

# 第 11 章 时间序列的自回归模型

## 11.1 事件研究：反事实预测

在前面的章节，我们已经学习了许多方法来估计“处理”的效应。如果是否处理是由一个事件引发的，那么，这类研究设计就称为“事件研究”。事件研究是一种非常古老的研究设计，广泛地应用于劳动经济学、金融、宏观经济、会计、历史、法律、社会等诸多领域。事件研究背后的思想很简单：在某一时刻，发了一件事，导致了一些组群/个体受到了一些“处理”，最终发生了变化。因此，事件前后发生的变化就是处理的效应。前面的内容要么采用截面数据来估计效应，要么使用面板数据来估计效应，本讲个下一讲使用另一种数据类型——时间序列数据——来估计效应。

正因为事件研究在许多领域都有广泛地应用，因此，在不同的学科领域，一些术语也有所差异。例如，在卫生健康领域，我们可能经常看见“统计过程控制（statistical process control）”。在经济学领域，一般统称为“事件研究”。

在金融领域，事件研究是最流行的方法之一。一个事件是否会影响到公司股票收益率？如何影响？例如，2015 年 8 月 10 号，全球搜索引擎巨头——Google 公司宣布更名为“Alphabet”（其实，谷歌在创立之处也并非名叫谷歌，而是叫“网络爬虫（backrup）”——一个十分耿直的程序猿名字，随着业务规模的扩大，公司创始人注册了谷歌这个域名）。好了，我们回到谷歌更名为“Alphabet”这个事件。这个事件是否会影响到谷歌在纳斯达克的股票收益率呢？

下面，我们利用 2015 年 5 月到 8 月底的谷歌股票价格的数据来说明上述问题的答案。此外，数据还包括标普 500 指数以反应市场状况。数据来源于 Nick Huntington-Klein 的《The Effect》第 17 章。首先，我们画出谷歌股票的收益率和标普 500 的收益率曲线，如图 11.1 所示。

```
*****
* 谷歌更名事件
*****

use /Users/xuwenli/OneDrive/DSGE建模及软件编程/教学大纲与讲稿/应用计量经济学讲稿/
应用计量经济学讲稿与code/data/mixtape/google_stock.dta, replace

tsset date
tsway (tsline google_return)(tsline sp500_return) ///
, ///
tline(10aug2015) ///
legend(order(1 "谷歌日收益率" 2 "标普500日收益率"))
```

从图中，我们可以看到，谷歌股票的收益与标普 500 指数的收益率的变动趋势基本一致。这样我们就可以用大盘指数收益率来控制市场因素，从而看到谷歌股票收益超出大盘收益率

