Fizică

CULEGERE DE **PROBLEME** propuse și rezolvate

entru **CLASA A X-A**
și examenul de
BACALAUREAT

Mihaela CHIRIȚĂ

Editura **Tamar**

Cuprins

1. ELEMENTE DE TERMODINAMICĂ

1.1. Noţiuni termodinamice de bază

1. Fie o masă m=2 kg de monooxid de azot NO. Masa molară a substanţei este $\mu=30\cdot10^{-3}$ kg/mol. Să se afle:
a. numărul de molecule conţinute în masa m
b. masa unei molecule de NO
c. distanţa medie dintre moleculele gazului în condiţii fizice normale

2. Într-o incintă cu volumul V=10 L se află vapori de apă la presiunea $p=2\cdot10^5$ N/m^2 şi la temperatura t=100^{0}C. Se cunoaşte masa molară a apei $\mu_{apă}=18\cdot10^{-3}$ kg/mol. Să se afle:
a. cantitatea de vapori apă aflată în recipient
b. masa unei molecule de apă şi să se exprime în unităţi atomice de masă ($1u=1,67\cdot10^{-27}$ kg)
c. presiunea finală din incintă, dacă gazul de încălzeşte astfel încât temperatura absolută a acestuia se triplează

3. Se amestecă un număr N de molecule de gaz cu masa molară μ cu un număr $2N$ de molecule de gaz cu masa molară 2μ şi un număr $3N$ de molecule de gaz cu masa molară 3μ. Să se afle:
a. masa molară medie a amestecului
b. masa gazului
c. volumul ocupat de amestecul de molecule la presiunea p şi la temperatura t

4. Un amestec format din m_{He}=3,2 kg de He (μ_{He}=4 g/mol) şi m_{Ne}=4 kg de Ne (μ_{Ne}=20 g/mol) se află într-un vas cu volumul V_1=3,6 m^3 la aceeaşi temperatură. Să se afle:
a. numărul total de molecule din amestec
b. raportul dintre masa unei molecule de neon şi a unei molecule de heliu
c. densitatea amestecului
d. dacă vasul este pus în legătură printr-un tub de volum neglijabil cu un alt vas, iniţial vidat şi cu volumul V_2=6,4 m^3, să se afle presiunea care se stabileşte în cele două vase la temperatura t=27^{0}C
e. masa molară medie a amestecului

5. Se cunosc masele atomice relative ale următoarelor elemente: m_O=16, m_N=14, m_H=1, m_{Cl}=35 şi m_{Na}=22. În condiţii normale de presiune şi temperatură volumul molar este $V_{\mu0}$=22,4 L. Să se afle:
a. numărul de moli conţinuţi în m=1 kg de apă
b. numărul de molecule conţinute în m=1 kg sare de bucătărie NaCl
c. masa de azot conţinută într-un volum V=1 L aflat în condiţii normale de presiune şi temperatură

6. Într-un balon cu pereţi rigizi cu volumul V=83,1 L se află un număr N=18,069·10^{23} molecule de oxigen (μ_{O2}=32 g/mol) la temperatura t=47°C. Să se afle:
a. masa şi densitatea oxigenului din balon
b. presiunea oxigenului din balon
c. concentraţia volumică a moleculelor din balon, după introducerea unei mase de heliu m_{He}=28 g (μ_{He}=4 g/mol)
d. masa molară a amestecului de gaze în condiţiile punctului **c.**

7. Un cilindru orizontal este împărţit în trei compartimente A, B şi C ca în figura R 1.1.1. Compartimentul A are volumul V_A=2,24 L şi conţine azot (μ_{N2}=28 g/mol) cu densitatea ρ=1,25 kg/m³. În compartimentul B se află o masă m=1 g de aer (μ_{aer}=29 g/mol), iar în compartimentul C se află un număr N_3=4·10^{22} molecule de oxigen (μ_{O2}=32 g/mol). Să se afle:

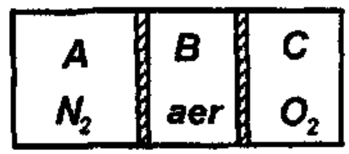


Fig. 1.1.1

a. numărul de moli de azot din compartimentul A
b. numărul de molecule de aer din compartimentul B
c. masa de oxigen din compartimentul C
d. masa molară a amestecului, dacă se înlătură pereţii despărţitori

8. Într-un vas cu volumul V=8,31 L se află ν_1=4 moli de azot (μ_{N2}=28 g/mol) la temperatura t=27°C. Să se afle:
a. presiunea gazului din vas
b. masa iniţială de azot din vas
c. noua presiune din vas, dacă în acesta se mai introduc ν_2=2 moli de oxigen şi ν_3=6 moli de hidrogen iar temperatura amestecului creşte cu Δt=100°C

9. Un gaz ideal care conţine ν=4 moli suferă transformarea din graficul 1.1.2. Presiunea iniţială este p_1=10^5 N/m² şi temperatura iniţială a gazului este t_1=27°C. Se cunoaşte că p_2=3p_1. Să se afle:
a. volumul ocupat de gaz
b. temperatura finală a gazului
c. reprezentaţi transformarea în coordonate (V,T) şi (p,T)

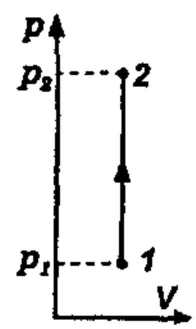


Fig. 1.1.2

10. O masă m=32 g de oxigen (μ=32 g/mol) se află la presiunea p_1=10^5N/m² şi la temperatura t_1=27°C. Gazul considerat ideal se încălzeşte izocor, astfel că presiunea sa creşte cu f=40%. Să se afle:
a. densitatea gazului în starea iniţială
b. cu cât la sută se modifică temperatura absolută a gazului?
c. concentraţia volumică de molecule din incintă în starea iniţială

11. Într-un cilindru vertical se află un gaz ideal cu ν=0,001 moli închis cu un piston cu masa m=2 kg şi secţiunea S=2 cm². Se încălzeşte gazul până

când temperatura sa absolută se dublează. În exteriorul cilindrului se găseşte aer la presiunea atmosferică $p_0=10^5$ N/m². Să se afle:
a. presiunea gazului din cilindru
b. la ce înălţime de fundul cilindrului se stabileşte pistonul la temperatura iniţială $t_1=27^oC$?
c. masa ce trebuie adăugată pe piston astfel ca poziţia pistonului să nu se modifice prin încălzire

12. Într-o butelie cu volumul $V=16,62$ L se află o masă $m=64$ g de oxigen ($\mu_1=32\cdot10^{-3}$ kg/mol) la temperatura $t=27^oC$. Butelia rezistă până la o presiune a gazului din ea cu $\Delta p=11$atm mai mare decât presiunea exterioară $p_0=1$atm. Presupunem că presiunea exterioară şi temperatura nu se modifică. Să se afle:
a. presiunea iniţială a gazului din butelie
b. temperatura la care este încălzită accidental butelia pentru ca aceasta să explodeze
c. numărul de atomi de oxigen dacă la temperatura de la punctul **b.**, oxigenul disociază total

13. Un mol de hidrogen ($\mu=2\cdot10^{-3}$ kg/mol) suferă o transformare în care densitatea gazului este reprezentată ca în figura 1.1.3 printr-un segment de dreaptă în funcţie de temperatura absolută a gazului. În acest proces temperatura absolută se triplează. Ştiind că iniţial gazul se află la presiunea $p_1=8,31$ atm şi la temperatura $t_1=27^oC$, să se afle:

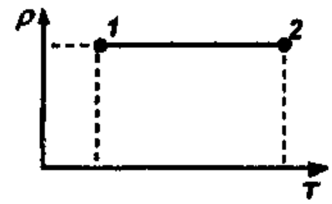


Fig. 1.1.3

a. tipul transformării şi să se reprezinte grafic în coordonate (p,T)
b. densitatea în starea iniţială
c. parametrii stării finale

14. O masă $m=28$ g de azot ($\mu=28$ g/mol) se află la presiunea $p_1=2\cdot10^5$ Pa şi la temperatura $t_1=27^oC$. După o comprimare izobară ca urmare a răcirii gazului, acesta ocupă un volum ce scade cu $f=20\%$ faţă de volumul ocupat iniţial. Să se afle:
a. volumul iniţial ocupat de gaz
b. temperatura după comprimare
c. raportul densităţilor gazului după şi inainte de comprimare

15. Un recipient conţine un gaz care are masa $m=50$ g şi masa molară $\mu=2$g/mol. Gazul se află la presiunea $p=2\cdot10^5$ N/m² şi temperatura $t=27^oC$. Să se afle:
a. numărul de moli din recipient
b. numărul de molecule din unitatea de volum
c. presiunea care se stabileşte în recipiente, dacă recipientul iniţial se leagă cu un al doilea recipient cu volumul $V_2=3V_1$ printr-un tub de volum neglijabil. În al al doilea recipient se află gaz la presiunea $p_2=10^5$ N/m² şi ambele recipiente se află la acceaşi temperatură

16. Un gaz ideal cu masa molară μ=28·10^{-3} kg/mol suferă transformarea din figura 1.1.4. Ştiind că acel gaz conţine un număr de particule N=6,023·10^{23} molecule la temperatura t_1=27°C şi ocupă volumul V_1=2 L. Să se afle:
a. presiunea gazului şi masa acestuia
b. volumul final a gazului
c. reprezentaţi transformarea în coordonate (p,V) şi (p,T)

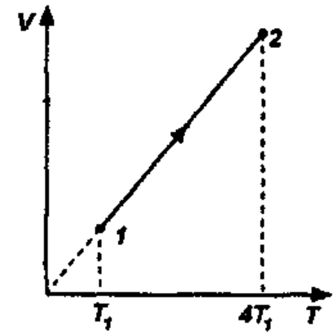


Fig. 1.1.4

17. O cantitate de ν=2 moli de heliu (μ=4 g/mol) suferă o transformare în care densitatea gazului este reprezentată în funcţie de temperatura absolută a gazului ca în figura 1.1.5. Densitatea gazului variază cu temperatura absolută după legea ρT = ct. Ştiind că iniţial gazul se află la presiunea p_1=8,31 atm şi la temperatura t_1=27°C, să se afle:
a. tipul transformării şi să se reprezinte grafic în coordonate (V,T)
b. densitatea în starea iniţială
c. parametrii stării finale

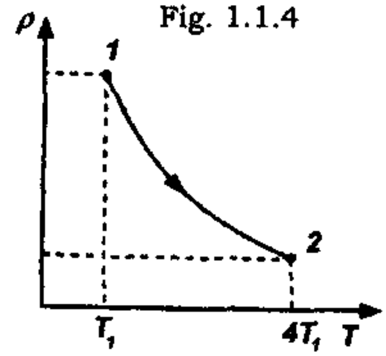


Fig. 1.1.5

18. Un gaz ideal este închis într-un cilindru cu piston, masa pistonului fiind m=2 kg şi secţiunea S=1 cm² la o temperatură t_1=27°C (fig 1.1.6). Afară se află aer la presiunea atmosferică normală p_0=10^5 N/m². Gazul este încălzit la o temperatură t_2=127° C. Să se afle:
a. presiunea gazului din cilindru
b. de câte ori creşte volumul gazului în urma procesului de încălzire?
c. de câte ori trebuie mărită valoarea presiunii exterioare pentru ca, în urma procesului de încălzire volumul iniţial al gazului să nu se modifice?

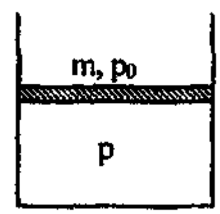


Fig. 1.1.6

19. Într-un tub subţire vertical cu secţiunea S=1 cm² se află închisă o cantitate de aer la temperatura t=27°C cu ajutorul unei coloane de mercur cu lungimea h=4 cm. Densitatea mercurului este ρ_{Hg}=13600 kg/m³. Lungimea coloanei de aer este ℓ_1=50 cm. În exterior se află aer la presiunea atmosferică normală p_0=10^5 N/m². Să se afle:
a. presiunea aerului din tub exprimată în torri (mm coloană de mercur)
b. înălţimea pe care se deplasează coloana de mercur dacă temperatura aerului creşte cu f=40 %
c. numărul de molecule de aer din unitatea de volum în starea iniţială

20. Într-un cilindru închis cu un piston cu secţiunea S=1 cm² şi masa M=1 kg se află ν=5·10^{-3} moli de hidrogen la temperatura t_1=27° C. Presiunea atmosferică este p_0=10^5 N/m². Cilindrul se află aşezat vertical. Să se afle:
a. lungimea coloanei de hidrogen în starea iniţială
b. lungimea coloanei de hidrogen când cilindrul este aşezat orizontal

c. cu câte grade trebuie răcit hidrogenul din cilindru pentru ca poziția pistonului să nu se modifice când cilindrul este adus în poziție orizontală?

21. O masă m=8 g de heliu (μ=4·10^{-3} kg/mol) se află la presiunea p_1=8·10^5 N/m^2 și la temperatura t_1=27^{0}C. Gazul se destinde izoterm până ce presiunea acestuia scade de opt ori. Să se afle:
a. volumul final al gazului
b. raportul densităților gazului ρ_2/ρ_1
c. concentrația volumică de molecule în starea finală

22. În figura 1.1.7 sunt reprezentate grafic două izoterme la temperaturile T_1 și T_2, care corespund la ν=0,5 moli de azot cu masa molară μ=28·10^{-3} kg/mol. Se consideră că volumul este variabil, iar p_1=8p_2, T_1=300 K și V_1=8 L. Să se afle:
a. volumul azotului în starea 2
b. temperatura T_2, dacă V_3=2V_1
c. densitatea azotului în starea 1

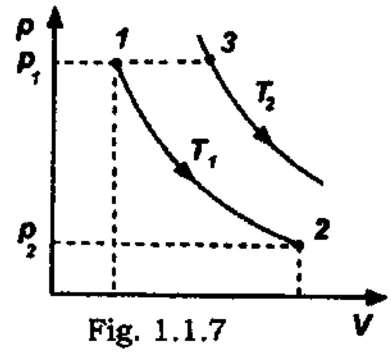


Fig. 1.1.7

23. În figura 1.1.7 sunt reprezentate grafic două destinderi la temperaturi constante ale aceleași cantități de dioxid de carbon (μ_1=44 g/mol). Parametrii de stare în starea 1 sunt V_1=1 dm^3, p_1=2 MPa și t_1=27^{0}C. În urma destinderii gazului la temperatuta T_1 presiunea gazului scade de 10 ori. Să se afle:
a. volumul gazului în starea 2
b. temperatura gazului în starea 3, dacă volumul ocupat de gaz în această stare este V_3=3 dm^3 iar p_3=p_1
c. masa molară a unui gaz necunoscut, presupunând că transformarea 3→4 se efectuează la temperatura T_2=450 K de o masă de gaz egală cu masa de CO_2, iar acest gaz ocupă volumul V_3=3 L

24. O cantitate de heliu (μ=4 g/mol) suferă o transformare descrisă de ecuația $p_1V_1^{\gamma} = p_2V_2^{\gamma}$, unde γ=5/3. În starea 1 parametrii de stare sunt V_1=0,6 m^3, p_1=10^5 Pa și t_1=27^{0}C. Gazul se destinde până la un volum final V_2=8V_1. Să se afle:
a. numărul de molecule de heliu din sistem
b. presiunea gazului la finalul destinderii
c. temperatura gazului după destindere
d. temperatura gazului în starea 3, dacă gazul trece din starea 2 în starea 3 în care V_3=4V_1 printr-o comprimare izobară la presiunea p_2

25. În dispozitivul din figura 1.1.8 se cunosc ℓ_1=30 cm, ℓ_2=40 cm, S_1=10 cm^2 și S_2=20 cm^2. Capătul A este închis cu un dop cu grosimea neglijabilă, iar la capătul B se află un piston care trebuie deplasat pe distanța d=10 cm,

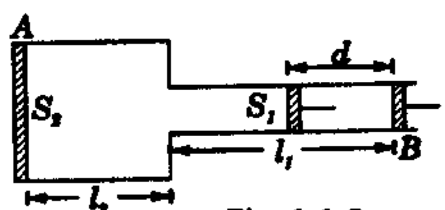


Fig. 1.1.8

astfel încât dopul să sară. Gazul închis se află inițial la presiunea atmosferică $p_0=10^5$ N/m^2. Să se afle:

a. presiunea la care sare dopul

b. valoarea forței de frecare dintre dop și peretele cilindrului

c. raportul densitățillor în starea finală (când dopul sare) și cea inițială

26. Un tub de sticlă subțire închis la un capăt conține aer separat de exterior și la temperatura t, cu ajutorul unei coloane de mercur cu lungimea h și densitatea ρ. Tubul se află în poziție orizontală și coloana de aer are lungimea ℓ. Se aduce tubul în poziție verticală cu capătul închis în jos. Se cunoaște valoarea presiunii atmosferice p_0. Să se afle:

a. presiunea gazului din tub când tubul este adus în poziție verticală

b. lungimea coloanei de aer în poziție verticală

c. de câte ori trebuie să crească temperatura absolută pentru a readuce coloana de aer în poziția inițială?

27. Un tub de sticlă subțire închis la un capăt conține aer separat de exterior cu ajutorul unei coloane de mercur cu lungimea h=4 cm. Tubul se află în poziție verticală cu capătul închis în jos și coloana de aer are lungimea ℓ_1=36 cm. Se aduce tubul în poziție verticală cu capătul deschis în jos și coloana de aer are lungimea ℓ_2=40 cm. Presupunem că temperatura nu se modifică. Să se afle:

a. valoarea presiunii atmosferice exprimată în *mm* coloană de mercur

b. lungimea coloanei de aer când tubul este adus în poziție orizontală

c. de câte ori micșorăm temperatura absolută a gazului când tubul se află în poziție orizontală dacă volumul coloanei de aer se reduce cu f=20%?

28. Un tub de sticlă vertical de lungime L=86 cm, închis la capătul inferior, conține aer separat de exterior și la temperatura t=27^0 C cu ajutorul unei coloane de mercur cu înălțimea h=8 cm și densitatea ρ=13600 kg/m^3. Se cunoaște valoarea presiunii atmosferice p_0=10^5 Pa. Să se afle:

a. presiunea gazului din tub când tubul este adus în poziție verticală cu capătul deschis în jos și o pătrime din mercurul rămas în tub se scurge

b. lungimea coloanei de aer în starea inițială

c. temperatura la care trebuie încălzit aerul din interiorul tubului aflat cu capătul deschis în sus, astfel ca mercurul să urce cu Δh=6 cm

29*. Un tub de sticlă deschis la ambele capete de lungime ℓ=20 cm și secțiune S=1 cm^2 este introdus pe jumătate în mercur. Presiunea atmosferică este normală și are valoare p_0=10^5 N/m^2, iar temperatura aerului este t=27^{0}C. Se acoperă cu degetul partea superioară a tubului și se scoate tubul din mercur. Cunoscând densitatea mercurului ρ=13600 kg/m^3, să se afle:

a. numărul de particule de aer cuprinse în aerul din tub (μ_{aer}=29 g/mol)

b. ce lungime are coloana de mercur rămasă în tub?

c. de câte ori trebuie mărită temperatura pentru ca întreaga coloană de mercur să iasă din tub în condițiile punctului **b.**?

30*. Un tub subțire de lungime ℓ=1 m se astupă la capătul superior cu degetul și apoi se introduce pe jumătate vertical în mercur cu capătul deschis în jos. Se cunosc valoarea presiunii atmosferice $p_0=10^5$ N/m², temperatura aerului $t=27^0$ C și densitatea mercurului ρ=13600 kg/m³ se cunoaște masa molară a aerului $\mu=29\cdot10^{-3}$ kg/mol. Să se afle:
a. densitatea aerului din tub înainte de a fi introdus în mercur
b. lungimea coloanei de mercur care a pătruns în tub
c. temperatura la care trebuie să încălzim aerul din tub astfel ca mercurul să fie evacuat din acesta

31*. În sistemul din figura 1.1.9 se cunosc S_1=20 cm², ℓ_1=15 cm, S_2=10 cm², ℓ_2=20 cm, ρ=13600 kg/m³ și presiunea atmosferică $p_0=10^5$ N/m² la care este închis gazul. Pistonul are greutatea neglijabilă. Să se afle:
a. cu cât va coborî nivelul mercurului din tub, dacă pistonul este introdus până la refuz în cilindrul cu secțiunea S_1?
b. presiunea aerului din tubul 2, când aerul iese din acest tub
c. secțiunea minimă a tubului 1, astfel ca aerul să înceapă să iasă din tubul cu S_2

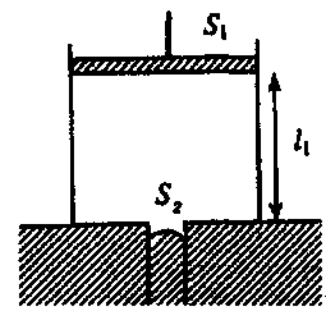


Fig. 1.1.9

32. Într-un tub în formă de U, având un capăt închis și prevăzut cu robinet se află mercur (fig 1.1.10). Distanța dintre nivelul mercurului și capătul tubului este aceeași în ambele tuburi h_1=30 cm. Presiunea atmosferică este $p_0=10^5$ N/m² și densitatea mercurului ρ=13600 kg/m³. Să se afle:
a. distanța pe care coboară nivelul mercurului în tubul deschis dacă nivelul mercurului din tubul închis a coborât pe distanța h_2=20 cm după deschiderea robinetului
b. raportul densităților gazului în starea inițială și în starea în care mercurul a coborât pe distanța h_2=20 cm

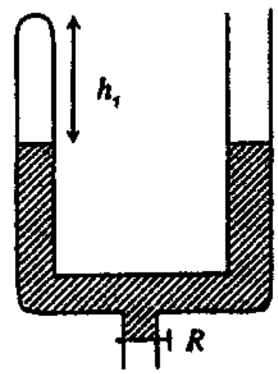


Fig. 1.1.10

33*. Un tub în formă de *U* cu secțiunea S=1 cm² conține în ramura închisă o coloană de aer cu lungimea ℓ=16 cm la presiunea atmosferică $p_0=10^5$ N/m². În partea inferioară a tubului se află mercur cu densitatea ρ=13600 kg/m³ (fig 1.1.11). Să se afle:
a. masa de aer închisă în tub, dacă temperatura aerului este t=27°C și masa molară a aerului este μ=29 g/mol
b. cât devine coloana de aer închisă în tub, dacă se toarnă mercur până la refuz în ramura deschisă?
c. ce masă de mercur s-a turnat?

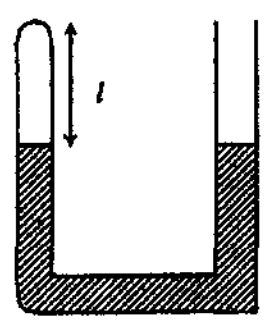


Fig. 1.1.11

34*. Într-un vas cilindric cu înălţimea h=1 m se află iniţial jumătate apă şi jumătate aer (μ=29·10^{-3} kg/mol) la presiunea atmosferică p_0=10^5 N/m^2 separate printr-un perete cu grosimea neglijabilă, în care este practicat un mic orificiu O (fig 1.1.12). Cunoaştem densitatea apei ρ=1000 kg/m^3. Să se afle:
a. densitatea gazului în starea iniţială dacă temperatura iniţială este t=27°C
b. înălţimea stratului de apă în jumătatea inferioară atunci când aerul începe să iasă din vas
c. ce presiune are aerul din vas când începe să iasă din acesta?

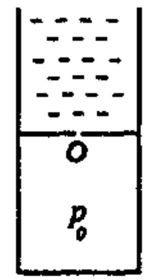


Fig. 1.1.12

35. La mijlocul unui tub de sticlă subţire aşezat orizontal închis la ambele capete de lungime L=2 m se află în echilibru o coloană de mercur cu lungimea h=40 cm şi densitatea ρ=13600 kg/m^3. Când tubul este adus în poziţie verticală, coloana de mercur se deplasează cu ℓ=20 cm. Să se afle:
a. presiunea iniţială în tub exprimată în *mm* coloană de mercur şi Pa
b. presiunile din cele două incinte după întoarcerea tubului
c. de câte ori trebuie mărită temperatura gazului din compartimentul inferior al tubului în poziţia verticală, fără ca temperatura în compartimentul superior să se modifice, pentru ca poziţia coloanei de mercur să rămână la mijlocul tubului?

36. Două tuburi comunicante identice sunt umplute parţial cu un lichid de densitate ρ. În fiecare tub, deasupra lichidului, se află aer, separat de exterior cu ajutorul unui piston. Presiunea aerului din cele două tuburi şi înălţimea coloanei de aer sunt aceleaşi egale cu p, respectiv cu h. Un piston este blocat iar celălalt este ridicat pe distanţa x (fig 1.1.13). Temperatura sistemului se consideră constantă. Să se afle pentru ce valoare a lui x, diferenţa dintre nivelul lichidului din cele două tuburi este egală cu h.

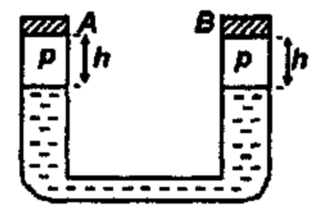


Fig. 1.1.13

37. Într-un cilindru vertical, închis cu un piston cu secţiunea S=1 cm^2 şi cu masa m=3 kg care se poate mişca fără frecare, se află un gaz ideal a cărui temperatură iniţială este t_1=27° C. Turnăm pe piston nisip încet, astfel încât masa adăugată are în final valoarea m_1=2 kg, în condiţiile în care temperatura nu se modifică. Se cunoaşte valoarea presiunii atmosferice p_0=10^5 N/m^2. Să se afle:
a. presiunea gazului după aşezarea nisipului pe piston
b. scăderea relativă a volumului gazului, dacă acesta se răceşte cu ΔT=50 K după aşezarea întregului nisip pe piston
c. reprezentarea succesiunii de procese în coordonate p şi V

38. Un gaz ideal aflat în starea p_1=2·10^5 N/m^2 şi t_1=27°C suferă o transformare conform legii p=aV, unde a este o constantă. Să se afle:
a. reprezentarea procesului în coordonate (V,T) şi (p,T)
b. presiunea gazului la temperatura t_2=227° C
c. volumul gazului la t_3=100° C, dacă la 0°C volumul gazului este V_0=1,71 L

39. O cantitate ν=1 mol de gaz ideal evoluează conform graficului 1.1.14. În starea inițială volumul ocupat de gaz este V_1=8,31 L și temperatura acestuia este T_1=831 K. Să se afle:

a. constanta de proporționalitate dintre presiune și volum

b. volumul final ocupat de gaz, dacă acesta se destinde până la presiunea $p_2=2p_1$

c. temperatura finală a gazului în condițiile punctului **b.**

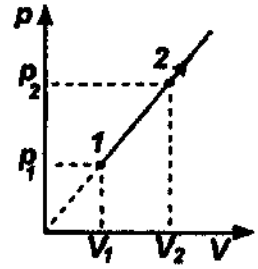


Fig. 1.1.14

40. Într-un cilindru orizontal așezat ca în figura 1.1.15, se află două pistoane unite printr-o tijă rigidă. Ariile pistoanelor sunt S_1=10 cm² și S_2=20 cm². Pistonul din dreapta este legat cu un resort inițial nedeformat și cu constanta elastică k=400 N/m de un punct fix O. Aerul dintre pistoane se află la presiunea $p_0=10^5$ N/m² și la temperatura T_0=400 K. Se încălzește gazul dintre pistoane până la temperatura T=500 K. Să se afle:

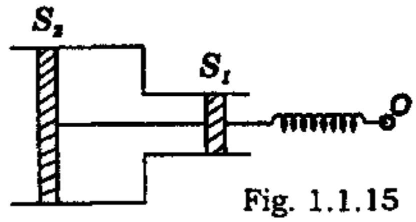


Fig. 1.1.15

a. pe ce distanță trebuie deplasat capătul O, astfel ca pistoanele să nu se deplaseze

b. dacă se înlătură resortul, să se afle până la ce temperatură trebuie răcit aerul dintre cele două pistone, astfel ca volumul ocupat de gaz să fie minim, dacă inițial ambele incinte aveau lungimea ℓ

c. dacă în condițiile punctului **b.**, răcim aerul, astfel ca temperatura lui absolută să scadă încă de două ori, care este noua valoare a presiunii aerului?

41. În figura 1.1.16 sunt prezentate trei transformări izoterme suferite de trei cantități de gaze ideale. Să se afle:

a. relația de ordine între temperaturile absolute în cazul celor trei transformări, dacă se utilizează mase egale din același gaz ($\mu_1=\mu_2=\mu_3=\mu$ și $m_1=m_2=m_3=m$)

b. relația de ordine dintre masele molare ale celor trei gaze diferite, dacă masele acestora sunt egale, iar izotermele sunt trasate la aceeași temperatură absolută ($m_1=m_2=m_3=m$ și $T_1=T_2=T_3=T$)

c. relația care trebuie îndeplinită pentru ca primele două izoterme trasate la aceeași temperatură pentru gaze diferite să coincidă

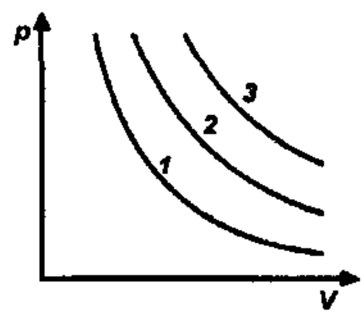


Fig. 1.1.16

42. În figura 1.1.17 sunt prezentate trei transformări izobare suferite de trei cantități de gaze ideale. Să se afle:

a. relația de ordine între presiuni în cazul celor trei transformări, dacă se utilizează mase egale din același gaz ($\mu_1=\mu_2=\mu_3=\mu$ și $m_1=m_2=m_3=m$)

b. relația de ordine dintre masele molare ale celor trei

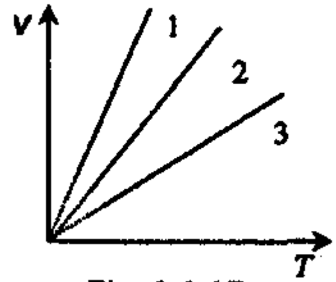


Fig. 1.1.17

gaze diferite, dacă masele acestora sunt egale, iar izobarele sunt trasate la aceeaşi presiune ($m_1=m_2=m_3=m$ şi $p_1=p_2=p_3=p$)

c. relaţia care trebuie îndeplinită pentru ca toate izobarele trasate la aceeaşi presiune şi pentru gaze diferite să coincidă

43. În figura 1.1.18 sunt prezentate trei transformări izocore suferite de trei cantităţi de gaze ideale. Să se afle:

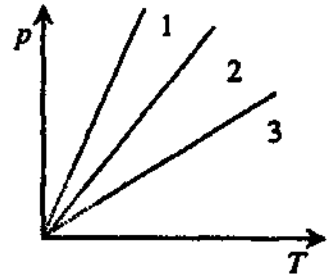


Fig. 1.1.18

a. relaţia de ordine între volume în cazul celor trei transformări, dacă se utilizează mase egale din acelaşi gaz ($\mu_1=\mu_2=\mu_3=\mu$ şi $m_1=m_2=m_3=m$)

b. relaţia de ordine dintre masele molare ale celor trei gaze diferite, dacă masele acestora sunt egale, iar izocorele sunt trasate la acelaşi volum ($m_1=m_2=m_3=m$ şi $V_1=V_2=V_3=V$)

c. relaţia de ordine dintre densităţile gazelor, dacă $\mu_1=\mu_2=\mu_3=\mu$ şi $m_1=m_2=m_3=m$

44. O masă $m=3{,}2$ kg ($\mu_{O2}=32\cdot10^{-3}$ kg/mol) ocupă în starea iniţială un volum V_1 la o temperatură $T_1=300$ K şi presiunea $p_1=10^5$ N/m². Gazul se destinde la temperatură constantă până la un volum $V_2=2V_1$, apoi este comprimat la presiune constantă până la volumul $V_3=V_1$. Să se afle:

a. numărul de molecule de oxigen care alcătuiesc gazul

b. volumul initial ocupat de gaz

c. densitatea minimă atinsă de gaz

45. Un gaz ideal aflat iniţial la presiunea $p_1=3$ atm şi la temperatura $t_1=127^0$ C este supus unei transformări izoterme în care volumul se măreşte de patru ori şi apoi unei comprimări izobare până ajunge la dublul volumului iniţial. Să se afle:

a. reprezentarea grafică a succesiunii de transformări în coordonate (p,V)

b. presiunea finală a gazului

c. temperatura finală a gazului

46. O cantitate de $\nu=2$ moli de oxigen ($\mu_{O2}=32$ g/mol) evoluează din starea de echilibru 1, caracterizată de parametrii p_1, V_1 şi $T_1=300$ K în starea finală 3 caracterizată de parametrii p_3, V_3 şi T_3, conform figurii 1.1.19. Se cunoaşte că $V_3=3V_1$ şi $p_3=p_1/2$. Să se afle:

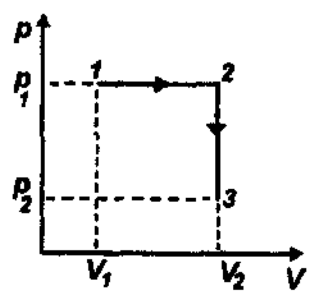


Fig. 1.1.19

a. masa unei molecule de oxigen

b. numărul de molecule de oxigen care alcătuiesc gazul

c. temperatura în starea 3

47. O cantitate de heliu cu masa molară $\mu_{He}=4\cdot10^{-3}$ kg/mol are presiunea $p_1=2$ atm şi temperatura $t_1=27^0$C. Gazul se încălzeşte până când temperatura absolută se dublează, iar densitatea rămâne constantă. Apoi gazul se dilată izobar până când $V_3=4V_1$. Să se afle:

a. reprezentarea succesiunii de procese în coordonate (p, V)
b. densitatea gazului în starea inițială
c. temperatura în starea finală în grade Celsius

48. O masă m=64 g de oxigen molecular (μ=32 g/mol) parcurge ciclul din figura 1.1.20. Se cunosc V_1=10 L, t_1=127°C și V_2=2V_1. Să se afle:
a. numărul de molecule din unitatea de volum în starea 1
b. presiunea și temperatura gazului în starea 2
c. densitatea gazului în starea 3

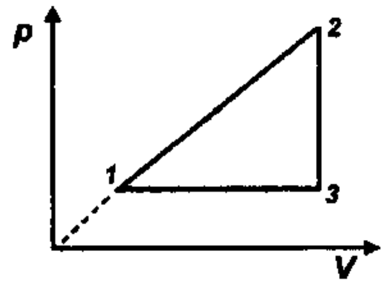


Fig. 1.1.20

49. Un gaz ideal suferă șirul de transformări din figura 1.1.21 în care transformarea 2-3 este o trasformare izotermă. Se cunosc parametrii primei stări p_1=10^5 N/m², V_1=1 dm³, T_1=300 K și p_2=3p_1.
a. să se identifice transformările 1-2 și 3-1
b. să se calculeze parametrii stărilor 2 și 3 și să se exprime temperaturile acestor stări în grade Celsius
c. să se treacă succesiunea de transformări în coordonate (V,T) și (p,T)

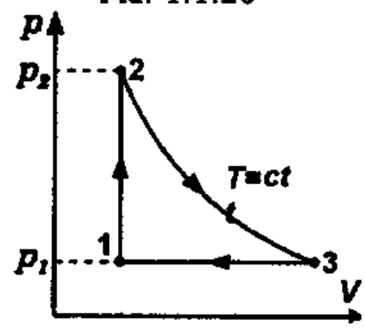


Fig. 1.1.21

50. O cantitate de azot (μ=28 g/mol) suferă succesiunea de transformări reprezentate în figura 1.1.22. Se cunosc parametrii gazului în starea inițială p_1=10^5 Pa, V_1=1 L și T_1=300 K. În starea 2 presiunea azotului este p_2=1,5·10^5 Pa. Să se afle:
a. reprezentarea succesiunii de transformări în coordonate p și V
b. masa și numărul de molecule de azot
c. densitatea gazului în starea 3

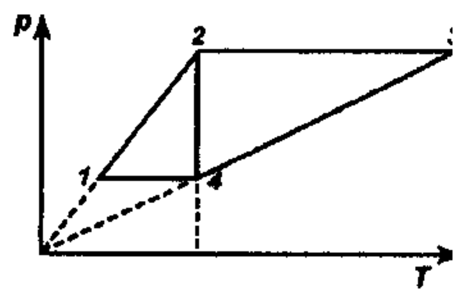


Fig. 1.1.22

51*. Un gaz ideal are în starea inițială parametrii p_1, V_1, T_1. Gazul suferă o transformare liniară care este reprezentată grafic în figura 1.1.23. În starea finală p_2=p_1/2 și V_2=3 V_1. Să se exprime în funcție de T_1=800 K, temperatura maximă atinsă în decursul acestei transformări.

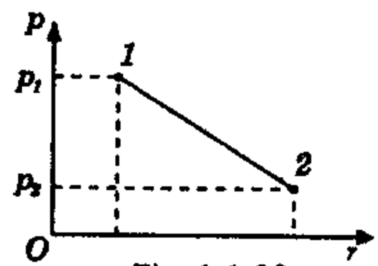


Fig. 1.1.23

52. Într-un vas cu volumul V=6 dm³ se află aer la temperatura t_1=27° C și presiunea p=2·10^5 N/m². Aerul se încălzește până la temperatura t_2=87° C, iar vasul rămâne deschis. Cunoscând masa molară a aerului μ=29·10^{-3} kg/mol, să se afle:
a. densitatea aerului în starea inițială
b. masa de aer care părăsește vasul în timpul procesului de încălzire
c. presiunea finală, dacă vasul se închide la temperatura t_2 și apoi se depozitează într-o încăpere în care temperatura este t_1

53. O anvelopă are volumul V=10 L şi este umflată cu aer la presiunea p_i=1,6·10^5 Pa şi la temperatura t=27^{0}C. Se introduce cu un corp de pompă cu volumul V_1=0,1 L, o cantitate de aer la presiunea atmosferică normală p_0=10^5 Pa şi la aceeaşi temperatură prin pompări succesive, până când presiunea în anvelopă devine p_f=1,8·10^5 Pa (μ_{aer}=28,9·10^{-3} kg/mol.) Să se calculeze:
a. masa de aer care pătrunde în corpul de pompă la o singură pompare
b. de câte ori se apasă corpul de pompă, pentru a mări presiunea în anvelopă, dacă la fiecare pompare se introduce aceeaşi masă de gaz în corpul de pompă?

54. Într-un vas cu volumul V=10 L se află aer la presiunea atmosferică normală p_0=10^5 Pa. La vas se cuplează o pompă de vidare cu volumul V_1=0,2 L. Să se afle numărul de curse pe care trebuie să le efectueze pompa, pentru a scădea presiunea la valoarea p=10^2 Pa, dacă temperatura se păstrează constantă.

55. Într-o butelie cu volumul V=5 L se află oxigen (μ_{O2}=32 kg/kmol) cu presiunea de p=2,5 10^5 N/m^2 la temperatura t=27^{0}C. Să se determine:
a. densitatea gazului din butelie în condiţiile date
b. raportul dintre masa gazului care rămâne în butelie şi masa gazului care a ieşit din butelie când aceasta este deschisă, dacă gazul iese din butelie atât timp cât presiunea gazului este mai mare decât presiunea atmosferică normală p_0=10^5 N/m^2 şi temperatura gazului nu se modifică.

56. Într-o butelie se află oxigen (μ_{O2}=32·10^{-3} kg/mol) cu masa m=960 g, la temperatura t=27^{0}C şi la presiunea p=5·10^5 N/m^2. Să se afle:
a. numărul de molecule din butelie
b. până la ce temperatură maximă poate fi încălzită butelia, dacă pereţii acesteia nu suportă o diferenţă de presiune mai mare decât Δp=9·10^5 Pa, iar în exteriorul buteliei este aer la presiunea p_0=10^5 Pa?
c. timpul cât poate fi utilizată butelia, dacă oxigenul este consumat de un bolnav la presiunea atmosferică p_0 şi la aceeaşi temperatură t=27^{0}C, cu debitul volumic D_V=0,1 L/s

57. Într-o butelie cu volumul V=50 L se află oxigen (μ_{O2}=32 g/mol) la presiunea p=15 atm. Temperatura gazului este t=27° C. Să se afle:
a. numărul de molecule din unitatea de volum
b. variaţia relativă a presiunii, dacă temperatura absolută creşte accidental de n=3 ori, iar butelia nu explodează
c. masa molară a amestecului rezultat, dacă o fracţiune f=60% din moleculele gazului disociază

58. Într-un vas cilindric închis, vidat, se află un piston cu masa neglijabilă legat de un resort. Iniţial pistonul se află pe fundul cilindrului iar resortul este în stare nedeformată. Introducând o cantitate de gaz la temperatura t_1=27^{0}C sub piston, acesta se ridică cu h_1=10 cm (fig 1.1.24). Să se afle înălţimea la care se

Fig. 1.1.24

ridică pistonul, dacă sub piston se introduce o cantitate de gaz de n=5 ori mai mare la temperatura t_2=87°C.

59. Cilindrul orizontal din figura 1.1.25 este împărţit printr-un piston mobil subţire iniţial blocat şi care se poate mişca fără frecări, în două compartimente A şi B ale căror volume se află în raportul V_A/V_B=2.

Fig. 1.1.25

Compartimentul A aflat la temperatura T_A=400 K conţine o masă de oxigen (μ_{O2}=32 g/mol). Compartimentul B aflat la temperatura T_B=300 K conţine azot cu aceeaşi masă ca a oxigenului (μ_{N2}=28 g/mol). Să se afle:
a. masa unei molecule de azot
b. raportul presiunilor gazelor din cele două compartimente
c. raportul volumelor celor două gaze V_A'/V_B' după deblocarea pistonului, dacă cele două compartimente sunt aduse la aceeaşi temperatură

60. Un cilindru orizontal cu lungimea L=1,5 m, închis la ambele capete, este împărţit în două părţi egale printr-un piston termoizolant, de grosime neglijabilă, care se poate deplasa fără frecări. În cele două compartimente se află mase egale de azot şi oxigen. Cunoscând masele molare ale oxigenului şi azotului μ_{O2}=32 g/mol şi μ_{N2}=28 g/mol, să se afle:
a. raportul temperaturilor T_1 şi T_2 ale oxigenului şi azotului din cele două compartimente, dacă pistonul este în echilibru mecanic la mijlocul cilindrului
b. distanţa pe care se deplasează pistonul şi sensul deplasării lui dacă azotul este adus la temperatura T_1, iar temperatura oxigenului rămâne neschimbată
c. masa molară a amestecului format din cele două gaze, dacă se îndepărtează pistonul

61. Un cilindru orizontal cu volumul V=11,6 dm³ este separat în două compartimente printr-un piston uşor, subţire, care se poate deplasa fără frecări. Iniţial pistonul se află în echilibru la mijlocul cilindrului. Primul compartiment conţine azot la temperatura t_1=12°C, iar al doilea compartiment conţine monooxid de carbon (CO) la temperatura t_2=22°C. Se cunosc masele atomice relative ale azotului m_{rN}=14, carbonului m_{rC}=12 şi oxigenului m_{rO}=16. Să se afle:
a. raportul maselor celor două gaze
b. raportul numărului de molecule celor două gaze
c. variaţia volumului ocupat de azot, dacă azotul din primul compartiment este încălzit cu ΔT=10 K, iar monooxidul de carbon din cel de-al doilea compartiment se menţine la temperatura iniţială

62. Un cilindru este separat cu ajutorul unui piston termoconductor, iniţial blocat în două compartimente egale. Într-un compartiment al cilindrului este închisă o masă m_1=0,16 g de hidrogen molecular la temperatura T_1=300 K. În celălalt compartiment se află o masă m_2=3m_1 din acelaşi gaz la temperatura T_2=400 K. În condiţiile în care cilindrul este izolat adiabatic faţă de mediul exterior, să se afle:

a. raportul presiunilor iniţiale ale gazelor din cele două compartimente
b. raportul presiunilor gazelor din cele două compartimente după stabilirea echilibrului termic
c. raportul volumelor celor două compartimente dacă după stabilirea echilibrului termic pistonul s-ar debloca

63. Un balon rigid cu volumul V_1=2 L conţine ν_1=1 kmol de gaz ideal. Balonul se află într-un cilindru închis cu volumul V_2=102 L care conţine ν_2=20 kmol din acelaşi gaz ideal. Sistemul este încălzit astfel încât cele două gaze se află mereu la aceeaşi temperatură. Pereţii balonului nu suportă o presiune mai mare decât $p=10^9$ Pa. Presupunând că pereţii cilindrului nu cedează, să se afle:
a. temperatura la care pereţii balonului cedează
b. presiunea din cilindru după explozie, la temperatura la care a avut loc explozia
c. în ce condiţii fizice explozia nu se produce oricât ar creşte temperatura sistemului?

64. Un cilindru orizontal închis la ambele capete, de lungime ℓ=2 m şi secţiune S=20 cm^2, este împărţit în două compartimente egale cu ajutorul unui piston cu grosime neglijabilă, iniţial blocat. În ambele compartimente se află azot, astfel că într-un compartiment azotul are presiunea $p_1=3\cdot10^5$ N/m^2, iar în celălalt compartiment azotul are presiunea $p_2=2\cdot10^5$ N/m^2. În ambele compartimente temperatura este T=300 K şi se menţine constantă. Să se afle:
a. forţa ce trebuie să acţioneze asupra pistonului pentru a-l menţine în poziţia iniţială dacă, pistonul se deblochează
b. lungimile celor două compartimente după ce lăsăm liber pistonul şi acesta se echilibrează
c. masa de gaz ce trebuie scoasă dintr-un compartiment în condiţiile punctului **a.**, pentru ca după ce lăsăm liber pistonul acesta să nu se deplaseze şi să se precizeze care este compartimentul din care trebuie să scoatem azot ($\mu_{N2}=28\cdot10^{-3}$ kg/mol)

65. Un cilindru orizontal închis la ambele capete, de lungime 2ℓ=2 m şi secţiune S=20 cm^2, este împărţit în două compartimente egale cu ajutorul unui piston mobil cu grosime neglijabilă. În ambele compartimente se află azot la presiunea $p_0=10^5$ N/m^2 şi temperatura T=300 K. Masa molară a gazului este $\mu_{N2}=28\cdot10^{-3}$ kg/mol. Să se afle:
a. masa de gaz din fiecare compartiment
b. ΔT, dacă răcim un compartiment cu ΔT, iar pe celălalt îl încălzim cu acelaşi număr de grade, astfel ca pistonul să se deplaseze pe distanţa $\Delta\ell$=0,4 m
c. masa de gaz ce trebuie scoasă dintr-un compartiment pentru ca pistonul să rămână la jumătate, dacă un compartiment se încălzeşte cu ΔT=100 K, iar celălalt se răceşte cu acelaşi număr de grade

66. Într-un cilindru orizontal, închis la ambele capete cu lungimea ℓ=1 m se află un piston mobil cu grosime neglijabilă, care se poate mişca fără frecare. De-o parte şi de cealaltă a pistonului se află două gaze: hidrogen cu masa m_1=8 g şi oxigen cu masa m_2=64 g la temperatura t_1=27°C. Să se afle:
a. raportul volumelor V_{H2}/V_{O2}, dacă acestea sunt la echilibru termic şi masele lor molare sunt $\mu_{H2}=2\cdot10^{-3}$ kg/mol şi $\mu_{O2}=32\cdot10^{-3}$ kg/mol
b. lungimea compartimentului cu hidrogen după ce numai acesta a fost încălzit la temperatura t_2=127°C
c. presiunea din cilindru după înlăturarea pistonului, dacă temperatura în cilindru este t_3=227°C, iar S=1 dm²

67. Un cilindru cu secţiunea S=20 cm² este legat cu un balon printr-un tub subţire prevăzut cu un robinet, ca în figura 1.1.26. Cilindrul conţine un piston cu masa M=3 kg şi ν_2=3 moli de aer Presiunea atmosferică este $p_0=10^5$ N/m². În balon se află ν_1=2 moli de oxigen la presiunea $p_1=1{,}25\cdot10^5$ N/m². Temperatura sistemului este t=27°C şi se presupune constantă. Să se afle:
a. masa oxigenului din balon ($\mu_{O2}=32\cdot10^{-3}$ kg/mol)
b. distanţa pe care se deplasează pistonul după deschiderea robinetului
c. volumul total final ocupat de amestecul de gaze după deschiderea robinetului

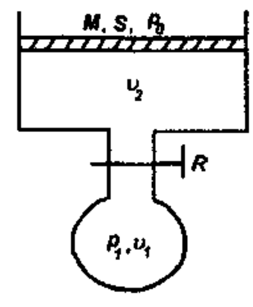


Fig. 1.1.26

68. Un cilindru orizontal cu volumul V=4 dm³ este împărţit în două incinte cu volumele V_1 şi $V_2=3V_1$ cu ajutorul unui piston mobil cu secţiunea S=1 cm². În prima incintă se află o masă m_1=32 g de oxigen la presiunea $p=2\cdot10^5$ Pa, iar în a doua incintă azot, ambele gaze având aceeaşi temperatură t=27° C. Pistonul care delimitează incintele este în echilibru şi are masa m=1 kg. Să se afle:
a. masa m_2 de azot
b. masa de oxigen care trebuie introdusă în prima incintă, dacă cilindrul se întoarce în poziţie verticală cu azotul deasupra pentru ca pistonul să se afle la mijlocul cilindrului
c. presiunea finală după înlăturarea pistonului considerat cu grosimea neglijabilă

69. În figura 1.1.27 sunt trei cilindri identici orizontali cu lungimea L=60 cm. Trei pistoane de grosimi neglijabile permit unui lichid să pătrundă în fiecare cilindru pe distanţa a=20 cm. În cilindrii 2 şi 3 se menţine aceeaşi temperatură, în timp ce primul cilindru de încălzeşte până ce pistonul ajunge la capătul cilindrului. Să se afle
a. în ce raport sunt numele de molecule din cei trei cilindri $N_1/N_2/N_3$?
b. de câte ori creşte temperatura absolută în primul cilindru?

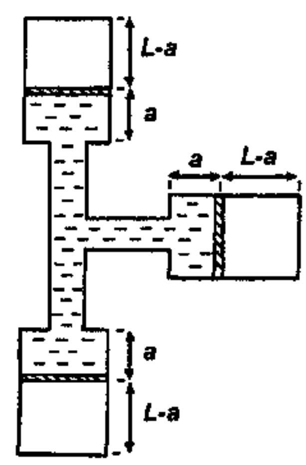


Fig. 1.1.27

c. de câte ori creşte presiunea în primul cilindru?

70*. Un cilindru vertical închis la ambele capete este separat în două compartimente printr-un piston mobil de volum neglijabil. În cele două compartimente se află mase egale din acelaşi gaz ideal, la aceeaşi temperatură T_1. La echilibru, raportul volumelor celor două compartimente este n=3. Să se afle raportul volumelor, dacă temperatura creşte la $4T_1/3$.

71*. Un cilindru orizontal ca în figura 1.1.28 este împărţit în trei compartimente egale 1, 2 şi 3 cu ajutorul a două pistoane fixe. În compartimente se află în ordine oxigen, hidrogen şi heliu în aceleaşi condiţii de presiune şi temperatură. La un anumit moment peretele despărţitor dintre compartimentele cu oxigen şi hidrogen devine permeabil pentru ambele gaze în timp ce peretele celălalt devine permeabil doar pentru hidrogen. Temperatura rămâne constantă. Masele molare sunt μ_{O2}=32 g/mol, μ_{H2}=2 g/mol, μ_{He}=4 g/mol. Să se afle:

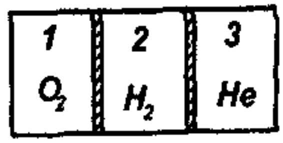


Fig. 1.1.28

a. cu cât la sută se modifică presiunea în compartimentele 2 şi 3?
b. de câte ori se modifică masa în compartimentele 1 şi 2?
c. de câte ori se modifică masa în compartimentul 3?

72*. Un cilindru orizontal cu volumul $4V$ este împărţit în trei compartimente 1, 2, 3 ca în figura 1.1.29 cu ajutorul a două pistoane mobile cu grosimea neglijabilă. În compartimentul 1 se află azot, în compartimentul 2 se află hidrogen şi în compartimentul 3, oxigen, în aceleaşi condiţii de presiune şi temperatură. La un anumit moment pistonul despărţitor dintre compartimentele 1 şi 2 devine permeabil doar pentru hidrogen, în timp ce pistonul celălalt devine permeabil pentru ambele gaze în acelaşi timp. Temperatura nu se modifică. Masele molare sunt μ_{O2}=32 g/mol, μ_{H2}=2 g/mol, μ_{N2}=28 g/mol. Să se afle:

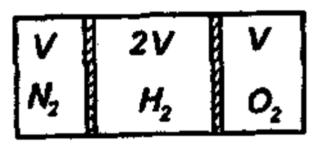


Fig. 1.1.29

a. volumele finale ale celor trei compartimente
b. de câte ori se modifică presiunea după stabilirea echilibrului?
c. cu cât la sută se modifică numărul de moli în al doilea compartiment?

