

**Examenul național de bacalaureat 2025**

**Proba E. c)  
Matematică M\_st-nat**

**Varianta 1**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- |           |  |
|-----------|--|
| <b>5p</b> | <b>1.</b> Determinați termenul $a_3$ al progresiei aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$ , în care $a_1 = 4$ și $a_2 = 15$ .                                     |
| <b>5p</b> | <b>2.</b> Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , $f(x) = 3x - 2$ . Determinați numărul real $a$ pentru care $f(a) + f(2) = 2a$ . |
| <b>5p</b> | <b>3.</b> Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2(x^2 - 3x + 2) = \log_2(2 + x)$ .   |
| <b>5p</b> | <b>4.</b> Determinați câte numere naturale pare, de două cifre distințe, se pot forma cu elementele mulțimii $A = \{1, 2, 3, 5, 7, 8\}$ .                |
| <b>5p</b> | <b>5.</b> În reperul cartezian $xOy$ se consideră punctele $A(0,5)$ , $B(8,4)$ și $C$ , mijlocul segmentului $OB$ . Arătați că $AO = AC$ .               |
| <b>5p</b> | <b>6.</b> Se consideră triunghiul $ABC$ , dreptunghic în $A$ , cu $AB = 4$ și $\cos B = \frac{2}{3}$ . Arătați că $BC = 6$ .                             |

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

- |           |   |
|-----------|---|
| <b>5p</b> | <b>1.</b> Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $A = \begin{pmatrix} -2 & 8 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ . |
| <b>5p</b> | <b>a)</b> Arătați că $\det A = 2$ .   |
| <b>5p</b> | <b>b)</b> Arătați că matricea $B = \frac{1}{2}(I_2 - A)$ este inversa matricei $A$ .  |
| <b>5p</b> | <b>c)</b> Determinați matricea $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $(A - I_2) \cdot X = 2A$ .   |
| <b>5p</b> | <b>2.</b> Pe mulțimea $M = [0, +\infty)$ se definește legea de compoziție $x * y = x + y - \sqrt{xy}$ .   |
| <b>5p</b> | <b>a)</b> Arătați că $1 * 4 = 3$ .  |
| <b>5p</b> | <b>b)</b> Determinați $x \in M$ pentru care $x * (9x) = x^2$ .  |
| <b>5p</b> | <b>c)</b> Determinați numărul real $x$ pentru care $2^x * 2^{x+2} = 6^x$ .  |

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

- |           |  |
|-----------|--|
| <b>5p</b> | <b>1.</b> Se consideră funcția $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ , $f(x) = \frac{2\sqrt{x}}{x^2 + x + 2}$ .                          |
| <b>5p</b> | <b>a)</b> Arătați că $f'(x) = \frac{-3x^2 - x + 2}{(x^2 + x + 2)^2 \sqrt{x}}$ , $x \in (0, +\infty)$ .                                       |
| <b>5p</b> | <b>b)</b> Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției $f$ .  |
| <b>5p</b> | <b>c)</b> Determinați $a \in (0, +\infty)$ pentru care tangentă la graficul funcției $f$ în punctul $A(a, f(a))$ este paralelă cu axa $Ox$ . |
| <b>5p</b> | <b>2.</b> Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , $f(x) = x^3 + 3x + 3$ .   |
| <b>5p</b> | <b>a)</b> Arătați că $\int_0^2 (f(x) - 3x - 3) dx = 4$ .   |
| <b>5p</b> | <b>b)</b> Arătați că $\int_0^1 \frac{1}{(f(x) - x^3)^2} dx = \frac{1}{18}$ .   |

- 
- 5p** | c) Determinați numărul real  $m$  pentru care  $\int_1^e \frac{f(x)-3}{x^2} \cdot \ln x dx = \frac{e^2 + m}{4}$ .