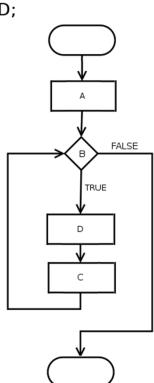


# 자료구조 & 알고리즘

for(A;B;C)

D;



알고리즘

(Algorithms)

Seo, Doo-Ok

Clickseo.com clickseo@gmail.com



백문이불여일타(百聞而不如



## 목차



● 그래프 알고리즘

• 탐욕 알고리즘

• 동적 프로그래밍

● 고급 알고리즘 설계와 분석





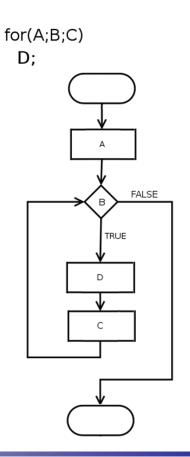
### 그래프 알고리즘



### • 그래프 알고리즘

### 백문이불여일타(百聞而不如一打)

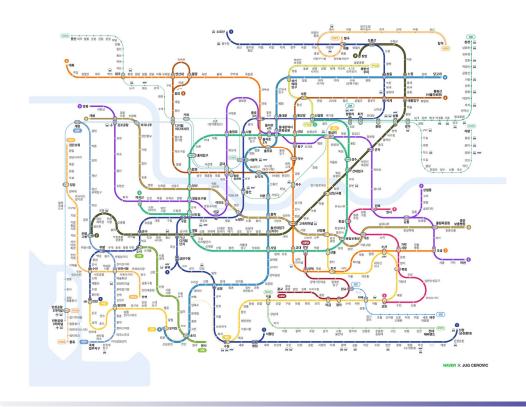
- 그래프의 이해: 그래프 표현과 순회
- 최소 신장 트리
- 최단 경로
- 탐욕 알고리즘
- 동적 프로그래밍
- 고급 알고리즘 설계와 분석





## 그래프 이해 (1/3)

- 그래프(Graph)
  - 연결되어 있는 원소 간의 관계를 표현하는 자료구조
    - 그래프의 예: 인맥 지도, 수도 배관 배수 시스템, 물질의 분자 구조

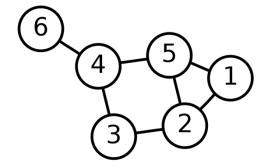




### 그래프 이해 (2/3)

### • 그래프 정의

- 그래프 G는 집합(Set) 두 개로 구성
  - 정점(Vertex 또는 Node)
  - 간선(Edge)



$$G = (V, E)$$

- **∨** 는 그래프에 있는 정점들의 집합을 의미한다(대상: 대상물, 개념 등).
- E 는 정점을 연결하는 간선들의 집합을 의미한다(대상들 간의 관계).



### 그래프의 이해 (3/3)

#### • 그래프 종류

- 무향 그래프(Undirected Graph)
  - 두 정점을 연결하는 간선에 방향성이 없는 그래프
- 유향 그래프(Directed Graph)
  - 두 정점을 연결하는 간선에 방향성이 있는 그래프
- 가중치 그래프(Weight Graph)
  - 두 정점을 연결하는 간선에 가중치가 할당된 그래프
    - 가중치는 두 정점 사이의 거리 또는 지나는 시간이 될 수도 있다.
    - \_ 또한 음수인 경우도 존재한다.
- 완전 그래프(Complete Graph)
  - 모든 정점들 사이에 1:1로 직접 연결된 간선을 지닌 그래프
- 부분 그래프(Subgraph)
  - 원래의 그래프에서 일부의 정점이나 간선을 제외하여 만든 그래프
    - 부분 그래프는 원래의 그래프에 없는 정점이나 간선을 포함하지 않는다.
- 트리(Tree): 순환이 없는 연결된 그래프



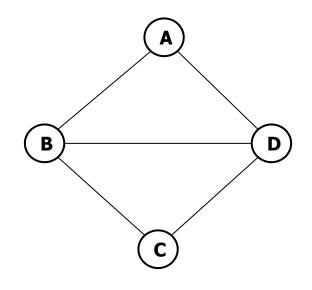
### 그래프 표현: 인접 행렬 (1/3)

- 인접 행렬(Adjacent Matrix)
  - 순차 자료구조를 이용하는 2차원 배열의 방법
    - 그래프의 두 정점을 연결한 간선의 유무를 행렬로 저장
      - N 개의 정점을 가진 그래프: N x N 정방 행렬
      - 행렬의 행과 열: 그래프의 정점
      - 행렬 값: 두 정점이 인접되어 있으면 1, 인접되어 있지 않으면 0
  - 무향 그래프의 인접 행렬
    - 행 i 의 합 = 열 i 의 합 = 정점 i 의 차수
  - 유향 그래프의 인접 행렬
    - 행 i 의 합 = 정점 i 의 진출 차수
    - 열 i 의 합 = 정점 i 의 진입 차수



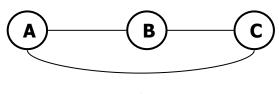
## 그래프 표현: 인접 행렬 (2/3)

### ● 인접 행렬: 2차원 배열



	A	В	С	D	
A	0	1	0	1	
В	1	0	1	1	정점 B의 차수: 3 = 1+0+1+1
С	0	1	0	1	
D	1	1	1	0	

[ 그래프 G1 ]



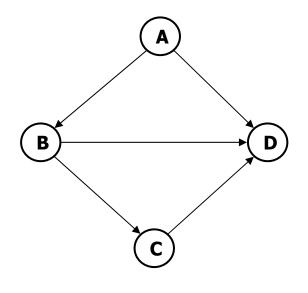
[ 그래프 G2 ]

	Α	В	С
A	0	1	1
В	1	0	1
С	1	1	0



## 그래프 표현: 인접 행렬 (3/3)

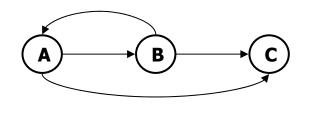
### ● 인접 행렬: 2차원 배열



[	ュ	래	프	G3	]
---	---	---	---	----	---

	A	В	С	D
A	0	1	0	1
В	0	0	1	1
С	0	0	0	1
D	0	0	0	0

정점 B 의 진입 차수: 1 = 1+0+0+0



A	0	1	1
В	1	0	1
C	0	0	0

[ 그래프 G4 ]



### 그래프 표현: 인접 리스트 (1/3)

- 인접 리스트(Adjacent List)
  - 각 정점에 대한 인접 정점들을 연결하여 만든 단순 연결 리스트
  - 정점의 헤드 노드
    - 정점에 대한 리스트의 시작을 표현
  - 인접 리스트의 각 노드
    - 정점을 저장하는 필드와 다음 인접 정점을 연결하는 링크 필드로 구성
  - 각 정점의 차수만큼 노드를 연결
    - 리스트 내의 노드들은 인접 정점에 대해서 오름 차순으로 연결