73*. Un cilindru închis la ambele capete cu înălţimea ℓ=80 cm este aşezat vertical şi împărţit în două compartimente cu ajutorul unui piston mobil greu (fig 1.1.30). Pistonul are secţiunea S=1 cm^2 şi grosimea neglijabilă. La momentul iniţial pistonul se află în echilibru la jumătatea cilindrului, sub el aflându-se azot iar deasupra hidrogen. Presiunea hidrogenului este p=1,5·10^5 Pa. La un moment dat pistonul devine permeabil doar pentru hidrogen. În final, în noua stare de echilibru sub piston se află o fracţiune f=0,8 din hidrogen. Se consideră că în timpul procesului temperatura nu se modifică. Să se afle:

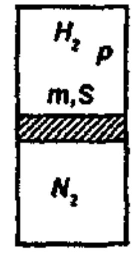


Fig. 1.1.30

a. deplasarea pistonului
b. presiunea iniţială a azotului

c. masa pistonului

1.2. Energia internă şi lucrul mecanic

1. Într-o incintă se află mase egale m=154 g de monooxid de carbon (CO) şi dioxid de carbon (CO_2) la presiunea $p=10^5$ Pa şi temperatura $t=0^0$C. Masele atomice relative ale carbonului şi oxigenului sunt $m_{rC}=12$ şi respectiv $m_{rO}=16$. Să se afle:
a. numărul de molecule din incintă
b. densitatea amestecului
c. energia internă a amestecului, dacă căldurile molare la volum constant sunt $C_{V1}=5R/2$ pentru CO şi $C_{V2}=3R$ pentru CO_2

2. Într-o butelie cu volumul V=0,5 m^3 se găseşte o masă m_1=2 kg de oxigen. O parte din gaz se consumă, astfel că masa rămasă este m_2=0,5 kg. Butelia se găseşte într-o incintă în care temperatura este menţinută constantă la valoarea $t=27^0$C. Cunoscând μ=32 g/mol şi $C_V=5R/2$, să se afle:
a. presiunea iniţială a gazului din butelie
b. densitatea gazului rămas în butelie
c. energia internă a gazului rămas în butelie

3. O cantitate de gaz ideal monoatomic cu volumul V_1=2 L şi presiunea $p_1=3\cdot10^5$ Pa evoluează după un ciclu termodinamic format din următoarele procese: 1-2 proces izobar până la $V_2=3V_1$, 2-3 proces izoterm până la $p_3=p_1/2$, 3-4 proces izobar până la $V_4=V_1$ şi 4-1 un proces izocor până la starea iniţială. Să se afle:
a. reprezentarea succesiunii de procese în coordonate (p, V)
b. variaţia energiei interne a gazului în procesul 1-2
c. lucrul mecanic efectuat de gaz în procesul 2-3 (ln2=0,7)

4. În sistemul din figura 1.2.1 se află un gaz ideal care ocupă un volum V=3 L la temperatura $t=127^0$C. În exterior se află aer la presiunea atmosferică $p_0=10^5$ N/m^2. Pistoanele au secţiunile S_1=10 cm^2 şi S_2=40 cm^2. Gazul este încălzit cu ΔT=50 K şi se consideră cilindrii suficienţi de lungi. Să se afle:
a. reprezentarea transformării în coordonate p şi V
b. cu cât se vor deplasa pistoanele?
c. lucrul mecanic efectuat de gaz şi variaţia energiei interne corespunzătoare, dacă gazul închis între pistoane este monoatomic

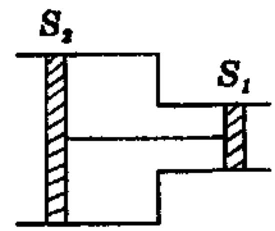


Fig. 1.2.1

5. Un gaz ideal monoatomic suferă succesiunea de transformări din figura 1.2.2. Se ştie că $p_1=10^5$ N/m^2 şi V_1=1 L. Să se afle:
a. variaţia energiei interne între stările 1 şi 3
b. lucrul mecanic total
c. energia internă a gazului în starea 2

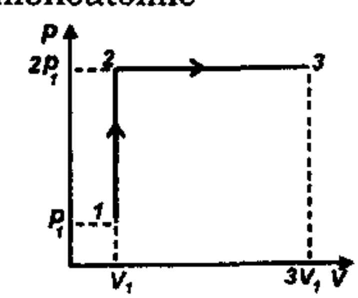


Fig. 1.2.2

6. O cantitate de ν=2 moli de gaz ideal biatomic efectuează succesiunea de transformări din figura 1.2.3. Ştiind că gazul este biatomic, că temperatura absolută a primei stări este T_1=300 K şi ln2=0,7, să se afle:
a. energia internă a gazului în starea 2
b. variaţia energiei interne între stările 1 şi 3
c. lucrul mecanic total

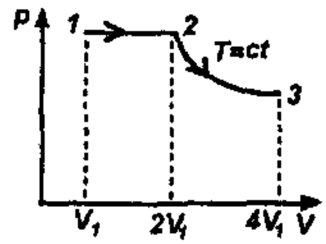


Fig. 1.2.3

7. Un gaz ideal monoatomic suferă succesiunea de transformări din figura 1.2.4. Se ştie că $V_2=V_1/e$, $p_1=10^5$ N/m², V_1=1 L şi e=2,71. Să se afle:
a. reprezentarea succesiunii de transformări în coordonate p şi V
b. variaţia energiei interne între stările 1 şi 3
c. lucrul mecanic total

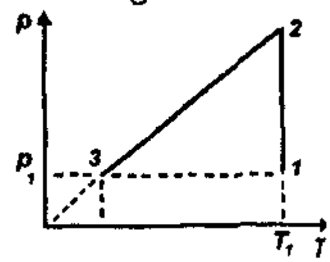


Fig. 1.2.4

8. Un gaz ideal monoatomic efectuează o transformare în care presiunea gazului variază în funcţie de volum după legea $p=aV$, unde a este o constantă. În cursul transformării volumul creşte de trei ori, iar în starea iniţială presiunea este $p_1=3\cdot10^5$ N/m² şi volumul V_1=3 L. Să se afle:
a. temperatura în starea 2 în funcţie de temperatura în starea 1
b. variaţia energiei interne între stările 1 şi 2
c. lucrul mecanic efectuat de gaz

9. Un mol de gaz ideal biatomic are presiunea care depinde liniar de volum astfel că în starea iniţială 1, presiunea gazului este $p_1=2\cdot10^5$ Pa şi volumul este V_1=1 L, iar în starea finală $p_2=6\cdot10^5$ Pa şi V_2=4 L. Să se afle:
a. raportul temperaturilor absolute în stările 2 şi 1
b. variaţia energiei interne între stările 1 şi 2
c. lucrul mecanic efectuat de gaz

10. Un gaz ideal evoluează din starea 1 cu parametrii p_0 şi $2V_0$ în starea 2 cu parametrii $2p_0$ şi V_0. Reprezentând grafic această transformare în coordonate p şi V se obţine un segment de dreaptă. Fie o stare 3 care împarte segmentul în două părţi egale. Să se afle:
a. de câte ori este mai mare temperatura absolută T_2 decât T_1?
b. variaţia energiei interne între stările 1 şi 2
c. raportul lucrurilor mecanice L_{13}/L_{32}

11. O cantitate de ν=2 moli de gaz ideal monoatomic aflat la presiunea $p_1=8{,}31\cdot10^5$ Pa şi temperatura absolută T_1=300 K se destinde după legea $T=aV-bV^2$, unde $a=56\cdot10^3$ K/m³ şi $b=10^6$ K/m⁶. Să se afle:
a. variaţia energiei interne a gazului când volumul se măreşte de n=2 ori
b. valoarea constantei a pentru ca energia internă în starea finală a gazului să fie egală cu energia internă în starea iniţială
c. lucrul mecanic efectuat de gaz în cursul destinderii de la punctul **a.**

12. Un mol de gaz monoatomic este adus din starea inițială 1 în starea finală 3 în care densitatea este $\rho_3=\rho_1/4$. Trecerea din starea 1 în 2 se face printr-un proces reprezentat grafic în figura 1.2.5. Presiunea maximă în timpul procesului $p_{max}=8\ p_1$ şi în starea 1 temperatura absolută este $T_1=300$ K. Să se afle:

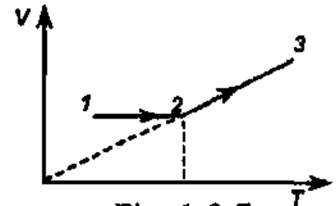


Fig. 1.2.5

a. reprezentarea succesiunii de transformări în coordonate p şi V
b. variația energiei interne între stările 1 şi 3
c. lucrul mecanic total efectuat de gaz la trecerea din starea 1 în 3

13. Un gaz ideal monoatomic cu ν=4 moli trece din starea 1 în starea 2 pe două căi ca în figura 1.2.6. Se cunosc $p_1=2p_2$, $T_1=300$ K. Procesul 1-*a*-2 este liniar, iar procesul 1-*b*-2 este izoterm. Să se afle:
a. energia internă în starea 1
b. lucrul mecanic în transformarea 1-*a*-2
c. lucrul mecanic în transformarea 1-*b*-2 (ln2=0,7)

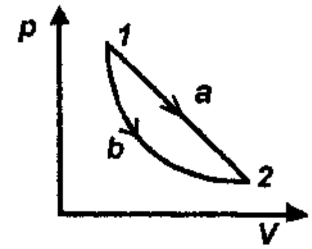


Fig. 1.2.6

14. Un gaz ideal monoatomic este supus procesului 1-2-3-4 din figura 1.2.7. Se cunosc $V_2=V_1/2$, $V_1=1$ L, $p_1=10^5$ Pa şi $C_V=3R/2$. Să se afle:
a. raportul T_3/T_1
b. variația energiei interne ΔU_{23}
c. raportul L_{12}/L_{34}

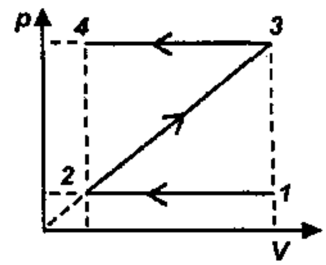


Fig. 1.2.7

15. Doi moli de heliu ($C_V=3R/2$) se află inițial la o temperatură $t_1=27^oC$ şi ocupă un volum V_1. Heliul se destinde întâi la presiune constantă până ce volumul se dublează şi apoi adiabatic până când temperatura revine la valoarea inițială. Să se afle:
a. reprezentarea proceselor în coordonate p şi V
b. variația energiei interne a gazului în întregul proces
c. lucrul mecanic total efectuat de heliu

16. O cantitate de azot ($C_V=5R/2$) se găseşte într-o stare de echilibru termodinamic inițială 1 caracterizată de parametrii $p_1=2\cdot10^5$ Pa şi $V_1=2$ L şi poate ajunge în starea finală 2 caracterizată de parametrii $p_2=3p_1$ şi $V_2=2V_1$ prin trei procese distincte, ca în figura 1.2.8. Procesul 1-2 este reprezentat în coordonate p-V printr-o dreaptă, procesul 1-*A*-2 este format dintr-un proces izocor 1-*A* urmat de un proces izobar *A*-2 şi procesul 1-*B*-2 este format din procesul 1-*B* izobar urmat de un proces izocor *B*-2. Să se afle:

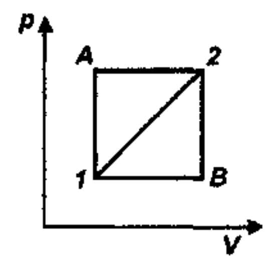


Fig. 1.2.8

a. lucrul mecanic efectuat de azot în procesul 1-2
b. variația energiei interne în procesul 1-*A*-2
c. raportul dintre lucrul mecanic total schimbat de gaz cu mediul exterior în cazul parcurgerii ciclului 1-*A*-2-1 şi modulul lucrului mecanic total schimbat de gaz cu mediul exterior în cazul parcurgerii ciclului 1-*B*-2-1

17. Un gaz ideal trece din starea 1 în starea 3 ca în figura 1.2.9. Să se afle:
a. raportul energiilor interne U_3/U_1
b. calculați raportul celor două lucruri mecanice L_{123}/L_{13}
c. calculați diferența celor două lucruri mecanice L_{123} și L_{13} în funcție de p_1 și V_1 și precizați ce semnifică fizic această diferență

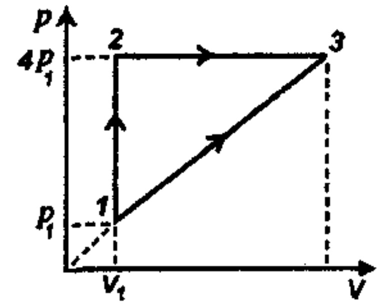


Fig. 1.2.9

18. Un gaz ideal biatomic aflat inițial în starea 1 în care presiunea este $p_1=6\cdot10^5$ Pa și volumul $V_1=2$ L se destinde izoterm până ce volumul gazului se dublează. Apoi gazul se comprimă după legea $p=aV$ până la volumul inițial V_1. Să se afle:
a. reprezentarea proceselor în coordonate p și V
b. raportul variațiilor energiilor interne între stările 1-3 și 2-3
c. lucrul mecanic total (ln2=0,7)

19. Un mol de gaz ideal monoatomic evoluează conform transformării ciclice din figura 1.2.10. Se știe că $p_2=4p_1=8\cdot10^5$ Pa și $V_3=2V_1=2$ L. Să se afle:
a. parametrii stării 4 în funcție de parametrii stării 1
b. variația energiei interne între stările 2 și 3
c. raportul lucrurilor mecanice L_{1241}/L_{1431}

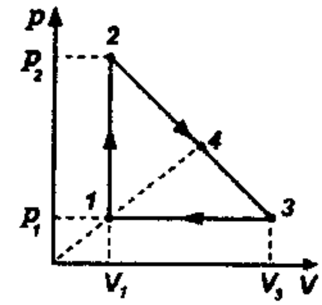


Fig. 1.2.10

20. Un gaz ideal evoluează dintr-o stare inițială într-o stare finală în care volumul gazului se dublează. Gazul ajunge de fiecare dată indiferent de transformările suferite în starea finală (p_2, V_2). Să se precizeze în care dintre transformările următoare gazul efectuează cel mai mic, respectiv cel mai mare lucru mecanic.
a. izobară
b. izotermă
c. după legea $T=aV^2$, a=constant
d. adiabată
e. după legea $T=bV^3$, b=constant

21. Un gaz ideal biatomic evoluează după succesiunea de transformări 123456 ca în figura 1.2.11. Se cunosc $p_0=10^5$ N/m², $V_1=1$ L și $V_2=3V_1$. Să se afle:
a. lucrul mecanic total efectuat în transformările 123
b. lucrul mecanic total efectuat în transformările 123456
c. variația energiei interne între starea inițială 1 și starea 2

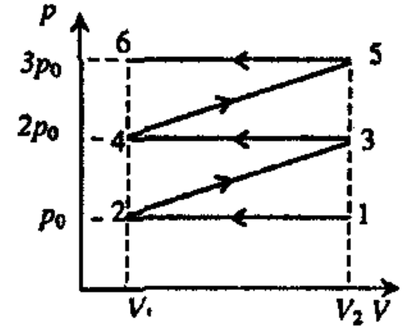


Fig. 1.2.11

22. Un gaz ideal monoatomic parcurge ciclul din figura 1.2.12. Se cunosc $p_1=10^5$ N/m², $p_0=3\cdot10^5$ N/m², $p_3=4\cdot10^5$ N/m², $V_2-V_1=20$ L, iar segmentele $2\rightarrow1$ şi $4\rightarrow3$ sunt orizontale. Să se afle:

a. lucrul mecanic efectuat de gaz pe ciclul 14321

b. raportul lucrurilor mecanice L_{1021}/L_{0430}

c. variaţia energiei interne între stările 1 şi 2

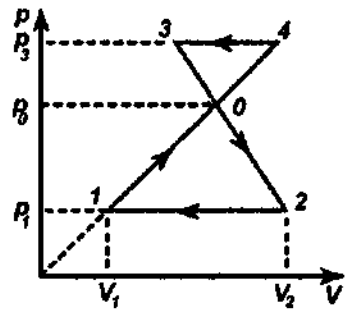


Fig. 1.2.12

23. Un gaz ideal suferă un proces ciclic reprezentat grafic în figura 1.2.13. Se cunosc $p=10^5$ N/m² şi $V=2$ L. Să se afle:

a. lucrul mecanic în transformarea 1-2

b. lucrul mecanic în transformarea 3-1

c. lucrul mecanic pe ciclu

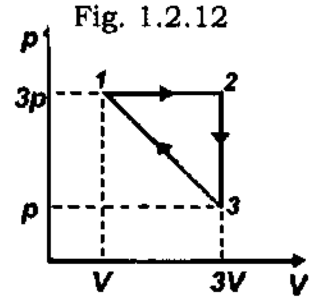


Fig. 1.2.13

24. Un gaz ideal monoatomic suferă un proces ciclic reprezentat grafic în figura 1.2.14. Se cunosc $p_1=10^5$ N/m² şi $V_1=1$ L. Să se afle:

a. lucrul mecanic în transformarea 3-1

b. variaţia energiei interne între stările 1 şi 2

c. lucrul mecanic pe ciclu

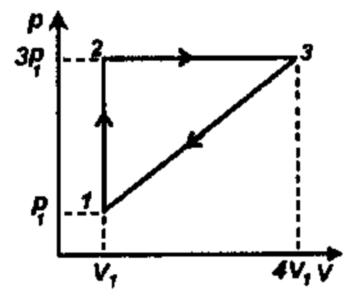


Fig. 1.2.14

25. ν=0,1 moli de gaz ideal monoatomic suferă succesiunea de transformări din figura 1.2.15. În starea 1, gazul are parametrii p_1, V_1 şi $T_1=300$ K. Se cunoaşte că $V_2=4V_1$. Ecuaţia procesului 2-3 este descrisă de legea $p=aV$. Să se afle în funcţie de parametrii stării 1:

a. reprezentarea grafică a transformării în coordonate (V, T)

b. energia internă a gazului în starea 2

c. lucrul mecanic pe ciclu (ln2=0,7)

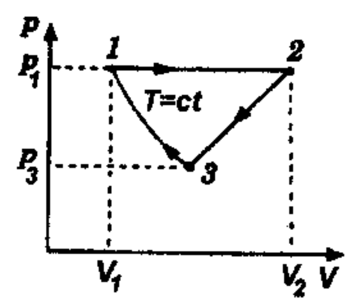


Fig. 1.2.15

26. Un gaz ideal suferă succesiunea de transformări din figura 1.2.16. În starea 1 gazul are parametrii p_1 şi V_1. Să se afle în funcţie de parametrii stării 1:

a. lucrul mecanic în transformarea ciclică 1231

b. lucrul mecanic în transformarea ciclică 3453

c. lucrul mecanic în transformarea ciclică 12541

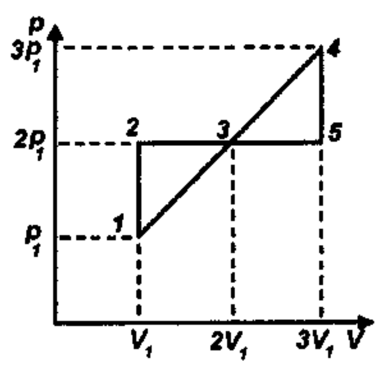


Fig. 1.2.16

27. În figura 1.2.17 sunt reprezentate două transformări ciclice 1-2-3-1 şi 1-3-4-1 pentru un gaz ideal. Se cunosc $p_1=2\cdot10^5$ Pa, $V_2=4V_1=16$L şi $T_1=T_3$. Să se afle, dacă se cunoaşte că ln2=0,7:

a. în care din cele două cazuri gazul efectuează un lucru mecanic mai mare?

b. diferenţa dintre L_{1231} şi L_{1341}

c. suma dintre L_{1231} şi L_{1341} şi să se interpreteze rezultatul

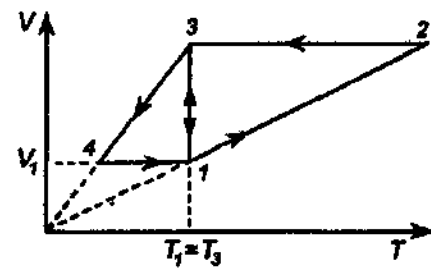


Fig. 1.2.17

28. Un mol de gaz ideal monoatomic suferă transformarea ciclică 1-2-3-4-1 din figura 1.2.18. Se cunoaşte că $T_3=16T_1$. Să se afle:

a. reprezentarea ciclului în coordonate (V,T) şi (p,V)

b. parametrii stărilor 2, 3, 4 în funcţie de p_1, V_1 şi T_1

c. lucrul mecanic efectuat de gaz în ciclul 1-2-3-4-1 în funcţie de p_1 şi V_1

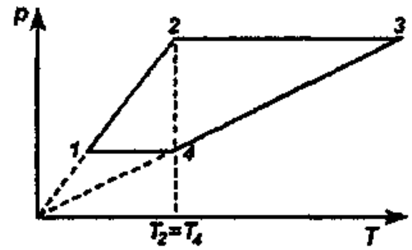


Fig. 1.2.18

29. Un gaz ideal monoatomic suferă succesiunea de transformări din figura 1.2.19, în care $p_2=3p_1$, $V_3=4V_1$. Să se afle în funcţie de parametrii stării 1:

a. reprezentarea grafică în coordonate p şi T

b. variaţia energiei interne între stările 4 şi 1

c. lucrul mecanic pe transformarea ciclică (ln2=0,7)

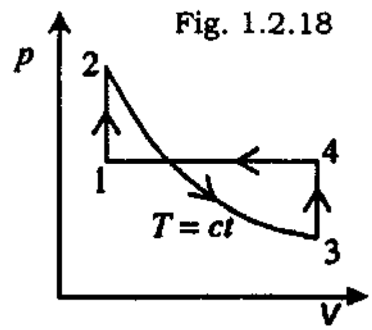


Fig. 1.2.19

30. Un mol de gaz ideal monoatomic execută următoarele transformări: 1-2 încălzire izocoră astfel că $p_2=8p_1/3$, 2-3 o destindere izobară în decursul căreia $V_3=3V_1/2$, 3-4 o destindere izotermă şi o transformare 4-1 în care presiunea variază cu volumul după legea pV^{-1}=constant. Să se afle:

a. reprezentarea grafică a procesului ciclic în coordonate p şi V

b. parametrii stării 4 în funcţie de parametrii stării 1

c. lucrul mecanic pe transformarea ciclică în funcţie de p_1 şi V_1 (ln4/3=0,287)

31. Un gaz ideal efectuează transformarea ciclică reprezentată grafic în figura 1.2.20, astfel că $V_2=2V_1$, $p_4=4p_1$. Se cunosc parametrii stării 1, presiunea $p_1=10^5$ N/m^2 şi volumul $V_1=1$ L. Să se afle:

a. raportul temperaturilor absolute T_5/T_1

b. presiunea în starea 3

c. lucrul mecanic total

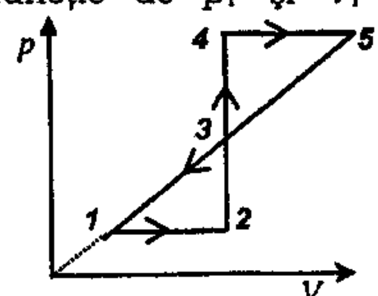


Fig. 1.2.20

32. Un gaz ideal suferă transformările din figura 1.2.21. Inițial în starea 1 parametrii sunt $p_1=10^5$ Pa și $V_1=1$ L. Să se afle:
a. raportul energiilor interne ale gazului în stările 3 și 1
b. *lucrul mecanic în transformarea 1-2-3*
c. lucrul mecanic în transformarea ciclică 1-2-3-4-1

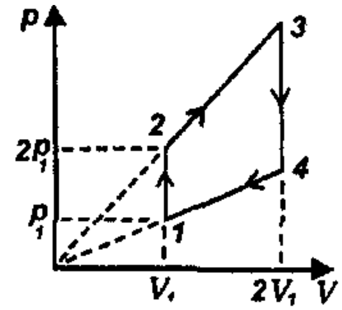


Fig. 1.2.21

33. Un gaz biatomic suferă succesiunea de transformări din figura 1.2.22. Se cunosc parametrii stării 1, presiunea $p_1=10^5$ Pa și volumul $V_1=1$ L, precum și $p_2=2p_1$, $V_3=3V_1$, $V_4=4V_1$. Să se afle:
a. temperatura în starea 3 în funcție de temperatura în starea 1
b. lucrul mecanic efectuat de gaz pe ciclu
c. variația energiei interne ΔU_{14}

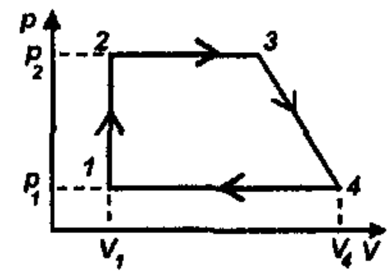


Fig. 1.2.22

34. O cantitate $\nu=1$ mol de gaz ideal parcurge ciclul din figura 1.2.23, unde $T_1=400$ K, iar procesul 3-1 este descris de ecuația $T=\frac{1}{2}T_1(3-BV)BV$, unde B este o constantă pozitivă. Să se afle:
a. reprezentarea procesului în coordonate p și V
b. lucrul mecanic efectuat de gaz la parcurgerea unui ciclu
c. puterea dezvoltată de motor, dacă se efectuează $n=5$ cicluri pe secundă

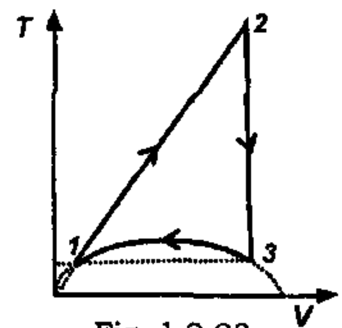


Fig. 1.2.23

35. Într-un vas cu volumul $V_1=20$ L se află un gaz monoatomic la presiunea $p_1=10^5$ N/m^2 și la temperatura $t_1=27^0$C. În alt vas cu volumul $V_2=40$ L se află un alt gaz monoatomic la presiunea $p_2=3\cdot10^5$ N/m^2 și la temperatura $t_2=227^0$C. Cele două vase se pun în legătură printr-un tub subțire de volum neglijabil. Pereții celor două vase nu permit schimbul de căldură cu mediul exterior. Să se afle:
a. temperatura finală după punerea în legătură a vaselor
b. presiunea finală care se stabilește în cele două vase
c. variația energiei interne în primul vas

36. Un gaz ideal aflat inițial la presiunea $p_1=10^5$ N/m^2 și volumul $V_1=2$ L suferă succesiunea de transformări: o comprimare 1-2, astfel încât energia *internă să rămână constantă iar $V_1=3V_2$, o transformare 2-3, în care* densitatea gazului să rămână constantă până ce gazul ajunge la presiunea inițială, iar 3-1, o transformare în care densitatea gazului să varieze invers proporțional cu temperatura absolută. Se cunoaște că ln3=1,1. Să se afle:
a. reprezentarea grafică a transformării ciclice în coordonate (p,V)
b. lucrul mecanic al gazului în această transformare ciclică

c. energia internă a gazului monoatomic în starea 3

37. Două recipiente cu volumele V_1=1 L şi V_2=7V_1/3 sunt unite între ele printr-un tub scurt, prevăzut cu o supapă care permite numai trecerea gazului din recipientul mai mare în recipientul mai mic, dacă presiunea din recipientul mai mare depăşeşte presiunea din recipientul mai mic cu Δp=900/7 kPa. La temperatura T_2=300 K, recipientul mai mare conţine gaz la presiunea atmosferică normală p_0=10^5 N/m^2, iar recipientul mic este vidat, să se afle:

a. masa aerului conţinut iniţial în recipientul mare (μ=28,9$\cdot 10^{-3}$ kg/mol)

b. presiunea p_1 care se stabileşte în recipientul mai mic atunci când ambele recipiente se găsesc la aceeaşi temperatură T=3T_2/2

c. variaţia relativă a energiei interne $\Delta U / U_i$, pentru gaz în acest proces, unde U_i este energia internă a gazului în starea iniţială

38. Fie un cilindru izolat de exterior, în care doi pereţi delimitează 3 compartimente egale. În primul se află 2v moli O_2 la presiunea 2p şi temperatura T_1, în al doilea se află 3v moli de H_2 la presiunea p, iar în al treilea se află v moli de N_2 la presiunea 3p. Se înlătură pereţii şi se stabileşte echilibrul termic. Să se determine:

a. temperaturile iniţiale ale H_2 şi N_2

b. presiunea finală a amestecului

c. variaţia energiei interne a oxigenului ca urmare a procesului de difuzie

39. Două recipiente identice conţin hidrogen la aceeaşi temperatură t=27^{o}C şi câte ν=10 moli. Cele două recipiente comunică cu ajutorul unui tub subţire de volum negjijabil. Se măreşte temperatura absolută a hidrogenului din primul recipient de n=2 iar în cel de-al doilea recipient se micşorează temperatura absolută a hidrogenului de n=2. Să se afle:

a. fracţiunea din masa hidrogenului din primul recipient care trece în cel de-al doilea

b. variaţia energiei interne totale a hidrogenului

c. lucrul mecanic total efectuat de hidrogen în acest proces

40. Un gaz ideal monoatomic se află iniţial într-o stare caracterizată de parametrii p_1=4$\cdot 10^5$ N/m^2 şi V_1=2 L. Gazul evoluează până în starea finală caracterizată de parametrii p_5=10^5 N/m^2 şi V_5=4 L pe trei căi ca în figura 1.2.25. Să se afle:

a. lucrul mecanic pe calea 1-4-5

b. lucrul mecanic pe calea 1-2-5 (ln2=0,7)

c. variaţia energiei interne pe calea 1-3-5

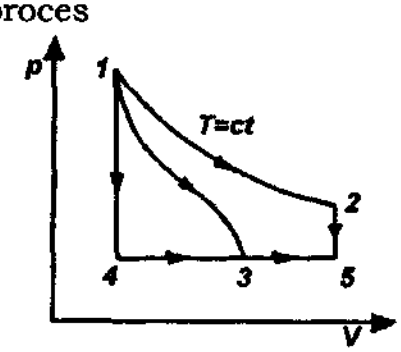


Fig. 1.2.25

41. Un cilindru orizontal cu volumul V=2 L este împărţit în două părţi egale cu ajutorul unui piston fixat cu secţiunea neglijabilă. Într-un compartiment este vid iar în celălalt se află un gaz biatomic la presiunea p_0=10^5 N/m^2 şi temperatura t=27^{o}C. La un moment pistonul se deblochează. Să se afle:

a. energia internă a gazului în starea iniţială
b. lucrul mecanic efectuat de gaz în timpul destinderii acestuia
c. temperatura gazului imediat după destindere

1.3. Aplicaţii ale principiul 1 al termodinamicii

1. Oxigenul ocupă o butelie cu volumul V=2 L la temperatura t_1=27^{0}C şi la presiunea p_1=2·10^5 N/m^2. Oxigenului i se transmite căldură astfel că presiunea acestuia se triplează. Să se afle:
a. temperatura finală
b. lucrul mecanic efectuat de gaz şi căldura primită de acesta
c. variaţia energiei interne a oxigenului în timpul procesului

2. Într-un recipient se află azot cu masa molară μ_{N2}=28·10^{-3} kg/mol la presiunea p_1=2·10^5 N/m^2 şi la temperatura t_1=87^{0}C. Să se afle:
a. densitatea azotului în condiţiile date
b. temperatura t_2 la care trebuie încălzit azotul pentru ca presiunea lui să se dubleze
c. raportul dintre căldura necesară dublării temperaturii absolute a azotului printr-un proces izobar şi căldura necesară dublării temperaturii absolute a lui printr-un proces izocor, dacă temperatura iniţială este aceeaşi

3. Într-un cilindru cu volumul V=16,62 L se află la presiunea p=10^5 Pa un amestec de oxigen (μ_1=32·10^{-3} kg/mol) şi hidrogen (μ_2=2·10^{-3} kg/mol). Să se afle:
a. energia internă a amestecului
b. variaţia energiei interne a amestecului, dacă amestecul se încălzeşte cu ΔT=100 K pornind de la temperatura iniţială t=27^{0}C
c. căldura primită de amestecul de gaze în condiţiile punctului **b.**

4. Într-o butelie se află o cantitate de ν=5 moli azot la temperatura iniţială t=27^0 C. Azotul primeşte căldura Q=20775 J. Să se afle:
a. temperatura azotului în stare finală
b. fracţiunea de disociere a azotului, dacă după disociere energia internă a gazului monoatomic este egală cu cea a celui biatomic rămas
c. de câte ori creşte energia internă a gazului, dacă gazul disociază cu fracţiunea f=20%, iar temperatura absolută creşte de n=3 ori

5. O cantitate de ν=2 moli de gaz monoatomic aflat la temperatura t_1=27^{0}C suferă o transformare izobară în care un gaz efectuează un lucru mecanic L=1662 J. Să se afle:
a. temperatura gazului în stare finală
b. variaţia energiei interne
c. căldura primită de gaz

6. O cantitate ν=1 mol de azot se destinde izobar dintr-o stare iniţială în care presiunea este p_1=4·10^5 N/m^2 şi temperatura t_1=27^{0}C până într-o stare

finală. În exterior presiunea este p_0=10^5 Pa. În timpul acestui proces variaţia energiei interne este ΔU=831 J. Să se afle:
a. temperatura absolută în starea finală
b. volumul final
c. căldura absorbită şi lucrul mecanic efectuat de gaz

7. O cantitate de oxigen cu masa m=0,127 g (μ_{O2}=$32\cdot10^{-3}$ kg/mol) se află într-un cilindru vertical închis etanş în partea superioară cu un piston cu masa M=10 kg şi secţiunea S=1 cm^2. Gazului i se transferă o cantitate de căldură astfel că pistonul se ridică, astfel că energia potenţială a acestuia creşte cu ΔE_p=5 J, iar temperatura devine în starea finală t_2=227^{0}C. Să se afle:
a. lucrul mecanic, căldura şi variaţia energiei interne în acest proces
b. volumul iniţial al gazului
c. temperatura iniţială în grade Celsius

8. Într-un cilindru care conţine oxigen se poate deplasa fără frecări un piston cu masa m=20 kg şi cu secţiunea S=10 cm^2. Cilindrul este aşezat sub un unghi α=30^0 faţă de orizontală. În exteriorul cilindrului presiunea este cea normală p_0=10^5 N/m^2. Să se afle:
a. presiunea gazului din cilindru
b. lucrul mecanic efectuat de gaz, dacă pistonul se ridică astfel că lungimea coloanei de oxigen creşte cu $\Delta\ell$=10 cm
c. căldura primită de oxigen în condiţiile punctului **b.**

9. Un tub cilindric vertical de secţiuni diferite este închis la ambele capete prin două pistoane de arii diferite ca în figura 1.3.1. Fiecare piston alunecă în porţiunea de tub corespunzătoare, astfel că iniţial pistoanele se află în echilibru. Între cele două pistoane legate printr-un fir inextensibil se găseşte ν=0,1 mol de gaz ideal biatomic (C_V=5R/2). Diferenţa dintre secţiunile celor două pistoane este ΔS=$2\cdot10^{-4}$ m^2, iar suma maselor celor două pistoane este m=1 kg, presiunea atmosferică este p_0=10^5 N/m^2. Se încălzeşte gazul cu ΔT=10 K. Să se afle:

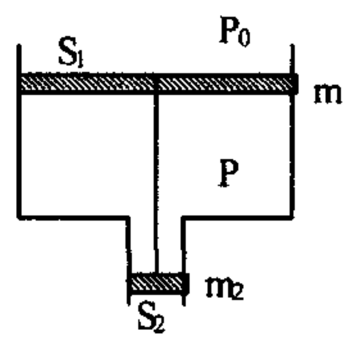


Fig. 1.3.1

a. presiunea gazului dintre cele două pistoane şi să se arate că transformarea gazului este izobară
b. cu cât şi în ce sens se vor deplasa pistoanele?
c. cantitatea de căldură primită de gazul biatomic în acest proces

10. Într-un recipient se află azot care ocupă volumul V_1=2 L la presiunea p_1=10^5 N/m^2. Gazul se destinde izoterm până volumul acestuia creşte şi devine V_2=16 V_1. Să se afle:
a. presiunea gazului în starea finală
b. variaţia energiei interne a gazului
c. lucrul mecanic şi căldura primită de gaz în timpul procesului (ln2=0,693)

11. Se admite că atât căldura primită de aerul dintr-o cameră de la agentul termic din calorifer, cât şi căldura cedată de aerul din cameră mediului exterior sunt direct proporţionale cu diferenţele de temperatură dintre sursele care schimbă căldură. Într-o zi în care temperatura mediului exterior este t_{e1}=-20°C, iar temperatura agentului termic este t_a=60°C, temperatura în cameră se menţine la t_1=20°C. Să se afle:

a. temperatura t_2 care s-ar putea menţine în cameră într-o zi în care temperatura mediului exterior este t_{e2}=-40°C, dacă temperatura agentului termic rămâne t_a=60°C

b. temperatura pe care ar trebui să o aibă agentul termic pentru ca în ziua în care temperatura mediului exterior este t_{e2}=-40°C în cameră să poată fi menţinută temperatura t_1=20°C

c. temperatura mediului exterior, dacă temperatura agentului termic este t_a=60°C, iar temperatura în cameră se menţine la t_3=25°C

12. În figura 1.3.2 izotermele sunt reprezentate la aceeaşi temperatură pentru hidrogen. Se ştie că masa de hidrogen în cazul izotermei (1) este m_1=0,5 g, raportul dintre căldurile absorbite pentru dublarea volumului pe izotermele (1) şi (2) este Q_1/Q_2=0,5 şi căldura absorbită pe izoterma (2) pentru a produce o variaţie de volum ΔV=3 $V_{inițial}$ este Q_2'=1727,649 J. Să se afle:

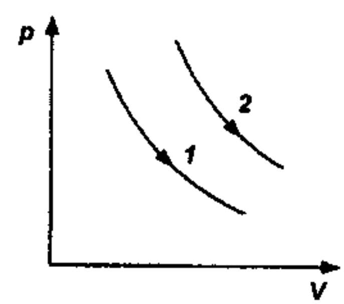


Fig. 1.3.2

a. masa de hidrogen în cazul izotermei (2)

b. temperatura absolută la care au fost reprezentate izotermele

c. căldura Q_1

13. O masă de oxigen m=3,2 g cu masa molară μ_{O2}=32·10⁻³ kg/mol se află la temperatura t_1=27°C şi se destinde adiabatic efectuând un lucru mecanic L=166,2 J. Să se afle:

a. temperatura finală în grade Celsius

b. variaţia energiei interne

c. căldura schimbată cu mediul exterior

14. Un mol de gaz ideal ocupă la presiunea p_1=8·10⁵ Pa un volum V_1=1 L. Gazul se destinde adiabatic până ce presiunea scade de 32 ori şi volumul creşte de 8 ori. Să se afle:

a. exponentul adiabatic al gazului

b. lucrul mecanic efectuat de gaz

c. variaţia temperaturii gazului în acest proces

15. O masă de azot m=28 g cu masa molară μ_{N2}=28·10⁻³ kg/mol se află la temperatura t_1=27°C şi ocupă volumul V_1=2 m³. Gazul se comprimă adiabatic până ce temperatura devine t_2=327°C. Să se afle:

a. lucrul mecanic efectuat de gaz

b. variaţia energiei interne a gazului şi căldura schimbată cu mediul exterior

c. volumul final

16. Un gaz ideal monoatomic evoluează din starea inițială 1 în starea finală 2 printr-o transformare de tipul $p=aV$, unde a=constant. În starea inițială parametrii gazului sunt $p_1=10^5$ N/m^2 și $V_1=1$ L și în stare finală $V_2=3\ V_1$. Să se afle:
a. presiunea finală
b. variația energiei interne a gazului
c. căldura schimbată cu mediul exterior și lucrul mecanic efectuat de gaz

17. În cilindrul din figura 1.3.3 se află introdus un gaz ideal monoatomic. Resortul este nedeformat când pistonul se află la capătul din stânga. Să se afle:
a. legea de dependență dintre presiunea gazului și volumul acestuia
b. de câte ori crește temperatura absolută, dacă presiunea crește de 1,5 ori?
c. căldura molară a gazului în acest proces

Fig. 1.3.3

18. O masă de heliu trece din starea inițială caracterizată de presiunea $p_1=10^5$ N/m^2 și $V_1=10$ L într-o stare finală caracterizată de presiunea $p_3=4\cdot10^5$ N/m^2 și $V_3=2$ L, printr-o transformare izocoră și apoi o transformare izobară. Să se afle:
a. variația energiei interne
b. lucrul mecanic total efectuat de gaz între stările 1 și 3
c. căldura totală schimbată de gaz cu mediul extern

19. Un gaz ideal monoatomic suferă o transformare izocoră urmată de o transformare izobară ca în figura 1.3.4. Știind că $Q_{12}=Q_{23}$ și că $T_3/T_1=4$, să se afle:
a. raportul T_2/T_1
b. raportul $\Delta U_{23}/\Delta U_{12}$
c. căldura totală care intervine în transformarea 1-2-3, dacă în starea 1 presiunea gazului este $p_1=10^5$ Pa și volumul acestuia $V_1=8$ L

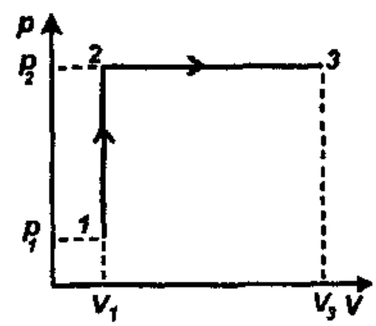


Fig. 1.3.4

20. Un piston care se poate mișca fără frecări într-un cilindru orizontal, separă de mediul exterior un volum $V_1=10$ L de gaz ideal biatomic la temperatura $t_1=27^0$C și presiunea $p_1=1$ atm. Inițial pistonul este în echilibru. Încălzind gazul închis în cilindru pistonul se deplasează lent. Când temperatura devine $T_2=900$ K, pistonul se blochează. Aerul din cilindru este încălzit în continuare până când presiunea devine $p_3=5$ atm. Să se afle:
a. lucrul mecanic efectuat de gaz în timpul deplasării pistonului
b. variația energiei interne a gazului în timpul deplasării pistonului
c. căldura totală transmisă gazului

21. Un mol de gaz ideal monoatomic suferă succesiunea de transformări din figura 1.3.5. Se cunoaşte că stările 1 şi 2 se află pe aceeaşi izotermă, temperatura absolută în starea 1 este T_1=300 K şi V_2=3V_1. Să se afle:
a. variaţia energiei interne între stările 1 şi 3
b. raportul lucrurilor mecanice efectuate în procesele 1-2 şi 2-3
c. căldura schimbată în transformarea 2-3

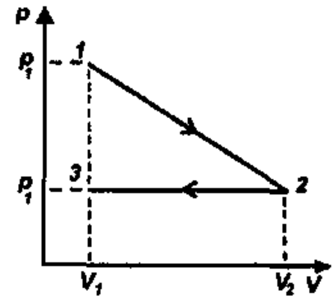


Fig. 1.3.5

22. ν=2 moli de gaz ideal cu exponentul adiabatic γ=1,4 se află iniţial în starea 1. Transmiţând gazului aceeaşi cantitate de căldură gazul poate trece fie în starea 2 fie în starea 3 (fig 1.3.6). Să se afle:
a. de câte ori variaţia temperaturii este mai mare în transformarea 1-2 decât în transformarea 1-3?
b. căldura în transformarea 1-2, dacă ΔT_{12}=300 K
c. căldura molară în transformarea 1-3

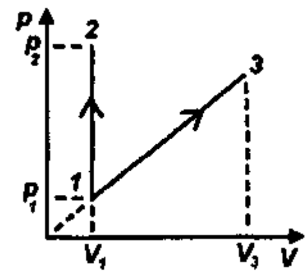


Fig. 1.3.6

23. Un gaz ideal este supus următoarei succesiuni de transformări ca în figura 1.3.7. Cunoscând că V_2=2V_1 şi V_3=4V_2, iar căldura primită de gaz pe transformarea 1-2 este egală cu cea primită de gaz pe transformarea izotermă 2-3, să se afle:
a. exponentul adiabatic al gazului (ln2=0,693)
b. L_{12}/L_{23}
c. raportul variaţiei energiilor interne $\Delta U_{12}/\Delta U_{13}$

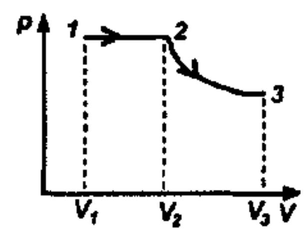


Fig. 1.3.7

24. Un gaz ideal biatomic aflat iniţial într-o stare în care presiunea p_1=2·10^5 N/m^2 şi volumul V_1=5 L suferă sucesiunea de transformări: o transformare izotermă astfel că V_2=e^2V_1 (e=2,71), şi apoi o transformare izobară până la volumul iniţial. Să se afle:
a. variaţia energiei interne între starea iniţială şi cea finală
b. lucrul mecanic total
c. căldura totală schimbată de gaz cu exteriorul

25. O cantitate ν=5 moli de gaz ideal monoatomic se află iniţial în starea 1, caracterizată de parametrii p_1=10^5 Pa şi t_1=27^{0}C. Gazul suferă succesiunea de procese reprezentate în figura 1.3.8. Se cunosc p_2=2p_1 şi V_3=V_2/2. Să se afle:
a. reprezentarea succesiunii de transformări în p şi V
b. lucrul mecanic total schimbat de gaz cu mediul exterior (ln2≈0,7)
c. căldura totală schimbată de gaz cu mediul exterior

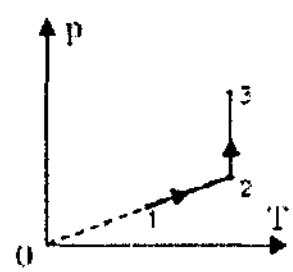


Fig. 1.3.8

26. Un mol de gaz ideal monoatomic, aflat inițial în starea 1, în care presiunea este $p_1=2\cdot10^5$ Pa și volumul $V_1=3$ L este supus transformării 1-2-3 reprezentată în figura 1.3.9. Transformare 2-3 este izotermă, iar transformarea 1-2 se reprezintă printr-o dreaptă în coordonate p și V. Să se afle:
a. lucrul mecanic total schimbat de gaz cu exteriorul ($\ln2\approx0{,}7$)
b. căldura totală schimbată de gaz cu exteriorul
c. variația energiei interne a gazului între stările 1 și 3

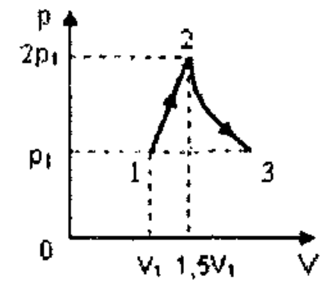


Fig. 1.3.9

27. Un mol de gaz ideal monoatomic, aflat inițial în starea 1, la temperatura $T_1=300$ K este supus succesiunii de transformări 1-2-3 ca în figura 1.3.10. Se știe că $\ln(4/3)\approx0{,}29$. Să se afle:
a. energia internă a gazului în starea 3
b. lucrul mecanic în transformarea 2-3
c. căldura totală schimbată de gaz cu exteriorul în transformarea 1-2-3

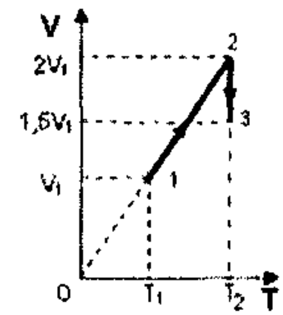


Fig. 1.3.10

28. Un gaz ideal biatomic, aflat inițial în starea 1, în care presiunea este $p_1=4\cdot10^5$ Pa și volumul $V_1=1$ L, este supus transformării 1-2-3 ca în figura 1.3.11, astfel că 1-2 este o transformare izotermă ($\ln2\approx0{,}7$). Să se afle:
a. lucrul mecanic total schimbat de gaz cu exteriorul
b. căldura totală schimbată de gaz cu exteriorul
c. variația energiei interne a gazului între stările 1 și 3

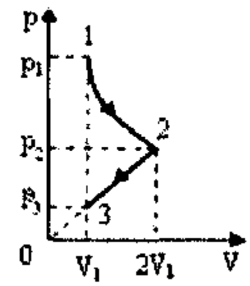


Fig. 1.3.11

29. Un gaz ideal monoatomic se află într-o stare inițială în care $p_1=4\cdot10^5$ Pa și $V_1=1$ L. Gazul este răcit izocor și cedează căldura $Q_{12}=-300$ J, apoi se destinde izoterm până în starea finală 3 în care volumul gazului devine $V_3=eV_1$ ($e=2{,}71$). Să se afle:
a. lucrul mecanic efectuat de gaz în transformarea 2-3
b. variația energiei interne între stările 1 și 3
c. verificați primul principiu al termodinamicii între stările 1 și 3

30. O cantitate de hidrogen suferă o transformare 1-2 în care energia internă rămâne constantă din starea inițială în care $p_1=2{,}71\cdot10^5$ N/m² și $V_1=1$ L până într-o stare finală în care $V_2=eV_1$ (e=2,71). Apoi gazul își mărește temperatura absolută de trei ori printr-o transformare 2-3 în care densitatea gazului se menține constantă. Să se afle:
a. reprezentarea grafică în coordonate p și V a succesiunii de transformări 1-2-3
b. lucrul mecanic total
c. presiunea finală în starea 3
d. căldura totală schimbată de gaz cu mediul de hidrogen

31. O masă m=14 g de azot (μ=28 g/mol şi C_v=5R/2) se află iniţial în starea caracterizată de parametrii p_0=10^5Pa şi V_0=3 L. Gazul suferă succesiunea de transformări din figura 1.3.12. Să se afle:

a. variaţia energiei interne a gazului în procesul 1-2

b. căldura absorbită de gaz în procesul 2-3

c. căldura molară a gazului pe transformarea 1-2

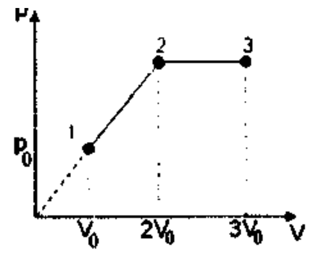


Fig. 1.3.12

32. Un mol de gaz ideal monoatomic este supus succesiunii de transformări 1-2-3 ca în figura 1.3.13. Transformarea 1-2 este adiabatică. În starea 1 parametrii gazului sunt: p_1=16·10^5 Pa şi V_1=1 L. Să se afle:

a. lucrul mecanic total

b. variaţia energiei interne în procesul 1-2-3

c. căldura totală schimbată de gaz cu mediul extern şi verificaţi primul principiu al termodinamicii

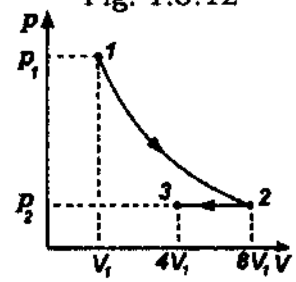


Fig. 1.3.13

33. O masă m=10 g de oxigen (μ_{O2}=32 g/mol) aflată la temperatura absolută T_1=300 K şi presiunea p_1=10^5 Pa este comprimată adiabatic astfel încât energia internă a gazului variază cu ΔU=4155 J. Apoi gazul se destinde izoterm, astfel că în transformarea izotermă căldura primită de gaz este egală cu variaţia energiei interne în procesul adiabatic. Să se afle:

a. temperatura absolută în starea 2 la sfârşitul comprimării adiabatice

b. volumul la sfârşitul comprimării adiabatice

c. volumul la sfârşitul destinderii izoterme (e=2,71, $e^{1,7}$=5,47)

34. Un gaz ideal biatomic trece din starea iniţială caracterizată de parametrii p_1=10^5 Pa şi V_1=5 L în starea finală caracterizată de parametrii p_3=3·10^5 Pa şi V_3=2 L printr-o transformare adiabatică urmată de o transformare izocoră. Să se afle, dacă $2{,}5^{1,4}$=3,6:

a. variaţia energiei interne între stările 1 şi 3

b. căldura totală schimbată de gaz

c. lucrul mecanic total efectuat de gaz

35. O cantitate de gaz ideal monoatomic trece din starea 1 în starea 3 în două moduri conform figurii 1.3.14. Se cunosc parametrii stării 1 presiunea p_1=2·10^5 Pa şi volumul V_1=2 L. Să se afle:

a. lucrul mecanic efectuat în fiecare situaţie

b. variaţia energiei interne $\Delta U_{1\text{-}3}$

c. căldura furnizată gazului în fiecare situaţie

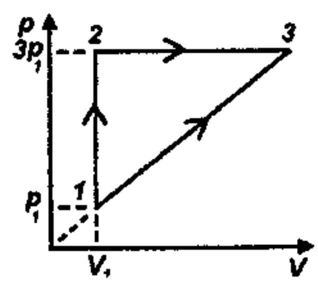


Fig. 1.3.14

36. Un gaz biatomic funcţionează după un ciclu ABC reprezentat în figura 1.3.15. În starea iniţială gazul ocupă volumul V_A=4 L la presiunea p_A=2·10^5 Pa, în starea B presiunea este p_B=3p_A, iar în starea C volumul este V_C=2V_A. Să se afle:

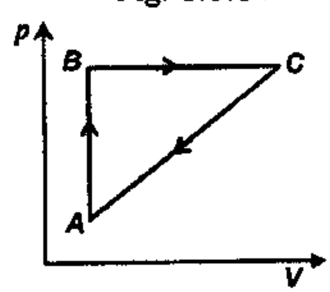


Fig. 1.3.15

a. lucrul mecanic în transformarea CA
b. căldura primită în transformarea AB
c. $\Delta U_{BC}/L_{BC}$

37. Un gaz ideal biatomic având în starea 1 presiunea $p_1=2\cdot10^5$ Pa şi volumul $V_1=2$ L este încălzit izocor până în starea 2, apoi este destins adiabatic până la temperatura iniţială, astfel încât în starea 3 are presiunea $p_3=10^5$ Pa. Sistemul revine în starea iniţială printr-o transformare izotermă. Se cunoaşte că $2^{0,4}\approx1,32$. Să se afle:
a. reprezentarea grafică a procesului 1-2-3-1 în coordonate p şi V
b. lucrul mecanic în destinderea adiabatică
c. căldura totală schimbată de gaz în cursul procesului 1-2-3-1 ($\ln2\approx0,7$)

38. Un mol de gaz ideal cu exponentul adiabatic $\gamma=1,4$ trece izocor din starea 1 în starea 2 în care presiunea este $p_2=p_1/n$. Apoi gazul se încălzeşte la presiune constantă până ajunge la temperatura stării 1 şi prin comprimare la temperatura constantă, revine în starea 1. Să se afle:
a. reprezentarea ciclului în coordonate p şi V
b. temperatura T_1, dacă în procesul 1-2-3 lucrul mecanic efectuat de gaz este $L=831$ J, pentru $n=1,5$
c. căldura schimbată de gaz pe întreg ciclu ($\ln1,5\approx0,4$)

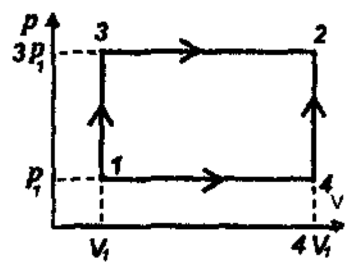


Fig. 1.3.16

39. Un gaz ideal biatomic poate ajunge din starea 1 în starea 2 prin transformările 1-3-2 sau 1-4-2 conform figurii 1.3.16. Se cunosc presiunea $p_1=10^5$Pa şi volumul $V_1=1$ L. Să se afle:
a. $\dfrac{\Delta U_{132}}{\Delta U_{142}}$
b. diferenţa dintre căldurile schimbate în cele două procese $Q_{132}-Q_{142}$
c. lucrul mecanic efectuat de gaz, dacă gazul suferă succesiunea de transformări 1-3-2-4-1

40. $\nu=2$ moli de hidrogen efectuează o transformare ciclică formată din două transformări izocore şi două izobare. Se cunosc $t_1=27^0$C, $t_3=927^0$C şi $t_2=t_4$. Să se afle:
a. temperatura t_2
b. fracţiunea din căldura primită pe un ciclu care se cedează mediului într-un ciclu
c. diferenţa dintre căldura primită pe un ciclu şi modulul căldurii cedate pe un ciclu şi să se precizeze ce mărime fizică se obţine

41. Un gaz ideal monoatomic suferă şirul de transformări pornind dintr-o stare iniţială în care $p_1=2\cdot10^5$ Pa şi volumul $V_1=2,71$ L, astfel: 1-2 comprimare izotermă până la $V_2=1$ L, 2-3 destindere izobară şi 3-1 izocoră. Să se afle:
a. reprezentarea grafică a succesiunii de transformări în coordonate p şi V
b. lucrul mecanic pe transformarea 1-2

c. căldura schimbată în transformarea 3-1

42. Un gaz ideal biatomic suferă şirul de transformări pornind dintr-o stare iniţială în care $p_1=10^5$ Pa şi volumul $V_1=1$ L, astfel: 1-2 încălzire izocoră până la $p_2=3p_1$, 2-3 o destindere izotermă şi 3-1 o transformare izobară. Să se afle:
a. reprezentarea grafică a succesiunii de transformări în coordonate p şi V
b. căldura cedată în această transformare ciclică
c. lucrul mecanic total ($\ln 3=1,1$)

43. Un mol de gaz ideal monoatomic a fost comprimat până ce volumul s-a redus de $n=8$ ori, pornind din aceeaşi stare iniţială 1 o dată izoterm până în starea 2 şi o dată adiabatic până în starea 3. Să se afle:
a. raportul temperaturilor T_3/T_2
b. variaţia energiei interne ΔU_{13}, dacă $T_1=300$ K
c. raportul lucrurilor mecanice L_{12}/L_{13} ($\ln 2=0,693$

44. Două cantităţi egale $\nu=1$ mol din acelaşi gaz ideal monoatomic ocupă două incinte A şi B izolate adiabatic de exterior, dar separate printr-un perete termoconductor fix. Pistonul ce separă incinta B de exterior este adiabatic şi se poate mişca etanş şi fără frecări (fig 1.3.17). Temperaturile iniţiale ale gazelor sunt $T_A=640$ K şi $T_B=320$ K. Să se afle:

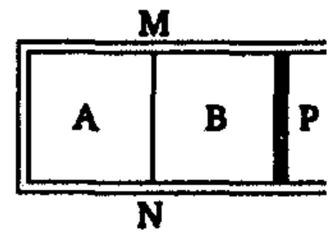


Fig. 1.3.17

a. raportul energiilor interne U_A/U_B
b. temperatura de echilibru la care ajung gazele
c. lucrul mecanic efectuat de gaze până la atingerea echilibrului termic şi variaţia energiei interne a gazului din incinte

45. Un gaz ideal monoatomic suferă procesele 1-3 şi 2-3 în care presiunea gazului depinde liniar de volumul gazului ca în figura 1.3.18. Gazul primeşte de la mediul exterior aceeaşi cantitate de căldură în fiecare proces $Q=15\,p_1V_1$. Să se afle:
a. raportul V_3/V_1
b. valoarea presiunii p_3
c. variaţia energiei interne şi lucrul mecanic în transformarea 1-3

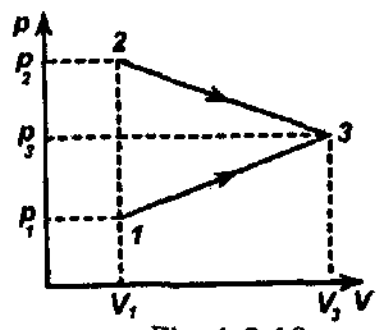
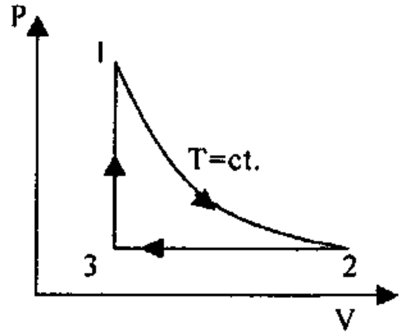


Fig. 1.3.18

46. O masă de gaz ideal suferă transformarea ciclică din figura 1.3.19. Folosind datele din tabel să se determine:
a. căldura absorbită pe transformarea 1→2
b. variaţia energiei interne pe transformarea 2→3
c. coeficientul adiabatic al gazului ideal şi să se specifice argumentând dacă datele din tabel sunt corecte



