

Examenul de bacalaureat 2012

Proba E.c)

Proba scrisă la MATEMATIC

Varianța 5

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică -informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică -informatică

⌋ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.

⌋ Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Calculează modulul numărului complex $(1+i)^2$.
- 5p** 2. Determină coordonatele punctelor de intersecție a graficelor funcțiilor $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 - 2x$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = x - 2$.
- 5p** 3. Rezolvă inecuația $2^{x+1} \leq 4$.
- 5p** 4. Calculează probabilitatea ca, alegând la întâmplare submulțimile cu trei elemente ale mulțimii $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, elementele submulțimii alese să fie termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.
- 5p** 5. Se consideră vectorii $u = i - 2j$ și $v = ai - j$. Determină numărul real a pentru care $u \perp v$.
- 5p** 6. Calculează cosinusul unghiului A al triunghiului ABC dacă $AB = 4$, $AC = 5$ și $BC = 7$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră sistemul
$$\begin{cases} 2x + y + 3z = 0 \\ x + 2y + 3z = 0, \text{ unde } m \in \mathbb{R} \\ x + y + mz = 0 \end{cases}$$
- 5p** a) Calculează determinantul matricei sistemului.
- 5p** b) Determină valorile reale ale lui m pentru care sistemul are soluție unică.
- 5p** c) În cazul $m = 2$, determină soluția (x_0, y_0, z_0) a sistemului pentru care $x_0 > 0$ și $x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 = 3$.
2. Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$ și mulțimea $G = \{X(p) = I_2 + pA \mid p \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}\}$.
- 5p** a) Arată că $X(p)X(q) = G$, pentru orice $X(p), X(q) \in G$.
- 5p** b) Admitem că (G, \cdot) este grup comutativ având elementul neutru $X(0)$. Determină inversul elementului $X(p)$ în acest grup.
- 5p** c) Rezolvă ecuația $(X(p))^3 = I_2 + 7A$, unde $X(p) \in G$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^3 - 12x$.
- 5p** a) Arată că funcția este crescătoare pe intervalul $[2, +\infty)$.
- 5p** b) Calculează $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{f(x)}$.
- 5p** c) Determină mulțimea numerelor reale a pentru care ecuația $f(x) = a$ are trei soluții reale distincte.
2. Se consideră funcția $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{2x+3}{x+2}$.
- 5p** a) Arată că orice primitivă a lui f este strict crescătoare pe $(-1, +\infty)$.
- 5p** b) Calculează $\int_0^1 \frac{f(x)}{x+1} dx$.
- 5p** c) Calculează $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\int_0^{2x} f(t) dt}$.