

Examenul de bacalaureat național 2019
Proba E. c)
Matematică M_mate-info
Clasa a XI-a
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică -informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică -informatică

Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

Pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.

Nu se acordă punctaje intermediare.

SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea

Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.

Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	B	5p
2.	A	5p
3.	C	5p
4.	D	5p
5.	A	5p
6.	A	5p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$D(0,1) = \begin{vmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix} =$ $= 0 + 0 + 4 - 0 - 0 - 0 = 4$	<p>2p</p> <p>3p</p>
b)	$D(a,1) = \begin{vmatrix} a & 2 & 1 \\ a & a & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix} = a^2 - 4a + 4 =$ $= (a-2)^2 \geq 0, \text{ pentru orice număr real } a$	<p>3p</p> <p>2p</p>
c)	$D(m,n) = m^2 + m + 4n^2 - 5mn$, unde m și n sunt numere întregi impare Cum m și n sunt numere întregi impare, m^2 este impar, $4n^2$ este par și $5mn$ este impar, deci numărul $D(m,n)$ este impar, de unde obținem că $D(m,n) \not\equiv 0 \pmod{2}$	<p>2p</p> <p>3p</p>
2.a)	$A(-x) + A(x) = \begin{vmatrix} -x & 1 & x \\ 1 & 0 & 1 \\ x & 1 & -x \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x & 1 & -x \\ 1 & 0 & 1 \\ -x & 1 & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -x & 1 & x \\ 1 & 0 & 1 \\ x & 1 & -x \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 2A(0), \text{ pentru orice număr real } x$	<p>3p</p> <p>2p</p>
b)	$A(x)A(y) = \begin{vmatrix} 2xy+1 & 0 & -2xy+1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -2xy+1 & 0 & 2xy+1 \end{vmatrix}, \quad A(2xy) = \begin{vmatrix} 2xy & 1 & -2xy \\ 1 & 0 & 1 \\ -2xy & 1 & 2xy \end{vmatrix}, \text{ pentru orice numere reale } x \text{ și } y$	<p>2p</p>

	$A(x)A(y) - A(2xy) = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} \det(A(x)A(y) - A(2xy)) = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 0, \text{ pentru } x, y \text{ orice numere reale}$	3p
c)	$A(x)A\left(\frac{1}{2x}\right) = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} = 2I_3, \text{ pentru orice număr real nenul } x$ $2I_3 + 2I_3 + \dots + 2I_3 = 4038I_3, \text{ deci } m = 4038$ <p>de 2019 ori $2I_3$</p>	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{x+2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + \frac{1}{x}}{1 + \frac{2}{x}} = \frac{1}{1} = 1$	3p
	$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + \frac{1}{x}}{1 + \frac{2}{x}} = 1$	2p
b)	$a_n = \frac{n+1}{n+2}, \text{ deci } a_n > 0, \text{ pentru orice număr natural } n, n \in \mathbb{N}$	2p
	<p>Cum $a_n = 1 - \frac{1}{n+2} < 1$, pentru orice număr natural $n, n \in \mathbb{N}$, irul $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ este mărginit</p>	3p
c)	$c) \lim_{n \rightarrow +\infty} n(\sqrt{f(n)} - 1) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n(f(n) - 1)}{\sqrt{f(n)} + 1} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n \frac{n+1}{n+2} - 1}{\sqrt{\frac{n+1}{n+2}} + 1} =$	2p
	$= \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-n}{(n+2)(\sqrt{f(n)} + 1)} = -\frac{1}{2}$	3p
2.a)	<p>Pentru orice număr real a, funcția f este continuă pe $(-\infty, 0)$ și pe $(0, +\infty)$</p> $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} a + \frac{\sin x}{x} = a + 1, \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x^2 + 2x} = 0 \text{ și } f(0) = 0, \text{ deci funcția } f \text{ este continuă pe } \mathbb{R}$	2p 3p
b)	$a = 1 \quad f(x) = 1 + \frac{\sin x}{x}, x \in (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ $\left \frac{\sin x}{x} \right \leq \frac{1}{ x } \text{ și } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{ x } = +\infty$ <p>Obținem $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$, deci dreapta de ecuație $y = 1$ este asimptot orizontal spre $x = 0$ la graficul funcției f</p>	1p 2p 2p
c)	$f(0) = 0, \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty \text{ și } f \text{ este continuă pe } [0, +\infty), \text{ deci mulțimea valorilor funcției } f \text{ conține intervalul } [0, +\infty)$ <p>Cum pentru orice număr real $a, a \in [0, +\infty)$, ecuația $f(x) = a$ are cel puțin o soluție</p>	3p 2p