Transf.	ΔU	L	Q
1→2		30 J	
2→3			
3→1	15 J		
Ciclu		15 J	

Fig. 1.3.19

47. O cantitate de gaz ideal biatomic efectuează o transformare ciclică, reprezentată în coordonate p şi V în figura 1.3.20. Transformările 2-3 şi 4-1 au loc la temperaturi constante. Se cunosc parametrii stării 1 $p_1=10^5$ Pa, $V_1=2$ L, $T_1=300$ K şi volumul în starea 4 $V_4=5$ L. Ştiind că $\ln 2{,}5 \approx 0{,}92$ să se afle:

a. lucrul mecanic în procesul 1-2

b. căldura schimbată de gaz cu mediul în procesul 2-3

c. variaţia energiei interne în procesul 3-4

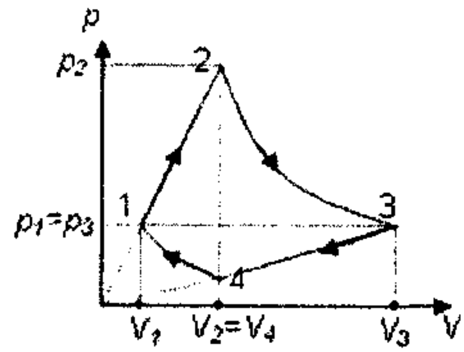


Fig. 1.3.20

48. Un gaz ideal suferă un proces ciclic alcătuit din două transformări izocore, o transformare izotermă şi una adiabatică, astfel încât lucrul mecanic corespunzător acestui ciclu să fie nul. Cunoscând temperatura maximă T_1, astfel că pe ciclu $T_1=eT_2$, iar e=2,71 şi temperatura minimă pe ciclu $T_2=300$ K, să se afle:

a. reprezentarea grafică a procesului în coordonate p şi V

b. temperatura izotermei

49. În două incinte cu volumele $V_1=2$ L şi $V_2=6$ L se află două gaze la aceeaşi temperatură $T=300$ K şi la presiunile $p_1=3\cdot10^5$ Pa şi $p_2=2\cdot10^5$ Pa. În prima incintă se află oxigen iar în cea de-a doua heliu. Cele două incinte pot comunica prin intermediul unui tub subţire de volum neglijabil închis printr-un robinet. Să se afle:

a. raportul energiilor interne ale celor două gaze

b. valoarea exponentului adiabatic al amestecului obţinut prin deschiderea robinetelui

c. variaţia energiei interne a amestecului de gaze, dacă după deschiderea robinetului ambele incinte se încălzesc până la temperatura $T_1=500$ K

50. Într-un cilindru orizontal se găseşte un gaz monoatomic la presiunea $p_1=2{,}5\cdot10^4$ Pa şi ocupă volumul $V_1=2$ L. În exteriorul cilindrului se află aer la presiunea atmosferică $p_0=10^5$ N/m^2. Pistonul este iniţial blocat de un opritor ca în figura 1.3.21. Se

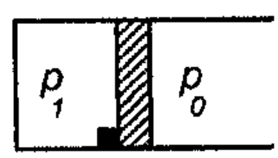


Fig. 1.3.21

încălzeşte gazul până când volumul final devine $V_3=3V_1$. Să se afle:
a. de câte ori creşte temperatura gazului?
b. lucrul mecanic efectuat de gaz
c. căldura schimbată de gaz în cursul procesului

51. Într-un cilindru vertical din figura 1.3.22 se află un piston cu masa $m=10$ kg şi secţiunea $S=20$ cm^2 sub care se află $\upsilon=10^{-2}$ mol de gaz ideal biatomic la temperatura $T=300$ K şi presiunea atmosferică $p_0=10^5$ N/m^2. Pistonul este suspendat de un fir vertical şi el se poate mişca etanş şi fără frecări. Se încălzeşte gazul astfel încât volumul acestuia se dublează. Să se afle:

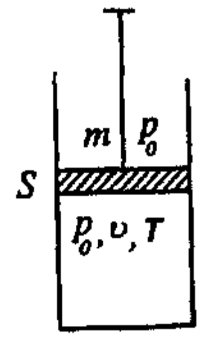


Fig. 1.3.22

a. înălţimea la care este suspendat iniţial pistonul faţă de fundul cilindrului
b. reprezentarea procesului la care este supus gazul în coordonate (p, V)
c. cantitatea totală de căldură transferată gazului în acest proces

52. Două pistoane cu secţiunile S şi $4S$ legate printr-o tijă rigidă de lungime $2L$ ca în figura 1.3.23, pot aluneca fără frecare. Între ele se află la echilibru un mol de gaz ideal monoatomic la temperatura $T_1=1000$ K. Gazul este răcit până la temperatura $T_2=T_1/5$. Ştiind că presiunea atmosferică p_0 rămâne constantă, să se afle:

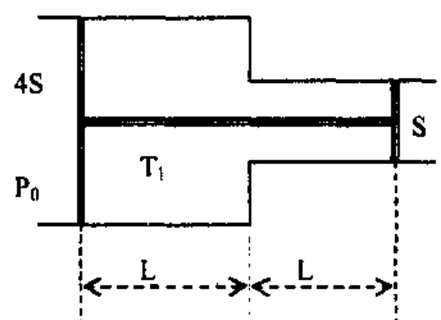


Fig. 1.3.23

a. reprezentarea grafică a procesul de răcire a gazului în coordonate p şi V
b. variaţia de energie internă a gazului care se răceşte de la T_1 la T_2
c. cantitatea de căldură totală cedată de gaz

53. Într-o butelie cu volumul $V=2$ L se află $\nu=2$ moli de oxigen la temperatura $t=27^oC$. Butelia este încălzită până când presiunea gazului se triplează. Neglijăm dilatarea buteliei. Să se calculeze:
a. presiunea gazului în starea iniţială
b. căldura primită de gaz în acest proces
c. căldura molară la volum constant a amestecului de gaz, obţinut în butelie prin disocierea unei fracţiuni $f=40\%$ din numărul iniţial de molecule de oxigen

54. Într-o incintă se află un gaz biatomic cu $\nu=1$ mol şi masa molară $\mu=28\cdot10\text{-}3$ kg/mol, la presiunea p şi la temperatura $t_1=27^oC$. Se încălzeşte gazul până când temperatura sa absolută se triplează. Se cunoaşte $C_V=5R/2$. Să se afle:
a. variaţia energiei interne a gazului şi căldura primită de gaz în procesul de încălzire
b. masa de gaz ce trebuie scoasă din incintă pentru ca presiunea să se menţină la aceeaşi valoare p

c. exponentul adiabatic al amestecului, dacă gazul disociază în proporție de f=20%

55*. ν moli de gaz ideal cu exponentul adiabatic γ se destinde după legea unei transformări politrope pV^n=ct, unde n reprezintă indicele transformării politrope. În starea inițială temperatura absolută este T_1, iar în starea finală temperatura absolută este T_2. Să se afle:
a. lucrul mecanic efectuat de gaz în cursul destinderii
b. căldura schimbată cu mediul exterior
c. căldura molară pe această transformare și să se interpreteze fizic rezultatul găsit

56*. Un gaz ideal monoatomic se destinde după legea $V=aT^2$, unde a este o constantă. Știind că variația energiei interne este ΔU=150 J, să se afle:
a. ecuația procesului în coordonate p și V
b. lucrul mecanic și căldura schimbate de gaz cu mediul extern în transformare
c. căldura molară în această transformare

57*. Un gaz ideal monoatomic cu ν=0,12 moli suferă o transformare între starea 1 în care temperatura absolută este T_1=300 K și starea 2 după legea $T=aV^2$, unde a este o constantă. Cunoscând că în această transformare variația energiei interne este ΔU=300 J, să se afle:
a. temperatura finală la care ajunge gazul
b. lucrul mecanic schimbat de gaz cu mediul extern
c. căldura schimbată de gaz cu mediul extern

58*. Un gaz ideal monoatomic se răcește cedând căldura Q=−800 J printr-o transformare în care presiunea gazului depinde de temperatura absolută a acestuia după legea $p=aT^{1/2}$, unde a este o constantă. Să se afle:
a. dependența densității gazului de temperatura absolută a acestuia
b. variația energiei interne a gazului
c. lucrul mecanic efectuat de gaz

1.4. Aplicații ale principiului 2 al termodinamicii

1. O cantitate ν=4 moli de gaz ideal suferă următorul șir de transformări ca în figura 1.4.1: comprimare adiabatică 1-2, o destindere izotermă 2-3 la temperatura t_1=527°C, o destindere adiabatică 3-4 și o comprimare izotermă 4-1 la temperatura t_2=127° C:
a. să se arate valabilitatea relațiilor $V_1V_3=V_2V_4$ și $p_1p_3=p_2p_4$
b. să se afle randamentul transformării
c. să se afle lucrul mecanic efectuat de gaz dacă $V_3=eV_2$, e=2,71

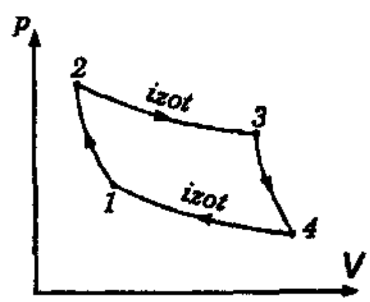


Fig. 1.4.1

2. Într-un ciclu Carnot se primeşte pe un ciclu căldura Q_1=6 kJ la temperatura t_1=227° C şi se cedează o cantitate de căldură sursei reci la temperatura t_2=27° C. Să se afle:
a. randamentul ciclului şi lucrul mecanic efectuat pe un ciclu
b. căldura cedată sursei reci înt-un ciclu, dacă ambele temperaturi se măresc cu Δt=100° C şi se primeşte aceeaşi căldură
c. cu cât la sută se modifică în cazul punctului **b.**, faţă de cazul iniţial randamentul ciclului Carnot?

3. O maşină termică ideală funcţionează după un ciclu Carnot având ca substanţă de lucru un gaz ideal cu masa molară $\mu=28\cdot10^{-3}$ kg/mol. Randamentul ciclului este η=75% iar lucrul mecanic efectuat pe un ciclu este L=900 J. Diferenţa dintre temperaturile celor două surse este ΔT=300 K. Să se afle:
a. temperaturile absolute ale celor două surse
b. căldura cedată sursei reci într-un număr de N=10 cicluri
c. densitatea gazului la introducerea acestuia în maşina termică la temperatura sursei calde şi la presiunea $p=2\cdot10^5$ Pa

4. Un motor termic care funcţionează după un ciclu Carnot utilizând un gaz ideal monoatomic produce într-un singur ciclu un lucru mecanic L=600 J. În cursul destinderii adiabatice temperatura absolută scade de n=3 ori. Să se afle:
a. randamentul ciclului
b. căldura cedată de gaz sursei reci
c. raportul dintre valorile maxime şi minime ale volumului în destinderea adiabatică

5. O maşină termică ideală efectuează un lucru mecanic L=1676 J, absorbind de la sursa caldă, aflată la temperatura t_1=127°C, o cantitate de căldură egală cu Q=4180 J. Să se determine:
a. randamentul maşinii
b. temperatura sursei reci T_2 şi căldura cedată sursei reci
c. volumul ocupat de m=56 g azot cu masa molară $\mu_{N2}=28\cdot10^{-3}$ kg/mol ce serveşte ca agent termic în maşină, dacă acesta se află la presiunea p=2 atm şi temperatura t_2.

6. O maşină termică ideală funcţionează după două transformări izoterme şi două transformări adiabatice. Cunoscând randamentul transformării ciclice η=60%, să se afle:
a. raportul temperaturilor surselor caldă şi rece
b. care randament al transformării ciclice este mai mare dacă temperatura sursei calde se măreşte cu ΔT sau dacă temperatura sursei reci se micşorează cu acelaşi ΔT?
c. randamentul unei transformării ciclice ideale, dacă temperatura sursei calde se măreşte cu ΔT şi temperatura sursei reci se micşorează cu acelaşi ΔT=100 K, iar temperatura maximă iniţială este T_{max}=800 K

7. O maşină termică ideală care funcţionează după două transformări izoterme şi două transformări adiabatice, utilizează un gaz ideal biatomic (μ=28·10^{-3} kg/mol). Temperaturile surselor calde şi reci sunt T_1=1200 K şi T_2=300 K. Presiunea gazului la sfârşitul destinderii izoterme este egală cu cea de la începutul comprimării adiabatice. Se utilizează m=500 g de gaz cu exponentul adiabatic γ=1,4. Fiecare ciclu se efectuează într-un timp t=0,25 s. Să se afle:
a. randamentul ciclului
b. puterea consumată de maşină (ln2=0,7)
c. puterea utilă a maşinii

8. Un gaz ideal triatomic (C_V=3R) este supus unei transformări ciclice Carnot, iar în destinderea adiabatică volumul variază de la V_2=8 dm^3 la V_3=27 dm^3. Să se afle:
a. relaţia dintre presiunea gazului şi temperatura absolută în transformarea adiabatică
b. randamentul ciclului
c. reprezentarea ciclului în coordonatele (V,T) şi (p,T)

9. Se consideră procesele reversibile desfăşurate după ciclurile Carnot *ABCDA* şi *BEFGCB* conform figurii 1.4.2. Ştiind că T_A=1600 K, T_D=800 K, T_G=400 K şi că în cursul destinderii adiabatice *E-F*, volumul gazului creşte de n=8 ori, să se afle:
a. randamentele motoarelor termice care funcţionează după cele două procese reversibile
b. căldura molară la presiune constantă
c. raportul lucrurilor mecanice efectuate de gaz în cursul celor două procese ciclice reversibile şi randamentul motorului care va funcţiona reversibil în procesul *ABEFGCDA*, ştiind că între volumele gazului în stările *A*, *B* şi *E* există relaţia: $V_B^2 = V_A V_E$.

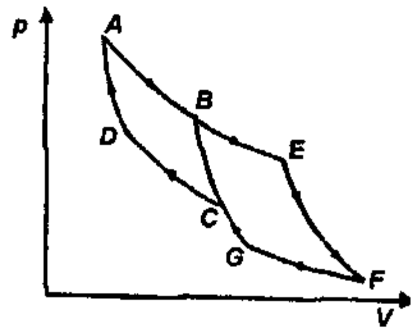


Fig. 1.4.2

10. O cantitate de gaz ideal monoatomic efectuează transformarea ciclică din figura 1.4.3. Cunoscându-se valorile p_1=10^5 N/m^2, V_1=2 L, p_2=3p_1 şi V_3=9V_1, să se afle:
a. lucrul mecanic efectuat la parcurgerea ciclului
b. căldura schimbată pe transformarea 3-1
c. randamentul unui ciclu Carnot care ar funcţiona între temperaturile extreme atinse în ciclul din figură

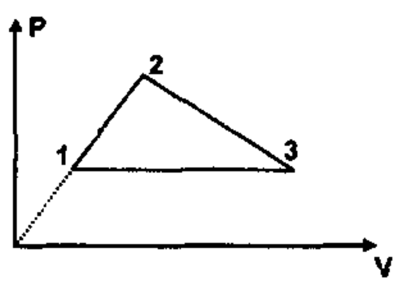


Fig. 1.4.3

11. Fie trei motoare termice M_1, M_2 şi M_3 care au acelaşi randament η_1=η_2=η_3=40%. Se furnizează primului motor în cursul fiecărui ciclu căldura Q_1=100 kJ. Căldura cedată într-un ciclu de motorul M_1 este preluată integral de motorul M_2, iar căldura cedată într-un ciclu de motorul M_2 este preluată integral de motorul M_3. Să se afle:

a. căldura cedată în cursul unui ciclu de motorul M_2
b. lucul mecanic L_3 efectuat în cursul unui ciclu de motorul M_3
c. randamentul ansamblului format din cele trei motoare definit ca L_3/Q_1

12. Un motor termic efectuează o transformare ciclică formată dintr-o izocoră, urmată de o destindere izotermă şi de o comprimare izobară (fig 1.4.4). Randamentul ciclului este η=30%, iar într-un ciclu se efectuează un lucru mecanic L=900 J. Dacă cunoaştem raportul presiunilor extreme din ciclu p_{max}/p_{min}=5/3. Să se afle:

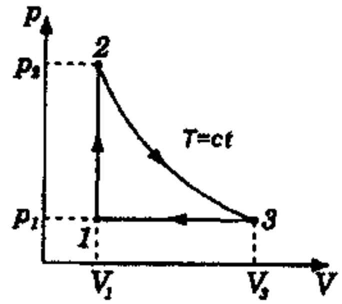


Fig. 1.4.4

a. căldura totală primită pe ciclu
b. căldura totală cedată pe ciclu
c. randamentul unui ciclu Carnot care ar funcţiona între temperaturile extreme din ciclul dat

13. Un gaz ideal cu exponentul adiabatic γ parcurge succesiunea de transformări din figura 1.4.5. Cunoscând raportul de compresie $\varepsilon=V_3/V_1$, să se afle:
a. reprezentarea grafică a procesului în coordonate (p, V) şi (p, T)
b. randamentul ciclului
c. randamentul unui ciclu Carnot care ar funcţiona între temperaturile extreme

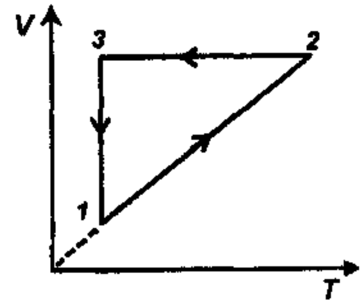


Fig. 1.4.5

14. O maşină termică utilizează un gaz ideal biatomic supus transformării ciclice din figura 1.4.6. Se cunosc parametrii stării 1, $p_1=10^5$ N/m^2 şi V_1=1 L, şi că transformarea 1-2 este izotermă. Temperatura în starea 3 este $T_3=eT_1$, unde e=2,71. Să se afle:
a. reprezentarea ciclului în coordonate (V,T) şi (p,T)
b. lucrul mecanic primit pe ciclu
c. randamentul ciclului

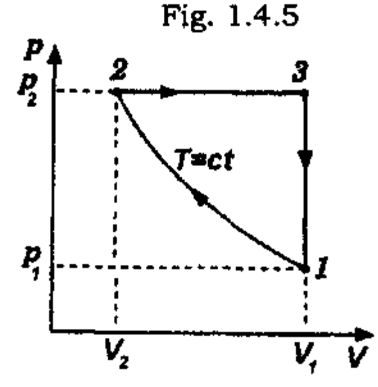


Fig. 1.4.6

15. O cantitate de ν=2 *moli* de heliu suferă succesiunea de transformări din figura 1.4.7, în care densitatea gazului este reprezentată în funcţie de temperatura absolută. În starea 1 gazul se află la temperatura absolută T_1=300 K şi ocupă volumul V_1=1 L. Transformarea 2-3 este descrisă de legea ρT=ct. Se cunoaşte $V_1=4V_2$ şi ln2=0,693. Să se afle:

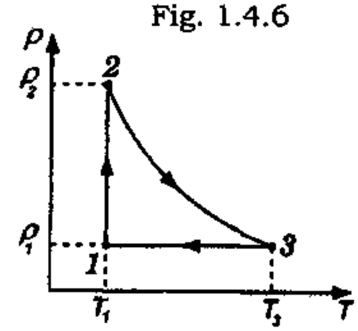


Fig. 1.4.7

a. reprezentarea grafică a procesului în coordonate (p, V)
b. căldurile schimbate de gaz cu mediul exterior în fiecare transformare
c. randamentul ciclului

16. Un gaz ideal cu exponentul adiabatic γ parcurge următoarea succesiune de transformări: 1-2 destindere izobară astfel că $V_2=4V_1$, 2-3

răcire izocoră şi 3-1 comprimare izotermă până revine în starea iniţială. Să se afle:
a. reprezentarea transformării ciclice în coordonate p şi V
b. diferenţa dintre căldura primită şi modulul căldurii cedate în cursul transformării ciclice în funcţie de parametrii stării 1, p_1 şi V_1
c. randamentul ciclului şi randamentul unui ciclu Carnot care ar funcţiona între temperaturile extreme, dacă ln2=0,7

17. Un gaz ideal monoatomic aflat în starea 1 în care $p_1=8\cdot10^5$ Pa şi $V_1=2$ L, efectuează o transformare ciclică formată din succesiunea de transformări: 1-2 comprimare adiabatică până când $p_2=32p_1$, 2-3 destindere izobară până la $V_3=V_1$ şi 3-1 răcire izocoră până revine în starea iniţială (fig 1.4.8). Să se afle:
a. parametrii în stările 2 şi 3 în funcţie de parametrii stării 1
b. lucrul mecanic efectuat de gaz pe întreg ciclul
c. randamentul ciclului

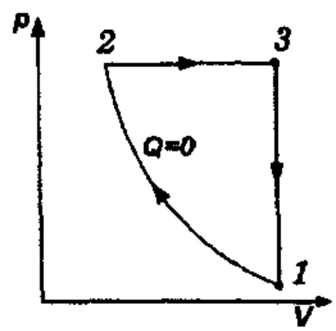


Fig. 1.4.8

18. Un gaz ideal cu exponentul adiabatic γ parcurge următoarea succesiune de transformări din figura 1.4.9. Transformarea 2-3 se caracterizează prin faptul că gazul nu schimbă căldură cu mediul extern. Cunoscând raportul de compresie $\varepsilon=V_3/V_1$ să se afle în funcţie de p_1 şi V_1:
a. lucrul mecanic efectuat de gaz
b. randamentul ciclului
c. randamentul unui ciclu Carnot care ar funcţiona între temperaturile extreme

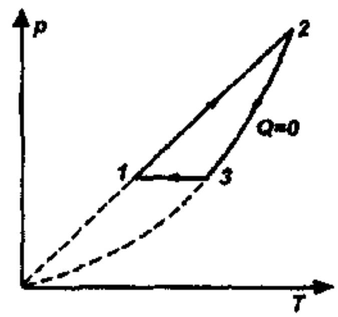


Fig. 1.4.9

19. Un gaz ideal monoatomic suferă şirul de transformări din figura 1.4.10. Transformarea 2-3 este adiabată şi transformarea 3-1 este izotermă, astfel că $T_2=e^2T_1$, iar $e=2{,}71$. Se cunosc $p_1=10^5$ N/m² şi $V_1=10$ dm³. Să se afle:
a. căldura primită pe transformarea 1-2 ($e^2=7{,}34$)
b. raportul V_3/V_1 în funcţie de valoarea e
c. randamentul ciclului

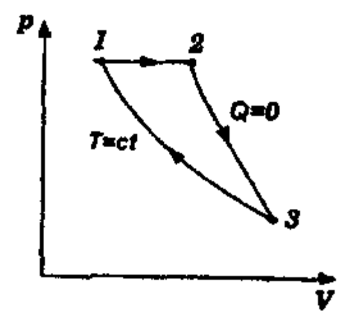


Fig. 1.4.10

20. Un gaz ideal cu exponentul adiabatic al gazului γ suferă şirul de transformări din figura 1.4 11. Se cunosc raportul de compresie $\varepsilon=V_1/V_2$. Să se afle:
a. reprezentarea ciclului în coordonate (V,T) şi (p,T)
b. raportul temperaturilor T_3/T_1
c. randamentul ciclului

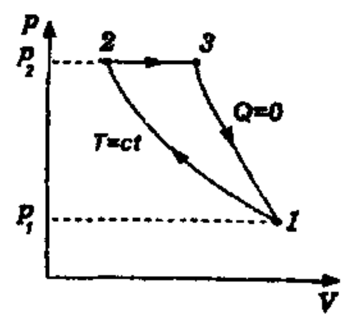


Fig. 1.4.11

21. Un gaz ideal cu exponentul adiabatic γ parcurge următoarea succesiune de transformări: 1-2 destindere izotermă astfel că $V_2=\varepsilon V_1$, 2-3 răcire izobară şi 3-1 comprimare adiabatică până revine în starea iniţială. Să se afle:

a. reprezentarea transformării ciclice în coordonate p şi V

b. randamentul ciclului

c. randamentul unui ciclu Carnot care ar funcţiona între temperaturile extreme

22. Un gaz ideal cu exponentul adiabatic $\gamma=4/3$ aflat iniţial în starea 1 în care parametrii sunt $p_1=10^5$ Pa, $V_1=1$ L şi $T_1=300$ K execută următoarele transformări: 1-2 destindere adiabatică până când presiunea devine $p_2=p_1/16$, 2-3 destindere izobară şi 3-1 răcire izotermă (fig 1.4.12). Să se afle:

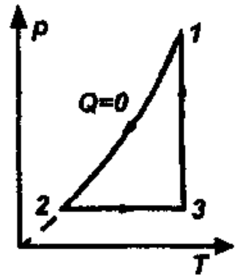


Fig. 1.4.12

a. parametrii în stările 2 şi 3 în funcţie de parametrii stării 1

b. lucrul mecanic efectuat de gaz pe ciclu, dacă $\ln 2=0{,}7$

c. randamentul transformării ciclice parcurse în sensul 1-3-2-1

23. Un motor termic utilizează o cantitate de gaz ideal monoatomic conform ciclului din figura 1.4.13. Cunoscând $p_2=831$ kPa, $V_1=2$ L, $p_1=277$ kPa, $V_3=6$ L, determinaţi:

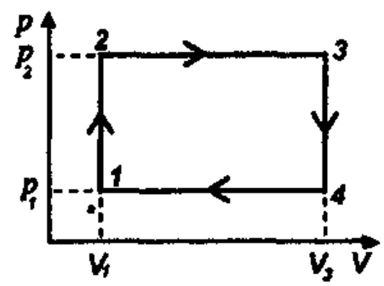


Fig. 1.4.13

a. lucrul mecanic efectuat de motor într-un ciclu

b. căldura primită de motor în decursul unui ciclu

c. randamentul motorului şi randamentul ciclului Carnot care ar funcţiona între temperaturile extreme

24. Un mol de heliu ($\gamma=5/3$) se găseşte la presiunea $p_1=2\cdot10^5$ Pa şi volumul $V_1=4$ L. Gazul suferă transformarea ciclică din figura 1.4.14. În procesele 2-3 şi 4-1 densitatea gazului variază invers proporţional cu temperatura absolută, astfel că ρT =ct. Se ştie că $T_2=2T_1$ şi $\rho_3=\rho_1/2$. Să se afle:

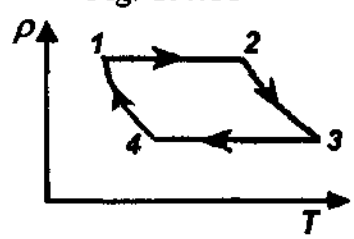


Fig. 1.4.14

a. reprezentarea ciclului în coordonate p şi V

b. variaţia energiei interne în procesul 3-4-1

c. randamentul ciclului

25. Un gaz ideal monoatomic suferă transformarea ciclică 1-2-3-4-1 din figura 1.4.15. Se cunosc temperaturile $t_1=27^oC$, $t_2=327^oC$, presiunea $p_1=1$ atm şi volumul $V_1=2$L. Să se afle:

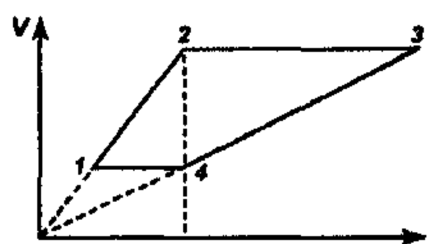


Fig. 1.4.15

a. lucrul mecanic total

b. căldura totală schimbată

c. raportul dintre căldura cedată şi lucrul mecanic schimbat pe ciclu

26. Un gaz ideal monoatomic suferă transformarea ciclică 1-2-3-4-1 din figura 1.4.16. Se cunosc $V_2=2V_1$ şi $T_4=2T_1$. Să se afle:

a. reprezentarea ciclului în coordonate (p,T) şi (p,V)

b. parametrii stărilor 2, 3, 4 în funcţie de parametrii p_1, V_1, T_1

c. suma căldurilor schimbate de gaz cu mediul pe ciclu şi să se interpreteze rezultatul

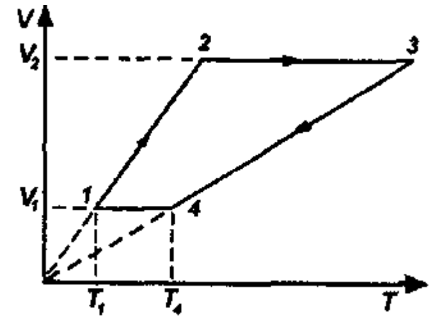


Fig. 1.4.16

27. Un gaz considerat ideal suferă transformările ciclice din figura 1.3.17. Ştiind că în transformarea 1-2 gazul nu schimbă cu mediul extern energie sub formă de căldură şi că exponentul adiabatic este $\gamma=3/2$, să se afle:

a. raportul ariilor A_2/A_1

b. raportul randamentelor transformărilor ciclice η_2/η_1

c. raportul puterilor dezvoltate de maşinile termice, dacă timpul în care se efectuează ciclul 2 este dublu faţă de cel în care se efectuează ciclul 1

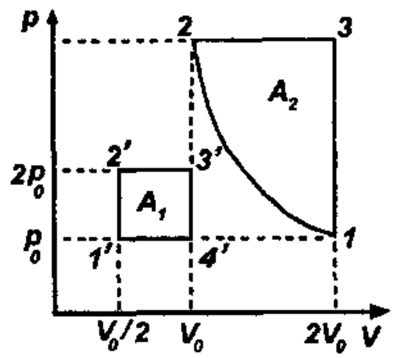


Fig. 1.4.17

28. Un gaz ideal având exponentul adiabatic $\gamma=3/2$, are volumul $V_1=1$ L şi se află la presiunea $p_1=10^5$ N/m². Gazul este supus următoarei succesiuni de transformări: 1-2 destindere izotermă până când volumul se dublează, 2-3 răcire izocoră până când presiunea stării 3 devine jumătate din presiunea stării 2, apoi o izobară urmată de o adiabată până la starea iniţială 1. Să se afle:

a. reprezentarea grafică a ciclului în coordonate (p,V) şi (V,T)

b. parametrii stării 4 în funcţie de valorile parametrilor stării 1

c. lucrul mecanic total efectuat de gaz în decursul acestui ciclu şi randamentul ciclului ($\sqrt[3]{2}=1{,}26$, ln2=0,693)

29. Un mol de gaz ideal monoatomic suferă o succesiune de transformări: 1-2 încălzire izocoră astfel că $T_2=2T_1=600$ K, 2-3 destindere izotermă până când $V_3=e^2V_1$ cu $e=2{,}71$, 3-4 răcire izocoră urmată de o comprimare izotermă până în starea iniţială (fig 1.4.18). Să se afle:

a. lucrul mecanic efectuat de gaz pe un ciclu

b. căldurile schimbate de gaz cu mediul extern pe fiecare transformare

c. randamentul ciclului

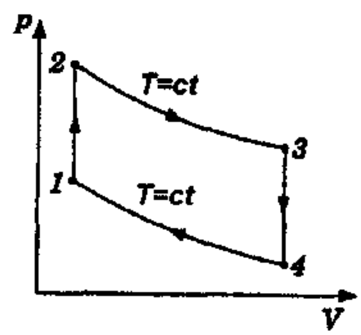


Fig. 1.4.18

30. Un gaz ideal cu exponentul adiabatic γ suferă o succesiune de transformări formate din două izocore şi două adiabate ca în figura 1.4.19 (motorul Otto). Se cunoaşte $\varepsilon = V_3/V_1$. Să se afle:
a. reprezentarea grafică a ciclului în coordonate (p,T) şi (V,T)
b. randamentul ciclului

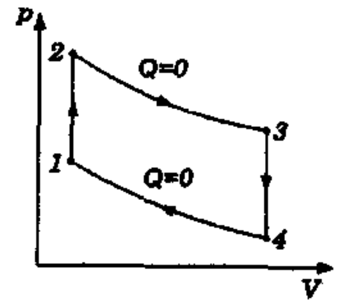


Fig. 1.4.19

31. Motorul unui automobil funcţionează după ciclul Otto. În tabelul din figura 1.4.20 sunt indicate: variaţia energiei interne ΔU_{12} în cursul compresiei, căldura Q_{23} primită în urma exploziei amestecului carburant şi lucrul mecanic L_{34} efectuat de gaz în cursul destinderii acestuia. Să se afle:
a. valorile lipsă din tabel
b. lucrul mecanic efectuat de gaz pe un ciclu
c. randamentul ciclului

Procesul $i \to j$	Q_{ij} [kJ]	L_{ij} [kJ]	ΔU_{ij} [kJ]
1→2			720
2→3	480		
3→4		900	
4→1			

Fig. 1.4.20

Procesul $i \to j$	Q_{ij} [kJ]	L_{ij} [kJ]	ΔU_{ij} [kJ]
1→2			920
2→3	240	60	
3→4			
4→1			-120

Fig. 1.4.21

32. Motorul unui automobil funcţionează după un ciclu Diesel. În tabelul din figura 1.4.21 sunt indicate pentru un singur ciclu: variaţia energiei interne ΔU_{12} în cursul compresiei, căldura Q_{23} primită în urma arderii carburantului injectat, lucrul mecanic L_{23} efectuat de gaz în cursul destinderii izobare a acestuia şi căldura degajată Q_{41} în exterior în procesul izocor 4-1. Să se afle:
a. valorile lipsă din tabel
b. exponentul adiabatic
c. randamentul ciclului

33. Un mol de gaz biatomic parcurge ciclul din figura 1.4.22. Transformările 2-3 şi 4-1 sunt izoterme. Se cunosc $t_1 = 27^oC$, $t_2 = 227^oC$, $p_1 = 2{,}71 \cdot 10^5$ Pa, $p_3 = 10^5$ Pa şi $e = 2{,}71$. Să se afle:
a. lucrul mecanic efectuat de gaz
b. căldurile schimbate de gaz cu mediul extern pe fiecare transformare
c. randamentul ciclului

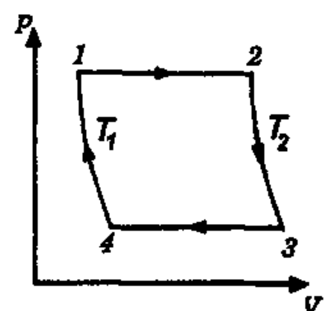


Fig. 1.4.22

34. Un gaz ideal monoatomic suferă un ciclu format din două izobare şi două adiabate ca în figura 1.4.23 (motorul cu reacţie). Se cunoaşte că $p_4 = p_1/32$. Să se afle:

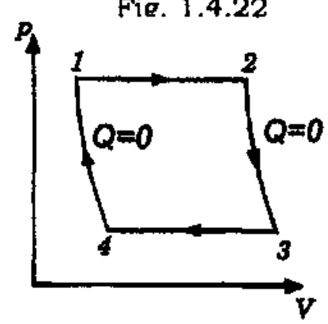


Fig. 1.4.23

a. raportul temperaturilor absolute pe destinderea adiabatică 2-3 (T_3/T_2)
b. randamentul ciclului
c. reprezentarea grafică a ciclului în coordonate (V,T) și (p,T)

35. Un gaz ideal cu exponentul adiabatic γ suferă o succesiune de transformări ca în figura 1.4.24 (motorul Diesel). Se cunoaște raportul de compresie $\varepsilon=V_1/V_2$, $\rho=V_3/V_2$. Să se afle:
a. reprezentarea ciclului în coordonate (p,T) și (V,T)
b. randamentul ciclului
c. randamentul ciclului Carnot care ar funcționa între temperaturile extreme

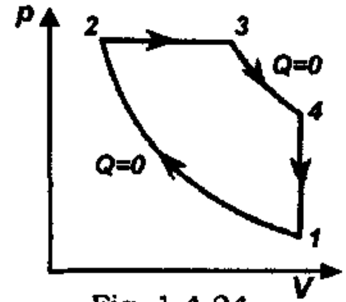


Fig. 1.4.24

36. Un motor cu reacție este format din două transformări izobare și două transformări adiabate ca în figura 1.4.25. Cunoscând raportul de compresie $\varepsilon=V_4/V_1$, $\rho=V_2/V_1$ și exponentul adiabatic γ, să se afle:
a. randamentul unui ciclu Carnot care ar funcționa între temperaturile extreme
b. randamentul ciclului

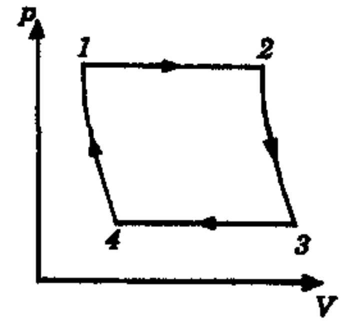


Fig. 1.4.25

37. Un gaz ideal monoatomic execută șirul de transformări din figura 1.4.26. Se cunoaște că $V_2=6V_1$, iar în starea 1 presiunea este $p_1=10^5$ N/m^2 și volumul $V_1=50$ cm^3. Să se afle:
a. reprezentarea ciclului în coordonate (V,T) și (p,T)
b. randamentul ciclului
c. randamentul unui ciclu Carnot care ar funcționa între temperaturile extreme

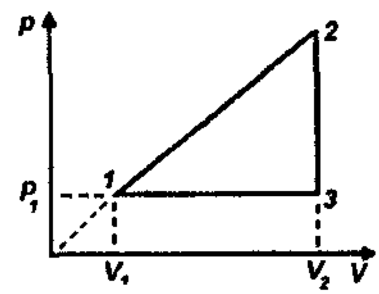


Fig. 1.4.26

38. Un gaz ideal biatomic execută șirul de transformări din figura 1.4.27. Se cunoaște că $p_2=5p_1$, iar în starea 1 presiunea este $p_1=10^5$ N/m^2 și volumul $V_1=10$ L. Să se afle:
a. reprezentarea ciclului în coordonate (V,T) și (p,T)
b. căldura totală primită pe ciclu
c. randamentul ciclului

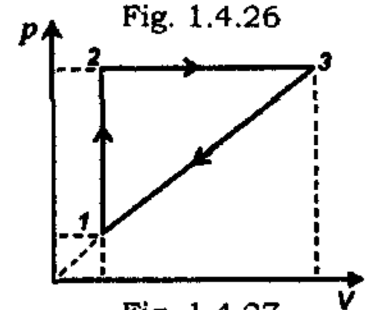


Fig. 1.4.27

39. Un gaz ideal cu exponentul adiabatic $\gamma=1,5$ suferă succesiunea de transformări redate grafic în figura 1.4.28. Parametrii stării 1 sunt $p_1=10^5$ N/m^2 și $V_1=1$ L. Se cunosc $p_2=4\,p_1$ și $p_3=2\,p_1$. Să se afle:
a. căldura totală primită de gaz
b. lucrul mecanic efectuat de gaz
c. randamentul transformării ciclice

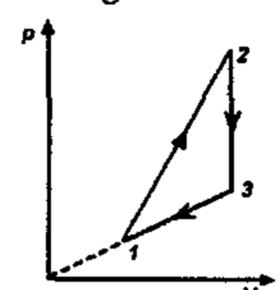


Fig. 1.4.28

40. Un gaz ideal monoatomic evoluează din starea 1 caracterizată prin parametrii $p_1=10^5$ N/m², T_1, şi $V_1=3$ L în starea 2 printr-o transformare în care presiunea gazului creşte direct proporţional cu volumul, până când volumul de dublează. Din starea 2 gazul se comprimă izoterm până la volumul V_1, după care revine în starea 1 printr-o transformare izocoră (fig 1.4.29). Să se afle:

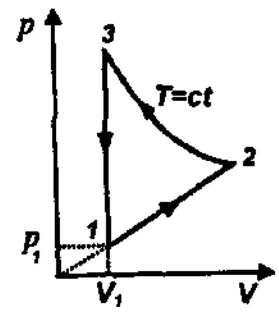


Fig. 1.4.29

a. parametrii gazului în stările 2 şi 3 în funcţie de parametrii p_1, V_1, T_1

b. căldura primită de gaz în cursul transformărilor

c. randamentul maşinii termice care ar funcţiona după acest ciclu, dacă ciclul este parcurs în sens invers (ln2=0,693)

41. O cantitate de gaz ideal monoatomic cu parametrii primei stări p_1, V_1 şi $V_3=3V_1$ suferă următoarele transformări: 1-2 o transformare descrisă de legea $p=aV$, unde a=const, 2-3 o transformare izotermă şi 3-1 o transformare izobară (fig 1.4.30). Să se afle:

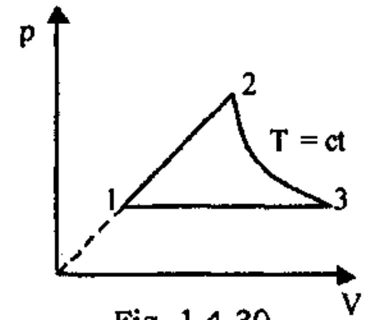


Fig. 1.4.30

a. parametrii stărilor 2 şi 3 în funcţie de parametrii stării 1, p_1, V_1 şi T_1

b. reprezentarea ciclului în coordonate (V,T)

c. randamentul ciclului (ln3=1,1)

42. Un gaz ideal cu exponentul adiabatic $\gamma=4/3$ suferă şirul de transformări din figura 1.4.31. Ştiind că $V_3=8V_1$, să se afle în funcţie de parametrii stării 1, presiunea p_1, volumul V_1 şi temperatura T_1:

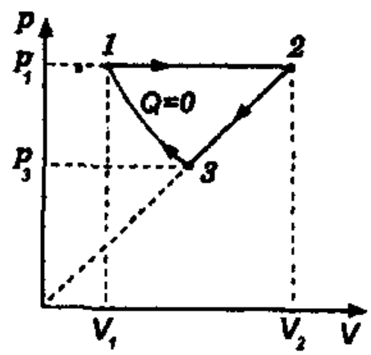


Fig. 1.4.31

a. parametrii stărilor 2 şi 3

b. lucrul mecanic pe ciclu

c. randamentul ciclului

43. Un gaz ideal monoatomic suferă un proces în care din starea 1 în starea 2 presiunea gazului depinde direct proporţional de volumul acestuia, astfel încât volumul creşte de patru ori. Apoi gazul se comprimă izoterm până la volumul iniţial, iar apoi revine izocor în starea iniţială.

a. să se reprezinte succesiunea de transformări în coordonatele (p,V) şi (V,T)

b. lucrul mecanic total în această transformare ciclică

c. ştiind că o maşină frigorifică primeşte lucru mecanic şi cedează căldură mediului, să se calculeze eficienţa maşinii ce funcţionează după acest ciclu, ştiind că eficienţa se defineşte prin raportul dintre căldura cedată şi lucrul mecanic primit ($\varepsilon=\frac{Q_{ced}}{L}$) (ln2=0,693)

44. Două motoare termice funcţionează cu acelaşi gaz ideal monoatomic după ciclurile 1-2-3-4-1, respectiv 3-5-6-7-3 reprezentate în figura 1.4.32. Să se afle:
a. raportul energiilor interne U_6/U_1
b. raportul lucrurilor mecanice totale L_1/L_2 schimbate de gazul ideal cu mediul exterior în cele două procese ciclice
c. raportul căldurilor primite Q_1/Q_2 de gazul ideal cu mediul exterior în cele două procese ciclice
d. raportul randamentelor celor două cicluri

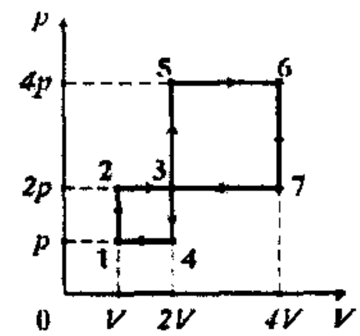


Fig. 1.4.32

45. Un gaz ideal monoatomic aflat iniţial în starea caracterizată de presiunea $p_1=10^5$ Pa, volumul $V_1=1$ L şi temperatura $T_1=300$ K efectuează procesul ciclic reprezentat în figura 1.4.33. Se cunoaşte că în starea 2 temperatura gazului este $T_2=4T_1$ şi în starea 3 presiunea este $p_3=p_1/2$. Să se afle:
a. reprezentarea ciclului în coordonate (p,V) şi (V,T)
b. variaţia energiei interne a gazului între stările 2-4
c. randamentul ciclului (ln2=0,7)

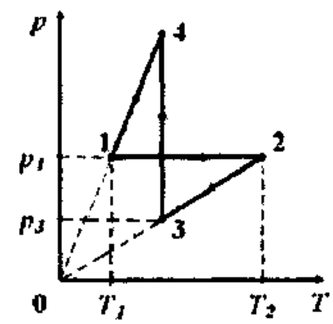


Fig. 1.4.33

46. Un mol de gaz ideal monoatomic efectuează transformarea ciclică din figura 1.4.34. Se cunosc $p_1=10^5$ Pa, $V_1=1$ L, $V_2=8$ L, $V_3=4$ L şi $\left(\sqrt[3]{2}\right)^{10}\approx 10$.
Să se afle:
a. lucrul mecanic efectuat de ciclu
b. căldura schimbată de gaz cu mediul extern pe fiecare transformare
c. randamentul ciclului

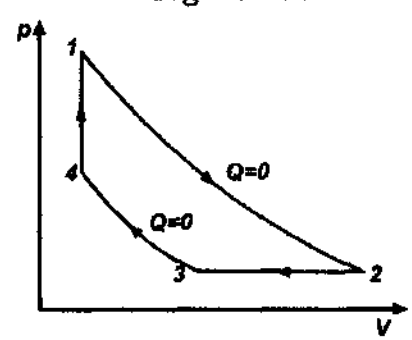


Fig. 1.4.34

47. Fie ciclul din figura 1.4.35 în care se cunosc $\alpha=p_3/p_2$, $\beta=V_4/V_1$, $T_1=\delta T_2$ şi exponentul adiabatic γ. Transformările 1-2 şi 3-4 sunt transformări adiabatice. Să se afle:
a. randamentul ciclului
b. randamentul unui ciclu Carnot care ar funcţiona între temperaturile extreme

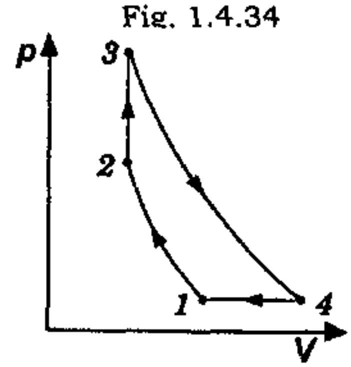


Fig. 1.4.35

48. Un kilomol de gaz ideal suferă o transformare ciclică reversibilă ca în figura 1.4.36. Transformarea 3-1 este descrisă de legea $T=ap^2$, unde a este o constantă. Pe ciclul din figură gazul primeşte căldura totală $Q=15789$ kJ, $p_2=2p_1$ şi $T_1=200$ K. Să se afle:
a. reprezentarea grafică a succesiunii de transformări în coordonate (p,V)
b. căldura molară izocoră

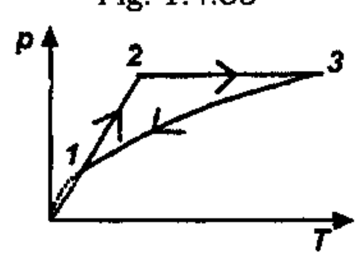


Fig. 1.4.36

c. căldura molară în procesul 1-3
d. randamentul motorului termic

49. Un mol de gaz ideal monoatomic execută o transformare ciclică ca în figura 1.4.37. Când gazul trece din starea 1 în starea 2 acesta absoarbe o cantitate de căldură $Q_{12}=23{,}5\cdot p_1V_1$. Se cunosc $p_2=2p_1$ şi $V_3=4V_1$. Să se afle în funcţie de p_1 şi V_1:
a. lucrul mecanic pe ciclu
b. randamentul ciclului
c. randamentul ciclului Carnot care ar funcţiona între temperaturile extreme

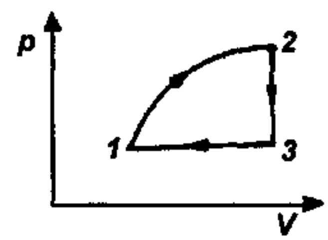


Fig. 1.4.37

50. Un gaz ideal monoatomic suferă succesiunea de transformări descrise în ciclul din figura 1.4.38 în care $T_2=4T_1$ iar transformarea 3-1 este dată de legea $V=a\sqrt{T}$. Se cunosc parametrii stării 1: presiunea $p_1=10^5\,N/m^2$ şi volumul $V_1=10$ L. Să se afle:
a. parametrii stărilor 2 şi 3 exprimaţi în funcţie de parametrii stării 1
b. puterea motorului, dacă ciclul se produce într-o milisecundă
c. randamentul ciclului

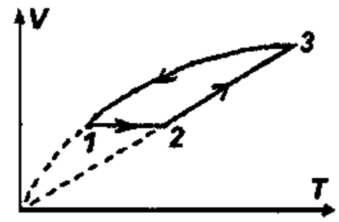


Fig. 1.4.38

51. Un gaz ideal cu exponentul adiabatic γ evoluează între izocorele cu volumele V_1 şi V_2, astfel că $V_1=\varepsilon V_2$ pe două căi: 1-*A*-2-1 în care 1-*A* este o comprimare izotermă, *A*-2 o încălzire izocoră urmată de 2-1 răcire adiabatică şi respectiv 1-2-*B*-1 în care 1-2 este o comprimare adiabatică, 2-*B* o destindere izotermă şi *B*-1 o răcire izocoră (fig 1.4.39). Să se afle:
a. randamentul ciclului 1-2-*B*-1
b. randamentul ciclului 1-*A*-2-1
c. randamentul unui ciclu Carnot care funcţionează între temperaturile extreme

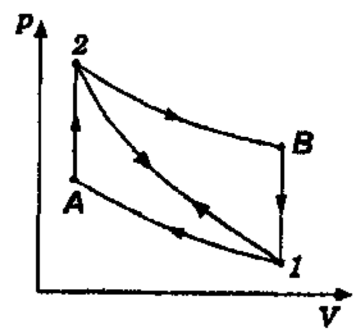


Fig. 1.4.39

52. Un gaz ideal monoatomic parcurge ciclul din figura 1.4.40. Ştiind că $T_2=16T_1$ şi că $p_3=2p_1$ să se afle:
a. lucrul mecanic în transformarea ciclică
b. randamentul motorului termic care ar funcţiona după transformarea ciclică
c. randamentul unui ciclu Carnot care ar funcţiona între temperaturile extreme ale ciclului dat

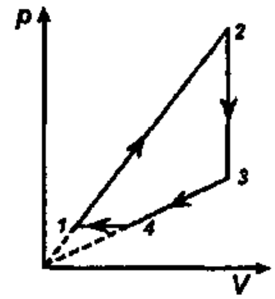


Fig. 1.4.40

53. Un motor termic suferă succesiunea de transformări: 1-2 izocoră, astfel că $p_2=3p_1$, o transformare 2-3 în care presiunea depinde direct proporţional de volumul gazului până $V_3=2V_2$, o transformare 3-4 izobară şi 4-1 o altă transformare în care presiunea depinde direct proporţional de volumul

gazului până în starea inițială 1. Să se afle în funcție de p_1 și V_1, dacă gazul este monoatomic:
a. reprezentarea grafică a transformării în coordonate p și V
b. căldurile schimbate pe fiecare transformare
c. lucrul mecanic efectuat de gaz în transformarea ciclică
d. randamentul motorului termic

54. Un motor termic funcționează cu un mol de heliu (C_v=3R/2) care parcurge ciclul din figura 1.4.41. Temperatura stării 1 este T_1=250 K. Să se afle:
a. căldura absorbită pe ciclu
b. căldura cedată pe ciclu
c. randamentul ciclului

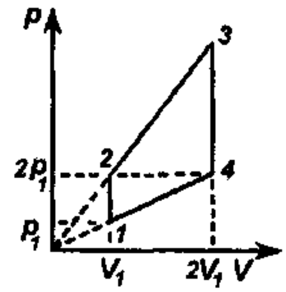


Fig. 1.4.41

55. O cantitate ν=1 mol de gaz ideal este supus la următoarea succesiune de transformări: 1-2 destindere izobară până la volumul $V_2=2V_1$, 2-3 destinderea adiabatică până la volumul $V_3=4V_1$, 3-4 răcire izobară și 4-1 încălzire izocoră. Se cunosc temperatura maximă atinsă pe ciclu T_{max}=1600K, exponentul adiabatic al gazului γ=1,4 și $2^{0,4}\approx 4/3$. Să se afle:
a. reprezentarea grafică a transformării în coordonate p și V
b. temperatura gazului în starea 4
c. randamentul ciclului
d. lucrul mecanic efectuat pe ciclu

56. Un gaz ideal cu exponentul adiabatic γ=4/3 suferă șirul de transformări din figura 1.4.42. Se cunosc: V_1=1 L, $p_1=10^5$ N/m², $p_2=6\cdot10^5$ N/m², V_3=2L, V_4=4 L și $\sqrt[3]{2}$ =1,26. Să se afle:
a. căldura schimbată de gaz cu mediul extern pe fiecare transformare
b. lucrul mecanic efectuat de ciclu
c. randamentul ciclului

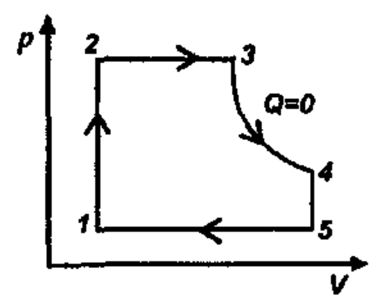


Fig. 1.4.42

57. O cantitate de gaz de ν moli de gaz ideal efectuează un ciclu compus din alternanța de izoterme și adiabate din figura 1.4.43. Fiecare detentă izotermă este însoțită de o creștere a volumului de k ori. Știind că izotermele au loc la temperaturile T_1, T_2 și T_3, să se afle:
a. lucrul mecanic efectuat de gaz în decursul unui ciclu
b. randamentul ciclului
c. randamentul unui ciclu Carnot care ar funcționa între temperaturile extreme

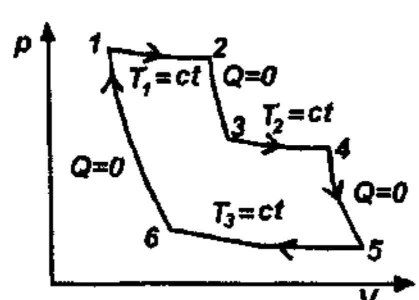


Fig. 1.4.43

58. Un gaz ideal monoatomic se află inițial într-o stare caracterizată de parametrii $p_1=10^5$ Pa, V_1=1 L și T_1=200 K. Acest gaz este supus

următoarelor transformări: 1-2 încălzire izocoră astfel că $T_2=3T_1$, 2-3 o transformare în care $p=aV$ până când $V_3=2V_1$ 3-4 o destindere adiabatică până ce $p_4=p_1$, iar apoi o comprimare izobară 4-1. Se cunoaşte că $6^{0,6}\approx 2,93$. Să se afle:
a. căldura totală primită de gaz
b. lucrul mecanic efectuat de gaz
c. randamentul transformării ciclice

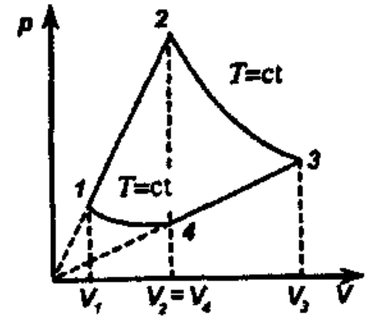


Fig. 1.4.44

59. Un gaz ideal biatomic suferă succesiunea de transformări din figura 1.4.44. Se cunosc parametrii în starea iniţială $p_1=10^5$ N/m² şi $V_1=1$ L, $V_2=V_4$ şi că $V_3=4V_1$. Dacă ln2=0,693, să se afle:
a. volumul V_2
b. lucrul mecanic efectuat pe ciclu
c. randamentul ciclului

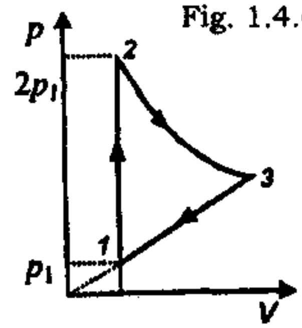


Fig. 1.4.45

60*. Un mol de gaz ideal monoatomic evoluează după transformarea ciclică din figura 1.4.45, astfel că transformarea 2-3 este o politropă descrisă de ecuaţia pV^3=ct. Să se afle în funcţie de p_1, V_1 şi T_1:
a. parametrii stării 3
b. randamentul ciclului
c. lucrul mecanic efectuat de gaz pe ciclu

61*. Fie o transformare politropă descrisă de legea pV^n=ct, unde n reprezintă indicele politropei. Să se afle:
a. căldura molară, dacă exponentul adiabatic al gazului este γ
b. căldura molară pentru o politropă descrisă de ecuaţia pV^{-2}=ct, dacă gazul este monoatomic
c. căldura molară pentru o politropă descrisă de ecuaţia pV^{-1}=ct, dacă gazul este biatomic

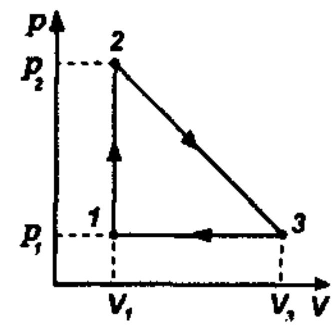


Fig. 1.4.46

62*. Un gaz ideal cu exponentul adiabatic $\gamma=3/2$ parcurge ciclul din figura 1.4.46. Ştiind că în starea iniţială $p_1=4\cdot10^5$ N/m² şi $V_1=1$ L şi că $p_2=3p_1$ iar $V_3=2V_1$, să se afle:
a. căldura primită pe ciclu
b. randamentul motorului termic care ar funcţiona după transformarea ciclică
c. randamentul motorului termic ideal (Carnot) care ar funcţiona între temperaturile extreme

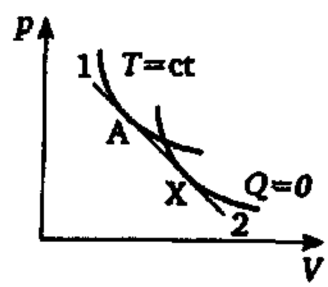


Fig. 1.4.47

63*. Un gaz ideal suferă transformarea din figura 1.4.47. Să se precizeze:
a. fenomenele suferite de gaz, pe baza primului principiu al termodinamicii pe porţiunile 1A, AX şi X2
b. pe ce porţiune căldura molară este negativă?
c. pe ce porţiune gazul se răceşte deşi primeşte

căldură?

