

**EDITURA FUNDAȚIEI  
„MOISE NICOARĂ”**

**ARSENOV BRANCO ARSENOV SIMONA  
MAJOR CSABA ȘTEFAN ALEXANDRU**

**PROBLEME DE FIZICĂ  
PENTRU CLASELE XI-XII**

**ARAD**

**2013**

**Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României**  
**Probleme de fizică pentru clasele a XI-XII / Arsenov**  
**Branco, Arsenov Simona, Major Csaba, Ștefan**

Alexandru. - Arad :  
Editura Fundației "Moise Nicoară", 2013  
ISBN 978-973-1721-06-4

I. Arsenov, Branco  
II. Arsenov, Simona  
III. Major, Csaba  
IV. Ștefan, Alexandru

53(075.33)(076)

2

## Cuprins

### **1. Oscilații mecanice.**

1.1. Legile de mișcare ale oscilatorului liniar armonic..	5
1.2. Pendulul elastic .....	6
1.3. Energia oscilatorului liniar armonic .....	10
1.4. Pendulul gravitațional .....	12
1.5. Compunerea oscilațiilor .....	14

### **2. Unde mecanice.**

2.1. Ecuația undei plane .....	17
2.2. Interferența undelor .....	19
2.3. Unde staționare .....	22
2.4. Efectul Doppler .....	25

### **3. Curentul alternativ.**

3.1. Producerea curentului alternativ. Caracteristici.....	26
3.2. Circuite serie.....	27

3.3. Puteri în curent alternativ.....	33
3.4. Circuitul paralel.....	38
3.5. Circuite mixte.....	40
<b>4. Oscilații și unde electromagnetice.</b>	
4.1. Circuitul oscilant.....	44
4.2. Unde electromagnetice.....	49
<b>5. Optică ondulatorie.</b>	
5.1. Interferența luminii. Dispozitivul Young.....	52
5.2. Dispozitive interferențiale.....	57
5.3. Difracția luminii.....	61
5.4. Polarizarea luminii.....	64
<b>6. Teoria relativității restrânse.</b>	
6.1. Cinematică relativistă.....	66
6.2. Dinamică relativistă.....	69
<b>7. Elemente de fizică cuantică.</b>	
7.1. Mărimi caracteristice fotonilor.....	71
7.2. Efectul fotoelectric extern.....	72
7.3. Efectul Compton.....	76
7.4. Natura ondulatorie a microparticulelor.....	77
<b>8. Fizică atomică.</b>	
8.1. Spectre atomice.....	79
8.2. Modele ale atomului de hidrogen.....	80
8.3. Radiații X.....	84
<b>9. Semiconductoare. Aplicații.</b>	
9.1. Conducția electrică în metale și semiconductori....	85
9.2. Joncțiunea p-n. Dioda semiconductoare.....	88
9.3. Tranzistorul.....	92
<b>10. Fizică nucleară.</b>	

10.1. Proprietățile nucleului atomic.....	94
10.2. Reacții nucleare.....	96
10.3. Radiații nucleare.....	99
<b>Anexă.....</b>	<b>102</b>

## 1. OSCILAȚII MECANICE

### 1.1 Legile de mișcare ale oscilatorului liniar armonic

1.1.1. Legea de mișcare a unui oscilator liniar armonic este  **$y=2\sin(100\pi t+\pi/3)$  cm**. În cât timp realizează o oscilație completă? Care este frecvența mișcării?

R:  $T=0,02s$ ;  $\nu=50Hz$ .

1.1.2. Amplitudinea unui oscilator liniar armonic este de **5mm** iar perioada de oscilație este de **0,4s**. Cunoscând că la momentul inițial  **$t_0=0$**  elongația este de **5mm** scrieți legea lui de mișcare.

R:  $y=5\sin(5\pi t+\pi/2)$  mm.

1.1.3. Amplitudinea unui oscilator liniar armonic este de **4cm** iar frecvența mișcării este de **0,5Hz**. Cunoscând că la

momentul inițial  $t_0=0$  elongația este de **2cm** scrieți legea lui de mișcare.

$$R: y=4\sin(\pi t+\pi/6) \text{ cm.}$$

1.1.4. Legea de mișcare a unui oscilator liniar armonic este  **$y=10\sin(20t+\pi/6)$  cm**. Stabiliți expresia legii vitezei și a accelerației.

$$R: v=2\cos(20t+\pi/6) \text{ m/s; } a=-40\sin(20t+\pi/6) \text{ m/s}^2.$$

1.1.5. Viteza unui oscilator liniar armonic depinde de timp conform ecuației  **$v=0,04\cos(10t+\pi/4)$  m/s**. Stabiliți dependența de timp a elongației și a accelerației. R:

$$y=4\sin(10t+\pi/4) \text{ mm; } a=-0,4\sin(10t+\pi/4) \text{ m/s}^2.$$

1.1.6. Legea de mișcare a unui oscilator liniar armonic este  **$y=2\sin 10t$  cm**. Determinați elongația, viteza și accelerația lui la momentul  **$t_1=T/12$**  (T este perioada mișcării). R:

$$y_1=1\text{cm; } v_1=103\text{cm/s; } a_1=-1\text{m/s}^2.$$

5

1.1.7. Frecvența mișcării unui oscilator liniar armonic este  **$v=5/\pi$  Hz**. Cunoscând că la momentul inițial elongația este jumătate din amplitudine și că viteza inițială este **3/50 m/s** scrieți legea de mișcare.

$$R: y=4\sin(10t+\pi/6) \text{ mm.}$$

1.1.8. Un oscilator liniar armonic se găsește la momentul inițial în poziția de echilibru și are viteza  **$v_0=0,0314\text{m/s}$** . Cunoscând că el face o oscilație completă în timp de **o secundă** scrieți legea lui de mișcare.

$$R: y=5\sin(2\pi t) \text{ mm.}$$

1.1.9. Un oscilator liniar armonic are la elongația  **$y_1=1\text{cm}$**  viteza  **$v_1=2\text{cm/s}$**  iar la elongația  **$y_2=3\text{cm}$**  viteza  **$v_2=1 \text{ cm/s}$** . Determinați pulsația și amplitudinea mișcării.

R:  $\omega=0,61\text{rad/s}$ ;  $A=3,41\text{cm}$ .

1.1.10. Un oscilator armonic are viteza  $v_1=5\text{cm/s}$  la elongația  $y_1=2\text{cm}$  și  $v_2=4\text{cm/s}$  la  $y_2=3\text{cm}$ . Calculați amplitudinea și frecvența oscilațiilor libere.

R:  $\omega=1,34\text{rad/s}$ ;  $A=4,22\text{cm}$ .

1.1.11. Legea de mișcare a unui oscilator liniar armonic este  $y=20\sin(20\pi t+\pi/12)$  cm. Determinați intervalul de timp necesar oscilatorului pentru a parcurge distanța de la  $y_1=10\text{cm}$  la  $y_2=103\text{cm}$ .

R:  $\Delta t=8,33\text{ms}$ .

## 1.2 Pendulul elastic

1.2.1. Un corp suspendat de un resort îl alungește cu  $\Delta l=1\text{cm}$ . Determinați perioada oscilațiilor libere ale acestui sistem.

R:  $T=0,2\text{s}$ .

6

1.2.2. Un corp suspendat de un resort oscilează cu frecvența  $\nu=1\text{Hz}$ . Determinați deformarea resortului după încetarea oscilațiilor.

R:  $\Delta l=25\text{cm}$ .

1.2.3. Un corp cu masa  $m=100\text{g}$  este agățat de un resort vertical care are constanta elastică  $k=40\text{N/m}$ . Din poziția de echilibru i se imprimă corpului o viteză verticală  $v_0=4\text{cm/s}$ .

a) Scrieți legea de mișcare a oscilatorului;

b) Calculați accelerația în momentul în care elongația este jumătate din amplitudine.

R: a)  $y=2\sin 20t$  (mm); b)  $a=-0,4\text{m/s}^2$ .

1.2.4. Un corp cu masa  $m=200\text{g}$  este agățat de un resort vertical căruia îi provoacă o alungire statică de  $10\text{cm}$ . Din poziția de echilibru se trage corpul în jos pe distanța  $y_0=8\text{cm}$  după care se lasă liber.

a) Scrieți legea de mișcare a oscilatorului;

b) Calculați viteza maximă a oscilatorului.

R: a)  $y=8\sin(10t+\pi/2)\text{ cm}$ ; b)  $v_{\max}=0,8\text{m/s}$ .

1.2.5. Sistemul din figură este în stare de repaus. Se cunosc  $k=20\text{N/m}$ ,  $m_1=200\text{g}$  și  $m_2=300\text{g}$ . Să se scrie legea de mișcare a corpului cu masa  $m_1$  dacă se taie firul ce leagă cele două corpuri.

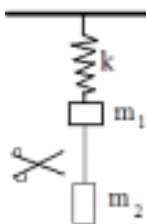


Figura 1.2.5

R:  $y=0,15\sin(10t+\pi/2)\text{ m}$ .

7

1.2.6. Un corp cu masa  $m=100\text{g}$  este atârnat de un resort cu  $k=60\text{N/m}$  și oscilează pe o direcție verticală cu  $A=10\text{cm}$ . Cât devine amplitudinea oscilațiilor dacă se lipește de  $m$ , fără viteză inițială, un al doilea corp cu masa  $M=300\text{g}$  în momentul în care viteza lui  $m$  se anulează în poziția:

a) superioară;

b) inferioară.

R: a)  $15\text{cm}$ ; b)  $5\text{cm}$ .

1.2.7. La capătul unui resort vertical, nedeformat, cu

constanta elastică  **$k=40\text{N/m}$**  se agață un corp cu masa  **$m=100\text{g}$** . Scrieți legea de mișcare a corpului dacă acesta se eliberează brusc. Calculați viteza maximă atinsă de corp în timpul mișcării.

$$\text{R: } y=2,5\sin(20t+\pi/2) \text{ cm; } v_{\max}=50\text{cm/s.}$$

1.2.8. Un corp de masă  **$m=0,1\text{kg}$**  suspendat de un resort cu constanta elastică  **$k=10\text{N/m}$**  este lăsat liber. Să se calculeze:

a) alungirea maximă a resortului dacă în momentul inițial resortul este nedeformat;

b) viteza corpului la jumătatea elongației maxime. R: a)

$$\Delta l_{\max}=0,2\text{m; b) } v=0,86\text{m/s.}$$

1.2.9. Un corp cu masa  **$M=200\text{g}$**  este suspendat de un resort care se alungește cu  **$\Delta l=2\text{cm}$** . Corpul este ridicat cu  **$1\text{cm}$**  și lăsat liber. Se cere:

a) ecuația de mișcare a oscilatorului;

b) viteza maximă a corpului;

c) elongația în momentul în care viteza este jumătate din valoarea maximă.

$$\text{R: a) } y=\sin(22,3t+\pi/2) \text{ cm; b) } 22,3\text{cm/s; c) } 0,86\text{cm.}$$

1.2.10. Un taler cu masă neglijabilă este agățat de un resort cu constanta  **$k=20\text{N/m}$** . De la înălțimea  **$h=0,18\text{m}$**  cade liber pe taler un corp cu masa  **$m=200\text{g}$** . Scrieți legea de mișcare a

8

corpului după ce acesta se lipește de taler. Care este viteza maximă atinsă?

$$\text{R: } y=0,214\sin(10t-27^{\circ}51') \text{ m; } v_{\max}=2,14\text{m/s.}$$

1.2.11. Un corp cu masa  **$M=2\text{kg}$**  se așează pe un resort pe care îl comprimă cu  **$\Delta l=40\text{cm}$** . De la înălțimea  **$h=0,2\text{m}$**  deasupra corpului cu masa  **$M$**  se lasă să cadă un al doilea corp cu masa  **$m=500\text{g}$** . Scrieți legea de mișcare a sistemului



format prin ciocnirea plastică a celor două

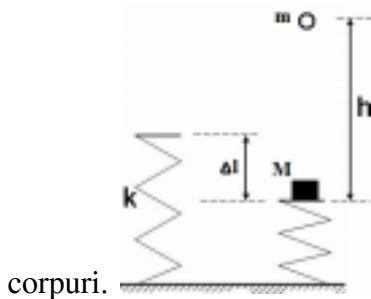


Figura 1.2.11.

R:  $y = 13,4 \sin(4,47t - 48^\circ 16')$  cm.

1.2.12. Dacă un corp de masă  $m$  este suspendat de un resort cu constanta elastică  $k$ , perioada oscilațiilor este  $T=1s$ . Ce perioadă are sistemul obținut prin legarea a două resorturi identice:

- a) în serie;
- b) în paralel.

R: a) 1,414s; b) 0,707s.

1.2.13. Un corp suspendat de un resort oscilează cu perioada  $T_1=0,4s$ . Același corp suspendat de un alt resort oscilează cu perioada  $T_2=0,3s$ . Determinați perioada de oscilație a corpului dacă este suspendat de cele două resorturi legate în:

- a) serie;
- b) paralel.

R: a) 0,5s; b) 0,24s.

### 1.3 Energia oscilatorului liniar armonnic

1.3.1. Un corp cu masa  $m=100g$  oscilează conform legii  $y=10\sin(4\pi t + \pi/12)$  cm. Determinați energia totală a oscilatorului și primul moment de timp la care energia cinetică devine egală cu energia potențială.

$$R: E=80\text{mJ}; t_1=1/24 \text{ s.}$$

1.3.2. Legea de mișcare a unui oscilator liniar armonic este  $y=5\sin(\pi t+\pi/8) \text{ cm}$ . Determinați elongația stării în care energia cinetică este **de 3 ori** mai mare decât energia potențială. Care este primul moment de timp la care se întâmplă acest lucru?

$$R: y=2,5\text{cm}; t_1=1/24\text{s.}$$

1.3.3. Un corp de masă  $m=25\text{g}$  efectuează o mișcare oscilatorie, având ecuația de mișcare  $y=2\cdot 10^{-2}\sin(20t+\pi/4)\text{m}$ . Se cere:

- a) viteza maximă a corpului;
- b) energia cinetică maximă;
- c) viteza corpului la elongația  $y_1=1\text{cm}$ .

$$R: \text{a) } 0,4\text{m/s}; \text{b) } 2\text{mJ}; \text{c) } 0,34\text{m/s.}$$

1.3.4. Energia cinetică maximă a unui oscilator liniar armonic cu masa de  $50\text{g}$  este de  $0,1\text{J}$ . Cunoscând că în momentul în care elongația este maximă asupra corpului acționează o forță rezultantă de  $5\text{N}$ , determinați amplitudinea și perioada mișcării.

$$R: A=4\text{cm}; T=0,125\text{s.}$$

1.3.5. Un corp cu masa  $m=3\text{kg}$  suspendat de un resort cu constanta  $k=100\text{N/m}$  oscilează cu amplitudinea  $A=4\text{cm}$ . Determinați energia cinetică și viteza oscilatorului în momentul în care elongația este de  $2\text{cm}$ .

$$R: E_c=0,06\text{J}; v=0,2\text{m/s.}$$

10

1.3.6. Un corp cu masa  $m=50\text{g}$  oscilează cu perioada  $T=2\text{s}$  și amplitudinea  $A=6\text{cm}$ . Determinați energia cinetică și energia potențială a corpului în punctul în care elongația este  $x=4\text{cm}$ .

$$R: E_c=0,5\text{mJ}; E_p=0,4\text{mJ}.$$

1.3.7. Un pendul elastic are energia cinetică  $E_c=0,32\text{J}$  în momentul în care elongația este  $y=6\text{cm}$ . Cunoscând constanta resortului  $k=100\text{N/m}$ , determinați amplitudinea mișcării.

$$R: A=10\text{cm}.$$

1.3.8. Un corp de masă  $m=2\text{g}$  efectuează oscilații armonice. Știind că în momentul inițial elongația este maximă, și că în această poziție forța de revenire este  $F=1,15\text{N}$  iar energia potențială  $E_p=23 \cdot 10^{-3}\text{J}$ , determinați:

- a) perioada oscilațiilor;
- b) ecuația de mișcare;
- c) energia cinetică și potențială în momentul în care elongația este  $y=2\text{cm}$ .

$$R: a) 52\text{ms};$$

$$b) y=4\sin(119,8t+\pi/2) \text{ cm};$$

$$c) E_c=17,25\text{mJ}; E_p=5,75\text{mJ}.$$

1.3.9. Un corp cu masa  $m=0,1\text{kg}$  este fixat de un resort suspendat. Din poziția de echilibru corpul este ridicat cu  $x=2\text{cm}$ , acționând cu o forță  $F=2\text{N}$ , și este lăsat liber. Se cere:

- a) perioada și frecvența oscilațiilor;
- b) ecuația de mișcare a corpului;
- c) raportul dintre energia potențială și energia cinetică la o elongație egală cu jumătatea amplitudinii.

$$R: a) T=0,2\text{s}; v=5\text{Hz}; b) y=2\sin(10\pi t+\pi/2)$$

$$\text{cm}; c)$$

$$E_p/E_c=1/3.$$

## 1.4. Pendulul gravitațional.

1.4.1. Raportul perioadelor a două pendule gravitaționale este **2**. Care este raportul lungimilor.

R: 4.

1.4.2. Care este lungimea unui pendul gravitațional care are perioada de **2s**?

R: 1m.

1.4.3. Două pendule gravitaționale oscilează în același loc. Cunoscând că în același interval de timp unul efectuează 100 de oscilații iar celălalt 80 de oscilații și că diferența de lungime dintre ele este de 72cm, determinați lungimile celor două pendule.

R:  $l_1=1,28\text{m}$ ;  $l_2=2\text{m}$ .

1.4.4. Un corp de dimensiuni mici este suspendat de un fir inextensibil de lungime  **$l_1=1\text{m}$** . Firul este deviat până când formează un unghi de  **$30^\circ$**  cu verticala și este lăsat liber. a) Care este viteza maximă a corpului.

b) Firul întâlnește un cui aflat la  **$d=50\text{cm}$**  sub punctul de fixare al firului. La ce înălțime maximă se ridică corpul de partea cealaltă a cuiului?

c) Calculați perioada pendulului în cazul punctului b) dacă presupunem că oscilațiile sunt izocrone.

R: a) 1,63m/s; b) 0,13m; c) 1,4s.

1.4.5. Un ceas cu pendul indică ora corect într-un punct A în care accelerația gravitațională are valoarea  **$g_A=9,796\text{m/s}^2$** . Deplasat într-un punct B întârzie cu  **$\Delta t=40\text{s}$**  în  **$t=24\text{h}$** .

Determinați accelerația gravitațională în punctul B. R:

$9,791\text{m/s}^2$ .

1.4.6. Un ceas cu pendul merge corect la nivelul mării ( $g_0=9,8\text{m/s}^2$ ). Cu câte secunde se va modifica mersul ceasului în  $t=24\text{h}$  dacă este transportat într-o localitate aflată la altitudinea  $h=1\text{km}$  (raza Pământului  $R=6400\text{km}$ ).

R: rămâne în urmă cu 13,49s.