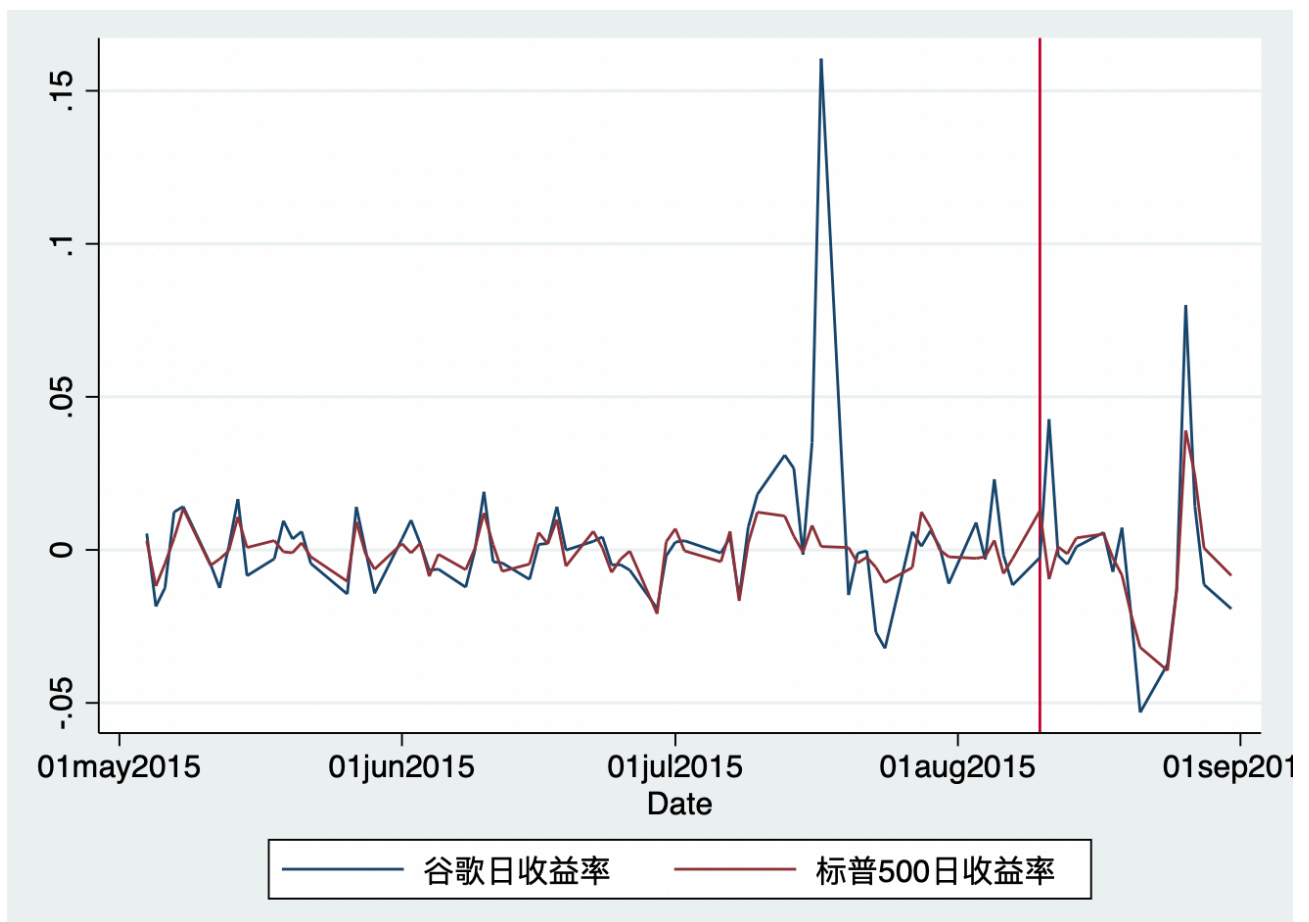


图 11.1: 谷歌和标普 500 的收益率

的部分等异常波动可能就是由于某些特定的时间引起的。我们用谷歌更名事件来说明一下“事件研究”。

首先，从样本中挑出估计期和观测期。对于估计来说，从 2015 年 5 月到 7 月。对于观测期，从谷歌宣布更名的前几天开始，即 8 月 6 日到 24 日。然后，用观测期的数据来构建预测模型，并将预测结果用来比较。stata 代码如下：

```
* 得到估计期的平均收益率，然后计算异常收益率 (AR, abnormal return) :
summ google_return if date <= date("2015-07-31","YMD")

gen AR_mean = google_return - r(mean)

* 计算谷歌和大盘收益率的差异

gen AR_market = google_return - sp500_return

* 用大盘收益率来估计模型，预测谷歌股票的收益率

reg google_return sp500_return if date <= date("2015-07-31","YMD")

* 得到异常收益风险 (AR_risk) 的预测值
predict risk_predict

gen AR_risk = google_return - risk_predict

* 画出观测期的结果
gen obs = date >= date("2015-08-06","YMD") & date <= date("2015-08-24","YMD")

format date %td

* 画出时间序列数据的图

tsset date

twoway (tsline AR_risk)(tsline AR_market)(tsline AR_mean) if obs, tline(10aug
2015)
```

从图 11.2 可以看出，在 2015 年 8 月 10 号后，谷歌股票价格确实出现了一个交易日的大涨。我们也可以预期到，在有效股票市场上，谷歌更名事件会迅速抬高谷歌股票价格，然后日度收益率有逐渐回到正常水平（0 附近）。而且，我们也并没有在更名前观察到其它的变动，这说明股票收益率的变化并没有被市场所预期到。但是，我们把时间拉长一些，看看 8 月 20

号左右的谷歌股票收益率的均值线发生了一次大跳水，即跌了大概 5 个百分点，这个时候可能就不是更名事件产生的效应了，因为我们可以从股票市场的收益率也可以看到出现了下跌的情形，也就是说，整个市场可能都出现了下跌。这意味着，我们在使用“事件研究”方法时，可能不能观测太长期的效应，而要使用一个相对较短的事件窗口来得到事件的效应。尤其是对于金融市场这种高频数据来说，一天可能就是非常长期了，更别说几十个交易日的窗口。