1.5. Calorimetrie. Transformări de fază

1. Într-un vas izolat adiabatic de mediul extern se amestecă patru cantități de lichide cu masele m_1, $m_2=4m_1$, $m_3=2m_1$, $m_4=3m_1$, cu căldurile specifice c_1, $c_2=c_1/2$, $c_3=2c_1$, $c_4=3c_1$ şi temperaturile inițiale t_1, $t_2=3t_1$, $t_3=4t_1$, $t_4=t_1/3$. Să se afle, dacă se neglijează capacitatea calorică a vasului:
a. temperatura de echilibru
b. care corpuri se încălzesc şi care se răcesc?

2. Două corpuri cu masele m_1, $m_2=2m_1$, căldurile specifice c_1, $c_2=4c_1$ şi temperaturile inițiale t_1 şi $t_2=2t_1$ sunt introduse într-un vas cu capacitate calorică neglijabilă. Până la realizarea echilibrului termic vasul cedează în exterior căldura $Q=2m_1c_1t_1$. Să se afle temperatura de echilibru în momentul realizării acestuia.

3. Într-o cadă se pun $n=3$ găleți pline cu apă cu volumul $V=5$ L, la $t_1=75^0$C şi apoi se adaugă apă rece de la robinet cu temperatura $t_2=10^0$C, pentru ca în final să se poată atinge temperatura de echilibru $t=25^0$C. Se neglijează pierderile de căldură. Ştiind că densitatea apei este $\rho=10^3$ kg/m^3, să se afle masa apei care se lasă să curgă de la robinet.

4. În figura 1.5.1 este reprezentată grafic dependența căldurii specifice a apei în intervalul de temperatură de la $t_0=0^0$C la $t_f=30^0$C. Să se afle căldura primită de $m=1$ g de apă care este încălzit de la $t_1=5^0$C la $t_2=15^0$C.

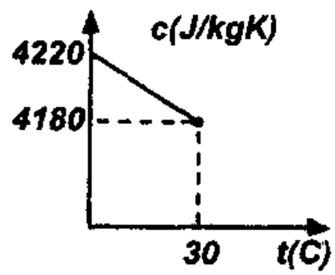


Fig. 1.5.1

5. Într-o incintă cu volumul $V=516{,}6$ L se află vapori de apă la presiunea $p=10^5$ N/m^2 şi la temperatura $t_1=100^0$C. Se cunoaşte masa molară a apei $\mu_{apă}=18\cdot10^{-3}$ kg/mol. Dacă întreaga cantitate de vapori se condensează şi se transformă în apă la temperatura t_1 iar apoi se introduce o masă de apă aflată la temperatura $t_2=20^0$C, temperatura finală de echilibru se stabileaşte la $t_3=50^0$C. Se neglijează pierderile de căldură şi se consideră $c_{apă}=4200$ J/kgK. Să se afle:
a. masa de vapori apă aflată în recipient
b. masa de apă introdusă în incintă
c. cantitatea de căldură primită de masa de apă introdusă în incintă

6. Într-o cutie izolată adiabatic se introduce un hamster. În cutie se află aer cu căldura specifică $c_{aer}=1020$ J/kgK şi masa $m=100$ g. Deoarece hamsterul aleargă prin cutie temperatura aerului din incintă creşte cu $\Delta t=2^0$ C/h. Hamsterul se hrăneşte cu semințe, care prin metabolizare îi furnizează acestuia o energie $E=25$ J/g pe fiecare gram de semințe mâncat. Se neglijează căldura preluată de cutie de la aer. Să se afle:
a. cantitatea de căldură furnizată de hamster aerului din cutie în $t=2$ h

b. energia pe care trebuie să o ia hamsterul în timpul t=2 h, dacă randamentul conversiei hranei în căldură este η=20%
c. masa de seminţe pe care trebuie să le mănânce hamsterul în timpul t=2h, în condiţiile precizate mai sus

7. Într-un vas cu capacitatea calorică neglijabilă în care se află aer uscat la presiunea atmosferică normală $p_0=10^5$ Pa se introduce apă cu masa m=20 g şi cu temperatura iniţială t=20°C. Se încălzeşte vasul până ce întreaga cantitate de apă se vaporizează complet la temperatura t_f=100°C. Apoi sistemul se încălzeşte până ce temperatura creşte cu Δt=50°C. Se cunosc: căldura specifică a apei c_a=4200 J/kgK, căldura latentă de vaporizare a apei λ_v=2,25 MJ/kg şi masa molară a apei $\mu=18\cdot10^{-3}$ kg/mol. Să se afle:
a. cantitatea de căldură necesară vaporizării întregii cantităţi de apă
b. volumul vasului şi presiunea finală care se stabileşte în vas imediat după vaporizarea apei, dacă vaporii sunt saturanţi (au presiunea $p_0=10^5$ Pa)
c. de câte ori se modifică presiunea în vas după încălzirea amestecului?

8. Într-un cilindrul vertical deschis se introduce o cantitate de gheaţă cu masa m=100 g la temperatura iniţială t_1=-10°C. În exterior se află aer la presiunea atmosferică normală $p_0=10^5$ Pa. Cilindrul are capacitatea calorică neglijabilă. Se încălzeşte sistemul până ce întreaga cantitate de gheaţă se vaporizează. Se cunosc căldura specifică a gheţii c_g=2100 J/kgK, căldura latentă de topire a gheţii λ_g=335 kJ/kg, căldura specifică a apei c_a=4200 J/kgK, căldura latentă de vaporizare a apei λ_v=2,25 MJ/kg. Să se afle:
a. căldura ecesară vaporizării întregii cantităţi de apă
b. masa de combustibil arsă pentru vaporizarea apei ştiind că acesta are un randament η=60%, iar puterea calorică este q=7500 kJ/kg

9. Într-un calorimetru cu capacitatea calorică C=200 J/K, în care se află o cantitate de gheaţă cu masa m_g=400 g la temperatura t_g=-10°C, se introduce o bucată de alamă cu masa m=2 kg şi la temperatura t=60°C, astfel că o parte din gheaţă se topeşte. Alama este formată din f=60% cupru, iar restul zinc. Căldura specifică a cuprului este c_{Cu}=395 J/kgK, a zincului c_{Zn}=399 J/kgK, căldura specifică a gheţii c_g=2100 J/kgK şi căldura latentă de topire a gheţii λ_g=334 kJ/kg. Să se afle:
a. căldura specifică a alamei
b. masa de gheaţă care se topeşte

10. Într-un calorimetru cu echivalentul în apă m_a=25 g se află m_g=200 g gheaţă la temperatura t_g=-10°C. Se toarnă în calorimetru fosfor topit la temperatura t_P=80°C. Temperatura finală de echilibru a amestecului este t_e=20°C. Se cunosc: căldura specifică a fosforului în faza lichidă c_l=850 J/kgK, căldura specifică a fosforului în faza solidă c_s=785 J/kgK, căldura specifică a gheţii c_g=2100 J/kgK, căldura specifică a apei c_a=4200 J/kgK, căldura latentă de topire a gheţii λ_g=334 kJ/kg, căldura latentă de topire a fosforului λ_P=21 kJ/kg şi temperatura de topire a fosforului t_t=44°C. Să se afle masa de fosfor care se introduce în vas?

11. Într-un calorimetru cu masa m=200 g şi care are căldura specifică c=920 J/kgK se află apă la temperatura t_a=40°C şi căldura specifică a apei c_a=4200 J/kgK. Se introduce o bucată de cupru cu masa m_c=100 g şi căldura specifică a cuprului c_c=380 J/kgK la temperatura t_c=100°C şi o bucată de gheaţă cu masa m_g=25 g, căldura specifică a gheţii c_g=2100 J/kgK şi căldura latentă de topire a gheţii λ_g=335 kJ/kg, aflată la temperatura t_g=−20°C. Să se afle masa de apă aflată iniţial în calorimetru, dacă temperatura de echilibru devine t=25°C.

12. O bară de fier cu masa m_1=50 g şi una de aluminiu cu masa m_2=100 g aflate la aceeaşi temperatură t_1=100°C, sunt introduse într-un calorimetru cu capacitatea calorică C=125 kJ/K în care se află o masă de apă m_a=200 g la temperatura t_2=20°C. Se cunosc căldura specifică a gheţii c_g=2100 J/kgK, căldura specifică a apei c_a=4200 J/kgK, căldura specifică a aluminiului c_{Al}=900 J/kgK, căldura specifică a fierului c_{Fe}=500 J/kgK şi căldura latentă de topire a gheţii λ_g=335 kJ/kg. Să se afle:

a. temperatura finală de echilibru

b. masa m_g a unei bucăţi de gheaţă care introdusă în calorimetru la temperatura t_3=−5°C face ca prin topirea ei integrală temperatura de echilibru să devină t=0°C

13. Într-un vas de alamă cu masa m_1=200 g se află apă cu masa m_2=480 g la temperatura de echilibru t_1=15°C. Se introduce apoi mercur cu masa m_3=500 g şi la temperatura de t_2=100°C. În urma schimbului de căldură se stabileşte temperatura de echilibru t=17,7°C. Cunoscând căldura specifică a apei c_a=4200 J/kgK, căldura specifică a alamei c_{al}=386 J/kgK şi căldura latentă de topire a gheţii λ_g=335 kJ/kg. Să se afle:

a. valoarea căldurii specifice a mercurului

b. temperatura finală a unui amestec, dacă se amestecă gheaţă cu masa m=10 g la temperatura t=0°C şi masa de mercur aflată la temperatura t_2

14. Prin încălzirea apei dintr-un vas care are temperatura iniţială t_0=0°C, se obţine într-o oră o cantitate m_1=100 g de vapori, având temperatura t=100°C. Ştiind că randamentul instalaţiei de încălzire este η=60%, să se afle:

a. cantitatea de căldură necesară pentru funcţionarea instalaţiei timp τ=2 h

b. masa de vapori care s-a consensat prin introducerea unei bucăţi de gheaţă, care are masa m_2=1 kg şi temperatura iniţială t_g=0°C, dacă temperatura finală de echilibru este t=100°C. Se cunosc căldura specifică a apei c_a=4180 J/kgK, căldura latentă de topire a gheţii λ_g=335 kJ/kg şi căldura latentă de vaporizare a apei λ_v=2,25 MJ/kg

15. Se amestecă într-un calorimetru cu capacitatea calorică neglijabilă apă cu masa m_a=200 g cu temperatura t_a=20°C cu gheaţă cu masa m_g=1 kg la temperatura t_g=−50°C. Se cunosc căldura specifică a gheţii c_g=2100 J/kgK, căldura specifică a apei c_a=4200 J/kgK, căldura latentă de topire a gheţii λ_g=334 kJ/kg. Să se afle temperatura de echilibru.

16. Se amestecă într-un calorimetru cu capacitatea calorică neglijabilă apă cu masa m_a=100 g la temperatura t_a=15°C şi gheaţă cu masa m_g=400 g la temperatura t_g=−10°C. Se cunosc: căldura specifică a gheţii c_g=2100 J/kgK, căldura specifică a apei c_a=4200 J/kgK, căldura latentă de topire a gheţii λ_g=334 kJ/kg. Să se afle temperatura de echilibru şi compoziţia amestecului.

17. Se amestecă într-un calorimetru cu capacitatea calorică neglijabilă apă cu masa m_a la temperatura t_a=40°C şi gheaţă cu masa m_g=500 g la temperatura t_g=−30°C. Se cunosc căldura specifică a gheţii c_g=2100 J/kgK, căldura specifică a apei c_a=4200 J/kgK, căldura latentă de topire a gheţii λ_g=334 kJ/kg. Temperatura de echilibru este t_e=10°C. Să se afle masa de apă din calorimetru.

18. Într-o incintă vidată se introduce o picătură de apă la 0°C. Să se afle ce fracţiune din picătură îngheaţă, dacă căldura latentă de topire a gheţii λ_g=335 kJ/kg şi căldura latentă de vaporizare a apei λ_v=2,25 MJ/kg.

19. Într-un recipient în care se află apă cu masa m_a=10 kg este introdus un vas cilindric cu pereţii perfect conductori, conform figurii 1.5.2. În vas se află un piston cu masa m=5 kg şi secţiunea S=5 cm² egală cu suprafaţa cilindrului. În cilindru se află închişi ν=0,01 moli de aer. Iniţial apa din recipient şi aerul din vas se află la echilibru termic la temperatura iniţială t_0=27°C. Apa din recipient este încălzită cu o serpentină parcursă de un agent termic lichid care intră la temperatura θ_1=200°C şi iese la temperatura θ_2=150°C. Căldura specifică a agentului termic este c=1000 J/kgK, iar serpentina este parcursă într-o secundă de o masă D=0,1 kg. Se consideră că recipientul este izolat termic, iar apa şi aerul au temperaturi egale în fiecare moment. Se cunosc: căldura specifică a apei c_a=4200 J/kgK, căldura latentă de vaporizare a apei λ_v=2,25 MJ/kg, căldura molară a aerului la presiune constantă C_p=1020 J/molK, masa molară a aerului μ=29 g/mol, presiunea atmosferică p_0=10⁵ Pa. Să se afle:

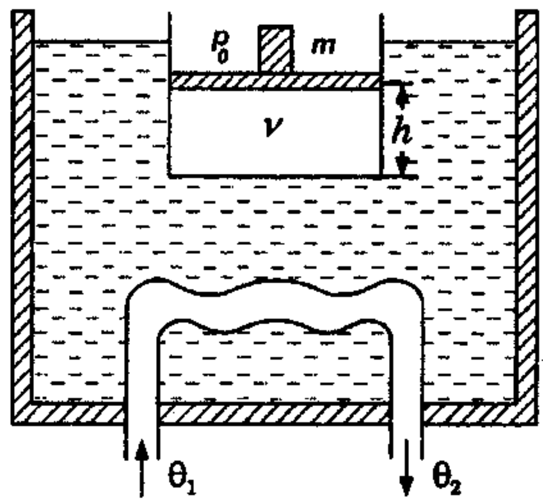


Fig. 1.5.2

a. înălţimea h_0 a pistonului de la fundul cilindrului în stare iniţială

b. dependenţa de timp a înălţimii h dintre piston şi fundul cilindrului din momentul începerii încălzirii până la momentul τ=20 min şi să se reprezinte grafic aceată dependenţă

c. masa de vapori care părăseşte recipientul într-o secundă, după ce a fost atinsă temperatura de fierbere

20. În figura 1.5.3 este reprezentată grafic dependenţa de timp a temperaturii unei anumite cantităţi de apă introdusă în congelator. Se consideră că apa cedează congelatorului aceeaşi cantitate de căldură în fiecare minut. Cunoscând căldura specifică a apei c_a=4200 J/kgK şi căldura latentă de topire a gheţii λ_g=336 kJ/kg, să se afle:
a. timpul după care îngheaţă toată apa
b. căldura primită de congelator în procesul anterior, dacă masa apei este m_a=500 g

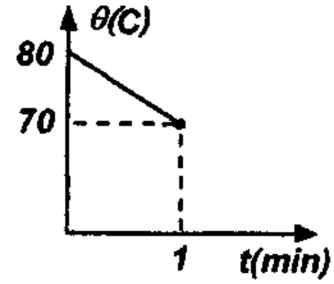


Fig. 1.5.3

21. Într-un vas cu capacitatea calorică neglijabilă, se află apă şi gheaţă cu masa totală m=10 kg. Vasul a fost adus de afară în cameră şi s-a măsurat temperatura t în funcţie de timpul τ, obţinându-se graficul din figura 1.5.4. Se consideră că mediul cedează sistemului aceeaşi cantitate de căldură în fiecare minut. La momentul τ_1=60 min se introduce în vas o bucată de gheaţă cu masa m_2=2 kg şi la temperatura t_2=−5°C. Se constată că după intervalul de timp $\Delta\tau$=20 min temperatura amestecului devine t_3=0°C. Se cunosc căldura specifică a gheţii c_g=2100 J/kgK, căldura specifică a apei c_a=4200 J/kgK, căldura latentă de topire a gheţii λ_g=335 kJ/kg. Să se afle:
a. căldura cedată de aer într-un minut
b. masa m_1 a gheţii din vas în momentul introducerii în cameră
c. compoziţia amestecului la momentul τ_2=80 min

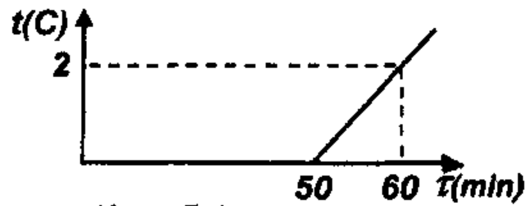


Fig. 1.5.4

22. Un motor termic cu puterea P=50 kW are turaţia n=3000 rot/min şi funcţionează cu un randament η=25%. Răcirea motorului se realizează cu apă, care are la intrarea în schimbătorul de căldură temperatura t_1=35°C şi la ieşire temperatura t_2=95°C. Neglijăm frecările şi pierderile de căldură, iar căldura specifică a apei este c=4185 J/kgK. Să se afle:
a. lucrul mecanic efectuat de motor pe parcursul unui ciclu
b. căldura absorbită de motor pe parcursul unui ciclu
c. debitul masic al apei de răcire, dacă se presupune că toată căldura cedată de motor este absorbită de apă

23. În graficul din figura 1.5.5 este redată dependenţa temperaturii a două corpuri în funcţie de timp. Să se precizeze:
a. corpurile 1 şi 3 sunt din acelaşi material?
b. care dintre corpurile 1 şi 3 are masa mai mare?
c. corpurile 2 şi 4 se încălzesc la fel de repede?

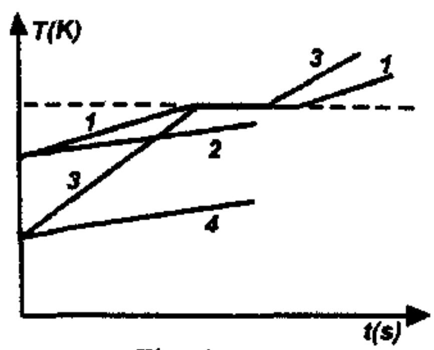


Fig. 1.5.5

2. CIRCUITE DE CURENT CONTINUU

2.1. Rezistenţa electrică. Legea lui Ohm pentru un circuit electric simplu

1. Prin secţiunea transversală a unui fir metalic trece un curent cu intensitatea I=2 A într-un interval de timp t=4 s. Cunoscând valoarea sarcinii elementare e=1,6·10^{-19} C, să se afle numărul de electroni care traversează secţiunea.

2. În figura 2.1.1 este reprezentată grafic dependenţa intensităţii curentului electric de timp. Să se afle:
a. sarcina electrică care traversează secţiunea transversală a unui fir metalic în intervalul de timp considerat t=5 s
b. intensitatea curentului la momentul t_2=4 s
c. intensitatea medie a curentului în Δt=5 s

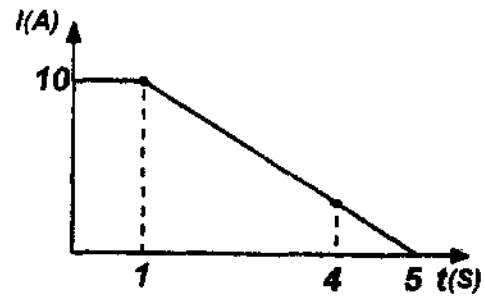


Fig. 2.1.1

3. Să se afle valoare vitezei medii de transport a electronilor printr-un conductor de secţiune S=1 mm^2 străbătut de un curent cu intensitatea I=1,6 A, dacă concentraţia volumică a electronilor este n=10^{28} m^{-3}.

4. Coeficientul termic al rezistivităţii al unui metal este α =4·10^{-4} grad^{-1}. Să se afle temperatura la care un conductor din acest metal are rezistenţa de 1,5 ori mai mare decât rezistenţa sa la t_0=0^0 C.

5. Un rezistor se află la temperatura t=2000^{0}C. Să se afle valoarea rezistenţei electrice a rezistorului, ştiind că acesta este confecţionat dintr-un metal care are la zero grade Celsius rezistivitatea ρ_0=17,2·10^{-9} Ωm, lungimea ℓ_0=50 m secţiunea firului S=0,1 mm^2, dacă coeficientul termic al rezistivităţii este α =4·10^{-3} K^{-1}.

6. Un bastonaş de grafit cu rezistivitatea la 0^{0}C, ρ_{01}=6·10^{-5} Ωm şi coeficientul termic al rezistivităţii α_1=−5·10^{-4} K^{-1} se leagă în serie cu bastonaş de fier cu rezistivitatea la 0^{0}C, ρ_{02}=4·10^{-5} Ωm, coeficientul termic al rezistivităţii α_2=3·10^{-4} K^{-1} şi cu aceeaşi grosime. Să se afle raportul dintre lungimile iniţiale ale bastonaşelor, dacă rezistenţa sistemului nu depinde de temperatură.

7. Un fir de cupru cu densitatea d=8600 kg/m^3 are masa m=860 g şi secţiunea S=1 mm^2. Firul se alimentează la o tensiune U=3,4 V. Să se afle:
a. lungimea firului
b. intensitatea iniţială a curentului care se stabileşte prin fir, dacă se cunoaşte rezistivitatea ρ_{Cu}=1,7·10^{-8} Ωm
c. tensiunea maximă care trebuie aplicată iniţial firului dacă se cunoaşte că acesta se arde la o intensitate I_{max}=10 A

8. În graficul din figura 2.1.2 sunt reprezentate intensitățile curenților electrici în funcție de tensiunea aplicată la capetele lor. Să se afle:
a. care rezistență electrică este mai mare?
b. valoarea rezistenței 1, dacă la un moment dat intensitatea curentului prin ea este I_1=4 A și tensiunea măsurată este U_1=8 V
c. R_1/R_2, dacă la aceeași tensiune U, intensitățile curenților sunt I_1=12 A și I_2=4 A

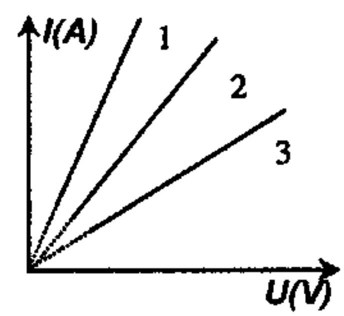


Fig. 2.1.2

9. La bornele unei surse cu tensiunea electromotoare E=40 V se leagă un rezistor R. Intensitatea curentului de scurtcircuit este I_{sc}=100 A. Se constată că raportul tensiunilor la capetele rezistorului R și căderea internă de tensiune este n=4. Să se afle:
a. valoarea rezistenței rezistorului
b. intensitatea curentului prin circuit în condițiile date
c. secțiunea firului din care este confecționată rezistența, dacă se cunosc lungimea ei ℓ=50 m și rezistivitatea $\rho=10^{-7}$ Ωm

10. Un fir de crom-nichel are lungimea ℓ=20 m și secțiunea S=1 mm² se leagă la bornele unei surse cu tensiunea E=12 V și rezistența internă r=1 Ω. Se cunoaște rezistivitatea electrică a firului $\rho=10^{-7}$ Ωm. Să se afle:
a. rezistența electrică a firului
b. tensiunea electrică la bornele firului
c. raportul intensităților curenților care circulă prin sursă, dacă din fir se realizează un dreptunghi cu latura L=6 m, iar sursa de tensiune se leagă întâi la capetele laturii mici și apoi la capetele laturii mari

11. La bornele unei surse cu tensiunea electromotoare E=10 V și cu rezistența internă r=1 Ω se leagă un rezistor cu R=4 Ω. Să se afle:
a. intensitatea curentului prin circuit
b. tensiunea la bornele sursei
c. valoarea intensității curentului de scurtcircuit

12. Dacă la bornele unei surse se conectează un rezistor cu rezistența R_1=2 Ω intensitatea curentului prin circuitul principal devine I_1=4 A. Conectând în locul rezistorului R_1, rezistorul R_2=11 Ω, intensitatea curentului prin circuitul principal devine I_2=1 A. Să se afle:
a. rezistența internă a sursei
b. tensiunea electromotoare a sursei
c. intensitatea curentului prin circuitul principal dacă rezistența circuitului exterior este R_3=3 Ω

13. La bornele unei surse de tensiune se conectează un consumator și se măsoară tensiunea la bornele sursei în funcție de intensitatea curentului electric prin circuit, obținându-se graficul din figura 2.1.3. Să se afle:

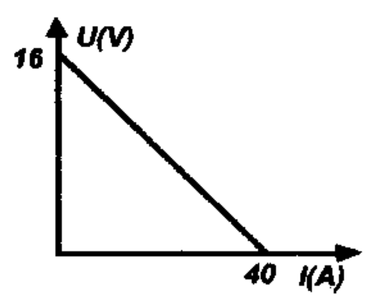


Fig. 2.1.3

a. tensiunea electromotoare a sursei
b. rezistenţa internă a bateriei
c. valoarea rezistenţei circuitului exterior când U=4 V

14. O rezistenţa aflată iniţial la t_0=0°C are valoarea R_0=20 Ω. Se alimentează rezistenţa la o sursă cu tensiunea E=44 V şi cu rezistenţa internă r=2 Ω. Coeficientul termic al rezistivităţii este $\alpha=5\cdot10^{-4}$ grad^{-1}. După trecerea unui interval de timp rezistenţa ajunge la valoarea R=42 Ω. Să se afle:
a. tensiunea la capetele rezistenţei la t_0=0°C
b. temperatura la care ajunge rezistenţa
c. variaţia relativă a tensiunii la bornele rezistenţei

15. O baterie debitează pe un rezistor un curent electric cu intensitatea I=24 A. Dacă se măreşte rezistenţa cu f_1=25%, intensitatea curentului scade cu f_2=20%. Să se afle:
a. noua valoare a intensităţii curentului electric prin circuit, dacă rezistenţa se micşorează cu f_1=25%
b. cu cât la sută se modifică tensiunea la bornele rezistenţei în cazul în care aceasta se micşorează faţă de cazul în care creşte?
c. cu cât la sută se modifică rezistenţa conductorului, dacă temperatura acestuia variază cu Δt=80°C, iar coeficientul termic al rezistivităţii este $\alpha=6\cdot10^{-4}$ grad^{-1} şi iniţial rezistenţa se afla la temperatura 0°C

2. 2. Gruparea rezistoarelor

1. Rezistoarele cu rezistenţele R, $2R$, $3R$ conectate în paralel au rezistenţa echivalentă de 12 Ω. Să se afle:
a. rezistenţa echivalentă la legarea lor în serie
b. intensităţile curentului electric prin fiecare rezistor, dacă în cazul conectării paralel se aplică grupării o tensiune U=66 V
c. tensiunea pe rezistenţa R, când rezistenţele se leagă în serie şi se aplică grupării aceeaşi tensiune U=66 V

2. În graficul din figura 2.2.1 sunt reprezentate dependenţele tensiunilor aplicate la capetele a două rezistenţe în funcţie de intensitatea curentului care circulă prin rezistenţele respective. Să se afle:
a. valorile rezistenţelor
b. raportul dintre rezistenţa grupării serie şi cea a grupării paralel a celor două rezistenţe

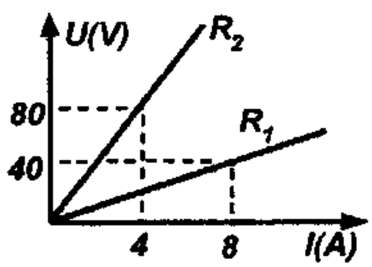


Fig. 2.2.1

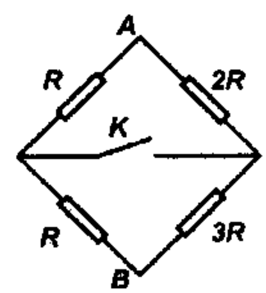


Fig. 2.2.2

3. Să se afle rezistenţa echivalentă între punctele A şi B când comutatorul K este deschis şi apoi când este închis (fig 2.2.2).

4. Să se afle rezistența echivalentă între punctele A și B (fig 2.2.3).

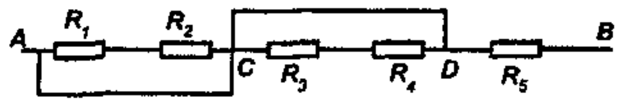


Fig. 2.2.3

Fig. 2.2.4

5. Să se afle rezistența echivalentă între punctele A și B (fig 2.2.4).

6. Se cunosc R_1=3 Ω, R_2=4 Ω R_3=6 Ω R_4=2 Ω (fig 2.2.5). Să se afle rezistența echivalentă între punctele A și B, A și C, A și D, B și D.

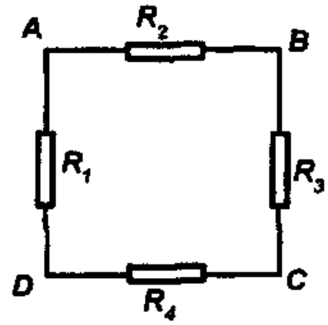


Fig. 2.2.5

7. Să se afle rezistența echivalentă între punctele A și B (fig 2.2.6).

8. Să se afle rezistența echivalentă între punctele A și B, dacă R_1=1 Ω R_2=3 Ω, R_3=6 Ω, R_4=12 Ω, R_5=2 Ω (fig 2.2.7).

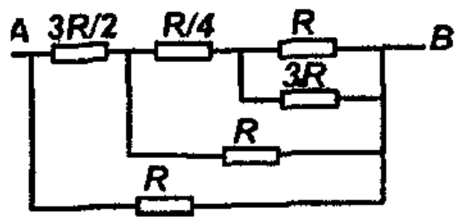


Fig. 2.2.6

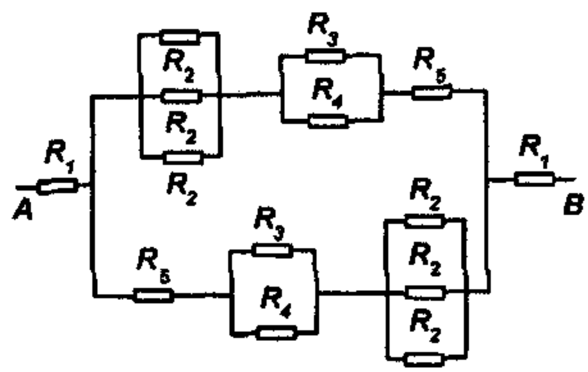


Fig. 2.2.7

9. Să se afle rezistența echivalentă între punctele A și B, dacă R=3 Ω (fig 2.2.8).

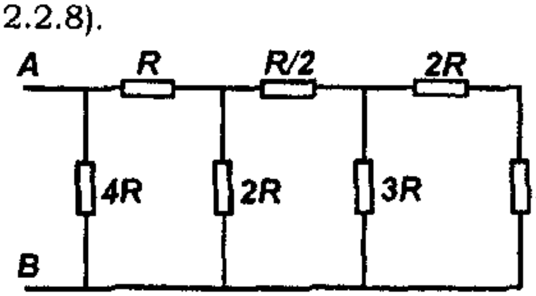


Fig. 2.2.8

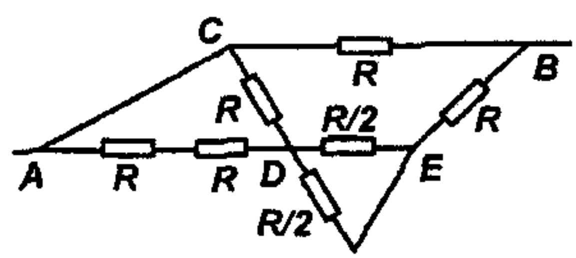


Fig. 2.2.9

10. Să se afle rezistențele echivalente între punctele A și B, A și C, A și D (fig 2.2.9).

11. Să se afle rezistența echivalentă între punctele A şi B, A şi C, A şi D, dacă R=1 Ω (fig 2.2.10).

12. Să se afle rezistența echivalentă între punctele A şi B, A şi C, A şi D, dacă R=9 Ω (fig 2.2.11).

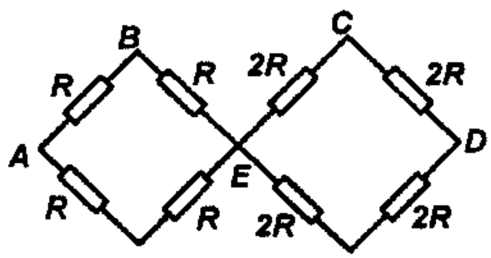


Fig. 2.2.10

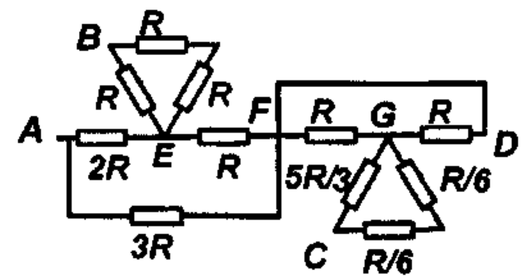


Fig. 2.2.11

13. Să se afle dacă se cunosc valorile rezistențelor R_1=1 Ω, R_2=2 Ω, R_3=4 Ω, R_4=2 Ω, R_5=2 Ω (fig 2.2.12):

a. rezistența echivalentă între punctele A şi B

b. valoarea rezistenței R_3, astfel ca prin rezistența R_5 să nu circule curent electric

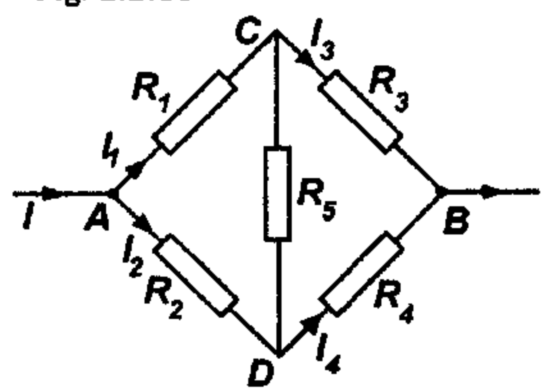


Fig. 2.2.12

14. Să se afle rezistența echivalentă între punctele A şi B (fig 2.2.13).

15. Să se afle rezistența echivalentă între punctele A şi B (fig 2.2.14).

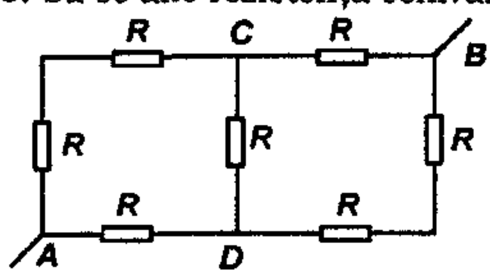


Fig. 2.2.13

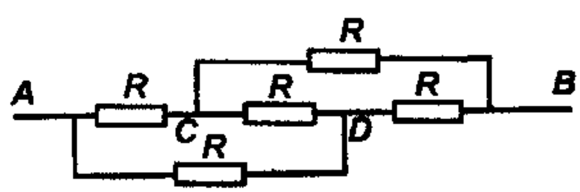


Fig. 2.2.14

16. Să se afle rezistența echivalentă între punctele A şi B (fig 2.2.15).

17. Să se afle rezistența echivalentă între punctele A şi B (fig 2.2.16).

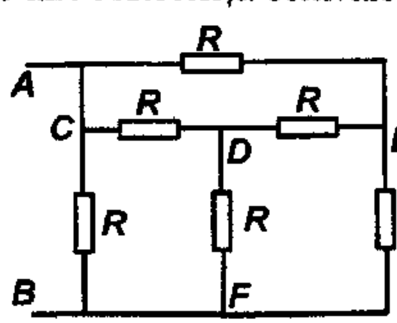


Fig. 2.2.15

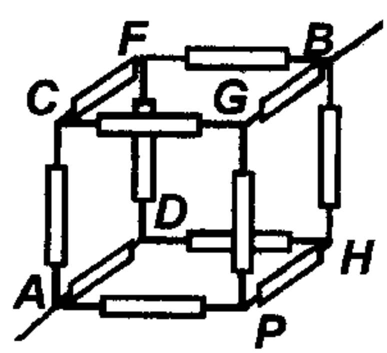


Fig. 2.2.16

18. Să se afle rezistenţa echivalentă a lanţului infinit de rezistenţe (fig 2.2.17).

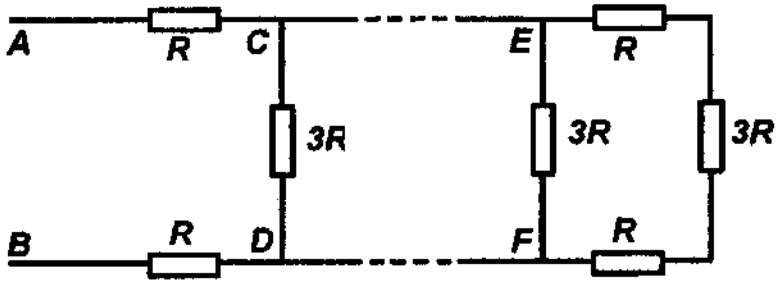


Fig. 2.2.17

19. Fie două rezistoare care au la temperatura iniţială t_0=0° C rezistenţele R_{01} şi R_{02}=3R_{01} şi coeficienţii termici ai rezistivităţilor α_1 şi respectiv α_2. Neglijăm dilatarea rezistenţelor cu creşterea temperaturii. Să se afle coeficientul termic al rezistorului echivalent, dacă rezistenţele se leagă:
a. serie
b. paralel

2.3. Legile lui Kirchhoff

1. Se conectează o rezistenţa de şunt R_S în paralel cu un ampermetru, care are rezistenţa R_A=1 Ω. Intensitatea maximă măsurată de ampermetru este I_A=100 mA. Să se afle valoarea rezistenţei de şunt, dacă ampermetrul este pus să măsoare un curent cu intensitatea I=1 A. De câte ori se măreşte domeniul de măsurabilitate al ampermetrului?

2. Dacă se şuntează acelaşi ampermetru cu două rezistoare cu rezistenţele R_1 şi R_2, el îşi măreşte domeniul de măsurabilitate de n_1, respectiv n_2 ori. Să se afle de câte ori se măreşte domeniul de măsurabilitate al ampermetrului, dacă acesta se şuntează cu gruparea rezistenţelor:
a. serie
b. paralel

3. Un voltmetru cu rezistenţa R_V=100 Ω măsoară o tensiune U_V=10 V. Se leagă voltmetrul între două puncte, astfel încât acesta să măsoare o tensiune U=100 V. Ce rezistenţă adiţională legăm în serie cu voltmetrul şi de câte ori se măreşte domeniul de măsurabilitate al voltmetrului?

4. La bornele unui voltmetru se leagă pe rând în serie două rezistoare cu rezistenţele R_1 şi R_2, astfel că acesta îşi măreşte domeniul de măsurabilitate de n_1, respectiv n_2 ori. Să se afle de câte ori se măreşte domeniul de măsurabilitate al voltmetrului, dacă acesta se leagă în serie cu gruparea rezistenţelor:
a. serie
b. paralel

5. Fie circuitul din figura 2.3.1. Voltmetrul indică o tensiune U=36 V. Rezistența internă a sursei este r=1 Ω, iar rezistența circuitului exterior este R=9 Ω. Se consideră că instrumentele de măsură sunt ideale. Să se afle:

a. intensitatea curentului electric prin circuit
b. tensiunea electromotoare a sursei
c. indicațiile instrumentelor de măsură, dacă se scurtcircuitează rezistența R

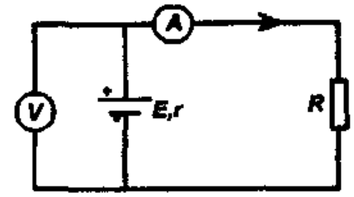


Fig. 2.3.1

6. În montajul din figura 2.3.2 voltmetrul indică U=90 V. Se cunosc E=100 V, r=2 Ω, R_2=500 Ω, R_3=1500 Ω, și R_V=3 kΩ. Să se afle:

a. intensitatea curentului prin baterie
b. valoarea rezistenței R_1
c. tensiunea la bornele rezistenței R_3

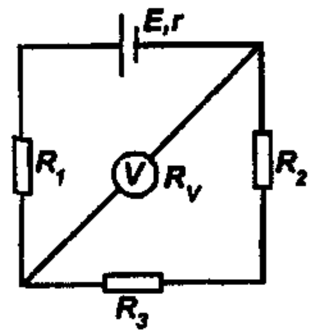


Fig. 2.3.2

7. În circuitul din figura 2.3.3 se cunosc E=60 V, r=2 Ω, I=5 A, R_3=10 Ω. Știind că tensiunea pe rezistența R_1 este U_1=20 V, să se afle:

a. valoarea rezistenței R_1
b. valoarea rezistenței R_2
c. tensiunea la bornele bateriei

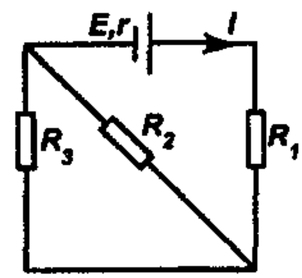


Fig. 2.3.3

8. În circuitul din figura 2.3.4 se cunosc E=20 V, r=1,6 Ω, R_1=4 Ω, R_2=6 Ω. Firul metalic AB are lungimea ℓ=60 cm și rezistența R=3 Ω. Pe acest fir metalic se deplasează un cursor C. Să se afle:

a. rezistența echivalentă a rezistoarelor R_1 și R_2
b. rezistivitatea firului metalic, dacă secțiunea acestuia este S=0,02 mm²
c. lungimea porțiunii de fir AC, dacă tensiunea între punctele A și C este U_{CA}=4 V

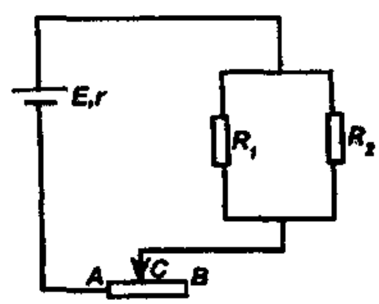


Fig. 2.3.4

9. La bornele unei surse de tensiune se leagă un rezistor cu rezistența R, astfel că tensiunea la borne măsurată a fost U=29 V. Dacă se înlocuiește rezistența cu alta cu valoarea $4R$, tensiunea la borne crește cu f=10%. Să se afle tensiunea electromotoare a sursei.

10. La bornele unei surse de tensiune se leagă în serie două voltmetre care vor indica valorile U_1=12 V şi U_2=9 V. Dacă se leagă la bornele sursei numai primul voltmetru, acesta va indica o valoare U_1'=18 V. Să se afle:

a. valoarea tensiunii electromotoare a sursei
b. rezistenţa internă a sursei dacă R_1=1 Ω
c. rezistenţa R_2

11. În circuitul din figura 2.3.5 se cunosc E=24 V, r=1,4 Ω, R_1=3 Ω, R_2=8 Ω şi R_3=2 Ω. Să se afle:
a. intensităţile curenţilor prin fiecare latură a circuitului
b. tensiunea electrică U_{AB}
c. intensitatea curentului electric care circulă prin sursă, dacă între punctele A şi B se leagă un fir metalic fără rezistenţă

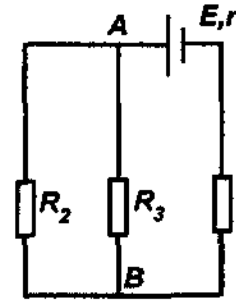


Fig. 2.3.5

12. Fie circuitul din figura 2.3.6, în care se cunosc R_1=6 Ω, R_2=4 Ω, E=24 V, r=1 Ω şi U_1=12 V. Să se afle:
a. tensiunea electrică pe rezistenţa R_2
b. intensitatea curentului care circulă prin baterie
c. valoarea rezistenţei R_3

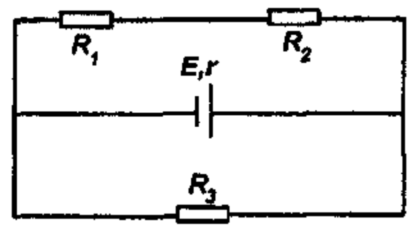


Fig. 2.3.6

13. Un circuit electric conţine o sursă de tensiune E=12 V şi cu rezistenţa internă r=1,2 Ω. Sursa de tensiune alimentează sistemul de rezistoare ca în figura 2.3.7. Se cunosc R_1=6 Ω, R_2=2 Ω, R_3=12 Ω. Să se afle:
a. intensităţile curenţilor prin rezistenţe
b. tensiunea indicată de un voltmetru ideal legat la bornele sursei
c. tensiunea U_{AB}

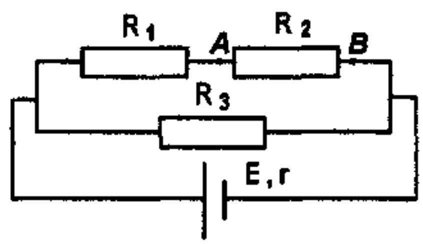


Fig. 2.3.7

14. Fie circuitul din figura 2.3.8, în care se cunosc R_1=2 Ω, R_2=3 Ω, R_3=R_4=4 Ω. Dacă prin rezistenţa R_1 circulă un curent cu intensitatea I_1=3 A şi considerând neglijabilă rezistenţa internă a sursei, să se afle:
a. intensitatea prin rezistenţa R_2
b. intensitatea prin baterie
c. tensiunea electromotoare a bateriei

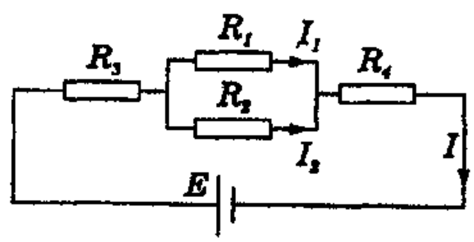


Fig. 2.3.8

15. În circuitul din figura 2.3.9 se cunosc E=6 V, R_1=2 Ω, R_2=6 Ω, R_3=3 Ω, R_4=1,5 Ω. Rezistenţa internă a sursei este r=0,5 Ω. Să se afle:
a. rezistenţa echivalentă între punctele A şi C
b. tensiunea electrică între punctele A şi C
c. intensitatea curentului care circulă prin

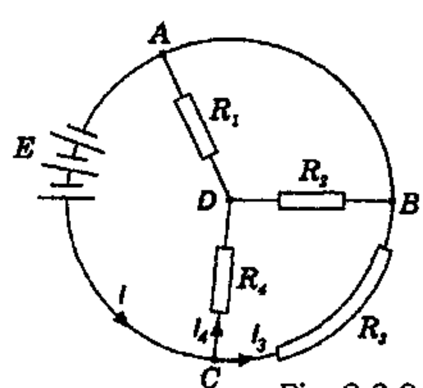


Fig. 2.3.9

rezistența R_2 și prin firul AB

16. Fie circuitul din figura 2.3.10. Se utilizează două ampermetre identice, două voltmetre identice și o sursă de tensiune cu rezistența internă neglijabilă. Se cunosc indicațiile ampermetrelor A_1 și A_2, I_1=1,1 mA și respectiv I_2=0,9 mA, iar indicația voltmetrului V_2, U_2=0,25 V. Să se afle:

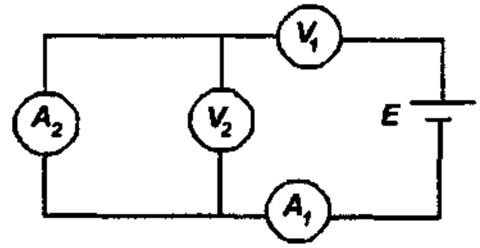


Fig. 2.3.10

a. indicația voltmetrului U_1
b. tensiunea electromotoare a sursei
c. indicațiile celor patru instrumente de măsură, dacă se scurtcircuitează voltmetrul V_1

17. În circuitul din figura 2.3.11 se cunosc r=1,2 Ω, R_1=2,7 Ω, R_2=3 Ω, R_3=7 Ω. Ampermetrul ideal indică I_2=1,4 A. Să se afle:

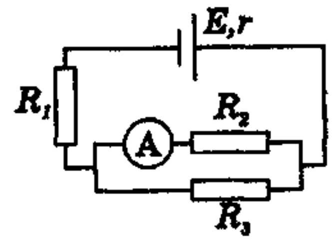


Fig. 2.3.11

a. rezistența echivalentă a circuitului exterior
b. intensitățile curenților prin fiecare rezistență
c. căderea interioară pe sursa de tensiune și tensiunea electromotoare a sursei

18. Fie circuitul electric din figura 2.3.12 care conține o sursă de tensiune cu rezistența internă r=2 Ω, rezistențele R=10 Ω și R_1=15 Ω. Tensiunea măsurată la bornele sursei este U=20 V. Să se afle:

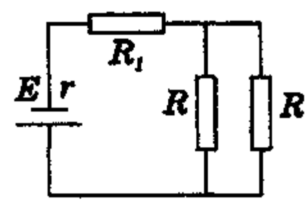


Fig. 2.3.12

a. tensiunea electromotoare a bateriei
b. tensiunile pe rezistențele R și R_1
c. cu cât la sută se modifică tensiunea măsurată de un voltmetru ideal conectat la bornele sursei, dacă se înlocuiește rezistența R_1 cu o rezistență de trei ori mai mare?

19. Circuitul electric din figura 2.3.13 este format dintr-o baterie cu tensiunea electromotoare E și rezistența internă r=0,4 Ω la capetele căreia se leagă gruparea de rezistențe. Se cunosc R_1=12 Ω, R_2=4 Ω, R_3=8 Ω și R_4=5,6 Ω. Cunoscând valoarea intensității curentului care străbate rezistența R_1, I_1=1 A, să se afle:

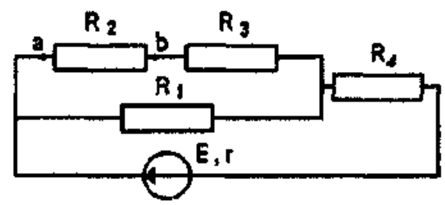


Fig. 2.3.13

a. intensitatea curentului care circulă prin baterie
b. tensiunea U_{ab}
c. intensitatea de scurtcircuit, dacă din greșeală se leagă bornele sursei între ele

20. Fie circuitul din figura 2.3.14 în care se cunosc E=60 V și rezistențele R_1=15 Ω, R_2=16 Ω, R_3=4 Ω. Rezistența R_3 este o bobină obținută prin înfășurarea a N=100 spire pe un suport izolator care are diametrul d=10 cm. Secțiunea

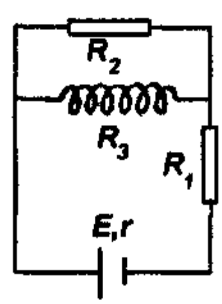


Fig. 2.3.14

firului rezistenței este S=1 mm^2. Să se afle:

a. rezistența internă a sursei, dacă intensitatea de scurtcircuit este I_{SC}=100/3 A

b. rezistivitatea electrică a firului bobinei

c. tensiunea la bornele sursei

21. În circuitul din figura 2.3.15 se cunosc E=8 V, r=1 Ω, R_1=6 Ω, R_2=12 Ω, R_3=4 Ω, R_4=4 Ω, R_5=1 Ω. Punctul B se leagă la Pământ. Să se afle:

a. rezistența cicuitului exterior

b. intensitatea curentului prin sursă

c. potențialul punctului A

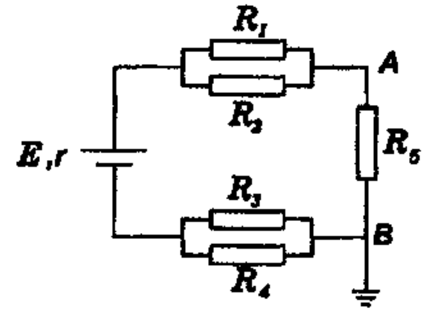


Fig. 2.3.15

22. Circuitul din figura 2.3.16 conține o sursă cu tensiunea electromotoare E=24 V și rezistența internă r și rezistențele electrice R=30 Ω și R_1=15 Ω. Ampermetrul ideal indică un curent cu intensitatea I_1=1,5 A când comutatorul K este deschis și comutatorul K_1 este închis. Să se afle:

a. rezistența internă a sursei

b. rezistența echivalentă a circuitului exterior, dacă ambele comutatoare sunt închise

c. intensitatea indicată de ampermetru dacă ambele comutatoare sunt închise

d. intensitatea curentului prin sursă când comutatorul K este închis și comutatorul K_1 este deschis

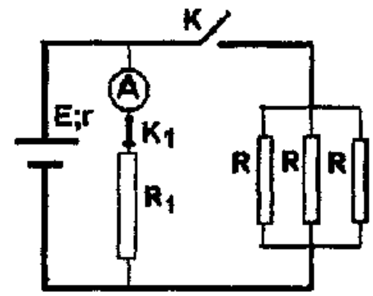


Fig. 2.3.16

23. În schema electrică din figura 2.3.17 se cunosc E=12 V, R_1=15 Ω, R_2=20 Ω, R_3=50 Ω, R_4=100 Ω și valoarea intensității indicate de ampermetrul ideal I_3=0,1 A. Să se afle:

a. tensiunea electrică la capetele rezistenței R_3

b. intensitatea curentului care trece prin rezistența R_1

c. rezistența internă a bateriei

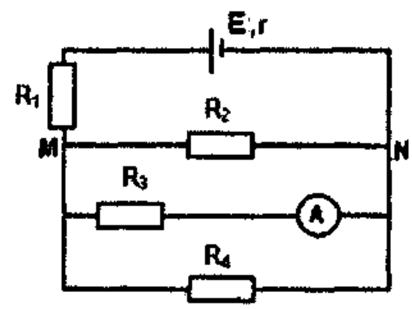


Fig. 2.3.17

24. O sursă cu tensiunea electromotoare E=80 V și rezistența internă r=8 Ω este conectată la un circuit ca în figura 2.3.18. Conductorul AB, omogen și cu secțiunea constantă este confecționat din aluminiu și are rezistența electrică R=32 Ω. Cursorul C împarte conductorul AB în raportul |AC|/|CB|=1/3. Să se afle:

a. intensitatea curentului electric

b. tensiunea electrică între punctele P și N

c. căderea internă de tensiune pe sursă atunci când între punctele P și N se conectează un rezistor cu rezistența R_{PN}=8 Ω

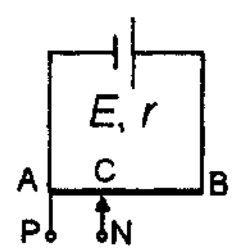


Fig. 2.3.18

25. În schema electrică din figura 2.3.19 se cunosc E=3,2 V, r=1 Ω şi R=10 Ω. Să se afle:
a. intensitatea curentului debitat de sursa de tensiune
b. tensiunea electrică între punctele c şi d
c. indicaţia unui voltmetru ideal conectat la bornele sursei din figură

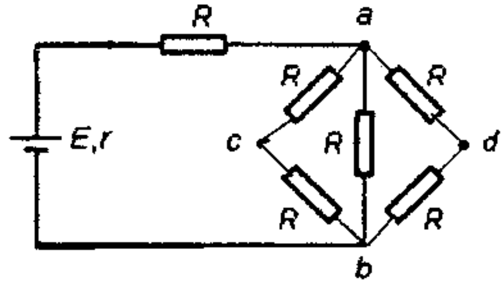


Fig. 2.3.19

26. În circuitul electric din figura 2.3.20 întrerupătorul K este deschis. Se cunosc tensiunea electromotoare a sursei E=20 V, rezistenţa ei internă r=2 Ω, rezistenţele R_1=6 Ω, R_2=12 Ω, R_3=4 Ω şi R_4=1 Ω. Se consideră ampermetrul ideal. Să se afle:
a. indicaţia ampermetrului în situaţia iniţială
b. de câte ori se modifică intensitatea curentului electric care circulă prin baterie la închiderea întrerupătorului?