### 그래프 표현: 인접 리스트 (2/3)

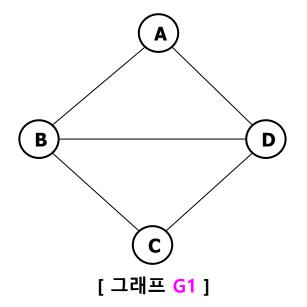
● 인접 리스트: 무향 그래프

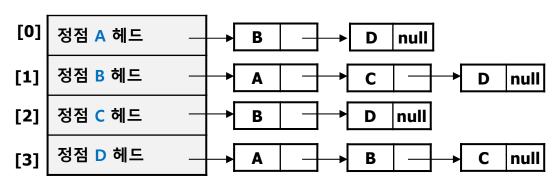
n 개의 정점(V)과 e 개의 간선(E)을 가진 무향 그래프

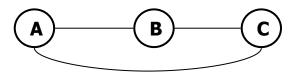
헤드 노드의 배열 크기: n

연결하는 노드의 총 수: 2e

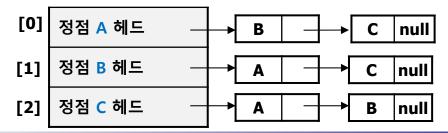
각 정점의 헤드에 연결된 노드의 수: 정점의 차수







[ 그래프 **G2** ]





### 그래프 표현: 인접 리스트 (3/3)

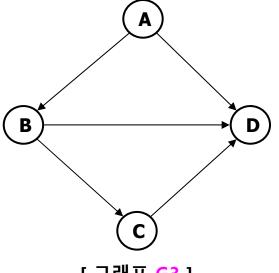
● 인접 리스트: 유향 그래프

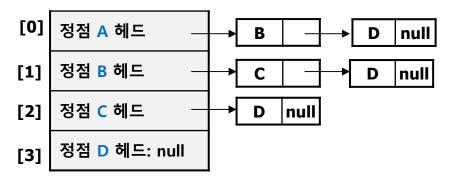
n 개의 정점(V)과 e 개의 간선(E)을 가진 유향 그래프

헤드 노드의 배열 크기: n

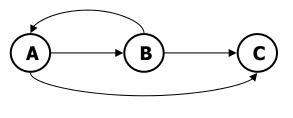
연결하는 노드의 총 수: e

각 정점의 헤드에 연결된 노드의 수: 정점의 진출 차수

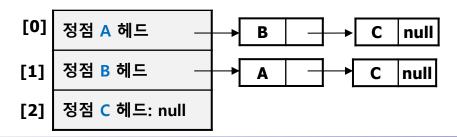




[ 그래프 G3 ]



[ 그래프 **G4** ]





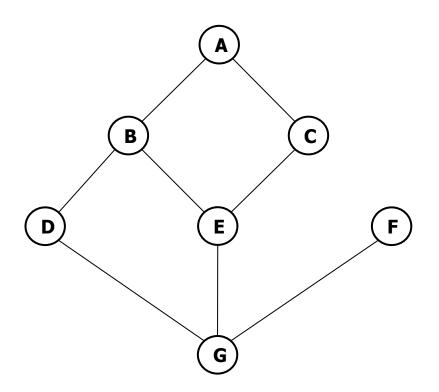
### 그래프 순회 (1/2)

- 그래프 순회(Graph Traversal)
  - 그래프 탐색(Graph Search)
    - 하나의 정점에서 시작하여 그래프에 있는 모든 정점을 한번씩 방문한다.
  - 그래프 순회의 두 가지 방법
    - 깊이 우선 탐색(DFS, Depth First Search)
    - 너비 우선 탐색(BFS, Breadth First Search)



## 그래프 순회 (2/2)

● 그래프 순회: 구현 및 동작과정

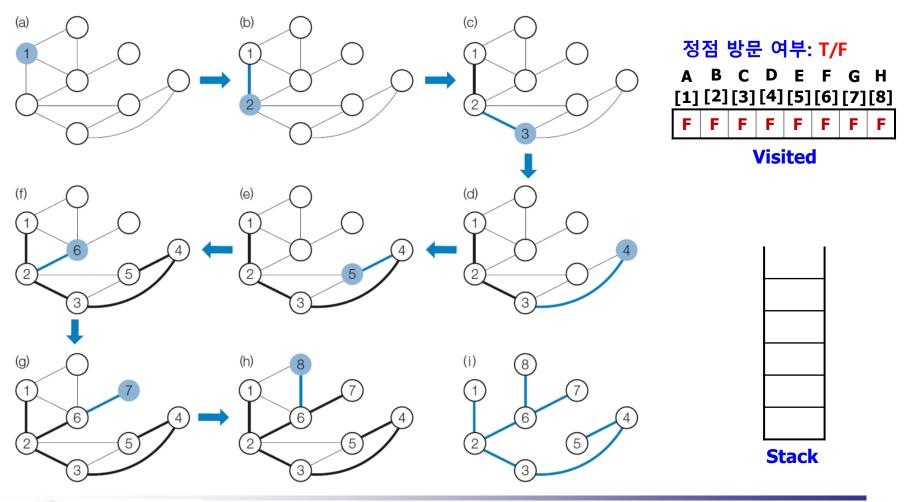


[ 그래프 G9 와 그래프 순회(DFS, BFS) ]