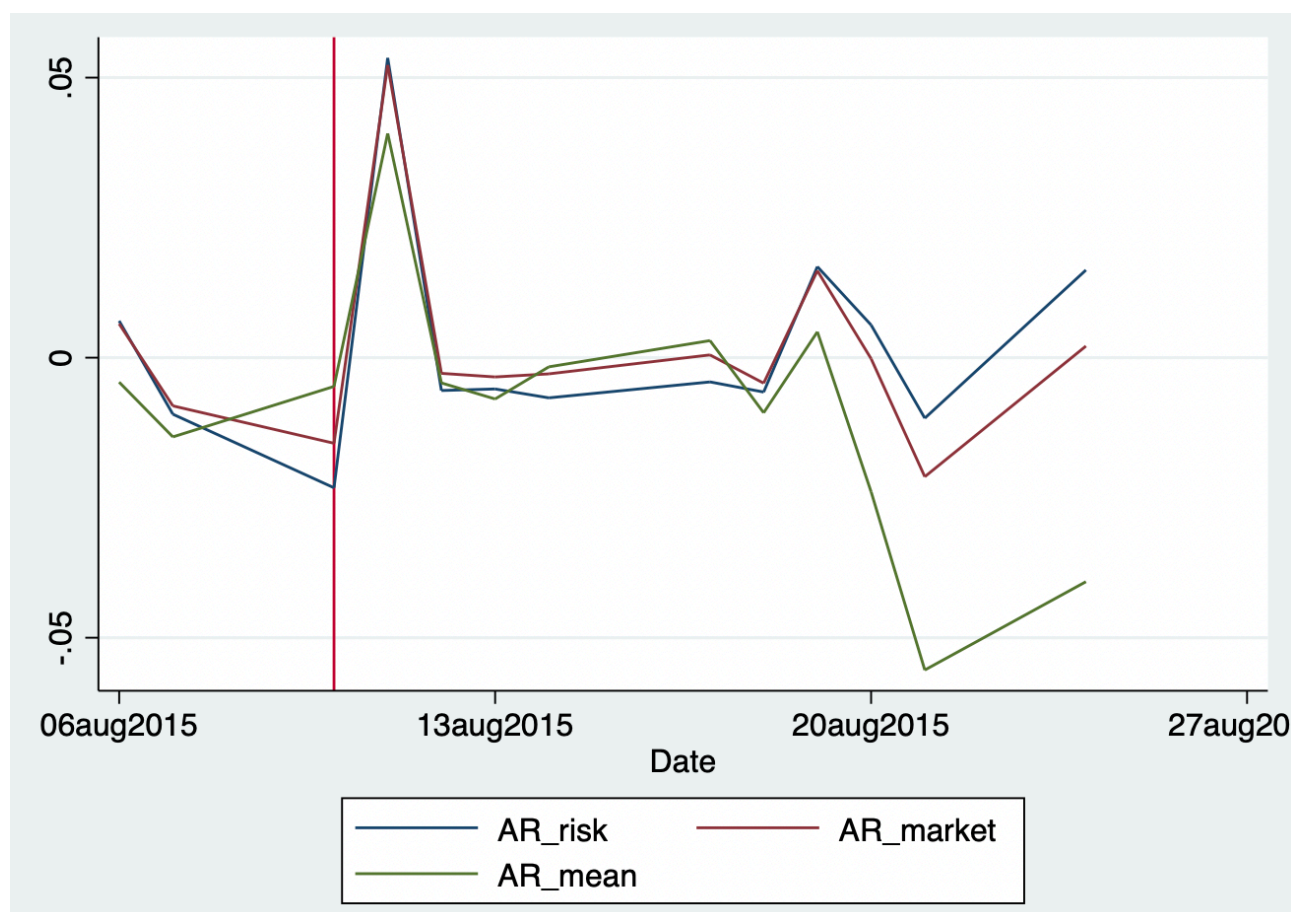


图 11.2: 谷歌更名事件对其股票收益率的影响

除了看图说话之外，我们还可以利用 stata 程序包来检验这些事件对于股票收益率的影响。常用的 stata 程序包有 Zhang et al.(2013) 编写的 **eventstudy** 和 Kaspereit(2015) 编写的 **eventstudy2** 命令包。本讲稿中使用的是 F. Pacicco, L. Vena, and A. Venegoni (2018, “Event study estimations using Stata”) 介绍的 **estudy** 命令，这个命令改进了上述两个时间序列的事件研究命令：

- 同时计算多个变量的异常收益率等；
- 为不同加总层面、单个公司事件异常收益率计算、统计检验提供了工具；
- 根据用户需要，自定义输入结果；
- 简化了方法

下面，我们用 **estudy** 命令来估计一下 google 更名事件对股票收益率和股票市场收益率的效应。

\* 加载 **estudy** 程序包

```
ssc install estudy,replace

* 查看estudy语法格式，请help estudy

estudy google_return sp500_return, ///
datevar(date) evdate(08102015) dateformat(MDY) ///
indexlist(sp500_return) lb1(-4) ub1(1)
```

谷歌宣布更名发生在 2015 年 8 月 10 号，因此，在 `evdate` 后面声明这个事件的日期，且日期格式 `dateformat` 是“月日年”。且正如上文所示，在金融市场中进行事件研究时，我们最好选取一个较短的事件窗口期，因此，我们设定的事件窗口期是 2015 年 8 月 6 日-11 日，也就是事件发生日期的前 4 个交易日 (`lb(-4)`) 和后一个交易日 (`ub(1)`)。得到如下结果：

### Event study with common event date

Note: label of variable google\_return truncated to 45 characters

Note: label of variable sp500\_return truncated to 45 characters

Event date: 10aug2015, with 1 event windows specified, under the Normality assumption  
SECURITY CAAR[-4,1]

---

Daily G00G Stock Return (1 = 100% daily retur	5.65%***
Daily S&P 500 Index Return (1 = 100% daily re	0.00%
Ptf CARs n 1 (2 securities)	2.87%***
CAAR group 1 (2 securities)	2.88%***

---

\*\*\* p-value < .01, \*\* p-value < .05, \* p-value < .1

图 11.3

我们并没有声明估计窗口，因此，`estudy` 命令默认的估计窗口是从样本期内的第一个交易数据开始到事件日期前 30 个交易日为止。上述结果给出了事件日期，声明的事件窗口数和实施的诊断检验。表格的第一列是变量的标签信息，第二列是计算得到的异常收益率，上例的结果计算的是累积平均异常收益率 (CAAR)，并且还标注了统计显著性，例如，`google` 更名事件导致了谷歌股票收益率在事件窗口期提高了 5.65%，且在 1% 的置信水平下显著。而谷



歌更名事件对于整个标普 500 指数的收益率则没有显著的影响。此外，在多个股票收益率的情形下，**estudy** 会在结果的最后两行给出资产组合方法和组群异常收益率的结果，它们对于评价事件的平均影响很有帮助。

那么，事件研究的想法很简单，事件发生了，处理就开始产生作用。然后，我们比较事件前后，得到处理的效应。我们如何确保在事件发生后，唯一变化就是处理本身，而不是其它的因素引起的结果变量发生变化呢？从本讲稿的前面内容可能大家已经有所感觉，我们要想尽办法来预测得到一个反事实的变化。例如，假设如果不发生处理，那么，结果变量也会沿着处理前的趋势发生变化，那么，我们就可以利用事件发生前的信息来预测/构造一个反事实的预测值/对照组，然后比较处理后的实际变化与预测值，它们的差异就是事件的效应。

## 11.2 自回归模型

当我们在进行事件研究时，我们实际上有事件发生后的数据，但我们还需要预测出如果没有发生该事件，这段时期的反事实数据，然后将实际数据与反事实数据进行比较。这里有一个前提假设：如果没有事件发生，事件发生前的变化趋势会持续。也就是说，我们可以利用事件前的时间序列来预测事件后的变化。本讲稿前面的内容在估计处理效应是，都是利用截面数据或者面板数据来预测反事实对照组，那么，我们如何利用时间序列数据来预测反事实变化趋势呢？