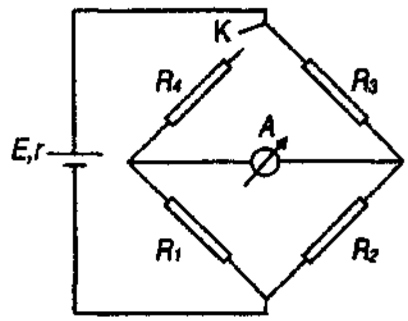


Fig. 2.3.20

c. de câte ori se modifică intensitatea curentului electric indicat de ampermetru la închiderea întrerupătorului?
d. valoarea rezistenţei R_3, dacă la închiderea întrerupătorului ampermetrul nu indică prezenţa curentului electric

27. O sursă cu tensiunea electromotoare E=29 V şi rezistenţa internă r=1,6Ω alimentează un circuit serie format din rezistenţele R_1 şi R_2 şi se înregistrează un curent cu intensitatea I_1=2,5 A. Dacă cele două rezistenţe se leagă în paralel valoarea intensităţii curentului care circulă prin sursă este I_2=7,25 A. Să se afle:
a. valorile tensiunii la bornele sursei în fiecare situaţie
b. valorile celor două rezistenţe
c. raportul intensităţilor prin rezistenţelele R_1 şi R_2 când acestea sunt legate în paralel

28. Se realizează montajul din figura 2.3.21 cu ajutorul unei surse de curent continuu, două voltmetre identice şi două miliampermetre identice. Instrumentele de măsură legate în paralel indică U_1=0,25 V şi I_1=0,75 mA. Al doilea ampermetru indică I=1mA. Să se afle:
a. tensiunea indicată de voltmetrul legat în serie cu ampermetrul
b. tensiunea electromotoare E a sursei, dacă rezistenţa ei internă este r=66,66 Ω

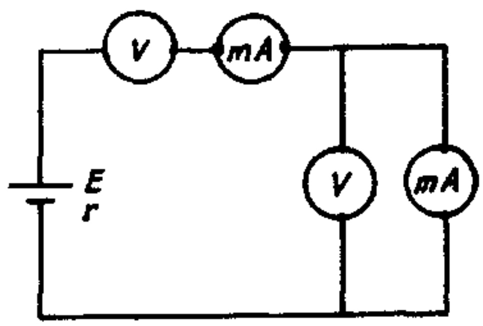


Fig. 2.3.21

c. de câte ori este mai mare intensitatea de scurtcircuit a sursei faţă de intensitatea care circulă prin ea în montajul dat?

29. La bornele unei surse cu parametrii E=18 V şi r=5,4 Ω se leagă trei rezistenţe R_1=0,6 Ω, R_2=12 Ω şi R_3=4 Ω, ca în figura 2.3.22. Să se afle:

a. indicaţia unui voltmetru ideal conectat între punctele A şi B

b. indicaţia unui ampermetru ideal conectat între punctele A şi B

c. de câte ori se modifică tensiunea la bornele sursei, dacă în locul voltmetrului ideal conectat între punctele A şi B se conectează ampermetrul ideal?

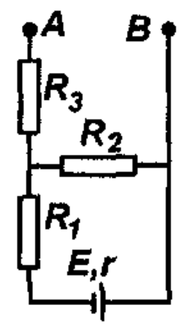
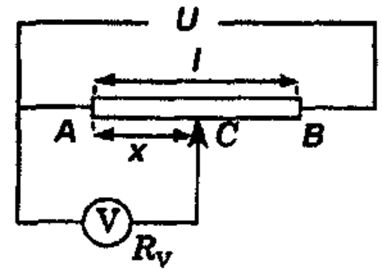


Fig. 2.3.22

30. La capetele unui potenţiometru cu rezistenţa R şi lungimea ℓ=AB se aplică o tensiune U. Între un capăt al potenţiometrului şi cursor se conectează un voltmetru cu rezistenţa R_V. Să se afle dependenţa indicaţiei voltmetrului în funcţie de distanţa x=AC a cursorului (fig 2.3.23).



31. La bornele unei surse cu tensiunea electromotoare E=14 V şi rezistenţa internă r=1 Ω se leagă rezistenţele R_1=4 Ω, R_2=6 Ω, şi firul metalic AB cu rezistenţa electrică R_{AB}=15 Ω, ca în figura 2.3.24. Se consideră că firul metalic are aceeaşi secţiune. Pe firul metalic se poate deplasa un cursor care leagă un ampermetru ideal între punctele D şi C. Poziţia cursorului este aleasă astfel ca ampermetrul să nu indice nimic. Să se afle:

a. rezistenţa circuitului exterior

b. raportul lungimilor ℓ_{CB}/ℓ_{AC} în situaţia dată

c. intensitatea curentului prin circuitul principal

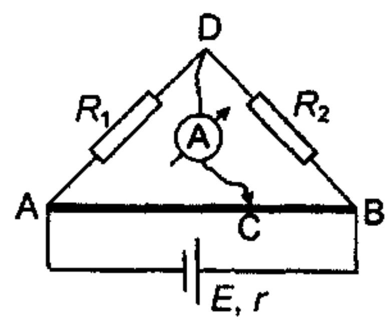


Fig. 2.3.24

32. Fie circuitul electric din figura 2.3.25, în care R_1=R_2=R_3=6 Ω. Când întrerupătorul este deschis ampermetrul ideal indică I=2,75 A, iar când este închis indică I'=3 A. Să se afle:

a. rezistenţa echivalentă a circuitului exterior când întrerupătorul este deschis

b. tensiunea electromotoare a sursei E şi rezistenţa ei internă r

c. raportul tensiunilor între punctele B şi D când întrerupătorul este iniţial deschis şi apoi închis

d. raportul tensiunilor între punctele B şi C când întrerupătorul este iniţial deschis şi apoi închis

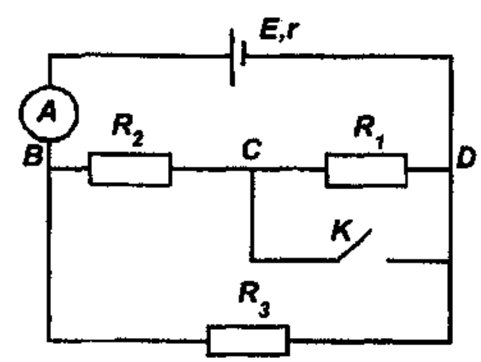


Fig. 2.3.25

33. Două voltmetre cu rezistențele interioare R_{V1}=36 kΩ și R_{V2}=9 kΩ sunt legate în serie. În paralel cu ele se leagă un rezistor cu rezistența electrică R=16 kΩ. La bornele acestui circuit se aplică tensiunea U=240 V, ca în figura 2.3.26. Să se afle:
a. indicația voltmetrelor când comutatorul K este deschis
b. indicația voltmetrelor când comutatorul K se închide pe cursorul aflat la $AB/4$ de capătul A
c. raportul R_{AC}/R_{CB}, dacă indicațiile celor două voltmetre sunt egale când comutatorul K este închis

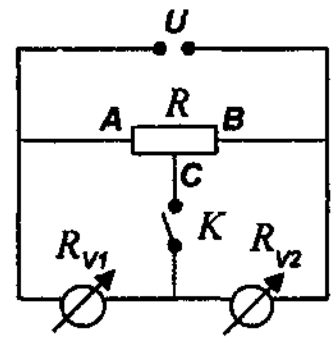


Fig. 2.3.26

34. În circuitul din figura 2.3.27 se cunosc tensiunea electromotoare a sursei E=47 V, rezistența ei internă r=1 Ω, rezistențele R_1=4 Ω, R_2=2 Ω, R_3=2 Ω, R_4=1 Ω, R_5=3 Ω. Să se afle:
a. rezistența echivalentă între punctele A și B
b. intensitățile curenților care circulă prin fiecare rezistență
c. tensiunea electrică pe rezistența R_5

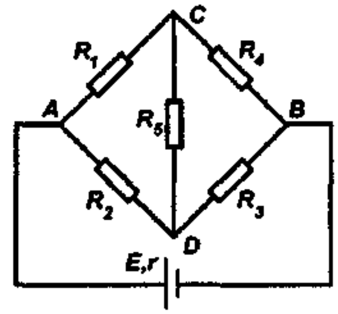


Fig. 2.3.27

35. În montajul din figura 2.3.28 se cunosc E=20 V și R=50 Ω. Punctul F este legat la Pământ. Să se afle:
a. intensitatea curentului prin baterie
b. tensiunea U_{AF}
c. tensiunea U_{AF}, dacă rezistențele de pe două laturi opuse se triplează

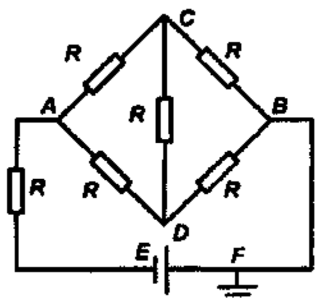


Fig. 2.3.28

36. Se leagă în serie o sursa E_1=12 V, r_1=2 Ω cu o altă sursă E_2=2 V, r_2=3 Ω ca în figura 2.3.29. În circuit se introduce o rezistență R=5 Ω. Să se afle:
a. intensitatea curentului prin circuit și să se precizeze sensul în care circulă curentul electric
b. tensiunea electrică la bornele sursei E_2

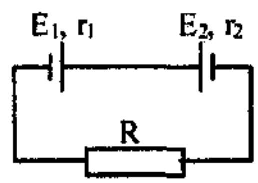


Fig. 2.3.29

c. valoarea tensiunii E'_1 pentru care tensiunea la bornele ei se anulează și să se interpreteze rezultatul obținut

37. Se leagă în serie o sursă cu parametrii E_1=12 V, r_1=2 Ω cu o altă sursă cu parametrii E_2=24 V, r_2=3 Ω, polul pozitiv al unei surse fiind legat cu polul negativ al celeilalte surse. În circuit se introduce o rezistență R=5 Ω. Să se afle:
a. intensitatea curentului prin circuit
b. tensiunea electrică la bornele sursei de E_1
c. căderea interioară de tensiune electrică la bornele sursei E_2

38. În circuitul din figura 2.3.30 se cunosc R_1=3 Ω, R_2=6 Ω, R_3=5 Ω, r_1=r_2=1 Ω, E_1=16 V, E_2=48 V. Punctul *A* se leagă la Pământ. Să se afle:

a. intensitatea curentului electric prin circuit

b. potențialele punctelor *B, C, D, E*

c. tensiunea electrică U_{BD} între punctele *B* și *D*

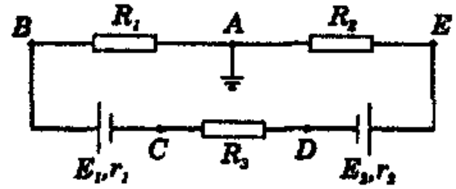


Fig. 2.3.30

39. Fie circuitul electric din figura 2.3.31 în care se cunosc valorile tensiunilor electromotoare ale surselor E_1=14 V și E_2=6 V și rezistențele lor interne r_1=r_2=0,5 Ω. Valorile rezistențelor din circuit sunt R_1=1 Ω, R_2=2 Ω, R_3=3 Ω și rezistența firului metalic *AB* este *R*=8 Ω. Cursorul se deplasează până în poziția *C*, astfel că *AC* este o fracțiune *f*=0,6 din lungimea firului *AB*. Să se afle:

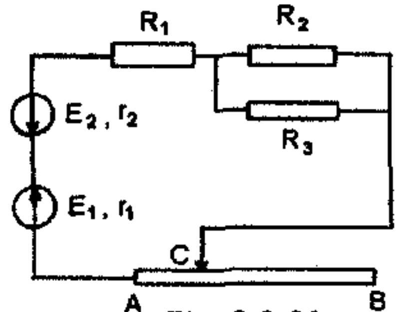


Fig. 2.3.31

a. rezistența echivalentă a circului exterior

b. intensitatea curentului prin cele două surse

c. lungimea firului metalic *AB*, dacă rezistivitatea firului este ρ=5·10^{-7} Ωm iar secțiunea firului este *S*=1 mm^2

40. Se realizează montajul din figura 2.3.32, utilizându-se două surse de tensiune E_1=15 V și E_2=3 V și rezistențele interne r_1=2 Ω și r_2=1 Ω. Rezistoarele introduse în circuit au valorile R_1=6 Ω și R_2=9 Ω. Să se afle:

a. rezistența echivalentă a circului exterior

b. intensitatea curentului prin cele două surse

c. tensiunea electrică între punctele *A* și *B*

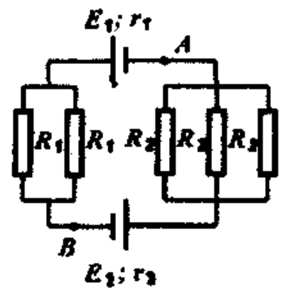


Fig. 2.3.32

41. Un circuit serie ocupă laturile uni pătrat. Pe latura *AB* se află o sursă cu tensiunea electromotoare *E*=14 V și rezistența *r*=1 Ω cu borna pozitivă legată la punctul *A* și o rezistență *R*=3 Ω. Latura *BC* conține un fir metalic fără rezistență, iar latura *CD* conține o sursă cu tensiunea electromotoare 4*E* și rezistența 2*r* cu borna pozitivă legată la punctul *D* și o rezistență 2*R*. Pe latura *DA* se află o rezistență 3*R*. Să se afle:

a. tensiunea la bornele sursei aflată pe latura *AB*

b. tensiunea la bornele sursei aflată pe latura *CD*

c. raportul intensităților prin laturile *CD* și *AB*, dacă punctele *B* și *D* se leagă la Pământ

d. prin ce punct intră electronii în circuit în cazul punctului **c.**?

42. În circuitul din figura 2.3.33 se cunosc E_1=4,5 V, r_1=1,6 Ω, E_2=1,5 V, r_2=0,4 Ω, R_1=20 Ω, R_2=24 Ω și R_3=12 Ω. Să se afle:

a. parametrii generatorului echivalent

b. rezistența echivalentă a circuitului exterior

c. tensiunea electrică între punctele *M* și *N*

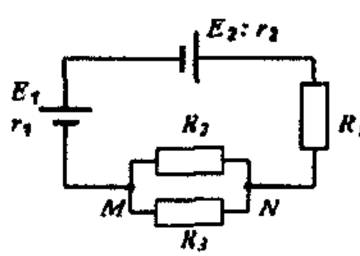


Fig. 2.3.33

43. Se leagă în paralel două surse cu tensiunile E_1=20 V şi E_2=40 V şi cu rezistenţele interne r_1=3 Ω şi r_2=2 Ω ca în figura 2.3.34. Să se afle:
a. parametrii sursei echivalente
b. intensitatea curentului printr-un rezistor R=8,8 Ω, dacă acesta se leagă la bornele celor două surse
c. intensitatea de scurtcircuit a sursei echivalente

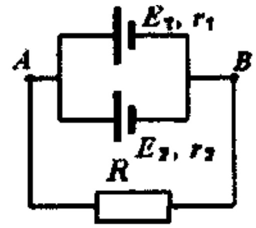


Fig. 2.3.34

44. În circuitul din figura 2.3.34 se cunosc E_1=8 V, E_2=48 V, r_1=3 Ω, r_2=2 Ω şi R=2 Ω. Să se afle:
a. intensitatea curentului care circulă prin rezistorul R
b. tensiunea electrică la bornele surselor la funcţionarea în gol
c. intensitatea de scurtcircuit a sursei echivalente

45. În circuitul din figura 2.3.35 se cunosc E_1=25 V, E_2=15 V, R_1=100 Ω şi R_2=75 Ω. Rezistenţele interne ale surselor sunt neglijabile şi aparatele de măsură sunt ideale. Să se afle:
a. tensiunea electrică indicată de voltmetru când întrerupătorul K este deschis
b. intensitatea curentului electric indicat de ampermetru şi tensiunea indicată de voltmetru, dacă întrerupătorul K este închis
c. valoarea rezistenţei R_2 pentru care voltmetrul indică o tensiune nulă, când întrerupătorul este deschis

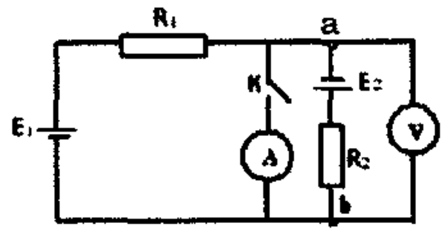


Fig. 2.3.35

46. În figura 2.3.36 se cunosc E=3 V, r=1 Ω, R_1=R_2=3 Ω şi R_3=1 Ω. Să se afle:
a. rezistenţa echivalentă a circuitului exterior
b. intensitatea curentului electric prin rezistorul R_3
c. tensiunea la capetele rezistorului R_1

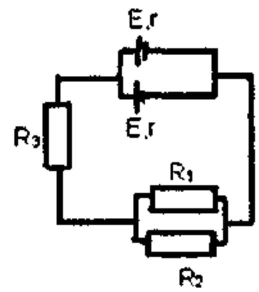


Fig. 2.3.36

47. La bornele becului din circuitul din figura 2.3.37 sunt conectate două baterii. Bateriile au tensiunile electromotoare E_1=6 V, E_2=4,5 V şi rezistenţele interne r_1=1,5 Ω, r_2=0,75 Ω. Tensiunea asigurată de cele două baterii la bornele becului are valoarea U=4,5 V. Să se afle:
a. intensitatea curentului electric care trece prin bec
b. rezistenţa electrică a becului
c. cu cât creşte tensiunea la bornele becului faţă de situaţia iniţială, dacă cele două baterii se grupează în serie (în fază) şi se conectează la bornele becului?

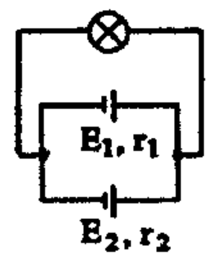


Fig. 2.3.37

48. Două surse cu tensiunile E_1=30 V şi E_2=10 V legate ca în figura 2.3.38 şi cu rezistenţele interne r_1=3 Ω şi r_2=1 Ω alimentează un rezistor cu rezistenţa R=3 Ω. Să se afle:
a. intensităţile curenţilor prin fiecare latură a circuitului
b. tensiunea electrică U_{AB}

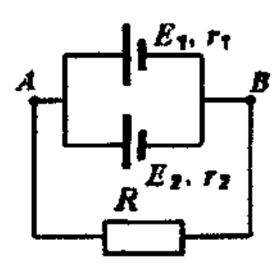


Fig. 2.3.38

c. valoarea tensiunii electromotoare a sursei E'_1, astfel încât intensitatea curentului prin sursa a doua să se anuleze, dacă r_1=3 Ω

d. valoarea tensiunii electromotoare a sursei E'_2, astfel ca I_1=I_2, dacă r_2=1 Ω

49. Se leagă în paralel două surse cu tensiunile electromotoare E_1=30 V şi E_2=5 V şi cu rezistenţele interne r_1=3 Ω şi r_2=1 Ω în opoziţie de fază. La bornele lor se leagă o grupare paralel de două rezistenţe R_1=4R_2=5 Ω. Să se afle:

a. tensiunea la bornele gupării de rezistoare

b. raportul intensităţilor prin cele două surse

c. valoarea intensităţii curentului electric prin circuitul principal, dacă sursele se leagă în fază

50. Două surse fără rezistenţe interne sunt conectate ca în figura 2.3.39. Se cunosc E_1=45 V, R_1=25 Ω şi R_2=15 Ω. Valoarea indicată de ampermetrul ideal conectat între punctele *A* şi *B* este zero. Să se afle:

a. valoarea tensiunii electromotoare E_2

b. potenţialul punctului *A*, dacă punctul *B* se leagă la Pământ

c. indicaţia ampermetrului, dacă E_2=10 V şi R_3=10Ω

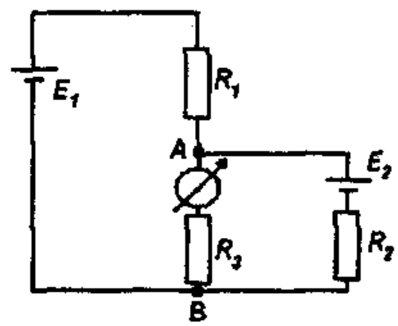


Fig. 2.3.39

51. Se consideră montajul electric din figura 2.3.40 în care tensiunea electrică *U* este variabilă. Rezistenţa electrică montată în circuit are valoarea *R*=6 Ω, iar bateria este ideală şi are tensiunea electromotoare *E* constantă şi rezistenţa internă nulă. Pentru o valoare a tensiunii *U* egală cu U_1=2 V, intensitatea curentului electric prin rezistenţa *R* este egală cu zero, iar intensitatea curentului prin bec este I_1=0,55 A. Să se afle:

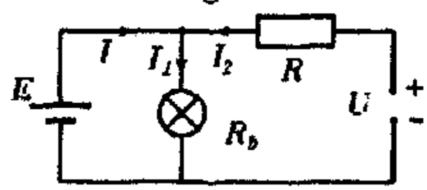


Fig. 2.3.40

a. tensiunea electromotoare *E* a bateriei

b. rezistenţa electrică a becului

c. tensiunea *U* pentru care intensitatea curentului prin baterie este nulă

52. Fie reţeaua din figura 2.3.41 în care se cunosc E_1=48 V, E_2=8 V, R_1=R_3=2 Ω, R_2=3 Ω. Să se afle:

a. intensităţile curenţilor I_1, I_2, I_3 şi să se interpreteze rezultatul

b. tensiunea electrică între punctele *F* şi *B*

c. valoarea tensiunii E_2' astfel ca prin R_3 să nu circule curent

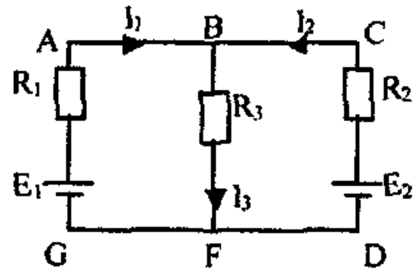


Fig. 2.3.41

53. Fie circuitul electric din figura 2.3.42. Se cunosc E_1=10 V, r_1=1 Ω, R_1=9 Ω, E_2=30 V, r_2=0,5 Ω, R_2=4,5 Ω şi R=3 Ω. Să se calculeze:
a. rezistenţa echivalentă între punctele A şi B
b. valorile intensităţilor din laturile ce conţin sursele de tensiune
c. intensitatea de scurtcircuit a primei surse

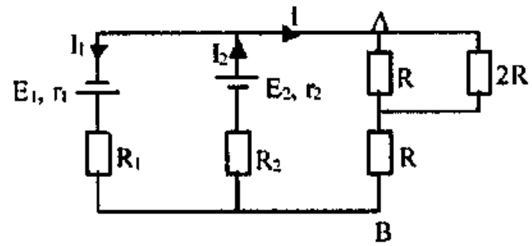


Fig. 2.3.42

54. Fie circuitul din figura 2.3.43 în care se cunosc R_1=2 Ω, R_2=4 Ω, R_3=6 Ω, R_4=1 Ω şi E_1=15 V. Se consideră neglijabile rezistenţele interne ale celor două surse. Să se afle:
a. valoarea tensiunii indicate de un voltmetru ideal, dacă acesta se conectează între punctele A şi M când întrerupătorul K este pe poziţia deschis
b. valoarea tensiunii E_2, dacă la închiderea întrerupătorului prin această sursă nu trece curent electric
c. raportul intensităţilor care circulă prin R_3 şi prin R_4 în condiţiile punctului anterior

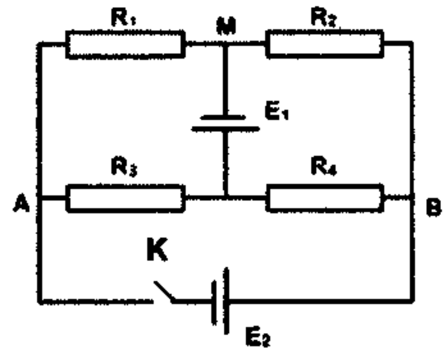


Fig. 2.3.43

55. Fie montajul din figura 2.3.44 în care se cunosc E_1=16 V, r_1=2 Ω, E_2=14 V. Să se afle:
a. valoarea rezistenţei R, dacă prin bateria E_2 nu circulă curent electric
b. valorile intensităţii curentului prin cele două rezistenţe R
c. valoarea rezistenţei interne a sursei E_2, dacă cele două surse au aceeaşi valoare a intensităţii de scurtcircuit

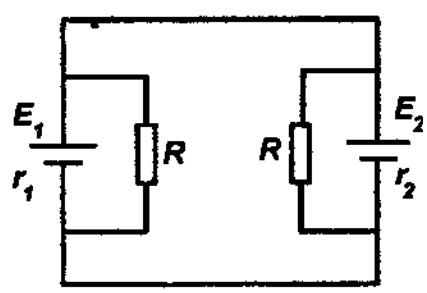


Fig. 2.3.44

56. Fie circuitul electric din figura 2.3.45 în care se cunosc E_1=27 V, E_2=30 V, r_1=30 mΩ, r_2=50 mΩ, R_1=R_2=R_5=8 Ω, R_3=1,97 Ω, R_4=2,95Ω, R_6=12 Ω şi R_7=1,2 Ω. Să se afle:
a. rezistenţa echivalentă a laturii fără sursă de tensiune
b. intensităţile curenţilor din laturile circuitului
c. tensiunea electrică între punctele A şi B

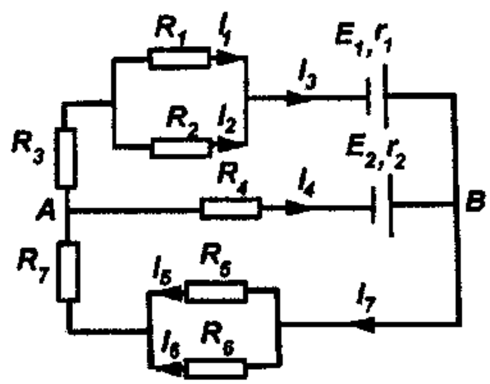


Fig. 2.3.45

57. Se consideră montajul din figura 2.3.46 în care se cunosc E_1=12 V, E_2=28 V, r_1=0,8 Ω, r_2=1,2 Ω, R_1=14 Ω şi R_2=5 Ω. Se înlocuieşte montajul cu un circuit electric simplu. Să se afle:

a. parametrii sursei echivalente din circuitul electric simplu

b. rezistenţa exterioară a circuitului electric simplu

c. tensiunea electrică la bornele rezistorului R_2

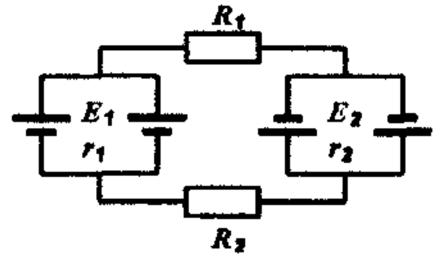


Fig. 2.3.46

58. Circuitul electric din figura 2.3.47, conţine trei surse de tensiune legate în serie cu parametrii E_1=6 V, E_2=15 V, E_3=4 V. În circuit sunt introduse rezistenţele R_1=3 Ω, R_2=5 Ω, R_3=2 Ω. Să se afle:

a. intensitatea curentului prin circuit

b. tensiunea electrică între punctele A şi B

c. tensiunea electrică pe rezistenţa R_3

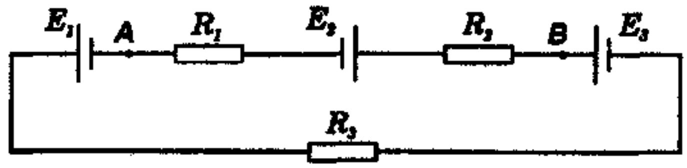


Fig. 2.3.47

59. Trei surse legate în paralel ca în figura 2.3.48 alimentează un rezistor cu rezistenţa R=2 Ω. Se cunosc E_1=12 V, E_2=6 V, E_3=8 V, r_1=2 Ω, r_2=1 Ω, r_3=1 Ω. Să se afle:

a. intensitatea curentului electric prin rezistorul R

b. tensiunea la bornele surselor

c. parametrii sursei echivalente a celor trei surse legate în paralel

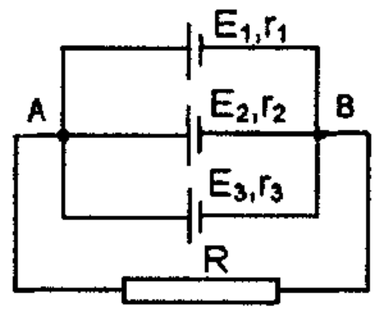


Fig. 2.3.48

60. Pentru reîncărcarea unui acumulator cu tensiunea E_0=12 V şi rezistenţa r_0=2 Ω se utilizează o baterie formată din două generatoare cu tensiunile electromotoare E_1=24 V, E_2=32 V şi rezistenţele interne r_1=r_2=4 Ω, precum şi un reostat cu cursor ca în figura 2.3.49. Să se afle:

a. parametrii generatorului echivalent

b. valorile intensităţii curenţilor electrici care se stabilesc prin generatoare, dacă între bornele a şi b se conectează un conductor cu rezistenţă neglijabilă

c. intensitatea curentului prin firul metalic în condiţiile punctului **b.** şi în lipsa ramurii cu acumulator

d. valoarea rezistenţei R a reostatului, astfel încât intensitatea curentului de încărcare a acumulatorului să fie I=1 A

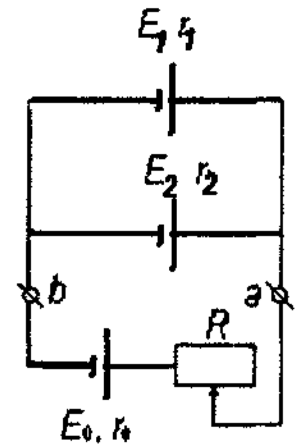


Fig. 2.3.49

61. Pentru circuitul electric din figura 2.3.50 se cunosc tensiunile electromotoare ale surselor $E_1=6$ V, $E_2=4$ V, $E_3=2$ V şi rezistenţele interne $r_1=r_2=r_3=1$ Ω precum şi rezistenţele rezistorilor din circuit $R_1=R_2=R_3=2$ Ω. Să se afle:

a. intensităţile curenţilor prin laturile circuitului

b. tensiunea electrică între punctele A şi B

c. tensiunea electrică la bornele sursei E_2

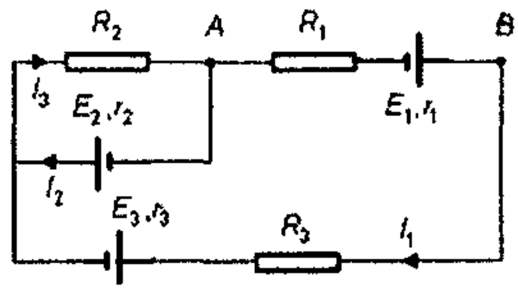


Fig. 2.3.50

62. Fie circuitul electric din figura 2.3.51 în care se cunosc $E_1=10$ V, $r_1=1$ Ω, $R_1=4$ Ω, $E_2=30$ V, $r_2=2$ Ω, $R_2=3$ Ω, $E_3=40$ V, $r_3=3$ Ω, $R_3=7$ Ω. Ampermetrul este ideal. Să se afle:

a. intensitatea curentului indicat de ampermetru, când comutatorul K este deschis

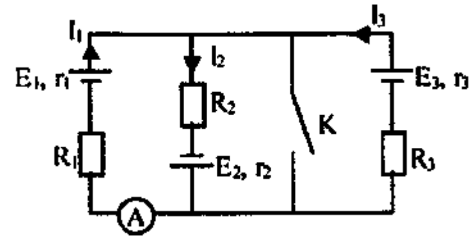


Fig. 2.3.51

b. valoarea tensiunii E'_2, astfel ca prin ramura 2 să nu circule curent electric, când comutatorul K este deschis şi justificaţi răspunsul

c. indicaţia ampermetrului, dacă comutatorul K se închide

63. Fie circuitul din figura 2.3.52 în care se cunosc $E_1=10$ V, $E_2=5$ V, $E_3=6$ V, $r_1=1$ Ω şi $r_2=2$ Ω, $r_3=1$ Ω, $R_1=5$ Ω, $R_2=R_3=3$ Ω. Să se afle:

a. intensităţile curenţilor de pe fiecare latură

b. tensiunea electrică între punctele A şi B

c. tensiunile la bornele surselor E_1 şi E_2 şi să se interpreteze rezultatul

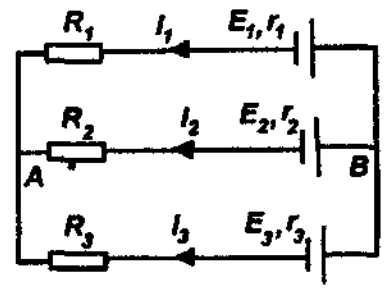


Fig. 2.3.52

64. Fie circuitul din figura 2.3.53 în care se cunosc $E_1=8$ V, $E_2=2$ V, $E_3=4$ V, $R_1=R_3=4$ Ω şi $R_2=8$ Ω şi se neglijează rezistenţele interne ale surselor. Să se afle:

a. intensităţile curenţilor de pe fiecare latură

b. tensiunea electrică între punctele A şi B

c. diferenţa de potenţial între polul negativ al sursei E_1 şi polul negativ al sursei E_2

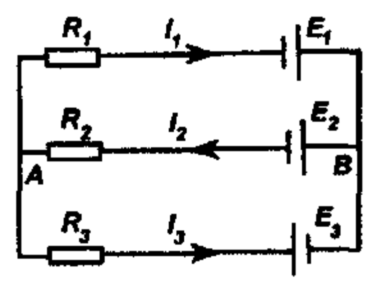


Fig. 2.3.53

65. În circuitul din figura 2.3.54 se cunosc $E_1=10$ V, $E_2=20$ V, $E_3=30$ V, $R_1=1$ Ω $R_2=2$ Ω, $R_3=3$ Ω, $R_4=4$ Ω, $R_5=5$ Ω, $R_6=6$ Ω şi $R_7=7$ Ω. Se neglijează rezistenţele interne ale surselor. Să se afle:

a. intensităţile curenţilor electrici din laturile circuitului

b. tensiunea electrică între punctele A şi B

c. raportul tensiunilor pe rezistenţele R_2 şi R_4

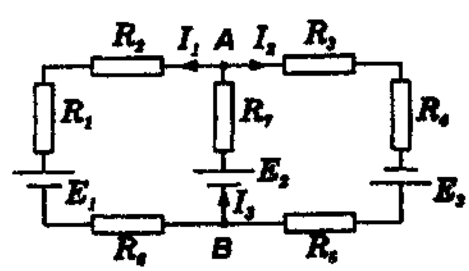


Fig. 2.3.54

66. În circuitul din figura 2.3.55 se cunosc $E_1=10$ V, $E_2=6$ V, $E_3=18$ V şi rezistenţele lor interne $r_1=0,4\ \Omega$, $r_2=0,6\ \Omega$, $r_3=1\ \Omega$. Valorile rezistenţelor din circuit sunt $R_1=6\ \Omega$, $R_2=5\ \Omega$, $R_3=3\ \Omega$. Să se afle:
a. intensităţile curenţilor electrici din laturile circuitului
b. tensiunea electrică pe rezistenţa R_2
c. tensiunea electrică la bornele sursei E_1

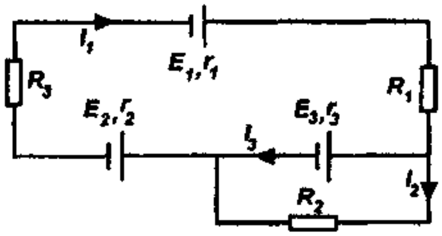


Fig. 2.3.55

67. Fie montajul din figura 2.3.56 în care se cunosc $E_1=205$ V, $E_2=136$ V, $E_3=10$ V şi cu rezistenţele lor interne neglijabile. Valorile rezistenţelor din circuit sunt $R_1=5\ \Omega$, $R_2=2\ \Omega$, $R_3=2\ \Omega$, $R_4=1\ \Omega$, $R_5=4\ \Omega$. Să se afle:
a. intensităţile curenţilor electrici din laturile circuitului
b. tensiunea electrică pe rezistenţa R_2
c. tensiunea electrică U_{AC}

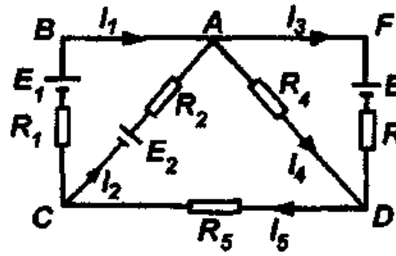


Fig. 2.3.56

68. În circuitul din figura 2.3.57 se cunosc $E_1=1$ V, $E_2=2$ V, $E_3=3$ V, $R_1=1\ \Omega$ $R_2=2\ \Omega$, $R_3=3\ \Omega$, $R_4=4\ \Omega$. Se neglijează rezistenţele interne ale surselor. Să se afle:
a. intensităţile curenţilor electrici din laturile circuitului
b. tensiunea electrică între punctele A şi B
c. tensiunea electrică pe rezistorul R_4

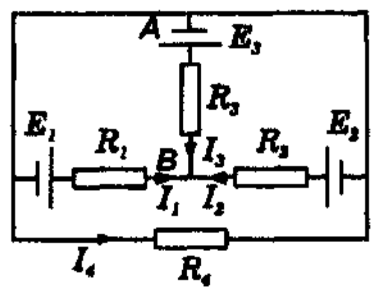


Fig. 2.3.57

69. În circuitul din figura 2.3.58 se cunosc $E_1=6$ V, $E_2=4$ V, $E_3=2$ V, $E_4=8$ V, $R_1=2\ \Omega$ $R_2=1\ \Omega$, $R_3=1\ \Omega$, $R_4=4\ \Omega$. Se neglijează rezistenţele interne ale surselor, iar punctul A se leagă la Pământ. Să se afle:
a. intensitatea curentului electric în circuit
b. potenţialele punctelor A, B, C, D, E, F, G, H
c. cum se modifică tensiunea electrică între punctele B şi G, dacă punctul A nu mai este legat la Pământ?

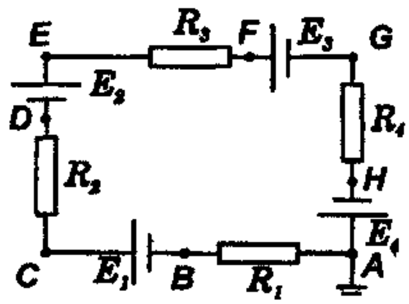


Fig. 2.3.58

70. În circuitul din figura 2.3.59 se cunosc $E_1=55$ V, $E_2=10$ V, $E_3=30$ V, $E_4=15$ V, $r_1=0,3\ \Omega$, $r_2=0,4\ \Omega$, $r_3=0,1\ \Omega$ şi $r_4=0,2\ \Omega$. Rezistenţele au valorile $R_1=9,5\ \Omega$, $R_2=19,6\ \Omega$ şi $R_3=4,9\ \Omega$. Să se afle:
a. intensităţile curenţilor prin laturile cicuitului

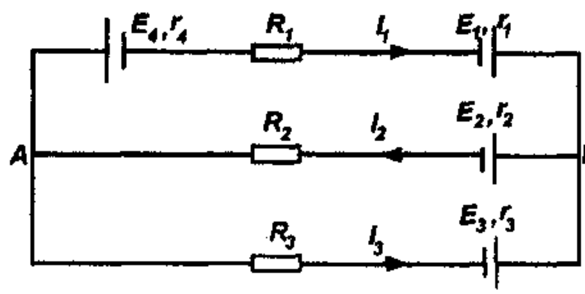


Fig. 2.3.59

b. tensiunea între punctele A şi B
c. raportul tensiunilor la bornele surselor E_1 şi E_4

71. Un număr n de baterii identice (E,r) legate în paralel alimentează un rezistor R. Inversarea polarităţii a două din baterii produce micşorarea intensităţii curentului prin rezistor de k=2 ori. Să se afle n.

72. Se consideră cinci surse de tensiune legate în paralel cu parametrii (E,r), $(2E,2r)$, $(3E,3r)$, $(4E,4r)$ şi $(5E,5r)$. Să se afle:
a. parametrii sursei echivalente
b. de câte ori este mai mare intensitatea curentului printr-un rezistor cu rezistenţa R=2r când la capetele rezistorului se leagă sursa echivalentă faţă de situaţia în care se leagă numai prima sursă?
c. raportul dintre intensitatea de scurtcircuit a sursei echivalente şi intensitatea de scurtcircuit a unei surse

73. Se consideră N=24 surse identice având fiecare tensiunea electromotoare E=2 V şi rezistenţa internă r=0,3 Ω. Se leagă un număr de n surse în serie, formându-se un număr m de grupări care se leagă în paralel. La capetele grupării mixte se leagă o rezistenţă R=0,2 Ω. Să se afle n şi m, astfel ca intensitatea curentului prin rezistenţă să fie maximă şi valoarea acestei intensităţi.

2.4. Puterea şi energia electrică

1. O sursă cu tensiunea electromotoare E=120 V şi rezistenţa internă r=10 Ω debitează în circuitul exterior curentul cu intensitatea I=2 A. Să se afle:
a. rezistenţa circuitului exterior
b. bilanţul puterilor pentru acest circuit simplu
c. rezistenţa circuitului exterior, astfel ca puterea debitată pe acesta să fie maximă şi valoarea maximă a acestei puteri

2. Un bec electric are înscrise pe soclul lui valorile U_b=120 V şi P=100 W. Să se afle:
a. rezistenţa becului în condiţii de funcţionare normală
b. energia consumată de bec în regim de funcţionare normală în timpul t=5 h
c. valoarea rezistenţei a unui rezistor care trebuie legat în serie cu becul, pentru ca acesta să funcţioneze în condiţii normale, dacă se alimentează ansamblul la tensiunea U=220 V

3. Pe un bec sunt însrise valorile parametrilor nominali U_n=220 V şi P_n=100 W. La t_0=0°C rezistenţa electrică a filamentulului becului este R_0=397 Ω, iar în timpul funcţionării normale temperatura acestuia este t=2200°C. Să se afle:
a. rezistenţa R a becului în condiţii de funcţionare normală
b. coeficientul termic al rezistivităţii

c. energia totală consumată de trei becuri identice în timpul τ=5 min, dacă acestea au rezistența R constantă, astfel că două becuri sunt legate în paralel, iar gruparea lor este legată în serie cu cel de-al treilea, alimentarea grupării realizându-se la sursa de tensiune U=220 V

4. Două becuri care funcționează normal la tensiunea U=220 V consumă puterile P_1=110 W și P_2=220 W. Să se afle:

a. rezistența becului al doilea

b. intensitatea curentului electric prin primul bec în condiții normale de funcționare

c. rezistența unui rezistor care trebuie legat în paralel cu unul din cele două becuri, astfel ca becurile să funcționeze normal la o tensiune de alimentare U'=440 V și să se precizeze care este becul cu care legăm rezistorul în paralel

5. Două rezistoare au rezistențele electrice R_1=3 Ω și respectiv R_2=6 Ω. Puterile electrice maxime admise pentru cele două rezistoare sunt P_{m1}=27 W și respectiv P_{m2}=96 W. Considerând că valorile rezistențelor electrice nu depind de temperatură, să se afle:

a. intensitățile maxime admise ale curenților care trec prin cele două rezistoare

b. tensiunea maximă care se poate aplica grupării serie a celor două rezistoare

c. tensiunea maximă care se poate aplica grupării paralel a celor două rezistoare

d. raportul puterilor totale în cazurile **b.** și **c.**

6. Pentru a realiza un circuit electric, un elev are la dispoziție un bec și patru baterii identice. Pe soclul unui bec sunt inscripționate valorile nominale U=12 V și P=36 W. Fiecare baterie are tensiunea electromotoare E=4,5 V și rezistența internă r=1/6 Ω. Să se afle:

a. valoarea intensității curentului electric prin bec în cazul funcționării la parametrii nominali

b. numărul minim de baterii pe care trebuie să le folosească elevul și modul de legare al acestora, pentru ca becul să funcționeze la parametrii nominali

c. valoarea unei rezistențe electrice R care trebuie legată în serie cu becul pentru ca tensiunea la bornele becului să devină U_1=U/2 în condițiile punctului **b.**

7. Un calorifer electric se conectează la o priză cu tensiunea U=220 V. Caloriferul are puterea P=4840 W, iar priza utilizată pentru alimentarea caloriferului este protejată cu o siguranță fuzibilă care suportă o intensitate I_{max}=50 A. Considerând că în cursul utilizării caloriferului, rezistența electrică a acestuia nu se modifică cu temperatura, să se afle:

a. energia electrică utilizată de un calorifer într-o oră de funcționare

b. puterea electrică maximă care poate fi extrasă prin priza protejată cu siguranța fuzibilă

c. numărul de calorifere identice care pot fi alimentate în paralel de la această priză

8. La bornele unei surse de tensiune se leagă o rezistența R_1=10 Ω, iar un ampermetru ideal indică o intensitate I_1=5 A. Dacă se schimbă rezistența cu o alta R_2=20 Ω, ampermetrul indică I_2=3 A. Să se afle:
a. rezistența internă și tensiunea electromotoare a sursei
b. tensiunea la bornele sursei și puterea disipată pe circuitul exterior când rezistența circuitului exterior este R_3=25 Ω
c. dacă se leagă în paralel cele două rezistențe R_1 și R_2 și se conectează la o sursă, cât de mare trebuie să fie rezistența internă a sursei, pentru ca puterea disipată pe circuitul exterior format din cele două rezistențe să fie maximă și valoarea maximă a acestei puteri, dacă tensiunea electromotoare este cea determinată la punctul **a.**

9. La bornele unei surse de tensiune E=10 V și cu rezistența internă r=1 Ω se leagă două rezistențe electrice întâi în serie când se înregistrează un curent cu intensitatea I_1=2,5 A, iar apoi în paralel când se înregistrează un curent cu intensitatea I_2=6 A. Să se afle:
a. valorile electrice ale celor două rezistențe
b. puterea electrică pe circuitul exterior în cele două situații
c. raportul tensiunilor la bornele sursei în cele două situații

10. În circuitul din figura 2.4.1 se cunosc R_1=2,5 Ω, R_2=7,5 Ω, rezistența ampermetrului R_A=1 Ω, iar rezistorul R este confecționat dintr-un fir de nichelină cu diametrul d=1 mm și rezistivitatea ρ=0,42·10^{-6} Ωm. Ampermetrul indică o valoare I_1=1 A, când comutatorul K este deschis și o valoare I_1'=0,8 A, când comutatorul este închis. Să se afle:
a. lungimea firului de nichelină din care este confecționat rezistorul R, dacă puterea disipată în acesta când comutatorul K este deschis este P=9 W
b. rezistența exterioară a circuitului când comutatorul K este închis
c. tensiunea electromotoare E și rezistența internă r a bateriei

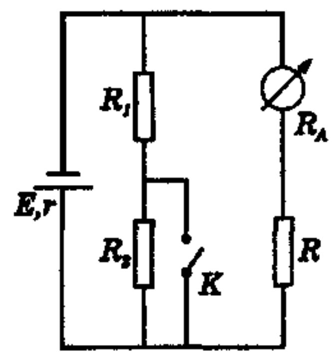


Fig. 2.4.1

11. În figura 2.4.2 este reprezentată puterea electrică în funcție de pătratul intensității curentului electric printr-o rezistență electrică R_1. Această rezistență se leagă apoi în paralel cu o rezistență R_2=8 Ω și apoi gruparea rezistențelor se alimentează la o sursă cu tensiunea electromotoare E=12 V și rezistența internă r=0,4 Ω. Să se afle:
a. rezistența R_1
b. puterea grupării de rezistențe
c. puterea sursei la scurtcircuit

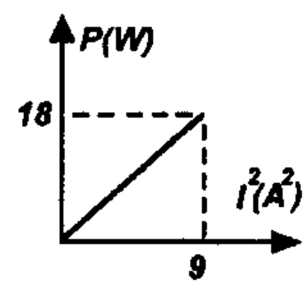


Fig. 2.4.2

12. În figura 2.4.3 este reprezentată tensiunea electrică pe un consumator în funcţie de intensitatea curentului care îl străbate. Se presupune că rezistenţa rezistorului nu variază cu temperatura. Să se afle:

a. puterea dezvoltată de rezistor când intensitatea care circulă prin el este I_1=4 A

b. puterea medie dezvoltată de consumator pe durata variaţiei tensiunii aplicate de la 0 la 18 V

c. căldura degajată de rezistor în timpul t=5 min, dacă tensiunea pe acesta este U=6 V

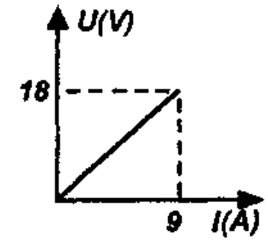


Fig. 2.4.3

13. Graficul puterii totale a unei surse de curent continuu în funcţie de I se obţine în situaţia în care variază rezistenţa consumatorului R (fig 2.4.4). Să se afle:

a. valoarea intensităţii de scurtcircuit

b. valoarea tensiunii electromotoare şi valoarea rezistenţei interne a sursei

c. valoarea pe care ar trebui să o aibă rezistenţa circuitului exterior pentru ca pe acesta sursa să debiteze o putere maximă şi valoarea acestei puteri

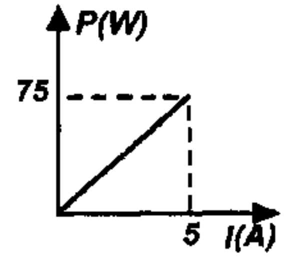


Fig. 2.4.4

14. În figura 2.4.5 este reprezentată grafic puterea utilă pe un consumator în funcţie de intensitatea curentului prin acesta. Să se afle:

a. valoarea rezistenţei electrice interne a bateriei

b. valoarea tensiunii electromotoare a bateriei

c. valoarea intensităţii de scurtcircuit

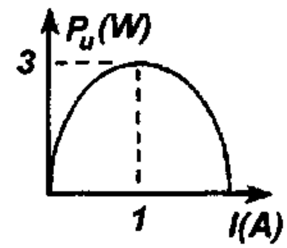


Fig. 2.4.5

15. O sursă cu tensiunea electromotoare E şi rezistenţa internă r este legată la bornele unui rezistor cu rezistenţa variabilă R. În graficul din figura 2.4.6 este reprezentată dependenţa puterii utile în funcţie de tensiunea de la bornele rezistorului. Să se afle:

a. tensiunea electromotoare a sursei

b. puterea electrică totală debitată de sursă când R=20 Ω

c. raportul dintre puterea debitată de sursă pe circuitul exterior şi puterea totală a sursei când rezistenţa circuitului este R=8 Ω

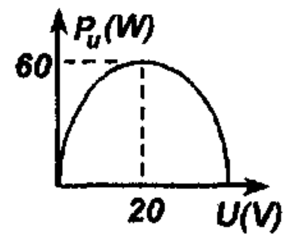


Fig. 2.4.6

16. În figura 2.4.7 este reprezentată puterea utilă la capetele unui consumator ohmic în funcţie de rezistenţa acestuia. Să se afle:

a. valoarea rezistenţei interne a bateriei

b. tensiunea electromotoare a bateriei

c. puterea utilă pe un rezistor cu rezistenţa R=0,3 Ω, care se leagă la bornele bateriei precedente

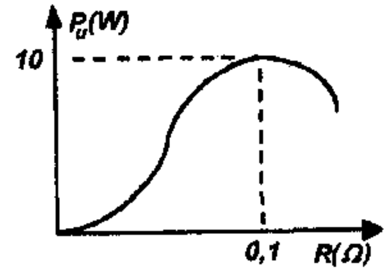


Fig. 2.4.7

17. În figura 2.4.8 este reprezentată dependența intensității curentului electric generat de o sursă printr-un rezistor, în funcție de rezistența electrică R a rezistorului. Să se afle:
a. puterea disipată de sursă pe circuitul exterior atunci când rezistența acestuia este R_1=3 Ω
b. tensiunea electromotoare a sursei
c. puterea maximă debitată de sursă pe circuitul exterior

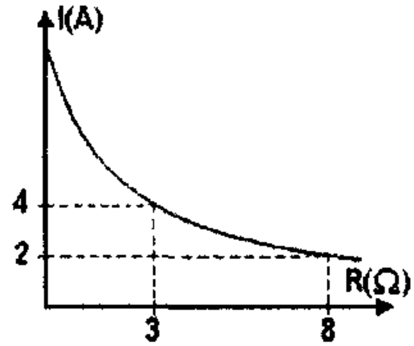


Fig. 2.4.8

18. Fie circuitul electric din figura 2.4.9 care conține o sursă cu tensiunea electromotoare E=14 V și rezistența internă r=1 Ω, iar valorile rezistențelor sunt R_1=4 Ω, R_2=6 Ω, R_3=3 Ω. Să se afle:
a. raportul puterilor pe rezistențele R_2 și R_3
b. puterea sursei
c. căldura degajată de rezistența R_1 în intervalul de timp t=20 min

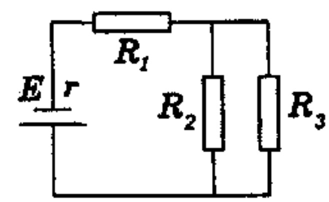


Fig. 2.4.9

19. Fie un conductor circular cu raza r_1=10 cm și secțiunea $S=\pi\cdot 10^{-9}$ m^2 confecționat dintr-un metal cu rezistivitatea $\rho=3\cdot 10^{-8}$ Ωm. De conductor se leagă în punctele A și B, care împart conductorul în două părți aflate în raportul 1/2 două conductoare fără rezistență. Prin intermediul conductoarelor se leagă o sursă de tensiune cu E=6 V și r=2/3 Ω ca în figura 2.4.10. Să se afle:
a. rezistența echivalentă între punctele A și B
b. valoarea intensității curentului prin circuitul principal
c. valoarea puterii disipate în baterie

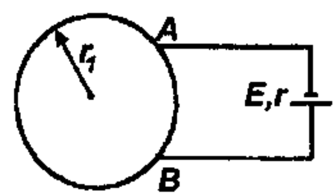


Fig. 2.4.10

20. O sursă de curent continuu alimentează circuitul din figura 2.4.11 în care R_1=4 Ω, R_2=6 Ω și R_3=1,6 Ω. Intensitatea curentului prin rezistorul R_3 atunci când comutatorul K este închis este I=2 A, iar când comutatorul K este deschis este I'=1,5 A. Să se afle:
a. tensiunea electromotoare a sursei
b. puterea debitată în circuitul exterior de sursă când comutatorul K este deschis
c. puterea prin rezistența R_2, când comutatorul K este închis

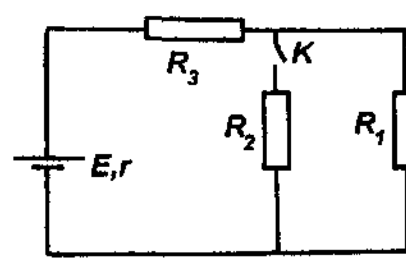


Fig. 2.4.11

21. Se dă următorul circuit din figura 2.4.12, în care $R_1=R_2=R_3=R_4=R=3\ \Omega$, $E=12$ V şi $r=1\ \Omega$. Să se afle:

a. rezistenţa echivalentă între punctele A şi B şi intensitatea curentului prin circuitul principal

b. raportul intensităţilor care circulă prin R_2 şi prin rezistenţele R_3 şi R_4, precum şi al puterilor consumate în cele două laturi cuprinse între A şi B

c. valoarea pe care trebuie să o aibă rezistenţa interioară a bateriei, astfel ca puterea disipată prin circuitul exterior să fie maximă şi valoarea maximă a acestei puteri, dacă $E=12$ V

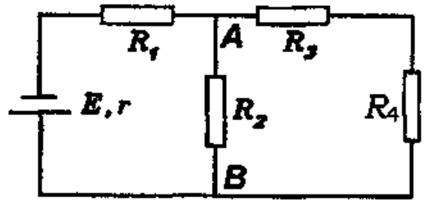


Fig. 2.4.12

22. Două fire metalice identice cu lungimea $\ell=40$ m şi rezistivitatea $\rho=1{,}75\cdot10^{-8}\ \Omega$m au secţiunea $S=0{,}1$ mm^2. Cele două fire sunt legate în paralel la bornele unei surse cu $E=12$ V şi rezistenţa internă $r=0{,}5\ \Omega$ (fig 2.4.13). Să se afle:

a. rezistenţa unui fir metalic

b. valoarea intensităţii curentului prin circuitul principal, dacă fiecare din cele două fire se leagă printr-un fir metalic, fără rezistenţă la aceeaşi distanţă x de capătul din stânga

c. energia disipată prin circuitul exterior, în cazul **b.**, într-un interval de timp $t=2$ min

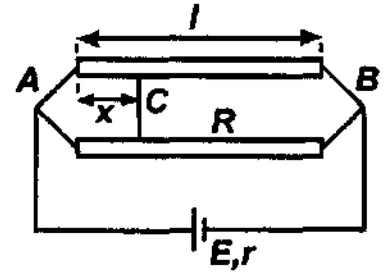


Fig. 2.4.13

23. În montajul din figura 2.4.14, se cunosc $R_1=6\ \Omega$, $I_1=1$ A, $R_5=10\ \Omega$, $I_5=0{,}4$ A, $R_3=4\ \Omega$, $I_3=0{,}5$ A şi $E=13{,}1$ V. Să se afle:

a. valorile rezistenţelor R_4 şi R_2

b. valoarea rezistenţei R_2, astfel ca prin R_5 să nu circule curent

c. valoarea rezistenţei circuitului exterior, care trebuie legat între punctele A şi B, astfel încât puterea disipată pe circuitul exterior să fie maximă, precum şi valoarea puterii maxime

