

**Examenul de bacalaureat național 2018**

**Proba E. c)**

**Matematică M\_mate-info**

**Varianța 3**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică*

*Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică*

☐ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.

☐ Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Se consideră numărul complex  $z = 1 - 2i$ . Arată că  $z^2 - 2z + 5 = 0$ .
- 5p** 2. Determină numerele reale  $a$  și  $b$ , pentru care graficele funcțiilor  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x + a$  și  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = bx + 2$  se intersectează în punctul  $M(2, 8)$ .
- 5p** 3. Rezolvă în mulțimea numerelor reale ecuația  $\log_3(4x + 5) = 1 + \log_3(x + 3)$ .
- 5p** 4. Calculează probabilitatea ca, alegeți un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă cifrele pare.
- 5p** 5. În reperul cartezian  $Oxy$  se consideră punctele  $A(2, 2)$ ,  $B(4, 1)$  și  $C(0, 8)$ . Determină lungimea segmentului  $CM$ , fiind că  $M$  este simetricul punctului  $A$  față de punctul  $B$ .
- 5p** 6. Calculează aria paralelogramului  $ABCD$ , fiind că  $AB = 6$ ,  $AC = 10$  și  $m(\angle BAC) = \frac{\pi}{6}$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea  $M(a) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a+1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -a \end{pmatrix}$  și sistemul de ecuații  $\begin{cases} x + y + z = 2 \\ (a+1)x - y + z = 0 \\ x + y - az = 1 \end{cases}$ , unde  $a$  este număr real.
- 5p** a) Arată că  $\det(M(-1)) = 0$ .
- 5p** b) Determină numerele reale  $a$  pentru care  $\det(M(a)) = 0$ .
- 5p** c) Determină numerele reale  $a$ , fiind că sistemul are soluție unică  $(x_0, y_0, z_0)$  și  $2x_0 + y_0z_0 = 0$ .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă  $x * y = \frac{1}{10}xy - (x + y) + 20$ .
- 5p** a) Demonstrează că  $x * y = \frac{1}{10}(x - 10)(y - 10) + 10$ , pentru orice numere reale  $x$  și  $y$ .
- 5p** b) Determină valorile reale ale lui  $x$  pentru care  $x * x \mid \frac{101}{10}$ .
- 5p** c) Calculează  $\log_2 1 * \log_2 2 * \log_2 3 * \dots * \log_2 2018$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 6x - 6\ln(x + 1)$ .
- 5p** a) Arată că  $f'(x) = \frac{6x^3}{x+1}$ ,  $x \in (-1, +\infty)$ .
- 5p** b) Demonstrează că valoarea minimă a funcției  $f$  este 0.
- 5p** c) Calculează  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{f(x)}}{x}$ .
2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = (x^2 + x + 1)e^x$ .
- 5p** a) Arată că  $\int_0^1 f(x)e^{-x} dx = \frac{11}{6}$ .

**5p** | **b)** Demonstrați că orice primitiv a funcției  $f$  are exact două puncte de inflexiune.

**5p** | **c)** Arătați că  $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{1}{t} \int_0^t f(x) dx = 1$ .