技术上来说，**google** 股票收益率的例子也是时间序列预测的一种形式，它用估计期的收益率来预测事件窗口期的平均收益率，进而用事件窗口期的实际收益率与预测的反事实收益率进行比较，得到异常收益率 **AR**，最终得到更名事件对谷歌股票收益率的效应。但实际上的时间序列预测方法需要更加关注数据的时间维度——观测值的时间相关性。例如，如果在  $t$  期发生了一个事件，导致了处理发生作用，那么，这个处理不仅仅在  $t$  期产生作用，可能还会随着时间推移持续发生作用。这会给统计估计和预测带来许多挑战，传统的计量方法可能不适用了，我们需要借助于专门的时间序列估计和预测方法。

下面，我们从一个时间序列的例子来介绍时间序列方法。今年是美国 911 飞机劫持事件 20 周年。飞机劫持事件会造成非常严重的后果，例如，财产损失，人命关天等等。实际上，飞机劫持事件非常多，从 **Our World in Data** 上的统计可以看出，在飞机出现的时候，就伴随着飞机劫持等恐怖事件出现了。为了应对飞机劫持事件，美国在 1973 年引入了金属探测器，随后全球开始采用这一措施来降低飞机劫持事件。我们从 **Our World in Data** 网址下载全球 20 世纪初-2017 年的飞机劫持事件数据，20 世纪 60 年代以来的飞机劫持事件数据如图 11.4 所示。从图中可以看到，1973 年后，飞机劫持事件的确大幅下降了。那么，我们感兴趣的问题就来了：**安装金属探测器的安检措施对飞机劫持事件的效应有多大呢？**这个时候，我们可以会用上述股票收益率的办法来估计安检措施的效应。

用  $\{y_t\}$  表示全球飞机劫持事件的数量。首先，我们计算得到 1973 年以前的飞机劫持事件数的均值；然后，计算 1973 年后的飞机劫持事件的均值；再然后，假设没有安装金属探测器时，1973 年的飞机劫持事件数量会遵循 1973 年前的趋势变化，因此，就可以预测得到反事实