1.4.7. Un ceas cu pendul aflat la nivelul mării ( $g_0=9,8\text{m/s}^2$ ) grăbește cu  $\Delta t=20\text{s}$  în  $t=20\text{h}$ . La ce altitudine ceasul va funcționa corect.

R: 1777,8m.

1.4.8. Un pendul cu lungimea  $l=1\text{m}$  se găsește într-un ascensor. Determinați perioada pendulului atunci când ascensorul:

- a) este în repaus (considerați  $g=10\text{m/s}^2$ );
- b) urcă cu accelerația  $a=2\text{m/s}^2$ ;
- c) coboară cu accelerația  $a=2\text{m/s}^2$ .

R: a) 2s; b) 1,81s; c) 2,22s.

1.4.9. Un ceas cu pendul care funcționează corect la suprafața Pământului este plasat într-o rachetă care urcă cu accelerația  $a=4g$ . Care va fi timpul indicat de ceasul cu pendul după  $t=10\text{s}$  de la plecarea rachetei.

R: 22,3s.

1.4.10. Un pendul gravitațional indică timpul corect la temperatura  $\theta_0=0^\circ\text{C}$ . La temperatura  $\theta=40^\circ\text{C}$  rămâne în urmă cu  $\Delta t=10\text{s}$  în  $t=24\text{h}$ . Determinați coeficientul de dilatare liniară  $\alpha$  al materialului din care este confecționat firul pendulului. *Indicație: dependența de temperatură a lunginii firului este  $l=l_0(1+\alpha\theta)$  unde  $l_0$  este lungimea la*

temperatura  $\theta_0 = 0^\circ \text{C}$ .

$$R: 5,78 \cdot 10^{-6} \text{grd}^{-1}.$$

13

1.4.11. O sferă de dimensiuni mici, așezată pe o suprafață perfect orizontală ar trebui să efectueze mișcări oscilatorii în jurul punctului care se găsește în mijlocul suprafeței. Cauza acestei mișcări este îndepărtarea sferei de centrul Pământului atunci când ea se rostogolește către margine. Să se calculeze perioada acestor oscilații ipotetice. ( $R_p = 6400 \text{km}$ ,  $g = 10 \text{m/s}^2$ ).

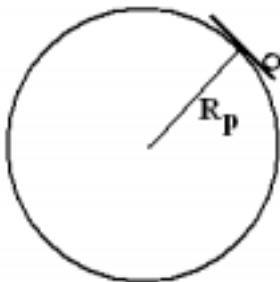


Fig. 1.4.11

R: 1h23min44s.

## 1.5 Compunerea oscilațiilor.

1.5.1. Un punct material este supus simultan la două mișcări oscilatorii armonice paralele, de ecuații:

a)  $y_1 = 4 \sin 100\pi t \text{ cm}$  și  $y_2 = 4 \sin(100\pi t + \pi/2) \text{ cm}$ ; b)

$y_1 = 2 \sin(30t + \pi/4) \text{ cm}$  și  $y_2 = \sin(30t + \pi/2) \text{ cm}$ ; c)

$y_1 = \cos(\pi t + \pi) \text{ cm}$  și  $y_2 = 3 \cos \pi t \text{ cm}$ ;

d)  $y_1 = 2 \sin \pi(t+1) \text{ cm}$  și  $y_2 = 3 \sin \pi t \text{ cm}$ ;

e)  $y_1 = 2 \cos(100\pi t + \pi/6) \text{ cm}$  și  $y_2 = 2 \cos(100\pi t + \pi/2)$

**cm.** Determinați ecuațiile mișcărilor oscilatorii rezultante.

R: a)  $y=42\sin(100\pi t+\pi/4)$  cm;

b)  $y=5\sin(100\pi t+\arctg 2)$  cm; c)  $y=2\cos(\pi t)$  cm;

d)  $y=\sin(\pi t)$  cm; e)  $y=23\cos(100\pi t+\pi/3)$  cm.

14

1.5.2. Un punct material este supus simultan la două mișcări oscilatorii armonice paralele, de ecuații:  **$y_1=6\sin(20t)$  cm** și  **$y_2=8\cos(20t)$  cm**. Determinați ecuația mișcării oscilatorii rezultante și calculați viteza maximă a oscilatorului. R:

$y=10\sin(20t+\arctg(4/3))$  cm;  $v_{\max}=2\text{m/s}$ .

1.5.3. Un punct material este supus simultan la trei mișcări oscilatorii armonice paralele, de ecuații:  **$y_1=10\sin(4\pi t)$  cm**,  **$y_2=7\sin(4\pi t+\pi)$  cm** și  **$y_3=4\sin(4\pi t+\pi/2)$  cm**. Determinați ecuația mișcării oscilatorii rezultante și calculați viteza maximă a oscilatorului.

R:  $y=5\sin(4\pi t+\arctg(4/3))$  cm;  $v_{\max}=20\pi\text{cm/s}$ .

1.5.4. Prin compunerea a două mișcări oscilatorii paralele cu amplitudinile  **$A_1=1\text{cm}$**  și  **$A_2=2\text{cm}$**  se obține o oscilație armonică cu amplitudinea  **$A=3\text{cm}$** . Să se calculeze diferența de fază dintre cele două mișcări oscilatorii care se compun.

R:  $120^\circ$ .

1.5.5. Ecuația de mișcare a unui oscilator armonic este  **$y=53 \cdot 10^{-2}(\sin 5\pi t + \frac{3}{4}\cos 5\pi t)$  m**. Se cere:

a) faza inițială și amplitudinea oscilațiilor;

b) viteza și accelerația maximă.

R: a)  $\theta=-\pi/6$  rad;  $A=10\text{cm}$ ;

b)  $v_{\max}=1,57\text{cm/s}$ ;  $a_{\max}=-25\text{m/s}^2$ .

1.5.6. Un punct material este solicitat simultan la două mișcări oscilatorii armonice paralele, de aceeași amplitudine, cu frecvențele  $\nu_1=28\text{Hz}$ , respectiv,  $\nu_2=32\text{Hz}$ . Determinați frecvența oscilației rezultante și frecvența bățăilor.

$$R: \nu=30\text{Hz}; \nu_b=4\text{Hz}.$$

15

1.5.7. Un punct material este solicitat simultan la două mișcări oscilatorii armonice paralele, de aceeași amplitudine, cu perioadele  $T_1=0,4\text{s}$ , respectiv,  $T_2=0,6\text{s}$ . Determinați perioada oscilației rezultante și perioada bățăilor.

$$R: T=0,48\text{s}; T_b=1,2\text{s}.$$

1.5.8. Un punct material este supus simultan la două mișcări oscilatorii armonice perpendiculare, de ecuații: a)

$$\mathbf{x}=2\sin(100\pi t) \text{ cm și } \mathbf{y}=4\sin(100\pi t) \text{ cm};$$

$$\text{b) } \mathbf{x}=\sin(30t) \text{ cm și } \mathbf{y}=\cos(30t) \text{ cm};$$

$$\text{c) } \mathbf{x}=\sin(\pi t+\pi/2) \text{ cm și } \mathbf{y}=3\sin(\pi t) \text{ cm};$$

$$\text{d) } \mathbf{x}=2\cos\pi(t+1) \text{ cm și } \mathbf{y}=3\cos(\pi t) \text{ cm}.$$

Determinați în fiecare caz ecuația traiectoriei punctului material.

$$R: \text{a) } y=2x; \text{b) } x^2+y^2=1;$$

$$\text{c) } x^2+y^2/9=1; \text{d) } y=-3/2x.$$

1.5.9. Un punct material este supus simultan la două mișcări oscilatorii armonice perpendiculare, de ecuații:  $\mathbf{x}=\sin(30t) \text{ cm}$  și  $\mathbf{y}=3\cos(60t) \text{ cm}$ . Determinați ecuația traiectoriei punctului material.

$$R: y=3-6x^2.$$

1.5.10. Un punct material este supus simultan la două mișcări oscilatorii armonice perpendiculare, de ecuații:



**$x=\cos(10t)$  cm și  $y=\sin(20t)$  cm.** Determinați ecuația traiectoriei punctului material.

$$\text{R: } y=2x^2 \\ 1-x.$$

16

## **2. UNDE MECANICE**

### **2.1 Ecuația undei plane.**

2.1.1. Într-un mediu elastic cu modulul de elasticitate  **$E=7,05 \cdot 10^{10} \text{N/m}^2$**  și densitatea  **$\rho=2700 \text{kg/m}^3$**  se propagă o undă longitudinală care are frecvența  **$\nu=511 \text{Hz}$** . Calculați viteza undei și lungimea de undă.

$$\text{R: } 5109 \text{m/s; } \approx 10 \text{m.}$$

2.1.2. Determinați viteza de propagare sunetului într-un mediu în care un sunet cu perioada  **$T=5 \text{ms}$**  produce o undă cu  **$\lambda=35 \text{m}$** .

$$\text{R: } 7000 \text{m/s.}$$

2.1.3. O undă sonoră cu  **$\lambda=32 \text{cm}$**  în aer ( **$c_{\text{aer}}=320 \text{m/s}$** ) trece în apă ( **$c_{\text{apă}}=1407 \text{m/s}$** ). Calculați frecvența undei și lungimea de undă în apă.

$$\text{R: } 1000 \text{Hz; } 1,407 \text{m.}$$

2.1.4. Într-o coardă cu masa  **$m=100 \text{g}$**  și lungimea  **$l=10 \text{m}$**  se propagă o undă transversală cu frecvența  **$\nu=5 \text{Hz}$**  și  **$\lambda=2 \text{m}$** . Calculați forța de tensiune din coardă.

$$\text{R: } 1 \text{N.}$$

2.1.5. O sursă, având ecuația de oscilație  $y=0,25\sin(100\pi t)$  mm, emite unde plane cu viteza  $v=400\text{m/s}$ .

a) După cât timp începe să oscileze un punct aflat la  $x_1=8\text{m}$  de sursă?

b) Care este distanța dintre două puncte care oscilează cu o diferență de fază  $\Delta\theta=\pi/6$ ?

R: a) 20ms; b) 2/3 m.

2.1.6. O sursă care oscilează conform ecuației  $y=0,5\sin(10\pi t)$  cm emite unde plane care se propagă cu viteza  $c=600\text{m/s}$ . Determinați:

17

a) lungimea de undă;

b) ecuația undei într-un punct A aflat la distanța  $x=5\text{m}$  de sursă;

c) momentul de timp la care elongația punctului A devine prima dată egală cu  $0,25\text{cm}$ ;

d) viteza maximă de oscilație a punctelor mediului; e) defazajul dintre două puncte aflate la distanța  $\Delta x=20\text{m}$ .

R: a) 120m; b)  $y_A=0,5\sin(10\pi t-\pi/12)$  cm;

c) 25ms; d)  $(\pi/20)\text{m/s}$ ; e)  $\pi/3$ .

2.1.7. O sursă care oscilează conform ecuației  $y=4\sin(\pi t)$  cm emite unde plane cu lungimea de undă  $\lambda=3\text{m}$ .

Determinați: a) viteza undei;

b) ecuația undei într-un punct A aflat la distanța  $x=50\text{cm}$  de sursă;

c) momentul de timp la care elongația punctului A devine prima dată egală cu  $4\text{cm}$ ;

d) viteza maximă de oscilație a punctelor mediului; e) distanța dintre două puncte ale mediului între care defazajul este  $\Delta\theta=2\pi/3$  rad.

R: a) 1,5m/s; b)  $y_A=4\sin(\pi t-\pi/3)$  cm;

c) 0,83s; d)  $(\pi/25)\text{m/s}$ ; e) 1m.

2.1.8. O sursă sonoră are perioada  **$T=2\text{ms}$**  și emite unde plane cu amplitudinea  **$A=0,1\text{mm}$**  care se propagă cu viteza  **$c=320\text{m/s}$** . Presupunând faza inițială a sursei nulă determinați:

a) ecuația de oscilație a unui punct A aflat la distanța  **$x=8\text{cm}$**  de sursă;

b) viteza de oscilație a punctului A la momentul  **$t_1=0,5\text{ms}$** .

R: a)  $y_A=0,1\sin(1000\pi t-\pi/4)\text{ mm}$ ; b)  $\approx 0,22\text{m/s}$ .

18

2.1.9. O sursă care oscilează conform ecuației  **$y=1,6\sin(500\pi t)\text{ cm}$**  emite unde plane într-un mediu cu densitatea  **$\rho=7800\text{kg/m}^3$** . Știind că între două puncte aflate la distanța  **$\Delta x=6,918\text{m}$**  diferența de fază este  **$\Delta\theta=2\pi/3\text{ rad}$** , determinați:

a) lungimea de undă;

b) modulul de elasticitate al mediului.

R: a)  $20,754\text{m}$ ; b)  $\approx 21\cdot 10^{10}\text{N/m}^2$ .

2.1.10. O sursă care oscilează conform ecuației  **$y=2\sin(1000\pi t)\text{ mm}$**  emite unde plane într-un mediu care are modulul de elasticitate  **$E=12,3\cdot 10^{10}\text{N/m}^2$** . Știind că la distanța  **$x=3,72\text{m}$**  de sursă ecuația undei este  **$y'=2\sin 2\pi(500t-0,5)\text{ mm}$**  determinați:

a) lungimea de undă;

b) densitatea mediului.

R: a)  $7,44\text{m}$ ; b)  $8888\text{kg/m}^3$ .

2.1.11. Pe o bară cu densitatea  **$\rho=2700\text{kg/m}^3$**  și modulul de elasticitate  **$E=6,75\cdot 10^{10}\text{N/m}^2$**  este așezată o sursă a cărei lege

de oscilație este  $y=2,3\sin(500\pi t)$  mm. Cunoscând că ecuațiile de oscilație ale capetelor barei sunt  $y_A=2,3\sin(500\pi t-\pi/2)$  mm și  $y_B=2,3\sin(1570t-\pi/4)$  mm, determinați:

- a) viteza undei;
- b) lungimea barei.

R: a) 5000m/s; b) 7,5m.

## 2.2 Interferența undelor

2.2.1. Două surse care oscilează în fază cu perioada  $T=0,3s$  și amplitudinile  $A_1=1cm$ , respectiv  $A_2=2cm$ , emit unde care se propagă cu viteza  $c=1m/s$ . Determinați amplitudinea de

19

oscilație a unui punct aflat la distanța  $x_1=11cm$  de prima sursă și  $x_2=12cm$  de cea de a doua.

R: 2,98cm.

2.2.2. Două surse oscilează cu amplitudinile  $A_1=2mm$ , respectiv  $A_2=1mm$ , având aceeași fază inițială. Frecvența oscilațiilor este  $\nu=2Hz$ , iar viteza de propagare a undei  $c=0,3m/s$ . Ce amplitudine au oscilațiile în punctul care se află la distanțele  $x_1=0,5m$  și respectiv la  $x_2=0,4m$  de cele două surse?

R: A=1,73cm.

2.2.3. Două surse  $S_1$  și  $S_2$  oscilează în fază cu frecvența  $\nu=2750Hz$  și amplitudini  $A_1=1mm$ , respectiv  $A_2=3mm$ . Viteza de propagare a undelor emise este  $c=330m/s$ . Cunoscând distanța dintre cele două surse  $d=3cm$ , determinați amplitudinea de oscilație a unui punct aflat la

distanța  $x_1=4\text{cm}$  de sursa  $S_1$  pe perpendiculara dusă din  $S_1$  pe dreapta care unește cele două surse.

$$R: 3,89\text{mm}.$$

2.2.4. Două surse oscilează conform ecuațiilor  $y_{S1}=y_{S2}=4\sin(\pi t)$  cm. Viteza de propagare a undelor emise este  $c=3\text{m/s}$ . Determinați ecuația de oscilație a unui punct aflat la distanța  $x_1=1\text{m}$  de prima sursă și  $x_2=3\text{m}$  de cea de a doua.

$$R: y=4\sin(\pi t-2\pi/3) \text{ cm}.$$

2.2.5. Două surse aflate la distanța  $d=4,8\text{m}$  emit unde conform ecuațiilor  $y_{S1}=y_{S2}=2\sin(100\pi t)$  mm. Viteza de propagare a undelor emise este  $c=320\text{m/s}$ . Determinați ecuația de oscilație a unui punct aflat între cele două surse, pe dreapta ce le unește, la distanța  $x_1=1,6\text{m}$  de una din ele.

$$R: y=22\sin(100\pi t-3\pi/4) \text{ mm}.$$

20

2.2.6. Ecuațiile de oscilație a două surse care emit unde ce se propagă cu viteza  $c=5000\text{m/s}$  sunt  $y_{S1}=4\sin(1000\pi t)$  mm și  $y_{S2}=3\sin(1000\pi t)$  mm. Scrieți ecuația de oscilație a unui punct aflat la distanța  $x_1=2,5\text{m}$  de prima sursă și  $x_2=5\text{m}$  de cea de a doua.

$$R: y=5\sin(1000\pi t+\arctg 4/3) = 5\sin(1000\pi t-126^{\circ}52') \text{ mm}.$$

2.2.7. Ecuațiile de oscilație a două surse care emit unde ce se propagă cu viteza  $c=3000\text{m/s}$  sunt  $y_{S1}=2\sin(2000\pi t)$  mm și  $y_{S2}=3\sin(2000\pi t)$  mm. Scrieți ecuația de oscilație a unui punct aflat la distanța  $x_1=75\text{cm}$  de prima sursă și  $x_2=50\text{cm}$  de cea de a doua.

$$R: y\approx 4,83\sin(2000\pi t-71^{\circ}55') \text{ mm}.$$

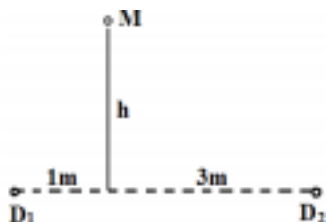
2.2.8. Ecuațiile de oscilație a două surse care emit unde ce se propagă cu viteza  $c=6\text{m/s}$  sunt  $y_{S1}=6\sin(10\pi t-\pi/4)$  mm și  $y_{S2}=8\sin(10\pi t)$  mm. Scrieți ecuația de oscilație a unui punct aflat la distanța  $x_1=0,15\text{m}$  de prima sursă și  $x_2=0,6\text{m}$  de cea de a doua.

$$R: y=\sin(10\pi t+\arctg 3/4)=\sin(10\pi t-143^{\circ}07')$$
 cm.

2.2.9. Două difuzoare, conectate la același generator, sunt așezate la distanța  $D=4\text{m}$  între ele. Dacă se deplasează lent un microfon de la un difuzor la celălalt, se constată că intensitatea sunetului se anulează de zece ori ( $c=340\text{m/s}$ ).

a) Să se determine frecvența și lungimea de undă a sunetului emis.

b) Microfonul este deplasat într-o direcție perpendiculară pe segmentul ce unește cele două difuzoare, la  $1\text{m}$  de unul din difuzoare. La ce distanță  $h$  de segment scade intensitatea



sunetului la o valoare minimă Figura 2.2.9. prima dată? R:

a) 425Hz; 0,8m; b) 9,74m.