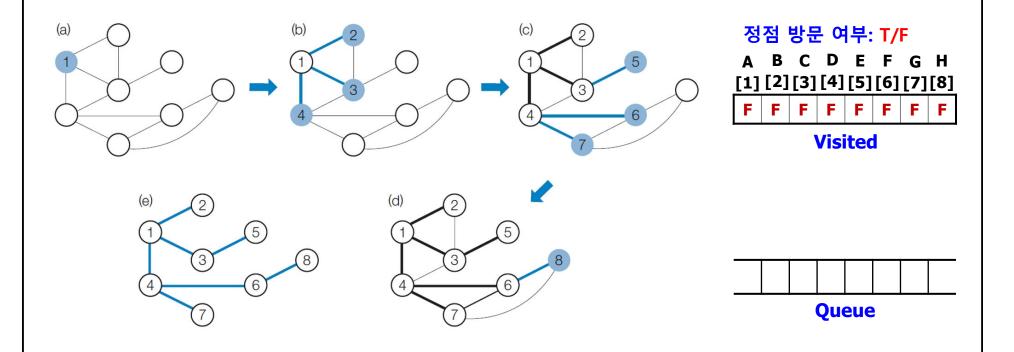
## 그래프 순회: 깊이 우선 탐색

● 깊이 우선 탐색: 동작 과정



### 그래프 순회: 너비 우선 탐색

● 너비 우선 탐색: 동작 과정





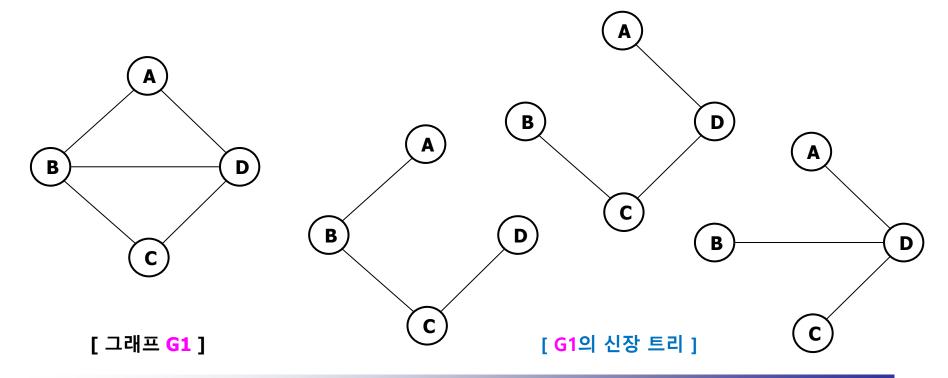
### 그래프 알고리즘

최소 신장 트리



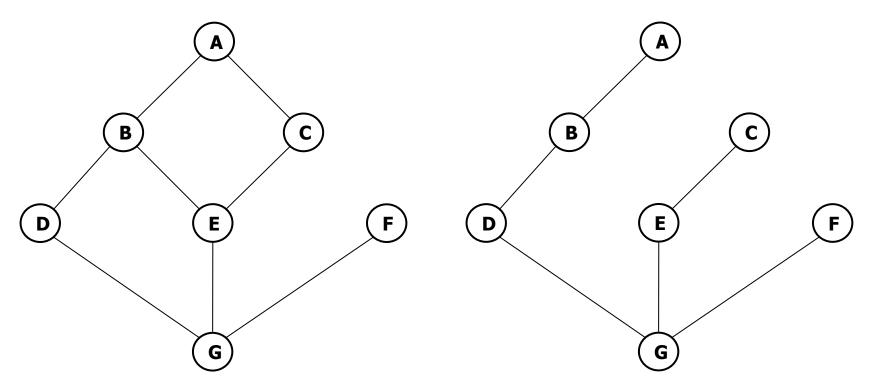
## 신장 트리 (1/3)

- 신장 트리(Spanning Tree)
  - N 개의 정점으로 이루어진 무향 그래프 G 에서 N 개의 모든 정점과 N-1 개의 간선으로 만들어진 트리
    - 그래프의 관점에서 트리는 사이클이 없는 단순 연결 그래프



## 신장 트리 (2/3)

- 신장 트리: 깊이 우선 신장 트리
  - 깊이 우선 신장 트리(Depth First Spanning Tree)
    - 깊이 우선 탐색을 이용하여 생성된 신장 트리

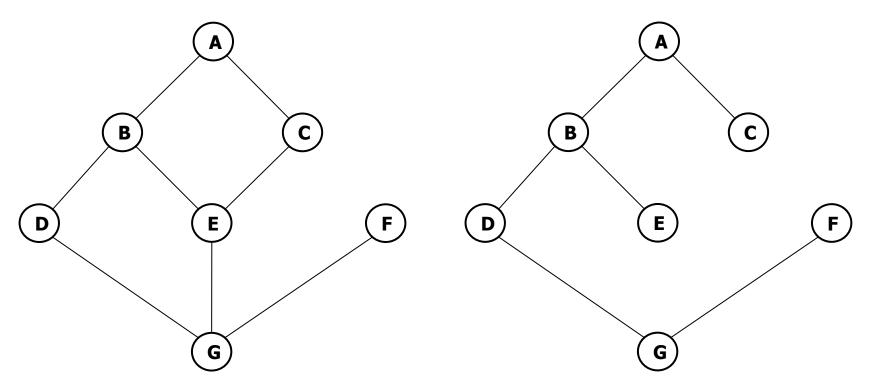


[ 그래프 G9 와 깊이 우선 신장 트리 ]



## 신장 트리 (3/3)

- 신장 트리: 너비 우선 신장 트리
  - 너비 우선 신장 트리(Breadth First Spanning Tree)
    - 너비 우선 탐색을 이용하여 생성된 신장 트리



[ 그래프 69와 너비 우선 신장 트리 ]



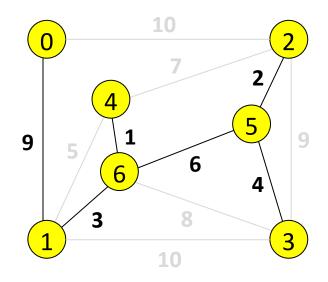
## 최소 신장 트리

- 최소 신장 트리 (Minimum Spanning Tree)
  - <u>무향 가중치 그래프에서</u> 신장 트리를 구성하는 <u>간선들의 가중치</u> 합이 최소인 신장 트리
    - 신장 트리의 비용(Cost of a Spanning Tree)
      - 신장 트리를 구성하는 간선 가중치의 합
      - 최소 신장 트리: 비용을 최소로 하는 신장 트리
    - 가중치 그래프의 간선에 주어진 가중치
      - \_ 비용이나 거리, 시간을 의미하는 값
  - 최소 신장 트리 생성 알고리즘
    - Kruskal 알고리즘
    - Prim 알고리즘



