica. Assim, o método não paramétrico de Szulc (2009) é capaz de fornecer escalas de equivalência com valores definidos.

2.1.2.5.2. identificação parcial

Outra alternativa para a não identificação em (22) é delineada por Dudel (2014). Ao contrário das demais abordagens, o método da identificação parcial produz escalas de equivalência restritas a um limite inferior e um limite superior (DUDEL et al., 2020, p. 11). Isto é, não determina-se uma escala de equivalência específica, mas um intervalo de possíveis escalas $[S_L, S_U]$. Os limites desse intervalo são obtidos através da metodologia proposta por Fan et al. (2017) e explicada em detalhe por Dudel (2015).

É importante destacar, entretanto, que sem hipóteses adicionais os intervalos de escalas de equivalência podem ser consideravelmente grandes e, portanto, pouco informativos. A utilização de um número maior de indicadores de bem-estar também permite reduzir a faixa de resultados possíveis (DUDEL, 2014, p. 11).

2.1.2.6. Escalas heurísticas (*expert scales*)

Finalmente, comentam-se brevemente as *expert scales* para comparação. Essas abordagens “heurísticas” são assim denominadas por servirem de “atalho” à estimação de escalas de equivalência quando não é possível nem útil introduzir as complexidades

metodológicas associadas a esse tipo de cálculo. Desse modo, as escalas heurísticas são “regras de ouro” que permitem ajustes rápidos, sem grandes requerimentos de dados ou poder computacional.

Contudo, isso não significa que as *expert scales* sejam pouco confiáveis. De fato, as escalas consideradas aqui não violam nenhum dos critérios de plausibilidade e os valores obtidos por elas são muitas vezes próximos daqueles obtidos pelos métodos mais elaborados (e.g. DUDEL et al., 2020, p. 22, p. 26).

Trata-se, a seguir, da escala de raiz quadrada (cf. RAINWATER, 1974; ATKINSON et al., 1995, p. 52; OECD, 2008; OECD, 2011) e de ambas escalas da OCDE (cf. OECD, 1982; HAGENAARS et al., 1994), amplamente utilizadas em pesquisas aplicadas. Outras escalas heurísticas são propostas por Citro e Michael (1995), Buhmann et al. (1988), McClements (1977) e Orshansky (1965).

2.1.2.6.1. raiz quadrada

Como indica o seu próprio nome, esta escala de equivalência é determinada pela raiz quadrada do número de membros de uma família. Por exemplo, tomando um domicílio de um único adulto como referência, calcula-se para um casal, $S = 2^{0.5} = 1.41$; ou, para um casal com três filhos, $S = 5^{0.5} = 2.24$; e assim por diante.

Essa formulação simples e eficiente possui todas as propriedades desejadas para uma escala de equivalência: é crescente no número de indivíduos (4), mas produz economias de escala (5) com acréscimo decrescente por pessoa adicional (6); e apenas não atende ao critério (7) por não diferenciar explicitamente entre adultos e crianças (porém, dado que crianças são sempre adicionadas à família depois de seus pais, as economias de escala implicitamente garantem esse critério também). Além disso, os valores estimados pela escala de raiz quadrada são condizentes com os métodos mais plausíveis, especialmente em famílias maiores (DUDEL et al., 2020, p. 3, p. 30).

2.1.2.6.2. OCDE original (Oxford) e OCDE modificada

A antiga escala OCDE, também conhecida como *Oxford*, atribui valores fixos a cada tipo de membro de uma família: o primeiro adulto (pessoa de referência) conta como 1, os demais como 0.7 e cada criança como 0.5. Pela escala OCDE modificada, os pesos são: 1 para o primeiro adulto, 0.5 para os outros adultos e 0.3 para as crianças. A idade limítrofe entre

adultos e crianças é de 15 anos. Assim, por exemplo, para um casal com dois filhos pequenos e dois mais velhos (maiores de 15 anos), a escala resultante seria: $S = 1 + 0.5 + 2 \times 0.5 + 2 \times 0.3 = 3.1$.

Ambas escalas de equivalência OCDE respeitam todos os critérios de plausibilidade, inclusive o critério (7), uma vez que consideram diferenças etárias, atribuindo um peso menor às crianças. É importante salientar, entretanto, que, enquanto a escala de raiz quadrada descrita acima é mais adequada a famílias maiores, as escalas OCDE são, ao contrário, mais adequadas às menores: “For developed countries, this scale is usually found to be quite steep, overestimating the needs of large households in comparison to small households.” (VOS; ZAIDI, 1997, p. 321)

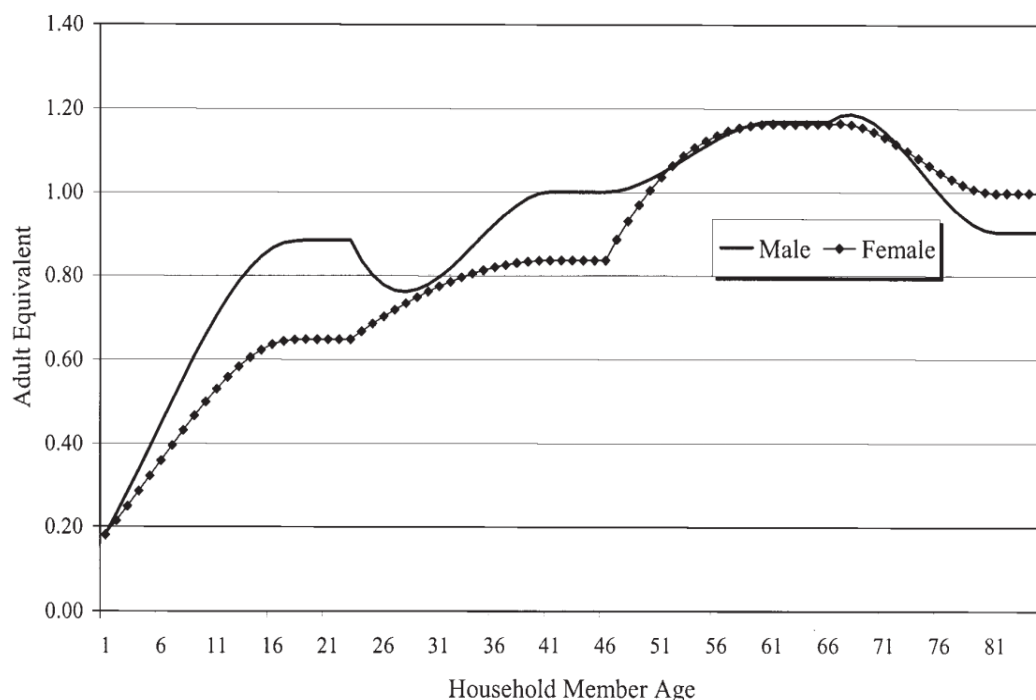
2.2. ESCALAS DE EQUIVALÊNCIA NO BRASIL

A literatura nacional sobre escalas de equivalência é relativamente pequena. Considerando as abordagens empíricas, apresentam-se aqui três trabalhos fundamentados nos métodos de Engel, Rothbarth e sistemas de dispêndio. Apresentam-se também duas escalas estimadas por abordagens fisiológicas, a fim de complementar a exposição⁴.

Agüero e Gould (2003) utilizam o modelo de regressões SUR para estimar um sistema de curvas de Engel envolvendo treze categorias de alimentos disponíveis na Pesquisa de Orçamentos Familiares (POF 1995-1996). As escalas de equivalência assim determinadas por um sistema de dispêndio linear são ilustradas abaixo:

⁴ Como esse tipo de abordagem ultrapassa o escopo previamente determinado, as escalas calóricas encontram-se no Apêndice A ao final deste artigo.

Figura 3 – Escalas por sistema de dispêndio linear (POF 1995-1996)



Fonte: Agüero e Gould (2003, p. 336).

Na Figura 3, diferenciam-se as escalas de equivalência individuais por gênero e idade tendo por referência um homem adulto de cerca de 40 anos. É evidente que são monotônicas, com exceção de duas faixas etárias (viz. os idosos e os jovens adultos com mais de 20 e menos de 30 anos). Além disso, a escala de equivalência feminina é significativamente menor do que a masculina em todas as faixas etárias antes da meia-idade, a partir da qual torna-se quase idêntica.

A forma de estimação do LES adotada pelos autores (cf. TEDFORD et al., 1986, p. 322-326) é distinta da explicada na Subseção 2.1.2.2. Nesse caso, a escala de equivalência familiar é calculada pela soma das escalas individuais de cada membro do domicílio (AGÜERO; GOULD, 2003, p. 327). As estimativas obtidas são lineares e não possibilitam ganhos de escala crescentes, que ficam, portanto, implícitos nos coeficientes do somatório de indivíduos.

Tabela 1 – Escalas por sistema de dispêndio linear (POF 1995-1996)

Sexo e faixas etárias	Escala de equivalência	Desvio padrão
<i>Recém-nascidos</i>	0.18	0.06
<i>Homens</i>		
18 – 22 anos	0.88	0.07
41 – 45 anos	1.00	–
60 – 64 anos	1.16	0.12
Acima de 80 anos	0.90	0.18
<i>Mulheres</i>		
18 – 22 anos	0.64	0.05
41 – 45 anos	0.83	0.09
60 – 64 anos	1.16	0.11
Acima de 80 anos	0.99	0.14

Nota 1: As faixas etárias secundárias (de transição) são omitidas nesta exposição.

Nota 2: A pessoa de referência é um homem adulto de 41 a 45 anos de idade.

Fonte: Agüero e Gould (2003, p. 345).

Em termos de plausibilidade, as escalas de equivalência calculadas pelo LES do dispêndio alimentício registrado pela POF 1995-1996 respeitam perfeitamente os critérios (4), (6) e (7) enunciados na Subseção 2.1.1.3. O critério de plausibilidade (5) é parcialmente violado em algumas circunstâncias muito específicas, uma vez que a escala de equivalência domiciliar (nessa variante do LES) é obtida com o somatório das escalas individuais e algumas faixas etárias apresentam escalas de valor maior do que um, eventualmente resultando em acréscimo superior à unidade de referência. Mas, via de regra, esse critério é atendido perfeitamente também.

É importante lembrar que a utilização do dispêndio alimentício como hipótese de identificação (i.e. compensação de Engel) tende a produzir escalas de equivalência grandes demais, como discutido anteriormente. Assim, embora sejam plausíveis, essas escalas de equivalência podem estar superestimadas.

No mesmo ano de publicação desse trabalho, outro (não publicado) por Belluzzo e Tenuta (2003, p. 10), faz uso dos métodos de Engel e de Rothbarth para estimar quatro escalas de equivalência a partir da POF 1995-1996. Sintetizam-se os resultados abaixo:

Tabela 2 – Escalas pelos métodos de Engel e Rothbarth (POF 1995-1996)

Método	Faixa etária dos filhos	Tipo de família			
		(2,0)	(2,1)	(2,2)	(2,3)
Engel	0 – 6 anos	1.00	1.30	1.59	1.93
Engel	6 – 12 anos	1.00	1.41	1.95	2.77
Rothbarth	0 – 6 anos	1.00	1.02	1.04	1.06
Rothbarth	6 – 12 anos	1.00	1.03	1.06	1.10

Nota: O tipo de família é definido pela quantidade de adultos e crianças em um vetor (A,C).

Fonte: Belluzzo e Tenuta (2003, p. 10) apud Guimarães (2006, p. 118).

A partir da Tabela 2, pode-se calcular o “custo por criança” tomando a diferença entre as escalas de comparação e referência dividida pela quantidade de filhos no domicílio. Multiplicando esse valor pela família de referência (dois adultos), tem-se o custo de uma criança em termos de um único adulto (cf. DEATON; MUELLBAUER, 1986, p. 730):

Tabela 3 – Custos infantis pelos métodos de Engel e Rothbarth (POF 1995-1996)

Método	Faixa etária dos filhos	Tipo de família		
		(2,1)	(2,2)	(2,3)
Engel	0 – 6 anos	0.60	0.59	0.62
Engel	6 – 12 anos	0.82	0.95	1.18
Rothbarth	0 – 6 anos	0.04	0.04	0.04
Rothbarth	6 – 12 anos	0.06	0.06	0.06

Fonte: Tabela 2.

Com respeito à plausibilidade, os critérios (4) e (5) são respeitados em ambas as escalas. O critério (6) é violado nas escalas de Engel, mas apenas levemente nas escalas de Rothbarth. Assim também, o critério (7) é respeitado pela escala de Rothbarth: nela, as crianças mais velhas são mais dispendiosas do que as mais novas, porém menos do que os adultos; mas nas escalas de Engel, embora as crianças mais velhas ainda sejam mais dispendiosas do que as mais novas, também o são em relação aos adultos.

Além disso, considerando as Tabelas 2 e 3 confirma-se o que já foi dito acima sobre os métodos de Engel e de Rothbarth, isto é: que o primeiro deles superestima as escalas de equivalência, enquanto o segundo as subestima. De fato, os valores das escalas de Rothbarth obtidos nessa estimação são excessivamente pequenos, com crianças correspondendo a somente 6% de um adulto. E verifica-se precisamente o inverso nas escalas de Engel (e.g. o custo estimado de uma criança de 6 a 12 anos é quase o mesmo de um adulto e, nas famílias com três filhos, é inclusive maior). Desse modo, fica claro que essas escalas de equivalência não podem ser tomadas como válidas.

No ano de 2006, destacam-se dois estudos orientados por Belluzzo (CASTRO, 2006; GUIMARÃES, 2006) associados à análise de orçamentos familiares. Não apresentam-se escalas de equivalência de maneira explícita, mas em um deles pode-se facilmente estimá-las a partir dos resultados fornecidos, conforme a Tabela 4 abaixo:

Tabela 4 – Escalas pelo método de Rothbarth (POF 2002-2003)

Método	Modelo	Tipo de família			
		(2,0)	(2,1)	(2,2)	(2,3)
Rothbarth	Modelo 1	1.00	1.16	1.22	1.18
Rothbarth	Modelo 2	1.00	1.17	1.23	1.19
Rothbarth	Modelo 3	1.00	1.20	1.25	1.05

Fonte: Castro (2006, p. 16).