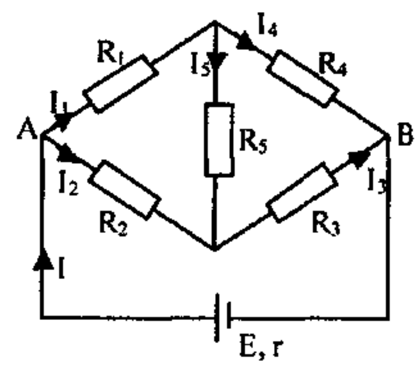


Fig. 2.4.14

24. În circuitul electric din figura 2.4.15, întrerupătoarele K_1 şi K_2 sunt deschise. Se cunosc tensiunea electromotoare a sursei $E=20$ V, rezistenţa internă a sursei $r=2\ \Omega$, rezistenţa ampermetrului $r_A=1\ \Omega$ şi rezistenţele $R_1=2\ \Omega$, $R_2=4\ \Omega$, $R_3=2\ \Omega$. Să se afle:

a. puterea degajată pe rezistenţa R_3

b. variaţia relativă a puterii disipate pe rezistenţa R_3 la închiderea întrerupătorului K_1

c. puterea sursei după închiderea şi a întrerupătorului K_2

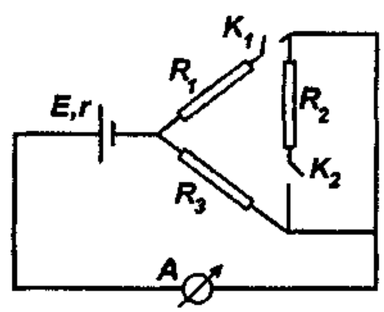


Fig. 2.4.15

25. O sursă cu tensiunea electromotoare E=30 V şi rezistenţa internă r=10 Ω alimentează doi consumatori R_1 şi R_2 legaţi în paralel. Să se afle:

a. raportul rezistenţelor R_1 şi R_2 astfel ca puterile consumate de acestea să fie egale

b. valorile rezistenţelor R_1 şi R_2 pentru ca puterea debitată de sursă pe circuitul exterior să fie maximă în condiţiile de la punctul **a.**, precum şi valoarea maximă a acestei puteri

c. energia electrică disipată de cea de-a doua rezistenţă într-un timp t=30min

26. La bornele unei surse de tensiune continuă se conectează pe rând rezistenţele R_1=4 Ω şi R_2=9 Ω, astfel că acestea degajă aceeaşi cantitate de energie în acelaşi interval de timp. Să se afle:

a. rezistenţa internă a sursei

b. puterea sursei, dacă tensiunea electromotoare a acesteia este E=60 V şi la bornele ei se leagă un rezistor cu R=14 Ω

c. randamentul circuitului în condiţiile punctului **b.**

27. La bornele unei surse cu tensiunea electromotoare E şi rezistenţa internă r se leagă un consumator cu rezistenţa variabilă. Când tensiunea pe reostat este U_1=40 V sau U_2=90 V puterea disipată pe reostat prin efect Joule are aceeaşi valoare P=100 W. Să se afle:

a. rezistenţa internă a sursei

b. tensiunea electromotoare a sursei

c. valoarea tensiunii la bornele reostatului pentru care puterea disipată în acesta este maximă şi valoarea acestei puteri

28. O sursă alimentează circuitul din figura 2.4.16. Se cunoaşte intensitatea indicată de ampermetrul ideal I=0,9 A, rezistenţa internă a bateriei r=0,4 Ω şi valorile rezistenţelor din circuit R_1=30 Ω, R_2=24 Ω, R_3=50 Ω, R_4=40 Ω şi R_5=60 Ω. Să se afle:

a. tensiunea la bornele sursei

b. puterea sursei

c. bilanţul puterilor

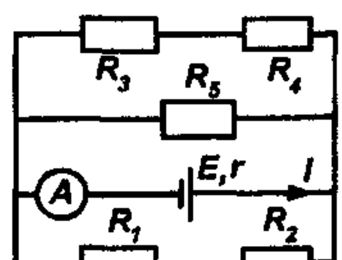


Fig. 2.4.16

29. Se utilizează două surse cu tensiunile electromotoare E_1=6 V şi E_2=24 V şi rezistenţele interne egale r=2 Ω. Sursele se leagă în antifază şi la bornele lor se leagă un bec pe care sunt înscrise valorile P=4 W şi U=4 V. Să se afle:

a. rezistenţa becului

b. dacă becul va funcţiona?

c. puterea şi tensiunea care trebuie să scrie pe bec, dacă rezistenţa acestuia este aceeaşi ca la punctul **a.**, pentru ca acesta să funcţioneze la parametrii nominali

30. Trei consumatori care au puterile P_1=40 W, P_2=60 W, P_3=100 W şi aceeaşi tensiune U=110 V. Să se afle:

a. prin care consumator trece curentul cu intensitatea cea mai mare în timpul funcţionării sale normale?

b. lungimea firului metalic din care este confecţionat cel de-al doilea consumator, dacă firul are la temperatura de funcţionare secţiunea S=0,3mm² şi rezistivitatea $\rho=36{,}3\cdot10^{-7}\ \Omega$m

c. modul în care trebuie grupaţi cei trei consumatori, astfel încât ei să funcţioneze normal când la bornele grupării este aplicată tensiunea U'=220V şi să se justifice răspunsul

31. La o sursă de tensiune U=220 V se conectează patru becuri cu puterile înscise pe soclurile lor (fig 2.4.17). Să se afle:

a. intensităţile prin cele două ramuri

b. rezistenţele becurilor

c. tensiunea indicată de un voltmetru ideal conectat între punctelele A şi B

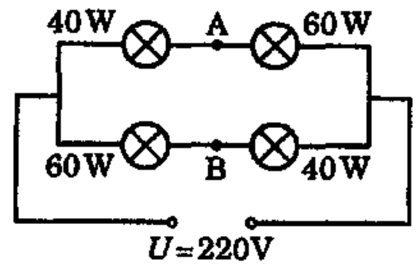


Fig. 2.4.17

32. Sursa de tensiune E=24 V şi rezistenţa internă r=5 Ω alimentează circuitul electric din figura 2.4.18. Rezistenţele electrice au valorile $R_1=R_4$=47 Ω şi $R_2=R_3$=23 Ω. Să se afle:

a. tensiunea electrică între punctele B şi D

b. energia electrică disipată în circuitul exterior într-un interval de timp Δt=10 min

c. valoarea rezistenţei electrice a circuitului exterior, care trebuie conectată între punctele A şi C pentru ca puterea disipată pe circuitul exterior să fie maximă şi valoarea acestei puteri maxime

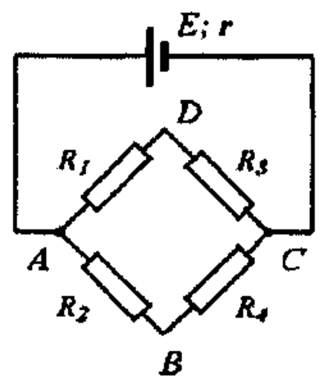


Fig. 2.4.18

33. În circuitul din figura 2.4.19, becurile luminează normal la puterile nominale P_1=10 W şi respectiv P_2=24 W, când sunt parcurse de curenţii electrici cu intensităţile I_1=0,5 A şi respectiv I_2=0,6 A. Utilizându-se o sursă cu tensiunea electromotoare E=63 V şi rezistenţa internă r=3 Ω şi un potenţiometru se asigură alimentarea becurilor la parametrii nominali. Să se afle:

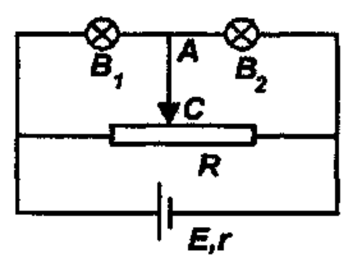


Fig. 2.4.19

a. rezistenţa potenţiometrului R

b. intensitatea curentului electric din conductorul AC şi să se precizeze sensul acestui curent

c. valoarea rezistenţei interne a altei sursei, pentru ca puterea disipată de această sursă pe circuitul exterior să fie maximă

34. Două consumatoare funcţionează la parametrii nominali U_{n1}=100 V, P_1=500 W, U_{n2}=50 V şi P_2=100 W. Se alimentează ansamblul celor două consumatoare legate în serie la o tensiune U=250 V. Să se afle:

a. modul de legare a unor rezistenţe pentru ca ambele consumatoare să fucţioneze la parametrii nominali

b. valorile rezistenţelor de la punctul precedent

c. puterea totală consumată de rezistenţele introduse

35. La bornele unei baterii cu tensiunea electromotoare E=24 V şi rezistenţa internă r=0,5 Ω se leagă un rezistor cu rezistenţa R=1,9 Ω, în serie cu un montaj paralel de două becuri. Primul bec consumă o putere P_1=24 W, iar al doilea consumă o putere P_2=36 W. Să se afle:

a. intensitatea curentului electric prin baterie

b. rezistenţa echivalentă a grupării de becuri

c. raportul dintre puterea circuitului exterior şi puterea totală a bateriei

36. În circuitul prezentat în figura 2.4.20, puterea debitată de sursă în circuitul exterior are aceeaşi valoare atunci când întrerupătorul K este deschis sau închis. Cunoscând R_1=3R_2 şi R_2=2 Ω, să se afle:

a. rezistenţa internă a sursei, în aceste condiţii

b. de câte ori se măreşte puterea disipată în interiorul sursei prin închiderea întrerupătorului K?

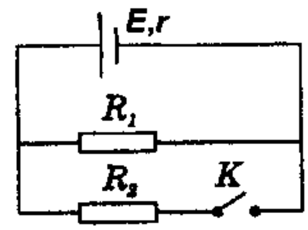


Fig. 2.4.20

c. valoarea pe care ar trebui să aibă rezistenţa internă a sursei, astfel încât aceasta să debiteze o putere maximă în circuitul exterior, atunci când întrerupătorul K este închis

37. Pentru reglarea tensiunii pe o sarcină R se utilizează montajul din figura 2.4.21, în care sarcina şi potenţiometru au aceeaşi rezistenţă electrică R, iar tensiunea de la intrarea în circuit este U_0. Să se afle:

a. intensitatea curentului prin porţiunea MC a rezistorului potenţiometrului când cursorul C se află la mijlocul acestuia

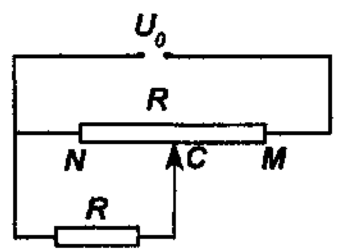


Fig. 2.4.21

b. raportul dintre puterea dezvoltată în sarcină şi puterea dezvoltată în circuitul exterior când cursorul rămâne la jumătatea rezistorului potenţiometrului

c. fracţiunea f=R_{MC}/R_{NC} în care cursorul C trebuie să împartă rezistenţa potenţiometrului astfel încât tensiunea pe sarcină să fie $U_0/2$

38. La bornele unei surse de tensiune cu rezistenţa internă r=4 Ω se leagă un rezistor cu rezistenţă variabilă. Când intensitatea curentului din circuit are valorile I_1=4 A şi respectiv I_2=36 A, puterea disipată prin efect Joule în cele două rezistenţe are aceeaşi valoare P. Să se afle:

a. raportul rezistenţelor R_1/R_2

b. tensiunea electromotoare a sursei

c. valoarea puterii disipate P

39. O sursă cu tensiunea electromotoare E=10 V şi rezistenţa internă r=5 Ω debitează un curent electric pe o rezistenţă R. Să se afle:

a. valoarea energiei electrice printr-un rezistor R=15 Ω, într-un interval de timp de t=3 h

b. valoarea lui R pentru care tensiunea la bornele sursei este $E/5$

c. valoarea randamentului transferului de putere în circuitul exterior în condiţiile punctului **b.**

d. valorile lui R în funcţie de r, pentru care puterea debitată în circuit reprezintă o pătrime din valoarea corespunzătoare a puterii maxime pe care o poate debita sursa pe circuitul exterior

40. Fie circuitul din figura 2.4.22, în care se cunosc R_2=40 Ω, R_3=120 Ω, rezistenţa internă a sursei r=5 Ω, iar voltmetrul ideal indică U_1=90 V. Puterea consumată pe circuitul extern este P=300 W. Să se afle:

a. intensitatea curentului electric care străbate sursa

b. puterea sursei

c. randamentul transferului de putere

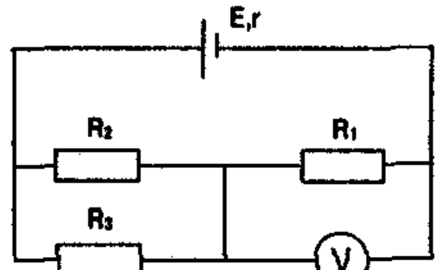


Fig. 2.4.22

41. Se conectează la aceeaşi sursă de tensiune U pe rând o rezistenţă R_1 şi apoi o rezistenţă R_2. Rezistenţa R_1 degajă o cantitate de căldură Q într-un interval de timp t_1=20 min, iar rezistenţa R_2 degajă aceeaşi cantitate de căldură Q într-un interval de timp t_2=30 min. Să se afle:

a. timpul în care cele două rezistenţe legate în serie şi conectate la aceeaşi sursă de tensiune U degajă împreună aceeaşi cantitate de căldură Q

b. timpul în care cele două rezistenţe legate în paralel şi conectate la aceeaşi sursă de tensiune U degajă împreună aceeaşi cantitate de căldură Q

c. rezistenţa R_1, este obţinută dintr-un fir metalic de aluminiu cu lungimea ℓ=1 m, secţiunea S=1 mm², densitatea d=2700 kg/m³, căldura specifică c=1100 J/kgK, rezistivitatea la t_0=0° C, ρ_0=3·10⁻⁸ Ωm, coeficientul termic al rezistivităţii α=4·10⁻³ K⁻¹ şi temperatura de topire t_t=650°C. Cunoscând temperatura mediului în care se lucrează, t_1=20° C şi pierderile de căldură f=10%, firul poate suporta un curent cu intensitatea I=10 A, timp de τ =3 min, fără să se topească, dacă se neglijează dilatarea firului?

42. La bornele unei surse cu tensiunea electromotoare E=22 V şi rezistenţa internă r=1,1 Ω se leagă ca în figura 2.4.23, ansamblul de rezistoare ce rezistenţele R_1, R_2, R_3 şi R. Rezistenţa circuitului conectat la bornele A şi B ale sursei este egală cu R. Puterea în rezistorul R din circuit este P=27,5 W. Să se afle:

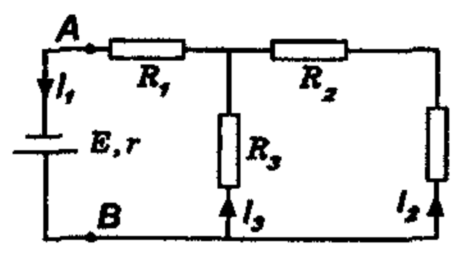


Fig. 2.4.23

a. valoarea rezistenţei R, ştiind că puterea furnizată de baterie în circuitul exterior este maximă

b. valorile intensităţilor curenţilor prin fiecare rezistor

c. valorile rezistențelor R_1 și R_2 în funcție de valoarea rezistenței R_3, precum și domeniul în care poate lua valori rezistența R_3

d. lungimea ℓ și secțiunea S a conductorului rezistorului R, știind că în intervalul de timp τ=10 s, rezistența crește cu f=0,5%, în condițiile în care puterea P nu se modifică și se neglijează pierderile de căldură spre exterior, iar inițial temperatura rezistenței R a fost t_0=0°C. Se cunosc rezistivitatea materialului din care a fost realizată rezistența R, $\rho=2\cdot10^{-8}$ Ω m, coeficientul termic al rezistivității $\alpha=4\cdot10^{-3}$ K^{-1}, densitatea d=8900 kg/m³ și căldura specifică c=400 J/KgK

43. Un circuit este alcătuit din nouă rezistențe egale r, care formează laturile unui hexagon și diagonalele care pleacă din același vârf, conform figurii 2.4.24. Circuitul este alimentat de o sursă cu tensiunea electromotoare E=110 V și cu rezistența internă r_i=2 Ω, printr-o rezistență R=7 Ω. Se cunoaște că circuitul exterior absoarbe de la sursă o putere P=968 W. Să se afle:

a. intensitatea curentului care străbate sursa și puterea consumată în laturile hexagonului

b. tensiunea U_{CD} și valoarea unei rezistențe r

c. intensitățile curenților care trec prin toate laturile hexagonului

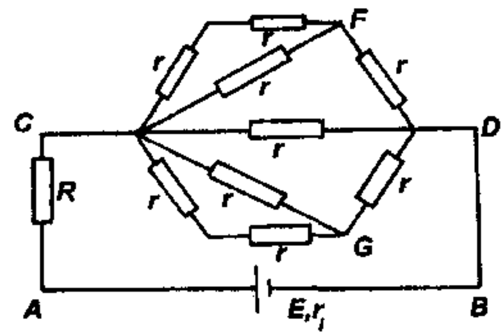


Fig. 2.4.24

44. Fie circuitul din figura 2.4.25, în care se cunosc E=120 V, r=1 Ω, R_1=19 Ω, R_2=20 Ω. Să se afle:

a. valorile rezistenței X, pentru ca puterea disipată pe aceasta să fie P=80 W

b. tensiunea între punctele A și B în cele două situații

c. raportul puterilor sursei în cele două situații

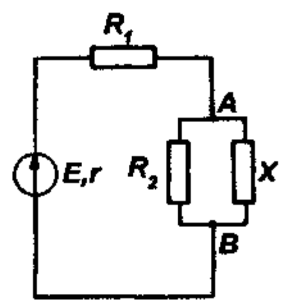


Fig. 2.4.25

45. În circuitul din figura 2.4.26 se cunosc valorile rezistențelor electrice R_1=2,5 Ω, R_2=7,5 Ω și R_A=1 Ω. Intensitatea curentului înregistrat de ampermetru are valoarea I_1=1 A când comutatorul K este deschis, respectiv valoarea I_2=0,8 A când comutatorul K este închis. Să se afle:

a. valoarea rezistenței R, dacă în cazul în care comutatorul K este deschis energia dezvoltată de aceasta în timpul Δt=10 min are valoarea W=1,5 Wh

b. puterea disipată de rezistorul R_1 în cazul în care comutatorul K este închis

c. randamentul circuitului electric în condițiile punctului **b.**

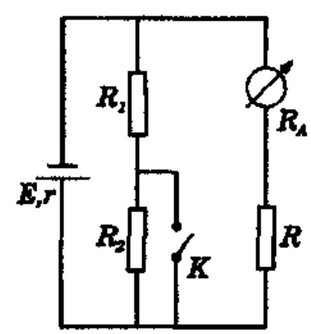


Fig. 2.4.26

46. Un receptor de energie electrică cu puterea P=100 W este conectat prin intermediul a două conductoare la o rețea de curent continuu, cu tensiunea U=220 V. Receptorul este un rezistor cu rezistența R, a cărei mărime poate fi variată. Pentru o valoare unică a rezistenței electrice a receptorului se obține o singură valoare P a puterii receptorului. Să se afle:
a. rezistența electrică a conductoarelor de legătură
b. valoarea intensității curentului electric prin receptor în condițiile punctului **a.**
c. valoarea intensității curentului electric prin receptor, dacă conductoarele de legătură au rezistența de trei ori mai mare decât cea determinată la punctul **a.**

47. Fie circuitul electric din figura 2.4.27, în care sursele sunt au tensiunile electromotoare E_1=6 V şi E_2=24 V şi rezistențele interne r_1=0,2 Ω şi r_2=0,8 Ω. Se leagă la bornele celor două surse o rezistență R=3 Ω şi o grupare de trei rezistențe identice R. Să se afle:

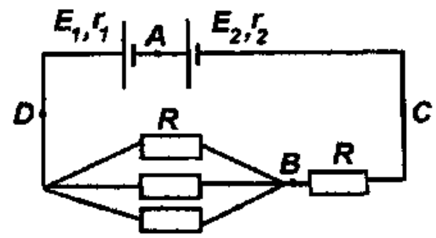


Fig. 2.4.27

a. tensiunea U_{BA}
b. raportul dintre energia disipată în circuitul exterior şi energia totală dezvoltată de cele două surse în acelaşi interval de timp
c. căldura degajată în gruparea paralel a celor trei rezistoare într-un interval de timp t=5 min

48. În montajul din figura 2.4.28 se cunosc E_1=4 V, E_1=6 V, r_1=0,25 Ω, r_2=1,5 Ω, R_1=2,5 Ω, R_2=1 Ω, R_3=3 Ω. Să se afle: obținem

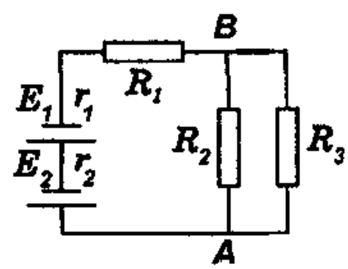


Fig. 2.4.28

a. puterea electrică totală debitată de sursele de tensiune
b. căldura degajată de circuitul exterior într-o oră
c. rezistența circuitului exterior pentru ca puterea disipată în acesta să fie maximă şi valoarea acestei puteri

49. La bornele unor surse identice legate în paralel fiecare cu tensiunea electromotoare E=60 V şi rezistența internă r=2 Ω se leagă rezistențele ca în figura 2.4.29. Se cunosc R_1=5 Ω, R_2=20 Ω şi R. Rezistența R_1 degajă în timpul t=10 min, o cantitate de căldură Q=12 kJ. Să se afle:

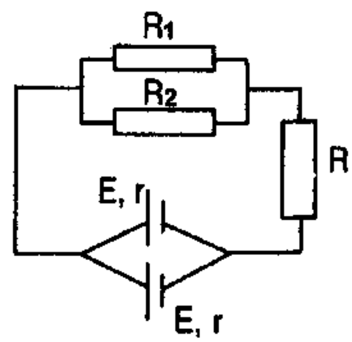


Fig. 2.4.29

a. intensitatea curentului care circulă prin rezistența R
b. căldura degajată de rezistența R în acelaşi timp t
c. puterea electrică totală debitată de sursele de tensiune

50. Fie circuitul electric din figura 2.4.30, în care se cunosc E_1=6 V, E_2=4 V, R_1=2 Ω şi R_2=4 Ω. Se neglijează rezistenţele interne ale surselor. Să se afle:
a. puterea dezvoltată de rezistorul R_2
b. căldura degajată prin efect Joule de cele două rezistenţe într-un timp t=5 min
c. puterea electrică totală debitată de sursele de tensiune

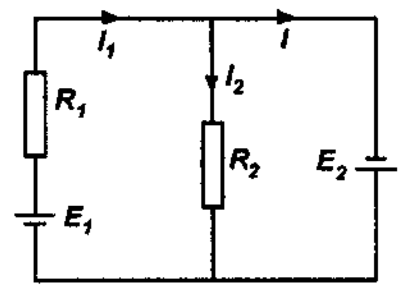


Fig. 2.4.30

51. Se consideră circuitul electric din figura 2.4.31 în care se cunosc R=8,8 Ω, R_1=4 Ω, R_2=6 Ω, rezistenţa ampermetrului R_A=2 Ω, E_1=6 V, r_1=2 Ω, E_2=9 V şi r_2=3 Ω. Să se afle:
a. energia disipată prin efect Joule de rezistorul R în timpul Δt=10 min
b. tensiunea electromotoare a primei surse, dacă curentul electric prin această sursă se anulează
c. puterea electrică dezvoltată de porţiunea de circuit alcătuită de cele două rezistoare R_1 şi R_2, dacă sursa de tensiune E_2 este scoasă din circuit

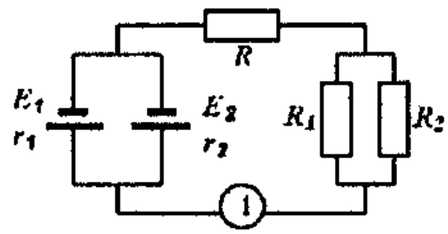


Fig. 2.4.31

52. Circuitul electric din figura 2.4.32 conţine două surse identice având fiecare tensiunea electromotoare E=36 V şi rezistenţa internă r=1,8 Ω şi trei rezistori având rezistenţele electrice R_1=7 Ω, R_2=3 Ω şi R_3=6 Ω. Să se afle:
a. căldura disipată prin rezistorul R_3 în timpul Δt=5min
b. puterea electrică consumată în circuitul exterior
c. randamentul circuitului electric

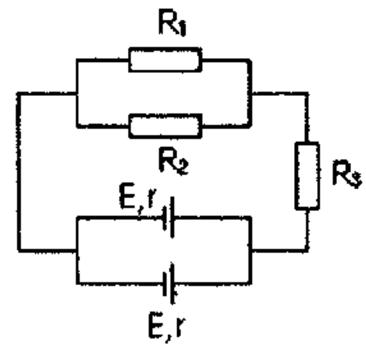


Fig. 2.4.32

53. Fie circuitul electric din figura 2.4.33. Se cunosc r_1=2 Ω, E_2=36 V, r_2=4 Ω, R_1=8 Ω, R_2=36 Ω, R_3=80 Ω şi valoarea intensităţii indicate de ampermetrul ideal I_2=0,5 A. Să se afle:
a. puterea electrică disipată de rezistorul R_2
b. intensitatea curentului electric prin rezistorul R_3
c. energia electrică consumată de rezistorului R_1 în intervalul de timp Δt=20 min
d. valoarea tensiunii electromotoare E_1

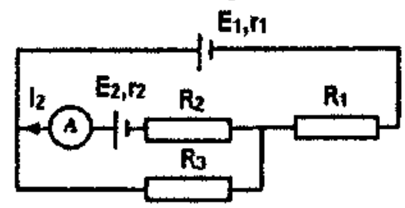


Fig. 2.4.33

54. În circuitul electric a cărui schemă este redată în figura 2.4.34 se cunosc R_1=R_2=R_3=R_4=4 Ω, E_1=12 V şi E_2=8 V. Neglijând rezistenţele interne ale surselor, să se afle:
a. tensiunea electrică între punctele A şi B
b. puterea electrică disipată pe rezistorul R_4
c. căldura degajată prin efect Joule de rezistorul R_1 în

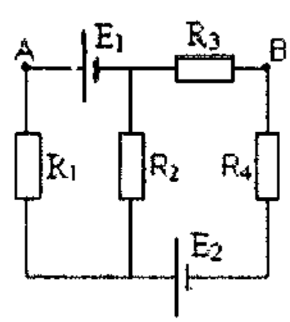


Fig. 2.4.34

timpul Δt=10 min

55. Pentru circuitul din figura 2.4.35 se cunosc E_1=6 V, r_1=1 Ω, E_2=8 V, r_2=1 Ω, R_1=2 Ω, R_2=4 Ω, R_3=6 Ω. Să se afle:
a. valoarea intensității curentului electric prin rezistorul R_3
b. energia electrică disipată pe rezistorul R_1 în timpul Δt=5 min
c. puterea electrică disipată pe sursa E_2

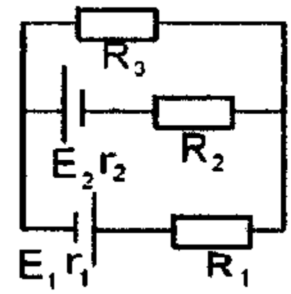


Fig. 2.4.35

56. Fie circuitul din figura 2.4.36, în care se cunosc E_1=10 V, r_1=r_2=1 Ω, R_1=4 Ω, R_2=2,5 Ω și R_b=2Ω. Puterea electrică a becului este P=8 W. Să se afle:
a. intensitatea curentului electric care trece prin bec
b. valoarea tensiunii electromotoare E_2
c. puterea electrică disipată pe R_1

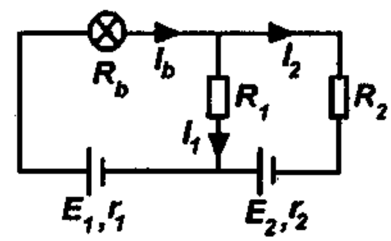


Fig. 2.4.36

57. Fie circuitul din figura 2.4.37, în care tensiunea electromotoare a sursei E_1=2 V, iar rezistorii au rezistențele R_1=R_3=1 Ω și R_2=R_4=2 Ω. Puterea disipată pe rezistența R_4 este P_4=2W. Se consideră neglijabile rezistențele interne ale surselor. Să se afle:
a. intensitatea curentului prin fiecare rezistor
b. tensiunea electromotoare a sursei E_2
c. puterea sursei E_1

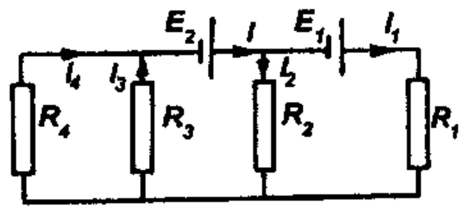


Fig. 2.4.37

58. Montajul electric din figura 2.4.38 conține rezistorul cu rezistența R, ampermetrul cu rezistența R_A=1 Ω, rezistențele R_1=2,5 Ω, R_2=7,5 Ω și R_3=3 Ω. Sursele electrice sunt ideale și au tensiunea electromotoare E_1=2 V și rezistențele interne neglijabile. Când comutatorul K este deschis, ampermetrul indică valoarea I=1 A, iar energia dezvoltată în rezistorul R în timpul t=10 min este W=1,5 Wh. Să se afle:
a. tensiunea electromotoare E_2
b. intensitatea indicată de ampermetru când comutatorul K este închis
c. puterea electrică dezvoltată în rezistorul R_1 când comutatorul este închis

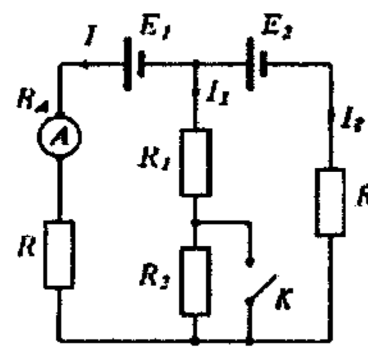


Fig. 2.4.38

59. O sursă electrică cu tensiunea electromotoare E=24 V şi rezistenţa internă r=0,5 Ω, legată în serie cu un reostat, încarcă două acumulatoare legate în paralel la bornele a şi b ca în figura 2.4.39. Fiecare acumulator are tensiunea electromotoare E_0=12 V şi rezistenţa internă r_0=2 Ω, iar intensitatea curentului electric printr-un acumulator este I_0=2 A. Să se afle:

a. rezistenţa electrică R a reostatului
b. puterea dezvoltată de sursă
c. puterea disipată prin efect Joule în întregul circuit
d. bilanţul puterilor

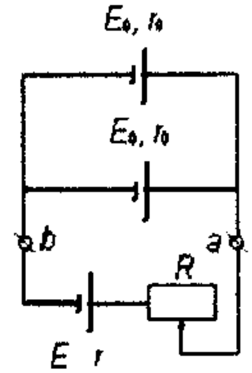


Fig. 2.4.39

60. Fie circuitul electric din figura 2.4.40. Se cunosc E_1=12 V, E_3=3 V, r_1=2 Ω, r_2=1 Ω, r_3=3 Ω, R_1=16 Ω, R_2=9 Ω şi valoarea intensităţii indicate de ampermetrul ideal I_1=0,25 A. Sensul curentului electric I_1 este indicat în figură. Să se afle:

a. puterea electrică furnizată de sursa E_3
b. valoarea tensiunii electromotoare E_2
c. energia consumată împreună de către rezistoarele R_1 şi R_2 în timpul Δt=20min

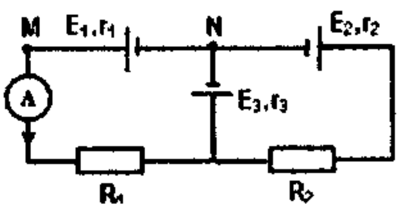


Fig. 2.4.40

61. În figura 2.4.41 se cunosc r_1=r_3=1 Ω, r_2=0, E_1=6V, E_3=30 V, R_1=R_3=8 Ω şi R_2=5 Ω. Intensitatea curentului electric prin rezistorul R_3 are valoarea I_3=3 A. Să se afle:

a. energia electrică consumată de rezistorul R_3 în intervalul de timp Δt=5 min
b. valoarea tensiunii electromotoare E_2
c. puterea totală disipată pe rezistoarele R_1, R_2 şi R_3

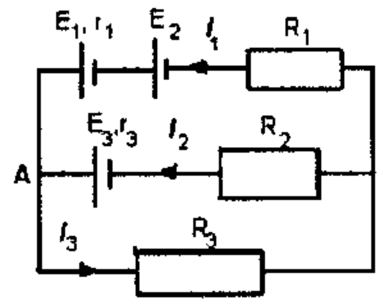


Fig. 2.4.41

62. Se consideră montajul electric din figura 2.4.42, în care sursele E_1=E_3=9 V, E_2=3 V au rezistenţele interne r_1=r_3=2 Ω şi r_2=1 Ω, iar R=4Ω. Să se afle:

a. intensităţile curenţilor prin cele trei laturi ale circuitului
b. puterea disipată pe toate rezistenţele din circuit
c. puterea totală a surselor şi să se interpreteze rezultatul obţinut

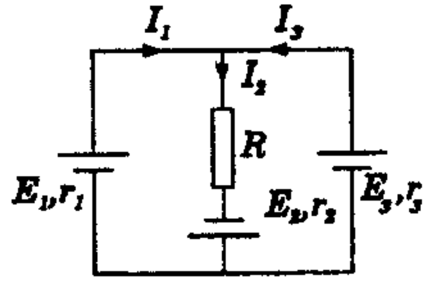


Fig. 2.4.42

63. Cu ajutorul a trei surse de tensiune cu t.e.m. E_1=6 V, E_2=10 V şi E_3=20 V şi cu rezistenţele interne r_1=0,2 Ω, r_2=0,2 Ω şi r_3=0,4 Ω, se alimentează rezistenţele din figura 2.4.43. Se cunosc R_1=19,8 Ω, R_2=5,8 Ω, R_3=10 Ω şi R_4=9,6 Ω. Să se afle:

a. intensităţile curenţilor prin cele trei laturi ale circuitului

b. puterea disipată pe toate rezistenţele din circuit

c. bilanţul puterilor

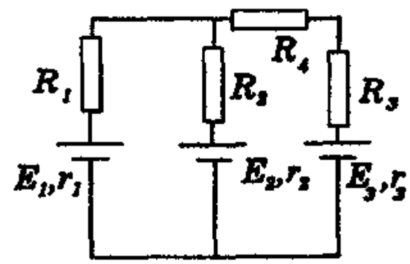


Fig. 2.4.43

64. Cu ajutorul a opt surse identice cu tensiunea electromotoare E=4 V şi rezistenţa internă r=8/15 Ω se formează următorul montaj: trei surse se leagă în serie, restul de surse se leagă tot în serie şi cele două grupări astfel formate se leagă în paralel. Cu ansamblul astfel format se alimentează un reostat cu cursor. Să se afle:

a. valorile tensiunii şi a rezistenţei interne ale sursei echivalente, care ar înlocui cele opt surse

b. valoarea rezistenţei reostatului, astfel încât prin ramura cu trei surse să nu circule curent electric

c. în ce domeniu trebuie să fie cuprinsă rezistenţa reostatului, dacă reostatul este alimentat de o singură sursă cu parametrii E şi r, astfel încât puterea disipată de reostat să fie mai mare decât $E^2/8r$?

65. Fie circuitul electric din figura 2.4.44, în care rezistenţa R=4 Ω se leagă în paralel cu două baterii de acumulatoare. Prima baterie este formată din n_1=8 elemente legate în serie, iar a doua din n_2=5 elemente legate tot în serie. Elementele celor două baterii sunt identice, fiecare având tensiunea electromotoare E=2 V şi rezistenţa r=0,2 Ω. Să se afle:

a. intensităţile curenţilor prin fiecare latură

b. valoarea rezistenţei R, dacă intensitatea curentului prin ramura cu n_2 acumulatoare se anulează

c. valoarea rezistenţei R, astfel încât puterea disipată pe circuitul exterior să fie maximă şi valoarea acestei puteri

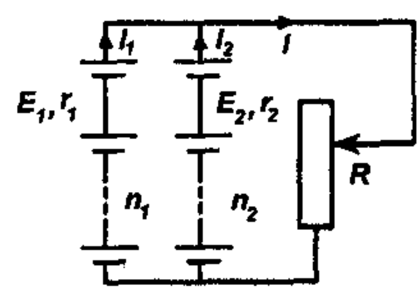


Fig. 2.4.44

66. Se utilizează un număr N=20 surse identice cu care se realizează o baterie prin gruparea lor în n=5 ramuri identice (figura 2.4.45). Fiecare sursă are tensiunea electromotoare E_1=3 V şi rezistenţa internă r_1=0,1 Ω. Circuitul exterior este format din rezistoarele cu rezistenţa R_1=2 Ω, R_2=3 Ω, R_3=4,72 Ω. Să se afle:

a. intensităţile curenţilor electrici prin rezistoare şi în ramurile bateriei

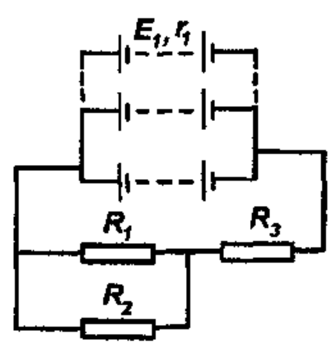


Fig. 2.4.45

b. puterea degajată de rezistența R_2
c. randamentul transferului de putere

67. O sursă cu parametrii R si r disipă pe un rezistor o putere P. Legând în serie cu sursa dată o sursă identică cu prima, puterea disipată pe rezistor crește cu f=44%. Conectând în serie cu primele două surse încă o sursă identică cu ele, de câte ori va crește puterea disipată pe rezistor comparativ cu puterea disipată de prima sursă P?

68. Se constată că la legarea serie sau paralel a n=4 surse identice pe același rezistor se disipă aceeași putere P=160 W. Ce putere va disipa o singură sursă pe același rezistor?

69. Se transmite de la o sursă de tensiune U_0=220 V pe două linii de transport fiecare cu lungimea ℓ=100 m o putere P=60 W la un consumator. Pierderile de tensiune pe linii sunt f=0,1. Cunoscând rezistivitate $\rho=10^{-7}$ Ωm a metalului din care este confecționată linia, să se afle diametrul secțiunii minime a conductoarelor de linie.

70. Se transportă energie electrică pe două linii de transport fiecare cu lungimea ℓ=100 m, confecționată dintr-un conductor cu rezistivitatea $\rho=10^{-7}$ Ωm. Intensitatea curentului care revine unității de secțiune a conductoarelor este $j=10^6$ A/m^2, iar pierderile de tensiune pe linie sunt f=0,1. Să se afle tensiunea sub care este transmisă energia electrică.

71. Două acumulatoare au tensiunile electromotoare identice. Primul acumulator poate furniza unui circuit exterior o putere maximă P_1=30 W, iar cel de-al doilea P_2=10 W. Să se afle puterea maximă pe care gruparea acumulatoarelor o furnizează circuitului exterior, dacă acumulatoarele sunt legate în:
a. serie
b. paralel

72. Un acumulator legat la un rezistor exterior are randamentul de utilizare η_1=40%, alt acumulator, legat la bornele aceluiași rezistor, are randamentul de utilizare η_2=60%. Să se afle randamentul de utilizare a grupării, dacă se conectează acumulatorii la bornele aceluiași rezistor în:
a. serie
b. paralel

1.1. Noţiuni termodinamice de bază

1. a) Pentru a afla numărul de molecule conţinute în masa m, calculăm numărul de moli. Ştiind că în fiecare mol de substanţă numărul de molecule este $N_A \approx 6{,}023 \cdot 10^{23}$ molecule, atunci: $N = N_A \cdot \nu = N_A \cdot \frac{m}{\mu} \approx 4 \cdot 10^{25}$ molecule.

b) Cunoscând masa molară şi ştiind că într-un mol se află N_A molecule, atunci: $\mu = N_A \cdot m_0 \Rightarrow$ masa unei molecule este: $m_0 = \frac{\mu}{N_A} \approx 5 \cdot 10^{-26}$ kg.

c) Presupunem că moleculele sunt distribuite uniform în incintă şi ocupă fiecare câte o "cămăruţă" cubică identică. Latura acestui cub reprezintă distanţa medie dintre cele două molecule din incintă.
Considerăm un mol de gaz în condiţii normale. Volumul ocupat de acest mol este volumul molar $V_{\mu_0} \approx 22{,}41$ L. Cum într-un mol se află N_A molecule, atunci volumul unei cămăruţe cubice aferente unei molecule este:

$$v = \frac{V_{\mu_0}}{N_A} = \ell^3 \Rightarrow \ell = \sqrt[3]{\frac{V_{\mu_0}}{N_A}} \approx 3{,}33 \cdot 10^{-9} \text{ m.}$$

2. a) Aplicăm ecuaţia termică de stare: $pV = \nu RT \Rightarrow \nu = \frac{pV}{RT}$ =0,645 moli, deci cantitatea de substanţă se exprimă cu ajutorul numărului de moli.

b) Ştiind că $\mu = N_A m_0$ (rezolvare **1.b.**) rezultă că masa moleculei de apă: $m_0 = \frac{\mu}{N_A} \approx 2{,}99 \cdot 10^{-26}$ kg. Cunoscând că unitatea atomică de masă $1\,u \approx 1{,}67 \cdot 10^{-26}$ kg, exprimăm masa moleculei de apă cu ajutorul unităţii atomice de masă, adică calculăm masa moleculară relativă $m_{r_{apă}} = \frac{m_0}{u} \approx 18$.
Observăm că masa moleculară relativă este numeric egală cu masa molară.

c) Aplicăm ecuaţia termică de stare în starea finală :

$$p'V = \nu RT' \Rightarrow p' = \frac{3\nu RT}{V} = 3p = 6 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2.$$

3. a) Aplicăm definiţia masei molare:

$$\mu_m = \frac{m_t}{\nu_t} = \frac{m_1 + m_2 + m_3}{\nu_1 + \nu_2 + \nu_3} = \frac{\mu_1\nu_1 + \mu_2\nu_2 + \mu_3\nu_3}{\nu_1 + \nu_2 + \nu_3}.$$

Cum $\nu_1 = \frac{N}{N_A}$; $\nu_2 = \frac{2N}{N_A} = 2\nu_1$ şi $\nu_3 = \frac{3N}{N_A} = 3\nu_1$, obţinem:

$$\mu_m = \frac{\mu \cdot \nu_1 + 2\mu \cdot \nu_1 + 3\mu \cdot \nu_1}{\nu_1 + 2\nu_1 + 3\nu_1} = 2{,}33\ \mu.$$

b) $m_t = m_1 + m_2 + m_3 = \mu_1\nu_1 + \mu_2\nu_2 + \mu_3\nu_3 = 14\mu \cdot \nu = 14N\mu / N_A$.

c) Aplicăm ecuația termică de stare: $p \cdot V = \nu_f R(t + 273)$, unde:

$$\nu_f = \nu_1 + \nu_2 + \nu_3 = 6\nu_1 \Rightarrow V = \frac{6\nu_1 R(t+273)}{p} = \frac{6N}{pN_A} R(t+273).$$

4. a. Numărul total de molecule din amestec este:

$$N = N_1 + N_2 = (\nu_1 + \nu_2)N_A = \left(\frac{m_{He}}{\mu_{He}} + \frac{m_{Ne}}{\mu_{Ne}}\right)N_A = 6{,}023 \cdot 10^{26} \text{ molecule}$$

b. Cum masa unei molecule de neon este $m_{0Ne} = \mu_{Ne}/N_A$ și a unei molecule de heliu $m_{0He} = \mu_{He}/N_A \Rightarrow$ raportul celor două mase ale moleculelor este $m_{0Ne}/m_{0He} = \mu_{Ne}/\mu_{He} = 5$

c. Densitatea amestecului este $\rho = \dfrac{m_{He} + m_{Ne}}{V_1} = 2$ kg/m³

d. Aplicăm ecuația termică de stare: $p(V_1 + V_2) = (\nu_1 + \nu_2)RT \Rightarrow$

$$p = \left(\frac{m_{He}}{\mu_{He}} + \frac{m_{Ne}}{\mu_{Ne}}\right)RT / (V_1 + V_2) = 2{,}493 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

e. $$\mu_m = \frac{m_t}{\nu_t} = \frac{m_{He} + m_{Ne}}{\nu_{He} + \nu_{Ne}} = \frac{m_{He} + m_{Ne}}{m_{He}/\mu_{He} + m_{Ne}/\mu_{Ne}} = 7{,}2 \text{ g/mol}$$

5. a. Numărul de moli conținuți în masa de apă este $\nu = m/\mu_{apă}$. Cum molecula de apă conține doi atomi de hidrogen și unul de oxigen masa molară a apei este numeric egală cu masa moleculară relativă, astfel că: $\mu_{apă} = 2m_H + m_O \Rightarrow \mu_{apă} = 18$ g/mol. Obținem $\nu \approx 55{,}55$ moli

b. Molecula de sare de bucătărie conține un atom de clor și unul de sodiu, astfel că $\mu_{NaCl} = m_{Na} + m_{Cl} = 57$ g/mol, astfel că numărul de molecule conținute în masa de sare de bucătărie este $N = N_A m / \mu_{NaCl} \approx 1{,}056 \cdot 10^{25}$ molecule

c. Molecula de azot conține doi atomi identici de azot, astfel că $\mu_{N2} = 2m_N = 28$ g/mol. Masa de azot conținută într-un volum V aflat în condiții normale de presiune și temperatură este $m = \mu_{N2}\nu_{N2} = \mu_{N2}V / V_{\mu_0} \Rightarrow$ $m = 1{,}25$ g

6. a. Cum $\nu_{O2}=N/N_A=3$ moli, atunci masa oxigenului din balon este $m=\mu\nu_{O2}=96$ g, iar densitatea acestuia este $\rho=m/V=1{,}155$ kg/m^3

b. Pe baza ecuației termice de stare, obținem $p=\dfrac{\nu RT}{V}=9{,}6\cdot10^4$ Pa

c. Concentrația volumică a moleculelor din butelie, după introducerea unei mase de heliu m_{He} este $n=N_t/V$, unde N_t reprezintă numărul total de molecule. Astfel că $N_t=N+N_{He}$, cu $N_{He}=m_{He}N_A/\mu_{He}\approx42{,}161\cdot10^{23}$ molecule de heliu. Obținem $n\approx7{,}248\cdot10^{25}$ molecule/m^3

d. Masa molară a amestecului de gaze este $\mu_m=\dfrac{m_t}{\nu_t}=\dfrac{m_{He}+m_{O2}}{\nu_{He}+\nu_{O2}}$, unde $\nu_{He}=m_{He}/\mu_{He}=7$ moli. Obținem $\mu_m=12{,}4$ g/mol

7. a. Numărul de moli de azot din compartimentul A este $\nu_{N_2}=m/\mu_{N_2}=\rho V/\mu_{N_2}=0{,}1$ mol

b. Numărul de molecule de aer din compartimentul B este $N=N_A m/\mu_{aer}\approx2{,}077\cdot10^{22}$ molecule

c. Masa de oxigen din compartimentul C este $m_C=N\mu_{O2}/N_A\approx2{,}125$ g

d. Dacă se înlătură pereții despărțitori gazele se amestecă astfel că masa molară a amestecului este $\mu_m=\dfrac{m_t}{\nu_t}=\dfrac{\mu_{N_2}\nu_{N_2}+m+\mu_{O_2}\nu_{O_2}}{\nu_{N_2}+m/\mu_{aer}+\nu_{O_2}}$, unde $\nu_{O2}=N_3/N_A\approx0{,}066$ moli. Obținem $\mu_m\approx29{,}625$ g/mol

8. a) Aplicăm ecuația termică de stare: $pV=\nu_1RT\Rightarrow p=\dfrac{\nu RT}{V}=1{,}2\cdot10^6$ Pa

b) $m=\mu\cdot\nu_1=112$ g.

c) Utilizăm pentru amestecul format ecuația termică de stare în starea finală: $p_f\cdot V=\nu_tR(T+\Delta T)=(\nu_1+\nu_2+\nu_3)R(T+\Delta T)\Rightarrow$

$$p_f=\frac{(\nu_1+\nu_2+\nu_3)R(T+\Delta T)}{V}=4{,}8\cdot10^6\ \text{Pa}.$$

9. a) Aplicăm ecuația termică de stare în starea inițială:

$$p_1V=\nu RT_1\Rightarrow V=\frac{\nu RT_1}{p_1}=99{,}72\ \text{L}.$$

b) Din grafic observăm că transformarea gazului este izocoră, deoarece $V=$ct. Din ecuația termică de stare $pV=\nu RT\Rightarrow$

$$\frac{p}{T}=\frac{\nu R}{V}=ct\Rightarrow\frac{p}{T}=ct\Rightarrow \text{ecuația transformării izocore.}$$

Astfel $\dfrac{p_1}{T_1}=\dfrac{p_2}{T_2}\Rightarrow T_2=\dfrac{p_2T_1}{p_1}=3T_1=900\text{K}.$

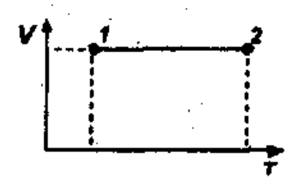


Fig. R 1.1.1

c) Reprezentăm transformarea în (V, T) şi (p, T) (fig R 1.1.1 şi R 1.1.2).

În (p, T) transformarea izocoră este o dreaptă care trece prin originea axelor de coordonate, deoarece presiunea gazului şi temperatura lui absolută depind direct proporţional una de cealaltă.

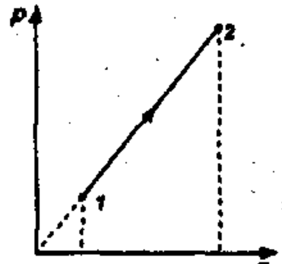


Fig. R 1.1.2

10. a) Prin definiţie $\rho_1 = \frac{m}{V_1}$.

Cum $p_1V_1 = \nu RT_1 = \frac{m}{\mu}RT_1 \Rightarrow V_1 = \frac{mRT_1}{\mu \cdot p_1} \Rightarrow \rho_1 = \frac{p_1\mu}{RT_1} \approx 1{,}28$ kg/m³.

b) Aplicăm legea transformării izocore între starea iniţială şi starea finală

$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{p_2T_1}{p_1} = (1+f)T_1$, deoarece $p_2 = p_1(1+f)$.

Aflăm cu cât la sută se modifică temperatura absolută a gazului:

$f_1 = \frac{\Delta T}{T_1} = \frac{T_2 - T_1}{T_1}$ =40 %, deci temperatura absolută creşte cu 40 %.

c) Prin definiţie concentraţia volumică de molecule reprezintă raportul dintre numărul de molecule N dintr-un volum V şi mărimea acestui volum: $n = \frac{N}{V}$. Cum $N = N_A \cdot \nu = N_A \frac{p_1V}{RT_1}$, deoarece $\nu = \frac{p_1V}{RT_1} \Rightarrow n = \frac{N_A p_1}{RT_1} \Rightarrow$

$n \approx 2{,}41 \cdot 10^{25}$ molecule/m³.

11. a) Impunem condiţia de echilibru pistonului, astfel că rezultanta forţelor este nulă. Asupra pistonului acţionează greutatea lui şi două forţe de presiune exercitate de gazul din cilindru şi de aerul din afară (fig R 1 1 3).

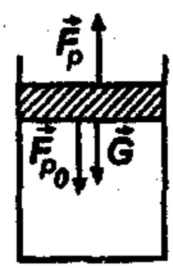


Fig. R 1.1.3

$F_p = F_{p_0} + G \Rightarrow p \cdot S = p_0S + m \cdot g \Rightarrow p = p_0 + \frac{mg}{S} = 2 \cdot 10^5$ N/m².

b) Aplicăm ecuaţia de stare pentru gazul din cilindru în starea iniţială, ţinând cont că $V = Sh \Rightarrow pSh = \nu RT_1 \Rightarrow h = \frac{\nu RT_1}{p \cdot S} = 6{,}23$ cm.

c) Deoarece poziţia pistonului nu se modifică, volumul gazului rămâne acelaşi. Putem considera că între starea iniţială şi cea finală gazul suferă o transformare izocoră, astfel că: $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$. Cum $T_2 = 2T_1 \Rightarrow p_2 = 2p_1 \Rightarrow$

$p_0 + \frac{(m+\Delta m)g}{S} = 2\ (p_0 + \frac{mg}{S})$, deoarece $p_2 = p_0 + \frac{(m+\Delta m)g}{S}$, iar cu Δm

am notat masa suplimentară adaugată pe piston. Obţinem: $\Delta m = m + \frac{p_0 S}{g}$ =4 kg

12. a) Calculăm presiunea din butelie utilizând ecuaţia termică de stare:
$pV = \nu RT = \frac{m}{\mu}RT \Rightarrow p = \frac{mRT}{\mu V}$ =3·10⁵ Pa.

b) Transformarea gazului de butelie este izocoră, astfel că $\frac{p}{T} = \frac{p_e}{T_e} \Rightarrow T_e = \frac{p_e T}{p}$. Cum diferenţa dintre presiunea la care explodează pereţii buteliei şi cea exterioară este Δp, aflăm presiunea la care explodează butelia: $\Delta p = p_e - p_0 \Rightarrow p_e = \Delta p + p_0 \Rightarrow T_e = \frac{(\Delta p + p_0)T}{p}$ =1200 K.

c) Prin disocierea unei molecule biatomice apar doi atomi de oxigen rezultă că prin disocierea a N molecule se vor obţine: $N_{\text{atomi}} = 2N$. Cum

$N = N_A \nu = N_A \frac{m}{\mu} \Rightarrow N_{\text{atomi}} = 2N_A \frac{m}{\mu} \approx 24{,}092 \cdot 10^{23}$

13. a) Deoarece cu creşterea temperaturii densitatea rămâne constantă şi $\rho = \frac{m}{V}$ înseamnă că V=ct, deoarece masa hidrogenului nu se modifică. Transformarea gazului este izocoră. Reprezentarea în (p, T) este o dreaptă care trece prin origine (fig R 1.1.4).

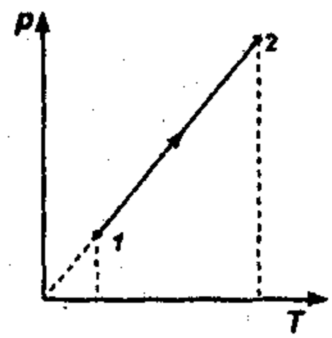


Fig. R 1.1.4

b) $\rho_1 = \frac{m}{V_1} = \frac{\mu\nu}{V_1}$. Cum $p_1V_1 = \nu RT_1 \Rightarrow \nu = \frac{p_1V_1}{RT_1} \Rightarrow \rho_1 = \frac{p_1\mu}{RT_1} \approx 0{,}66$ kg/m³.

c) În starea finală: $V_2 = V_1 = \frac{\nu RT_1}{p_1}$ =3 L şi $T_2 = 3T_1 = 900$ K.

Cum legea transformării izocore este: $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow p_2 = \frac{p_1T_2}{T_1} = 3p_1 \Rightarrow$

p_2=24,93·10⁵ Pa.

14. a) Aflăm volumul iniţial utilizând ecuaţia termică de stare:

$p_1V_1 = \nu RT_1 = \frac{m}{\mu}RT_1 \Rightarrow V_1 = \frac{mRT_1}{p_1 \cdot \mu} \approx 12{,}465$ L.

b) Din $pV = \nu RT \Rightarrow \dfrac{V}{T} = \dfrac{\nu R}{p} = ct.$ Legea transformării izobare $\dfrac{V_1}{T_1} = \dfrac{V_2}{T_2}$. Cum

$V_2 = V_1(1-f) \Rightarrow T_2 = \dfrac{V_2 T_1}{V_1} = (1-f)T_1 = 240$ K.

c) Cum $\rho = \dfrac{m}{V} \Rightarrow \dfrac{\rho_2}{\rho_1} = \dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{1}{1-f} = 1{,}25.$

15. a. Numărul de moli din recipient este $\nu = m/\mu = 25$ moli

b. Numărul de molecule din unitatea de volum este $n = N/V_1 = N_A\nu/V_1$, unde volumul gazului este $V_1 = \nu RT/p \Rightarrow n = N_A p/RT \approx 4{,}83\cdot 10^{25}$ molecule/m³

c. Aplicăm conservarea numărului de moli pentru sistem și obținem numărul de moli din recipiente: $\nu_f = \nu_1 + \nu_2$. Cum $\nu_f = \dfrac{p_f(V_1+V_2)}{RT}$,

$\nu_1 = \dfrac{p\,V_1}{RT}$ și $\nu_2 = \dfrac{p_2 V_2}{RT}$ obținem $p_f(V_1+V_2) = pV_1 + p_2V_2 \Rightarrow$

$p_f = (p + 3p_2)/4 = 1{,}25\cdot 10^5$ N/m²

16. a) Pe baza ecuației termice de stare: $p_1V_1 = \nu RT_1 \Rightarrow p = \dfrac{\nu RT_1}{V_1}$.