### 최소 신장 트리: Kruskal 알고리즘 (1/2)

### ● Kruskal 알고리즘: 동작 과정

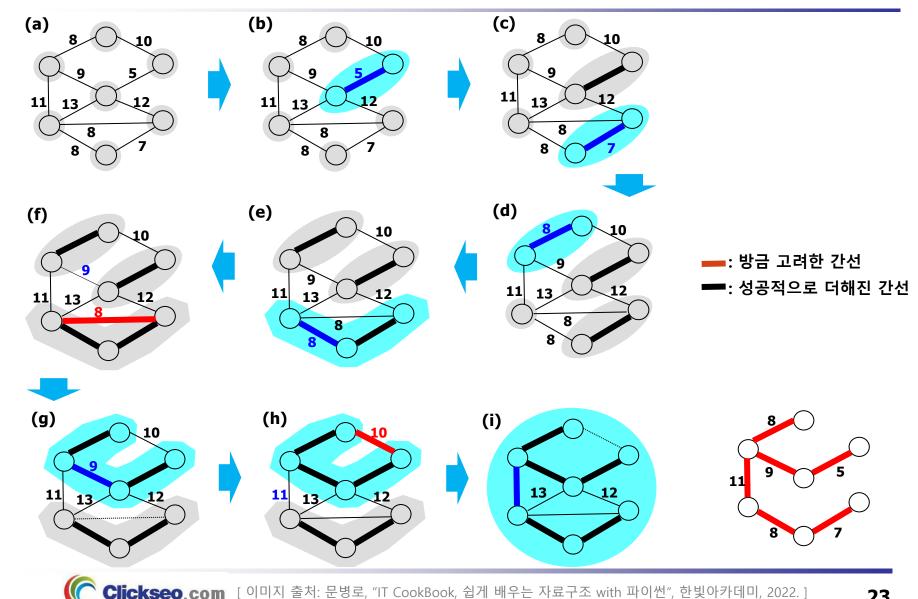


- (0, 1) 9
- (0, 2) 10
- (1, 3) 10
- (1, 4) 5
- (1, 6) 3
- (2,3)9
- (2, 4) 7
- (2,5) 2
- (3,5) 4
- (3, 6) 8
- (4, 6) 1
- (5, 6) 6

#### 정렬된 L

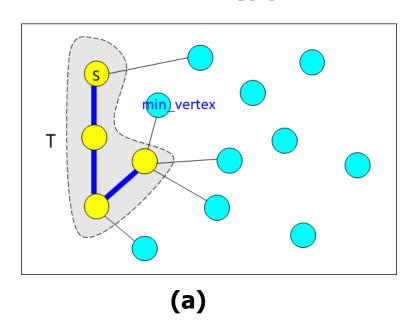
- (4, 6) 1
- (2,5) 2
- (1, 6) 3
- (3,5) 4
  - (1, 4) 5
  - (5,6) 6
    - (2,4) 7
    - (3, 6) 8
  - (0, 1) 9
  - (2,3)9
  - (0, 2) 10
  - (1, 3) 10

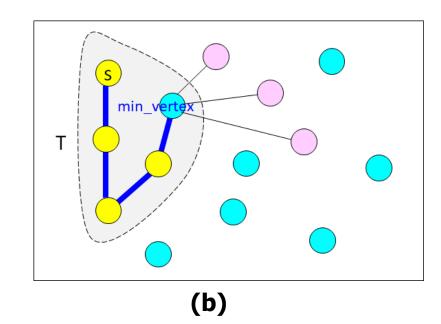
## 최소 신장 트리: Kruskal 알고리즘 (2/2)



### 최소 신장 트리: Prim 알고리즘 (1/3)

### • Prim 알고리즘: 동작 과정



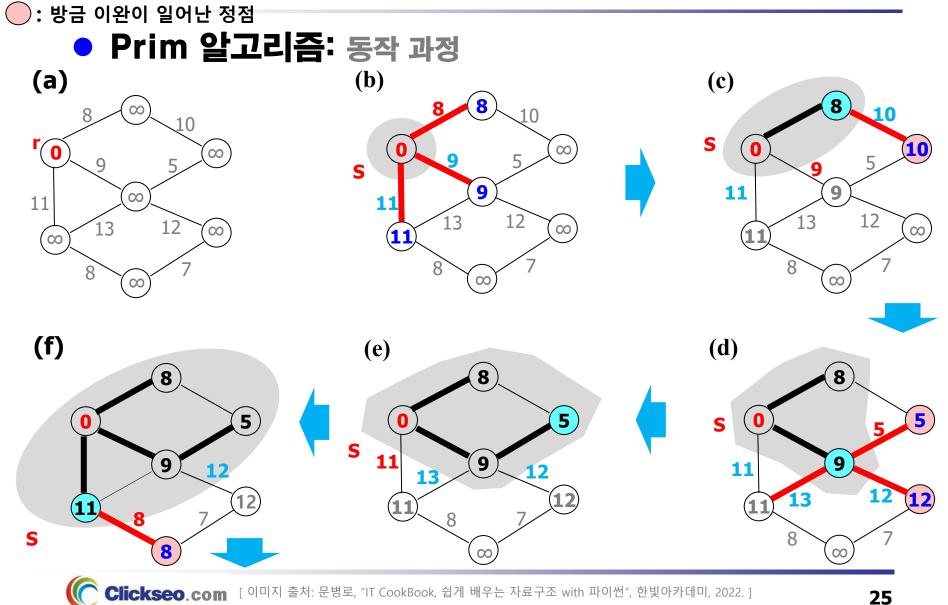


- (a) 트리에 가장 가까운 정점 minVertex 를 찾아...
  - 트리 밖에 있는 정점들의 D 의 원소들 중에서 최솟값을 찾아...
- (b) 트리에 추가한 후, 정점 minVertex에 인접하면서 트리에 속하지 않은 각 정점의 D 원소가 이전 값보다 작으면 갱신



) : 방금 S 에 포함된 정점

## 최소 신장 트리: Prim 알고리즘 (2/3)

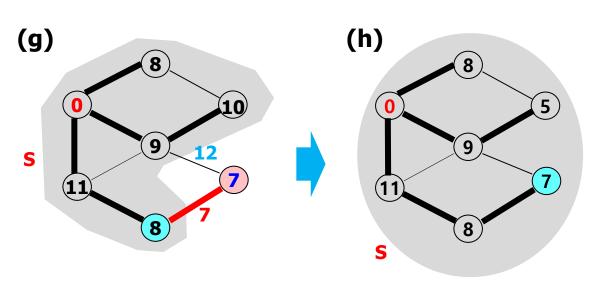


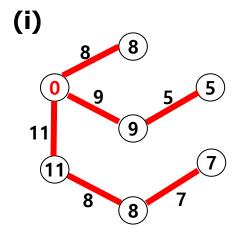


### 최소 신장 트리: Prim 알고리즘 (3/3)

● Prim 알고리즘: 동작 과정







: 방금 S 에 포함된 정점

: 방금 이완이 일어난 정점

### 탐욕 알고리즘

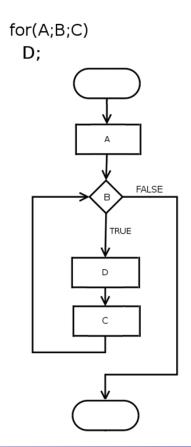


● 그래프 알고리즘

### 백문이불여일타(百聞而不如一打)

- 탐욕 알고리즘
  - 최적해
- 동적 프로그래밍

● 고급 알고리즘 설계와 분석





### 탐욕 알고리즘

### • 탐욕 알고리즘(Greedy Algorithms)

- 눈앞의 이익만 취하고 보는 알고리즘
  - 현재 시점에 가장 이득이 되어 보이는 해를 선택하는 행위를 반복한다.
  - 대부분 최적해와의 거리가 멀다(드물게 최적해가 보장되는 경우도 있다).

```
do {
    우선 가장 좋아 보이는 선택을 한다.
} until (해 구성 완료)
```