21

## 2.3 Unde staționare

2.3.1. O coardă AB este fixată la capătul B. Capătul A oscilează transversal cu amplitudinea  $A=3\text{cm}$  și frecvența  $\nu=200\text{Hz}$ . Se cunoaște masa unității de lungime a corzii  $\mu=10^{-3}\text{kg/m}$  și forța de tensiune  $T=10\text{N}$ . Determinați:

- viteza undei;
- poziția nodurilor și a ventrelor față de capătul fix; c) amplitudinea oscilației a unui punct P aflat la distanța

$x=6,25\text{cm}$  de capătul fix.

R: a)  $100\text{m/s}$ ; b)  $m \text{ in}$

$$x=k \cdot 0,25\text{m},$$

$MAX$

$$x=(2k+1) \cdot 0,125\text{m}, k \in \mathbb{N}; c) \approx 4,24\text{cm}.$$

$k$

2.3.2. O sursă de unde sonore cu frecvența  $\nu=1000\text{Hz}$  se găsește la distanța  $d=1,32\text{m}$  de un perete reflectător. Amplitudinea de oscilație a particulelor mediului este  $A=1,2\text{mm}$  iar viteza sunetului  $c=330\text{m/s}$ . Determinați ecuația de oscilație a unui punct aflat la distanța  $x=11\text{cm}$  de perete.

$$R: y=-1,23\sin(2000\pi t-\pi/2) \text{ mm}.$$

2.3.3. O sfoară cu lungimea totală masa  $m=2\text{g}$  este legată ca în figura alăturată de una din ramurile unui diapazon.

Lungimea părții orizontale a firului este  $L=2\text{m}$ , mult mai mare decât partea verticală de care este atârnat corpul cum masa  $M=40\text{g}$ . Știind că pe lungimea  $L$  apar unde staționare cu aspectul a  $n=5$  fusuri determinați frecvența diapazonului.

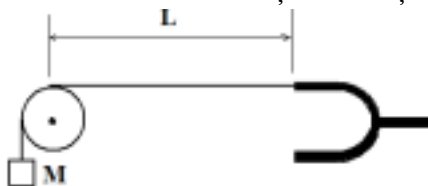


Figura 2.3.3

R:  $25\text{Hz}$ .

22

2.3.4. Pe normala dusă la un perete reflectător se găsesc o sursă sonoră și un receptor. Distanța de la sursă la perete este  $d$  iar de la receptor la perete  $l$ . Viteza de propagare a sunetelor este  $c=320\text{m/s}$ . Calculați primele trei frecvențe ale sursei pentru care în receptor se produc minime, dacă:

a)  $d=4\text{m}$  și  $l=6\text{m}$ ;

b)  $d=4\text{m}$  și  $l=2\text{m}$ .

R: a) 40Hz; 80Hz; 120Hz; b) 80Hz; 160Hz; 240Hz.

2.3.5. O lamă din oțel cu lungimea  $l=3,5\text{m}$ , secțiunea  $S=4\text{mm}^2$  și densitatea  $\rho=7800\text{kg/m}^3$  este fixată la un capăt, iar celălalt este pus în vibrație cu frecvența  $\nu=20\text{Hz}$ . La ce forță de tensiune apar unde staționare cu un ventru în dreptul sursei și **trei** noduri intermediare.

R: 49,92N.

2.3.6. Să se determine frecvențele proprii unui tub deschis cu lungimea  $l=1,7\text{m}$ . Viteza sunetului în aer este  $c=340\text{m/s}$ .

R:  $n \cdot 100\text{Hz}$ , unde  $n \in \mathbb{N}$ .

2.3.7. Să se determine frecvențele proprii unui tub închis la un capăt cu lungimea  $l=1,7\text{m}$ . Viteza sunetului în aer este  $c=340\text{m/s}$ .

R:  $(2n+1) \cdot 50\text{Hz}$ , unde  $n \in \mathbb{N}$ .

2.3.8. Un tub sonor închis la un capăt emite un sunet fundamental cu frecvența  $\nu=500\text{Hz}$ . Cunoșcând viteza sunetului în aer  $c=320\text{m/s}$  determinați lungimea tubului și frecvența sunetului fundamental emis de același tub dacă îl deschidem.

R: 16cm; 1000Hz.

2.3.9. Lungimea unui tub sonor deschis este  $l_1=1,2\text{m}$ .

Determinați lungimea  $l_2$  a unui tub sonor închis la un capăt

23

știind că armonica a cincea a tubului închis coincide cu armonica a treia a tubului deschis.

R: 1,8m.



2.3.10. O coarda vibrantă cu densitatea  $\rho=7800\text{kg/m}^3$ , modulul de elasticitate  $E=2\cdot 10^{11}\text{N/m}^2$  și aria secțiunii transversale  $S=1\text{mm}^2$  oscilează transversal emițând un sunet cu frecvența  $\nu=100\text{Hz}$  sub acțiunea tensiunii  $T=312\text{N}$ . Care este lungimea corzii? Ce frecvență fundamentală vor avea oscilațiile longitudinale ale corzii?

R: 1m; 2531,8Hz.

2.3.11. Capătul unei corzi de pian se înfășoară pe un butuc cilindric cu raza  $R=5\text{mm}$ . Știind că inițial coarda este nedeformată, având lungimea  $l_0=1,2\text{m}$ , să se calculeze frecvența sunetului fundamental emis de coardă după o răsucire completă a butucului. Ce valoare are această frecvență după a doua răsucire? Se presupune că diametrul corzii nu se modifică în timpul întinderii. Se dau:  $E=2,1\cdot 10^{11}\text{N/m}^2$ ,  $r=0,2\text{mm}$ ,  $\rho=8\cdot 10^3\text{kg/m}^3$ .

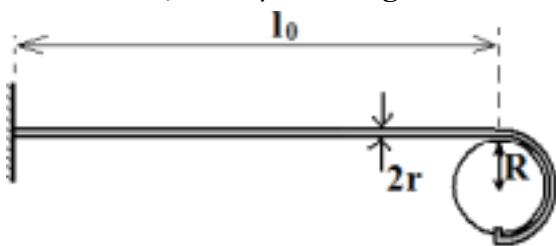


Fig. 2.3.11

R: 348,8Hz; 493,3Hz.

2.3.12. Sunetul fundamental produs de o coardă produce fenomenul de bătăi cu sunetul emis de un diapazon, frecvența acestora fiind  $\nu_b=8,8\text{Hz}$ . Dacă se scurtează coarda cu o fracțiune  $f=2\%$  din lungimea ei, ea intră în rezonanță cu diapazonul. Determinați frecvența diapazonului.

R: 440Hz.

2.4.1. O mașină se deplasează cu viteza  $v=108\text{km/h}$ . Claxonul emite un sunet cu frecvența  $v=300\text{Hz}$ . Care este frecvența recepționată de un observator aflat în stare de repaus pe marginea drumului ( $c=330\text{m/s}$ ):

- a) la apropierea mașinii;
- b) la îndepărtarea ei.

R:  $330\text{Hz}$ ;  $275\text{Hz}$ .

2.4.2. Două trenuri care se deplasează cu viteze egale  $v_1=v_2=72\text{km/h}$ . Unul din trenuri emite un semnal cu frecvența  $v=400\text{Hz}$  ( $c=320\text{m/s}$ ). Care va fi frecvența sunetului recepționat de un observator aflat în celălalt tren dacă:

- a) trenurile se îndepărtează;
- b) trenurile se apropie.

R:  $353,94\text{Hz}$ ;  $453,33\text{Hz}$ .

2.4.3. Un automobil care se deplasează cu viteza  $v_1=10\text{m/s}$  este depășit de o mașină de poliție care are viteza  $v_2=30\text{m/s}$ . În momentul depășirii mașina de poliție începe să emită un semnal sonor. Frecvența inițială a semnalului este  $v=300\text{Hz}$  și crește cu  $10\text{Hz}$  în fiecare secundă. Ce înălțime va avea sunetul auzit de pasagerii din autoturism după **zece secunde**? (Viteza sunetului în aer  $c=330\text{m/s}$ .)

R:  $377,7\text{Hz}$ .

2.4.4. O sursă care emite un sunet cu frecvența  $v_0=10\text{kHz}$  se deplasează cu viteza  $v$  față de un observator aflat în stare de repaus. Care ar trebui să fie valorile vitezei  $v$  pentru ca observatorul să nu audă sunetul? Viteza sunetului în aer  $c=320\text{m/s}$ . *Indicație: urechea umană percepe ca sunete unde care au frecvența cuprinsă între  $20\text{Hz}$  și  $20\text{kHz}$ .*

R:  $v_{\text{apropiere}} > 160\text{m/s}$ ;  $v_{\text{îndepărtare}} > 160\text{km/s}$ .

2.4.5. Un motociclist care se apropie cu viteza  $v$  de un perete reflectător claxonează. Cunoscând frecvența claxonului  $\nu_0=320\text{Hz}$ , viteza sunetului în aer  $c=325\text{m/s}$  și că motociclistul percepe variații ale intensității sunetului cu perioada  $T=0,1\text{s}$ , determinați viteza  $v$ .

R:  $18\text{km/h}$ .

### 3. CURENTUL ALTERNATIV

#### 3.1 Producerea curentului alternativ. Caracteristici.

3.1.1. O spiră plană cu aria  $S=100\text{cm}^2$  se rotește uniform într-un câmp magnetic cu inducția  $B=1,2\text{T}$ , astfel încât o rotație completă se efectuează în  $0,02\text{s}$ . Aflați: a) fluxul magnetic maxim prin spiră;

b) t.e.m. indusă în spiră.

R: a)  $\Phi_{\max}=1,2 \cdot 10^{-2}\text{Wb}$ ; b)  $e=1,2\pi\sin(100\pi t)\text{ V}$ .

3.1.2. O bobină cadru cu  $N=100$  spire care are laturile  $a=20\text{cm}$ , respectiv  $b=10\text{cm}$ , se află într-un câmp magnetic cu inducția  $B=1,5\text{T}$  și se rotește cu turația  $\nu=600\text{rot/min}$ , în jurul unei axe perpendiculare pe liniile de câmp magnetic. Determinați t.e.m indusă.

R:  $e=60\pi\sin(20\pi t)\text{ V}$ .

3.1.3. O spiră care se rotește uniform în câmp magnetic are rezistența  $R=8\Omega$  și inductanța neglijabilă. La capetele ei apare t.e.m.  $e=28,2\sin(400\pi t)\text{ V}$ . Aflați:

a) frecvența și perioada de rotație;

b) valoarea efectivă a intensității curentului prin spiră.

R: a)  $\nu=200\text{Hz}$ ,  $T=5\text{ms}$ ; b)

$I=2,5\text{A}$ .

3.1.4. Curentul alternativ de la rețeaua electrică are frecvența  $\nu=50\text{Hz}$  și tensiunea efectivă  $U=220\text{V}$ . Aflați:

26

- a) perioada și pulsația curentului;
- b) tensiunea maximă.

R: a)  $T=0,02\text{s}$ ;  $\omega=100\pi\text{ rad/s}$ ; b)  $U_{\max}=310\text{V}$ .

3.1.5. Pentru nodul de rețea din figură se cunosc expresiile intensităților  $i_2=102\sin\omega t\text{ A}$  și  $i_3=102\sin(\omega t+2\pi/3)\text{ A}$ . Determinați expresia intensității  $i_1$ .

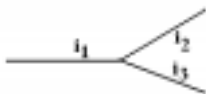


Fig. 3.1.5.

R:  $i_1= 210\sin(\omega t+\pi/3)\text{ A}$ .

3.1.6. Determinați expresia căderii de tensiune la bornele circuitului din figură dacă se cunosc expresiile căderilor de tensiune pe fiecare element de circuit:  $u_1= 2\sin(\omega t+\pi/6)\text{V}$ ,  $u_2= 2\sin(\omega t-\pi/3)\text{ V}$  și  $u_3=2\sin(\omega t-\pi/12)\text{ V}$ .

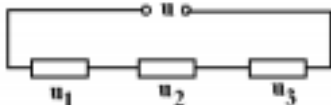


Fig. 3.1.6.

R:  $u=4\sin(\omega t-\pi/12)\text{ V}$ .

## 3.2. Circuite serie.

3.2.1. Calculați reactanța și impedanța unei bobine cu rezistența  $R=3\Omega$  și inductanța  $L=1/(25\pi)\text{H}$  atunci când la bornele ei se aplică tensiunea  $u=42\sin(100\pi t)\text{ V}$ . Determinați expresia intensității instantanee a curentului

electric care străbate bobina.

$$R: X_L=4\Omega; Z=5\Omega; i=0,82\sin(100\pi t-\arctg_3^4) \text{ A.}$$

27

3.2.2. Tensiunea aplicată unui transformator care are rezistența  $R=600\Omega$  și inductanța  $L=(8/\pi)\text{H}$  are expresia  $u=2202\sin(100\pi t) \text{ V}$ . Determinați expresia intensității instantanee a curentului electric.

$$R: i=0,222\sin(100\pi t -\arctg_3^4) \text{ A.}$$

3.2.3. Un condensator are capacitatea  $C=1/(12\pi)\text{nF}$  și rezistența  $R=8\Omega$ . Calculați reactanța și impedanța condensatorului atunci când este conectat la o tensiune alternativă cu tensiunea  $u=32\sin(2\cdot 10^9\pi t) \text{ V}$ .

$$R: X_C=6\Omega; Z=10\Omega; i=0,32\sin(2\cdot 10^9\pi t+\arctg_4^3) \text{ A.}$$

3.2.4. O bobină cu inductanța  $L=(30/\pi)\text{H}$  și rezistența  $R=10^3\Omega$  este conectată în serie cu un condensator de capacitate  $C=(2,5/\pi)\mu\text{F}$  la bornele unei surse de tensiune alternativă  $u=2202\sin(100\pi t)\text{V}$ . Determinați: impedanța circuitului și expresia intensității instantanee a curentului electric.

$$R: Z=10^32\Omega; i=0,22\sin(100\pi t+\pi/4) \text{ A.}$$

3.2.5. O bobină reală căreia i se aplică tensiunea  $u=102\sin(100\pi t)\text{V}$  este parcursă de intensitatea  $i=0,12\sin(100\pi t-\pi/6)\text{A}$ . Calculați rezistența și inductanța bobinei.

$$R: R=503\Omega; L=1/(2\pi)\text{H.}$$

3.2.6. Un rezistor și un condensator sunt legate în serie la bornele unei surse cu tensiunea  $u=2\sin(400\pi t)\text{V}$ . Cunoscând

intensitatea  $i=102\sin(400\pi t+\pi/3)\text{mA}$ , determinați rezistența rezistorului și capacitatea condensatorului.

28

R:  $R=50\Omega$ ;  $C=9,2\mu\text{F}$ .

3.2.7. O bobină reală este legată la bornele unei surse cu tensiunea  $u=102\sin(\omega t+\pi/8)\text{V}$ . Cunoscând expresia intensității curentului  $i=52\sin(\omega t-\pi/8)\text{A}$  determinați rezistența și reactanța bobinei.

R:  $R=2\Omega$ ;  $X_L=2\Omega$ .

3.2.8. Într-un circuit de curent alternativ cu frecvența  $\nu=50\text{Hz}$  se găsește un reostat legat în serie cu o bobină ideală cu inductanța  $L=0,1\text{H}$ . Defazajul dintre tensiunea generatorului și intensitatea curentului este

$\phi=30^\circ$ . a) Determinați rezistența reostatului.

b) Ce capacitate trebuie să aibă un condensator conectat în serie cu elementele date pentru a se obține rezonanța tensiunilor?

R: a)  $54,38\Omega$ ; b)  $100\mu\text{F}$ .

3.2.9. Rezistența și reactanța unei bobine la frecvența de  $50\text{Hz}$  sunt  $R=20\Omega$  și  $X_L=170\Omega$ . Bobina este legată în serie cu un condensator cu reactanța  $X_C=105\Omega$  și alimentate la tensiunea de  $U=110\text{V}$ . Să se determine impedanța circuitului și intensitatea efectivă a curentului.

R:  $Z=68\Omega$ ;  $I=1,6\text{A}$ .

3.2.10. Într-un circuit RLC serie se măsoară următoarele tensiuni:  $U=50\text{V}$ ,  $U_L=40\text{V}$ ,  $U_R=40\text{V}$ . Calculați inductanța bobinei și valorile posibile ale capacității condensatorului dacă rezistența circuitului este  $R=80\Omega$  iar  $\nu=100\text{Hz}$ .

R:  $L=0,4/\pi\text{H}$ ;  $C_1=250/\pi\mu\text{F}$ ;  $C_2=500/(7\pi)\mu\text{F}$ .

3.2.11. Identificați schema circuitului serie pentru care se cunoaște diagrama fazorială din figura alăturată. Calculați valoarea efectivă a tensiunii la bornele circuitului,

29

impedanța circuitului și defazajul dintre tensiune și intensitate pentru valorile următoare:  $I=2A$ ,  $U_1=20V$ ,  $U_2=15V$ ,  $U_3=25V$ .

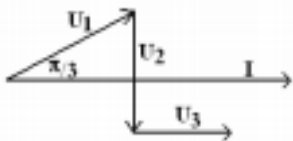


Fig. 3.2.21.

R:  $U=42,6V$ ;  $Z=21,3\Omega$ ;  $\tan\phi=-0,118$ .

3.2.12. Dacă se aplică unei bobine reale o tensiune continuă  $U_0=0,9V$ , aceasta este parcursă de un curent cu intensitatea  $I_0=100mA$ . Dacă bobina se conectează la o tensiune alternativă  $U=3V$  cu frecvența  $\nu=50Hz$  intensitatea curentului este  $I=0,2A$ . Să se calculeze inductanța bobinei și defazajul circuitului de curent alternativ.

R:  $L=120/\pi$  mH;  $\theta=\arctg(4/3)$ .

3.2.13. O bobină alimentată în curent continuu cu tensiunea  $U=120V$ , este parcursă de curentul  $I=10A$ . În regim de curent alternativ, pentru tensiunea efectivă  $U_1=120V$  și frecvența  $\nu=50Hz$ , intensitatea devine  $I_1=6A$ . Aflați:

- rezistența și inductanța bobinei ;
- reactanța și impedanța circuitului la frecvențele  $\nu_1=50Hz$ , respectiv  $\nu_2=100Hz$ .

R: a)  $R=12\Omega$ ;  $L=(4/25\pi)$  H;

b)  $X_1=16\Omega$ ;  $Z_1=20\Omega$ ;  $X_2=32\Omega$ ;  $Z_2\approx 34\Omega$ .

3.2.14. Un rezistor cu rezistența electrică  $R=10\Omega$  este legată în serie cu o bobină reală care are rezistența  $R_B=6\Omega$  și inductanța  $L=(3/25\pi)H$ . Acestui circuit i se aplică tensiunea  $u=2\sin(100\pi t)V$ . Stabiliți expresiile intensității instantanee a curentului electric și a tensiunii instantanee la bornele bobinei.