$\nu = \dfrac{N}{N_A} \Rightarrow p = \dfrac{N\cdot RT_1}{N_A\cdot V_1} \approx 12{,}465\cdot 10^5$ Pa, iar masa gazului este

$m = \mu\nu = \mu\dfrac{N}{N_A} = 28$ g

b) Deoarece volumul gazului depinde direct proporțional de temperatura absolută a acestuia, transformarea gazului este izobară, astfel că $\dfrac{V_1}{T_1} = \dfrac{V_2}{T_2}$.

Cum $T_2 = 4T_1 \Rightarrow V_2 = \dfrac{V_1T_2}{T_1} = 4V_1 = 8$ L.

c) Reprezentările cerute sunt figurile R 1.1.5 și R 1.1.6:

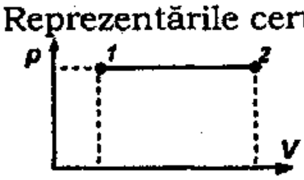


Fig. R 1.1.5

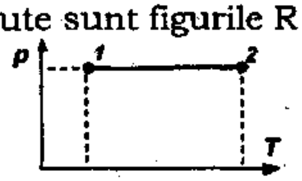


Fig. R 1.1.6

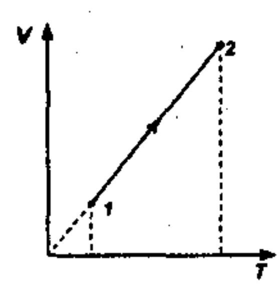


Fig. R 1.1.7

17. a) Deoarece curba densității în funcție de temperatura absolută este o hiperbolă echilateră, înseamnă că densitatea gazului variază invers proporțional cu temperatura absolută, astfel că $\rho T = ct$. Cum

$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{m \cdot T}{V} = ct \Rightarrow \frac{V}{T} = \frac{m}{ct} = ct'$ rezultă că transformarea gazului este o transformare izobară (fig R 1.1.7).

b) Cum $\rho_1 = \frac{m}{V_1}$, iar $m = \mu\nu$ şi $V_1 = \frac{\nu R T_1}{p_1} \Rightarrow \rho_1 = \frac{\mu p_1}{RT_1} \approx 1{,}33$ kg/m³.

c) În starea finală: $p_2 = p_1 = 8{,}31 \cdot 10^5$ N/m²; $T_2 = 4T_1 = 1200$ K şi cum $\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_1}{T_1} \Rightarrow V_2 = \frac{V_1 T_2}{T_1} = 4V_1 = 4\frac{\nu R T_1}{p_1} = 24$ L.

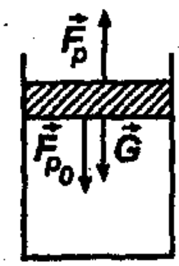


Fig. R 1.1.8

18. a) Impunem condiţia de echilibru pistonului:

$F_p = F_{p_0} + G \Rightarrow p_1 S = p_0 S + mg \Rightarrow p_1 = p_0 + \frac{mg}{S} = 3 \cdot 10^5$ Pa.

b) Deoarece $p = $ ct, transformarea gazului este izobară, astfel că: $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} \approx 1{,}33$.

c) Dacă volumul gazului nu se modifică, transformarea gazului este izocoră, astfel că: $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow p_2 = \frac{p_1 T_2}{T_1} = \frac{4}{3} p_1$. Cum $p_2' = p_0' + \frac{mg}{S} \Rightarrow$

$p_0' + \frac{mg}{S} = \frac{4}{3}\left(p_0 + \frac{mg}{S}\right) \Rightarrow p_0' = 2 \cdot 10^5$ N/m² $\Rightarrow p_0' / p_0 = 2$.

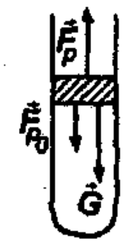


Fig. R 1.1.9

19. a) Impunem condiţia de echilibru coloanei de mercur:
$F_p = F_{p_0} + G \Rightarrow pS = p_0 S + mg$, unde
$m = \rho V = \rho S h \Rightarrow p = p_0 + \rho g h = 105440$ N/m² (fig R 1.1.9).
Dacă lucrăm în torri (mm coloană de Hg), atunci $p_0 = 760$ torri rezultă că $p = 800$ torri.

b. Deoarece coloana de mercur se află în echilibru, presiunea gazului p rămâne constantă, astfel că transformarea gazului este izobară rezultă că: $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$. Cum $T_2 = T_1(1+f) \Rightarrow V_2 = \frac{V_1 T_2}{T_1} = V_1(1+f) \Rightarrow Sh_2 = Sh(1+f) \Rightarrow$

$\Delta h = h_2 - h = hf = 1{,}6$ cm.

c) Pe baza definiţiei $n = \frac{N}{V_1} = \frac{N_A \nu}{V_1}$.

Cum $pV_1 = \nu R T_1 \Rightarrow \nu = \frac{pV_1}{RT_1} \Rightarrow n = \frac{N_A p}{RT_1} \approx 2{,}55 \cdot 10^{25}$ molecule/m³.

20. a) Aplicăm ecuaţia termică de stare: $p_1 S\ell_1 = \nu RT_1 \Rightarrow \ell_1 = \frac{\nu RT_1}{p_1 S}$. Aflăm presiunea din cilindru impunând condiţia de echilibru pistonului (fig R 1.1.8) $p_1 S = p_0 S + Mg \Rightarrow p_1 = p_0 + \frac{Mg}{S}$ =2·10^5 Pa $\Rightarrow \ell_1 = \frac{\nu RT_1}{p_0 S + Mg}$ =62,3cm.

b) Când cilindrul este aşezat în poziţie orizontală, deoarece pistonul rămâne în echilibru, trebuie ca în încintă presiunea să fie egală cu cea din exterior astfel că: $p_2 = p_0$. Deoarece temperatura nu se modifică, transfomarea este izotermă. Cum $pV = \nu RT =$ct $\Rightarrow pV =$ct este legea transformării izoterme.

Astfel: $p_1 Sl_1 = p_0 Sl_0 \Rightarrow \ell_0 = \frac{p_1 \ell_1}{p_0} = (1 + \frac{Mg}{p_0 S})\ell_1 \Rightarrow \ell_0 \approx$ 124,6 cm.

c) Deoarece poziţia pistonului nu se schimbă când cilindrul este adus în poziţie orizontală înseamnă că transformarea gazului este izocoră, deci:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{p_2 T_1}{p_1} \Rightarrow T_2 = \frac{p_0 S}{p_0 S + Mg} T_1 \Rightarrow \Delta T = T_2 - T_1 = -\frac{MgT_1}{p_0 S + Mg} \Rightarrow$$

ΔT=-150 K.

21. a) Aplicăm legea transformării izoterme: $p_1 V_1 = p_2 V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{p_1 V_1}{p_2} = 8V_1$

Cum $V_1 = \frac{\nu RT_1}{p_1} = \frac{m}{\mu}\frac{RT_1}{p_1}$ din ecuaţia termică de stare $\Rightarrow V_2 = 8\frac{m}{\mu}\frac{RT_1}{p_1} \approx$ 50 L.

b) $\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{V_1}{V_2}$ =0,125

c) $n = \frac{N}{V_2} = \frac{N_A \nu}{8\nu RT_1} p_1 = \frac{N_A p_1}{8RT_1} \approx$ 2,4·10^{25} molecule/m^3.

22. a. Pe baza ecuaţiei transformării izoterme:

$p_1 V_1 = p_2 V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{p_1 V_1}{p_2} = 8V_1$ =64 L.

b) Conform ecuaţiei de stare în starea 1: $p_1 V_1 = \nu RT_1$ şi în starea 3: $p_3 V_3 = \nu RT_3$. Împărţind relaţiile obţinem $\frac{V_1}{V_3} = \frac{T_1}{T_3}$, deoarece din grafic

$p_1 = p_3 \Rightarrow T_3 = \frac{V_3 T_1}{V_1} = 2T_1$ =600 K.

c) Conform definiției $\rho_1 = \dfrac{m}{V_1} = \dfrac{\mu\nu}{V_1} = 1{,}75\ \text{kg/m}^3$

23. a. Pe baza ecuației transformării izoterme: $p_1V_1 = p_2V_2 \Rightarrow V_2 = \dfrac{p_1V_1}{p_2} \Rightarrow$

$V_2=10V_1=10\ \text{dm}^3$, deoarece $p_2=p_1/10$.

b. Ecuația de stare în starea 1 este $p_1V_1 = \nu RT_1$ și în starea 3 $p_3V_3 = \nu RT_2$.

Cum $p_3=p_1$ prin împărțirea celor două relații obținem $\dfrac{V_1}{V_3} = \dfrac{T_1}{T_2} \Rightarrow T_2 = \dfrac{V_3T_1}{V_1}$

$\Rightarrow T_2=900$ K

c. Împărțind ecuațiile de stare în starea 1 $p_1V_1 = \nu_1RT_1$ și starea 3 $p_1V_3 = \nu_2RT_2$, obținem: $\dfrac{V_1}{V_3} = \dfrac{\nu_1T_1}{\nu_2T_2} = \dfrac{\mu_2T_1}{\mu_1T_2} \Rightarrow \mu_2 = \dfrac{\mu_1V_1T_2}{V_3T_1}$ =22 g/mol

24. Numărul de molecule de heliu din sistem este $N = N_A\nu = N_Ap_1V_1/RT_1$

$\Rightarrow N \approx 1{,}45\cdot10^{25}$ molecule

b. Cum $p_1V_1^\gamma = p_2V_2^\gamma \Rightarrow p_2 = p_1(V_1/V_2)^\gamma = p_1/32$ =3,125 kPa

c. Pe baza ecuației transformării generale $\dfrac{p_1V_1}{T_1} = \dfrac{p_2V_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = \dfrac{p_2V_2T_1}{p_1V_1}$ =75 K

d. Scriem legea transformării izobare între stările 2 și 3, astfel că: $\dfrac{V_2}{T_2} = \dfrac{V_3}{T_3} \Rightarrow T_3 = \dfrac{V_3T_2}{V_2}$ =37,5 K

25. a) Deoarece temperatura gazului nu se modifică, transformarea gazului închis cu ajutorul dopului *A* și a pistonului *B* este izotermă. Astfel:

$$p_0(S_1\ell_1 + S_2\ell_2) = p[S_1(\ell_1 - d) + S_2\ell_2]$$

$$\Rightarrow p = \frac{p_0(S_1\ell_1 + S_2\ell_2)}{S_1(\ell_1 - d) + S_2\ell_2} = 1{,}1\cdot10^5\ \text{Pa}$$

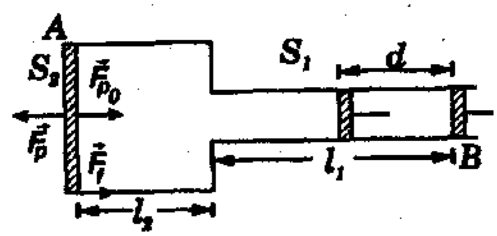


Fig. R 1.1.10

b) Considerăm că în momentul când dopul sare, acesta se mai află în echilibru, astfel că rezultanta forțelor este zero (fig R 1.1.10). Scalar:

$$F_p = F_{p_0} + F_f \Rightarrow F_f = pS_2 - p_0S_2 \Rightarrow F_f = (p - p_0)S_2 = \frac{p_0S_1S_2d}{S_1(\ell_1 - d) + S_2\ell_2} \Rightarrow$$

F=20 N.

c) $\dfrac{\rho_2}{\rho_1} = \dfrac{m}{V_2}\cdot\dfrac{V_1}{m} = \dfrac{S_1\ell_1 + S_2\ell_2}{S_1(\ell_1 - d) + S_2\ell_2} = 1{,}1$

26. a) Deoarece coloana de mercur se află în echillibru când tubul se află în poziție orizontală coloana de aer închisă în tub se află la presiunea atmosferică p_0.
Impunem condiția de echilibru coloanei de mercur când tubul se află cu capătul închis în jos (fig R 1.1.11). Scalar: $F_p = F_{p_0} + G \Rightarrow pS = p_0S + mg$, unde S reprezintă secțiunea tubului, iar m masa coloanei de mercur.

Fig. R 1.1.11

Cum $m = \rho Sh \Rightarrow pS = p_0S + \rho Shg \Rightarrow p = p_0 + \rho gh.$

b) Studiem transformarea izotermă a gazului:

$$p_0S\ell = pS\ell' \Rightarrow \ell' = \frac{p_0\ell}{p} = \frac{p_0\ell}{p_0 + \rho gh}.$$

c) Deoarece coloana de aer revine în poziția inițială putem considera că transformarea gazului este o izocoră, deoarece volumul gazului rămâne același, astfel că: $\frac{p_0}{T_1} = \frac{p}{T_2} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{p}{p_0} = \frac{p_0 + \rho gh}{p_0}.$

27. a) Studiem transformarea izotermă a aerului închis cu ajutorul coloanei de mercur rezultă $p_1S\ell_1 = p_2S\ell_2$, unde p_1 și p_2 reprezintă presiunile aerului în cele două situații (fig R.1.1.12). Impunem condiția de echilibru coloanei de mercur în cele două situații. Când tubul este vertical cu capătul închis în jos obținem: $p_1S = p_0S + mg$, cu

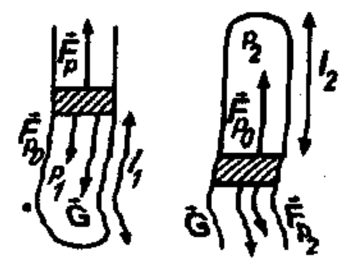


Fig. R 1.1.12

$m = \rho Sh \Rightarrow p_1 = p_0 + \rho gh$, iar când tubul este vertical și are capătul închis în sus obținem:

$$p_2S + mg = p_0S \Rightarrow p_2 = p_0 - \rho gh \Rightarrow (p_0 + \rho gh)\ell_1 = (p_0 - \rho gh)\ell_2 \Rightarrow$$

$$p_0 = \frac{\rho gh(\ell_1 + \ell_2)}{\ell_2 - \ell_1} = 10^5\ \mathrm{N/m^2}$$

În *mm* coloană de mercur (adică în torri), $p_0 = \frac{h(\ell_1 + \ell_2)}{\ell_2 - \ell_1} \approx 760$ mm col Hg (toate lungimile le-am transformat în milimetri).

b) Pentru a afla lungimea coloanei de aer când tubul este adus în poziție orizontală, utilizăm legea trasformării izoterme:

$$p_0S\ell_0 = p_1S\ell_1 \Rightarrow \ell_0 = \frac{p_1\ell_1}{p_0} = \frac{(p_0 + \rho gh)\ell_1}{p_0} \approx 37{,}9\ \text{cm}$$

c) Deoarece presiunea gazului aflat în tubul pe poziție orizontală se păstrează, transformarea aerului din tub este izobară, astfel că: $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{V_2}{V_1}.$

Cum $V_2 = V_1(1-f) \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{1}{1-f} = 1{,}25 \Rightarrow$ temperatura absolută scade de 1,25 de ori.

28. a) Aflăm presiunea în tubul vertical după ce o parte din mercur s-a scurs aplicând condiția de echilibru coloanei (fig R.1.1.13):

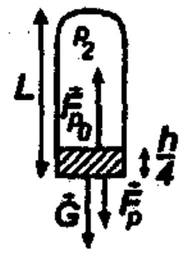


Fig. R 1.1.13

$$F_{p_2} + G = F_{p_0} \Rightarrow p_2 S + \rho S \frac{h}{4} g = p_0 S \Rightarrow p_2 = p_0 - \rho g \frac{h}{4} \Rightarrow$$

p_2=740 mm col Hg≈97280 N/m²

b) Pentru a afla lungimea coloanei inițiale de aer, utilizăm legea transformării izoterme: $p_1 S \ell_1 = p_2 S \ell_2 \Rightarrow \ell_1 = \frac{p_2 \ell_2}{p_1} = \frac{p_2}{p_1}(L - \frac{h}{4})$.

Din condiția de echilibru impusă coloanei de mercur când tubul este așezat vertical cu capătul închis în jos, aflăm p_1, astfel că (fig R 1.1.12):

$$G + F_{p_0} = F_{p_1} \Rightarrow \rho Shg + p_0 S \Rightarrow p_1 = p_0 + \rho g h \Rightarrow \ell_1 = \frac{(p_0 - \rho g \frac{h}{4})(L - \frac{h}{4})}{p_0 + \rho g h} \Rightarrow$$

ℓ_1=74 cm

c) Transformarea gazului închis în tubul vertical cu capătul deschis în sus este izobară, deoarece p_1=ct. Dacă tubul este suficient de lung astfel că mercurul rămâneîn tub, utilizând legea transformării izobare obținem:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{V_2 T_1}{V_1} = \frac{(\ell_1 + \Delta h) T_1}{\ell_1} = 324{,}32 \text{ K}$$

29. a) Când se acoperă tubul cu degetul se închide aer la presiunea atmosferică. Din ecuația termică de stare obținem:

$$p_0 S \frac{\ell}{2} = \nu RT \Rightarrow \nu = \frac{p_0 S \ell}{2RT} \Rightarrow N = N_A \nu = \frac{N_A p_0 S \ell}{2RT} = 2{,}42 \cdot 10^{20} \text{molecule}$$

b) Notăm cu x lungimea coloanei de mercur care rămâne în tub. Transformarea gazului este izotermă, astfel că:

$$p_0 S \frac{\ell}{2} = pS(\ell - x) \Rightarrow p_0 \frac{\ell}{2} = p(\ell - x).$$

Din condiția de echilibru impusă coloanei de mercur obținem (vezi rezolvare problema **21. a.**) $F_p + G = F_{p_0} \Rightarrow pS + \rho Sxg = p_0 S \Rightarrow p = p_0 - \rho g x \Rightarrow$

$$p_0\frac{\ell}{2}=(p_0-\rho g x)(\ell-x)=0\Rightarrow \rho g x^2+(p_0+\rho g\ell)x-p_0\frac{\ell}{2}=0\Rightarrow$$

$$x=\frac{-(p_0+\rho g\ell)+\sqrt{(p_0+\rho g\ell)^2+2\rho\cdot p_0\ell}}{2\rho g}\approx 8{,}7\text{ cm}$$

c) Când mercurul se evacuează total din tub, presiunea aerului din tub este cea atmosferică şi presupunând că aerul nu iese din tub, volumul acestuia este $V=S\ell$. Transformarea gazului este izobară dacă se consideră starea iniţială când tubul este introdus pe jumătate în mercur, astfel că: $\frac{S\ell}{2T_1}=\frac{S\ell}{T_2}\Rightarrow T_2=2T_1\Rightarrow\frac{T_2}{T_1}=2$, deci temperatura absolută trebuie mărită de două ori.

30. a) Prin definiţie, $\rho=\frac{m}{V}=\frac{\mu\upsilon}{V}$.

Conform ecuaţiei de stare $p_0V=\upsilon RT\Rightarrow V=\frac{\upsilon RT}{p_0}\Rightarrow\rho=\frac{\mu p_0}{RT}\approx 1{,}163\text{kg/m}^3$

b) Studiem transformarea izotermă a gazului închis în tub :

$p_0S\ell=pS(\ell-x)\Rightarrow p_0\ell=p(\ell-x)$. (1)

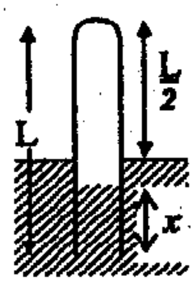


Fig. R 1.1.14

Pentru a determina presiunea p a gazului din tub, utilizăm o proprietate a presiunii hidrostatice şi anume că în orice plan orizontal aflat în interiorul unui lichid la echilibru presiunea are aceeaşi valoare. Consideram planul aflat la suprafaţa mercurului din tub astfel că: $p_0+\rho g\left(\frac{\ell}{2}-x\right)=p$, deoarece gazul din tub apasă cu presiunea p până la nivel, iar aerul şi mercurul din vas aflat deasupra nivelului ales apasă împreună cu presiunile atmosferică p_0 şi respectiv cu presiunea hidrostatică $\rho g\left(\frac{\ell}{2}-x\right)$. Deci ecuaţia (1) devine:

$$p_0\ell=\left[p_0+\rho g\left(\frac{\ell}{2}-x\right)\right](\ell-x)\Rightarrow \rho g x^2-x\left(p_0+3\frac{\rho g\ell}{2}\right)+\rho g\frac{\ell^2}{2}=0\Rightarrow$$

$x\approx 24{,}86$ cm

c) Pentru ca mercurul să fie evacuat din tub trebuie ca aerul să ocupe întreg volumul tubului şi prin urmare, dacă considerăm starea iniţială când tubul nu se află în mercur şi starea finală când mercurul este evacuat putem considera că aerul suferă o transformare izocoră, astfel că: $\frac{p_0}{T}=\frac{p'}{T'}$, unde:

$$p' = p_0 + \rho g\frac{\ell}{2} \Rightarrow T' = \frac{p'T}{p_0} = \frac{\left(p_0 + \rho g\frac{\ell}{2}\right)T}{p_0} \approx 497{,}4\ \text{K}$$

31. a) Studiem transformarea izotermă a gazului închis în incintă (fig R 1.1.15): $p_0S_1\ell_1 = pS_2x$ (1). Aflăm presiunea gazului din tubul cu secţiunea S_2, utilizând proprietatea că în toate punctele unui plan orizontal aflat în interiorul unui lichid la echilibru, presiunea are aceeaşi valoare, astfel că: $p_0 + \rho gx = p$ (2). Din (1) şi (2) obţinem:

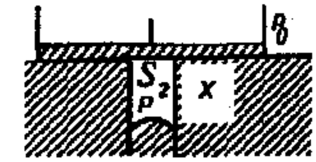


Fig. R 1.1.15

$$p_0S_1\ell_1 = (p_0 + \rho gx)S_2x \Rightarrow \rho gS_2x^2 + p_0S_2x - p_0S_1\ell_1 = 0$$

$$x = \frac{-p_0S_2 + \sqrt{(p_0S_2)^2 + 4\rho gp_0S_1S_2\ell_1}}{2\rho gS_2} \approx 22{,}88\ \text{cm}$$

b) Deoarece aerul a ajuns la capătul tubului (2), presiunea gazului este:
$p_2 = p_0 + \rho g\ell_2 = 1{,}272\cdot 10^5\ \text{N/m}^2$

c. Pentru ca aerul să înceapă să iasă din tubul 2, trebuie ca:

$$x = \ell_2 \Rightarrow p_0S_{1\min}\ell_1 = (p_0 + \rho g\ell_2)S_2\ell \Rightarrow S_{1\min} = \frac{(p_0 + \rho g\ell_2)S_2\ell_2}{p_0\ell_1} \approx 16{,}96\ \text{cm}^2$$

32. a) Studiem transformarea izotermă a gazului din capătul închis al tubului U. Deoarece iniţial mercurul se află la aceleaşi nivel în ambele ramuri presiunea gazului închis este p_0. Deschizând robinetul, mercurul coboară mai rapid în ramura deschisă decât în cea închisă, deoarece în ramura deschisă apasă p_0, în timp ce în ramura închisă gazul se destinde izoterm şi apasă cu o presiune p, din ce în ce mai mică. Prin urmare $p_0Sh_1 = pS(h_1 + h_2)$ (1). Considerând nivelul de referinţă, *NR*, care are proprietate că în punctele *A* şi *B* presiunile sunt egale, obţinem:

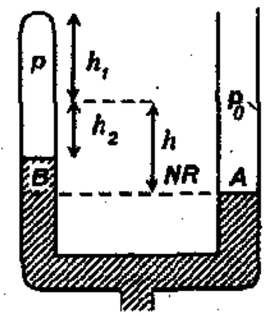


Fig. R 1.1.16

$$p_0 = p + \rho g(h - h_2) \Rightarrow p = p_0 - \rho g(h - h_2)$$ (2). Din (1) şi (2) rezultă:

$$\frac{p_0h_1}{h_1 + h_2} = p_0 - \rho g(h - h_2) \Rightarrow h = h_2\left[1 + \frac{p_0}{\rho g(h_1 + h_2)}\right] \approx 49{,}41\ \text{cm}$$

b)
$$\left.\begin{aligned} \rho_1 &= \frac{m}{V_1} = \frac{m}{Sh_1} \\ \rho_2 &= \frac{m}{V_2} = \frac{m}{S(h_1 + h_2)} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{h_1 + h_2}{h_1} \approx 1{,}67$$

33. a) Masa de aer închisă în tub se află din ecuaţia termică de stare:

$$p_0S\ell = \nu RT = \frac{m}{\mu}RT \Rightarrow m = \frac{p_0S\ell\mu}{RT} \approx 18{,}6 \text{ mg}$$

b) Studiem transformare izotermă a gazului aflat în ramura închisă a tubului. Notăm cu x lungimea coloanei de aer, în ramura închisă după umplerea completă cu mercur a ramurii deschise. Iniţial presiunea aerului în ramura închisă este p_0, deoarece nivelul mercurului este la aceeaşi înălţime în ambele ramuri: $p_0S\ell = pSx$ (1).

Alegem nivelul de referinţă la marginea superioară a coloanei de mercur din ramura închisă şi obţinem:

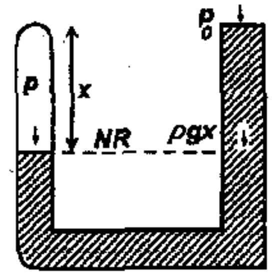


Fig. R 1.1.17

$p = p_0 + \rho gx$ (2).

Din (1) şi (2): $p_0\ell = (p_0 + \rho gx)x \Rightarrow \rho gx^2 + p_0x - p_0\ell = 0 \Rightarrow$

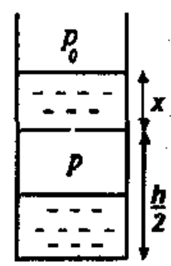
$$x = \frac{-p_0 + \sqrt{p_0^2 + 4p_0\rho g\ell}}{2\rho g} \approx 13{,}575 \text{ cm}$$

c) Lungimea coloanei de mercur turnate este $\ell_1 = 2\ell - x$, deoarece în ramura închisă se toarnă o coloană cu lungimea ℓ, iar în cea închisă pătrunde o coloană cu lungimea: $\ell - x$, astfel că masa de mercur turnată va fi: $m = \rho S(2\ell - x) = 0{,}25$ g

34. a) Utilizăm ecuaţia termică de stare în starea iniţială pentru aerul închis în compartimentul inferior, astfel că: $p_0V = \nu RT$, iar

$$\nu = \frac{m}{\mu} = \frac{\rho V}{\mu} \Rightarrow p_0V = \frac{\rho V}{\mu}RT \Rightarrow \rho = \frac{p_0\mu}{RT} \approx 1{,}163 \text{ kg/m}^3$$

b) Când aerul începe să iasă din vas presiunea p este egală cu suma dintre presiunea atmosferică p_0 şi presiunea hidrostatică a apei cu înălţimea x de deasupra (ρgx), astfel că: $p = p_0 + \rho gx$ (1). Studiem transformarea izotermă a aerului



închis: $p_0S\frac{h}{2} = pSx$ (2). Din (1) şi (2) rezultă:

Fig. R 1.1.18

$$p_0\frac{h}{2} = (p_0 + \rho gx)x \Rightarrow \rho gx^2 + p_0x - p_0\frac{h}{2} = 0 \Rightarrow x = \frac{-p_0 + \sqrt{p_0^2 + 2\rho gp_0h}}{2\rho g}$$

x=47,72 cm$\Rightarrow$ înălţimea stratului de apă în partea inferioară a vasului este:

$$y = \frac{h}{2} - x = 2{,}28 \text{ cm}$$

c) $p = p_0 + \rho gx \approx 1{,}048 \cdot 10^5$ Pa

35. **a)** Studiem transformările izoterme a gazelor închise în cele două incinte de coloana de mercur. Inițial când tubul este orizontal, presiunea are aceeași valoare p în ambele compartimente, deoarece coloana de mercur este în echilibru. Când tubul este adus în poziție verticală, coloana de mercur se deplasează cu h. Notăm cu p_1 și p_2 presiunile gazului în incintele 1 și 2 în poziția verticală ca în figură, deci:

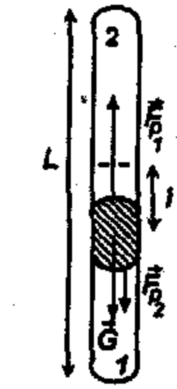


Fig. R 1.1.19

$$pS\left(\frac{L-h}{2}\right)=p_1S\left(\frac{L-h}{2}+\ell\right) \quad \text{(1) pentru gazul din incinta 1;}$$

$$pS\left(\frac{L-h}{2}\right)=p_2S\left(\frac{L-h}{2}+\ell\right) \quad \text{(2) pentru gazul din incinta 2.}$$

Impunem condiția de echilibru coloanei de mercur când aceasta se află în poziție verticală, astfel că: $p_1S = p_2S + mg$ Cum $m = \rho Sh \Rightarrow p_1 = p_2 + \rho gh$ (3).

Din (1): $p_1 = \dfrac{p\left(\frac{L-h}{2}\right)}{\frac{L-h}{2}-\ell}$ și din (2): $p_2 = \dfrac{p\left(\frac{L-h}{2}\right)}{\frac{L-h}{2}+\ell}$ și din (3):

$$\rho gh = p_1 - p_2 = \frac{p(L-h)\ell}{\left(\frac{L-h}{2}\right)^2-\ell^2} \Rightarrow p = \rho gh\frac{\left[\left(\frac{L-h}{2}\right)^2-\ell^2\right]}{(L-h)\ell} = 750 \text{ mm col Hg} \Rightarrow$$

$p \approx 0{,}9868 \cdot 10^5$ Pa

b) $p_1 = 1000$ mm col Hg $\approx 1{,}316 \cdot 10^5$ Pa

$p_2 = 600$ mm col Hg $\approx 7{,}9 \cdot 10^4$ Pa, deoarece 760 mm col Hg $\approx 10^5$ Pa

c) Studiem transformarea gazului din compartimentul inferior. Deoarece coloana de mercur rămâne la jumătatea tubului volumul gazului nu se modifică față de situația inițială și prin urmare transformarea gazului este izocoră, astfel că: $\dfrac{p}{T} = \dfrac{p_1'}{T'} \Rightarrow \dfrac{T'}{T} = \dfrac{p_1'}{p}$ unde p_1' este presiunea după încălzire a gazului din compartimentul inferior.

Deoarece gazul din compartimentul superior își păstrează volumul și temperatura înseamnă că și presiunea p_2' este egală cu presiunea inițială p.

Pe baza condiției de echilibru impusă coloanei de mercur în poziție verticală după încălzirea gazului din compartimentul inferior obținem:

$$p_1' = p_2' + \rho gh \Rightarrow p_1' = p + \rho gh \Rightarrow \frac{T'}{T} = \frac{p+\rho gh}{p} \approx 1{,}533$$

36. a) Studiem transformarea gazelor închise în fiecare incintă . Presupunem că se ridică cu x pistonul A. Gazele suferă transformări izoterme. Deoarece în compartimentul B pistonul rămâne blocat, lichidul coboară în această ramură şi urcă în cealaltă ramură în care se ridică pistonul A. Deoarece ramurile sunt identice cu cât coboară lichidul în prima ramură B a tubului cu atât urcă în cealaltă ramură A, astfel că denivelarea este h (fig R 1.1.20). Prin urmare lichidul coboară cu $h/2$ în ramura B şi urcă $h/2$ în A. Pentru gazul închis în compartimentul B: $p_0 Sh = p_1 S\frac{3h}{2} \Rightarrow p_1 = \frac{2p}{3}$ este presiunea finală a gazului din ramura compartimentului B.

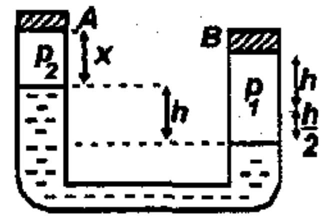


Fig. R 1.1.20

Pentru gazul închis în compartimentul A: $pSh = p_2 S\left(x + \frac{h}{2}\right)$, unde p_2 este presiunea finală a gazului compartimentul A.

Punem condiţia ca la suprafaţa liberă a mercurului din compartimentul B presiunea care apasă să aibă aceeaşi valoare. Obţinem:

$$p_1 = p_2 + \rho gh \Rightarrow p_2 = p_1 - \rho gh = \frac{2p}{3} - \rho gh \Rightarrow ph = \left(\frac{2p}{3} - \rho gh\right)\left(x + \frac{h}{2}\right) \Rightarrow$$

$$x = \frac{(4p + 3\rho gh)h}{2(2p - 3\rho gh)}.$$

37. a) Impunem condiţia de echilbru a pistonului inainte şi după aşezarea nisipului pe piston.

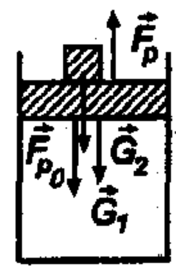


Fig. R 1.1.21

Iniţial: $F_{p_1} = F_{p_0} + G \Rightarrow p_1 S = p_0 S + mg \Rightarrow p_1 = p_0 + \frac{mg}{S}$.

Final : $F_{p_2} = F_{p_0} + G + G_1 \Rightarrow p_2 S = p_0 S + mg + m_1 g \Rightarrow$

$p_2 = p_0 + \frac{(m + m_1)g}{S} = 6\cdot 10^5$ Pa (fig R 1.1.21)

b) Scăderea relativă a volumului după aşezarea nisipului pe piston este:

$\frac{V_2 - V_1}{V_1} = \frac{V_2}{V_1} - 1$. Cum gazul suferă o transformare izobară rezultă:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{T_1 - \Delta T}{T_1} \Rightarrow \frac{\Delta V}{V_1} = \frac{T_1 - \Delta T}{T_1} - 1 = -\frac{\Delta T}{T_1} = -16{,}66\%$$

c) Iniţial transformarea gazului este izotermă, iar gazul evoluează din starea 1 cu presiunea $p_1 = p_0 + \frac{mg}{S}$ şi se comprimă până în starea cu presiunea $p_2 = 6\cdot 10^6$ Pa, iar apoi gazul se răceşte izobar. Reprezentarea grafică cerută este redată în figura R 1.1.22.

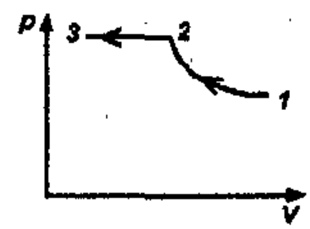


Fig. R 1.1.22

38. a) Pentru a găsi ecuaţia procesului $p = aV$ în alte coordonate utilizăm şi ecuaţia termică de stare $pV = \nu RT$, astfel că $aV^2 = \nu RT \Rightarrow V = \sqrt{\dfrac{\nu RT}{a}} = ct\sqrt{T}$

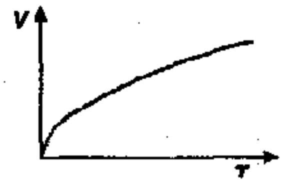


Fig. R 1.1.23

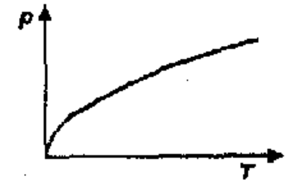


Fig. R 1.1.24

reprezintă ecuaţia procesului în coordonate V şi T (fig R 1.1.23), iar în coordonate p şi T obţinem $\dfrac{p^2}{a} = \nu RT \Rightarrow p = \sqrt{\nu RaT} = ct\sqrt{T}$. (fig R 1.1.24)

b) Cum $p = ct\sqrt{T} \Rightarrow \dfrac{p}{\sqrt{T}} = ct \Rightarrow \dfrac{p_1}{\sqrt{T_1}} = \dfrac{p_2}{\sqrt{T_2}} \Rightarrow p_2 = p_1\sqrt{\dfrac{T_2}{T_1}} \approx 2{,}582 \cdot 10^5$ Pa

c) Cum $V = ct\sqrt{T} \Rightarrow \dfrac{V}{\sqrt{T}} = ct \Rightarrow \dfrac{V_0}{\sqrt{T_0}} = \dfrac{V_3}{\sqrt{T_3}} \Rightarrow V_3 = V_0\sqrt{\dfrac{T_3}{T_0}} \Rightarrow V_3 \approx 2$ L

39. a. Conform ecuaţiei de stare în starea 1 obţinem: $p_1V_1 = \nu RT_1$. Cum presiunea depinde direct proporţional de volum $p_1 = aV_1 \Rightarrow aV_1^2 = \nu RT_1 \Rightarrow$ $a = \nu RT_1 / V_1^2 = 10^8$ Pa/m³

b. Cum legea transformării gazului este $\dfrac{p}{V} = ct \Rightarrow \dfrac{p_1}{V_1} = \dfrac{p_2}{V_2} \Rightarrow V_2 = \dfrac{p_2V_1}{p_1} = 2V_1$

$\Rightarrow V_2 = 16{,}62$ L

c. Cum din ecuaţia de stare în starea 2 : $p_2V_2 = \nu RT_2 \Rightarrow T_2 = p_2V_2 / \nu R \Rightarrow$ $T_2 = 4p_1V_1 / \nu R = 4T_1 = 3324$ K

40. a) Deoarece pistoanele nu se deplasează, transformarea gazului închis între pistoane este o transformare izocoră. Scriem legea transformării izocore: $\dfrac{p_0}{T_0} = \dfrac{p}{T} \Rightarrow p = p_0\dfrac{T}{T_0}$.

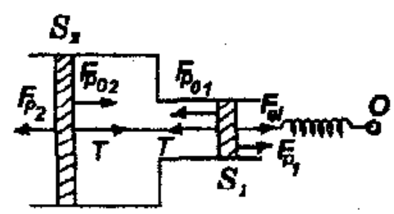


Fig. R 1.1.25

Impunem condiţia de echilibru pentru fiecare piston, deci pentru S_2: $F_{p_{0_2}} + T = F_{p_2} \Rightarrow p_0S_2 + T = pS_2 \Rightarrow T = (p - p_0)S_2$ şi pentru S_1: $F_{p_1} + F_{el} = F_{p_{0_1}} + T \Rightarrow pS_1 + kx = p_0S_1 + T \Rightarrow kx = T - (p - p_0)S_1$

$$kx = (p - p_0)S_2 - (p - p_0)S_1 = (p - p_0)(S_2 - S_1) \Rightarrow x = \frac{(p - p_0)(S_2 - S_1)}{k} \Rightarrow$$

$$x = \frac{p_0(T - T_0)(S_2 - S_1)}{kT_0} = 6{,}25 \text{ cm}$$

b). Inițial gazul ocupă volumul $V_0 = S_2\ell + S_1\ell = (S_1 + S_2)\ell$ la presiunea p_0 și temperatura T_0 și după răcire volumul minim va fi $V = 2S_1\ell$, deoarece pistonul cu secțiunea S_2 se deplasează spre dreapta până se blochează.
Din condițiile de echilibru impuse pistoanelor în lipsa resortului vom obține:
pentru: S_1: $T = (p - p_0)S_1$.
pentru: S_2: $T = (p - p_0)S_2 \Rightarrow (p - p_0)S_1 = (p - p_0)S_2$, condiție îndeplinită întotdeauna, dacă $p = p_0$, deci gazul va suferi o transformare izobară.
Astfel: $\dfrac{V_0}{T_0} = \dfrac{V}{T'} \Rightarrow T' = \dfrac{V}{V_0}T_0 = \dfrac{2S_1\ell}{(S_1 + S_2)\ell}T_0 = \dfrac{2S_1T_0}{S_1 + S_2} \approx 266{,}66$ K

c) Dacă răcim gazul aflat în situația de la punctul **b**, gazul suferă o transformare izocoră, astfel că: $\dfrac{p_0}{T'} = \dfrac{p_f}{T_f} \Rightarrow p_f = \dfrac{p_0T_f}{T'}$.

Deoarece $T_f = \dfrac{T'}{2} \Rightarrow p_f = \dfrac{p_0}{2} = 5\cdot10^4$ Pa

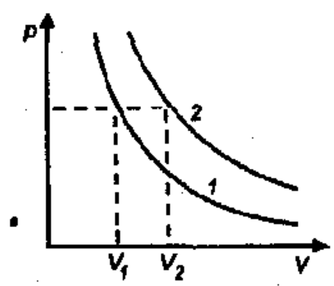


Fig. R 1.1.26

41. a) Fie cazul a două izoterme. Considerăm presiunea constantă, astfel încât $pV_1 = \nu RT_1$ și $pV_2 = \nu RT_2$, deoarece gazele ideale identice cu aceeași masă au același număr de moli. Prin împărțirea celor două relații obținem: $\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{T_1}{T_2} \Rightarrow T_2 = \dfrac{V_2}{V_1}T_1$.

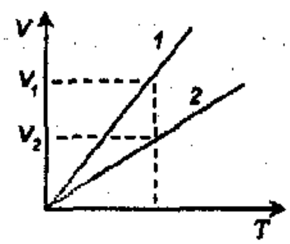
Din graficul R 1.1.26 avem $V_2 > V_1 \Rightarrow \dfrac{V_2}{V_1} > 1 \Rightarrow T_2 > T_1$, deci cu cât izotermele aceluiași gaz sunt trasate la temperaturi diferite, izoterma situată mai departe de axele de coordonate corespunde unei temperaturi mai mari, deci în cazul problemei relația dintre temeperaturi este $T_1 < T_2 < T_3$.

b) Deoarece gazele sunt de natură diferită utilizăm ecuația termică de stare, astfel că: $p_1V_1 = \nu_1RT$ și $p_2V_2 = \nu_2RT$.

Considerăm că $p_1=p_2$, adică alegem aceeași presiune pentru cele două gaze și împărțim relațiile, deci $\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{\nu_1}{\nu_2} = \dfrac{m}{\mu_1}\dfrac{\mu_2}{m} = \dfrac{\mu_2}{\mu_1}$, deoarece masele gazelor sunt egale. Cum din grafic $V_2 > V_1 \Rightarrow \mu_1 > \mu_2$ rezultă că dacă reprezentăm pentru aceeași masă de gaz izotermele la aceeași temperatură gazul cu masa molară cea mai mică are izoterma cea mai depărtată de axe, astfel că în cazul celor trei izoterme se obține $\mu_1 > \mu_2 > \mu_3$.

c) Pentru ca primele două izoterme trasate la aceeaşi temperatură pentru gaze diferite să coincidă trebuie ca în orice punct p, V şi T să aibă aceeaşi valoare, astfel că: $pV = \nu RT \Rightarrow \nu = \nu_1 = \nu_2 \Rightarrow \frac{m_1}{\mu_1} = \frac{m_2}{\mu_2} \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{\mu_1}{\mu_2}$, adică raportul maselor reprezintă raportul maselor molare ale celor două gaze.

Fig. R 1.1.27



42. a) Considerăm temperatura constantă, astfel că un gaz suferă între stările 1 şi 2 o transformare izotermă:

$$p_2V_2 = p_1V_1 \Rightarrow p_2 = p_1\frac{V_1}{V_2}.$$

Din graficul R 1.1.27, $V_1 > V_2 \Rightarrow p_2 > p_1$ rezultă că dacă reprezentăm în coordonate V şi T izobarele la diferite presiuni pentru acelaşi gaz, cu cât izobara este mai apropiată de axa temperaturii absolute cu atât presiunea este mai mare. Deoarece masele de gaze sunt egale şi sunt din acelaşi gaz rezultă că $\nu_1 = \nu_2 = \nu_3 = \nu$. Deci putem considera un singur gaz care suferă trei transformări izobare la presiuni diferite, astfel că $p_3 > p_2 > p_1$.

b) Deoarece gazele sunt de natură diferită, utilizăm ecuaţia termică de stare. Considerăm două gaze, astfel că: $pV_1 = \nu_1RT_1$ şi $pV_2 = \nu_2RT_2$. Considerăm că cele două gaze au aceeeaşi temperatură astfel că: $T_1 = T_2 = T$ şi acceaşi masă. Prin împărţirea relaţiilor obţinem: $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\nu_1}{\nu_2} = \frac{\mu_2}{\mu_1}$.

Cum $V_1 > V_2 \Rightarrow \mu_2 > \mu_1$, deci cu cât izobarele trasate la aceeaşi presiune pentru gaze diferite cu mase egale sunt mai apropiate de axa temperaturii absolute cu atât masa molară a gazului este mai mare. În cazul celor trei gaze diferite relaţia dintre masele molare în condiiţile problemei este: $\mu_3 > \mu_2 > \mu_1$.

c) Pentru ca cele trei izobare pentru gaze diferite să coincidă în cazul în care acestea sunt trasate la aceeaşi presiune trebuie ca să aibă acelaşi număr de moli, deoarece $\nu = \frac{pV}{RT} \Rightarrow \nu_1 = \nu_2 = \nu_3 \Rightarrow \frac{m_1}{\mu_1} = \frac{m_2}{\mu_2} = \frac{m_3}{\mu_3} \Rightarrow$

$m_1 : m_2 : m_3 = \mu_1 : \mu_2 : \mu_3$, adică raportul maselor gazelor se află în raportul maselor lor molare.

43. a) Deoarece gazele au aceeaşi masă şi sunt de aceeaşi natură, putem considera că $\nu = \frac{m}{\mu}$ moli de gaz ideal suferă transformări izocore la volume diferite şi menţinem şi temperatura constantă, astfel că:

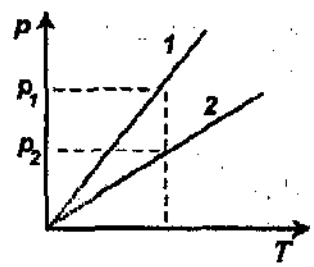


Fig. R 1.1.28

$p_1V_1 = p_2V_2$. Cum din graficul R 1.1.28, $p_2 < p_1$ şi $V_2 = \frac{p_1}{p_2}V_1 \Rightarrow V_2 > V_1$. Cu cât izocora unui gaz este trasată mai aproape de axa temperaturii absolute, cu atât volumul izocorei este mai mare. În cazul problemei se obţine $V_3 > V_2 > V_1$.

b) Deoarece gazele sunt de natură diferită, utilizăm ecuaţia de stare $pV = \nu RT = pV = \frac{m}{\mu}RT$. Cum gazele au aceeaşi presiune şi considerăm şi aceeaşi temperatură, împărţind ecuaţiile termice de stare pentru două gaze obţinem $\frac{p_1}{p_2} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{\mu_2}{\mu_1}$, deoarece $m_1 = m_2$. Cum din graficul R 1.1.28 $p_1 > p_2 \Rightarrow \mu_2 > \mu_1$. În cazul celor trei gaze diferite relaţia dintre masele molare în condiţiile problemei este $\mu_3 > \mu_2 > \mu_1$. Cu cât gazul este mai uşor izocora gazului este mai depărtată de axa temperaturii absolute, dacă se trasează izocorele la acelaşi volum şi pentru aceeaşi masă de gaz.

c) Prin definiţie $\rho = \frac{m}{V}$.

Din ecuaţia de stare $pV = \nu RT = pV = \frac{m}{\mu}RT \Rightarrow V = \frac{mRT}{p\mu} \Rightarrow \rho = \frac{p\mu}{RT}$.

Dar $tg\alpha = \frac{p}{T} \Rightarrow \rho = \frac{\mu}{R}tg\alpha = ct\ tg\alpha$.

Dacă α creşte, cum $tg\alpha$ este monoton crescătoare rezultă că ρ creşte. În graficul R 1.1.29, $\alpha_3 < \alpha_2 < \alpha_1 \Rightarrow \rho_3 < \rho_2 < \rho_1$, deoarece în condiţiile problemei se utilizează un singur gaz deoarece $\nu_1 = \nu_2 = \nu_3 = \nu$.

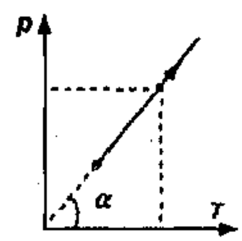


Fig. R 1.1.29

44. a. Numărul de molecule de oxigen este $N = N_A\nu = N_A m/\mu$=6,023·10^{25}

b. Din ecuaţia de stare $p_1V_1 = \nu_1RT_1 \Rightarrow V_1 = \frac{mRT_1}{\mu p_1}$ =2,493 m^3

c. Densitatea minimă atinsă de gaz este $\rho = m/V_2 = m/2V_1 \approx$ 0,64 kg/m^3

45. a) Reprezentarea grafică în coordonate p şi V este redată în graficul R 1.1.30:

b) Scriem legea transformării izoterme între stările 1 şi 2: $p_1V_1 = p_2V_2 \Rightarrow p_2 = p_1\frac{V_1}{V_2} = \frac{p_1}{4}$ =0,75 atm şi p_3=p_2=0,75 atm

c) $2 \rightarrow 3$ este o comprimare izobară şi legea acestei

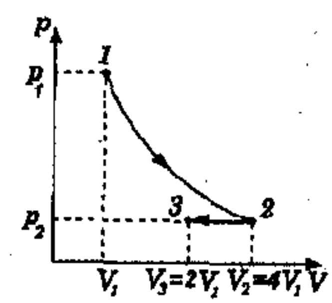


Fig. R 1.1.30

transformări este : $\frac{V_2}{T_2}=\frac{V_3}{T_3}\Rightarrow T_3=\frac{V_3T_2}{V_2}=\frac{2V_1T_1}{4V_1}=\frac{T_1}{2}$=200 K

46. **a.** Masa unei molecule de oxigen este $m_{O2}=\frac{\mu_{O2}}{N_A}\approx 5{,}31\cdot 10^{-26}$ kg

b. Numărul de molecule de oxigen care alcătuiesc gazul este $N=N_A\nu$ =12,046·10^{26} molecule

c. Conform ecuației de stare pentru starea 3, obținem:

$p_3V_3=\nu RT_3\Rightarrow T_3=p_3V_3/\nu R=3p_1V_1/2\nu R=3T_1/2$ =450 K

47. **a)** Deoarece densitatea gazului se menține constantă, iar $\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow V=ct$, rezultă că gazul suferă o transformare izocoră. Legea izocorei între stările 1 și 2 este: $\frac{p_1}{T_1}=\frac{p_2}{T_2}\Rightarrow p_2=\frac{p_1T_2}{T_1}=2p_1$.

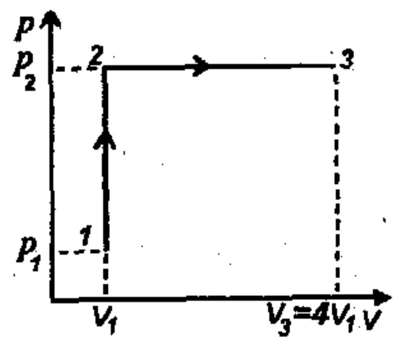


Fig. R 1.1.31

b) $\rho_1=\frac{m}{V_1}$ și din ecuația termică de stare:

$$p_1V_1=\nu RT_1=\frac{m}{\mu}RT_1\Rightarrow V_1=\frac{mRT_1}{p_1\mu}\Rightarrow \rho_1=\frac{p_1\mu}{RT_1}=0{,}32\ \text{kg/m}^3$$

c) Transformarea $2\rightarrow 3$ este izobară, astfel că:

$\frac{V_3}{T_3}=\frac{V_2}{T_2}\Rightarrow T_3=\frac{V_3T_2}{V_2}=\frac{4V_12T_1}{V_1}=8T_1$=2400 K$\Rightarrow t_3$=2127^{0}C

48. **a.** Numărul de molecule este $N=N_A\nu=N_Am/\mu$, astfel că numărul de molecule din unitatea de volum în starea 1 este: $n=N/V_1=N_Am/\mu V_1\Rightarrow$ n=12,046·10^{23} molecule

b. Legea transformării $1\rightarrow 2$ este de tipul $\frac{p}{V}$=ct$\Rightarrow \frac{p_1}{V_1}=\frac{p_2}{V_2}\Rightarrow p_2=\frac{p_1V_2}{V_1}\Rightarrow$

p_2=2p_1. Conform ecuației de stare $p_1V_1=\nu RT_1=mRT_1/\mu\Rightarrow p_1=mRT_1/\mu V_1$ $\Rightarrow p_2=2mRT_1/\mu V_1\approx 1{,}33\cdot 10^6$ Pa. Temperatura gazului în starea 2 este $T_2=p_2V_2/\nu R=4p_1V_1/\nu R=4T_1$=1600 K

c. Densitatea gazului în starea 3 este $\rho=m/V_3=m/2V_1$=3,2 kg/m^3.

49. **a)** Transformarea $1\rightarrow 2$ este izocoră, iar $3\rightarrow 1$ este o transformare izobară.

b) Determinăm parametrii stării 2: $p_2=3p_1=3\cdot 10^5$ Pa și $V_2=V_1$=1 L

Și pe baza legii transformării izocore avem:

$$\frac{p_1}{T_1}=\frac{p_2}{T_2}\Rightarrow T_2=\frac{p_2T_1}{p_1}=3T_1=900\ \text{K}\Rightarrow t_2=627^{\circ}\text{C}$$

Parametrii stării 3 sunt: $p_3=p_1=10^5$ N/m^2 şi $T_3=T_2=900$ K$\Rightarrow t_3=627^{\circ}$C

Pe baza legii transformării izoterme între stările 2 şi 3 obţinem:

$$p_2V_2=p_3V_3\Rightarrow V_3=\frac{p_2V_2}{p_3}=\frac{3p_1}{p_1}V_1=3V_1=3\ \text{L}$$

Am reprezentat succesiunea de transformări în coordonate (V,T) şi (p,T) în graficele R 1.1.32.

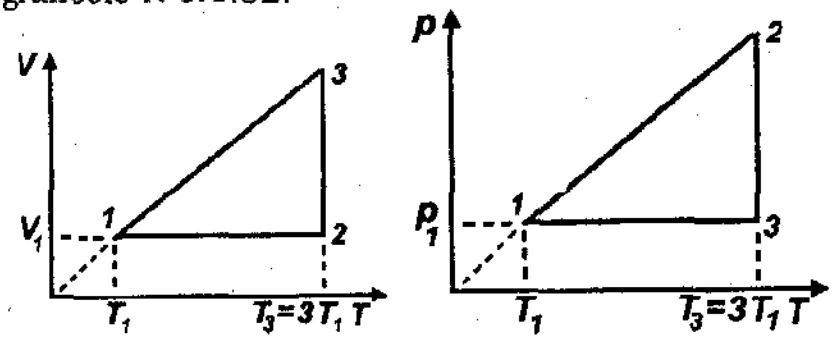


Fig. R 1.1.32

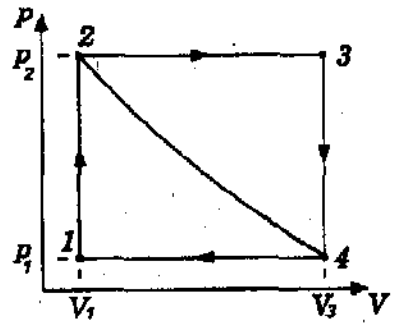


Fig. R 1.1.33

50. a. Reprezentarea succesiunii de transformări în coordonate p şi V este redată în graficul R 1.1.33.

b. Numărul de moli de azot este $\nu=p_1V_1/RT_1$, astfel că masa azotului $m=\mu\nu=\mu p_1V_1/RT_1\approx1{,}123$ g şi numărul de molecule de azot este $N=N_A\nu=N_A\ p_1V_1/RT_1\approx2{,}41\cdot10^{22}$ molecule

c. Densitatea gazului în starea 3 este $\rho=m/V_3=\mu\nu/V_3$. Cum $V_3=\nu RT_3/p_3\Rightarrow$ $\rho_3=p_3\mu/RT_3=p_2\mu/RT_3$. Scriem ecuaţiile de stare în cele patru stări: $p_1V_1=\nu RT_1;\ p_2V_1=\nu RT_2;\quad p_2V_3=\nu RT_3$ şi $p_1V_3=\nu RT_4$. Înmulţim prima ecuaţie cu a treia şi a doua cu a patra, astfel că: $p_1p_2V_1V_3=\nu^2R^2T_1T_3$ şi $p_1p_2V_1V_3=\nu^2R^2T_2T_4=\nu^2R^2T_2^2$. Din cele două ecuaţii obţinem: $T_1T_3=T_2^2\Rightarrow$ $T_3=\frac{T_2^2}{T_1}$. Din legea transformării izocore obţinem: $\frac{p_1}{T_1}=\frac{p_2}{T_2}\Rightarrow\ T_2=\frac{p_2T_1}{p_1}\Rightarrow$

$T_2=450$ K$\Rightarrow T_3=675$ K$\Rightarrow\rho_3\approx0{,}75$ kg/m^3

51. a) În punctul x (fig R 1.1.34) în care izoterma devine tangentă la reprezetarea grafică a procesului 1-2 în coordonate p si V, temperatura absolută este maximă. Pentru a determina valoarea acestei temperaturi utilizăm ecuaţia termică de stare: $pV=\nu RT\Rightarrow T=\frac{pV}{\nu R}$.