下的 1973 年后飞机劫持事件均值与 1973 年相同；最后，比较反事实预测值与实际值，得到金属探测器的效应。

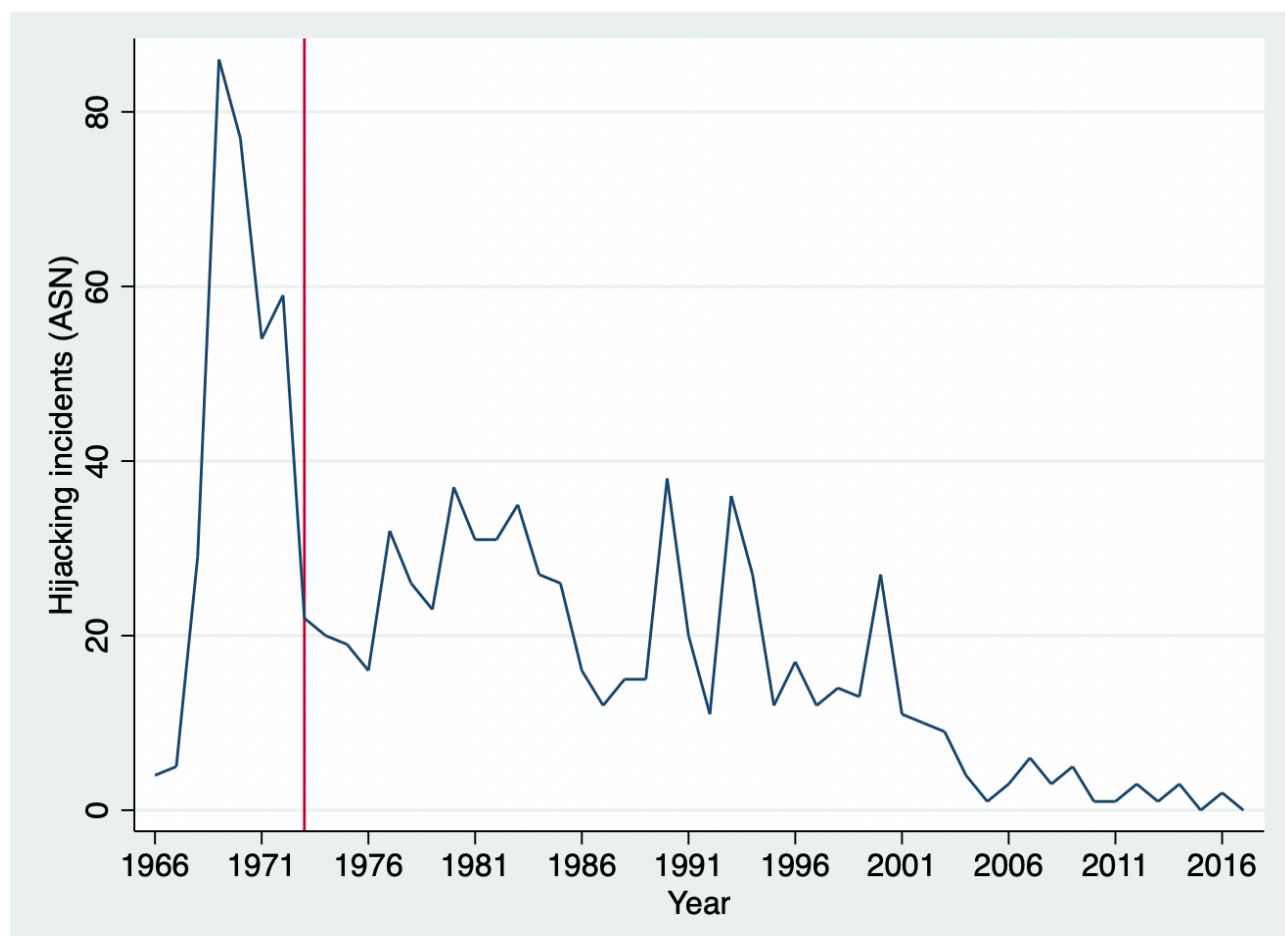


图 11.4: 全球飞机劫持事件的年度数量

但是，这种方法过于简单了。它忽略了时间序列数据  $\{y_t\}$  的序列相关问题。因此，我们可以时间专门的时间序列方法来进行事件研究。例如，Enders, Sandler, and Cauley (1990) 利用下列时间序列回归模型研究了金属探测器对飞机劫持事件的效应：

$$y_t = a_0 + a_1 y_{t-1} + c_0 z_t + \epsilon_t, |a_1| < 1 \quad (11.1)$$

其中， $z_t$  表示处理变量，例如，安装了金属探测器的年份为 1，没有安装的年份为 0。

而且，在方程 (11.1) 中，上一期的  $y_{t-1}$  的值会影响到本期  $y_t$  的值，这被称为自回归。自回归表达的是一个时间序列变量  $y_t$  的条件均值是其自身滞后值的线性函数。例如，我今天在银行存了 100 块钱，不仅仅增加了我银行账户当前的存款，还增加了明天的存款，且还有额外的利息，只要我不取出来，就会持续的产生利息，增加我的账户金额。这就是自回归。方程 (11.1) 是一个一阶自回归 AR(1)，括号中的 1 意味着仅仅只有最近一期  $y$  的值对于本期的预测值  $y$  来说至关重要。即如果我们想要预期某一年的飞机劫持事件数，那么，我们只需要知道上一年的飞机劫持事件数即可。因此，一阶自回归仅仅只使用  $y_t$  的一阶滞后值  $y_{t-1}$ 。

下面，我们来看看这个模型的性质。注意，对于 1973 年前， $z_t = 0$ 。因此， $a_0$  就是曲线

的截距项，而此时我们可以求得飞机劫持事件数的长期均值为  $\frac{a_0}{1-a_1}$ 。从 1973 年开始， $z_t = 1$ ，此时，截距项变成了  $a_0 + c_0$ ，因此，金属探测器的初始效应就是应该是  $c_0$ 。这个效应的统计显著性也可以利用传统的  $t$  统计量来进行检验。例如，我们利用样本数据来跑回归：

\*加载数据

```
use "/Users/xuwenli/OneDrive/DSGE建模及软件编程/教学大纲与讲稿/应用计量经济学讲稿/应用计量经济学讲稿与code/data/hijacking.dta", replace
```

\* 创建虚拟变量

```
gen z =0 if year>=1966
```

```
replace z=1 if year>=1973
```

\* ols回归

```
reg hji L.hji z,r
```

上述回归结果显示， $\hat{c}_0 = -16.6$ ，而且在 10% 的水平下显著。也就是说，安装金属探测器在初始期会降低飞机劫持事件数 16.6 起。

到这里结束了吗？我们想想，当 1973 年安装金属探测器后，1973 年的飞机劫持事件数会下降，而根据自回归模型的性质，1973 年的飞机劫持事件数又会影响到 1974 年的飞机劫持事件数，1974 年的飞机劫持事件数又会影响到 1975 年的飞机劫持事件数，依次递推，1973 年后的每一年都会受到影响，这种长期效应应该是新的长期均值  $\frac{a_0+c_0}{1-a_1}$  减去没有金属探测器时的长期均值  $\frac{a_0}{1-a_1}$ ，即安装金属探测器的长期效应为  $\frac{c_0}{1-a_1}$ 。可能我们更感兴趣地是安装金属探测器对每一年的暂时效应为多大，这个时候我们可以借助于脉冲响应函数（IRF, impulse response function）。下面我们简单的数学公式来看看什么是脉冲响应。我们迭代方程（11.1），得到

$$\begin{aligned}
 y_t &= a_0 + a_1 y_{t-1} + c_0 z_t + \epsilon_t \\
 &= a_0 + a_1 (a_0 + a_1 y_{t-2} + c_0 z_{t-1} + \epsilon_{t-1}) + c_0 z_t + \epsilon_t \\
 &= a_0(1 + a_1) + a_1^2 y_{t-2} + c_0(z_t + a_1 z_{t-1}) + (\epsilon_t + a_1 \epsilon_{t-1}) \\
 &= \dots \\
 &= \frac{a_0}{1-a_1} + c_0 \sum_{i=0}^{\infty} a_1^i z_{t-i} + \sum_{i=0}^{\infty} a_1^i \epsilon_{t-i}
 \end{aligned}$$

上述方程就是脉冲响应函数。利用这个函数，我们可以得到  $y_t$  对一个事件/处理变量  $z_t$  的外生变动/冲击（在信号学中称为“脉冲”）的响应序列。例如，为了追踪金属探测器对劫机事件