Calcula-se o custo por criança em termos de um adulto como explicado acima:

Tabela 5 – Custos infantis pelo método de Rothbarth (POF 2002-2003)

Método	Modelo	Tipo de família		
		(2,1)	(2,2)	(2,3)
Rothbarth	Modelo 1	0.32	0.22	0.12
Rothbarth	Modelo 2	0.34	0.23	0.13
Rothbarth	Modelo 3	0.40	0.25	0.03

Fonte: Tabela 4.

A princípio, as estimativas dessas escalas de equivalência são mais razoáveis. Todos os três modelos respeitam perfeitamente os critérios de plausibilidade (5), (6) e (7). O critério (4), no entanto, é violado por todos também, uma vez que as escalas não são estritamente monotônicas no tamanho da família. Nota-se, ainda, que no terceiro modelo com três filhos o custo por criança é pequeno demais, além de o acréscimo por cada criança adicional variar bastante. Dito isso, para as famílias menores, os valores obtidos para os custos infantis aproximam-se consideravelmente das escalas de raiz quadrada e OCDE modificada (i.e. cerca de um terço de um único adulto).

Vaz e Vaz (2007) também estimam escalas de equivalência pelos métodos de Engel e de Rothbarth. Com base na POF 2002-2003, calculam quatro modelos distintos, através de regressões em dois estágios (com e sem variáveis de controle). Dois dos modelos são estimados segundo o método de Shonkwiler e Yen (1999) para correção de gastos nulos resultantes da otimização da utilidade domiciliar (cf. VAZ; VAZ, 2007, p. 13). Destacam-se os resultados do modelo baseado no método de Shonkwiler e Yen com variáveis de controle:

Tabela 6 – Escalas pelo método de Engel (POF 2002-2003)

Sexo e faixas etárias	Escala de equivalência	
	Urbano	Rural
<i>Homens</i>		
0 – 4 anos	0.693 (0.151)	0.501 (0.172)
5 – 9 anos	0.861* (0.164)	0.373 (0.191)

Tabela 6 – Escalas pelo método de Engel (POF 2002-2003)

Sexo e faixas etárias	Escala de equivalência	
	Urbano	Rural
10 – 14 anos	1.054* (0.181)	0.931* (0.179)
<i>Mulheres</i>		
0 – 4 anos	0.595 (0.177)	0.696* (0.204)
5 – 9 anos	0.458 (0.132)	0.762* (0.203)
10 – 14 anos	0.519 (0.152)	1.201* (0.240)

(*): Valores não significantes do teste da hipótese nula de que a escala é diferente de 1 ao nível de 5%.

Nota 1: Erro padrão estimado por *bootstrap* entre parênteses.

Nota 2: A família de referência é de um casal sem filhos, mas os resultados são disponibilizados apenas em termos de um adulto definido como uma pessoa de 15 anos ou mais, independente do gênero.

Fonte: Vaz e Vaz (2007, p. 16).

Notam-se algumas inconsistências nessas escalas de equivalência. Em primeiro lugar, não são estritamente crescentes na idade, o que espera-se ao menos nas faixas etárias iniciais (i.e. que crianças mais novas adicionem menos à escala do que as mais velhas). Além disso, em sete dos doze valores acima, o custo por criança é muitíssimo próximo do custo de um adulto ou até mesmo mais elevado. Assim, viola-se o critério de plausibilidade (7). O critério (5) é parcialmente violado também por esse mesmo motivo, mas, supondo que todo membro adicional à família seja uma criança da menor classe etária (0 a 4 anos), então esse critério é respeitado – não por muito, entretanto (cf. os meninos urbanos e as meninas camponesas). O critério (6) não pode ser verificado com as informações disponibilizadas pelos autores. O único critério de plausibilidade perfeitamente respeitado é o (4), já que todos os valores são não negativos.

As escalas de Rothbarth abaixo são mais consistentes do que as de Engel. Os critérios de plausibilidade (4) e (5) são perfeitamente respeitados, e o critério (6) novamente não pode ser verificado. O critério da monotonicidade etária (7) é respeitado em relação aos adultos, pois todas as escalas são menores do que um (i.e. o custo da classe etária de referência). Mas apenas um dos grupos de escalas de equivalência infantis é crescente na idade. Portanto, o critério (7) é violado parcialmente. Algumas estimativas são também muito

elevadas (na escala urbana), apesar de o método de Rothbarth tender a subestimar as escalas de equivalência. Em geral, estes valores aproximam-se da antiga escala OCDE (*Oxford*), conforme visto no final da seção anterior: o custo por criança é em torno de metade de um adulto.

Tabela 7 – Escalas pelo método de Rothbarth (POF 2002-2003)

Sexo e faixas etárias	Escala de equivalência	
	Urbano	Rural
<i>Homens</i>		
0 – 4 anos	0.715 (0.103)	0.390 (0.124)
5 – 9 anos	0.632 (0.101)	0.411 (0.108)
10 – 14 anos	0.436 (0.098)	0.526 (0.118)
<i>Mulheres</i>		
0 – 4 anos	0.729 (0.123)	0.489 (0.113)
5 – 9 anos	0.787* (0.116)	0.434 (0.099)
10 – 14 anos	0.552 (0.114)	0.383 (0.109)

(*): Valores não significantes do teste da hipótese nula de que a escala é diferente de 1 ao nível de 5%.

Nota 1: Erro padrão estimado por *bootstrap* entre parênteses.

Nota 2: A família de referência é de um casal sem filhos, mas os resultados são disponibilizados apenas em termos de um adulto definido como uma pessoa de 15 anos ou mais, independente do gênero.

Fonte: Vaz e Vaz (2007, p. 17).

Com respeito à metodologia, o trabalho de Vaz e Vaz (2007) aparenta ser bem fundamentado como um todo, de modo que as inconsistências descritas acima provavelmente devem-se a cinco fatores: primeiramente, a erros de medida (DEATON; PAXSON, 1998, p. 923); depois, às variáveis de controle utilizadas (ou não utilizadas); ou, ainda, à seleção amostral (cf. VAZ; VAZ, 2007, p. 11). Nas escalas de Rothbarth, é possível também que a escolha dos bens adultos não seja a mais apropriada. O quinto motivo para a inconsistência nos resultados obtidos é a separação excessiva da amostra: além de quatro grupos etários (três infantis e um de adultos), separa-se por sexo e região (rural e urbana). Desse modo, cada

regressão é realizada tendo por base uma amostra reduzida, se comparada aos dados originais da POF, o que pode não ser o bastante para estimar os parâmetros de oito classes de sexo e idade adequadamente.

Neste artigo, pretende-se testar algumas dessas possibilidades, adaptando os procedimentos quando for necessário: por exemplo, com diferentes faixas etárias, seleções amostrais e inclusão de regiões como variáveis de controle, evitando seccionar as regressões (ver a Seção 4 adiante).

2.3. ESCALAS DE EQUIVALÊNCIA INTERNACIONAIS

Comparam-se agora alguns valores encontrados na literatura internacional para os diferentes métodos de estimação explicados na Subseção 2.1.2. Destacam-se também os critérios de plausibilidade que respeitam, conforme definido na Subseção 2.1.1.3. Como a literatura internacional é consideravelmente maior do que a brasileira, esta exposição é feita de maneira mais sucinta.

Tabela 8 – Escalas de equivalência na literatura internacional

Método	Fonte	Tipo de família				
		(1,0)	(2,0)	(2,1)	(2,2)	(2,3)
<i>Abordagem de Engel</i>						
Engel	Deaton e Muellbauer (1986)	–	1.00	1.41	1.77	–
Engel	Merz e Faik (1995)	1.00	1.97	2.37	2.85	3.41
Engel	Lancaster e Ray (1998)	–	1.00	1.20	1.45	1.75
Engel	Dudel et al. (2020)	1.00	1.72	2.66	3.63	4.67
Rothbarth	Deaton e Muellbauer (1986)	–	1.00	1.12	1.21	–
Rothbarth	Lancaster e Ray (1998)	–	1.00	1.15	1.32	1.52
Rothbarth	Dudel et al. (2020)	–	1.00	1.29	1.23	1.22
<i>Sistemas de dispêndio</i>						
LES	Scheffter (1991)	1.00	1.35	1.68	1.84	2.03

Tabela 8 – Escalas de equivalência na literatura internacional

Método	Fonte	Tipo de família				
		(1,0)	(2,0)	(2,1)	(2,2)	(2,3)
LES	Lancaster e Ray (1998)	–	1.00	1.12	1.24	1.36
ELES	Faik (2011)	1.00	1.65	1.78	1.92	2.13
ELES	Dudel et al. (2020)	1.00	1.71	1.79	1.99	2.24
QES	Kohn and Missong (2003)	1.00	1.73	2.05	1.94	2.28
QES	Dudel et al. (2020)	1.00	1.90	2.03	1.97	2.17
<i>Sistemas de demanda</i>						
AIDS	Lancaster e Ray (1998)	–	1.00	1.08	1.16	1.24
AIDS	Phipps (1998)	–	1.00	1.15	1.28	1.38
AIDS	van de Ven (2003)	–	1.00	1.12	1.24	1.36
AIDS	Dudel et al. (2020)	1.00	1.20	1.25	1.31	1.39
QAIDS	Michelini (2001)	1.00	1.53	1.98	2.35	2.66
QAIDS	Balli e Tiezzi (2010)	1.00	1.20	1.31	1.94	–
QAIDS	Blacklow et al. (2010)	1.00	1.36	1.53	1.69	–
QAIDS	Dudel et al. (2020)	1.00	1.58	1.76	2.11	2.26
<i>Abordagens semiparamétricas (função de perda)</i>						
Original	Pendakur (1999)	1.00	1.97	2.39	2.75	–
Original	Dudel et al. (2020)	1.00	1.22	2.40	2.10	1.16
Modificada	Stengos et al. (2006)	1.00	1.65	1.90	2.31	2.94
Modificada	Wilke (2006)	1.00	1.48	1.56	1.74	1.95
Modificada	Bütikofer (2010)	–	1.00	1.22	1.28	–
Modificada	Dudel et al. (2020)	1.00	1.76	1.62	1.89	2.15
<i>Abordagens contrafactuais</i>						
Matching	Szulc (2009)	1.00	1.66	1.77	2.40	–
Matching	Dudel et al. (2020)	1.00	1.66	1.90	2.12	2.38

Tabela 8 – Escalas de equivalência na literatura internacional

Método	Fonte	Tipo de família				
		(1,0)	(2,0)	(2,1)	(2,2)	(2,3)
<i>Abordagens heurísticas</i>						
Raiz quadrada	OECD (2011)	1.00	1.41	1.73	2.00	2.24
<i>Oxford</i>	OECD (1982)	1.00	1.70	2.20	2.70	3.20
OCDE	OECD (1982)	1.00	1.50	1.80	2.10	2.40

Fonte: Destacadas na tabela.

Os critérios de plausibilidade respeitados por cada uma das escalas de equivalência encontradas na literatura internacional são resumidos na Tabela 9:

Tabela 9 – Plausibilidade das escalas de equivalência internacionais

Método	Fonte	Critérios de plausibilidade				
		(4)	(5)	(6)	(7)	Total ¹
<i>Abordagem de Engel</i>						
Engel	Deaton e Muellbauer (1986)	✓	✓	✓	✓*	4*
Engel	Merz e Faik (1995)	✓	✓	×	✓	3
Engel	Lancaster e Ray (1998)	✓	✓	×	✓	3
Engel	Dudel et al. (2020)	✓	×	×	✓*	3*
Rothbarth	Deaton e Muellbauer (1986)	✓	✓	✓	✓	4
Rothbarth	Lancaster e Ray (1998)	✓	✓	×	✓	3
Rothbarth	Dudel et al. (2020)	×	✓	×	✓	2
<i>Sistemas de dispêndio</i>						
LES	Scheffter (1991)	✓	✓	×	✓	3
LES	Lancaster e Ray (1998)	✓	✓	✓	✓	4

Tabela 9 – Plausibilidade das escalas de equivalência internacionais

Método	Fonte	Critérios de plausibilidade				Total ¹
		(4)	(5)	(6)	(7)	
ELES	Faik (2011)	✓	✓	×	✓	3
ELES	Dudel et al. (2020)	✓	✓	×	✓	3
QES	Kohn and Missong (2003)	×	✓	×	✓	2
QES	Dudel et al. (2020)	×	✓	×	✓	2
<i>Sistemas de demanda</i>						
AIDS	Lancaster e Ray (1998)	✓	✓	✓	✓	4
AIDS	Phipps (1998)	✓	✓	✓	✓	4
AIDS	van de Ven (2003)	✓	✓	✓	✓	4
AIDS	Dudel et al. (2020)	✓	✓	×	✓	3
QAIDS	Michellini (2001)	✓	✓	✓	✓	4
QAIDS	Balli e Tiezzi (2010)	✓	✓	×	✓	3
QAIDS	Blacklow et al. (2010)	✓	✓	✓	✓	4
QAIDS	Dudel et al. (2020)	✓	✓	×	✓	3
<i>Abordagens semiparamétricas (função de perda)</i>						
Original	Pendakur (1999)	✓	✓	✓	✓	4
Original	Dudel et al. (2020)	×	×	×	×	0
Modificada	Stengos et al. (2006)	✓	✓	×	✓	3
Modificada	Wilke (2006)	✓	✓	×	✓	3
Modificada	Bütikofer (2010)	✓	✓	✓	✓	4
Modificada	Dudel et al. (2020)	×	✓	×	✓	2
<i>Abordagens contrafactuais</i>						
<i>Matching</i>	Szulc (2009)	✓	✓	×	✓	3
<i>Matching</i>	Dudel et al. (2020)	✓	✓	×	✓	3

Tabela 9 – Plausibilidade das escalas de equivalência internacionais

Método	Fonte	Critérios de plausibilidade				
		(4)	(5)	(6)	(7)	Total ¹
<i>Abordagens heurísticas</i>						
Raiz quadrada	OECD (2011)	✓	✓	✓	✓	4
<i>Oxford</i>	OECD (1982)	✓	✓	✓	✓	4
OCDE	OECD (1982)	✓	✓	✓	✓	4

(*): Custo por criança inferior ao custo por adulto, porém consideravelmente próximo.

