

Lógica. Clase práctica 1

1. Diga si son verdaderas o falsas las siguientes proposiciones. Justifique su respuesta.
 - a) $\emptyset \subseteq \{\emptyset\}$
 - b) $\emptyset \in \{\emptyset\}$
 - c) $\emptyset \in \emptyset$
 - d) $\emptyset \subseteq \emptyset$
 - e) $\emptyset \in 2^A - \emptyset$
 - f) $\emptyset \subseteq 2^A - \emptyset$
 - g) $\emptyset \in 2^A - \{\emptyset\}$
 - h) $\emptyset \subseteq 2^A - \{\emptyset\}$
2. Sea el universo $U = \{1, 2, 3, 4\}$ y sean los conjuntos $A = \{1, 2, 3\}$ y $B = \{1, 2\}$. Diga si son verdaderos o falsos los siguientes enunciados. Justifique su respuesta.
 - a) $B \subseteq A$
 - b) $2 \in A \cap B$
 - c) $B \subseteq \{A\}$
 - d) $A \subseteq B$
 - e) $(B \cap A)^c \subseteq A - B$
3. Sean A y B conjuntos definidos sobre el universo U . Demuestre para cada uno de los incisos siguientes que si al menos uno de los enunciados es verdadero también son verdaderos los restantes.
 - a) $A \subseteq B, B^c \subseteq A^c, A \cup B = B, A \cap B = A$
 - b) $A \cup B = U, A^c \subseteq B, B^c \subseteq A$
 - c) $A \cap B = \emptyset, A \subseteq B^c, B \subseteq A^c$
4. Establezca si son verdaderos o falsos los enunciados a continuación. Justifique su respuesta.
 - a) $\emptyset \cap \{\emptyset\} = \emptyset$
 - b) $\{\emptyset\} \cap \{\emptyset\} = \emptyset$
 - c) $\{\emptyset, \{\emptyset\}\} - \{\{\emptyset\}\} = \emptyset$
 - d) $\{\emptyset\} - \emptyset = \emptyset$
 - e) $\{\emptyset, \{\emptyset\}\} - \{\emptyset\} = \{\{\emptyset\}\}$

5. Complete los incisos siguientes escribiendo \in o \subseteq según sea el caso.

- a) $2 _ \{1, 2, 3\}$
- b) $\{2\} _ \{1, 2, 3\}$
- c) $\{2\} _ \{\{1\}, \{2\}, \{3\}\}$
- d) $\emptyset _ \{1, 2, 3\}$
- e) $\mathbb{N} _ \mathbb{Z}$
- f) $\{2\} _ \mathbb{Z}$
- g) $\{2\} _ 2^{\mathbb{Z}}$

6. Demuestre los siguientes enunciados.

- a) $(A \cup B^c)^c = A^c \cap B$
- b) $((A \cup B)^c \cup C)^c = (A \cup B) \cap C^c$
- c) $((A \cup B)^c \cup A)^c = B \cap A^c$
- d) $((A \cup B)) \cup (A \cap B)^c = U$
- e) $A \cap ((B \cap A) \cup B \cup (B^c \cap A)) = A$
- f) $((A \cup B) \cap C) \cup A^c \cup B^c = A^c \cup B^c \cup C$
- g) $A \cap (A - B^c) \subseteq B$
- h) $(A \cup B) \cap ((A \cup B) \cap (A \cap B)^c)^c = A \cap B$

7. Demuestre que:

- a) $A \not\subseteq B$ si y solo si $A - B \neq \emptyset$
- b) Si $U \subseteq B$ entonces $B = U$
- c) Si $A^c \subseteq B \cap B^c$ entonces $A = U$
- d) Si $A^c \subseteq A$ entonces $A = U$
- e) Si $B \subseteq C$ y $A^c \subseteq B \cap C^c$ entonces $A = U$

8. Sean A y B dos conjuntos demuestre que $(A - B) \cup (B - A) = \emptyset$ si y solo si $A = B$.

9. Sean B y C dos conjuntos cualesquiera. Demuestre que si para todo conjunto X se cumple que $X \cap B = X \cap C$ entonces $B = C$.