### 탐욕 알고리즘: 최적해 (1/4)

- 최적해가 보장되는 예: 회의실 배정 문제
  - 회의실 배정 문제
    - 회사에 회의실이 1개 있다.
    - 여러 부서에서 회의실을 사용하므로 미리 신청을 받아 스케줄링을 한다.
      - 회의 시작 시간과 종료 시간을 명시하여 신청한다.
    - 목표: 겹치는 회의가 없게 하면서 가장 많은 수의 회의를 소화할 수 있도록 한다.
    - 탐욕스러운(Greedy) 아이디어들
      - 소요 시간이 가장 짧은 회의순으로 배정
      - 시작 시간이 가장 이른 회의순으로 배정
      - 종료 시간이 가장 이른 회의순으로 배정 ←

이것 만이 최적해를 보장한다.

- 예: 8개의 회의가 신청된 상황
  - **-** (3, 5), (1, 6), (6, 7), (5, 9), (8, 13), (7, 14), (12, 18), (16, 20)



## **탐욕 알고리즘:** 최적해 (2/4)

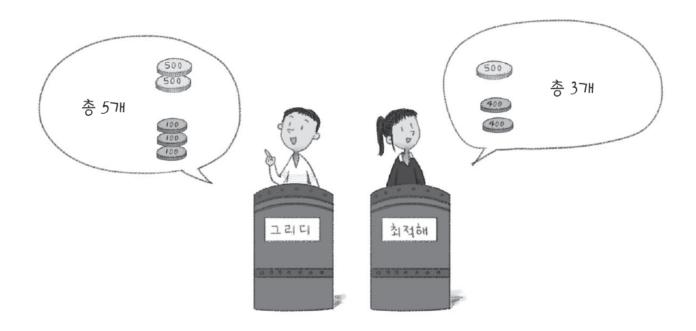
- 최적해가 보장되지 않는 예: 동전 바꾸기
  - 동전 바꾸기: 최적해를 보장하는 예



이렇게 동전의 액면이 모두 바로 아래 액면의 배수가 되면 그리디 알고리즘으로 최적해가 보장된다

## **탐욕 알고리즘:** 최적해 (3/4)

- 최적해가 보장되지 않는 예: 동전 바꾸기
  - 동전 바꾸기: 최적해를 보장하지 않는 예

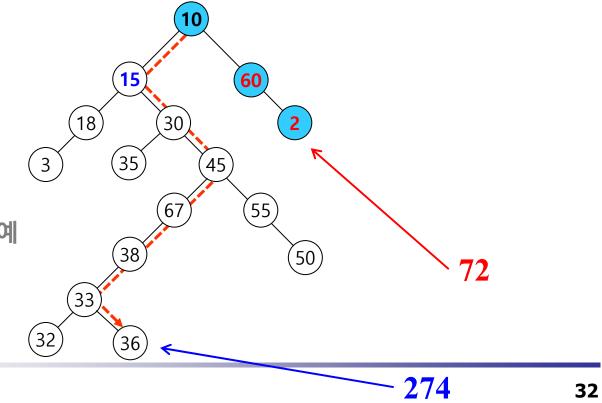


동전 액면이 바로 아래 액면의 배수가 되지 않으면, 탐욕 알고리즘으로 최적해가 보장되지 않는다.



## **탐욕 알고리즘:** 최적해 (4/4)

- 최적해가 보장되지 않는 예: 이진 트리의 최적 합 경로 찾기
  - 이진 트리의 최적 합 경로 찾기
    - 루트부터 시작해 왼쪽으로 분기할지 오른쪽으로 분기할지를 매 단계마다 결정한다.
      - 임의의 노드에 이르면 그제서야 그 노드의 자식에 할당된 가중치가 공개된다.
      - 이렇게 내려가다 단말 노드를 만나면 끝난다.



탐욕 알고리즘이 실패한 예

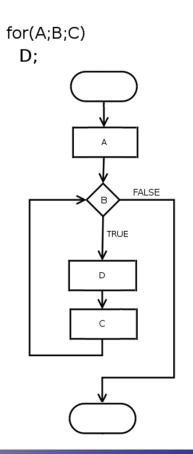
### 동적 프로그래밍



● 그래프 알고리즘

### 백문이불여일타(百聞而不如一打)

- 탐욕 알고리즘
- 동적 프로그래밍
  - 행렬 경로
  - 최단 경로
- 고급 알고리즘 설계와 분석





### 동적 프로그래밍 (1/5)

### • 재귀적 해법

- 큰 문제에 닮음 꼴의 작은 문제가 깃든다.
- 잘 쓰면 보약, 잘못 쓰면 맹독
  - 관계중심으로 파악함으로써 문제를 간명하게 볼 수 있다.
  - 재귀적 해법을 사용하면 심한 중복 호출이 일어나는 경우가 있다.

#### ○ 재귀적 해법이 바람직한 예

- 계승(factorial) 구하기
- 퀵 정렬, 병합 정렬 등의 정렬 알고리즘
- 그래프의 깊이 우선 탐색(DFS, Depth First Search)

#### ○ 재귀적 해법이 치명적인 예

- 피보나치 수 구하기
- 행렬 곱셈 최적순서 구하기



### 동적 프로그래밍 (2/5)

### ● 동적 프로그래밍의 적용 조건

- 최적 부분 구조(Optimal Substructure)
  - 큰 문제의 해답에 그보다 작은 문제의 해답이 포함되어 있다.
    - 최적 부분 구조를 가진 문제의 경우에는 재귀 호출을 이용하여 문제를 풀 수 있다.
- 재귀 호출 시 중복(overlapping recursive calls)
  - 재귀적으로 구현했을 때 중복 호출로 심각한 비효율이 발생한다.

#### 동적 프로그래밍이 그 해결책!!!

위의 두 성질이 있는 문제에 대해 적절한 저장 방법으로 중복 호출의 비효율을 제거한 것을 동적 프로그래밍이라고 한다.



### 동적 프로그래밍 (3/5)

### ● 피보나치 수열

Clickseo.com

○ 피보나치(Fibonacci)

"아주 간단한 문제지만...

동적 프로그래밍의 동기와 구현이 다 포함되어 있다."

