

**Examenul național de bacalaureat 2025**

**Proba E. c)**

**Matematică *M\_tehnologic***

**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

**Varianta 9**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări partiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

1.	$5 \cdot (0,7 - 0,2) + 0,5 = 5 \cdot 0,5 + 0,5 = \\ = 2,5 + 0,5 = 3$	<b>2p</b> <b>3p</b>
2.	$f(m) = 6m - 2$ , pentru orice număr real $m$ $6m - 2 = 10$ , de unde obținem $m = 2$	<b>2p</b> <b>3p</b>
3.	$16 - 3x = 1$ $x = 5$ , care convine	<b>3p</b> <b>2p</b>
4.	$x + \frac{60}{100} \cdot x = 320$ , unde $x$ este prețul obiectului înainte de scumpire $x = 200$ de lei	<b>3p</b> <b>2p</b>
5.	$a = 3$ $2 = \frac{0+b}{2}$ , de unde obținem $b = 4$	<b>2p</b> <b>3p</b>
6.	$\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ , $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ , $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $5\cos 60^\circ - \sin 30^\circ + 4(\sin 60^\circ)^2 = 5 \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + 4 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{5}{2} - \frac{1}{2} + 4 \cdot \frac{3}{4} = 5$	<b>3p</b> <b>2p</b>

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1.a)	$A(5) = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -5 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(5)) = \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ -5 & -2 \end{vmatrix} = 2 \cdot (-2) - 5 \cdot (-5) = \\ = -4 + 25 = 21$	<b>3p</b> <b>2p</b>
b)	$A(-1) = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ , $2A(-1) + A(5) = \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ -3 & -6 \end{pmatrix} = \\ = 3 \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} = 3A(1)$	<b>3p</b> <b>2p</b>
c)	$A(-x) = \begin{pmatrix} 2 & -x \\ x & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow A(x) \cdot A(-x) - x^2 I_2 = \begin{pmatrix} 4 & -4x \\ -4x & 4 \end{pmatrix}$ , de unde obținem $\det(A(x) \cdot A(-x) - x^2 I_2) = 16(1 - x^2)$ , pentru orice număr real $x$ $16(1 - x^2) \geq 0$ , de unde obținem $x \in [-1, 1]$	<b>3p</b> <b>2p</b>
2.a)	$f(1) = 1^3 + m \cdot 1^2 - 1 - m = \\ = 1 + m - 1 - m = 0$ , pentru orice număr real $m$	<b>3p</b> <b>2p</b>
b)	$f = X^3 - 3X^2 - X + 3 \Rightarrow f(3) = 3^3 - 3 \cdot 3^2 - 3 + 3 = \\ = 27 - 27 - 3 + 3 = 0$ , deci 3 este rădăcină a polinomului $f$	<b>3p</b> <b>2p</b>

c)	$x_1 + x_2 + x_3 = -m$ , $x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 = -1$ , $x_1x_2x_3 = m$ , pentru orice număr real $m$ $1 - m^2 = 1$ , de unde obținem $m = 0$	3p 2p
----	---	----------

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x) = 4x - \frac{4}{x^2} =$ $= \frac{4x^3 - 4}{x^2} = \frac{4(x^3 - 1)}{x^2}, x \in (0, +\infty)$	3p 2p
b)	$f(2) = 9$ , $f'(2) = 7$ Ecuația tangentei este $y - f(2) = f'(2)(x - 2)$ , adică $y = 7x - 5$	2p 3p
c)	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$ ; pentru orice $x \in \left[\frac{1}{4}, 1\right]$ , $f'(x) \leq 0$ , deci $f$ este descrescătoare pe $\left[\frac{1}{4}, 1\right]$ și, pentru orice $x \in [1, 4]$ , $f'(x) \geq 0$ , deci $f$ este crescătoare pe $[1, 4]$ Cum $f\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{121}{8}$ , $f(1) = 5$ , $f(4) = 32$ , obținem $f(1) \leq f(x) \leq f(4)$ , pentru orice $x \in \left[\frac{1}{4}, 4\right]$ , deci $6 \leq 2x^2 + \frac{4}{x} \leq 33$ , pentru orice $x \in \left[\frac{1}{4}, 4\right]$	2p 3p
2.a)	$\int_1^3 (f(x) - 2 \ln x) dx = \int_1^3 (x - 1) dx = \frac{x^2}{2} \Big _1^3 - x \Big _1^3 =$ $= 4 - 2 = 2$	3p 2p
b)	$\int_1^e \frac{f(x) - x + 1}{x} dx = \int_1^e \frac{2 \ln x}{x} dx = \int_1^e 2 \ln x \cdot (\ln x)' dx = \ln^2 x \Big _1^e =$ $= \ln^2 e - \ln^2 1 = 1$	3p 2p
c)	$g(x) = 3x(x + 2 \ln x)$ , $x \in (0, +\infty)$ , deci $\mathcal{A} = \int_1^3  g(x)  dx = x^3 \Big _1^3 + \int_1^3 (3x^2)' \cdot \ln x dx =$ $= 26 + 3x^2 \ln x \Big _1^3 - \frac{3x^2}{2} \Big _1^3 = 14 + 27 \ln 3$ , deci $a + 27 \ln 3 = 14 + 27 \ln 3$ , de unde obținem $a = 14$	3p 2p