的效应，假设  $t=1973$ ,  $t+1=1974$  等等。对于  $t$  期， $z_t$  对于  $y_t$  的影响就是  $c_0$ 。据此，我们对  $y_{t+1}$  求关于  $z_t$  的偏导数：

$$\frac{\partial y_{t+1}}{\partial z_t} = c_0 + c_0 a_1$$

$c_0$  项表示  $z_{t+1}$  对  $y_{t+1}$  的直接效应，而  $c_0 a_1$  项则反应了  $z_t$  对  $y_t$  的效应 ( $=c_0$ ) 乘以  $y_t$  对  $y_{t+1}$  的效应 ( $=a_1$ )。按照这种方式，我们可以追踪到整个脉冲响应函数：

$$\frac{\partial y_{t+j}}{\partial z_t} = c_0(1 + a_1 + \dots + a_1^j)$$

随着时间的推移，即  $j$  趋向于无穷，我们可以得到长期效应就是  $\frac{c_0}{1-a_1}$ 。如果假设  $0 < a_1 < 1$ ，随着时间的推移，结果变量对干预/处理/政策的响应程度越来越大。如果  $-1 < a_1 < 0$ ，政策对于  $y_t$  的效应就会震荡衰退。在初始效应为  $c_0$  后， $y_t$  序列的响应会震荡衰退，趋向于长期效应水平  $\frac{c_0}{1-a_1}$ 。

需要特别注意的是，现实世界中的政策干预/冲击不仅仅只有图 11.5 左上角那种“恒久性冲击”——1973 年安装了金属探测器，以后每一年都有，或者 1973 年后政策干预变量从 0 变为 1。除此之外，还有三种冲击类型：（1）如图 11.5 右上角的“临时性冲击”，政策变量只在 1973 年从 0 变为 1，其它年份仍然为 0，此时，由于自回归的性质，临时性冲击的效应也可能持续很多期；（2）如图 11.5 下方的“逐渐变化的冲击”，也可能逐渐递增，也可能逐渐递减。

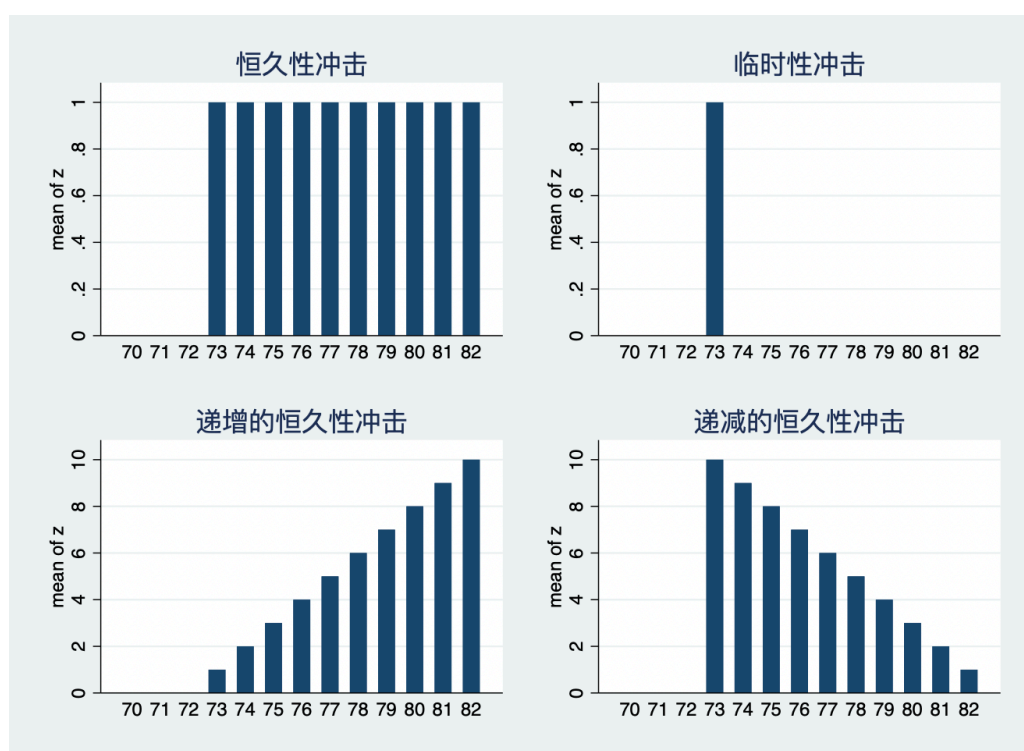


图 11.5: 冲击类型

用时间序列数据来进行预测需要满足平稳性假设，如果平稳性假设不满足，那么，传统的假设检验、置信区间和预测就不可靠了。时间序列数据中经常出现两种类型的非平稳性：趋

势和断点。

这些问题也需要增加阐述！

## 11.3 向量自回归模型

这一节的内容主要来自于 Stata Blog 关于 Stata 中的VAR和结构VAR描述。

### 11.3.1 VAR

在上文的单变量自回归中，时间序列  $y_t$  可以建模成自身滞后值的函数。如果我们想要分析多个时间序列变量时，一个自然的扩展就是向量自回归（VAR，vector autoregression），顾名思义，就是将多变量的向量建模成自身滞后值和向量中其它变量滞后值的函数。例如一个两变量一阶 VAR 模型为：

$$y_t = a_0 + a_1 y_{t-1} + a_2 x_{t-1} + \epsilon_{1,t}$$

$$x_t = b_0 + b_1 x_{t-1} + b_2 y_{t-1} + \epsilon_{2,t}$$

应用宏观经济学家用这类模型来描述宏观经济数据，也用它们来执行因果推断和政策分析。下面，我们利用 VAR 模型来分析一些有趣的宏观经济与政策问题。

在利用向量自回归模型之前，我们肯定要收集数据，也就是在 VAR 模型中包含哪些宏观经济变量。变量选择要依据我们研究的问题和相关的理论来给出指导。此外，我们还要选择滞后期。此时，我们可以尝试一期一期滞后的加进 VAR 模型中，或者使用 stata 中提供的一些正式的滞后期选择标准来进行决策。下面，我们用美国 1970 年一季度-2021 年一季度的宏观经济变量——失业率（ur）、通胀率（inflation）和名义利率（ffr）——来说明 VAR 的应用。我们可以将这个三变量的 VAR 模型写成：

$$\begin{bmatrix} inflation_t \\ ur_t \\ ffr_t \end{bmatrix} = A_0 + A_1 \begin{bmatrix} inflation_{t-1} \\ ur_{t-1} \\ ffr_{t-1} \end{bmatrix} + \cdots + A_k \begin{bmatrix} inflation_{t-k} \\ ur_{t-k} \\ ffr_{t-k} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \epsilon_{1,t} \\ \epsilon_{2,t} \\ \epsilon_{3,t} \end{bmatrix} \quad (11.2)$$