36

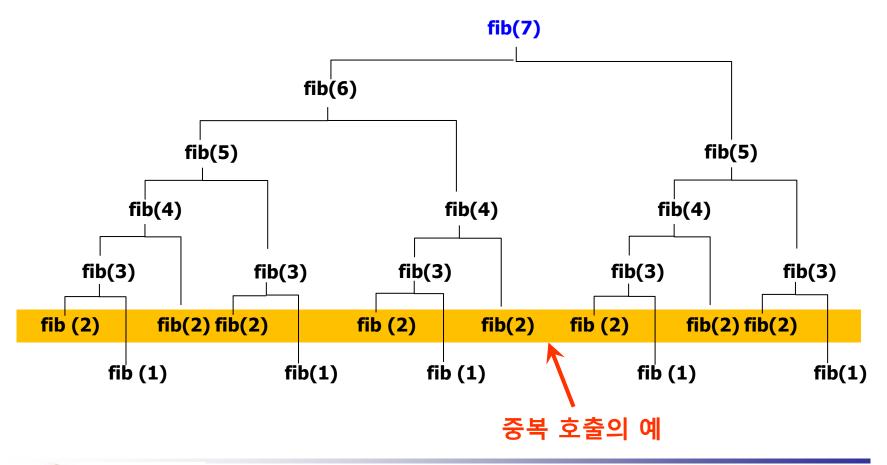
1,200년 경에 활동한 이탈리아 수학자

"토끼 한 마리가 매년 새끼 한 마리를 낳는다. 새끼는 한 달 후부터 새끼를 낳기 시작한다. 최초 토끼 한 마리가 있다고 하면... 한 달 후에 토끼는 두 마리가 되고 두 달 후에는 세 마리가 되고..."

--> 재귀적 알고리즘은 지수함수에 비례하는 시간이 든다.

## 동적 프로그래밍 (4/5)

- 피보나치 수열: 재귀적 용법
  - 문제점: 중복 호출!!!





# 동적 프로그래밍 (5/5)

● 피보나치 수열: 동적 프로그래밍 알고리즘

```
Fibonacci(n)
                                                      fibo
                                                                                 ?
                                                                                                              ?
             f[1] ← f[2] ← 1;
             for i \leftarrow 3 to n
                           f[i] \leftarrow f[i-1] + f[i-2];
             return f[n];
                                                       Fibonacci(n)
                                                       {
                                                                    first \leftarrow second \leftarrow 1;
                                                                    for i \leftarrow 3 to n
                                                                                  res ← first + second;
                                                                     return res;
```





### 동적 프로그래밍

행렬 경로



### 동적 프로그래밍: 행렬 경로 (1/5)

### ● 행렬 경로

- 양수 원소들로 구성된 N \* N 행렬
  - 행렬의 좌 상단에서 시작하여 우 하단까지 이동한다.
  - 방문한 칸에 있는 수들을 더한 값이 최소화(최대화) 되도록 한다.
  - 이동 방법(제약 조건)
    - 오른쪽이나 아래쪽으로만 이동할 수 있다.
    - 왼쪽, 위쪽, 대각선 이동은 허용하지 않는다.

#### ○ 유효한 이동

6—	7	_12	5
5	3	11	_18
7	17	3	3
8	10	14	9

6	7	12	5
5	3	11	18
7	17	3	3
8	10	14	9



# 동적 프로그래밍: 행렬 경로 (2/5)

### • 행렬 경로

○ 불법 이동의 예

6	7	12	5
5	3	11	18
7	17	3	3
8	10	14	9

불법 이동 (상향)

6	7	_12	5
5	3	11)	18
7	17	3	3
8	10	14	9

불법 이동 (좌향)

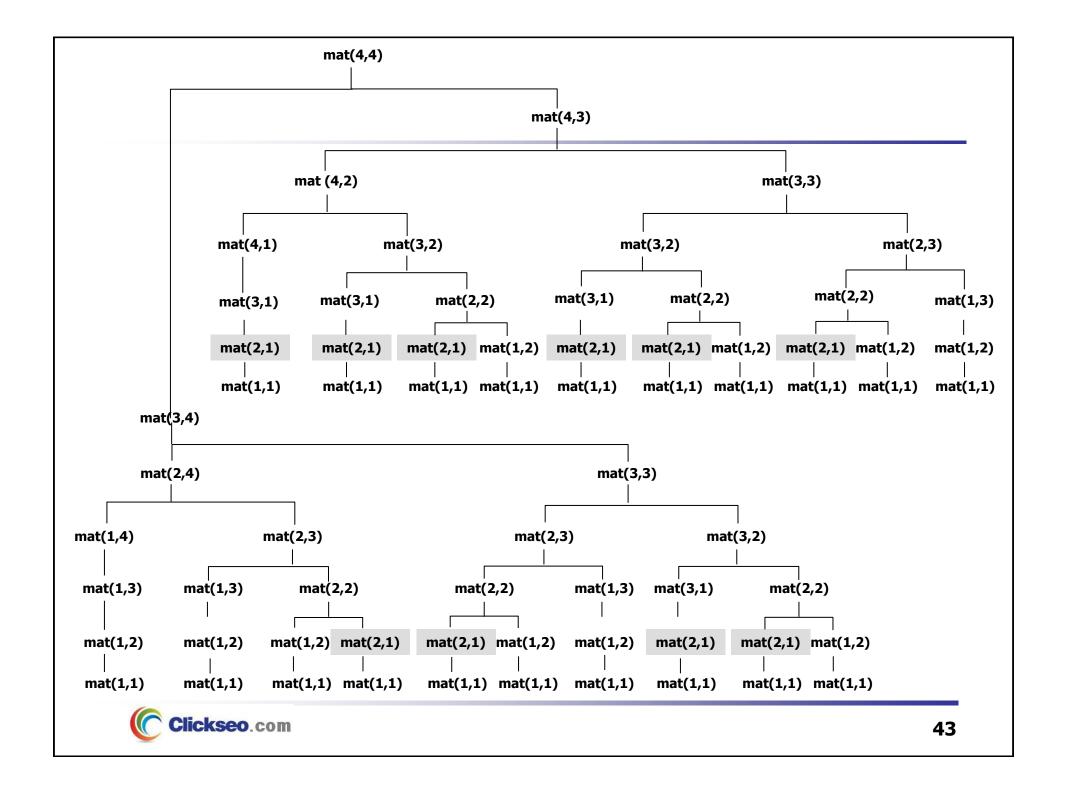
# 동적 프로그래밍: 행렬 경로 (3/5)

- 행렬 경로: 재귀적 용법
  - 시간 복잡도: O(n \* n) = O(n²)
    - 행렬의 크기가 커질수록 중복 호출이 매우 큰 횟수로 발생

matrixPath(i, j)	5	3	11	18
// (i, j)에 이르는 최고 점수				
{	7	17	3	3
if $(i = 0 \text{ or } j = 0)$ then	_			
return 0;	8	10_	14	9
else				
return ( m <sub>ij</sub> + ( max(matrixPath(i-1, j), matrixPath(i, j-1)) ) );				
}				