Nota 1: Total de critérios de plausibilidade respeitados.

Fonte: Tabela 8.

Dentre todas as escalas de equivalência descritas nas Tabelas 8 e 9 percebe-se, em primeiro lugar, que as *experts scales* apresentam as estimativas mais razoáveis; e, de fato, são algumas das únicas que não violam nenhum dos critérios de plausibilidade. Por sua vez, os sistemas de demanda quase ideais (AIDS, QAIDS) são a segunda melhor alternativa, de acordo com esses mesmos critérios.

É evidente também que os sistemas de dispêndio quadráticos (cf. KOHN; MISSONG, 2003; DUDEL et al., 2020), bem como o cálculo do método semiparamétrico original realizado por Dudel et al. (2020), são classificados como as menos plausíveis das escalas.

As demais metodologias mostram-se mais díspares entre si, de modo que as estimativas de determinados autores aparentam ser mais plausíveis do que as de outros, o que pode dever-se a diferenças tanto nos dados quanto nos procedimentos adotados. Dito isso, a plausibilidade desses métodos como um todo é parecida: “[...] overall, there is no approach that does not violate at least one of the plausibility criteria.” (DUDEL et al., 2020, p. 27)

3. DADOS UTILIZADOS

3.1. PESQUISA DE ORÇAMENTOS FAMILIARES (POF)

O cálculo das escalas de equivalência e as estimativas do custo de vida brasileiro foram ambos realizados com base nos microdados da Pesquisa de Orçamentos Familiares (POF). A POF é uma pesquisa feita por amostragem, representativa de toda a população do Brasil (IBGE, 2002; IBGE, 2008). Ela registra em detalhes informações de renda, dispêndio, moradia e características demográficas para cerca de 50.000 domicílios brasileiros a cada edição.

Os microdados foram obtidos através da ferramenta *DataZoom* (ASSUNÇÃO; GONZAGA, 2021), que embora muito útil no pré-processamento dos microdados, atualmente não dispõe de rotinas para a padronização da POF mais recente (viz. POF 2017-2018). Assim, como a consolidação de microdados não faz parte do escopo deste trabalho, optou-se por limitar a análise às POFs 2002-2003 e 2008-2009⁵.

3.1.1. Estatísticas descritivas dos domicílios

Abaixo, descrevem-se brevemente as famílias entrevistadas para a coleta dos dados das POFs 2002-2003 e 2008-2009:

Tabela 10 – Descrição dos domicílios (POFs 2002-2003 e 2008-2009)

Variável	Mínimo	Média	Máximo	Desvio padrão
<i>Moradores</i>				
POF 2002-2003	1	3.77	20	1.90
POF 2008-2009	1	3.41	20	1.73
<i>Adultos</i>				
POF 2002-2003	1	2.63	15	1.29
POF 2008-2009	1	2.51	13	1.19

⁵ É importante salientar que, a princípio, escalas de equivalência ainda não foram estimadas para a POF 2008-2009, tampouco para a POF 2017-2018.

Tabela 10 – Descrição dos domicílios (POFs 2002-2003 e 2008-2009)

Variável	Mínimo	Média	Máximo	Desvio padrão
<i>Crianças</i>				
POF 2002-2003	0	1.13	11	1.29
POF 2008-2009	0	0.90	11	1.15
<i>Renda per capita (R\$)</i>				
POF 2002-2003	2.17	506.92	55035.81	1035.39
POF 2008-2009	0	828.42	87430.75	1486.20

Fonte: Confecção própria com base em IBGE (2004) e IBGE (2010).

3.1.2. Estatísticas descritivas das despesas

As Tabelas 11 e 12 a seguir sumarizam os dados de despesas mensais e participações orçamentárias dos domicílios brasileiros. Uma vez que são muito numerosas as categorias de consumo disponíveis na POF, destacam-se apenas aquelas que foram empregadas na estimação das escalas de equivalência.

Tabela 11 – Descrição das despesas (POFs 2002-2003 e 2008-2009)

Variável	Mínimo	Média	Máximo	Desvio padrão
<i>Alimentação (R\$)</i>				
POF 2002-2003	0.00	279.31	7167.98	291.31
POF 2008-2009	0.00	376.77	17116.45	410.27
<i>Bebidas Alcoólicas (R\$)</i>				
POF 2002-2003	0.00	9.61	1457.82	39.38
POF 2008-2009	0.00	8.76	1083.33	39.80
<i>Fumo (R\$)</i>				
POF 2002-2003	0.00	8.23	481.00	22.19

Tabela 11 – Descrição das despesas (POFs 2002-2003 e 2008-2009)

Variável	Mínimo	Média	Máximo	Desvio padrão
POF 2008-2009	0.00	9.06	866.67	28.36
<i>Jogos e apostas (R\$)</i>				
POF 2002-2003	0.00	3.61	1352.00	20.55
POF 2008-2009	0.00	4.69	7800.00	50.99
<i>Vestuário adulto (R\$)</i>				
POF 2002-2003	0.00	40.99	2125.25	72.17
POF 2008-2009	0.00	59.13	3679.50	104.81
<i>Despesas mensais totais (R\$)</i>				
POF 2002-2003	20.74	1530.47	52438.60	2053.54
POF 2008-2009	21.23	2034.57	104996.23	2805.11

Fonte: Confecção própria com base em IBGE (2004) e IBGE (2010).

Tabela 12 – Descrição das despesas percentuais (POFs 2002-2003 e 2008-2009)

Variável	Mínimo	Média	Máximo	Desvio padrão
<i>Alimentação (R\$)</i>				
POF 2002-2003	0.00	0.24	0.96	0.17
POF 2008-2009	0.00	0.23	0.95	0.16
<i>Bebidas Alcoólicas (R\$)</i>				
POF 2002-2003	0.00	0.01	0.67	0.03
POF 2008-2009	0.00	0.01	0.78	0.02
<i>Fumo (R\$)</i>				
POF 2002-2003	0.00	0.01	0.46	0.02

Tabela 12 – Descrição das despesas percentuais (POFs 2002-2003 e 2008-2009)

Variável	Mínimo	Média	Máximo	Desvio padrão
POF 2008-2009	0.00	0.01	0.79	0.02
<i>Jogos e apostas (R\$)</i>				
POF 2002-2003	0.00	0.00	0.60	0.01
POF 2008-2009	0.00	0.00	0.68	0.01
<i>Vestuário adulto (R\$)</i>				
POF 2002-2003	0.00	0.03	0.72	0.04
POF 2008-2009	0.00	0.03	0.80	0.04

Fonte: Confecção própria com base em IBGE (2004) e IBGE (2010).

4. METODOLOGIA

4.1. TRATAMENTO DOS DADOS

Para a etapa de tratamento dos dados, utilizou-se a linguagem de programação R, em conjunto com a coleção de pacotes *tidyverse* (WICKHAM et al., 2019) para manipulação e limpeza de bases de dados, incluindo o pacote secundário *glue* (HESTER, 2020). Utilizaram-se também diversas funções genéricas de confecção própria para a realização de operações com listas de POFs e faixas etárias, de modo a possibilitar o cálculo de múltiplas escalas de equivalência conforme diferentes especificações de classes de sexo e idade para múltiplos períodos simultaneamente. Algumas dessas funções foram baseadas nos pacotes *broom* (ROBINSON et al., 2021) e *rio* (CHUNG-HONG et al., 2021). As rotinas assim elaboradas encontram-se disponíveis, junto ao restante do código, em um repositório *online* permanente (FERREIRA, 2021).

Após esses procedimentos, encontraram-se alguns problemas bastante comuns à estimação de modelos baseados em informações orçamentárias, quais sejam: 1) heterocedasticidade nas regressões; 2) endogeneidade do dispêndio total; e 3) valores nulos nas variáveis de renda e dispêndio total, bem como nos indicadores de bem-estar (viz. alimentação no método de Engel e bens de adulto no método de Rothbarth).

A heterocedasticidade foi diagnosticada e tratada de maneira usual, por meio da substituição dos erros heterocedásticos pelos erros robustos (cf. WHITE, 1980), a partir dos pacotes *lmtest* (ZEILEIS; HOTHORN, 2002) e *sandwich* (ZEILEIS, 2004, 2006; ZEILEIS et al., 2020). O diagnóstico da endogeneidade foi realizado segundo o teste de Hausman (1978) e a correção, através de regressões em dois estágios. Como variável instrumental utilizou-se a renda total. Ambos procedimentos foram baseados no pacote *ivreg* (FOX et al., 2021). Por fim, solucionou-se o problema dos valores nulos excluindo da amostra os domicílios com renda, dispêndio total ou indicadores de bem-estar iguais a zero (cf. GARCÍA; LABEAGA, 1996).

4.2. SELEÇÃO AMOSTRAL

A fim de determinar um escopo relativamente abrangente para o cálculo das escalas de equivalência sem, no entanto, comprometer a consistência dos resultados obtidos, aplicaram-se alguns critérios de seleção uniformemente sobre todas as bases de dados.

Em primeiro lugar, desconsideraram-se os domicílios com mais de cinco membros e cujo chefe da família fosse menor de 18 ou maior de 69 anos. Também delimitou-se o número de filhos entre zero e três, independentemente da idade. Domicílios com solteiros (com ou sem filhos) foram incluídos na amostra. E foram excluídos os domicílios com agregados, pensionistas, empregados domésticos e parentes de empregados domésticos.

4.3. ESTRUTURA DOS MODELOS ESTIMADOS

Como argumentado ao final da revisão da literatura nacional de escalas de equivalência (Seção 2.2), neste artigo procurou-se estimar modelos simples, em conformidade com aqueles tipicamente encontrados na literatura estrangeira (cf. DEATON; MUELLBAUER, 1986, p. 728; LANCASTER; RAY, 1998, p. 5; DUDEL et al., 2020, p. 7), evitando separações excessivas da amostra, tanto por classes de sexo e idade quanto por região de residência.

Assim, dentre quatro faixas etárias testadas (cf. LANCASTER; RAY, 1998, p. 10; VAZ; VAZ, 2007, p. 11; DEATON, 2018, p. 253), optou-se pela divisão mais básica entre adultos e crianças na idade limite de 15 anos (cf. OCDE, 1982; IBGE, 2002; IBGE, 2008).

Além disso, restrições obrigatórias a um trabalho de conclusão de curso, como este, impossibilitaram a estimação de abordagens modernas e elaboradas (e.g. sistemas de dispêndio e de demanda). Limitou-se, portanto, o escopo aos métodos de Engel e de Rothbarth, cuja implementação é mais direta.

Para o método de Engel, as escalas de equivalência foram calculadas a partir de um adulto solteiro. As escalas de Rothbarth tiveram um casal sem filhos como família de referência, uma vez que esse método não é apropriado para estimar diferenças entre famílias compostas unicamente por adultos (DUDEL et al., 2020, p. 23).

Desse modo, definiu-se a seguinte forma funcional para o método de Engel:

$$w_f = \alpha + \beta_x \log(x/n) + \gamma_a n_a + \gamma_c n_c, \quad (25)$$

onde n_a e n_c são a quantidade de adultos e crianças no domicílio, respectivamente. O restante do modelo é idêntico à equação (9) explicada na Subseção 2.1.2.1.1.

É importante destacar que não utilizou-se a participação de todos os gastos com alimentação para a regressão, mas apenas os gastos com alimentação *em domicílio*. As razões

para essa distinção são duas: 1) na Pesquisa de Orçamentos Familiares, contabilizam-se bebidas alcoólicas junto aos alimentos; 2) e bebidas alcoólicas e alimentação *fora do domicílio* são considerados bens de adulto e empregados no cálculo das escalas de Rothbarth (e.g. LANCASTER; RAY, 1998, p. 7).

Como explicado na Subseção 2.1.2.1.2, o procedimento para a estimação de escalas de Rothbarth é análogo, apenas substituindo a participação orçamentária da alimentação pelo dispêndio com bens adultos como indicador de bem-estar. A especificação adotada no método de Rothbarth foi, então:

$$x_a = \alpha + \beta_x \log(x/n) + \gamma_a n_a + \gamma_c n_c, \quad (26)$$

onde x_a é o dispêndio com bens de adulto e os demais termos e parâmetros são definidos como no método de Engel (25). As categorias de bens de adulto utilizadas foram as mesmas encontradas na literatura nacional: roupas de adulto, bebidas alcólicas, fumo, jogos e apostas (cf. CASTRO, 2006, p. 7; VAZ; VAZ, 2007, p. 12).

Aos modelos estimados acrescentaram-se ainda doze variáveis de controle. Com respeito à residência, controlou-se para a unidade federativa e região (rural ou urbana) do domicílio e a sua condição de ocupação (i.e. se o imóvel é próprio ou não). Com respeito às características do chefe da família controlou-se para idade, anos de estudo, cor, sexo e condição de emprego (i.e. empregado ou não). Foram também adicionados controles para os moradores do domicílio como um todo (viz. condição de emprego e quantidade de moradores com cartão de crédito, plano de saúde e cheque especial). Em todas as regressões foram utilizados os pesos amostrais disponibilizados pelo IBGE (viz. o fator de expansão amostral).

4.4. METODOLOGIA PARA O AJUSTE DA POF

Os cálculos para o ajuste das POFs são muito mais simples do que aqueles necessários à estimação de escalas de equivalência. Em particular, para as variáveis de renda e consumo, definiu-se:

$$x_i^S = (x_i / S)(n_h / n_r), \quad (27)$$

onde x_i refere-se ao dispêndio (total ou *per capita*) com determinado bem i ; S é a escala de equivalência domiciliar⁶; e a razão n_h / n_r proporciona uma correção das escalas que não têm por referência um único adulto, de modo que todos os cálculos forneçam medidas operacionalizáveis e na mesma unidade. Com isso, a formulação (27) indica a renda domiciliar por adulto-equivalente ou, alternadamente, o consumo efetivo de um ou mais bens.