其中， $A_0$  是截距项的向量， $A_1, \dots, A_k$  是  $3 \times 3$  系数矩阵。我们先来看看三个宏观经济变量的变化，如图 11.6 所示。从图中，我们可以看出：（1）20 世纪 70 年代出现的“滞胀现象”——高通胀与高失业同时并存；（2）2007 年美国次贷危机引发的全球金融危机使得美国发生通缩情况，而失业率也高企，此时，美联储开始大幅降息至零利率水平左右；（3）2020 年的全球新冠危机又使得美国失业率急剧攀升，通胀率也短期内进入通缩，为了应对新冠疫情，美联储再次大幅降息至零利率水平附近，失业率开始下降，但通胀率又开始抬头。那么，利率政策的变化对宏观经济会产生什么效应呢？

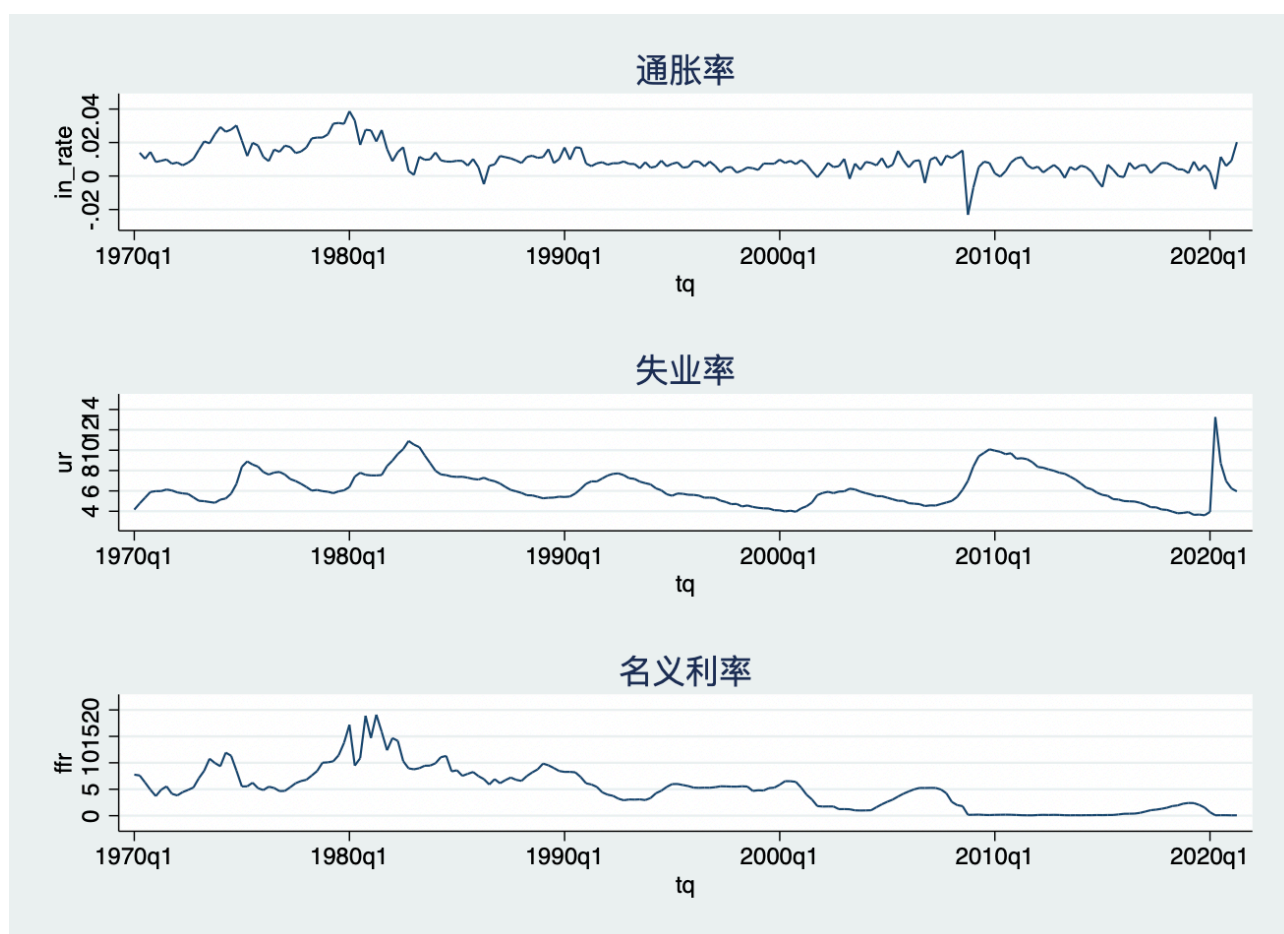


图 11.6: 宏观经济变量的变化

下面，我们用 VAR 模型来估计一下货币政策的宏观经济效应。如上文所示，我们首先需要选择 VAR 模型的最后滞后期。我们可以使用 stata 中的 varsoc 命令来执行一些正式的滞后期选择标准。