12



## 동적 프로그래밍: 행렬 경로 (5/5)

#### • 행렬 경로: 동적 프로그래밍

```
matrixPath(n)
                                                                                              12
// (n, n)에 이르는 최고 점수
// C<sub>ii</sub> -- 원소(1,1)에서(i, j)에 이르는 최댓값
                                                                                                         18
                                                                                              11
{
             for i \leftarrow 0 to n
                                                                                               3
                          c[i, 0] ← 0;
                                                                                    10
             for j \leftarrow 1 to n
                          c[0, j] \leftarrow 0;
             for i \leftarrow 1 to n
                          for j \leftarrow 1 to n
                                       c[i, j] \leftarrow m_{ij} + max(c[i-1, j], c[i, j-1]);
             return c[n, n];
}
```



 $\Theta(n^2)$ 



### 동적 프로그래밍

최단 경로



## 최단 경로

### ● 최단 경로(Shortest Paths)

- 조건: 간선의 가중치가 있는 유향 그래프
  - 무향 그래프는 각 간선에 대해 양쪽으로 유향 간선이 있는 그래프로 생각.
    - 즉, <u>무향 간선 (u, v)</u>는 유향 간선 (u, v)와 (v, u)를 의미한다고 가정하면 된다.
- 두 정점 사이의 최단경로
  - 두 정점 사이의 경로들 중 간선의 가중치 합이 최소인 경로
    - 간선 가중치의 합이 음인 싸이클이 있으면 문제가 정의되지 않는다.

#### ○ 단일 시작점 최단경로

- 단일 시작점으로부터 각 정점에 이르는 최단경로를 구한다.
- Dijkstra 알고리즘: 음의 가중치를 허용하지 않는 최단 경로
- Bellman-Ford 알고리즘: 음의 가중치를 허용하는 최단 경로
- 순환이 없는 유향 그래프(DAG)의 최단 경로

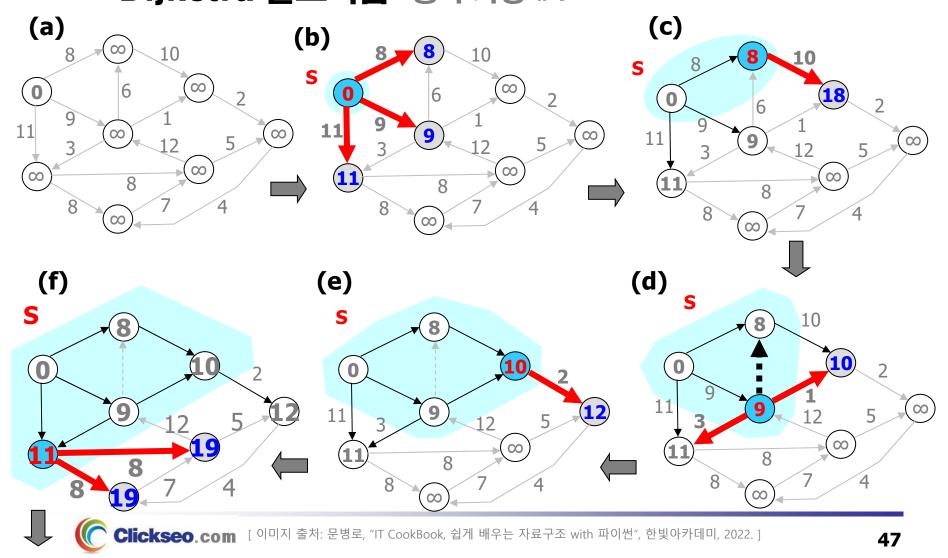
#### ○ 모든 쌍 최단경로

- 모든 정점 쌍 사이의 최단경로를 모두 구한다.
- Floyd-Warshall 알고리즘



## 최단 경로: Dijkstra 알고리즘 (1/3)

Olijkstra 알고리즘: 동작 과정 #1

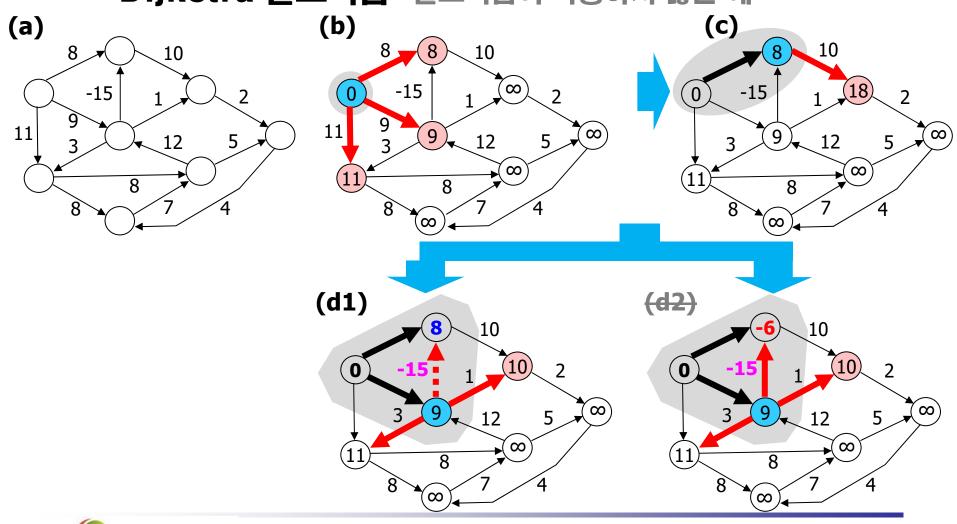


최단 경로: Dijkstra 알고리즘 (2/3) Dijkstra 알고리즘: 동작 과정 #2 (j) **(f)** S (h) **(i) (g)** S