4.5. METODOLOGIA DO CÁLCULO DO CUSTO DE VIDA

Para a estimação do custo de vida brasileiro, basta inverter o termo multiplicador do dispêndio em (27), conforme a seguinte equação:

$$x_i^S = x_i S(n_r / n_h) \quad (28)$$

Ao contrário de (27), a equação (28) é interpretada como um ajuste essencialmente *contábil*, e não econômico. Isto é, enquanto (27) indica a renda ou consumo *efetivos* de uma família, o ajuste realizado por (28) determina, para um dado padrão de consumo almejado, qual o dispêndio mínimo realmente necessário para obtê-lo, considerando os ganhos de escala no domicílio. Portanto, embora trate-se de duas formulações análogas, é de algum modo mais “prático” ou até mesmo “didático” empregar (28) além da medida usual (27).

Por fim, destaca-se que todos os ajustes acima descritos foram baseados em uma separação da amostra em quintis de renda *per capita* (i.e. “classes sociais”). Os valores das variáveis ajustadas foram então agrupados pela configuração familiar e pelo quintil de renda *per capita* a fim de calcular as medianas de renda e despesa totais e *per capita*.

Com isso procurou-se obter uma estimativa do custo de vida brasileiro *usual* em cada classe social. Mas outras medidas poderiam ter sido empregadas também. Para a construção de linhas de pobreza (e.g. ROCHA, 1998), por exemplo, convém utilizar o valor mínimo de renda ou despesa; e assim por diante.

⁶ Ao realizar ajustes desse tipo deve-se, por definição, desconsiderar a escala da família de referência. Por esse motivo, sempre que possível, convém estimar as escalas de equivalência com base em um único adulto. Nesse caso, as escalas de Engel estimadas (tendo um adulto solteiro como referência) permitem que casais sem filhos sejam incluídos na amostra para o cálculo da renda e do custo de vida equivalentes, enquanto as escalas de Rothbarth (tendo um casal sem filhos como referência), não são capazes de ajustar os dados desses casais, que constituem uma parcela significativa da POF.

5. RESULTADOS

5.1. ESCALAS DE EQUIVALÊNCIA

5.1.1. Escalas de equivalência estimadas

Nas Tabelas 13 e 14 a seguir, apresentam-se as escalas de equivalência calculadas neste exercício:

Tabela 13 – Escalas de equivalência estimadas

Método	Base de dados	Tipo de família				
		(1,0)	(2,0)	(2,1)	(2,2)	(2,3)
Engel	POF 2002-2003	1.00	1.69	2.29	2.76	3.12
Engel	POF 2008-2009	1.00	1.59	2.28	2.90	3.45
Rothbarth	POF 2002-2003	–	1.00	1.27	1.43	1.51
Rothbarth	POF 2008-2009	–	1.00	1.21	1.30	1.31

Fonte: Confecção própria com base em IBGE (2004) e IBGE (2010).

Tabela 14 – Escalas de equivalência estimadas (normalizadas)

Método	Base de dados	Tipo de família			
		(2,0)	(2,1)	(2,2)	(2,3)
Engel	POF 2002-2003	1.00	1.36	1.63	1.85
Engel	POF 2008-2009	1.00	1.43	1.82	2.17
Rothbarth	POF 2002-2003	1.00	1.27	1.43	1.51
Rothbarth	POF 2008-2009	1.00	1.21	1.30	1.31

Nota: Escalas de equivalência normalizadas pela escala de um casal sem filhos.

Fonte: Tabela 13.

Finalmente, o custo por criança é calculado como na Seção 2.2. Nas escalas de Engel, entretanto, não se faz necessário multiplicar por dois a diferença entre um casal com filhos e um casal sem filhos para obter os custos em termos de um único adulto, uma vez que as escalas de equivalência já foram calculadas tendo essa mesma medida de referência.

Tabela 15 – Custos infantis estimados

Método	Base de dados	Tipo de família		
		(2,1)	(2,2)	(2,3)
Engel	POF 2002-2003	0.60	0.54	0.48
Engel	POF 2008-2009	0.69	0.65	0.62
Rothbarth	POF 2002-2003	0.53	0.43	0.34
Rothbarth	POF 2008-2009	0.42	0.30	0.20

Fonte: Tabela 13.

5.1.2. Comparação geral das escalas de equivalência

Na Figura 4 abaixo, comparam-se as escalas de equivalência estimadas com as demais encontradas na literatura nacional e internacional. As escalas são identificadas pela metodologia empregada, os autores e o ano de publicação (eixo vertical). As facetas dos gráficos indicam as famílias de comparação, denotadas (cf. DUDEL et al., 2020, p. 15) por uma combinação de “A” adultos e “C” crianças. As barras são ordenadas decrescentemente e coloridas de acordo com a localidade de referência dos dados⁷. Por fim, as cores são esmaecidas para destacar as escalas confeccionadas neste artigo. O mesmo procedimento é aplicado aos custos infantis derivados pelas escalas de equivalência (Figura 5).

⁷ As *expert scales* são, nesse sentido, chamadas “internacionais” por não serem calculadas para um país específico.

Figura 4 – Comparação geral das escalas de equivalência



Fonte: Tabela 8; confecção própria com base em IBGE (2004) e IBGE (2010).

Figura 5 – Comparação geral das escalas de equivalência (custos infantis)



Fonte: Tabela 8; confecção própria com base em IBGE (2004) e IBGE (2010).

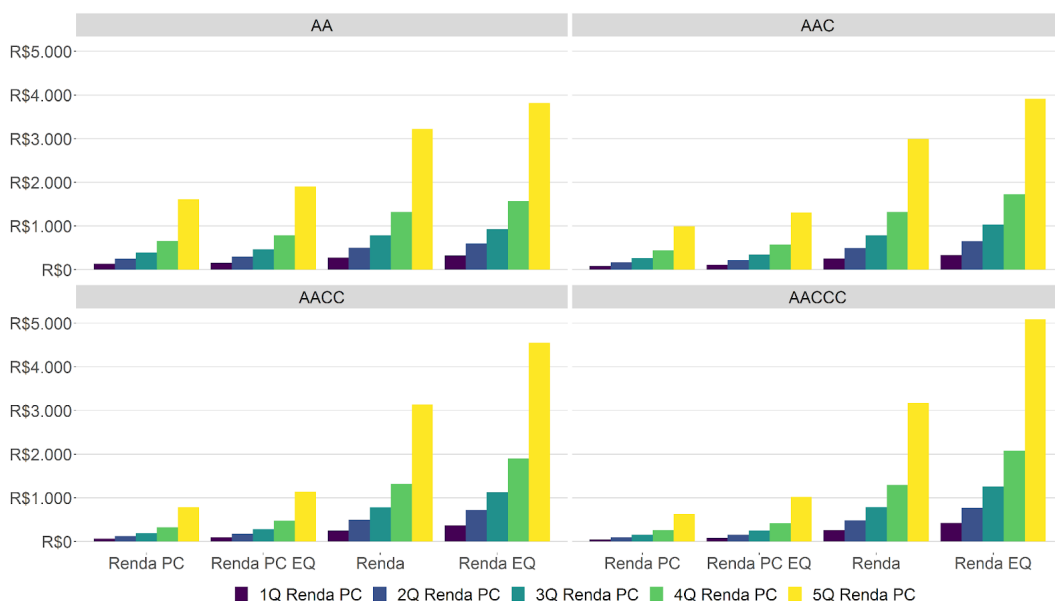
5.2. APLICAÇÕES DAS ESCALAS DE EQUIVALÊNCIA

Embora todas as categorias de renda e despesa das POFs tenham sido ajustadas pelas escalas de equivalência estimadas acima, por concisão optou-se por exibir apenas os resultados das despesas totais e da renda. Também por concisão, os ajustes sobre o consumo (i.e. consumo efetivo) foram omitidos desta exposição, uma vez que são análogos aos ajustes sobre a renda (ver Apêndice B).

Além disso, para facilitar o entendimento, esta exposição também é realizada graficamente. Nas figuras a seguir, os quintis de renda *per capita* (PC) correspondem às cores das barras e são denotados de maneira sucinta (Q). Além disso e da notação simplificada para a configuração familiar, ainda quatro outras abreviações são empregadas: 1) para as “despesas mensais totais medianas” (DTM); 2) para o “custo de vida” (CTV); 3) para o “consumo efetivo”, ou “equivalente” (CSM EQ); 4) e, analogamente, para as demais variáveis ajustadas (EQ)⁸.

5.2.1. POFs ajustadas por adulto-equivalente

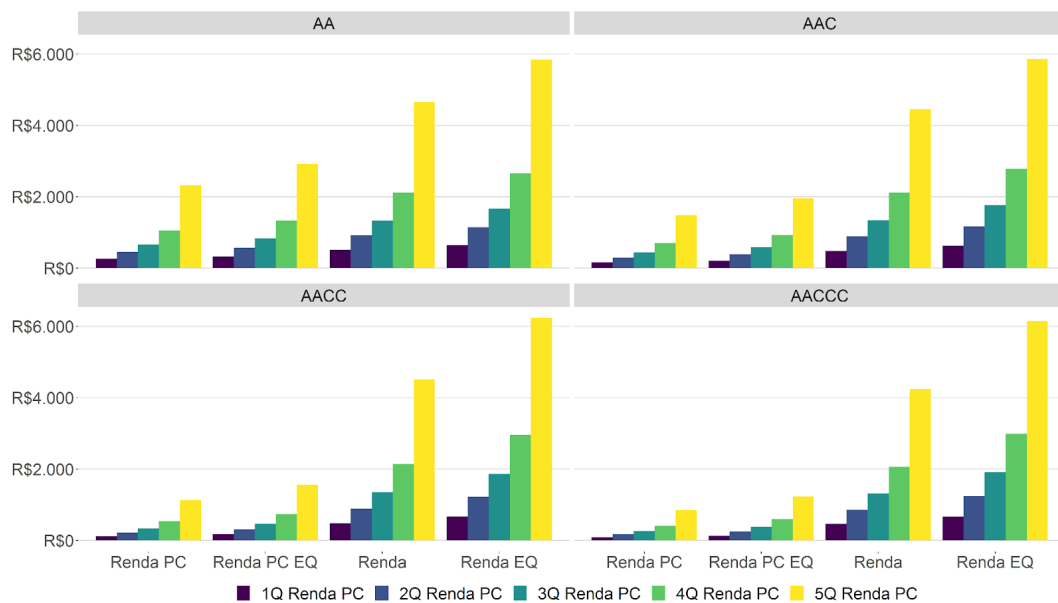
Figura 6 – Renda equivalente (Escala de Engel, POF 2002-2003)



Fonte: Confecção própria com base em IBGE (2004) e IBGE (2010).

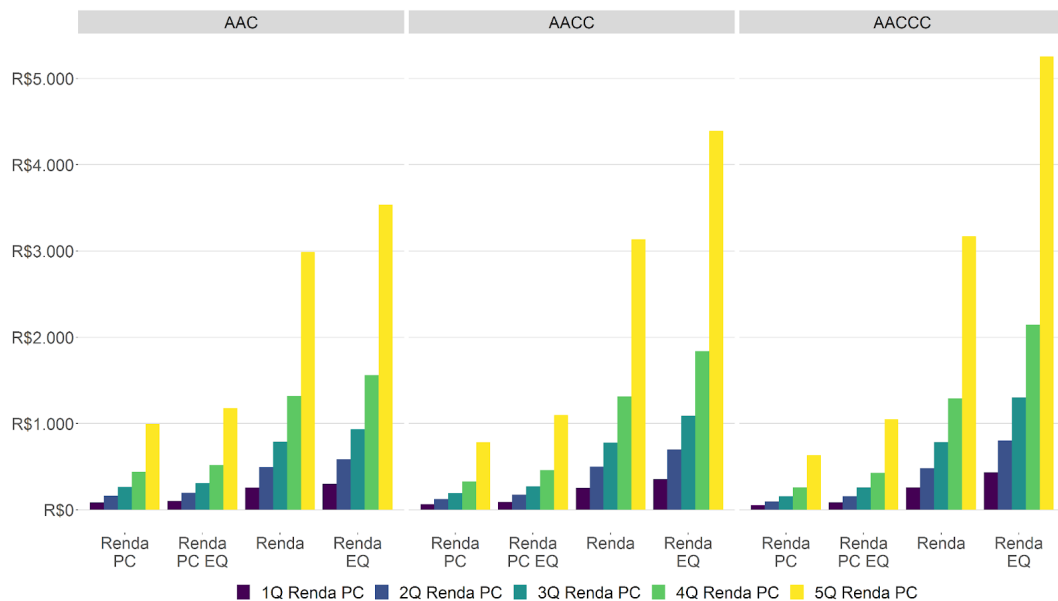
⁸ Novamente, ainda que essas medidas sejam matematicamente intercambiáveis, convém diferenciá-las desse modo a fim de auxiliar na interpretação dos resultados (ver Seção 6 adiante).