30

$$R: i=0,052\sin(100\pi t-36^{\circ}52') A;$$

$$u=0,672\sin(100\pi t-26^{\circ}34') V.$$

3.2.15. Un circuit RLC serie având  $R=30\Omega$ ,  $L=60mH$  și  $C=10\mu F$  este conectat la un generator cu tensiunea  $u=42\sin(1000t)V$ . Stabiliți expresiile intensității instantanee a curentului electric și a tensiunii instantanee pe condensator.

$$R: i=0,082\sin(1000t+\arctg(4/3)) A;$$

$$u_C=82\sin(1000t+\arctg(4/3)-\pi/2) V.$$

3.2.16. O bobină reală alimentată la un generator cu  $U=200V$  și  $v=100Hz$  este parcursă de curentul  $I=2A$ . Legând în serie cu bobina un condensator cu  $C=20\mu F$ , curentul din circuit rămâne nemodificat. Determinați rezistența și inductanța bobinei.

$$R: R=60,5\Omega; L=0,125H.$$

3.2.17. Un circuit RLC serie are rezistența  $R=5\Omega$  și inductanța  $L=0,2H$ . Tensiunea de alimentare este  $u=102\sin(100t)V$ . Determinați:

a) valoarea capacității condensatorului pentru ca circuitul să fie la rezonanță;

b) intensitatea instantanee a curentului în regim de rezonanță;



c) tensiunea electrică efectivă pe condensator în regim de rezonanță.

R: a)  $C=0,5\text{mF}$ ; b)  $i=22\sin(100t)$  A; c)  $U_C=40\text{V}$ .

3.2.18. Un circuit RLC serie alimentat la tensiunea  $u=152\sin(100\pi t)$  V este alcătuit dintr-o bobină cu rezistența  $R=100\Omega$ , o bobină cu reactanța  $X_L=100\Omega$  și un condensator cu reactanța  $X_C=400\Omega$ . Determinați:

31

- a) expresia intensității instantanee a curentului electric;
- b) frecvența generatorului la care intensitatea curentului atinge valoarea maximă;
- c) valoarea maximă a intensității efective (tensiunea efectivă a generatorului rămâne constantă);
- d) factorul de calitate al circuitului.

R: a)  $i=0,0472\sin(100\pi t+\arctg 3)$  A;  
b)  $\nu_0=20\pi\text{kHz}$ ; c)  $I_m=0,15\text{A}$ ; d)  $Q=2$ .

3.2.19. Un circuit serie format dintr-un rezistor cu rezistența  $R=2\Omega$ , o bobină cu inductanța  $L=0,16\text{H}$  și un condensator cu capacitatea  $C=60\mu\text{F}$  este alimentat cu tensiunea  $u=2202\sin(400\pi t)$  V. Determinați:

- a) intensitatea curentului prin circuit;
- b) frecvența la care intensitatea atinge valoarea maximă;
- c) tensiunea la bornele elementelor reactive în regim de rezonanță.

R: 1,18A; 50Hz; 5500V.

3.2.20. Unui circuit RLC serie i se aplică tensiunea efectivă  $U=12\text{V}$ . La frecvența de rezonanță tensiunea la bornele condensatorului este  $U_C=4\text{V}$ . Să se determine defazajul dintre intensitatea curentului și tensiunea aplicată atunci când frecvența generatorului este de  $n=2$  ori mai mare decât

frecvența de rezonanță.

$$R: \theta = 30^0.$$

3.2.21. Un circuit RLC serie are  $R=10\Omega$ . Frecvența de rezonanță este  $\nu_0=4\text{kHz}$ . Calculați inductanța bobinei dacă la frecvența  $\nu=1\text{kHz}$  impedanța circuitului este  $Z=1\text{k}\Omega$ .  $R: 1,3\text{H}$ .

3.2.22. Pentru circuitul din figura alăturată se cunosc:  $R_1=2\Omega$ ,  $R_2=5\Omega$ ,  $R_3=1\Omega$ ,  $L=(1/20\pi)\text{H}$ ,  $C=(1/1100\pi)\text{F}$  și  $u=202\sin(100\pi t)\text{ V}$ . Determinați expresia intensității

32

instantanee a curentului electric și expresia tensiunilor instantanee  $u'$ , respectiv  $u''$ .

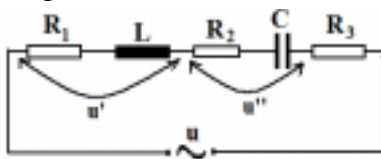


Figura 3.2.22

$$R: i=22\sin(100\pi t+\arctg 0,75)\text{ A};$$

$$u'=10,72\sin(100\pi t+\arctg 0,75+\arctg 2,5)\text{ V};$$

$$u''=122\sin(100\pi t+\arctg 0,75-\arctg 2,2)\text{ V}.$$

3.2.23. Pentru circuitul din figura alăturată se cunosc:  $R_1=2\Omega$ ,  $R_2=6\Omega$ ,  $R_3=4\Omega$ ,  $L_1=(60/\pi)\text{mH}$ ,  $L_2=(1/20\pi)\text{H}$ ,  $C=(1/2\pi)\text{mF}$  și  $u=302\sin(100\pi t)\text{ V}$ . Determinați expresia intensității instantanee a curentului electric și expresia tensiunilor instantanee  $u'$ , respectiv  $u''$ .

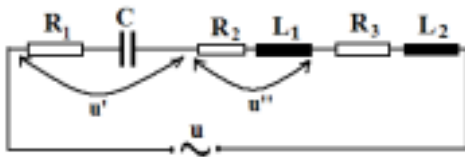


Figura 3.2.23

$$\begin{aligned} R: i &= 22\sin(100\pi t - \arctg 0,75) \text{ A}; \\ u' &= 8\sin(100\pi t - \arctg 0,75 - \pi/4) \text{ V}; \\ u'' &= 24\sin(100\pi t - \arctg 0,75 + \pi/4) \text{ V}. \end{aligned}$$

### 3.3 Puteri în curent alternativ.

3.3.1. O bobină, cu rezistența  **$R=30\Omega$**  consumă  **$P=480\text{W}$**  când este conectată în circuit de curent alternativ. Știind factorul de putere  **$\cos\phi=0,8$** , aflați tensiunea rețelei. R:  $U=150\text{V}$ .

33

3.3.2. Un circuit are la borne tensiunea  **$u=1102\sin(100\pi t)\text{V}$**  și primește puterea activă  **$P=88\text{W}$** , respectiv reactivă  **$P_r=66\text{VAR}$** . Aflați:

- a) intensitatea curentului;
- b) impedanța, rezistența și reactanța circuitului. R: a)  $I=1\text{A}$ ; b)  $Z=110\Omega$ ;  $R=88\Omega$ ;  $X=66\Omega$ .

3.3.3. Un circuit serie RLC are următorii parametri:  **$R=4\Omega$** ,  **$L=(10/\pi)\text{mH}$** ,  **$C=(2,5/\pi)\text{mF}$** . La bornele circuitului se conectează o sursă de curent alternativ având tensiunea  **$U=10\text{V}$**  și frecvența  **$\nu=50\text{Hz}$** . Calculați puterile activă, reactivă și aparentă ale circuitului.

$$R: P=16\text{W}; P_r=12\text{VAR}; S=20\text{VA}.$$

3.3.4. Un circuit serie are la borne tensiunea  **$u=122\sin(\omega t + \pi/6)\text{V}$**  fiind parcurs de curentul cu intensitatea  **$i=32\sin(\omega t - \pi/6)\text{A}$** . Aflați:

- a) impedanța, rezistența și reactanța circuitului; b) factorul de putere și puterile activă, reactivă și aparentă. R: a)  $Z=4\Omega$ ;  $R=2\Omega$ ;  $X=23\Omega$ ; b)  $\cos\phi=0,5$ ;

$$P=18\text{W}; P_r=183\text{VAR}; S=36\text{VA}.$$

3.3.5. Un circuit serie are la borne tensiunea  $u=2202\sin(\omega t)$  V fiind parcurs de curentul cu intensitatea  $i=222\sin(\omega t-\pi/6)$

A. Aflați:

a) impedanța, rezistența și reactanța circuitului; b) factorul de putere și puterile activă, reactivă și aparentă.

$$R: a) Z=10\Omega; R=53\Omega; X=5\Omega; b) \cos\theta=3/2;$$

$$P=4191,5\text{W}; P_r=2420\text{VAR}; S=4840\text{VA}.$$

34

3.3.6. Un circuit serie are la borne  $u=2202\cos(\omega t)$  V fiind parcurs de curentul cu intensitatea  $i=222\sin(\omega t+\pi/6)$  A. Aflați:

a) impedanța, rezistența și reactanța circuitului; b) factorul de putere și puterile activă, reactivă și aparentă.

$$R: a) Z=10\Omega; R=5\Omega; X=53\Omega; b) \cos\theta=1/2; P=2420\text{W};$$

$$P_r=4191,5\text{VAR}; S=4840\text{VA}.$$

3.3.7. Un circuit serie este alimentat de la o sursă cu  $u=1002\sin(\omega t)$  V. Impedanța circuitului este  $Z=20\Omega$ , iar factorul de putere  $\cos\phi=0,5$ . Aflați:

a) rezistența și reactanța circuitului;

b) puterile activă, reactivă și aparentă.

$$R: a) R=10\Omega; X=103\Omega;$$

$$b) P=250\text{W}; P_r=2503\text{var}; S=500\text{VA}.$$

3.3.8. Un circuit serie RLC este alimentat de la o sursă de tensiune **220V** și frecvență **50Hz**. La frecvența dată reactanțele sunt  $X_L=160\Omega$ ,  $X_C=120\Omega$ . Valoarea rezistenței

este  **$R=30\Omega$** . Să se determine:

- a) intensitatea efectivă a curentului;
- b) factorul de putere și factorul de calitate;
- c) puterea reactivă a circuitului.

R: a)  $I=4,4A$ ; b)  $\cos\theta=0,6$ ;  $Q=4,6$ ; c)  $P_r=774,4VAR$ .

3.3.9. Un circuit serie cu factorul de calitate  **$Q=2/3$**  are impedanța  **$Z=100\Omega$**  la frecvența  **$\nu=50Hz$** . Puterile activă a circuitului este  **$P=346,4W$** , iar cea reactivă  **$P_r=200VAR$** . Se cere:

- a) defazajul dintre tensiune și intensitate;
- b) valorile efective ale intensității și tensiunii; c) inductanța bobinei.

R: a)  $\theta=30^0$ ; b)  $I=2A$ ;  $U=200V$ ; c)  $L=0,23H$ .

35

3.3.10. Un circuit serie are la borne tensiunea  **$u=U_m\sin(\omega t)$**  fiind parcurs de curentul cu intensitatea  **$i=I_m\sin(\omega t-\pi/3)$** . Rezistența circuitului este  **$R=60\Omega$**  iar puterea activă absorbită de circuit este  **$P=1500W$** . Determinați tensiunea maximă de la bornele circuitului, puterea reactivă și puterea aparentă.

R:  $U_m=6002V$ ;  $P_r=15003VAR$ ;  $S=3000VA$ .

3.3.11. Un circuit RLC serie are impedanța  **$Z=800\Omega$** . Tensiunile efective pe elementele circuitului sunt  **$U_R=100V$** ,  **$U_L=200V$**  și  **$U_C=373V$** . Aflați puterile din circuit. R:  $25W$ ;  $-43,3VAR$ ;  $50VA$ .

3.3.12. La o sursă cu tensiunea constantă și frecvență variabilă se conectează un circuit. La o anumită frecvență pentru care defazajul este  **$\theta_1=30^0$**  puterea dezvoltată în circuit este  **$P_1=200W$** . Ce puterea va fi dezvoltată în circuit la o altă frecvență pentru care defazajul devine  **$\theta_2=60^0$** ?

$$R: P_2 = P_1/3 = 66,6W.$$

3.3.13. La o sursă cu tensiunea constantă și frecvență variabilă se conectează o bobină reală. La o anumită frecvență  $\nu_1$  pentru care defazajul este  $\theta_1 = 30^\circ$  puterea dezvoltată în circuit este  $P_1 = 300W$ . Ce puterea va fi dezvoltată în circuit la o altă frecvență  $\nu_2 = 2\nu_1$ ?

$$R: P_2 = 4P_1/7 = 171,4W.$$

3.3.14. Un circuit serie conține un rezistor cu  $R = 10\Omega$ , o bobină ideală cu  $L = 10mH$  și un condensator cu  $C = 100\mu F$  este conectat la un generator cu tensiune constantă și frecvență variabilă. Determinați:

a) pulsația  $\omega_0$  pentru care puterea activă este maximă; b) pulsațiile  $\omega_1$  și  $\omega_2$  pentru care puterea activă este jumătate din puterea maximă;

$$R: a) \omega_0 = 1000 \text{ rad/s}; b) \omega_1 = 618 \text{ rad/s}; \omega_2 = 1618 \text{ rad/s}.$$

36

3.3.15. Un circuit serie este format dintr-o bobină reală și un condensator. În regim de rezonanță puterea activă a circuitului este  $P = 20W$ , valoarea tensiunii la bornele condensatorului  $U_C = 100V$ , iar valoarea tensiunii la bornele circuitului  $U = 4V$ . Determinați:

a) rezistența și reactanțele circuitului la rezonanță; b) factorul de putere al circuitului dacă frecvența se dublează.

$$R: a) R = 0,8\Omega; X_C = X_L = 20\Omega; b) \cos\theta = 0,026.$$

3.3.16. Un circuit RLC serie cu  $R = 70\Omega$ ,  $L = 0,1H$  și  $C = 100\mu F$  este alimentat la un generator de tensiune alternativă cu frecvență variabilă. Să se calculeze valorile frecvenței pentru care puterea activă este egală cu puterea reactivă.

$$R: \nu_1 = 19,3 \text{ Hz}; \nu_2 = 130,8 \text{ Hz}.$$

3.3.17. O sursă cu tensiunea  $u=202\sin(200\pi t)\text{V}$  alimentează un circuit RLC serie pentru care puterea aparentă este egală cu dublul puterii reactive. Cunoșcând intensitatea efectivă a curentului  $I=0,01\text{A}$  și tensiunea efectivă la bornele condensatorului  $U_C=24\text{V}$  determinați valorile rezistenței  $R$ , inductanței  $L$  și a capacității  $C$ .

$$R: R=10003\Omega; C=0,66\mu\text{F}; L_1=17/\pi \text{ H}; L_2=7/\pi \text{ H}.$$

3.3.18. Pentru circuitul din figura alăturată se cunosc:  $R_1=10\Omega$ ,  $R_2=6\Omega$ ,  $L=(1/25\pi)\text{H}$ ,  $C=(1/1600\pi)\text{F}$  și  $u=42\sin(100\pi t)\text{V}$ . Aflați puterile activă și reactivă ale circuitului.

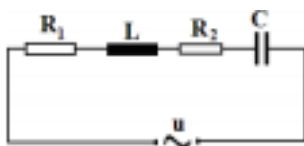


Figura 3.3.18

$$R: P=0,64\text{W}; P_r=0,48\text{VAR}.$$

37

### 3.4 Circuitul paralel.

3.4.1. Un rezistor cu  $R=3\Omega$  se leagă în paralel cu o bobină ideală cu inductanța  $L=(1/25\pi)\text{mH}$  la bornele unui generator cu tensiunea  $u=1,22\sin(100\pi t)\text{V}$ . Stabiliți expresia intensității instantanee a curentului electric prin generator și calculați puterea activă absorbită de circuit.

$$R: i=0,52\sin(100\pi t - \arctg 0,75) \text{ A}; P=0,48\text{W}.$$

3.4.2. Un rezistor cu  $R=8\Omega$  se leagă în paralel cu un condensator cu capacitatea  $C=(1/600\pi)\text{F}$  la bornele unui generator cu tensiunea  $u=542\sin(100\pi t)\text{V}$ . Stabiliți expresia intensității instantanee a curentului electric prin generator și calculați puterea reactivă a circuitului.

$$R: i=7,52\sin(100\pi t+\arctg 0,5) \text{ A}; P_r=181\text{VAR}.$$

3.4.3. Un circuit RLC paralel pentru care se cunosc  $R=9\Omega$ ,  $X_L=6\Omega$  și  $X_C=12\Omega$  este conectat la o sursă cu  $u=2162\sin(100\pi t) \text{ V}$ . Stabiliți expresia intensității instantanee a curentului electric prin generator și calculați energia electrică consumată de circuit în timp de 2 minute.

$$R: i=302\sin(100\pi t-\arctg 0,75) \text{ A}; W=622,08\text{J}.$$

3.4.4. Calculați pentru un circuit RLC paralel raportul  $R/X_L$  dacă se cunoaște raportul puterilor  $P/P_r=-3/4$  și raportul reactanțelor  $X_C/X_L=2$ .

$$R: 8/3.$$

3.4.5. Se conectează în paralel un condensator de capacitate  $C$  cu un rezistor de rezistență  $R=1\text{k}\Omega$ . Tensiunea sursei este  $U=75\text{V}$ , intensitatea curentului  $I=0,2\text{A}$  la frecvența de  $v=50\text{Hz}$ . Calculați intensitățile efective prin rezistor și prin condensator. Ce valoare are capacitate condensatorului?

$$R: I_R=0,075\text{A}; I_C=0,185\text{A}; C=7,8\mu\text{F}.$$

38

3.4.6. Un circuit paralel este format dintr-o bobină ideală și un condensator ideal. Cunoscând valoarea efectivă a curentului prin generator  $I=2\text{A}$ , inductanța bobinei  $L=(1/10\pi)\text{H}$  și tensiunea aplicată  $u=42\sin(100\pi t)\text{V}$  determinați:

a) capacitatea condensatorului;

b) frecvența la care se atinge rezonanța curenților; c) intensitățile curenților din circuit în regim de rezonanță.

$$R: \text{a) } C=6/\pi \text{ mF}; \text{ b) } v_0=28,8\text{Hz}; \text{ c) } I_L=I_C=0,69\text{A}.$$

3.4.7. Tensiunea unei surse care alimentează un circuit RLC paralel este  $u=502\sin(100\pi t)\text{V}$ . Cunoscând intensitatea prin ramura principală este  $i=52\sin(100\pi t+\pi/4)\text{A}$  și reactanța



inductivă a bobinei  $X_L=10\Omega$ , determinați reactanța capacitivă a condensatorului.

$$R: X_C=5,85\Omega.$$

3.4.8. Un circuit RL serie are defazajul dintre tensiune și intensitate  $\theta_S=\pi/4$ . Care va fi defazajul dintre tensiune și intensitatea curentului prin ramura principală dacă rezistorul și bobina ideală se conectează în paralel?

$$R: \theta=45^\circ.$$

3.4.9. Tensiunea unei surse care alimentează un circuit RLC paralel este  $u=202\sin(100\pi t)V$ . Cunoscând intensitatea curentului prin ramura principală este  $i=2\sin(100\pi t+\pi/6)A$  și că reactanța inductivă a bobinei este de  $n=2$  ori mai mare decât reactanța capacitivă a condensatorului, determinați rezistența și reactanțele elementelor circuitului.

$$R: X_C=20\Omega; X_L=40\Omega.$$

3.4.10. Un circuit RLC paralel este alimentat de la un generator de curent constant  $I=2A$ . Cunoscând  $R=100\Omega$ ,

39

$L=(2/9)H$  și  $C=10^{-4}F$ , determinați:

a) pulsația generatorului pentru care tensiunea generatorului atinge valoarea maximă  $U_0$ ;

b) valoarea tensiunii  $U_0$ ;

c) diferența  $\Delta v=v_2-v_1$  dintre frecvențele pentru care tensiunea la bornele circuitului este  $U=U_0/2$ . R: a)

$$\omega_0=212\text{rad/s}; b) U_0=200V; \Delta v=50/\pi \text{ Hz}.$$

### 3.5 Circuite mixte

3.5.1. Pentru circuitul din figură se cunosc  $R=8\Omega$ ,  $X_L=4\Omega$ ,

$X_C=10\Omega$  și  $u=82\sin(100\pi t)\text{V}$ . Stabiliți expresia intensității instantanee a curentului electric prin generator și calculați puterea reactivă a circuitului.