# 최단 경로: Dijkstra 알고리즘 (3/3)

● Dijkstra 알고리즘: 알고리즘이 작동하지 않는 예

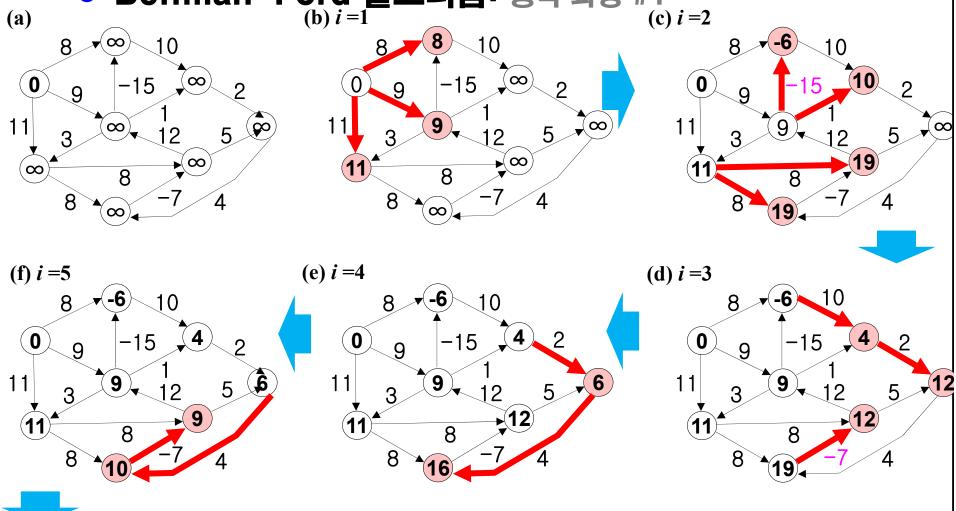


Clickseo.com [ 이미지 출처: 문병로, "IT CookBook, 쉽게 배우는 자료구조 with 파이썬", 한빛아카데미, 2022. ]

49

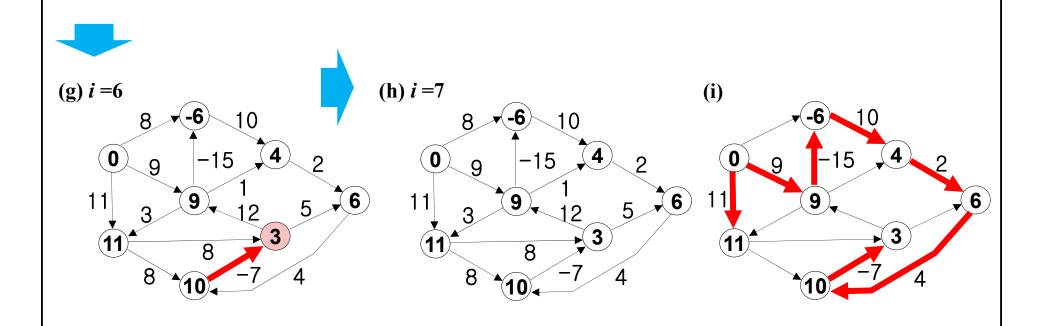
# 최단 경로: Bellman-Ford 알고리즘 (1/4)

Bellman-Ford 알고리즘: 동작 과정 #1



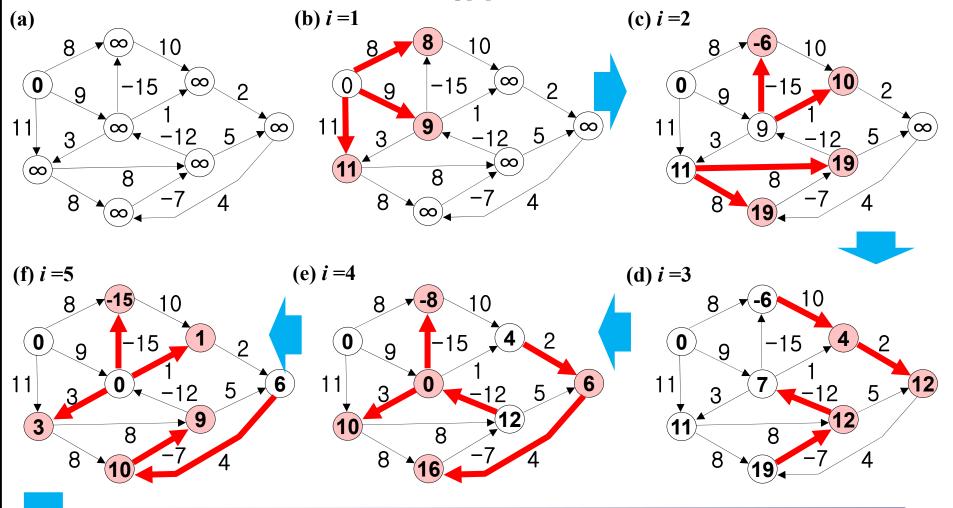
# 최단 경로: Bellman-Ford 알고리즘 (2/4)

● Bellman-Ford 알고리즘: 동작 과정 #2



# 최단 경로: Bellman-Ford 알고리즘 (3/4)

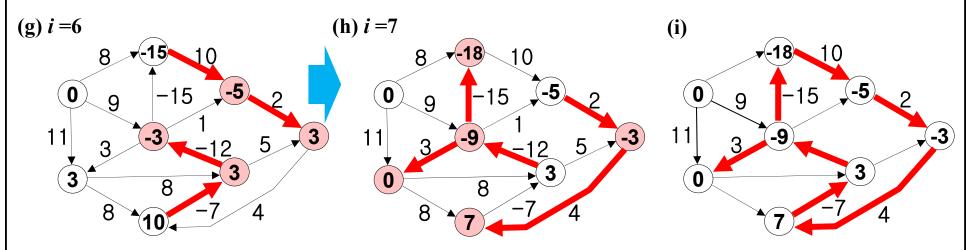
#### ● Bellman-Ford 알고리즘: 음의 싸이클이 있는 경우 #1



### 최단 경로: Bellman-Ford 알고리즘 (4/4)

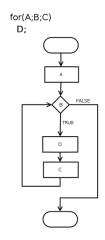
● Bellman-Ford 알고리즘: 음의 싸이클이 있는 경우 #2





## 참고문헌

- [1] "IT CookBook, 쉽게 배우는 자료구조 with 파이썬", 문병로, 한빛아카데미, 2022.
- [2] 주우석, "IT CookBook, C·C++ 로 배우는 자료구조론", 한빛아카데미, 2019.
- [3] 문병로, "IT CookBook, 쉽게 배우는 알고리즘: 관계 중심의 사고법"(개정판), 개정판, 한빛아카데미, 2018.
- [4] "이것이 취업을 위한 코딩 테스트다 with 파이썬", 나동빈, 한빛미디어, 2020.
- [5] "코딩 테스트를 위한 자료 구조와 알고리즘 with C++", John Carey 외 2인, 황선규 역, 길벗, 2020.
- [6] "SW Expert Academy", SAMSUNG, 2024 of viewing the site, https://swexpertacademy.com/.
- [7] "BAEKJOON", (BOJ) BaekJoon Online Judge, 2024 of viewing the site, https://www.acmicpc.net/.
- [8] "programmers", grepp, 2024 of viewing the site, https://programmers.co.kr/.



이 강의자료는 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단 전제와 무단 복제를 금지하며, 내용의 전부 또는 일부를 이용하려면 반드시 저작권자의 서면 동의를 받아야 합니다.

**Copyright © Clickseo.com. All rights reserved.** 



