

**Examenul de bacalaureat național 2013**

**Proba E. c)**

**Matematică M\_mate-info**

**Barem de evaluare și de notare**

**Varianța 3**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică*

*Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică*

Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.

Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

1.	$2x + 2 = \frac{1+7}{2}$ $x = 1$	3p 2p
2.	$f(x) = 0 \quad x = 1 \text{ sau } x = 3$ Distanța este egală cu 2	3p 2p
3.	$x^2 + 4 = x^2 + 4x + 4$ Rezultă $x = 0$ , care verifică ecuația	3p 2p
4.	$b$ impar $b \in \{1, 3, 5\}$ sunt două variante de alegere a lui $b$ Pentru fiecare $b$ impar sunt trei variante de alegere a lui $a$ Se pot forma $2 \cdot 3 = 6$ numere	2p 2p 1p
5.	$v = AC + AO = 3AO$ $ v  = 15$	3p 2p
6.	$\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A}$ $\sin A = 1$	2p 3p

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1.a)	$A(0) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \det(A(0)) = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} =$ $= 0 + 1 + 1 - 0 - 0 - 0 = 2$	2p 3p
b)	$(A(a))^2 = \begin{pmatrix} a^2 + 2 & 2a + 1 & 2a + 1 \\ 2a + 1 & a^2 + 2 & 2a + 1 \\ 2a + 1 & 2a + 1 & a^2 + 2 \end{pmatrix}$ $5A(a) - (A(a))^2 = \begin{pmatrix} 5a - a^2 - 2 & 4 - 2a & 4 - 2a \\ 4 - 2a & 5a - a^2 - 2 & 4 - 2a \\ 4 - 2a & 4 - 2a & 5a - a^2 - 2 \end{pmatrix}$ $5A(a) - (A(a))^2 = 4I_3 \quad 5a - a^2 - 2 = 4 \quad \text{și} \quad 4 - 2a = 0 \quad a = 2$	2p 1p 2p
c)	$A(2) = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 3 \\ 3 & 5 & 3 \\ 3 & 3 & 5 \end{pmatrix} = 4I_3 + A(2) \quad \text{și} \quad (5I_3 - A(2)) = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ Matricea $A(2)$ este inversabilă și inversa ei este $B = \frac{1}{4}(5I_3 - A(2)) = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$	2p 3p

<b>2.a)</b>	$f(2) = 8 - 4m + 6 - 1 = -4m + 13$	<b>2p</b>
	$f(-2) = -8 - 4m - 6 - 1 = -4m - 15$ $f(2) - f(-2) = 28$	<b>3p</b>
<b>b)</b>	Restul împărțirii lui $f$ la $X - 2$ este $f(2)$ $f(2) = 9$	<b>2p</b>
	Restul împărțirii lui $f$ la $X + 2$ este $f(-2)$ $f(-2) = -19$	<b>3p</b>
<b>c)</b>	$x_1 + x_2 + x_3 = m$ , $x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3 = 3$ $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = m^2 - 6$	<b>2p</b>
	$x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = m(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) - 3(x_1 + x_2 + x_3) + 3 = m^3 - 9m + 3$	<b>2p</b>
	$x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = 3 \mid m^3 - 9m + 3 = 3$ sau $m = 0$ sau $m = 3$	<b>1p</b>

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

<b>1.a)</b>	$f(x) = \frac{1+x}{1-x} \mid \frac{1-x}{1+x}$	<b>3p</b>
	$= -\frac{2}{1-x^2} = \frac{2}{x^2-1}$ , pentru orice $x \in (-1,1)$	<b>2p</b>
<b>b)</b>	$x^2 - 1 < 0$ , pentru orice $x \in (-1,1)$	<b>2p</b>
	$f(x) < 0$ , pentru orice $x \in (-1,1)$ $f$ este descrescătoare pe $(-1,1)$	<b>3p</b>
<b>c)</b>	$f''(x) = -\frac{4x}{(x^2-1)^2}$ , pentru orice $x \in (-1,1)$	<b>2p</b>
	$f''(x) = 0 \mid x = 0$	<b>1p</b>
	$f''(x) > 0$ , pentru orice $x \in (-1,0]$ , $f''(x) < 0$ , pentru orice $x \in [0,1)$ , deci punctul de inflexiune este $x = 0$	<b>2p</b>
<b>2.a)</b>	$I_0 = \int_1^2 e^x dx =$	<b>2p</b>
	$= e^x \Big _1^2 = e^2 - e$	<b>3p</b>
<b>b)</b>	$I_1 = \int_1^2 xe^x dx = xe^x \Big _1^2 - \int_1^2 e^x dx =$	<b>3p</b>
	$= e^2$	<b>2p</b>
<b>c)</b>	$I_{n+1} = \int_1^2 x^{n+1} e^x dx = \int_1^2 x^{n+1} (e^x)' dx =$	<b>2p</b>
	$= x^{n+1} e^x \Big _1^2 - (n+1) \int_1^2 x^n e^x dx$ $I_{n+1} + (n+1)I_n = 2^{n+1} e^2 - e$	<b>3p</b>