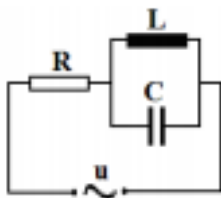


Figura 3.5.1

R:  $i=0,7682\sin(100\pi t-\arctg(5/6))\text{ A}$ ;  $P_r=4,72\text{VAR}$ .

3.5.2. Pentru circuitul din figură se cunosc  $R=1\Omega$ ,  $X_L=0,5\Omega$ ,  $X_C=2\Omega$  și  $u=2\sin(100\pi t)\text{ V}$ . Stabiliți expresia intensității instantanee a curentului electric prin generator.

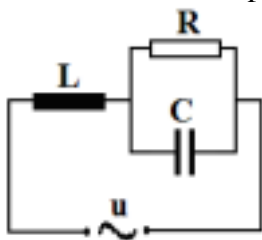


Figura 3.5.2

40

R:  $i=1,75\sin(100\pi t-\arctg(1/8))\text{ A}$ .

3.5.3. Pentru circuitul din figură stabiliți expresia frecvenței la care intensitatea curentului prin generator este în fază cu tensiunea. Se cunosc  $R$ ,  $L$  și  $C$ .

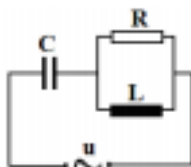


Figura 3.5.3

$$R$$

$$V.$$

$$= \pi$$

$$R: 2 ( )$$

$$^2$$

$$L R C L$$

$$-$$

3.5.4. Pentru circuitul din figură se cunosc  $R=2\Omega$ ,  $X_L=1\Omega$ ,  $X_C=2\Omega$  și  $u=42\sin(100\pi t)V$ . Stabiliți expresia intensității instantanee a curentului electric prin generator și calculați puterea activă absorbită de circuit.



Figura 3.5.4

R:  $i=22\sin(100\pi t+\arctg 3/4)$  A;  $P=6,4W$ .

3.5.5. Pentru circuitul din figură stabiliți expresia frecvenței la care intensitatea curentului prin generator este în fază cu tensiunea. Se cunosc  $R$ ,  $L$  și  $C$ .



Figura 3.5.5

$$= \pi$$

$$R: 2 \left( \frac{1}{LC} - R^2 \right)$$

$$LC - R^2 C$$

3.5.6. Presupunând cunoscute valorile rezistenței **R**, inductanței **L** și a capacității **C**, pentru elementele de circuit din figură, stabiliți expresia frecvenței la care intensitatea curentului prin generator este în fază cu tensiunea.

$$= .$$



$$v_{21}$$

Figura 3.5.6 R:  $\pi LC$

3.5.7. Pentru circuitul din figură se cunosc **R=1Ω**, **X<sub>L</sub>=2Ω**, **X<sub>C</sub>=1Ω** și **u=32sin(100πt)V**. Stabiliți expresia intensității instantanee a curentului electric prin generator și calculați puterea reactivă a circuitului.



Figura 3.5.7

$$R: i=2\sin(100\pi t-\pi/4) \text{ A}; P=3\text{VAR}.$$

3.5.8. Pentru circuitul din figură se cunosc  $R=2\Omega$ ,  $X_L=1\Omega$ ,  $X_C=4\Omega$  și  $u=2\sin(100\pi t)$  V. Stabiliți expresia intensității instantanee a curentului electric prin generator și calculați puterea activă absorbită de circuit.



Figura 3.5.8

42

$R: i=0,252\sin(100\pi t+\arctg 4/3)$  A;  $P=0,15$ W.

3.5.9. În circuitul de mai jos se cunosc următoarele valori:  $U=60$ V,  $R_1=8\Omega$ ,  $R_2=50\Omega$ ,  $L=0,02$ H,  $C=30\mu$ F,  $\nu=50$ Hz. Să se determine intensitățile curenților din circuit și defazajele dintre tensiunea aplicată și intensități.

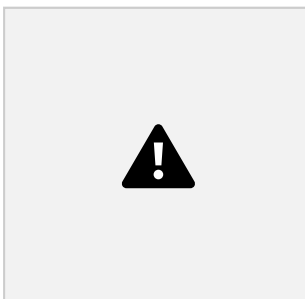


Figura 3.5.9

$R: I_1=5,88$ A,  $\theta_1=38^0 08'$ ;  
 $I_2=0,51$ A,  $\theta_2=64^0 46'$ ;  
 $I=10,79$ A,  $\theta=79^0 30'$ .

3.5.10. Pentru circuitul din figură se cunosc:  $R=30\Omega$ ,  $L=0,4/\pi$  H și  $\nu=50$ Hz. Să se determine valoarea capacității condensatorului C astfel încât la închiderea întrerupătorului K intensitatea efectivă a curentului prin generator să nu se modifice.

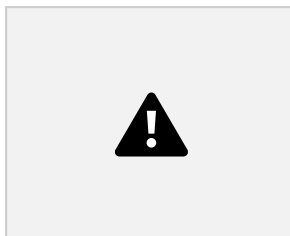


Figura 3.5.10

$$R: C=2L/(R^2+\omega^2L^2)\approx 102\mu\text{F}.$$

43

## 4. OSCILAȚII ȘI UNDE ELECTROMAGNETICE

### 4.1 Circuitul oscilant.

4.1.1. Ce inductanță trebuie să aibă un circuit oscilant ideal care conține un condensator cu capacitatea  **$C=1\mu\text{F}$**  pentru a produce oscilații cu frecvența  **$\nu=1000\text{Hz}$** .

$$R: L=25,33\text{mH}.$$

4.1.2. Care este variația relativă a perioadei unui circuit oscilant ideal dacă se mărește distanța dintre armăturile condensatorului de patru ori?

$$R: \delta T=-50\%.$$

4.1.3. Care este variația relativă a frecvenței unui circuit oscilant ideal dacă se extrage miezul de fier din interiorul bobinei ( **$\mu_r=900$** )?

$$R: \delta \nu=2900\%.$$

4.1.4. De câte ori crește perioada unui circuit oscilant ideal dacă spațiul dintre armăturile condensatorului se umple cu

un dielectric cu permitivitatea electrică relativă  $\epsilon_r=81$ ? R: 9.

4.1.5. Două circuite oscilante  $L_1C_1$  și  $L_2C_2$  au aceeași frecvență proprie  $\nu_1=\nu_2=\nu$ . Care va fi frecvența proprie a circuitului oscilant obținut prin legarea în serie a celor patru elemente?

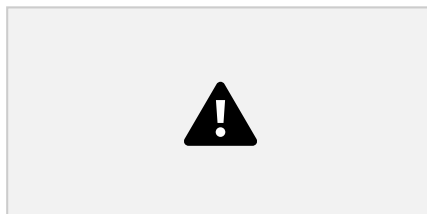


Figura 4.1.5.

R:  $\nu_{\text{serie}}=\nu$ .

44

4.1.6. Cum trebuie să fie rezistența unui circuit format dintr-un condensator cu capacitatea  $C=20\mu\text{F}$  și o bobină cu inductanța  $L=32\text{mH}$  pentru a putea deveni circuit oscilant?

R:  $R<80\Omega$ .

4.1.7. Din două condensatoare identice, fiecare cu capacitatea  $C=2\mu\text{F}$  și o bobină reală cu inductanța  $L=1\text{mH}$  și rezistența  $R=50\Omega$ , se confecționează un circuit oscilant. Ce valoare va avea frecvența proprie dacă condensatoarele se leagă în:

a) serie;

b) paralel.

R: a) 63,24Hz; b) nu se produc oscilații elm.

4.1.8. Un condensator cu capacitatea  $C=40\mu\text{F}$  încărcat la tensiunea  $U_m=5\text{V}$  este conectat la bornele unei bobine cu inductanța  $L=9\text{mH}$ . Să se scrie expresiile instantanee ale tensiunii pe condensator și intensității curentului după închiderea întrerupătorului K.

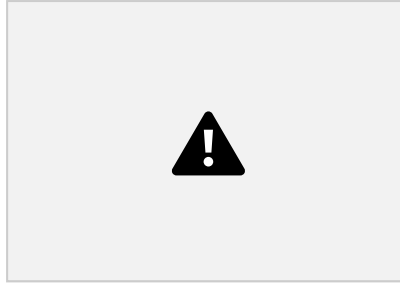


Figura 4.1.8.

$$5000 \text{ t) A.}$$

$$5000 \text{ t) V; } i = 3 \sin(3$$

$$R: u = 5 \cos(3$$

4.1.9. Pentru circuitul din figură se cunosc:  **$E=1,5\text{V}$** ,  **$r=0,5\Omega$** ,  **$C=200\mu\text{F}$**  și  **$L=5\text{mH}$** . Să se scrie expresiile instantanee ale tensiunii pe condensator și intensității curentului după deschiderea întrerupătorului K.

45

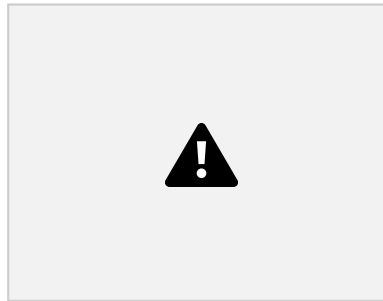


Figura 4.1.9.

$$R: u = 15 \sin(1000t) \text{ V; } i = 3 \cos(1000t) \text{ A.}$$

4.1.10. Intensitatea curentului într-un circuit oscilant ideal are expresia  **$i=0,1\sin(2000t) \text{ A}$** . Cunoscând că inductanța bobinei este  **$L=0,01\text{H}$**  stabiliți:

a) valoarea capacității condensatorului;



b) expresia tensiunii instantanee pe condensator. R: a)  $25\mu\text{F}$ ; b)  $u=2\cos(2000t)$  V.

4.1.11. Un circuit oscilant ideal este format dintr-un condensator cu capacitatea  $C=100\text{nF}$  și o bobină cu inductanța  $L=25\text{mH}$ . Cunoscând că la momentul inițial condensatorul sarcina electrică pe condensator este maximă, se cere:

- a) intervalul de timp în care tensiunea scade la jumătatea valorii maxime;
- b) intervalul de timp în care energia câmpului electric scade la jumătatea valorii maxime.

R: a)  $t_1=52,3\mu\text{s}$ ; b)  $t_2=39,2\mu\text{s}$ .

4.1.12. Un condensator cu capacitatea  $C=2\mu\text{F}$  încărcat la tensiunea  $U_m=2\text{V}$  este conectat la bornele unei bobine cu inductanța  $L=5\text{mH}$ . Să se calculeze:

- a) intensitatea maximă;

46

b) după cât timp de la conectare energia câmpului magnetic al bobinei devine egală cu energia electrică înmagazinată în condensator.

R: a)  $I_m=0,04\text{A}$ ; b)  $t=78,5\mu\text{s}$ .

4.1.13. Tensiunea maximă într-un circuit oscilant ideal cu  $L=9\mu\text{H}$  și  $C=16\text{pF}$  este  $U_m=6\text{V}$ . Determinați:

- a) valoarea maximă a intensității curentului electric; b) energia câmpului magnetic în momentul în care tensiunea pe condensator este  $U=2\text{V}$ .

R: a)  $I_m=8\text{mA}$ ; b)  $W_m=256\text{pJ}$ .

4.1.14. Un condensator cu  $C=10\mu\text{F}$  este încărcat cu sarcina

$q=40\mu\text{C}$ . La bornele condensatorului se cuplează o bobină ideală cu  $L=4\text{mH}$ . Determinați:

- a) valoarea maximă a intensității curentului electric; b) energia câmpului electric în momentul în care intensitatea curentului electric este  $I=100\text{mA}$ . R: a)  $I_m=0,2\text{A}$ ;  $W_{el}=60\mu\text{J}$ .

4.1.15. Condensatorul cu capacitatea  $C_1=30\mu\text{F}$  din figura alăturată este încărcat la tensiunea  $U_{1m}=5\text{V}$ . Cunoscând  $C_2=60\mu\text{F}$  și  $L=0,1\text{H}$  determinați intensitatea maximă a curentului electric după închiderea întrerupătorului K.

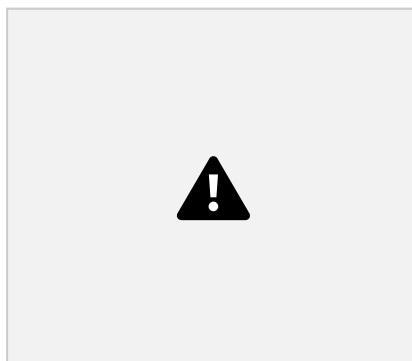


Figura 4.1.15.

R:  $I_m=0,07\text{A}$

47

4.1.16. Un circuit oscilant ideal are energia magnetică maximă  $W_{mag}=5\text{mJ}$  și tensiunea maximă pe condensator  $U_m=4\text{V}$ . Cunoscând inductanța bobinei  $L=0,25\text{H}$ , determinați:

- a) intensitatea maximă a curentului electric;  
a) capacitatea condensatorului;  
b) frecvența proprie de oscilație.

R:  $0,2\text{A}$ ;  $625\mu\text{F}$ ;  $12,73\text{Hz}$ .

4.1.17. Pentru un circuit oscilant ideal cu  $L=4\text{mH}$  și  $C=10\mu\text{F}$  tensiunea pe condensator la momentul inițial este

maximă având valoarea  $U_m=8V$ . Determinați valoarea intensității curentului electric și a energiei electrice la momentul  $t_1=T/8$ .

$$R: i_1=0,28A; W_{el1}=0,16mJ.$$

4.1.18. Tensiunea maximă într-un circuit oscilant ideal **LC** este  $U_m=9V$ . În momentul în care tensiunea pe condensator este nulă se conectează în paralel cu condensatorul din circuit un al doilea condensator cu capacitatea  $C'=8C$ . Care va fi noua tensiune maximă?

$$R: 3V.$$

4.1.19. Într-un circuit oscilant, format din condensatorul de capacitate  $C_1=20nF$  și bobina cu inductanța  $L=20mH$ , tensiunea maximă este  $U_{m1}=15V$ . Să se determine: a) frecvența oscilațiilor;

b) intensitatea maximă a curentului electric. c) În momentul în care intensitatea este maximă se conectează în paralel un alt condensator de capacitate  $C_2=30nF$ . La ce tensiune maximă se încarcă condensatoarele? Ce valoare va avea frecvența proprie? R: a)  $\nu=7957Hz$ ;

$$b) I_m=15mA;$$

$$c) U_{m2}=9,48V; \nu'=5033Hz.$$

48

4.1.20. Capacitatea condensatorului unui circuit oscilant este  $C=20\mu F$ . Din cauza rezistenței bobinei ( $R=10\Omega$ ) tensiunea maximă scade de la  $U_{m1}=50V$  la  $U_{m2}=45V$  în timp de o perioadă. Să se determine:

a) căldura degajată în timp de o perioadă;

b) inductanța minimă la care se mai produc oscilații libere.

$$R: a) Q=4,75mJ; b) L_{min}=0,5mH.$$

4.1.21. Rezistența unui circuit oscilant în care intensitatea

maximă are valoarea  $I_m=20\text{mA}$  este  $R=2\Omega$ . Ce putere trebuie transmisă circuitului pentru ca oscilațiile să fie neamortizate ?

$$R: P=0,4\text{mW}.$$

4.1.22. Un circuit oscilant are următorii parametrii:  $R=0,5\Omega$ ,  $L=16\mu\text{H}$  și  $C=250\text{nF}$ . Cunoscând valoarea tensiunii maxime pe condensator  $U_m=10\text{V}$ , determinați puterea care trebuie transmisă circuitului pentru ca oscilațiile să fie neamortizate.

$$R: P=0,39\text{W}.$$

## 4.2 Unde electromagnetice.

4.2.1. O undă electromagnetică cu frecvența  $\nu=10^{10}\text{Hz}$  se propagă într-un mediu cu viteza  $v=0,9c$ . Determinați indicele de refracție al mediului, lungimea de undă și distanța parcursă de undă în timpul  $\Delta t=2\mu\text{s}$ .

$$R: n=1,11; \lambda=2,7\text{cm}; d=540\text{m}.$$

4.2.2. În cât timp parcurge o undă electromagnetică distanța  $d=50\text{m}$  într-un mediu dacă raportul dintre lungimea de undă în mediul considerat și cea corespunzătoare în vid este  $k=0,8$ ?

$$R: t=2,08 \cdot 10^{-7}\text{s}.$$

49

4.2.3. O undă electromagnetică cu frecvența  $\nu=10^6\text{Hz}$  se propagă într-un mediu cu  $\epsilon_r=81$  și  $\mu_r=1$ . Calculați valoarea lungimii de undă.

$$R: \lambda=33,3\text{m}.$$

4.2.4. În apropierea unei antene care emite cu frecvența  $\nu=500\text{kHz}$  valoarea maximă a intensității câmpului electric este  $E_0=0,6\text{V/m}$ . Să se determine:

- a) valoarea maximă a inducției câmpului magnetic; b) densitatea medie de energie a unei electromagnetice ( $\epsilon_r=1$ );  
c) lungimea de undă.

R: a)  $B_0=2\text{nT}$ ; b)  $\langle w_{em} \rangle = 1,59 \cdot 10^{-12} \text{J/m}^3$ ;  $\lambda=600\text{m}$ .

4.2.5. Durata impulsului unei instalații radar este  $\eta=0,5\mu\text{s}$  iar frecvența de repetiție  $\nu=5000\text{impulsuri/s}$ . Între ce distanțe operează radiolocatorul?

R:  $d \in [75\text{m}; 30\text{km}]$

4.2.6. O instalație de radiolocație poate detecta obiecte aflate între distanțele  $d_1=600\text{m}$  și  $d_2=60\text{km}$ . Calculați durata unui impuls și frecvența de repetiție a acestora. R:  $\eta=4\mu\text{s}$ ;  $\nu=2500\text{impulsuri/s}$ .

4.2.7. Pentru ce lungime de undă este adaptat un radioreceptor dacă circuitele sale oscilante au capacitatea  $C=2\text{nF}$  și inductanța  $L=12,5\text{mH}$ ?

R:  $\lambda=9424,77\text{m}$ .

4.2.8. Un circuit oscilant format dintr-un condensator plan și o bobină de inductanță  $L=4\text{mH}$  este cuplat cu o antenă care emite unde electromagnetice cu lungimea de undă  $\lambda=200\text{m}$ . Știind că aria armăturilor condensatorului este  $S=100\text{cm}^2$ , să se calculeze:

- a) frecvența oscilațiilor;

50

- b) distanța dintre armături ( $\epsilon_r=1$ ).

