Admitere * Universitatea Politehnica din București 2003 Disciplina: Algebră și Elemente de Analiză Matematică

- 1. Fie curba de ecuație $y = 2x^3 + 4x$. Aflați $m \in \mathbb{R}$ știind că dreapta de ecuație y = mx + 4 este tangentă la curbă.
 - a) m = 10; b) m = -1; c) m = 8; d) m = 2; e) m = 12; f) m = -6.
- 2. Fie N numărul de soluții reale ale ecuației $2^x = x^2$. Decideți dacă:
 - a) N=0; b) N=3; c) ecuația are numai soluții întregi; d) N=4; e) N=1; f) N=2.
- 3. Să se calculeze $\lim_{x\to 0} \frac{1}{x} \int_{x+3}^{2x+3} t\sqrt{t^3+9} \ dt$.
 - a) 14; b) ∞ ; c) 10; d) 20; e) 18; f) 0.
- 4. Fie $e_1 = (1, -1, 0)$ și $e_2 = (1, 1, 0)$. Să se precizeze pentru care din vectorii e_3 de mai jos, vectorii e_1, e_2, e_3 sunt liniar independenți în \mathbb{R}^3 .
 - a) $e_3 = (2, -2, 0)$; b) $e_3 = (-2, 2, 0)$; c) $e_3 = (0, 0, 1)$; d) $e_3 = (5, 5, 0)$;
 - e) $e_3 = (0,0,0)$; f) $e_3 = (2,3,0)$.
- 5. Soluțiile x_1, x_2, x_3 ale ecuației $x^3 3x 10 = 0$ satisfac condițiile
 - a) $x_1 = x_2 \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}, x_3 \in \mathbb{C}$; b) $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$; c) $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{R}$;
 - d) $x_1 \in \mathbb{R}, x_2, x_3 \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$; e) $x_1, x_2 \in \mathbb{R}, x_3 \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$; f) $x_1 = x_2 \in \mathbb{R}, x_3 \in \mathbb{C}$.
- 6. Să se determine parametrul $m \in \mathbb{R}$ dacă graficul funcției $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 2(m+1)x^2 + (m^2 + 2m + 2)x 2m$, intersectează axa Ox în trei puncte distincte.
 - a) $m \in (-\infty, -2 2\sqrt{2}) \cup (-2 + 2\sqrt{2}, \infty)$; b) $m \neq 1$;
 - c) $m \in (-2 2\sqrt{2}, -2 + 2\sqrt{2});$
 - d) $m \in (-\infty, -2 2\sqrt{2}) \cup (-2 + 2\sqrt{2}, 1) \cup (1, \infty);$
 - e) nu există m; f) $m \neq -2 + 2\sqrt{2}$.
- 7. Să se găsească $\mathbf{l} = \lim_{n \to \infty} (n + 2 \sqrt{n^2 + n + 3}).$
 - a) l = -1; b) nu există; c) l = $\frac{3}{2};$ d) l = $\infty;$ e) l = 0; f) l = 1.
- 8. Primitivele $\int \frac{\mathrm{d}x}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x}$ sunt
 - a) $x + \operatorname{tg} x + \mathbf{C}$; b) $\operatorname{tg} x \operatorname{ctg} x + \mathbf{C}$; c) $x + \operatorname{ctg} x + \mathbf{C}$; d) $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x + \mathbf{C}$; e) $\frac{1}{\cos^2 x} + \mathbf{C}$; f) $\frac{1}{\sin^2 x} + \mathbf{C}$.
- 9. Fie $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \cos(x-1) + e^{x^2}$. Să se calculeze f'(1).
 - a) 1; b) 0; c) e^2 ; d) 2e; e) e; f) $\frac{1}{e}$.
- 10. Să se rezolve inecuația $\frac{1-x}{x} > 0$.
 - a) (0,1); b) (-1,0); c) [-1,1]; d) nu are soluții; e) [0,1); f) $(-\infty,0) \cup (1,\infty)$.
- 11. Pe mulţimea \mathbb{R}^3 se defineşte legea de compoziţie $(x_1, y_1, z_1) \star (x_2, y_2, z_2) = (x_1 + x_2, y_1 + y_2, z_1 \cdot z_2)$. Găsiţi elementul neutru.
 - a) (1,0,1); b) (0,1,0); c) (0,1,1); d) (1,1,0); e) (1,0,0); f) (0,0,1).
- 12. Funcția $f:\mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, \, f(x)=\left\{egin{array}{ll} x^2+x+1, & x>0 \\ ax+b, & x\leq 0 \end{array}
 ight.$, este continuă dacă
 - a) $a = 1, b \in \mathbb{R}$; b) a = -1, b = 2; c) a = 1, b = 2; d) a = 1, b > 1;
 - e) a = b = -1; f) $a \in \mathbb{R}, b = 1$.
- 13. Să se determine o funcție polinomială P, de grad cel mult doi, care verifică condițiile P(1) = 1, P'(1) = 0, P''(1) = 2.
 - a) $-x^2 + 2x + 2$; b) $x^2 2x + 2$; c) $x^2 + x + 1$; d) $x^2 + x + 2$; e) $-x^2 + 2x$;
 - f) $-x^2 2x 2$

- 14. Să se calculeze $\lim_{x\to 0} \frac{\sin^2 x}{x^2 + x^2 \cos x}$.
 - a) ∞ ; b) 0; c) 1; d) limita nu există; e) $\frac{1}{2}$; f) 2.
- 15. Să se rezolve inecuația $\ln e^x + xe^{\ln x} < 2$.
 - a) $x \in (0,1)$; b) x > 0; c) nu are soluții; d) $x \in (0,e)$; e) $x \in (-2,1)$; f) x > 1.
- 16. Suma numerelor naturale nce satisfac inegalitatea $\left(1+\frac{1}{n}\right)\cdot C_n^2<8$ este
 - a) 10; b) 6; c) 7; d) 5; e) 8; f) 9.
- 17. Matricea $A=\left(\begin{array}{ccc} a & 1 & 1\\ 1 & -1 & a\\ 2 & 1 & 3 \end{array}\right),\ \mathrm{cu}\ a\in\mathbb{R},$ este inversabilă pentru
 - a) $a \in \mathbb{R} \setminus \{-1,0\}$; b) $a \in \{-1,0\}$; c) $a \in \mathbb{R}$; d) $a \neq 0$; e) $a \neq -1$; f) nu există.
- 18. Suma pătratelor soluțiilor ecuației $x^2 4x + 1 = 0$ este
 - a) 14; b) 12; c) -12; d) 16; e) 10; f) 4.