Figura 7 – Renda equivalente (Escala de Engel, POF 2008-2009)



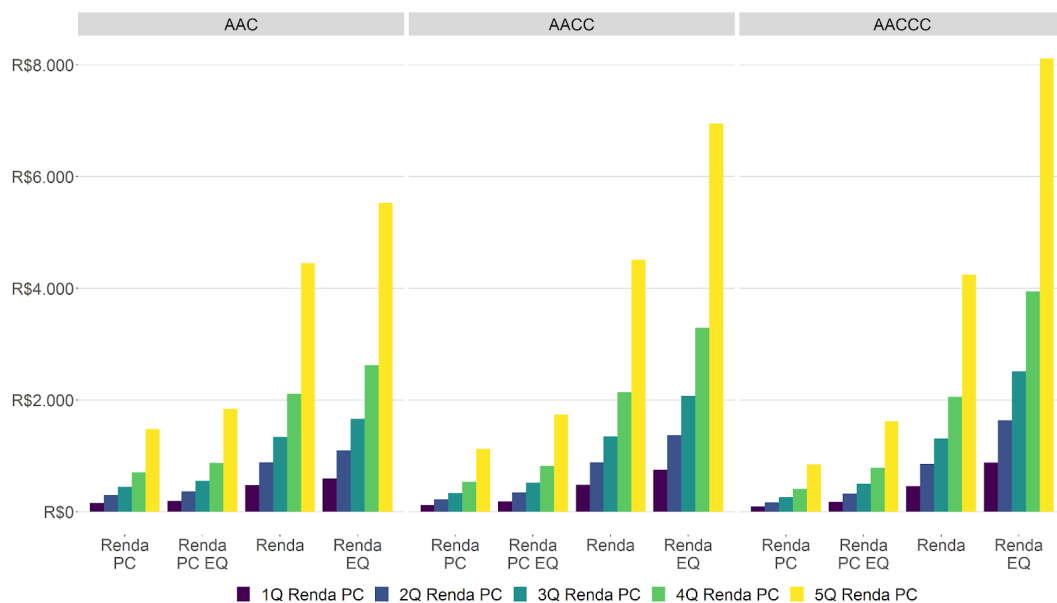
Fonte: Confeção própria com base em IBGE (2004) e IBGE (2010).

Figura 8 – Renda equivalente (Escala de Rothbarth, POF 2002-2003)



Fonte: Confeção própria com base em IBGE (2004) e IBGE (2010).

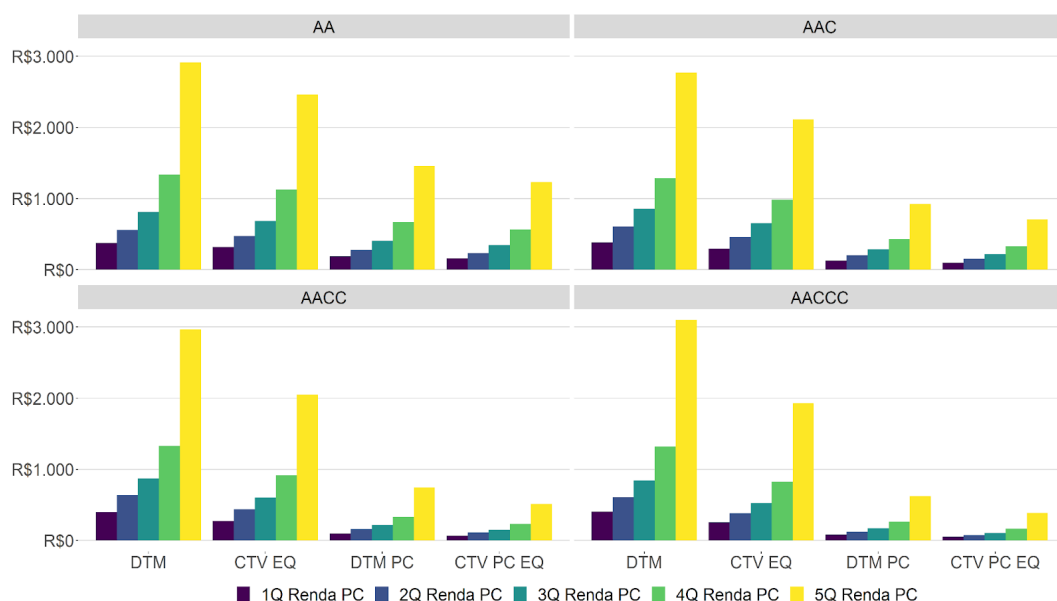
Figura 9 – Renda equivalente (Escala de Rothbarth, POF 2008-2009)



Fonte: Confeção própria com base em IBGE (2004) e IBGE (2010).

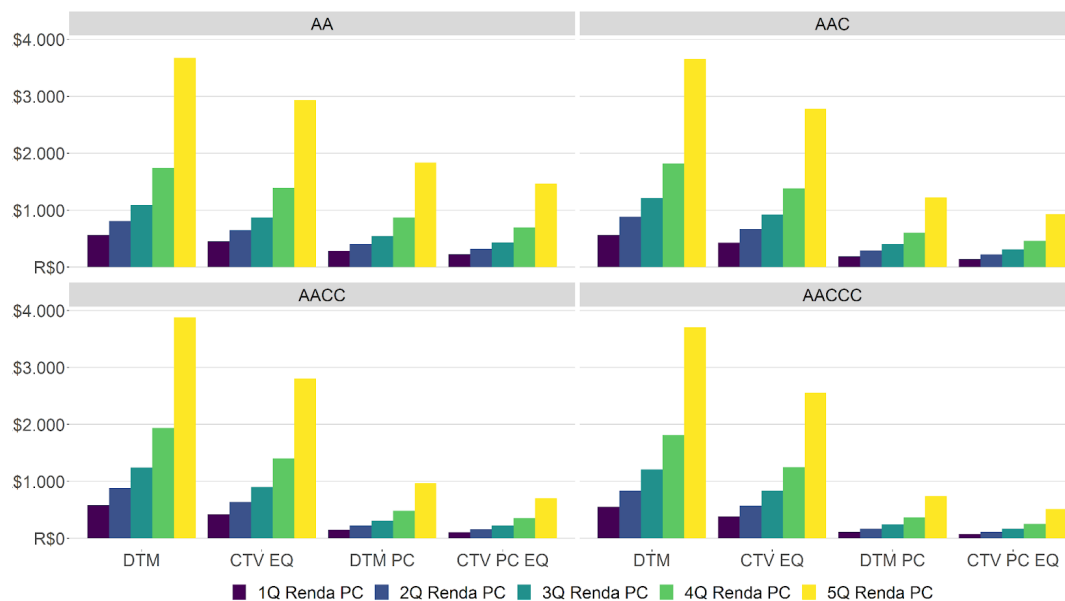
5.2.2. Cálculo do custo de vida

Figura 10 – Custo de vida equivalente (Escala de Engel, POF 2002-2003)



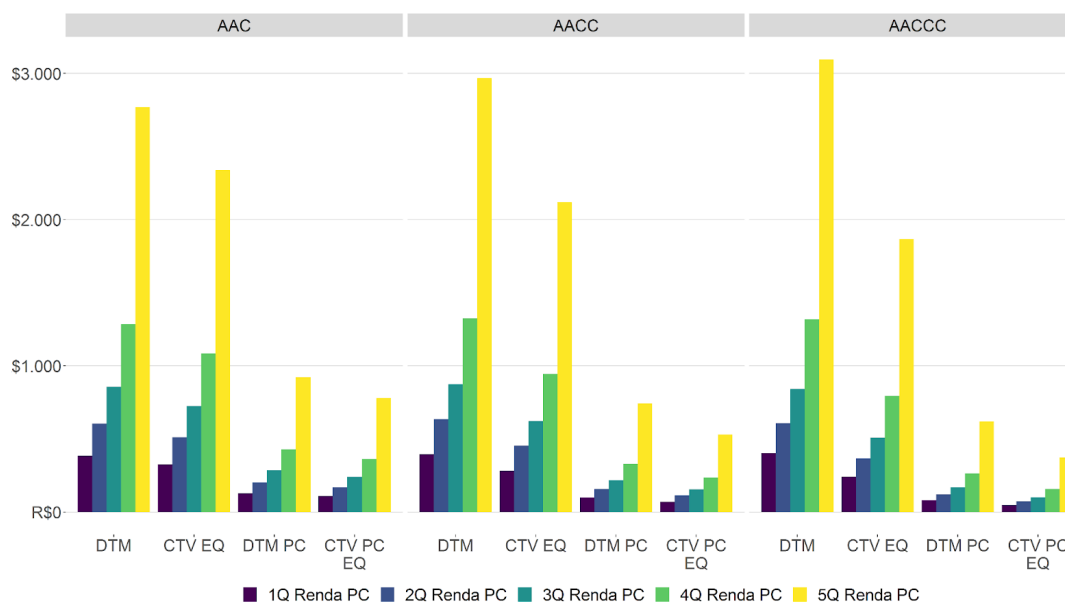
Fonte: Confeção própria com base em IBGE (2004) e IBGE (2010).

Figura 11 – Custo de vida equivalente (Escala de Engel, POF 2008-2009)



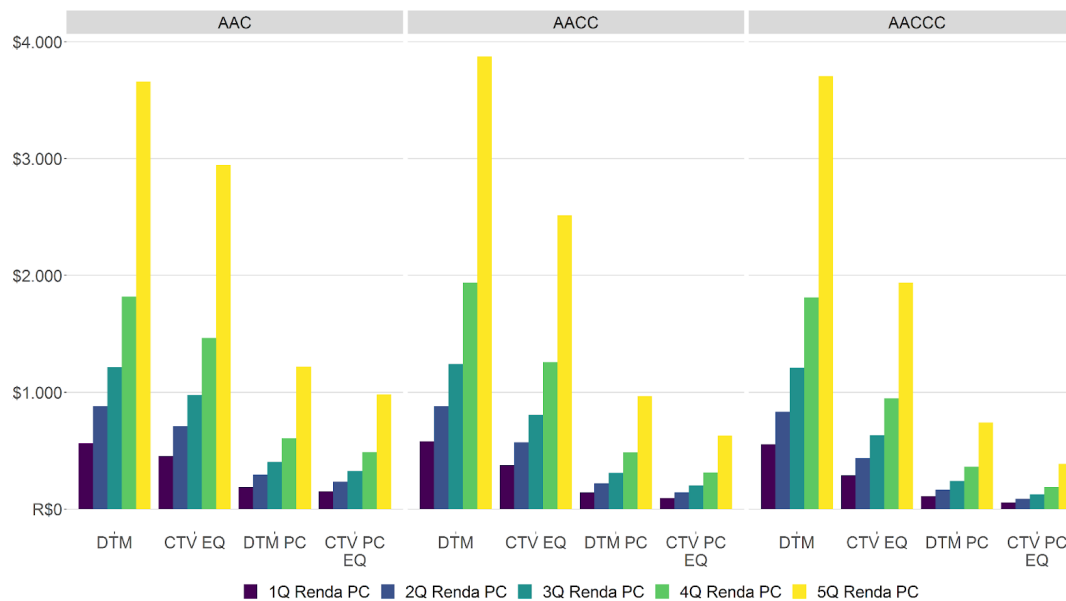
Fonte: Confecção própria com base em IBGE (2004) e IBGE (2010).

Figura 12 – Custo de vida equivalente (Escala de Rothbarth, POF 2002-2003)



Fonte: Confecção própria com base em IBGE (2004) e IBGE (2010).

Figura 13 – Custo de vida equivalente (Escala de Rothbarth, POF 2008-2009)



Fonte: Confeção própria com base em IBGE (2004) e IBGE (2010).

6. DISCUSSÃO

6.1. DISCUSSÃO DAS ESCALAS DE EQUIVALÊNCIA

6.1.1. Considerações sobre as escalas estimadas e custos infantis

A partir dos resultados nas Tabelas 13 e 15, é evidente que as escalas de equivalência de Engel e de Rothbarth estimadas respeitam todos os critérios de plausibilidade definidos na Subseção 2.1.1.3.

É evidente também que as escalas de Engel superestimam os custos infantis, como já discutido anteriormente. De fato, o custo de uma criança de acordo com as escalas de Engel estimadas neste artigo é de 60 a 70% de um adulto. Esse resultado, no entanto, era esperado: “By this measure, children are very expensive indeed, with even the youngest child costing almost three-quarters of an adult.” (DEATON, 2018, p. 253)

Dito isso, o acréscimo à escala por cada criança adicional é sempre inferior à unidade e, ainda, é decrescente com o número de filhos, apresentando economias de escala no domicílio. Além disso, para as famílias maiores, as escalas aproximam-se da velha escala da OCDE (*Oxford*).

Em todo caso, os valores obtidos pelo método de Engel estão alinhados com aqueles tipicamente encontrados na literatura nacional e internacional (ver Figura 4 acima). Assim, fica claro que a supercompensação nessas escalas deve-se à hipótese de identificação do próprio método: “[...] it must be concluded that the identifying assumption of the Engel methodology is not an acceptable one. **The method is unsound and should not be used.**” (DEATON, 2018, p. 255, grifo próprio)

As escalas de Rothbarth estimadas, por sua vez, além de respeitarem todos os critérios de plausibilidade, têm valores bastante próximos das *expert scales* (viz. escalas de raiz quadrada, *Oxford* e OCDE modificada), bem como das demais escalas de Rothbarth (tanto nacionais quanto internacionais). Tendo em vista que as hipóteses de identificação do método de Rothbarth são geralmente consideradas como razoáveis pela literatura (ver Subseção 2.1.2.1.2), é portanto seguro dizer que essas escalas de equivalência são mais adequadas. Por fim, esses resultados sugerem que o custo de uma criança no Brasil seja em torno de 30% de um único adulto, variando para mais ou para menos conforme o número de filhos.

6.1.2. Considerações gerais sobre as escalas e custos infantis

A fim de concluir essa breve discussão das escalas de equivalência, são feitas ainda algumas observações mais gerais com base no panorama sintetizado nas Figuras 4 e 5 da Seção anterior.

Primeiramente, com respeito aos custos infantis, nota-se que os métodos mais plausíveis contemplados nessa exposição parecem determinar que uma criança é equivalente a cerca de um quarto a um terço de um único adulto, um resultado análogo aos obtidos pelo método de Rothbarth neste artigo. As demais escalas, por sua vez, apresentam valores menos consistentes.

Em particular, em todas as estimações do método de Engel verifica-se a supercompensação de Engel aludida acima (ver Subseção 2.1.2.1.1). Em alguns casos, os custos infantis são até mesmo iguais ou maiores do que o custo de um adulto. Pela mesma via, verifica-se também que o método de Engel concentra-se no topo da classificação dimensional das escalas: dentre as dez maiores escalas de equivalência, sete são calculadas por esse método, o que corresponde a todas as escalas de Engel estimadas para famílias de até dois adultos e três crianças.