\* 选择最优滞后期

```
varsoc in_rate ur ffr,maxlag(8)
```

Lag-order selection criteria

Sample: 1972q2 thru 2021q2

Number of obs = 197

Lag	LL	LR	df	p	FPE	AIC	HQIC	SBIC
0	-213.076				.0018	2.19367	2.21391	2.24366
1	211.356	848.86	9	0.000	.000027	-2.02392	-1.94296	-1.82393
2	237.79	52.868	9	0.000	.000022	-2.20091	-2.05924*	-1.85093*
3	251.21	26.84	9	0.001	.000021	-2.24578	-2.04339	-1.7458
4	260.341	18.263	9	0.032	.000021	-2.24712	-1.984	-1.59714
5	268.087	15.491	9	0.078	.000022	-2.23438	-1.91055	-1.43441
6	278.662	21.152*	9	0.012	.000021*	-2.25038*	-1.86583	-1.30042
7	280.854	4.3828	9	0.884	.000023	-2.18126	-1.73599	-1.0813
8	284.545	7.3829	9	0.597	.000024	-2.12736	-1.62137	-.877413

\* optimal lag

Endogenous: in\_rate ur ffr

Exogenous: \_cons

图 11.7: VAR 滞后期选择标准

varsoc 命令的结果如图 11.7 所示，显示了许多滞后期选择检验。这些检验的含义可以 *help varsoc* 查看。上图中的极大似然比率 (LR) 和 AIC 检验都推荐滞后 6 期，因此，下面我们也选择滞后 6 期来运行向量自回归。

### 11.3.2 SVAR

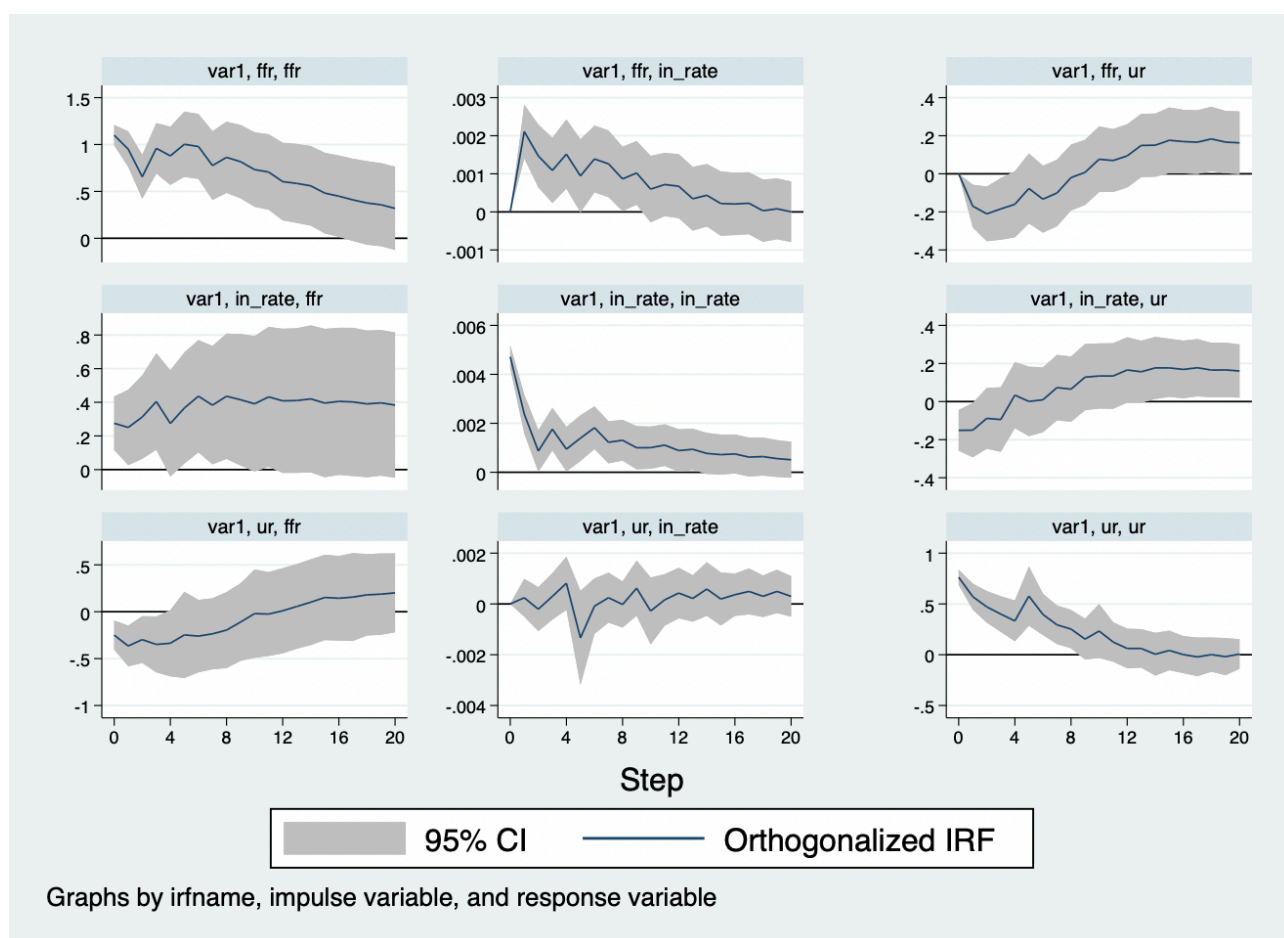


图 11.8: VAR 的脉冲响应函数