Examenul de bacalaureat 2012
Proba E.c)
Proba scrisă la MATEMATICĂ

Varianta 3

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științele naturii
Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Ordonați crescător numerele $\sqrt{12}$, $2\sqrt{2}$ și 3.

5p **2.** Rezolvați sistemul de ecuații $\begin{cases} x+y=5 \\ xy=6 \end{cases}$.

5p **3.** Se consideră funcțiile $f:(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\log_2(x+1)$ și $g:\mathbb{R}\to(-1,+\infty)$, $g(x)=2^x-1$. Calculați $f(g(1))$.

5p **4.** Numărul submulțimilor cu două elemente ale unei mulțimi este egal cu 10. Determinați numărul elementelor mulțimii.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $O(0,0)$, $A(5,1)$, $B(3,5)$. Calculați lungimea medianei din vârful O în triunghiul OAB.

5p **6.** Se consideră triunghiul MNP cu $MP=6$, $\sin N=\frac{3}{5}$ și $\sin P=\frac{4}{5}$. Calculați lungimea laturii (MN).

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră sistemul de ecuații $\begin{cases} mx-2y+z=1 \\ 2x-my-3z=3 \\ x-y+2z=4 \end{cases}$, unde $m\in\mathbb{R}$.

5p **a)** Arătați că suma elementelor de pe diagonala principală a matricei sistemului este egală cu 2.

5p **b)** Determinați valorile reale ale lui m pentru care matricea sistemului are determinantul diferit de zero.

5p **c)** Pentru $m=1$, arătați că $y_1^2=x_1\cdot z_1$, unde (x_1,y_1,z_1) este soluția sistemului.

2. Se consideră polinomul $f=X^3+mX^2+mX+1$, unde $m\in\mathbb{R}$.

5p **a)** Pentru $m=0$, calculați restul împărțirii polinomului f la $X-1$.

5p **b)** Arătați că polinomul f este divizibil cu $X+1$, pentru orice număr real m.

5p **c)** Determinați valorile reale ale lui m pentru care polinomul f are trei rădăcini reale.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{2x^2-1}{x^2+2}$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\frac{10x}{\left(x^2+2\right)^2}$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției *f*.

5p **c)** Demonstrați că $-\frac{1}{2}\le f(x)\le\frac{1}{3}$, pentru orice $x\in[0,1]$.

2. Pentru fiecare număr natural nenul n se consideră numărul $I_n=\int_0^1\frac{x^n}{x+1}dx$.

5p **a)** Calculați I_1.

5p **b)** Arătați că $I_n + I_{n+1} = \frac{1}{n+1}$, pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$.

5p **c)** Demonstrați că $\frac{1}{4026} \le I_{2012} \le \frac{1}{2013}$.