R: a)  $\nu=1,5\text{MHz}$ ; b)  $d=3,14\text{cm}$ .

4.2.9. Capacitatea condensatorului dintr-un circuit oscilant poate varia între valorile  $C_{\min}=25\text{pF}$  și  $C_{\max}=250\text{pF}$ . Între ce valori variază lungimea de undă a radiației emise de

antena cuplată cu acest circuit oscilant dacă inductanța bobinei este  $L=2,5\text{mH}$ ?

R:  $\lambda \in [471,23 ; 1490]\text{m}$ .

4.2.10. Condensatorul plan unui circuit oscilant are aria armăturilor  $S=100\text{cm}^2$  și distanța dintre armături  $d=0,2\text{mm}$ . Cunoscând inductanța circuitului  $L=0,04\text{mH}$  și lungimea de undă a radiației emise de antena cuplată inductiv cu acest circuit  $\lambda=900\text{m}$ , determinați constanta dielectrică a mediului dintre plăcile condensatorului.

R:  $\epsilon_r=12,87$ .

4.2.11. O antenă semiundă recepționează unde electromagnetice cu frecvența  $\nu=92,1\text{MHz}$ . Care este lungimea proprie a antenei?

R:  $l=1,62\text{m}$ .

4.2.12. O antenă cu priză la pământ recepționează unde electromagnetice cu frecvența  $\nu=91,8\text{MHz}$ . Care este lungimea proprie a antenei?

R:  $l=0,816\text{m}$ .

4.2.13. O antenă semiundă are lungimea  $l=40\text{cm}$ . a) Care este frecvența generatorului de oscilații cuplat inductiv cu antena?

b) Se introduce antena în apă ( $\epsilon_r=81$ ,  $\mu_r=1$ ). Câți centimetri trebuie tăiați din lungimea antenei pentru ca ea să rămână acordată pe frecvența de lucru a generatorului? R: a)

375MHz; b) 35,55cm.

51

4.2.14. Capacitatea condensatorului circuitului oscilant a unui radioreceptor poate fi variată în domeniul  $C \in [60; 600] \text{pF}$ . Știind că trebuie recepționate unde cu lungimea de undă cuprinsă în intervalul  $\lambda \in [20; 1000] \text{m}$ , determinați

domeniul de valori în care trebuie să poată fi variată inductanța circuitului oscilant.

$$R: L \in [1,87; 469] \mu H.$$

## 5. OPTICĂ ONDULATORIE

### 5.1. Interferența luminii. Dispozitivul Young.

5.1.1. Cum se modifică frecvența respectiv lungimea de undă a unei radiații monocromatice la trecerea din aer în apă ( $v_{\text{apă}}=0,75c$ )?

$$R: \text{Frecvența nu se modifică. } \lambda = 0,75\lambda_0.$$

5.1.2. Două unde luminoase coerente, cu  $\lambda=600\text{nm}$  în vid, se propagă prin apă ( $n_a=1,33$ ) respectiv sticlă ( $n_s=1,5$ ). Dacă diferența de drum geometric între ele este  $\Delta x=1,8\mu\text{m}$  ce se observă în punctul de întâlnire (maxim sau minim de interferență)?

$$R: \Delta d = (n_s - n_a)\Delta x = 300\text{nm}, \text{ minim de interferență.}$$

5.1.3. Fantele unui dispozitiv Young se acoperă simultan cu două filtre colorate diferit (de exemplu roșu și verde). Cum vor apărea franjele de interferență?

$$R: \text{Colorate, verde spre interior.}$$

5.1.4. Ce se întâmplă cu franjele de interferență obținute cu un dispozitiv Young dacă:

52

- a) Se deplasează sursa S pe o direcție paralelă cu planul fantelor;
- b) Se acoperă o fantă cu o lamelă subțire de grosime  $d$  și

indice de refracție  $n$ ;

c) Se umple spațiul dintre planul sursei  $S$  și planul fantelor cu un lichid cu  $n > 1$ ;

d) Se umple spațiul dintre planul fantelor și ecran cu un lichid cu  $n > 1$ .

R: a) Se mărește interfranja; b) se deplasează franjele; c) nu se modifică; d) se micșorează interfranja.

5.1.5. Distanța dintre fantele unui dispozitiv Young este  $2l = 1\text{mm}$ . Pe un ecran aflat la  $D = 4\text{m}$  de planul fantelor se observă figura de interferență. La distanța  $x = 6\text{mm}$  față de axa de simetrie se obține maximum de ordinul 3. Ce diferență de drum există între raze? Calculați interfranja.

R:  $\delta = 1,5\mu\text{m}$ ,  $i = 2\text{mm}$ .

5.1.6. Un dispozitiv Young are  $2l = 1\text{mm}$ ,  $D = 2\text{m}$ . Pe ecran se numără  $N = 20$  de franje luminoase pe  $\Delta x = 2,2\text{cm}$ . Aflați: a) interfranja și lungimea de undă;

b) raportul dintre intensitatea  $I$  a punctului situat la  $x = 2,75\text{mm}$  de axa de simetrie și intensitatea  $I_0$  care se obține în punctul respectiv pe ecran după înlăturarea fantelor.

R: a)  $i = 1,1\text{mm}$ ,  $\lambda = 579\text{nm}$ ;

b) în acel punct este minim de interferență,  $I/I_0 = 0$ .

5.1.7. Un dispozitiv Young situat în aer având  $2l = 0,2\text{mm}$  și  $D = 2\text{m}$  produce pe ecran primul minim la  $x = 2,75\text{mm}$  de axa de simetrie a dispozitivului. Aflați:

a) lungimea de undă;

b) distanța dintre maximum central și al cincelea minim.

R: a)  $550\text{nm}$ ; b)

$24,75\text{mm}$ .



5.1.8 La un experiment cu dispozitivul lui Young se folosește o radiație cu lungimea de undă  $\lambda=450\text{nm}$ . Dacă ecranul se îndepărtează cu  $\Delta D=1\text{m}$ , distanța dintre cele două maxime de ordinul doi crește cu  $\Delta x=1,5\text{mm}$ . Calculați distanța dintre fante.

R:  $2l=1,2\text{mm}$ .

5.1.9. Un dispozitiv Young plasat în aer are  $2l=0,2\text{mm}$ ,  $D=4\text{m}$  și este iluminat cu radiația cu lungimea de undă  $\lambda=480\text{nm}$ . Se reduce distanța  $D$  la jumătate și se introduce dispozitivul în apă ( $n=4/3$ ). Aflați:

- a) distanța dintre 2 minime consecutive (ambele cazuri);
- b) distanța dintre maximul de ordinul 2 și minimul de ordinul 4 aflate de-o parte și de alta a maximului central în cele două cazuri.

R: a) 9,6mm, 7,2mm; b) 52,8mm, 39,6mm.

5.1.10. Se realizează un dispozitiv Young care are  $2l=0,5\text{mm}$ ,  $D=2,5\text{m}$  și se utilizează două radiații cu  $\lambda_1=720\text{nm}$ , respectiv  $\lambda_2=480\text{nm}$ . Aflați :

- a) raportul interfranșelor corespunzătoare celor două lungimi de undă;
- b) distanța față de axa de simetrie a locului în care se realizează pentru prima dată suprapunerea franșelor luminoase corespunzătoare celor două lungimi de undă. R: a)

1,5; b) 7,2mm.

5.1.11. Se realizează un dispozitiv Young care are  $2l=0,5\text{mm}$ ,  $D=2,5\text{m}$  și se utilizează două radiații cu  $\lambda_1=500\text{nm}$ , respectiv  $\lambda_2=600\text{nm}$ . Aflați distanța față de axa de simetrie a locului în care se realizează pentru prima dată suprapunerea:

a) maximelor luminoase corespunzătoare celor două lungimi de undă;

54

b) minimelor corespunzătoare celor două lungimi de undă;

c) maximului primei radiații cu minimul celei de a doua;

d) minimului primei radiații cu maximul celei de a doua.

R: a) 15mm; b) nu există; c) 7,5mm; d) nu există.

5.1.12. Se realizează un dispozitiv Young care are  **$2l=0,5\text{mm}$** ,  **$D=2,5\text{m}$**  și se utilizează două radiații cu  **$\lambda_1=500\text{nm}$** , respectiv  **$\lambda_2=750\text{nm}$** . Aflați distanța față de axa de simetrie a locului în care se realizează pentru prima dată suprapunerea:

a) maximelor luminoase corespunzătoare celor două lungimi de undă;

b) minimelor corespunzătoare celor două lungimi de undă;

c) maximului primei radiații cu minimul celei de a doua;

d) minimului primei radiații cu maximul celei de a doua.

R: a) 7,5mm; b) nu există;

c) nu există; d) 11,25mm.

5.1.13. Distanța dintre fantele unui dispozitiv Young este  **$2l=1,5\text{mm}$**  iar ecranul se află la  **$D=3\text{m}$**  de planul fantelor. Sursa de lumină emite radiații cu lungimile de undă  **$\lambda_1=400\text{nm}$**  și  **$\lambda_2=600\text{nm}$** . Să se determine:

a) distanța dintre două maxime consecutive pentru cele două culori;

b) la ce distanță de axa de simetrie se observă aceeași culoare pe care o emite sursa?

R: a)  $i_1=0,8\text{mm}$ ,  $i_2=1,2\text{mm}$ ;  $x=2,4\text{mm}$ .

5.1.14. O sursa S care emite o radiație cu  $\lambda=500\text{nm}$  se plasează la distanța  $d=50\text{cm}$  de planul fantelor unui dispozitiv Young, pe axa de simetrie. Dacă ecranul se plasează la  $D=2\text{m}$  de planul fantelor se obține o figură de interferență cu interfranja  $i=1\text{mm}$ . Aflați :

55

a) distanța dintre fante;

b) poziția maximului central dacă sursa se deplasează în sus cu  $y=1\text{cm}$ , paralel cu planul fantelor.

R: a) 1mm; b) 4cm.

5.1.15. Sursa S din dispozitivul Young se deplasează transversal în sus cu o viteză  $v$ . După  $\Delta t=0,5\text{s}$  pe ecran se observă că maximul central a ajuns în locul celei de-a cincea franje întunecoase. Știind distanța  $d$  dintre S și planul fantelor egală cu jumătate din distanța  $D$  dintre ecran și acest plan, aflați viteza sursei. Distanța dintre două maxime consecutive este  $1\text{mm}$ .

R: 4,5mm/s.

5.1.16. Dacă în fața unei fante a dispozitivului Young se așează o lamelă cu  $n=1,55$ , în punctul central se formează franja luminoasă de ordinul 7. Radiația folosită are  $\lambda=550\text{nm}$ . Aflați:

a) grosimea lamelei;

b) interfranja, dacă distanța dintre al doilea minim și maximul de ordinul 4 este  $\Delta x=2,5\text{mm}$ .

R: a)  $7\mu\text{m}$ ; b) 1mm; c)  $2l=1,1\text{mm}$ .

5.1.17. Un dispozitiv Young plasat în aer are  $2l=0,8\text{mm}$  și  $D=2\text{m}$ . Lungimea de undă a radiației folosite este  $\lambda=570\text{nm}$ . Aflați:

a) interfranja;

b) cu câte interfranje se deplasează franja centrală dacă una dintre fante se acoperă cu o lamelă cu grosimea  $e=0,1\text{mm}$  și  $n=1,57$ ? În ce sens?

R:  $1,425\text{mm}$ ; b)  $\Delta x=14,25\text{cm}$ ,  
înspre fanta acoperită.

56

## 1.2 Dispozitive interferențiale.

### *Lama cu fețe plan paralele.*

5.2.1. Pe o ramă subțire se realizează o peliculă de săpun. Ce grosime are pelicula dacă iluminată cu radiație de lungime de undă  **$590\text{nm}$** , are culoarea neagră ( **$n=1,38$** )? R:  $213,7k\text{ nm}$   
în cazul reflexiei,  
 $213,7(2k+1)\text{nm}$  în cazul transmisiei,  $k \in \mathbb{N}^*$ .

5.2.2. O lamă de sticlă cu  **$n=1,5$**  este iluminată normal cu lumină albastră ( **$\lambda=450\text{nm}$** ). Ce grosime minimă trebuie să aibă lama pentru a se vedea în această culoare prin reflexie?  
R:  $75\text{nm}$ .

5.2.3. O peliculă subțire de grosime  **$d=1,5\mu\text{m}$**  și cu  **$n=1,4$**  este privită în reflexie, fiind iluminată simultan sub incidență normală cu radiație verde  **$\lambda_1=560\text{nm}$**  respectiv roșie cu  **$\lambda_2=700\text{nm}$** . Cum va apărea pelicula?

R: verde.

5.2.4. O lamelă de sticlă ( **$n=1,5$** ) cu grosimea  **$d=0,5\mu\text{m}$**  este iluminată normal cu lumină albă ( **$\lambda \in [400; 750]\text{nm}$** ). Pentru ce culori se obțin maxime de interferență?

R: în reflexie:  $428\text{nm}$  (violet),  $600\text{nm}$  (roșu);  
în transmisie:  $500\text{nm}$  (albastru),

750nm (roșu închis).

5.2.5. Care este grosimea minimă a unei pelicule de săpun ( $n=4/3$ ) pentru ca să apară neagră când este iluminată cu radiație cu  $\lambda=600\text{nm}$  în următoarele cazuri (în reflexie, respectiv în transmisie)?

- a) la incidență normală;
- b) sub un unghi de incidență  $i=60^\circ$ .

R: a) 225nm, 112,5nm; b) 296nm, 148nm.

57

5.2.6. O peliculă subțire ( $d=1\mu\text{m}$ ;  $n=2$ ) este iluminată cu o radiație  $\lambda$  sub incidența  $i=30^\circ$ . Aflați  $\lambda$  pentru a obține la suprafața de incidență maxime de interferență de ordinul 4.

R: :  $\lambda=756\text{nm}$ .

5.2.7. Pe o placă de sticlă ( $n=1,5$ ) se depune un strat transparent cu  $n'=2$ . Găsiți grosimea stratului pentru a obține la incidență normală :

- a) maximum de reflexie pentru  $\lambda=500\text{nm}$ ;
- b) minimum de reflexie pentru același  $\lambda$ .

R: a)  $62,5(2k-1) \text{ nm}$ ; b)  $125k \text{ nm}$  ( $k \in \mathbb{N}^*$ ).

5.2.8. O peliculă subțire de ulei ( $n=1,25$ ) acoperă o placă de sticlă ( $n'=1,5$ ). Lumina albă ( $\lambda \in [400; 750]\text{nm}$ ) cade normal pe peliculă. Ce lungimi de undă vor apărea în fascicolul reflectat în cazul în care grosimea peliculei de ulei este: a)  $d=0,4\mu\text{m}$ ; b)  $d=1,2\mu\text{m}$ ?

R: a)  $\lambda=500\text{nm}$ ; b)  $\lambda_1=750\text{nm}$ ;  $\lambda_2=600$ ;  
 $\lambda_3=500\text{nm}$ ;  $\lambda_4=428\text{nm}$ .

*Pana optică.*

5.2.9. O pană optică din sticlă cu  $n=1,5$  este iluminată cu  $\lambda=600\text{nm}$ . Aflați unghiul penei dacă pe o lungime  $l=1\text{cm}$  se formează 20 de franje.

$$R: 4 \cdot 10^{-4} \text{rad.}$$

5.2.10. O peliculă de săpun ( $n=1,33$ ) formează o pană cu  $\alpha=30''$ . Privită printr-un filtru verde ( $\lambda=550\text{nm}$ ) se observă franjele de interferență. Câte franje se pot observa pe o lungime  $l=2\text{cm}$  a penei?

$$R: 14.$$

58

5.2.11. O pană optică este confecționată din sticlă cu indicele de refracție  $n=1,5$ . Dacă se iluminează cu radiația cu lungimea de undă  $\lambda=600\text{nm}$ , distanța dintre franjele de interferență este  $0,5\text{mm}$ . Calculați unghiul penei.

$$R: 4 \cdot 10^{-4} \text{rad} = 82''.$$

5.2.12. O peliculă de detergent se scurge pe o sticlă roșie ( $\lambda_r=630\text{nm}$ ) respectiv pe o sticlă albastră ( $\lambda_a=420\text{nm}$ ). Considerând că în fiecare experiment pana optică formată are aceleași caracteristici, aflați raportul interfranjelor.

$$R: i_r/i_a=1,5.$$

5.2.13. Două lame plan-paralele din sticlă ( $n_s=1,5$ ) sunt suprapuse astfel încât între ele se formează o pană de aer. Iluminând acest sistem cu lumină de lungime de undă  $\lambda=450\text{nm}$ , pe o distanță de  $1,5\text{cm}$  se observă 12 maxime. Calculați unghiul penei. Cum se modifică interfranja dacă spațiul dintre sticle se umple cu un lichid cu indicele de refracție  $n=1,3$ ?

$$R: 16,5 \cdot 10^{-5} \text{rad} = 34,65'', \text{ scade de } 1,3 \text{ ori.}$$

5.2.14. Două lamele de sticlă formează între ele o pană optică introducând un mic corp între capetele acestora. Ce grosime are acest corp dacă se obțin **20** franje de interferență în reflexie folosind radiație  $\lambda=500\text{nm}$ ?

$$R: d=10\lambda=5\cdot 10^{-6}\text{m}.$$

### *Inelele lui Newton.*

5.2.15. O lentilă plan convexă cu raza de curbură  **$R=10\text{m}$**  este așezată pe o placă plan paralelă cu partea convexă în jos. Pe fața plană a lentilei este incident normal un fascicul de lumină cu lungimea de undă  $\lambda=500\text{nm}$ . Determinați raza celui de al cincelea inel întunecat care se observă în reflexie.

59



Figura 5.2.15.

R: 5mm.

5.2.16. La fotografii color realizate de amatori se pot observa cercuri mici, concentrice, colorate în culorile curcubeului. Acest fenomen se produce în cazul în care între pelicula fotografică și sticla din aparatul de mărit rămân pene de aer care duc la apariția interferenței. Știind că diametrul celui de al patrulea inel roșu este de **3mm**, calculați raza de curbură a peliculei ( $\lambda=670\text{nm}$ ).



Figura 5.2.16.

R: 3,8m.

### *Oglinda Lloyd.*

5.2.17. O sursă punctiformă  $S$  care emite radiație cu lungimea de undă  $\lambda=650\text{nm}$ , se află la înălțimea  $h=0,5\text{mm}$  de suprafața unei plăci de sticlă orizontale. Un ecran vertical este așezat la distanța  $D=1,5\text{m}$  de sursă. Calculați înălțimea  $x$  (măsurată de la suprafața plăcii) a primelor trei maxime.