Em terceiro lugar, percebe-se que as abordagens mais flexíveis (viz. semiparamétricas e contrafactuais) são consideravelmente díspares em suas estimativas, não havendo um padrão claro nessas escalas de equivalência.

Ao contrário, as escalas estimadas pelo método de Rothbarth mostram-se muito parecidas entre si, com valores levemente abaixo das escalas heurísticas.

Interessantemente, os sistemas de dispêndio e de demanda, via de regra, aproximam-se bastante das escalas de Rothbarth. Com isso, questiona-se o quanto essas abordagens elaboradas e de difícil implementação realmente representam alguma contribuição significativa se comparadas a uma metodologia mais simples, como a de Rothbarth (RIO GROUP, 1999, p. 5). De fato: “[...] the empirical implementation of such models is cumbersome out of all proportion to their advantages over the simpler Rothbarth methodology.” (DEATON, 2018, p. 262)

Finalmente, considerando uma abordagem ainda mais simples do que a de Rothbarth, nota-se que as *expert scales* mais recentes (viz. raiz quadrada e OCDE modificada) são quase idênticas na faixa de configurações familiares selecionada (viz. de um casal com zero a três filhos). Dito isso, conforme o tamanho das famílias aumenta para além desse intervalo um tanto restrito, as duas escalas de equivalência diferenciam-se progressivamente, uma vez que

a linearidade das escalas da OCDE, por definição, impossibilitam-nas de possuir a propriedade de monotonicidade decrescente (i.e. que comportem-se de maneira “mais orgânica”). Assim, como discutido na Subseção 2.1.2.6, a escala de raiz quadrada é preferida por adequar-se melhor às famílias maiores, além de ser claramente o método mais prático para o cálculo de escalas de equivalência e requerer a menor quantidade de dados para a sua estimação.

6.2. DISCUSSÃO DAS APLICAÇÕES DAS ESCALAS

6.2.1. Considerações sobre a renda ajustada

Para explicar o ajuste de renda sobre as POFs 2002-2003 e 2008-2009, convém relembrar o sentido econômico das variáveis ilustradas pelas Figuras 6 a 9. Assim, a partir da renda total de uma família, a renda *per capita* é entendida como uma medida do padrão de consumo possível para cada um de seus membros; e a renda *per capita* equivalente, o padrão de consumo efetivo, após a aplicação das escalas de equivalência. A renda total equivalente proporciona uma estimativa da renda total com base na renda *per capita* equivalente, isto é: o quanto de renda total uma dada família deveria possuir para ter o mesmo nível de bem-estar implicado pela medida equivalente.

Relembrados esses conceitos, então, observa-se, em primeiro lugar, que a renda total mantém-se quase constante em ambas as POFs, independentemente do número de filhos, de onde se segue que a renda *per capita* é decrescente no tamanho da família. Tomando, portanto, a medida *per capita* como referência do padrão de consumo, isso poderia significar que as famílias tornam-se proporcionalmente mais pobres na medida em que aumentam de tamanho.

Para todos os quintis de renda *per capita* – excetuando o mais elevado –, esse problema tende, inclusive, a provocar distorções interpretativas na classificação social domiciliar. É evidente, por exemplo, que um casal com três filhos no quarto quintil de renda *per capita* tem a mesma renda *per capita* de um casal sem filhos no terceiro quintil. Desse modo, a medida *per capita* não ajustada mostra-se insuficiente para a correta mensuração do bem-estar, especialmente quando a adição de um novo membro à família pode ter um impacto grande o bastante para reduzi-la a um quintil de renda *per capita* mais baixo.

Dito isso, considerando o ajuste realizado através do método de Rothbarth, a renda

per capita equivalente de uma família com três filhos é, na prática⁹, idêntica à renda *per capita* de um casal sem filhos (para todos os quintis). Em outras palavras, enquanto a medida *per capita* ingênua teria classificado a família maior uma classe social abaixo, a medida por adulto-equivalente de Rothbarth mantém essa família na mesma classe social.

Destaca-se, entretanto, que a correção fundamentada no método de Engel é significativamente menor e, ao contrário das escalas de Rothbarth, não proporciona uma renda *per capita* ajustada praticamente constante. Apesar disso, a renda *per capita* equivalente calculada pelas escalas de Engel ainda é capaz de nivelar adequadamente uma família menor e mais pobre em relação a uma família maior e mais rica (cf. por exemplo, a renda *per capita* equivalente de um casal com dois filhos no quarto quintil de renda comparada à renda *per capita* de um casal com três filhos no quinto quintil). Em todo caso, o método de Engel permanece uma alternativa inválida para estimação de escalas e correção de variáveis por adulto-equivalente, embora seja preferível à divisão *per capita* ingênua.

6.2.2. Considerações sobre o custo de vida

Por fim, comenta-se de maneira breve o custo de vida ajustado. Como dito anteriormente (ver Subseção 4.5), a interpretação dessa medida é contábil, e não econômica. Assim, apesar de simétrico à renda e ao consumo equivalentes, o indicador de custo de vida ajustado tem um certo valor mais “prático” ou “didático”, qual seja: determinar, para um padrão de consumo almejado, o nível de renda necessário para obtê-lo em dado tipo de família.

Nesse sentido, é importante ressaltar que as facetas dos gráficos na Subseção 5.2.2 devem ser analisadas por si só, uma vez que o dispêndio de cada configuração familiar é diferente, enquanto o custo de vida é contabilizado para um *mesmo* padrão de consumo.

Exemplifica-se o custo de vida ajustado a partir de um cenário hipotético baseado na POF 2008-2009 (Figuras 11 e 13), bem como nas escalas de Engel estimadas e em duas escalas heurísticas. Seja, então, um jovem adulto com salário de R\$1326.00 mensais (correspondente à renda mediana de um casal sem filhos no terceiro quintil de renda *per capita* da POF 2008-2009), cujo dispêndio mensal *per capita* (i.e. padrão de consumo) totaliza R\$545.28 mensais (correspondente ao dispêndio *per capita* mediano no terceiro quintil de renda). Suponha-se que esse jovem se case. Agora, a sua renda total de R\$1326.00 é dividida por dois, colocando a sua família efetivamente no terceiro quintil de renda, com

⁹ A renda equivalente é apenas levemente decrescente e sua estimativa é muito próxima da original.

R\$663.00 mensais *per capita*. Assumindo, enfim, que ele e a esposa mantenham constante o dispêndio *per capita*, o casal necessitaria de $2 \times R\$545.28 = R\1090.56 mensais para o seu sustento, de acordo com a estimativa ingênua.

Mas, devido às economias de escala domiciliares, o dispêndio total da família para conservar aquele padrão de consumo anterior é somente de: R\$869.63 (segundo as escalas de Engel estimadas para a POF 2008-2009); ou R\$817.92 (segundo a escala da OCDE modificada); ou ainda R\$768.84 (segundo a escala de raiz quadrada). Portanto, ao invés de o casal economizar R\$235.44 (21.58% da renda total) todos os meses, economizaria, respectivamente: R\$456.37 (34.42%); ou R\$508.08 (38.32%); ou até mesmo R\$557.16 (42.02%).

Um segundo exemplo: agora, com base nos dados da POF 2002-2003, nas escalas de Rothbarth estimadas para essa POF e nas mesmas *expert scales* acima. A família de comparação, dessa vez, é de um casal com três filhos, no quarto quintil de renda. Suponha-se que o último dos três filhos seja recém-nascido e, em virtude do seu nascimento, o pai da família tenha procurado um consultor financeiro, a fim de recalculer o custo de vida domiciliar e melhor planejar o futuro de seus filhos e a sua própria aposentadoria.

Desse modo, tomando como uma referência o padrão de consumo mediano no quarto quintil de renda *per capita* com três filhos (viz. R\$362.27 *per capita* mensais), o consultor financeiro estimaria um custo de vida equivalente de R\$946.97 (com as escalas de Rothbarth estimadas neste artigo para a POF 2002-2003), ao invés da medida ingênua de $5 \times R\$362.27 = R\1811.35 totais por mês. Alternadamente, se o ajuste fosse feito pelas escalas heurísticas, os valores seriam: R\$1086.81 (segundo a escala OCDE modificada); ou R\$810.06 (segundo a escala de raiz quadrada).

7. CONCLUSÃO

Neste trabalho de conclusão curso, procurou-se conhecer o custo de vida brasileiro através da estimação de escalas de equivalência. Para tanto, foram realizadas uma extensa revisão teórica da literatura e uma apresentação comentada de 39 escalas de equivalência nacionais e internacionais, incluindo a avaliação da consistência empírica das escalas conforme quatro critérios de plausibilidade predefinidos. Devido a limitações no escopo, dentre todas as abordagens contempladas nessa exposição, foram estimados apenas dois modelos simples, de acordo com os métodos propostos por Engel (1895) e Rothbarth (1943), a partir de duas bases de dados: a POF 2002-2003 e a POF 2008-2009. Verificou-se que as escalas de equivalência assim calculadas respeitam todos os critérios de plausibilidade e, em seguida, por uma comparação geral das escalas, confirmou-se que estão alinhadas com aquelas encontradas na literatura nacional e internacional. Foram também calculados os custos infantis para todas as 43 escalas de equivalência (nacionais, internacionais e elaboradas neste exercício). Por fim, ajustaram-se as POFs 2002-2003 e 2008-2009 pelas escalas de Engel e de Rothbarth estimadas, produzindo medidas econômicas de renda por adulto-equivalente e consumo efetivo para cada uma das categorias de dispêndio, além de um indicador contábil de custo de vida equivalente.

Os resultados obtidos indicam, em primeiro lugar, que o método de Engel para a estimação de escalas de equivalência não deve ser utilizado, devido a múltiplas inconsistências teóricas e empíricas. Além disso, é evidente que algumas das abordagens modernas e complexas (e.g. sistemas de dispêndio e de demanda) aproximam-se bastante das escalas de Rothbarth, de modo que não aparentam constituir uma contribuição verdadeiramente significativa sobre essa metodologia mais simples e intuitiva. As escalas de Rothbarth, por sua vez, aproximam-se das escalas heurísticas recentes (viz. raiz quadrada e OCDE modificada), cujo cálculo é ainda mais simples. Em particular, a escala de raiz quadrada destaca-se como uma das mais plausíveis e fáceis de implementar, além de exibir um comportamento “mais natural” do que os métodos lineares, devido aos acréscimos decrescentes à escala proporcionados pela função que determina o seu cálculo. Finalmente, com respeito aos custos infantis, as estimativas fornecidas pelos métodos mais plausíveis sugerem que uma criança é equivalente a cerca de um quarto a um terço de um único adulto.

Quanto às aplicações das escalas de equivalência, observou-se uma grande diferença entre as medidas por elas corrigidas e as originais (i.e. ingênuas). De fato, a renda e o consumo (totais e *per capita*) ajustados por adulto-equivalente superaram consideravelmente os

valores não ajustados, demonstrando que famílias maiores têm muito mais bem-estar do que poderia-se presumir de outro modo. Analogamente, o custo de vida equivalente é menor do que o custo de vida calculado de maneira ingênua. Fica claro, portanto, que a correção dessas variáveis por escalas de equivalência é indispensável às análises de bem-estar e ao planejamento de orçamentos familiares.

BIBLIOGRAFIA

ABBRING J. H.; HECKMAN J. J. “Econometric evaluation of social programs, part iii”. In: Heckman JJ, Leamer EE (eds) *Handbook of econometrics*, vol 6B. Elsevier, Amsterdam, pp 5146–5303, 2007.

AGÜERO, Jorge M.; GOULD, Brian W. “Household Composition and Brazilian Food Purchases: An Expenditure System Approach”. In: *Canadian Journal of Agricultural Economics* 5, 323–345, 2003.

ANYAEGBU, Grace. “Using the OECD equivalence scale in taxes and benefits analysis”. *Economic & Labour Market Review: Vol 4, No 1*. Office for National Statistics 49, 2010.

ARNOLD, Jeffrey B. “ggthemes: Extra Themes, Scales and Geoms for ‘ggplot2’”. R package version 4.2.4., 2021.

ASSUNÇÃO, Juliano; GONZAGA, Gustavo. “DataZoom: Pesquisa de Orçamentos Familiares”. Departamento de Economia, PUC-Rio, Rio de Janeiro, RJ. Disponível em: <<http://www.econ.puc-rio.br/datazoom/pof.html>>. Acesso em: Julho, 2021.

ATKINSON, A. B.; RAINWATER, L.; SMEEDING, T. M. “Income distribution in OECD countries: evidence from the Luxembourg Income Study”. *LIS Working Paper Series* (120), 1995.

BALLI, F.; TIEZZI, S. “Equivalence scales, the cost of children and household consumption patterns in Italy”. *Rev Econ Household* 8(4):527–549, 2010.

BANKS J.; BLUNDELL, R.; LEWBEL, A. “Quadratic engel curves and consumer demand”. *Rev Econ Stat* 79(4), 527–539, 1997.

BARNETT, W. A.; SECK, O. “Rotterdam model versus almost ideal demand system: will the best specification please stand up?”. *J Appl Econ* 23, 795–824, 2008.

BARTEN, A. P. “Family composition, prices and expenditure patterns”. *Econometric Analysis for National Economic Planning: 16th Symposium of the Colston Society*, Hart, Mills and Whitaker (eds.), London, 1964.

BÍBLIA. “Bíblia Sagrada Ave-Maria”. São Paulo: Editora AveMaria, 1959, (impressão 2020).

BLACKLOW, P.; NICHOLAS, A.; RAY, R. “Demographic demand systems with application to equivalence scales estimation and inequality analysis: the Australian evidence”. *Austr Econ Pap* 49(3):161–179, 2010.

BLUNDELL, R.; DUNCAN, A.; PENDAKUR, K. “Semiparametric Estimation and

Consumer Demand”. *Journal of Applied Econometrics*, 13(5), pp. 435–461, 1998

BUHMANN, B.; RAINWATER, L.; SCHMAUS, G.; SMEEDING, T. “Equivalence scales, well-being, inequality and poverty: sensitivity estimates across ten countries using the Luxembourg Income Study database”. *The Review of Income and Wealth*, v. 34, n. 2, p. 115-142, 1988.