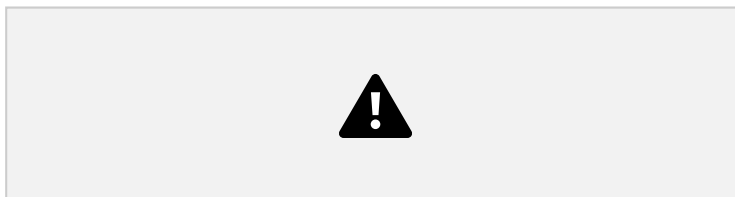


Figura 5.2.17

R: 0,48mm, 1,4mm, 2,4mm.

60

5.2.18. Într-un experiment de tip Lloyd (vezi Figura 5.2.17) franjele de interferență se formează pe un ecran aflat la distanța  $D=1\text{m}$  de sursă. Pentru o distanță  $h$  a sursei față de planul oglinzii interfranja este  $i=0,5\text{mm}$ . Dacă se îndepărtează sursa de planul oglinzii cu  $\Delta h=0,5\text{mm}$  interfranja scade de  $n=2$  ori. Să se calculeze lungimea de undă a luminii emise de sursa  $S$ .

R: 500nm.

## **5.3 Difrakția luminii.**

5.3.1. Pe o fantă dreptunghiulară cu deschiderea  $a=0,5\text{mm}$  cade un fascicol paralel de lumină cu  $\lambda=600\text{nm}$ . Figura de difracție este proiectată pe un ecran în planul focal al unei lentile ( $f=40\text{cm}$ ). Aflați lărgimea maximului central. R:



0,96mm.

5.3.2. Pe o rețea plană cade perpendicular un fascicol cu  $\lambda=550\text{nm}$ . Maximul de ordinul **2** se formează sub unghiul  $\theta=12^\circ$ . Aflați constanta rețelei.

R: 190tr/mm.

5.3.3. Pe o rețea cu **625** de trăsături pe milimetru cade normal lumină galbenă ( $\lambda=589\text{nm}$ ). Câte maxime de difracție se pot observa?

R: 5.

5.3.4. În spectrul vizibil al mercurului lungimea de undă a radiației verzi este  $\lambda=516,1\text{nm}$ . Într-un experiment de difracție, distanța dintre cele două maxime de ordinul întâi este  $x=20\text{cm}$ , pe un ecran aflat la  $D=3,5\text{m}$  de rețea. Calculați constanta rețelei presupunând că lumina este incidentă normal pe aceasta.

R: 54tr/mm.

61

5.3.5. Două radiații cu  $\lambda_1=625\text{nm}$  și  $\lambda_2=500\text{nm}$  cad normal pe o rețea de difracție. Maximele celor două radiații coincid pentru prima dată în direcția  $\theta=30^\circ$ . Determinați constanta rețelei.

R:  $l=5\mu\text{m}$ .

5.3.6. Studiind spectrul vizibil al mercurului cu rețea optică ( $i=0$ ), se constată că maximul de ordinul trei al luminii galbene cu lungimea de undă  $\lambda=587\text{nm}$  se suprapune peste maximul de ordinul patru al luminii albastre. Calculați lungimea de undă a acestei radiații.

R: 440nm.

5.3.7. Pe o rețea cu **750** trăsături pe milimetru cade normal

un fascicul monocromatic. Unghiul dintre maximele de ordinul **1** și **2** este de  **$30^0$** . Aflați lungimea de undă a radiației folosite.

R: 538nm.

5.3.8. O rețea de difracție are **8000** linii și lățimea de **2cm**. Se iluminează rețeaua sub unghiul de incidență  **$i=30^0$**  cu o radiație cu  **$\lambda=600\text{nm}$** . Aflați :

- a) unghiul sub care se formează maximul central; b) unghiul sub care se formează maximul de ordin 2; c) numărul total de maxime.

R: a)  $30^0$  ; b)  $78,5^0$ ,  $-1,14^0$ ; c) 9.

5.3.9. Să se determine ordinul cel mai mare al spectrului de difracție pe care-l poate da o rețea cu **6000** de trăsături pe centimetru în lumină galbenă ( **$\lambda=589\text{nm}$** ) în două situații : a) lumina cade normal;

- b) lumina cade sub  **$i=30^0$** .

R: a) 2; b) 4.

62

5.3.10. Pe o rețea cu **1000** de zgârieturi pe milimetru cade sub un unghi de incidență  **$i=25^0$**  lumină albastră cu lungimea de undă  **$\lambda=500\text{nm}$** .

- a) Care este unghiul format de direcțiile celor două maxime de ordinul întâi?

- b) Câte maxime se pot observa în total?

R: a)  $71,7^0$ ; b) 4.

5.3.11. Pe o rețea cu **5000** de trăsături și lățimea de **4cm** cade normal lumină albă ( **$\lambda_R=760\text{nm}$**  și  **$\lambda_V=380\text{nm}$** ). Aflați:

- a) unghiul sub care se formează maximul de ordinul **2** pentru violet;

b) știind că figura de difracție se obține în planul focal al unei lentile cu  $f=50\text{cm}$ , aflați distanța față de maximul central de la care încep să se suprapună maximele luminoase.

R: a)  $5,45^\circ$ ; b)  $4,75\text{cm}$ .

5.3.12. O rețea de difracție are **2000** trăsături pe centimetru. Lumina cu  $\lambda=500\text{nm}$  cade perpendicular pe această rețea, iar figura se observă pe un ecran aflat în planul focal al unei lentile cu  $f=50\text{cm}$ . Aflați distanța dintre maximele de ordinul 1 de o parte și de alta a maximului central de difracției.

R:  $10\text{cm}$ .

5.3.13. O lentilă cu convergența  $C=1\delta$  proiectează figura de difracție dată de o rețea, luminată normal cu  $\lambda=480\text{nm}$ , pe un ecran aflat în planul focal al lentilei. Distanța dintre maximele de ordinul **2** este  $\Delta x=16\text{cm}$ . Aflați:

- a) constanta rețelei;
- b) numărul total de maxime;

R: a)  $l=1,2 \cdot 10^{-5}\text{m}$ ; b)  $N=51$ .

63

5.3.14. O rețea cu constanta  $l=2,5\mu\text{m}$  este iluminată sub un unghi de incidență  $i$  cu  $\lambda=650\text{nm}$ . Maximul de ordin al doilea se formează sub unghiul  $\theta=i$ . Aflați:

- a) unghiul de incidență;
- b) numărul total de maxime.

R: a)  $i=15^\circ$ ; b)  $N=7$ .

5.3.15. O rețea cu **2000** de zgârieturi pe o lungime de **1cm** este iluminată normal cu o radiație monocromatică. Folosind o lentilă cu convergența  $C=1\delta$ , maximul de ordinul întâi se

află la distanța de **8cm** de axa de simetrie. Să se determine:

a) lungimea de undă a luminii incidente;

b) lățimea maximului de ordinul întâi dacă rețeaua este iluminată normal cu lumină albă ( $\lambda \in [400; 700] \text{nm}$ ). R: a) 400nm; b) 6cm.

5.3.16. Vaporii de sodiu emit radiații de culoare galbenă având lungimile de undă  $\lambda_1 = 589 \text{nm}$ , respectiv  $\lambda_2 = 589,6 \text{nm}$ . Această radiație este studiată cu rețea optică. O lentilă cu convergența  $C = 2\delta$  proiectează imaginea pe un ecran pe care se pot distinge două maxime dacă distanța dintre centrele lor este de cel puțin **0,5mm**. Calculați constanta rețelei dacă această condiție se realizează pentru maximul de ordinul doi.

R:  $4,8 \mu\text{m}$ .

## 5.4. Polarizarea luminii.

5.4.1. Lumina venită de la Soare cade pe suprafața unui lac ( $n_{\text{apă}} = 4/3$ ). Care este unghiul format de razele Soarelui cu suprafața apei dacă lumina reflectată este total polarizată? R:  $\alpha = 36,87^\circ$ .

64

5.4.2. Un fascicul de lumină naturală cade pe fața unei plăci de sticlă de flint ( $n = 1,65$ ) care este scufundată într-un lichid ( $n' = 4/3$ ). Aflați unghiul Brewster (de polarizare totală). R:  $i_B = 51^\circ$ .

5.4.3. Un fascicul de lumină naturală cade pe o placă de sticlă cu  $n = 1,5$  aflată în aer și suferă polarizare totală. Aflați unghiul de refracție în acest caz.

$$R: r = 33,7^\circ.$$

5.4.4. O lamelă de sticlă flint ( $n=1,6$ ) este scufundată în apă ( $n'=4/3$ ) astfel că face unghiul  $\alpha$  cu suprafața apei. Aflați unghiul  $\alpha$  dacă există un unghi de incidență  $i$  pentru care razele reflectate (**a**) și (**b**) din figură sunt total polarizate. Ce se întâmplă cu raza reflectată de lamelă ?

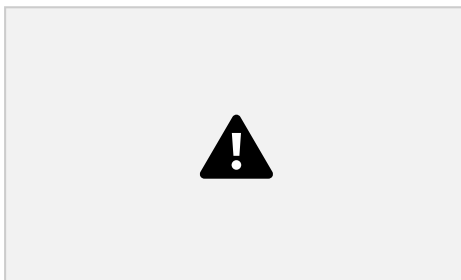


Figura 5.4.4

R:  $\alpha = 13,32^\circ$ . Se reflectă total pe suprafața apei.

5.4.5. Pe o prismă optică cu  $n=3$  cade un fascicul de lumină sub unghiul Brewster. Aflați unghiul prisme dacă acesta este egal cu cel de deviație minimă.

$$R: A = 60^\circ.$$

5.4.6. În cazul unei prisme din sticlă ( $n=1,6$ ) unghiul de incidență este egal cu cel de emergență și cu unghiul corespunzător polarizării totale a razei reflectate. Aflați : a) unghiul prisme A;

65

b) unghiul de deviație minimă.

$$R: a) A = 64^\circ; b) \delta_{\min} = 52^\circ.$$

5.4.7. O prismă cu secțiunea triunghi isoscel dreptunghic ( $A=90^\circ$ ) se află scufundată într-un lichid. Fasciculul paralel cu baza prisme se reflectă pe o față a prisme și este total

polarizat. Aflați indicele de refracție al prisme în raport cu al lichidului.

$$R: n_l = n_s.$$

5.4.8. Într-un lichid se realizează o cavitate sub formă de prismă echilaterală. Ce indice de refracție are lichidul dacă lumina paralelă cu baza prisme este total polarizată prin reflexie pe una din fețele acesteia ?

$$R: n_l = 3.$$

## 6. TEORIA RELATIVITĂȚII RESTRÂNSE

### 6.1. Cinematică relativistă.

6.1.1. O tijă cu lungimea proprie  $l_0 = 0,25\text{m}$  se deplasează în direcție longitudinală față de un sistem de referință. Cunoscând că lungimea măsurată față de acest sistem este  $l = 20\text{cm}$ , determinați viteza tijei.

$$R: v = 0,6c.$$

6.1.2. O riglă A se deplasează cu viteză  $v = 0,6c$  paralel cu rigla B fixă. Cele două rigle au aceeași lungime proprie  $l_0 = 1\text{m}$ . Calculați din sistemul riglei B intervalul de timp dintre coincidențele extremităților stângi și drepte ale celor două rigle.

$$R: \Delta t = 10^{-8}\text{s}.$$

66

6.1.3. Două rachete se deplasează pe aceeași direcție, în același sens și cu aceeași viteză  $v = 25^{24} c$  față de un observator. Acesta măsoară intervalul de timp  $\Delta t = 10\text{s}$  între

trecerea navelor prin dreptul său. Care este distanța dintre rachete măsurată:

- a) în sistemul de referință al observatorului;
- b) în sistemul de referință al rachetelor.

R: a)  $28,8 \cdot 10^8 \text{m}$ ; b)  $367,3 \cdot 10^8 \text{m}$ .

6.1.4. O particulă cu timpul de viață propriu  $\eta = 10^{-8} \text{s}$  se deplasează cu viteza  $v = 0,8c$  față de laborator. Determinați:

- a) timpul de viață al particulei și distanța parcursă față de laborator;
- b) distanța parcursă de particulă din sistemul ei propriu.

R: a)  $\Delta t = 1,6 \cdot 10^{-8} \text{s}$ ;  $d = 4 \text{m}$ ; b)  $d' = 2,4 \text{m}$ .

6.1.5. O particulă elementară având viteza  $v = 0,9c$  parcurge distanța  $x = 1,5 \text{m}$  față de laborator. Calculați timpul de viață propriu al particulei.

R:  $0,24 \cdot 10^{-8} \text{s}$ .

6.1.6. Un mezon care se deplasează cu viteza  $v = 0,98c$  parcurge față de Pământ distanța  $d = 20 \text{km}$  de la locul de formare până la cel de dezintegrare. Determinați timpul de viață al mezonului:

- a) față de Pământ;
- b) față de sistemul lui propriu.

R: a)  $68 \mu\text{s}$ ; b)  $13,5 \mu\text{s}$ .

6.1.7. Un astronaut este trimis pe o planetă X aflată la distanța  $d = 10 \text{ani lumină}$  față de Pământ. Viteza navei este  $v = 0,99c$ . Presupunând neglijabili timpii de accelerare și cel de staționare pe planeta X, determinați după cât timp de la plecare se întoarce astronautul pe Pământ:

67

- a) din sistemul de referință al Pământului;
- b) din sistemul de referință al astronautului.

R: a) 20,2ani; b) 2,85ani.

6.1.8. Pe peretele lateral al unei rachete aflată în repaus este trasată o dreaptă care face un unghi  $\alpha=45^0$  cu axa longitudinală. Ce viteză trebuie să aibă racheta față de un observator pentru ca acest unghi să fie  $\alpha'=60^0$ ?

R:  $v=0,816c$ .

6.1.9. O minge aflată în stare de repaus are raza  $r=14,5\text{cm}$ . Ce formă va avea pentru un observator față de care se deplasează cu viteza  $v=0,8c$ ?

R: Un elipsoid de rotație cu axa longitudinală față de direcția mișcării mai mică ( $r_l=8,7\text{cm}$ ).

6.1.10. Două particule având vitezele  $0,5c$  fiecare, se mișcă una spre cealaltă. Cu ce viteză relativă se apropie o particulă de cealaltă?

R:  $0,8c$ .

6.1.11. Față de un observator, două tijă cu lungimea proprie  $l_0=2\text{m}$  se deplasează una către cealaltă cu viteza  $v=0,8c$  orientată longitudinal. Determinați:

- a) lungimea tijelor față de observator;
- b) viteza unei tijă față de cealaltă;
- c) lungimea unei tijă din sistemul de referință al celeilalte tijă.

R: a)  $l=1,2\text{m}$ ; b)  $v_r=0,9756c$ ; c)  $l'=0,44\text{m}$ .

6.1.12. În dreptul unei surse de lumină, la distanță mică, trece un corp cu viteză foarte mare  $v$ . Proiectând umbra corpului pe un ecran, aceasta la un moment dat se deplasează cu o viteză  $v'$  mai mare decât viteza luminii. Contrazice această observație postulatul lui Einstein?



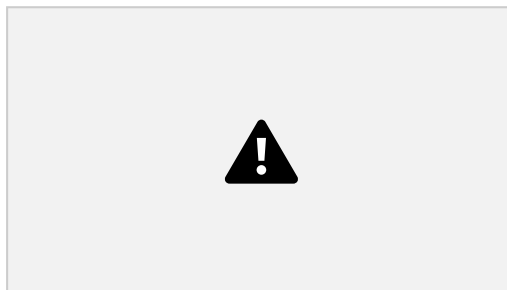


Figura 6.1.12

## 6.2 Dinamică relativistă.

6.2.1. Care este viteza unei particule a cărei masă este de două ori mai mare decât masa sa de repaus?

$$R: v=0,86c.$$

6.2.2. Un proton cu masa de repaus  $m_0=1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$  se deplasează cu viteza  $v=0,8c$ . Calculați energia cinetică a protonului.

$$R: E_c=9,96 \cdot 10^{-11} \text{ J}.$$

6.2.3. Ce lucru mecanic se efectuează la accelerarea unui electron ( $m_0=9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ ) de la viteza  $v_1=0,7c$  la viteza  $v_2=0,99c$ ?

$$R: 46,6 \cdot 10^{-16} \text{ J}.$$

6.2.4. Determinați viteza unei particule a cărei energie cinetică este egală cu **75%** din energia sa de repaus. R:  $0,82c$ .

6.2.5. Calculați viteza unui ion de hidrogen a cărei energie cinetică este egală cu energia de repaus a atomului de heliu.

Se cunoaște că  $m_{0H}=1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$  iar  $m_{0He} \approx 4 \cdot m_{0H}$ . R:  $0,94c$ .

6.2.6. Într-un accelerator de particule se accelerează protoni și particule  $\alpha$ . Calculați valoarea tensiunii de accelerare la care raportul maselor celor două particule va deveni  $m_\alpha/m_p=3$ . Se cunoaște:  $m_{0\alpha}\approx 4m_{0p}$ ,  $q_\alpha=2q_p$ .

$$R: U=9,33\cdot 10^8 V.$$

6.2.7. Un electron se mișcă într-un câmp magnetic omogen de inducție  $B=2mT$ , pe o traiectorie circulară cu raza  $R=10cm$ . Planul traiectoriei este perpendicular pe liniile de câmp. Calculați viteza și energia cinetică a electronului.

$$R: v=3,5\cdot 10^7 m/s, E_c=3,6\cdot 10^{-16} J$$

6.2.8. Un proton cu masa de repaus  $m_0=1,66\cdot 10^{-27}kg$  are energia cinetică  $E_c=76GeV$ . Calculați energia și impulsul protonului.

$$R: W=76,93GeV; p=41\cdot 10^{-18}Ns.$$

6.2.9. O particulă are impulsul  $p=8\cdot 10^{-20}Ns$  și energia cinetică  $E_c=50MeV$ . Calculați masa de repaus a particulei.

$$R: 3,55\cdot 10^{-28}kg.$$

6.2.10. Un electron ( $m_0=9,1\cdot 10^{-31}kg$ ) este accelerat sub o tensiune  $U=1,8MV$ . Calculați viteza și impulsul lui. R:

$$v=0,975c; p=12\cdot 10^{-22}Ns.$$

6.2.11. Calculați impulsul unui electron pentru care energia cinetică este egală cu energia de repaus ( $m_0=9,1\cdot 10^{-31}kg$ ). R:

$$p=4,72\cdot 10^{-22}Ns.$$

6.2.12. Un mezon  $\pi$  aflat în stare de repaus se dezintegrează într-un miuon  $\mu$  și un neutrino  $\nu$ . Cunoscând energiile de repaus ale celor trei particule elementare ( $W_{0\pi}=135MeV$ ,

$W_{0\mu}=105,6\text{MeV}$  și  $W_{0\nu}\approx 0$ ) exprimați energiile cinetice ale mezonului și neutrinelui.

$$R: E_{c\mu}=3,2\text{MeV}; E_{c\nu}=26,2\text{MeV}.$$

70

6.3.13. O particulă cu masa de repaus  $m_0$  și energia cinetică  $E_c$  ciocnește plastic o altă particulă identică aflată în stare de repaus. Exprimați masa de repaus și viteza particulei rezultate din ciocnire.

$$R: M_0 = 2 \left( \frac{E}{c^2} + m_0 \right)$$

## 7. ELEMENTE DE FIZICĂ CUANTICĂ.

### 7.1. Mărimi caracteristice fotonilor.

7.1.1. Să se determine energia, impulsul și masa unui foton a cărui lungime de undă corespunde radiației violet din spectrul vizibil ( $\lambda=600\text{nm}$ ).

$$R: \epsilon=2,07\text{eV}; p=1,1 \cdot 10^{-27}\text{Ns}; m=3,68 \cdot 10^{-36}\text{kg}.$$

7.1.2. Câți fotoni a căror lungime de undă în vid este  $\lambda=500\text{nm}$  au energia totală  $W=0,02\text{j}$ ?

$$R: 6,54 \cdot 10^{16} \text{ fotoni}.$$

7.1.3. Câți fotoni emite în fiecare secundă un indicator laser care emite pe lungimea de undă  $\lambda=650\text{nm}$  și are puterea  $P=1\text{mW}$ .

$$R: 3,27 \cdot 10^{15} \text{ fotoni/s.}$$

7.1.4. Câți fotoni emite în fiecare secundă un bec care are puterea  $P=75\text{W}$ , dacă se știe că randamentul de conversie a energiei electrice în energie luminoasă este  $\eta=4\%$ .