BÜTIKOFER, Aline. “Semiparametric Base-Independent Equivalence Scales and the Cost of Children in Switzerland”. *Swiss Journal of Economics and Statistics*, 2012, Vol. 148 (1), 2010.

CASTRO, F.; BELLUZZO, W. “Alocação Intrafamiliar de consumo e custo criança: um estudo aplicado ao Brasil”. In: XXXIV Encontro Nacional de Economia, 2006, Salvador. CD-ROM, 2006.

CHUNG-HONG, C.; GEOFFREY, C. H. C.; THOMAS, J. L.; JASON, B. “rio: A Swiss-army knife for data file I/O”. R package version 0.5.27, 2021.

CITRO, Constance; MICHAEL, Robert. “Measuring poverty: a new approach”. Washington: National Academy Press, 1995.

CLARO, R. M.; LEVY, R. B.; BANDONI, D. H.; MONDINI, L. “Per capita versus adult-equivalent estimates of calorie availability in household budget surveys.” *Cadernos de Saúde Pública* [online], 2010, v. 26, n. 11. Available from: <<https://doi.org/10.1590/S0102-311X2010001100020>>.

DEATON, Angus; MUELLBAUER, John. “Economics and consumer behavior”. Cambridge University Press, Cambridge, 1980a.

DEATON, Angus; MUELLBAUER, John. “An almost ideal demand system.” *Econ Rev* 70(3), 312–326, 1980b.

DEATON, Angus; MUELLBAUER, John. “On Measuring Child Costs: with Applications to Poor Countries”. *Journal of Political Economy*, 94, 720-744, 1986.

DEATON, Angus; PAXSON, Christina. “Economies of scale, household size, and the demand for food”. *The Journal of Political Economy* 106(5), pp. 897-830, 1998.

DEATON, Angus; RUIZ-CASTILLO, Javier; THOMAS, Duncan. “The Influence of Household Composition on Household Expenditure Patterns: Theory and Spanish Evidence”. *Journal of Political Economy*, 1989.

DEATON, Angus. “The Analysis of Household Surveys: A Microeconomic Approach to Development Policy”. Washington, DC: World Bank, 2018.

DUDEL, Christian. “A Nonparametric Partially Identified Estimator for Equivalence Scales”. In: Ruhr Economic Papers 526, 2014.

DUDEL, Christian. “Nonparametric bounds on equivalence scales”. *Economics Bulletin*, 35, 218-224, 2015.

DUDEL, Christian; GARBUSZUS, Jan Marvin; SCHMIED, Julian. “Assessing differences in household needs: a comparison of approaches for the estimation of equivalence scales using German expenditure data”. *Empirical Economics*, 2020.

ENGEL, E. “Die Productions- und Consumtionsverhältnisse des Königreichs Sachsen”. In: Anlage I, Heinrich C (eds) *Die Lebenskosten Belgischer Arbeiter-Familien früher und jetzt.*, chapter, Dresden, 1895.

FAIK, J. “Der Zerlegungs-Ansatz - ein alternativer Vorschlag zur Messung von Armut”. *AStA Wirtschafts- und Sozialstatistisches Archiv* 4(4):293–315, 2011.

FAN, Y.; GUERRE, E.; ZHU, D. “Partial identification of functionals of the joint distribution of potential outcomes”. *J Econom* 197(1): 42–59, 2017.

FAO/WHO. “Necesidades de energia y proteínas”. *Série Informes Técnicos*, 724. Genebra, 1985.

FERREIRA, C. B. “Escala de equivalência no Brasil: o custo de vida brasileiro segundo os métodos de Engel e de Rothbarth”. Disponível em: <<https://github.com/CaoBittencourtFerreira/Equivalence-scales-in-Brazil>>. Acesso em: Dezembro, 2021.

FOX, J.; KLEIBER, C.; ZEILEIS, A. “ivreg: Instrumental-Variables Regression by ‘2SLS’, ‘2SM’, or ‘2SMM’, with Diagnostics”. R package version 0.6-0, 2021.

GARCÍA J.; LABEAGA, J. M. “Alternative approaches to modelling zero expenditure: an application to Spanish demand for tobacco”. *Oxf Bull Econ Stat* 58(3): 489–506, 1996.

GEARY, Roy C. “A Note on ‘A Constant-Utility Index of the Cost of Living’”. *Review of Economic Studies*. 18 (2): 65–66, 1950.

GOZALO, P. “Nonparametric Bootstrap analysis with applications to demographic effects in demand functions”. *Journal of Econometrics* 81, 357—393, 1997.

GUIMARÃES, T. P. “Estimação de economias de escala no consumo familiar para o caso brasileiro”. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto, Universidade de São Paulo, Ribeirão Preto, 2006.

GRAY, Matthew. “Costs of children and equivalence scales: a review of methodological issues and Australian estimates”. Costs of children: research commissioned by the Ministerial Taskforce on Child Support, p. 85, 2007.

HAGENAARS, A. J.; VOS, K.; ZAIDI, M. A. “Poverty statistics in the late 1980s”. Theme/Statistical Office of the European Communities: 3, Population and social conditions: Series C, Accounts, surveys and statistics, Off. of Official Publ. of the Europ. Communities, Luxembourg, 1994.

HAUSMAN, J. A. “Specification Tests in Econometrics”. *Econometrica*, 46 (6), 1251–1271, 1978.

HESTER, Jim. “glue: Interpreted String Literals”. R package version 1.4.2, 2020.

HOLLAND, P. “Statistics and causal inference”. *J Am Stat Assoc* 81: 945–960, 1986.

HOWE, H.; POLLAK, R. A.; WALES, T. J. “Theory and time series estimation of the quadratic expenditure system”. *Econometrica* 47(5):1231–1247, 1979.

IBGE – Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. “Pesquisa de Orçamentos Familiares 2002-2003 – POF. Manual do Agente de Pesquisa”. Rio de Janeiro, 2002.

IBGE – Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. “Pesquisa de Orçamentos Familiares 2002-2003 – POF”. Rio de Janeiro, 2004.

IBGE – Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. “Pesquisa de Orçamentos Familiares 2008-2009 – POF. Manual do Agente de Pesquisa”. Rio de Janeiro, 2008.

IBGE – Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. “Pesquisa de Orçamentos Familiares 2008-2009 – POF”. Rio de Janeiro, 2010.

IMBENS, G. W.; RUBIN, D. B. “Causal inference in statistics, social, and biomedical sciences”. Cambridge University Press, 2015.

KOHN, K.; MISSONG, M. “Estimation of quadratic expenditure systems using German household budget data”. *Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik* 223(4): 422–448, 2003.

LAFRANCE, J.; POPE, R. “The Generalized Quadratic Expenditure System”. *Contributions to Economic Analysis*. 288, 2009.

LANCASTER, Geoffrey; RAY, Ranjan. "Comparison of Alternative Models of Household Equivalence Scales: The Australian Evidence on Unit Record Data". *The Economic Record*, 1998.

LESER, C. E.V. "Forms of Engel functions". *Econometrica* 31(4): 694–703, 1963.

LLUCH, C. "The extended linear expenditure system". *Eur Econ Rev* 4:21–32, 1973.

MCCLEMENTS, L. D. "Equivalence Scales for Children". *Journal of Public Economics*, vol. 8, no. 2, pp. 191-210, 1977.

MERZ, J; FAIK, J. "Equivalence Scales Based on Revealed Preference Consumption Expenditure Microdata – The Case of West Germany". University Luneburg, FFB Discussion Paper No. 3, 1995.

MICHELINI, C. "Estimating the cost of children from New Zealand quasi-unit record data of household consumption". *Econ Rec* 77(239):383–392, 2001.

NICHOLSON, J. L. "Appraisal of different methods of estimating equivalence scales and their results". *Review of Income and Wealth*, vol. 22, No.1, 1976.

OECD. "The OECD List of Social Indicators". Organisation for Economic Cooperation and Development, Paris, 1982.

OECD. "Growing unequal?: income distribution and poverty in OECD countries". Organisation for Economic Cooperation and Development, Paris, 2008.

OECD. "Divided We Stand – Why Inequality Keeps Rising". Organisation for Economic Cooperation and Development, Paris, 2011.

ORSHANSKY, Mollie. "Counting the Poor: Another Look at the Poverty Profile". *Social Security Bulletin*, Vol. 28, No. 1, January, pp. 3-29, 1965.

PENDAKUR, K. "Semiparametric estimates and tests of base-independent equivalence scales". *J Econom* 88(1): 1–40, 1999.

PHIPPS, S. A. "What is the income 'cost of a child'? Exact equivalence scales for Canadian two-parent families". *The Review of Economics and Statistics* 80: 157–64, 1998.

PODDER, N. "The Estimation of an Equivalent Income Scale". *Australian Economic Papers* 10, p. 175-87, 1971.

POLLAK, R. A.; WALES, T. J. "Welfare comparisons and equivalence scales". *Econ Rev* 69:

216–221, 1979.

RAINWATER, L. “What Money Buys”. New York: Basic Books, Inc., 1974.

RAY, R. “Measuring the costs of children: an alternative approach”. *J Public Econ* 22(1), 89–102, 1983.

RDA. “Recommended dietary allowances.” 10th Ed. Washington DC: Subcommittee on the 10th Edition of the RDAs, Food and Nutrition Board, Commission of Life Sciences, National Research Council, 1989.

RIO GROUP. “Equivalence Scales: A Brief Review of Concepts and Methods”. Third Meeting of the Expert Group on Poverty Statistics (Rio Group). Lisbon, 1999.

RIO GROUP. “Compendium of best practices in poverty measurement”. Rio de Janeiro, 2006.

ROBINSON, D.; HAYES, A.; COUCH, S. “broom: Convert Statistical Objects into Tidy Tibbles”. R package version 0.7.9, 2021.

ROCHA, Sônia. “Renda e pobreza: medidas per capita versus adulto-equivalente”. Texto para discussão nº 609. Brasília: Ipea, 1998.

ROTHBARTH, E. “Note on a Method of Determining Equivalent Income for Families of Different Composition”. *Wartime Patterns of Saving and Spending*, Charles Madge: Cambridge University Press, p. 123-130, 1943.

SCHEFFTER, M. “Haushaltsgröße und privater Verbrauch: Zum Einfluss einer steigenden Kinderzahl auf den privaten Verbrauch”. Lang, Frankfurt, 1991.

SHONKWILER, J. S.; YEN, S. T. “Two-step estimation of a censored system of equations”. *American Journal of Agricultural Economics*, v. 81, nº 4, p. 972-982, 1999.

STENGOS, T.; SUN, Y.; WANG, D. “Estimates of semiparametric equivalence scales”. *J Appl Econom* 21(5): 629–639, 2006.

STONE, J. R. N. “Linear Expenditure Systems and Demand Analysis: An Application to the Pattern of British Demand”. *Economic Journal*, 64(255), 511-527, 1954.

SZULC, A. “A matching estimator of household equivalence scales.” *Economics Letters*, 103, 81–83, 2009.

TEDFORD, J.; CAPPS, O.; HAVLICEK, J. “Adult equivalent scales once more: A developmental approach”. *American Journal of Agricultural Economics* 68 (2): 322–33, 1986.

van de VEN, Justin. “Demand Based Equivalence Scale Estimates for Australia and the UK”. National Institute of Economic and Social Research, NIESR Discussion Papers, 2003.

VAZ, Fábio; VAZ, Kátia. “Estimação de escalas de equivalência para o Brasil”. In: Anais do XXXV Encontro Nacional de Economia, Recife, 2007.

VELOSO, Luciano de Gusmão. “Estimação de um sistema de demanda para o Brasil”. Dissertação (Mestrado) – Faculdades Ibmecc: Rio de Janeiro, 2006.

VOS, K.; ZAIDI, M. A. “Equivalence Scale Sensitivity Of Poverty Statistics For The Member States Of The European Community”. Review of Income and Wealth Series 43, Number 3, Tilburg Economics Institute, 1997.

WICKHAM et al.. “Welcome to the tidyverse”. Journal of Open Source Software, 4(43), 1686, 2019.

WILKE, R. A. “Semi-parametric estimation of consumption-based equivalence scales: the case of Germany”. J Appl Econ 21(6):781–802, 2006.

WHITE, H. “A heteroskedasticity-consistent covariance matrix estimator and a direct test for heteroskedasticity”. Econometrica, v. 48, p. 817-838, 1980.

WORKING, H. “Statistical laws of family expenditure”. J Am Stat Assoc 38(221): 43–56, 1943.

YUTANI, Hiroaki. “gghighlight: Highlight Lines and Points in ‘ggplot2’”. R package version 0.3.2, 2021.

ZEILEIS, A.; HOTHORN, T. “Diagnostic Checking in Regression Relationships”. R News 2(3), 7-10, 2002.

ZEILEIS, A. “Econometric Computing with HC and HAC Covariance Matrix Estimators”. Journal of Statistical Software, 11(10), 1-17. doi: 10.18637/jss.v011.i10, 2004.

ZEILEIS, A. “Object-Oriented Computation of Sandwich Estimators”. Journal of Statistical Software, 16(9), 1-16. doi: 10.18637/jss.v016.i09, 2006.

ZEILEIS, A.; KÖLL, S.; GRAHAM, N. “Various Versatile Variances: An Object-Oriented Implementation of Clustered Covariances in R”. Journal of Statistical Software, 95(1), 1-36. doi: 10.18637/jss.v095.i01, 2020.

APÊNDICES

APÊNDICE A – Escalas de equivalência calóricas nacionais

Neste apêndice, complementa-se a exposição da literatura nacional (Seção 2.2) com escalas de equivalência calóricas. Apesar de não fazerem parte do escopo deste trabalho, convém acrescentá-las para comparação com as escalas empíricas brasileiras.