Lungimea de undă medie a radiației vizibile este

$$\lambda_{\text{mediu}}=550\text{nm}.$$

$$R: 8,3 \cdot 10^{18} \text{ fotoni/s.}$$

71

7.1.5. Determinați numărul mediu de fotoni care pătrund în ochi în timp de o secundă dacă se privește de la distanța  $D=100\text{m}$  un bec cu puterea  $P=100\text{W}$ , știind că randamentul de conversie a energiei electrice în energie luminoasă este  $\eta=4\%$ . Lungimea de undă medie a radiației emise de bec este  $\lambda_{\text{mediu}}=600\text{nm}$  iar diametrul pupilei ochiului este  $d=2\text{mm}$ .

$$R: 3 \cdot 10^8 \text{ fotoni/s.}$$

7.1.6. O plăcuță metalică cu suprafața  $S=1\text{cm}^2$  are o față este perfect reflectătoare iar cealaltă perfect absorbantă. Calculați diferența de presiune exercitată pe cele două fețe dacă acestea sunt iluminate cu aceeași radiație având puterea  $P=50\text{mW}$  și lungimea de undă  $\lambda=600\text{nm}$ . Ce forță este necesară pentru a menține plăcuța în echilibru? R:

$$\Delta p=1,66 \cdot 10^{-6} \text{ N/m}^2; F=1,66 \cdot 10^{-10} \text{ N.}$$

7.1.7. Calculați variația relativă a lungimii de undă a unui foton care:

a) este emis de la suprafața unei stele cu masa

$M_1=2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$  și raza  $R_1=7 \cdot 10^8 \text{ km}$  (Soarele);

b) se apropie de o planetă cu masa  $M_2=6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$  și raza  $R_2=6400 \text{ km}$  (Pământul).

R: a)  $\delta\lambda=2,1 \cdot 10^{-7} \%$ ; b)  $\delta\lambda=-6,94 \cdot 10^{-8} \%$ .

## 7.2. Efectul fotoelectric extern.

7.2.1. Frecvența de prag pentru un metal este  $\nu_0=6 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ .

Știind că frecvența radiației incidente este  $\nu=9 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ , să se calculeze:

a) viteza maximă a fotoelectronilor extrași; b) lucrul mecanic de extracție;

c) tensiunea cu care se poate anula fotocurentul. R: a)

$v_{\max}=6,5 \cdot 10^5 \text{ m/s}$ ; b)  $L=2,48 \text{ eV}$ ; c)  $U_s=1,242 \text{ V}$ .

72

7.2.2. O radiație luminoasă care cade pe o placă metalică produce efect fotoelectric. Energia unuia dintre fotonii radiației incidente este  $3,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ , iar energia cinetică maximă a unui fotoelectron emis are valoarea  $8 \cdot 10^{-20} \text{ J}$ .

Determinați:

a) frecvența radiației incidente pe placă;

b) numărul de fotoelectroni pe care ar trebui să-i emită placa în timp de  $1 \text{ s}$  pentru ca aceștia să genereze un curent electric cu intensitatea de  $1 \text{ mA}$ ;

c) lucrul mecanic de extracție a electronilor din metal; d) lungimea de undă de prag caracteristică metalului din care este făcută placa.

R: a)  $5,45 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ ; b)  $6,25 \cdot 10^{15} \text{ electroni/s}$ ;

c)  $2,8 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ ; d)  $707 \text{ nm}$ .

7.2.3. Catodul din aluminiu al unui dispozitiv experimental pentru studiul efectului fotoelectric extern este expus unei radiații ultraviolete de frecvență  $\nu=1,5 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$ . Frecvența de

prag pentru aluminiu are valoarea  $\nu_0=10^{15}\text{Hz}$ .

a) Determinați valoarea lucrului mecanic de extracție. b) Calculați valoarea energiei unui foton din fasciculul incident.

c) Determinați valoarea tensiunii de stopare.

d) Calculați valoarea vitezei celui mai rapid electron extras.

R: a)  $6,6 \cdot 10^{-19}\text{J}$ ; b)  $9,9 \cdot 10^{-19}\text{J}$ ;

c)  $2,06\text{V}$ ; d)  $8,5 \cdot 10^5\text{m/s}$ .

7.2.4. Pe suprafața unui metal cad radiații ultraviolete cu lungimea de undă  $\lambda=279\text{nm}$ . Curentul fotoelectric se anulează pentru tensiunea de stopare  $U_s=0,66\text{V}$ .

Determinați:

a) lucrul mecanic de extracție pentru acest metal;

73

b) valoarea frecvenței de prag pentru acest

metal; c) viteza maximă a electronilor extrași;

d) lungimea de undă maximă la care mai apare efect fotoelectric.

R: a)  $6,04 \cdot 10^{-19}\text{J}$ ; b)  $9,1 \cdot 10^{14}\text{Hz}$ ;

c)  $4,8 \cdot 10^5\text{m/s}$ ; d)  $329,7\text{nm}$ .

7.2.5. Pe suprafața unui metal se trimit succesiv două radiații electromagnetice cu lungimile de undă  $\lambda_1=350\text{nm}$  și respectiv  $\lambda_2=540\text{nm}$ . Viteza maximă a fotoelectronilor emiși în al doilea caz este de  $k=2$  ori mai mică decât în cazul iluminării cu radiația cu lungimea de undă  $\lambda_1$ . Determinați valoarea frecvenței de prag.

R:  $4,55 \cdot 10^{14}\text{Hz}$ .

7.2.6. Pe catodul din cesiu al unui fotomultiplicator se

trimite un fascicul de fotoni având lungimea de undă  $\lambda=600\text{nm}$ . Numărul de fotoni care cad pe unitatea de suprafață a catodului în unitatea de timp este  $N=10^{10}$  fotoni/(m<sup>2</sup>s). Lucrul mecanic de extracție a unui electron de la suprafața cesiului este  $L_{Cs}=1,89\text{eV}$ .

Determinați: a) frecvența de prag pentru cesiu;

b) numărul de fotoelectroni emiși în  $\Delta t=10\text{s}$  de către catod, dacă suprafața iluminată are aria  $S=2\text{cm}^2$  și presupunem că fiecare foton eliberează un electron;

c) energia cinetică maximă a fotoelectronilor emiși; d) valoarea tensiunii de stopare a fotoelectronilor emiși. R:

a)  $4,58 \cdot 10^{14}\text{Hz}$ ; b)  $2 \cdot 10^7$ ; c)  $2,76 \cdot 10^{-20}\text{J}$ ; d)  $0,17\text{V}$ .

7.2.7. O celulă fotoelectrică este iluminată prima dată cu o radiație verde de lungime de undă  $\lambda_1=546\text{nm}$ , pe urmă cu o radiație violetă cu lungimea de undă  $\lambda_2=405\text{nm}$ . Dacă tensiunea de stopare pentru radiația verde este  $U_1=1\text{V}$ , ce tensiune este necesară în cazul radiației violete? Calculați

74

raportul vitezelor maxime ale electronilor în cazul celor două radiații.

R:  $U_2=1,79\text{V}$ ;  $v_2/v_1=1,33$ .

7.2.8. O radiație cu lungimea de undă  $\lambda=450\text{nm}$  cade pe un fotocathod cu lungimea de undă prag  $\lambda_0=600\text{nm}$ . Se cere: a) viteza maximă a fotoelectronilor;

b) tensiunea de stopare.

c) valoarea intensității curentului de saturație dacă puterea radiației incidente este  $P=25\text{mW}$  iar randamentul fotocelulei este  $\eta=75\%$ ?

R: a)  $4,9 \cdot 10^5\text{m/s}$ ; b)  $0,69\text{V}$ ; c)  $6,8\text{mA}$ .

7.2.9. O radiație cu lungimea de undă  $\lambda=250\text{nm}$  cade

perpendicular pe suprafața unui fotocatod. Electronii sunt emiși perpendicular pe suprafața metalului, acesta având lucrul mecanic de extracție  $L=6 \cdot 10^{-19} \text{J}$ . Să se determine: a) impulsul fotoelectronilor și al fotonilor; b) impulsul primit de catod la fiecare electron emis. c) Ce energie minimă trebuie să aibă radiația incidentă pentru a observa o deplasare a catodului, dacă masa lui este  $M=1 \text{g}$  și se poate observa o mișcare cu viteza minimă de  $1 \text{mm/s}$ ?

R: a)  $p_e=5,96 \cdot 10^{-25} \text{Ns}$ ,  $p_f=2,65 \cdot 10^{-27} \text{Ns}$ ;

b)  $p_t=p_e+p_f=5,98 \cdot 10^{-25} \text{Ns}$ ; c)  $W=1,35 \text{J}$ .

7.2.10. Între armăturile unui condensator plan se află o mică sferă metalică cu masa  $m=1 \text{g}$ . Distanța dintre armăturile orizontale este  $d=2 \text{cm}$ , tensiunea aplicată  $U=5 \text{V}$ . Cât timp ar trebui iluminată sfera cu o radiație de lungime de undă  $\lambda=540 \text{nm}$ , emisă de un laser de putere  $P=1 \text{mW}$ , pentru ca sfera să plutească între armături (se presupune că fiecare foton eliberează un electron)?

R: 92ms.

75

7.2.11. Între armăturile unui condensator plan se află un fotocatod care are lucrul mecanic de extracție  $L=2,5 \text{eV}$ . Distanța dintre armături este  $d=4 \text{cm}$  iar tensiunea aplicată  $U=2 \text{V}$ . Se cere:

a) lungimea de undă a radiației incidente dacă fotoelectronii emiși paralel cu armăturile sunt deviați cu  $y=2 \text{cm}$  pe o distanță de  $l=10 \text{cm}$ ;

b) după cât timp lovește un electron emis în planul median armătura pozitivă?

R: a)  $142 \text{nm}$ ; b)  $6,7 \cdot 10^{-8} \text{s}$ .

### 7.3 Efectul Compton.



7.3.1. Un foton cu energia  $\epsilon_0=300\text{keV}$  este împrăștiat sub un unghi  $\theta=90^\circ$  de un electron liber aflat în stare de repaus. Determinați energia fotonului împrăștiat.

R: 189keV.

7.3.2. Un foton cu energia  $\epsilon_0=10^4\text{eV}$  este împrăștiat sub un unghi  $\theta=120^\circ$  de un electron liber aflat în stare de repaus.

Determinați energia cinetică a electronului de recul. R: 284,5eV.

7.3.3. Să se determine unghiul dintre direcția fotonului împrăștiat și direcția de mișcare a electronului de recul pentru un foton incident cu lungimea de undă  $\lambda_0=5\text{pm}$  știind că variația lungimii de undă în urma împrăștiării este  $\Delta\lambda=1,2\text{pm}$ .

R:  $109^\circ 30'$ .

7.3.4. Un foton cu frecvența  $\nu=10^{21}\text{Hz}$  este împrăștiat Compton sub unghiul  $\theta=180^\circ$  de un electron liber aflat în stare de repaus. Determinați viteza electronului. R:

$v=0,9932c$ .

76

7.3.5. Determinați lungimea de undă a fotonului incident știind că energia fotonului împrăștiat este egală cu energia cinetică a electronului de recul și că se mișcă pe direcții perpendiculare.

R: 1,213nm.

7.3.6. Un foton se ciocnește succesiv de doi electroni liberi, aflați în repaus. După fiecare ciocnire fotonul este deviat cu  $90^\circ$  față de direcția inițială.

a) Calculați lungimea de undă finală a fotonului dacă lungimea de undă inițială este **2,4pm**.

b) Calculați raportul energiilor cinetice a electronilor de recul.

R: a) 7,252pm; b)  $E_{c1}/E_{c2}=3,02$ .

7.3.7. Un foton se ciocnește cu un electron aflat în repaus. Calculați lungimea de undă a fotonului incident și viteza electronului de recul știind că energia fotonului înainte de ciocnire este egală cu jumătate din energia de repaus a electronului și că fotonul este deviat cu  $180^\circ$ .

R:  $\lambda_0=4,852\text{pm}$ ;  $v=0,6c$ .

7.3.8. Unghiul de împrăștiere al fotonului în efectul Compton este  $\theta=90^\circ$  iar unghiul de deplasare al electronului de recul  $\theta=45^\circ$ . Determinați energia fotonului incident. R: 375keV.

## 7.4 Natura ondulatorie a microparticulelor.

7.4.1. Care trebuie să fie raportul vitezelor unui electron și a unui proton pentru a avea aceeași lungime de undă de Broglie? Pentru ce raport al tensiunilor de accelerare se obține acest caz?

R:  $v_e/v_p=U_e/U_p=1838,4$ .

77

7.4.2. Un electron având viteza inițială  $v_0=10^6\text{m/s}$ , este accelerat sub tensiunea  $U=30\text{V}$ . Calculați variația lungimii de undă asociate.

R:  $\Delta\lambda=-5,14\cdot 10^{-10}\text{m}$ .

7.4.3. Ce valoare are tensiunea de accelerare pentru a micșora lungimea de undă asociată unui electron de la 120pm la 70pm?

R: 203V.

7.4.4. Între doi electrozi aflați la distanța **d=10cm** se produce o descărcare electrică. Știind că tensiunea dintre electrozi este **U=100kV**, determinați:

- a) viteza maximă a electronilor;
- b) dependența de timp și de distanța parcursă a lungimii de undă de Broglie a electronilor (se presupune că viteza inițială a electronilor este neglijabilă).

R: a)  $1,32 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ ; b)  $\lambda = 8,28 \cdot 10^{-21} / t$ ;

c)  $\lambda = 1,73 \cdot 10^{-12} / x$ .

7.4.5. Un proton se mișcă pe traiectorie circulară într-un câmp magnetic uniform. Calculați lungimea de undă asociată dacă raza traiectoriei este **r=5cm** iar inducția magnetică **B=0,025T**.

R:  $3,313 \cdot 10^{-12} \text{ m}$ .

7.4.6. Calculați lungimea de undă asociată electronilor dintr-un nor electronic în care electronii se comportă ca atomii unui gaz ideal la temperatura **T=2000K** ( $E_c = (3/2)k_B \cdot T$ ). R:

$2,41 \cdot 10^{-9} \text{ m}$ .

7.4.7. Calculați lungimea de undă asociată unui proton a cărui energie cinetică este de 10 ori mai mare decât energia lei de repaus.

R:  $1,2 \cdot 10^{-16} \text{ m}$ .

78

7.4.8. Constanta rețelei unui cristal de aluminiu este **0,2nm**.

Într-o experiență de difracție s-au utilizat electroni accelerați la o tensiune **U=1kV**. Să se determine:

- a) unghiul format de direcția razei incidente cu planele cristaline ale cristalului pentru a obține maximul de ordinul doi;
- b) unghiul cu care trebuie rotit cristalul pentru a observa

maximul de ordinul întâi;

c) unghiul cu care trebuie rotit cristalul în cazul punctului a)

dacă este încălzit la  $t=500^{\circ}\text{C}$  ( $\alpha=2,3\cdot 10^{-5}\text{K}^{-1}$ ). R: a)  $11^{\circ}11'$ ;

b)  $5^{\circ}07'$ ; c)  $0^{\circ}08'$ .

7.4.9. Într-un experiment de difracție a electronilor maximul de ordinul patru se formează sub unghiul  $\theta=60^{\circ}$  față de direcția de mișcare a electronilor incidenți. Cunoscând energia cinetică a electronilor  $E_e=200\text{eV}$ , determinați distanța dintre planele cristaline corespunzătoare reflexiei date și unghiul pe care aceste plane cristaline îl fac cu suprafața monocristalului.

R:  $a=2\cdot 10^{-10}\text{m}$ ;  $\alpha=30^{\circ}$ .

## 8. FIZICĂ ATOMICĂ.

### 8.1 Spectre atomice.

8.1.1. Calculați lungimile de undă minime din seriile Lyman și Balmer ale atomului de hidrogen.

R:  $\lambda_{L\min}=91,7\text{nm}$ ;  $\lambda_{B\min}=367\text{nm}$ .

8.1.2. Calculați lungimea de undă a celei de a doua linii din seria Paschen.

R:  $1281\text{nm}$ .

79

8.1.3. Calculați lungimile de undă maximă și minimă a liniilor spectrale ale atomului de hidrogen din regiunea vizibilă a spectrului.

R:  $\lambda_{\min}=365\text{nm}$ ;  $\lambda_{\max}=656\text{nm}$ .

8.1.4. Exprimați cea mai mică lungime de undă din seria Balmer în funcție de cea mai mică lungime de undă din seria Lyman.

$$R: \lambda_{Bmin} = 5,4 \lambda_{Lmin}.$$

## 8.2 Modele ale atomului de hidrogen.

8.2.1. Particule alfa se ciocnesc cu nuclee de cupru, aflate în repaus. Știind că energia cinetică a particulelor este  $E_0 = 5 \text{ MeV}$  și că energia particulelor deviate cu  $180^\circ$  este mai mică cu  $\Delta E = 1,1 \text{ MeV}$ , calculați raportul maselor atomilor de cupru și heliu.

$$R: M/m = 16,88.$$

8.2.2. Două particule alfa se îndreaptă una spre cealaltă astfel încât în momentul în care se găsesc la distanța  $10^{-9} \text{ m}$ , viteza lor este  $v = 10^6 \text{ m/s}$  iar vectorul viteză

$\mathbf{r} =$

formează unghiul  $\alpha = 30^\circ$  cu segmentul  $\mathbf{r}$  pentru ambele particule (ca în figură). Determinați distanța minimă la care se apropie cele două particule.

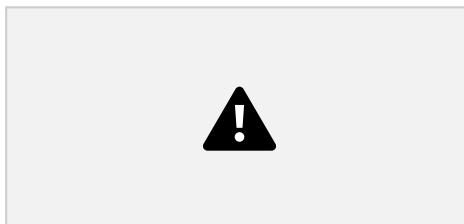


Figura 8.2.2.

$$R: r_{min} = 1,84 \cdot 10^{-13} \text{ m}.$$