Rocha (1998) calcula escalas de equivalência calóricas fundamentadas nas diretrizes nutricionais da FAO (1985) e com elas estabelece linhas de indigência por unidade de adulto-equivalente. As escalas propostas são detalhadas na Tabela 16 abaixo:

Tabela 16 – Escalas estimadas pelo método calórico (FAO 1985)

Sexo e faixas etárias	Calorias (kcal)	Escala de equivalência
<i>Homens</i>		
Recém-nascidos	757	0.269
1 – 3 anos	1390	0.494
4 – 6 anos	1800	0.640
7 – 9 anos	2070	0.736
10 – 13 anos	2283	0.812
14 – 17 anos	2740	0.974
18 – 30 anos	2762	1
31 – 60 anos	2776	1.001
Acima de 60 anos	2291	0.843
<i>Mulheres</i>		
Recém-nascidas	700	0.249
1 – 3 anos	1297	0.461
4 – 6 anos	1623	0.577
7 – 9 anos	1827	0.650
10 – 13 anos	2015	0.717

Tabela 16 – Escalas estimadas pelo método calórico (FAO 1985)

Sexo e faixas etárias	Calorias (kcal)	Escala de equivalência
14 – 17 anos	2143	0.762
18 – 30 anos	1991	0.721
31 – 60 anos	2063	0.739
Acima de 60 anos	1869	0.678

Nota: A pessoa de referência utilizada é um homem adulto de 18 a 30 anos de idade.

Fonte: Rocha (1998, p. 5-6).

Claro et al. (2010, p. 2191), por sua vez, utilizam as diretrizes da RDA (1989) para confeccionar as escalas de equivalência na Tabela 17 e concluem, pelo registro nutricional da POF 2002-2003, que a disponibilidade calórica nos domicílios brasileiros por adulto-equivalente é mais elevada do que a medida *per capita*.

Tabela 17 – Escalas estimadas pelo método calórico (RDA 1989)

Sexo e faixas etárias	Calorias (kcal)	Escala de equivalência
<i>Recém-nascidos</i>	750	0.29
<i>Crianças</i>		
1 – 3 anos	1300	0.51
4 – 6 anos	1800	0.71
7 – 10 anos	2000	0.78
<i>Homens</i>		
11 – 14 anos	2500	0.98
15 – 18 anos	3000	1.18
19 – 24 anos	2900	1.14
25 – 50 anos	2900	1.14
Acima de 50 anos	2300	0.90

Tabela 17 – Escalas estimadas pelo método calórico (RDA 1989)

Sexo e faixas etárias	Calorias (kcal)	Escala de equivalência
<i>Mulheres</i>		
11 – 14 anos	2200	0.86
15 – 18 anos	2200	0.86
19 – 24 anos	2200	0.86
25 – 50 anos	2200	0.86
Acima de 50 anos	1900	0.75

Nota 1: As escalas de equivalência tomam como referência todos os adultos de 19 a 50 anos de idade.

Nota 2: A tabela completa apresenta também estimativas para mulheres grávidas e lactantes.

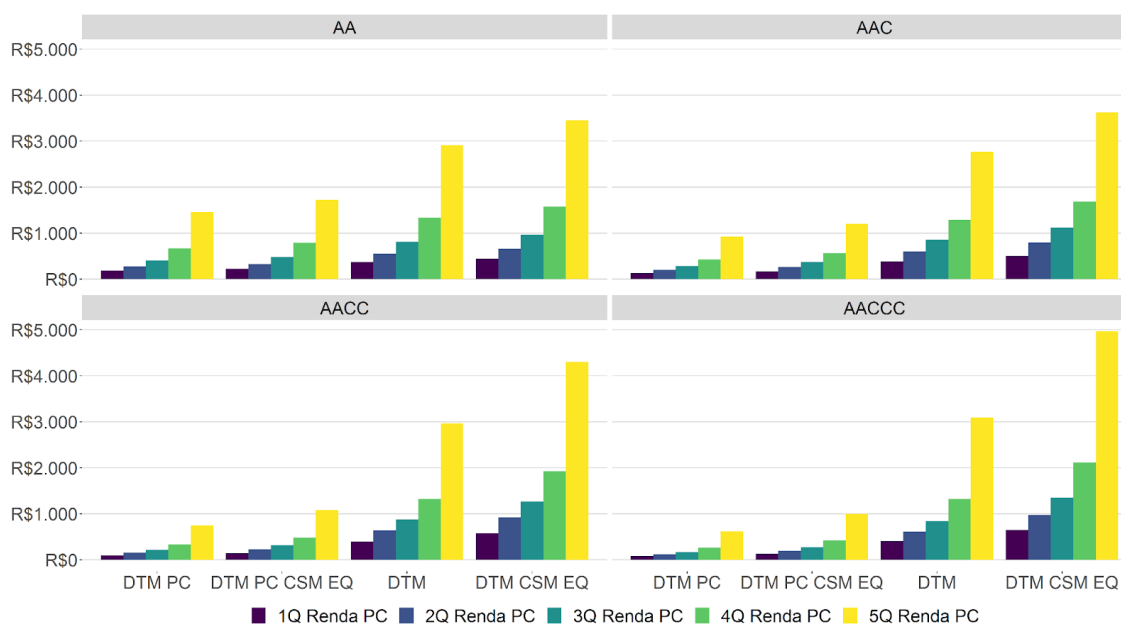
Fonte: Claro et al. (2010, p. 2190).

Quanto à plausibilidade, ambas as escalas de equivalência calóricas acima adequam-se aos critérios (4) e (7), conforme a Subseção 2.1.1.3. Além disso, como escalas calóricas são calculadas a partir dos requerimentos nutricionais individuais, por definição não admitem a possibilidade de retornos crescentes de escala no domicílio. Entretanto, por esse mesmo motivo também garantem que o acréscimo por membro adicional à família é não crescente. Assim, o critério de plausibilidade (6) é respeitado por ambas as escalas. Finalmente, o critério (5) é parcialmente violado pela segunda escala.

É evidente, por fim, que os valores acima são bastante parecidos com as estimativas obtidas pelo método de Engel. O motivo para essa similaridade é que a hipótese de identificação das escalas calóricas também parte do dispêndio com comida, embora indiretamente: enquanto o método de Engel fundamenta-se no requerimento monetário da alimentação, as escalas calóricas fundamentam-se no requerimento nutricional. Mas, como já foi repetidamente colocado, a utilização do consumo alimentar como hipótese de identificação das escalas tende a superestimá-las, seja o consumo medido em valores monetários ou calóricos.

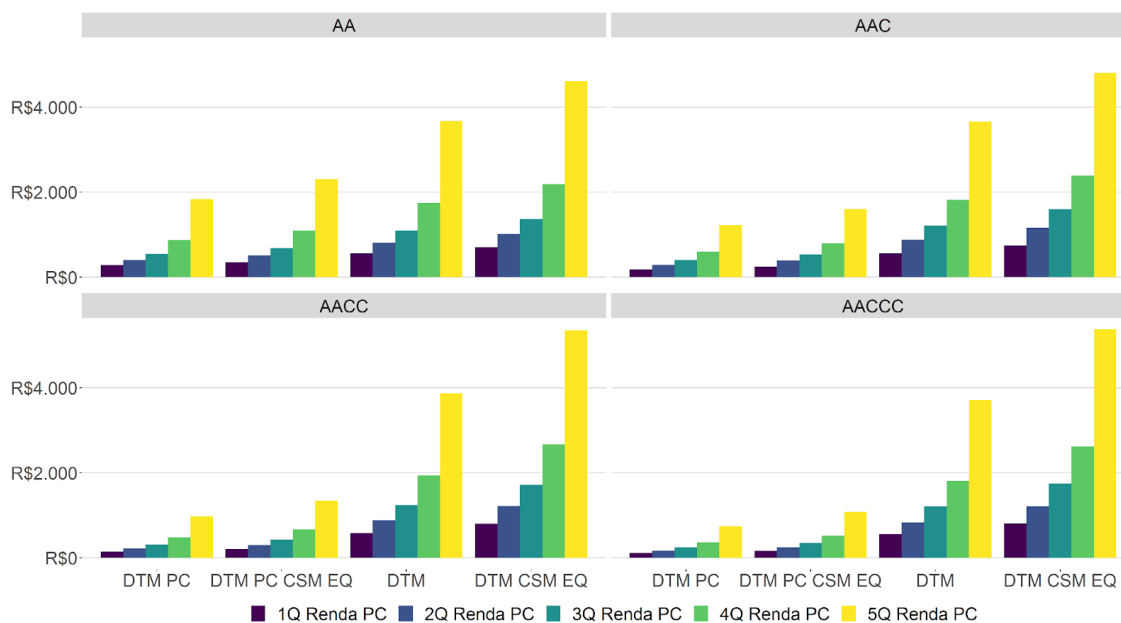
APÊNDICE B – Consumo efetivo por adulto-equivalente

Figura 14 – Consumo efetivo (Escala de Engel, POF 2002-2003)



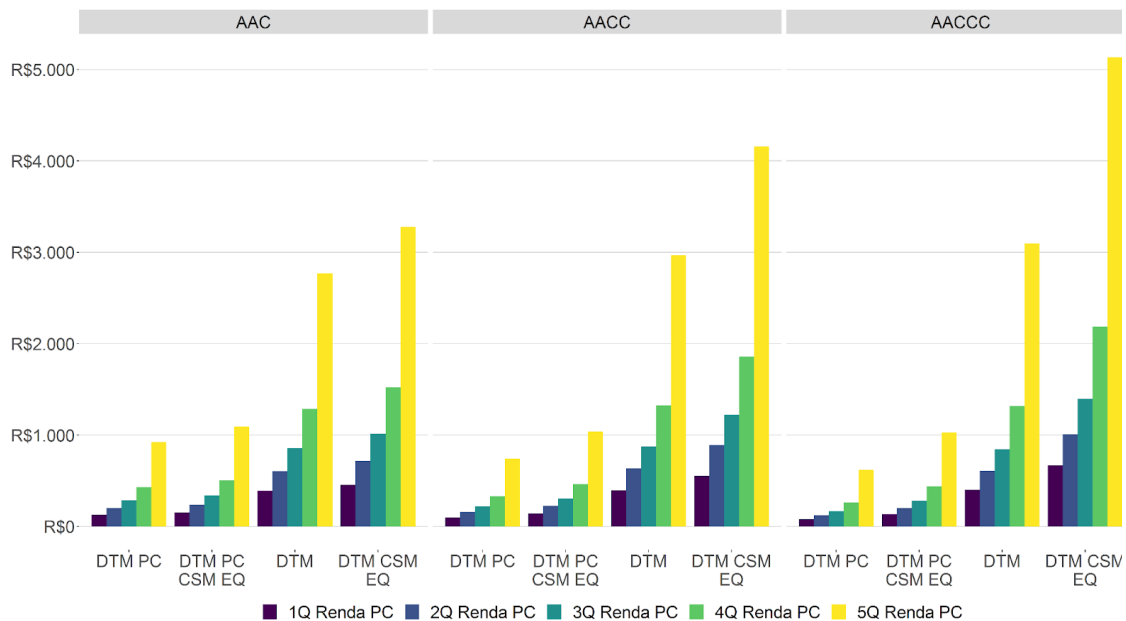
Fonte: Confeção própria com base em IBGE (2004) e IBGE (2010).

Figura 15 – Consumo efetivo (Escala de Engel, POF 2008-2009)



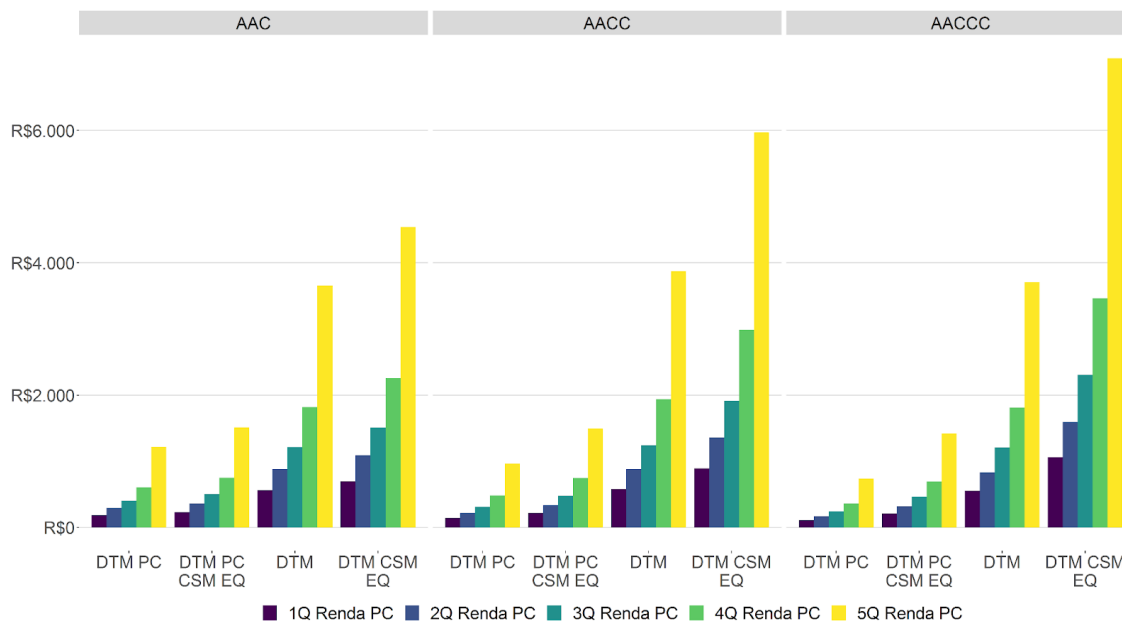
Fonte: Confeção própria com base em IBGE (2004) e IBGE (2010).

Figura 16 – Consumo efetivo (Escala de Rothbarth, POF 2002-2003)



Fonte: Confeção própria com base em IBGE (2004) e IBGE (2010).

Figura 17 – Consumo efetivo (Escala de Rothbarth, POF 2008-2009)



Fonte: Confeção própria com base em IBGE (2004) e IBGE (2010).