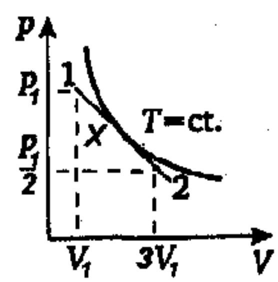


Fig. R 1.1.34

Determinăm ecuaţia procesului 1-2 în coordonate p şi V.

Deoarece presiunea gazului depinde liniar de volumul acestuia: $p = aV + b$, unde a şi b sunt constante. Determinăm valorile constantelor a şi b punând condiţia ca dreapta să treacă prin punctele 1 şi 2 şi obţinem sistemul de ecuaţii: $p_1 = aV_1 + b$ (1) şi $\frac{p_1}{2} = 3aV_1 + b$ (2). Prin scăderea celor două ecuaţii obţinem: $\frac{p_1}{2} = -2aV_1 \Rightarrow a = -\frac{p_1}{4V_1}$ şi introducând a în (1) obţinem:

$$b = p_1 - aV_1 = p_1 + \frac{p_1}{4} = \frac{5p_1}{4} \Rightarrow p = -\frac{p_1}{4V_1}V + \frac{5p_1}{4} \Rightarrow$$

$T = \frac{pV}{\nu R} = -\frac{p_1V^2}{4\nu RV_1} + \frac{5p_1V}{4\nu R}$ este o funcţie de gradul doi în V cu coeficientul lu V^2 negativ, ceea ce arată că această funcţie atinge un maxim. Utilizând ecuaţia de gradul doi: $T = AV^2 + BV + C$, găsim prin identificare $A = -\frac{p_1}{4\nu RV_1}$; $B = \frac{5p_1}{4\nu R}$; $C = 0$.

Determinăm valoarea lui V pentru care temperatura ajunge la valoarea maximă. Pentru aceasta utilizăm coordonatele vârfului parabolei. Obţinem:

$V_{T_{max}} = -\frac{B}{2A} = \frac{5}{2}V_1$, deoarece $V_{T_{max}} \in [V_1, V_2]$ înseamnă că pe transformarea 1-2 se obţine o temperatură maximă a cărei valoare se poate afla fie utilizând cealaltă coordonată a vârfului parabolei: $T_{max} = -\frac{\Delta}{4A} = -\frac{B^2}{4A}$ sau introducând valoarea lui $V_{T_{max}}$ în funcţia ce redă dependenţa lui T în funcţie de V.

$$T_{max} = -\frac{p_1}{4\nu RV_1} \cdot \frac{25}{4}V_1^2 + \frac{5p_1}{4\nu R}\frac{5}{2}V_1 = \frac{25p_1V_1}{16\nu R} = \frac{25}{16}T_1 = 1250 \text{ K}$$

Obs: Dacă $V_{T_{max}} \notin [V_1, V_2]$ înseamnă că pe transformarea $1 \rightarrow 2$ temperatura variază monoton (creşte sau scade). Pentru a preciza cum variază temperatura în acest caz calculăm T_1 şi T_2 şi apoi le comparăm.

52. a) Conform definiţiei $\rho = \frac{m}{V}$ şi utilizând ecuaţia termică de stare

$$pV = \nu RT = \frac{m}{\mu}RT \Rightarrow V = \frac{mRT}{p\mu} \Rightarrow \rho_1 = \frac{p\mu}{RT_1} \approx 2{,}326 \text{ kg/m}^3$$

b) Prin încălzirea vasului, aerul iese din acesta, astfel că masa care părăseşte vasul se calculează scăzînd din masa iniţială a gazului din vas masa finală a gazului din vas:

$$m_c = m_1 - m_2 = \mu\nu_1 - \mu\nu_2 = \mu\left(\frac{pV}{RT_1} - \frac{pV}{RT_2}\right) \Rightarrow m_c = \frac{\mu pV}{RT_1T_2}(T_2 - T_1) = 2{,}326 \text{ g}$$

c) După ce din vas a ieşit gaz la temperatura t_2 şi acesta se închide în el presiunea gazului este p. După depozitarea într-o încăpere gazul suferă o transformare izocoră, astfel că utilizând legea izocorei obţinem:

$$\frac{p}{T_2} = \frac{p'}{T_1} \Rightarrow p' = \frac{pT_1}{T_2} \approx 1{,}67 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

53. a) Utilizăm ecuaţia termică de stare pentru gazul care a pătruns în corpul de pompă: $p_0V_1 = \nu RT = \dfrac{m}{\mu}RT \Rightarrow m = \dfrac{p_0V_1\mu}{RT} \approx 0{,}116$ g

b) Numărul de moli finali din vas este $\nu_f = \dfrac{p_fV}{RT}$, cel iniţial din vas $\nu_i = \dfrac{p_iV}{RT}$ şi numărul de moli din corpul de pompă $\nu_0 = \dfrac{p_0V}{RT}$. Utilizăm legea de conservare a numărului de moli: $\nu_f = \nu_i + N\nu_0 \Rightarrow \dfrac{p_fV}{RT} = \dfrac{p_iV}{RT} + \dfrac{Np_0V_1}{RT}$

$$\Rightarrow N = \frac{(p_f - p_i)\cdot V}{p_0V_1} \approx 20$$

54. a) Aflăm presiunea care se obţine în vas după prima cursă a pompei de vidare. Iniţial gazul se află numai în vas şi apoi pătrunde în corpul de pompă *la aceeaşi temperatură mărindu-şi volumul, astfel presiunea gazului scade.* Utilizăm ecuaţia transformării izoterme şi aflăm presiunea p_1 la sfârşitul primei curse: $p_0V = p_1(V + V_1) \Rightarrow p_1 = \dfrac{p_0V}{V + V_1}$.

Se închide supapa care leagă vasul cu pompa şi se evacuează gazul care a pătruns în corpul de pompă. La începutul cursei a doua a pompei în vas presiunea este p_1 şi după deschiderea supapei care leagă vasul cu pompa presiunea în vas devine p_2 calculabilă cu ajutorul legii izotermei rezultă că:

$$p_1V = p_2(V + v) \Rightarrow p_2 = p_1\frac{V}{V + V_1} = p_0\left(\frac{V}{V + V_1}\right)^2.$$

Apoi după închiderea supapei gazul care a pătruns în corpul de pompă este din nou evacuat. Pe baza acestui raţionament, după n curse presiunea în vas devine:

$$p_n = p_0\left(\frac{V}{V+V_1}\right)^n \Rightarrow \frac{p}{p_0} = \left(\frac{V}{V+V_1}\right)^n \Rightarrow \lg\left(\frac{p}{p_0}\right) = n\lg\left(\frac{V}{V+V_1}\right)^n \Rightarrow n = \frac{\lg\left(\frac{p_0}{p}\right)}{\lg\left(\frac{V+V_1}{V}\right)} \approx 349$$

55. a) Utilizăm ecuația termică de stare: $pV = \nu RT = \frac{m}{\mu}RT \Rightarrow V = \frac{mRT}{p\mu}$ și

cum $\rho = \frac{m}{V} = \frac{p\mu}{RT} \approx 3{,}21\ \mathrm{kg/m^3}$

b) Deoarece presiunea în butelie este mai mare decât cea atmosferică, când butelia se deschide iese gaz din aceasta până când presiunea din butelie devine egală cu cea atmosferică. Astfel: $m_{iesita} = m_i - m_f$

$$m_{iesita} = \mu\nu_i - \mu\nu_f = \mu(\nu_i - \nu_f) \Rightarrow m_{iesita} = \mu\left(\frac{pV}{RT} - \frac{p_0V}{RT}\right) = \frac{\mu(p-p_0)V}{RT}.$$

Raportul cerut este $f = \frac{m_{ramasă}}{m_{iesita}}$

și cum $m_f = m_{rmasă} = \mu\nu_f = \frac{\mu \cdot p_0V}{RT} \Rightarrow f = \frac{p_0}{p-p_0} \approx 0{,}667$

56. a) Calculăm numărul de moli din butelie: $N = N_A\nu = N_A\frac{m}{\mu} \approx 1{,}8 \cdot 10^{25}$ molecule

b) Deoarece pereții buteliei nu suportă presiunii mai mari decât Δp și în exterior este presiunea p_0, înseamnă că în butelie presiunea maximă este $p_1 = \Delta p + p_0$.

Deoarece transformarea gazului din butelie este izocoră, utilizăm ecuația acestei transformări: $\frac{p}{T} = \frac{p_1}{T_1} \Rightarrow T_1 = \frac{p_1T}{p} = \frac{(p_0+\Delta p)T}{p} = 600\ \mathrm{K} \Rightarrow$

temperatura în grade Celsius este $t_1 = 327^{o}\mathrm{C}$

c) Oxigenul iese din butelie până ce presiunea în aceasta devine p_0. Calculăm numărul de moli care ies din butelie: $\Delta\nu = \nu_i - \nu_f = \frac{pV}{RT} - \frac{p_0V}{RT} = \frac{(p-p_0)V}{RT}$.

Calculăm volumul V_1 ocupat de acești moli de oxigen la presiunea p_0 și la teperatura T pe baza ecuației termice de stare, astfel că:

$$p_0V_1 = (\Delta\nu)RT \Rightarrow V_1 = \frac{(\Delta\nu)RT}{p_0} = \frac{(p-p_0)V}{p_0} \text{ cu } V = \frac{mRT}{\mu p}.$$

Cum prin definiţie debitul volumic este: $D_V = \frac{V_1}{t} \Rightarrow t = \frac{(p-p_0)mRT}{\mu \cdot pp_0 D_V} \Rightarrow$

t=100 min

57. a) Prin definiţie numărul de molecule din unitatea de volum reprezintă fizic concentraţia volumică $n = \frac{N}{V}$.

Pe baza ecuaţiei termice de stare $pV = \nu RT \Rightarrow \nu = \frac{pV}{RT}$ şi din

$N = N_A \nu = N_A \frac{pV}{RT} \Rightarrow n = \frac{pN_A}{RT} \approx 3{,}62 \cdot 10^{26}$ molecule

b) $\frac{\Delta p}{p} = \frac{p_f - p}{p} = \frac{p_f}{p} - 1$, reprezintă variaţia relativă a presiunii.

Cum transformarea oxigenului este o treansformare izocoră, aplicăm legea transformării izocore: $\frac{p_f}{T_f} = \frac{p}{T} \Rightarrow \frac{p_f}{p} = \frac{T_f}{T} = n \Rightarrow \frac{\Delta p}{p} = n - 1 = 2$

c) Prin definiţie masa molară este: $\mu_{am} = \frac{m}{\nu} = \frac{m}{\nu_{mono} + \nu_{bi}}$.

Fracţiunea de disociere reprezintă numărul de molecule care disociază din numărul iniţial de molecule, astfel că: $f = \frac{N_{dis}}{N_i} \Rightarrow N_{dis} = fN_i$. Calculăm numărul de moli proveniţi de la atomii obţinuţi prin disocierea moleculelor biatomice. Deoarece prin disocierea unei molecule bioatomice se obţin doi atomi, înseamnă că prin disocierea a N_{dis} molecule biatomice se obţin

$$N_{atomi} = 2N_{dis} = 2fN_i \Rightarrow \nu_{mono} = \frac{N_{atomi}}{N_A} = \frac{2fN_i}{N_A} \Rightarrow \nu_{mono} = 2f\nu_i.$$

Calculăm numărul de moli proveniţi de la restul de molecule biatomice care nu au disociat astfel:

$\nu_{bi} = \frac{N_{nedis}}{N_A} = \frac{N_i - N_{dis}}{N_A} = \frac{N_i - fN_i}{N_A} = \frac{(1-f)N_i}{N_A} = (1-f)\nu_i$ astfel că:

$\nu_f = \nu_{mono} + \nu_{bi} = (1+f)\nu_i$. Obţinem masa molară a amestecului:

$$\mu_{am} = \frac{m}{(1+f)\nu_i} = \frac{\mu}{1+f} = 20 \text{ g/mol}$$

58. a) Impunem condiția de echilibru pistonului (fig R 1.1.34). Astfel scalar $F_p = F_{el} \Rightarrow p_1 S = kh_1 \Rightarrow p_1 = \dfrac{kh_1}{S}$.

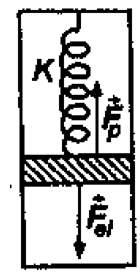


Fig. R 1.1.34

Utilizăm ecuația termică de stare în starea inițială:

$$p_1 V_1 = \nu_1 R T_1 \Rightarrow \frac{kh_1}{S} S h_1 = \nu_1 R T_1 \Rightarrow kh_1^2 = \nu_1 R T_1 \quad (1).$$

Procedăm la fel după ce se introduce sub piston o altă cantitate de gaz, astfel că $\nu_2 = n\,\nu_1$ și $p_2 = \dfrac{kh_2}{S}$.

Din ecuația de stare obținem: $kh_2^2 = \nu_2 R T_2$ (2).

Împărțim cele două ecuații (2) la (1) și obținem:

$$\left(\frac{h_2}{h_1}\right)^2 = \frac{\nu_2}{\nu_1}\frac{T_2}{T_1} = n\frac{T_2}{T_1} \Rightarrow h_2 = h_1\sqrt{n\frac{T_2}{T_1}} \approx 24{,}5 \text{ cm}$$

59. a. Masa unei molecule de azot este $m_{0N2} = \mu_{N2}/N_A \approx 4{,}65 \cdot 10^{-26}$ **kg**

b. Scriem ecuațiile de stare pentru gazele aflate în compartimentele *A* și *B*:

$$p_A V_A = \nu_A R T_A = mRT_A/\mu_{O_2} \text{ și } p_B V_B = \nu_B R T_B = mRT_B/\mu_{N_2}.$$

Împărțim ecuațiile și obținem: $\dfrac{p_A V_A}{p_B V_B} = \dfrac{\mu_{N_2} T_A}{\mu_{O_2} T_B} \Rightarrow \dfrac{p_A}{p_B} = \dfrac{\mu_{N_2} T_A V_B}{\mu_{O_2} T_B V_A} \approx 0{,}583$

c. Dacă pistonul se deblochează, presiunile celor două gaze au aceeași valoare. Ecuațiile de stare pentru gazele aflate în compartimentele *A* și *B* după deblocarea pistonului sunt:

$$pV_A' = \nu_A RT = mRT/\mu_{O_2} \text{ și } pV_B' = \nu_B RT = mRT/\mu_{N_2}.$$

Împărțind cele două ecuații obținem: $\dfrac{V_A'}{V_B'} = \dfrac{\mu_{N_2}}{\mu_{O_2}} = 0{,}875$

60. a. Deoarece pistonul se află în echilibru mecanic la mijlocul cilindrului presiunile gazelor în cele două compartimente sunt egale. Scriem ecuațiile de stare pentru gazele aflate în cele două compartimente: $pV = mRT_1/\mu_{O_2}$ și $pV = mRT_2/\mu_{N_2}$. Din cele două ecuații obținem: $\dfrac{T_1}{\mu_{O_2}} = \dfrac{T_2}{\mu_{N_2}} \Rightarrow \dfrac{T_1}{T_2} = \dfrac{\mu_{O_2}}{\mu_{N_2}} \Rightarrow$

$T_1/T_2 \approx 1{,}14$

b. Deoarece $T_1 > T_2$ azotul se încălzește și se dilată, pistonul deplasându-se pe distanța *x*. Scriem ecuația generală a azotului: $\dfrac{pV}{T_2} = \dfrac{p' S(L/2 + x)}{T_1}$ (1) și ecuația transformării izoterme a oxigenului: $pV = p' S(L/2 - x)$ (2). Împărțind cele două ecuații, obținem:

$$\frac{T_1}{T_2}=\frac{L/2+x}{L/2-x}\Rightarrow x=\frac{(T_1-T_2)L}{2(T_1+T_2)}=\frac{(\mu_{O_2}-\mu_{N_2})L}{2(\mu_{O_2}+\mu_{N_2})}\approx 5 \text{ cm}$$

c. După îndepărtarea pistonului masa molară a amestecului format din cele două gaze este $\mu=\frac{m_t}{\nu_t}=\frac{2m}{\nu_1+\nu_2}=\frac{2m}{\frac{m}{\mu_{O_2}}+\frac{m}{\mu_{N_2}}}=\frac{2\mu_{O_2}\mu_{N_2}}{\mu_{O_2}+\mu_{N_2}}\approx 29{,}87 \text{ g/mol}$

61. a. Deoarece pistonul se află în echilibru la mijlocul cilindrului, gazele ocupă volume egale la presiuni egale. Calculăm din ecuațiile de stare numărul de moli din fiecare compartiment. Astfel că: $\nu_1=\frac{pV}{RT_1}$ și $\nu_2=\frac{pV}{RT_2}$.

Raportul maselor celor două gaze este $\frac{m_1}{m_2}=\frac{\mu_{N_2}\nu_1}{\mu_{CO}\nu_2}=\frac{\mu_{N_2}T_2}{\mu_{CO}T_1}$, unde masele molare se calculează ținând cont că sunt numeric egale cu masa moleculară relativă: $\mu_{N_2}=m_{rN_2}=2m_{rN}$ =28 g/mol și $\mu_{CO}=m_{rCO}=m_{rC}+m_{rO}$ =28 g/mol$\Rightarrow$ $m_1/m_2\approx 1{,}035$

b. Raportul numărului de molecule celor două gaze este $\frac{N_1}{N_2}=\frac{N_A\nu_1}{N_A\nu_2}=\frac{T_2}{T_1}\approx 1{,}035$

c. Fie V_1 volumul ocupat de azot după încălzirea acestuia cu ΔT. Scriem legea transformării azotului: $\frac{pV}{2T}=\frac{p'V_1}{T_1+\Delta T}$ și a monooxidului de carbon: $pV/2=p'(V-V_1)$. Din cele două ecuații obținem: $V_1=\frac{(T_1+\Delta T)V}{2T_1+\Delta T}$ =5,9 dm^3

$\Rightarrow$ variația volumului ocupat de azot este $\Delta V=V_1-V/2$ =0,1 dm^3

62. a. Scriem ecuațiile de stare ale gazelor din cele două compartimente în starea inițială: $p_1V=\frac{m_1}{\mu}RT_1$ și $p_2V=\frac{m_2}{\mu}RT_2$. Împărțind cele două relații obținem raportul presiunilor inițiale ale gazelor din cele două compartimente: $\frac{p_1}{p_2}=\frac{m_1T_1}{m_2T_2}$ =0,25

b. Scriem ecuațiile de stare ale gazelor din cele două compartimente în starea finală: $p_1'V=\frac{m_1}{\mu}RT$ și $p_2'V=\frac{m_2}{\mu}RT\Rightarrow\frac{p_1'}{p_2'}=\frac{m_1}{m_2}\approx 0{,}33$

c. Dacă pistonul se deblochează presiunile hidrogenului în cele două compartimente devin egale, astfel că pe baza ecuațiilor de stare:

$$pV_1 = \frac{m_1RT}{\mu} \text{ şi } pV_2 = \frac{m_2RT}{\mu} \text{ obţinem } \frac{V_1}{V_2} = \frac{m_1}{m_2} \approx 0{,}33$$

63. a) Până ce balonul nu explodează, gazele din cele două incinte suferă transformări izocore. Calculăm pe baza ecuaţiei de stare presiunile în fiecare incintă imediat înainte de explozie:

$$p_1V_1 = \nu_1RT_1 \Rightarrow p_1 = \frac{\nu_1RT_1}{V_1} \text{ şi } p_2(V_2 - V_1) = \nu_2RT \Rightarrow p_2 = \frac{\nu_2RT}{V_2 - V_1}. \text{ Cum}$$

$$p = p_1 - p_2 = RT\left(\frac{\nu_1}{V_1} - \frac{\nu_2}{V_2 - V_1}\right) \Rightarrow T = \frac{p}{R\left(\frac{\nu_1}{V_1} - \frac{\nu_2}{V_2 - V_1}\right)} \Rightarrow T = \frac{pV_1(V_2 - V_1)}{R[\nu_1(V_2 - V_1) - \nu_2V_1]}$$

$\Rightarrow T = 401{,}12$ K

b) După explozie gazele se amestecă şi aplicăm pentru a afla presiunea finală p_f ecuaţia termică de stare:

$$p_fV_2 = (\nu_2 + \nu_1)RT \Rightarrow p_f = \frac{(\nu_2 + \nu_1)RT}{V_2} \Rightarrow p_f = \frac{(\nu_2 + \nu_1)pV_1(V_2 - V_1)}{V_2[\nu_1(V_2 - V_1) - \nu_2V_1]} = 6{,}86 \cdot 10^8 \text{ Pa}$$

c) Pentru ca explozia să nu se producă oricât ar creşte temperatura, trebuie să nu se poată atinge valoarea p, ceea ce se realizează numai dacă este îndeplinită condiţia: $\frac{\nu_1'}{\nu_2'} = \frac{V_2 - V_1}{V_1} = 50$

64. a) Deoarece pistonul rămâne în aceeaşi poziţie după deblocare, trebuie să se acţioneze cu o forţă dinspre incinta 2 spre incinta 1 (fig R 1.1.35), astfel că: $F_{p_1} = F_{p_2} + F \Rightarrow F = F_{p_1} - F_{p_2}$

$\Rightarrow F = (p_1 - p_2)S = 200$ N.

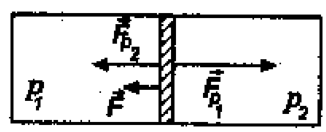


Fig. R 1.1.35

b) Lăsat liber pistonul se va afla în echilibru când presiunile din cele două incinte vor fi egale. Transformările gazelor din cele două compartimente sunt izoterme, astfel că vom aplica legea acestei transformări pentru studiul gazelor din cele două compartimente. Pentru azotul din compartimentul 1:

$p_1S\frac{\ell}{2} = pS\ell_1$ (1), unde ℓ_1 reprezintă lungimea incintei 1, iar pentru azotul din compartimentul 2: $p_2S\frac{\ell}{2} = pS\ell_2 = pS(\ell - \ell_1)$ (2), unde ℓ_2 reprezintă lungimea incintei 2. Împărţim relaţiile (1) la (2) şi obţinem:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{\ell_1}{\ell - \ell_1} \Rightarrow \ell_1 = \frac{p_1\ell}{p_1 + p_2} = 1{,}2 \text{ m şi } \ell_2 = \ell - \ell_1 = \frac{p_2\ell}{p_1 + p_2} = 0{,}8 \text{ m}$$

c) Pentru ca pistonul lăsat liber să se afle la mijlocul cilindrului, trebuie să scoatem gaz din compartimentul cu presiunea mai mare, adică din compartimentul 1, până ce se ajunge la presiunea din compartimentul 2.

$$m = m_i - m_f = \mu v_i - \mu v_f = \mu\left(\frac{p_1 V}{2RT} - \frac{P_2 V}{2RT}\right) = \frac{\mu S\ell}{2RT}(p_1 - p_2) \Rightarrow m \approx 2{,}326\text{g}$$

65. a) Pentru a afla masa de gaz din fiecare compartiment utilizăm ecuaţia termică de stare: $p_0 S\ell = vRT = \frac{m}{\mu}RT \Rightarrow m = \frac{\mu p_0 S\ell}{RT} \approx 2{,}246$ g

b) Studiem transformările azotului din fiecare compartiment. Deoarece în final pistonul se află în echilibru trebuie ca în ambele compartimente presiunea sa aibă aceeaşi valoare p'. Dacă pistonul se deplasează spre drepta ca în figura R 1.1.36 scriem ecuaţia proceselor generale pentru fiecare gaz.

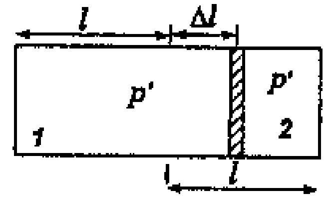


Fig. R 1.1.36

Pentru gazul din compartimentul 1: $\frac{pS\ell}{T} = \frac{p'S(\ell + \Delta\ell)}{T + \Delta T}$ (1).

Pentru gazul din compartimentul 2: $\frac{pS\ell}{T} = \frac{p'S(\ell - \Delta\ell)}{T - \Delta T}$ (2).

Din cele două ecuaţii obţinem: $\frac{\ell + \Delta\ell}{T + \Delta T} = \frac{\ell - \Delta\ell}{T - \Delta T} \Rightarrow \Delta T = \frac{T\Delta\ell}{\ell} = 120$ K.

c) Deoarece pistonul se menţine în echilibru la jumătatea cilindrului în compartimente trebuie să fie aceeaşi presiune şi anume cea mai mică. Această presiune se obţine în compartimentul răcit, iar gazul din acest compartiment suferă o transformare izocoră, astfel că: $\frac{p_0}{T} = \frac{p_1}{T - \Delta T} \Rightarrow p_1 = \frac{p_0(T - \Delta T)}{T}$. Deci din compartimentul încălzit trebuie să scoatem gaz, astfel că:

$$m_{extras} = m_i - m_f = \mu v_i - \mu v_f = \mu(v_i - v_f) \Rightarrow m_{extras} = \mu\left(\frac{p_0 S\ell}{RT} - \frac{p_1 S\ell}{R(T + \Delta T)}\right) =$$

$$= \frac{\mu S\ell}{R}\left(\frac{p_0}{T} - \frac{p_0(T - \Delta T)}{T(T + \Delta T)}\right) \Rightarrow m_{extras} = \frac{2\mu S\ell p_0 \Delta T}{RT(T + \Delta T)} = 1{,}123 \text{ g.}$$

66. a) Deoarece pistonul se află la echilibru mecanic presiunile gazelor de-o parte şi de cealaltă a lui sunt egale. Scriem ecuaţia termică de stare pentru fiecare gaz (fig R 1.1.37) şi obţinem pentru hidrogen $pV_{H_2} = \frac{m_1}{\mu_{H_2}}RT$ şi pentru oxigen $pV_{O_2} = \frac{m_2}{\mu_{O_2}}RT$.

Fig. R 1.1.37

Apoi împărţim relaţiile şi obţinem: $\frac{V_{H_2}}{V_{O_2}} = \frac{m_1}{m_2} \cdot \frac{\mu_{O2}}{\mu_{H2}} = 2$

b) Studiem transformările gazelor: astfel hidrogenul suferă o transformare generală dată de legea: $\frac{pV_{H_2}}{T_1}=\frac{p'S\ell_{H_2}}{T_2}$, iar oxigenul o transformare izotermă astfel că: $pV_{O_2}=p'S(\ell-\ell_{H_2})$. Împărţim relaţiile şi obţinem:

$$\frac{V_{H_2}}{T_1V_{O_2}}=\frac{\ell_{H2}}{T_2(\ell-\ell_{H_2})}\Rightarrow V_{H_2}T_2\ell-V_{H_2}T_2l_{H_2}=T_1V_{O_2}\ell_{H_2}\Rightarrow\ell_{H_2}=\frac{V_{H_2}T_2\ell}{T_1V_{O_2}+V_{H_2}T_2}$$

Cum $V_{H_2}=2V_{O_2}\Rightarrow\ell_{H_2}=\frac{2\ell T_2}{T_1+2T_2}\approx 72{,}72$ cm

c) Aplicăm ecuaţia termică de stare pentru amestecul de gaze aflat la temperatura absolută T_3, astfel că:

$$pS\ell=(\nu_1+\nu_2)RT_3=\left(\frac{m_1}{\mu_{H_2}}+\frac{m_2}{\mu_{O_2}}\right)RT_3\Rightarrow p=\left(\frac{m_1}{\mu_{H_2}}+\frac{m_2}{\mu_{O_2}}\right)\frac{RT_3}{S\ell}\approx 2{,}49\cdot10^6\ \text{Pa}$$

67. a) $m=\mu_{O_2}\nu_1=64$ g

b) Pistonul se află în echilibru, astfel că rezultanta forţelor care acţionează asupra pistonului este nulă (fig R 1.1.38). Obţinem:

$$F_p=F_{p_0}+G\Rightarrow pS=p_0S+Mg\Rightarrow p=p_0+\frac{Mg}{S}$$

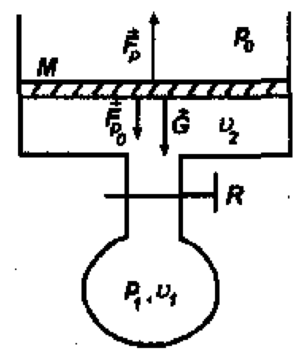


Fig. R 1.1.38

p=1,15·10^5 Pa de unde rezultă că presiunea amestecului de gaze când se deschide robinetul are aceeaşi valoare ca cea calculată anterior. Deoarece gazul din cilindru are deja presiunea p, înseamnă că după deschiderea robinetului oxigenul din balon se destinde izoterm până ce presiunea lui devine p şi astfel pistonul cu masa M se deplasează. Aplicăm pentru oxigen legea transformării izoterme:

$$p_1V_1=p(V_1+S\Delta x)\Rightarrow\Delta x=\frac{(p_1-p)V_1}{pS}.$$

Utilizăm ecuaţia de stare pentru a afla volumul oxigenului din balon:

$$p_1V_1=\nu_1RT_1\Rightarrow V_1=\frac{\nu_1RT_1}{p_1}\approx 40\ \text{L}\Rightarrow\Delta x=\frac{(p_1-p)\nu_1RT}{Sp_1p}\approx 1{,}73\ \text{m}$$

c) Aflăm volumul total ocupat în final de amestec, utilizând ecuaţia termică de stare: $pV=(\nu_1+\nu_2)RT\Rightarrow V=\frac{(\nu_1+\nu_2)RT}{p}\approx 0{,}108$ m^3

68. a) Deoarece pistonul mobil este în echilibru înseamnă că presiunile celor două gaze sunt egale cu p. Utilizăm ecuaţiile de stare pentru cele două gaze:

Pentru oxigen: $pV_1 = \nu_1 RT = \dfrac{m_1}{\mu_{O_2}} RT$, iar pentru azot: $pV_2 = \nu_2 RT = \dfrac{m_2}{\mu_{N_2}} RT$

de unde rezultă că prin împărțirea relațiilor obținem:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{m_1}{m_2} \cdot \frac{\mu_{N_2}}{\mu_{O_2}} \Rightarrow m_2 = m_1 \frac{V_2}{V_1} \cdot \frac{\mu_{N_2}}{\mu_{O_2}} = 84 \text{ g}$$

b) Volumul cilindrului este $V = V_1 + V_2 = 4V_1$. Se obțin în starea inițială volumele: $V_1 = \dfrac{V}{4}$ și $V_2 = \dfrac{3V}{4}$

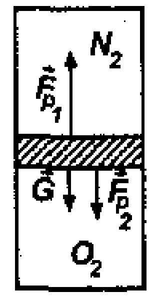


Fig. R 1.1.39

Deoarece ν_{N_2} este constant și temperatura nu se schimbă înseamnă că azotul suferă o transformare izotermă, astfel că:

$$pV_2 = p_2 \frac{V}{2} \Rightarrow p\frac{3V}{4} = p_2 \frac{V}{2} \Rightarrow p_2 = \frac{3p}{2}.$$

Impunem ecuația de echilibru pistonului (fig R 1.1.39):

$$F_{p_2} + G = F_1 \Rightarrow p_2 S + mg = p_1 S \Rightarrow p_1 = p_2 + \frac{mg}{S} = \frac{3p}{2} + \frac{mg}{S}.$$

Calculăm masa de oxigen care trebuie introdusă sub piston pentru ca aceasta să se afle la jumătatea cilindrului:

$\Delta m = m_f - m_i = \dfrac{p_1 V}{2RT}\mu - \dfrac{pV_1}{RT}\mu$, unde masele se calculează din ecuația termică de stare: $\Delta m = \dfrac{\mu V}{2RT}\left(p_1 - \dfrac{p}{2}\right) \Rightarrow \Delta m = \left(p + \dfrac{mg}{S}\right)\dfrac{V\mu}{2RT} \approx 7{,}7 \text{ g}$

c) Utilizăm ecuația termică de stare după înlăturare pistonului și obținem:

$$p_f V = (\nu_1 + \nu_2)RT = \left(\frac{m_1}{\mu_{O_2}} + \frac{m_2}{\mu_{N_2}}\right)RT \Rightarrow p_f = \left(\frac{m_1}{\mu_{O_2}} + \frac{m_2}{\mu_{N_2}}\right)\frac{RT}{V} \Rightarrow p_f = 2{,}493 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

69. a) Deoarece cilindrii sunt orizontali, iar pistoanele și lichidul se află în echilibru înseamnă că presiunile în trei cilindrii sunt inițial egale, astfel că din ecuația de stare $pS(L-a) = \nu RT \Rightarrow \nu_1 = \nu_2 = \nu_3 = \nu$, deci în fiecare compartiment se află același număr de moli. Cum $N = \nu N_A \Rightarrow N_1 : N_2 : N_3 = 1:1:1$, adică în fiecare compartiment se află același număr de molecule.

b) Când pistonul ajunge la capătul cilindrului 1 la încălzirea gazului din acesta, împinge lichidul și acesta din motive de simetrie pătrunde în mod egal cu ceilalți doi cilindri, astfel că volumul final al acestora devine:

$$V_2' = S\left(L - a - \frac{a}{2}\right) = S\left(L - \frac{3a}{2}\right).$$

Studiem transformarea generală a gazului din cilindrul (1), cel încălzit, astfel că obținem: $\frac{pS(L-a)}{T}=\frac{p'SL}{T'}$ (1).

Studiem transformarea izotermă a unui gaz din ceilalți doi cilindrii (2) sau (3), astfel că obținem: $pS(L-a)=p'SL\left(L-\frac{3a}{2}\right)$ (2).

Împărțim (1) la (2) și obținem: $\frac{1}{T}=\frac{L}{T'\left(L-\frac{3a}{2}\right)}\Rightarrow\frac{T'}{T}=\frac{L}{L-\frac{3a}{2}}=2$

c) $\frac{p'}{p}=\frac{L-a}{a}\cdot\frac{T'}{T}\approx 1{,}33$

70. a) Deoarece în ambele compartimente se găsește aceeași masă din același gaz, înseamnă că în fiecare incintă se află același număr de moli. Scriem ecuațiile de stare ale gazelor. Pentru gazul din primul compartiment: $p_1V_1=\nu RT_1$ și pentru cel din de-al doilea compartiment: $p_2V_2=\nu RT_2$. Din cele două ecuații obținem: $p_1V_1=p_2V_2$. Cum $V_1=3V_2\Rightarrow p_2=3p_1$.

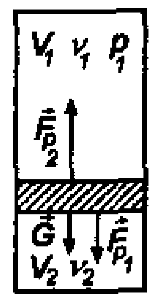


Fig. R 1.1.40

Studiem echilibrul pistonului (fig R 1.1.40), astfel că:
$F_{p_1}+G=F_{p_2}\Rightarrow p_1S+mg=p_2S\Rightarrow$

$$mg=(p_2-p_1)S=2p_1S\Rightarrow p_1=\frac{mg}{2S}\Rightarrow p_2=\frac{3mg}{2S}\ (1).$$

Cum $V=V_1+V_2=V_2+3V_2=4V_2\Rightarrow V_2=\frac{V}{4}$ și $V_1=\frac{3V}{4}$ (2).

Încălzim întreg sistemul, astfel că dimensiunile compartimentelor se modifică. Analog, pe baza ecuațiilor de stare scrise pentru cele două gaze în stare finală, obținem: $p_1'V_1'=\nu RT_2$ și $p_2'V_2'=\nu RT_2\Rightarrow p_1'V_1'=p_2'V_2'$ (3).

Notăm cu $x=\frac{V_1'}{V_2'}\Rightarrow V_1'=xV_2'$ (4) și din (3) și (4) obținem $p_2'=xp_1'$ (5).

Studiem echilibrul pistonului, astfel că: $F_{p_1}'+G=F_{p_2}'\Rightarrow p_1'S+mg=p_2'S\Rightarrow$

$$mg=(p_2'-p_1')S=p_1'(x-1)S\Rightarrow p_1'=\frac{mg}{S(x-1)}\Rightarrow p_2'=\frac{mgx}{(x-1)S}.$$

Cum $V=V_1'+V_2'=(x+1)V_2'\Rightarrow V_2'=\frac{V}{x+1}$ (7).

Studiem transformarea generală a gazului din compartimentul inferior:

$\frac{p_2V_2}{T_1}=\frac{p_2'V_2'}{T_1'}$. Din (1), (2), (6) şi (7) obţinem: $\frac{3mg}{2S}\cdot\frac{V}{4}\cdot\frac{1}{T_1}=\frac{mgx}{(x-1)S}\cdot\frac{V}{x+1}\cdot\frac{3}{4T_1}\Rightarrow$

$\frac{1}{2}=\frac{x}{x^2-1}\Rightarrow x^2-1-2x=0\Rightarrow x=1+\sqrt{2}\Rightarrow x\approx 2{,}41$

71. a) Deoarece pistoanele sunt semipermeabile pentru hidrogen şi gazul trece prin acestea până când presiunea lui de-o parte şi de cealaltă a pistoanelor este aceeaşi, hidrogenul ocupă în final întreg volumul $3V$.

Hidrogenul suferă o transformare izotermă: $pV=p_{H_2}\cdot 3V\Rightarrow p_{H_2}=\frac{p}{3}$.

Deoarece iniţial oxigenul ocupă volumul V şi în final ocupă şi compartimentul 2, volumul final al acestuia este $2V$, astfel că pe baza legii izotermei, obţinem: $pV=p_{O_2}\cdot 2V\Rightarrow p_{O_2}=\frac{p}{2}$. În final în compartimentele 1 şi 2 vom avea atât oxigen cât si hidrogen, astfel că presiunea finală va fi: $p_2=p_{H_2}+p_{O_2}=\frac{p}{3}+\frac{p}{2}=\frac{5p}{6}$, adică suma presiunilor parţiale ale celor două gaze dacă acestea ar ocupa singure compartimentul, conform legii lui Dalton. Astfel: $\frac{\Delta p_2}{p}=\frac{p_2-p}{p}=\frac{p_2}{p}-1=-\ 16{,}66\%$.

În compartimentele 1 şi 2 presiunea scade cu 16,66%.

În compartimentul 3, conform legii lui Dalton, presiunea finală se obţine adunând presiunile parţiale ale gazelor componente, astfel că:

$$p_3=p_{He}+p_{H_2}=p+\frac{p}{3}=\frac{4p}{3}\Rightarrow\frac{\Delta p_3}{p}=\frac{p_3-p}{p}=\frac{p_3}{p}-1=33{,}33\%.$$

În compartimentul 3 presiunea creşte cu 33,33%.

b) Calculăm masa iniţială în compartimentul 1, conform ecuaţiei termice de stare $pV=\frac{m_1}{\mu_{O_2}}RT\Rightarrow m_{1_i}=\frac{pV\mu_{O_2}}{RT}$.

Calculăm masa finală în compartimentul 1:

$$m_{1_f}=m_{H_2}+m_{O_2}=\frac{p_{H_2}V\mu_{H_2}}{RT}+\frac{p_{O_2}V\mu_{O_2}}{RT}=\frac{pV\mu_{H_2}}{3RT}+\frac{pV\mu_{O_2}}{2RT}=\frac{pV}{RT}\left(\frac{\mu_{H_2}}{3}+\frac{\mu_{O_2}}{2}\right)$$

$$\Rightarrow\frac{m_{1_f}}{m_{1_i}}=\left(\frac{\mu_{H_2}}{3}+\frac{\mu_{O_2}}{2}\right)\frac{1}{\mu_{O_2}}=\frac{\mu_{H_2}}{3\mu_{O_2}}+\frac{1}{2}\approx 0{,}52\Rightarrow m_{1_f}<m_{1_i}$$

$\Rightarrow$ masa amestecului în compartimentul 1 scade şi presiunea scade.

Procedăm analog pentru compartimentul 2:

$$m_{2_i} = \frac{pV\mu_{H_2}}{RT} \text{ şi } m_{2_f} = m_{H_2} + m_{O_2} = \frac{pV}{RT}\left(\frac{\mu_{H_2}}{3} + \frac{\mu_{O_2}}{2}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{m_{2_f}}{m_{2_i}} = \left(\frac{\mu_{H_2}}{3} + \frac{\mu_{O_2}}{2}\right)\frac{1}{\mu_{H_2}} = \frac{\mu_{O_2}}{2\mu_{H_2}} + \frac{1}{3} \approx 8{,}33 \Rightarrow m_{2_f} > m_{2_i}.$$

Masa amestecului în compartimentul 2 creşte şi presiunea scade. Acest lucru se explică prin difuzia prin peretele despărţitor dintre compartimentele 1 şi 2 a celor două gaze, astfel că din compartimentul 2 difuzează spre compartimentul 1 un gaz uşor (hidrogenul) în timp ce un gaz greu (oxigenul) difuzează dinspre compartimentul 1 spre compartimentul 2.

c) Iniţial în compartimentul 3 se află numai He a cărui masă iniţială este

$m_{3_i} = \dfrac{pV\mu_{He}}{RT}$, iar în final masa amestecului de He şi H_2 este:

$$m_{3_f} = m_{He} + m_{H_2} = \frac{pV\mu_{He}}{RT} + \frac{pV\mu_{H_2}}{3RT} = \frac{pV}{RT}\left(\mu_{He} + \frac{\mu_{H_2}}{3}\right)$$

$$\frac{m_{3_f}}{m_{3_i}} = \left(\mu_{He} + \frac{\mu_{H_2}}{3}\right)\frac{1}{\mu_{He}} = 1 + \frac{\mu_{H_2}}{3\mu_{He}} \approx 1{,}167.$$

72. a) Notăm cu V_1, V_2, V_3 volumele finale ale celor trei compartimente. Presiunea finală în compartimentul 1 va fi $p_1 = p_{N_2} + p_{H_2}$.

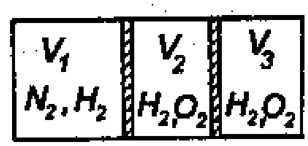


Fig. R 1.1.41

Presiunea finală în compartimentele 2 şi 3 va fi

$p_2 = p_3 = p_{O_2} + p_{H_2}$.

Deoarece pistoanele sunt mobile şi în final ajung într-o stare de echilibru trebuie ca presiunile finale în compartimente să fie egale, deci:

$$p_1 = p_2 \Rightarrow p_{N_2} + p_{H_2} = p_{O_2} + p_{H_2} \Rightarrow p_{N_2} = p_{O_2} \quad (1).$$

Studiem transformările izoterme ale hidrogenului, azotului şi oxigenului.

Pentru $H_2 : p2V = p_{H_2}4V \Rightarrow p_{H_2} = \dfrac{p}{2}$.

Pentru $N_2 : pV = p_{N_2} \cdot V \Rightarrow p_{N_2} = \dfrac{pV}{V_1} \quad (2).$

Pentru $O_2 : pV = p_{O_2}(V_2 + V_3) \Rightarrow p_{O_2} = \dfrac{pV}{V_2 + V_3} \quad (3).$

Din (1), (2) şi (3) rezultă: $\dfrac{pV}{V_1} = \dfrac{pV}{V_2 + V_3} \Rightarrow V_1 = V_2 + V_3$.

Dar $V_1 + V_2 + V_3 = 4V \Rightarrow V_2 + V_3 = 4V - V_1 \Rightarrow V_1 = 4V - V_1 \Rightarrow V_1 = 2V$.

Cum compartimentele 2 şi 3 au volumele egale: $V_2 = V_3 = \frac{V - V_1}{2} = V$.

b) $p_1 = p_{N_2} + p_{H_2} = \frac{pV}{2V} + \frac{p}{2} = p \Rightarrow \frac{p_1}{p} = 1 \Rightarrow$ presiunea nu se modifică prin difuzia gazelor

c) Notăm cu ν_{2i} numărul iniţial de moli din compartimentul 2, astfel că pe baza ecuaţiei de stare $\nu_{2i} = \frac{2pV}{RT}$. În final în compartimentul 2:

$$\nu_{2f} = \nu_{H_2} + \nu_{O_2} \Rightarrow \nu_{2f} = \frac{p}{2}\cdot\frac{V}{RT} + \frac{p_{O_2}V}{RT} \text{ cu } p_{O_2} = \frac{p}{2} \Rightarrow \nu_{2f} = \frac{pV}{RT}$$

$$\frac{\Delta\nu_2}{\nu_{2i}} = \frac{\nu_{2f} - \nu_{2i}}{\nu_{2i}} = \frac{\nu_{2f}}{\nu_{2i}} - 1 = -\frac{1}{2} \doteq -50\%$$

Numărul de moli din compartimentul 2 scade în urma procesului de difuzie al gazelor prin pistoanele semipermeabile.

73. a) Deoarece pistonul este semipermeabil pentru hidrogen, presiunile hidrogenului de-o parte si de cealaltă a pistonului sunt egale, ca şi cum pistonul nu ar exista pentru hidrogen.
Scriem ecuaţiile de stare pentru hidrogen în starea finală. Obţinem în compartimentul superior:

$$p_{H_2} S\left(\frac{\ell}{2} - x\right) = \nu_{1_{H_2}} RT = \frac{(1-f)m}{\mu_{H_2}} RT \; (1),$$ iar în compartimentul inferior:

$$p_{H_2} S\left(\frac{\ell}{2} + x\right) = \nu_{2_{H_2}} RT = \frac{fm}{\mu_{H_2}} RT \; (2).$$

Împărţim cele două relaţii şi obţinem: $\frac{\ell - 2x}{\ell + 2x} = \frac{1-f}{f} \Rightarrow x = \frac{\ell(2f-1)}{2} = 24$ cm

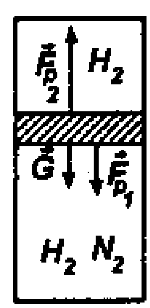


Fig. R 1.1.42

b) Impunem condiţiile de echilibru pistonului atât în stare iniţială cât şi în stare finală (fig R 1.1.42). Obţinem în stare iniţială: $p_1 S + mg = p_2 S$ (3) şi în stare finală: $mg = p_2' S$ (4).
Deci din (3) şi (4) rezultă: $p_1 S + p_2' S = p_2 S$ (5).
Studiem transformarea izotermă a azotului:

$$p_2 S \frac{\ell}{2} = p_2' S\left(\frac{\ell}{2} + x\right) \Rightarrow p_2' = \frac{p_2 \ell}{\ell + 2x} \; (6).$$

Din (5) şi (6) rezultă:

$$p_1+\frac{p_2\ell}{\ell+2x}=p_2\Rightarrow p_1=p_2\left(1-\frac{\ell}{\ell+2x}\right)\Rightarrow p_1=p_2\frac{2x}{\ell+x}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow p_2=\frac{p_1(\ell+2x)}{2x}=\frac{2fp_1}{2f-1}=4\cdot 10^5 \text{ Pa.}$$

c) $m=\frac{p_2'S}{g}=\frac{p_2\ell S}{g(\ell+2x)}=\frac{pS}{(2f-1)g}=2{,}5$ kg

1.2. Lucrul mecanic şi energia internă

1. a. Masele molare ale celor gaze se calculează ţinând cont că acestea sunt numeric egale cu masele moleculare relative. Astfel că: $\mu_1=m_{rC}+m_{rO}=28$ g/mol şi $\mu_2=m_{rC}+2m_{rO}=44$ g/mol. Numărul de molecule din incintă este:

$$N=(\nu_1+\nu_2)N_A=\left(\frac{m}{\mu_1}+\frac{m}{\mu_2}\right)N_A\approx 5{,}42\cdot 10^{24} \text{ molecule}$$

b. Densitatea amestecului este: $\rho=\frac{2m}{V}$, unde volumul ocupat de amestecul de gaze este $V=\frac{(\nu_1+\nu_2)RT}{p}=\left(\frac{m}{\mu_1}+\frac{m}{\mu_2}\right)\frac{RT}{p}\approx 0{,}204 \text{ m}^3\Rightarrow\rho\approx 1{,}51 \text{ kg/m}^3$

c. Energia internă a amestecului este: $U=U_1+U_2=\nu_1C_{V_1}T+\nu_2C_{V_2}T\Rightarrow$

$$U=mRT\left(\frac{5}{2\mu_1}+\frac{3}{\mu_2}\right)\approx 55 \text{ kJ}$$

2. a. Pe baza ecuaţiei de stare : $pV=\nu_1RT\Rightarrow p=\frac{m_1RT}{\mu V}\approx 3{,}12\cdot 10^5$ Pa

b. Densitatea gazului rămas în butelie este $\rho=\frac{m_2}{V}=1$ kg/m^3

c. Energia internă a gazului rămas în butelie este $U=\nu_2C_VT=\frac{5m_2RT}{2\mu}\approx 97{,}38$ kJ

3. a. Reprezentarea succesiunii de procese în coordonate (p, V) este redată în figura R 1.2.1

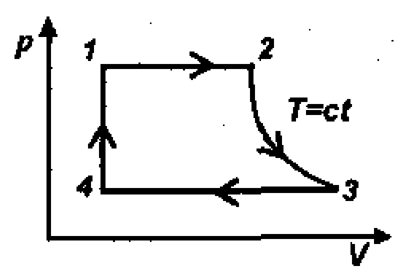


Fig. R 1.2.1

b. $\Delta U_{12}=\nu C_V(T_2-T_1)$. Din legea transformării 1-2 obţinem: $\frac{V_1}{T_1}=\frac{V_2}{T_2}\Rightarrow T_2=\frac{V_2T_1}{V_1}=3T_1$ si cu$\Rightarrow$

$$\Delta U_{12}=3\nu RT_1=3p_1V_1=1800 \text{ J}$$

c. Lucrul mecanic efectuat de gaz în procesul 2-3 este $L_{23} = \nu RT_2 \ln(V_3/V_2)$
$\Rightarrow L_{23} = 3\nu RT_1 \ln(p_2/p_3) = 3p_1V_1 \ln 2 \approx 1260$ J

4. a) Studiem echilibrul fiecărui piston pentru (fig R 1.2.2):

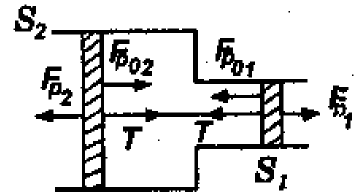


Fig. R 1.2.2

$S_2: \; F_{p_2} = F_{p_{0_2}} + T \Rightarrow pS_2 = p_0S_2 + T \Rightarrow T = (p-p_0)S_2$

$S_1: \; F_{p_1} = F_{p_{0_1}} + T \Rightarrow pS_1 = p_0S_1 + T \Rightarrow T = (p-p_0)S_1.$

Din cele două relații rezultă că: $(p-p_0)S_2 = (p-p_0)S_1$, condiție care trebuie îndeplinită întodeauna astfel încât $p = p_0$, de unde rezultă că gazul dintre pistoane suferă o transformare izobară, astfel că reprezentarea grafică în p și V este izobară și gazul se încălzeste (fig R 1.2.3).

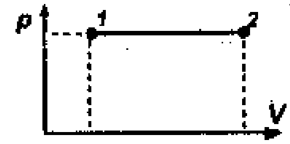


Fig. R 1.2.3

b) Conform legii transformării izobare:

$$V_2 = S_2(\ell_2 + \Delta\ell) + S_1(\ell_2 - \Delta\ell) = S_2\ell_2 + S_2\Delta\ell_2 + S_1\ell_1 - S\Delta\ell \Rightarrow V_2 = V_1 + (S_2 - S_1)\Delta\ell$$

$$V_1 = S_1\ell_1 + S_2\ell_2 \Rightarrow V_1 + (S_2 - S_1)\Delta\ell = V_1\left(1 + \frac{\Delta T}{T_1}\right) \Rightarrow (S_2 - S_1)\Delta\ell = \frac{V_1}{T_1}\Delta T \Rightarrow$$

$$\Delta\ell = \frac{V_1\Delta T}{T_1(S_2 - S_1)} = 12{,}5 \text{ cm}$$

c) $L = p_0\Delta V = p_0(S_2 - S_1)\Delta\ell = p_0\dfrac{V_1\Delta T}{T_1} = 37{,}5$ J

$$\Delta U = \nu C_V\Delta T = \frac{3}{2}\nu R\Delta T = \frac{3}{2}(\nu RT_2 - \nu RT_1) = \frac{3}{2}p_0(V_2 - V_1) \Rightarrow$$

$$\Delta U = \frac{3}{2}p_0L = \frac{3}{2}\frac{p_0V_1\Delta T}{T_1} = 56{,}25 \text{ J}$$

5. a) $\Delta U_{13} = \nu C_V(T_3 - T_1) = \dfrac{3}{2}\nu R(T_3 - T_1)$.

Cum $1 \rightarrow 2$ este izocoră: $\dfrac{p_1}{T_1} = \dfrac{p_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = \dfrac{p_2T_1}{p_1} = 2T_1$, iar $2 \rightarrow 3$ este izobară:

$$\frac{V_3}{T_3} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow T_3 = \frac{V_3T_2}{V_2} = 6T_1 \Rightarrow \Delta U_{13} = \frac{15}{2}\nu RT = \frac{15}{2}p_1V_1 = 750 \text{ J}$$

b) $L_{123} = L_{12} + L_{23} = p_2(V_3 - V_1) = 2p_1(3V_1 - V_1) = 4p_1V_1 = 400$ J

c) $U_2 = \nu C_VT_2 = \dfrac{3}{2}\nu R2T_1 = 3\nu RT_1 = 3p_1V_1 = 300$ J

6. a) Transformarea $1 \rightarrow 2$ este izobară, deci

$$\frac{V_1}{T_1}=\frac{V_2}{T_2} \Rightarrow T_2=\frac{V_2 T_1}{V_1}=2T_1 \Rightarrow U_2=\nu C_V T_2=5\nu RT_1=24{,}93\ \text{kJ}$$

b) $\Delta U_{13}=\nu C_V\left(T_3-T_1\right)=\dfrac{5}{2}\nu R\left(T_2-T_1\right)=\dfrac{5}{2}\nu RT_1=12{,}465\ \text{kJ}$

c) $L_{123}=L_{12}+L_{23}=p_1\left(V_2-V_1\right)+\nu RT_2\ln\dfrac{V_3}{V_2} \Rightarrow L_{123}=p_1V_1+2\nu RT_1\ln 2=p_1V_1+2p_1V_1\ln 2$

$\Rightarrow L_{123}=p_1V_1\left(1+2\ln 2\right) \Rightarrow \nu RT_1\left(1+2\ln 2\right)=11{,}9664\ \text{kJ}$

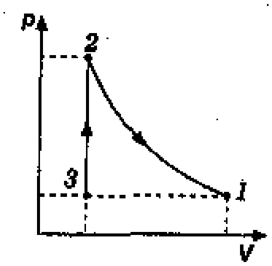


Fig. R 1.2.4

7. a) Identificăm transformările: $1 \rightarrow 2$ izotermă şi $2 \rightarrow 3$ este izocoră (fig R 1.2.4).

b) $\Delta U_{13}=\nu C_V\left(T_3-T_1\right)=\dfrac{3}{2}\nu R\left(T_3-T_1\right)$

Cum $2 \rightarrow 3$ este izocoră rezultă că $\dfrac{p_2}{T_2}=\dfrac{p_3}{T_3} \Rightarrow T_3=\dfrac{p_3T_2}{p_2}=\dfrac{p_1T_1}{p_2}$.

Cum $2 \rightarrow 3$ este izotermă rezultă că:

$$p_1V_1=p_2V_2 \Rightarrow p_2=\frac{p_1V_1}{V2}=ep_1 \Rightarrow T_3=\frac{T_1}{e} \Rightarrow \Delta U_{13}=-\frac{3}{2}\nu RT_1\frac{e-1}{e} \Rightarrow$$

$$\Delta U_{13}=-\frac{3}{2}p_1V_1\frac{e+1}{e}=-94{,}65\ \text{J}$$

c) $L_{123}=L_{12}+L_{23}=\nu RT_1\ln\dfrac{V_2}{V_1}=p_1V_1\ln\dfrac{p_1}{p_2}=-p_1V_1=-100\ \text{J}.$

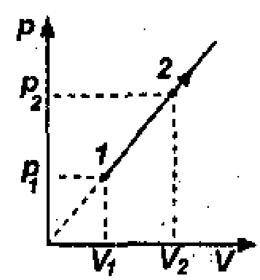


Fig. R 1.2.5

8. a) Conform legii transformării rezultă: $p=aV$ (fig R 1.2.5)

$$p_2=aV_2=3aV_1=3p_1 \Rightarrow T_2=\frac{p_2V_2}{\nu R}=\frac{9p_1V_1}{\nu R}=9T_1.$$

b) $\Delta U=\nu C_V\left(T_2-T_1\right)=\dfrac{3}{2}\nu R8T_1=12\nu RT_1=12p_1V_1=10{,}8\ \text{kJ}$

c) Conform interpretării geometrice a lucrului mecanic, deoarece presiunea este reprezentată în funcţie de volum, aria cuprinsă între curba presiunii şi axa volumelor şi cele două ordonate reprezintă fizic lucrul mecanic: $L=A_{trapez}=\dfrac{\left(p_1+p_2\right)\left(V_2-V_1\right)}{2}=4p_1V_1 \Rightarrow L=3{,}6\ \text{kJ}$

9. a) $\dfrac{T_2}{T_1}=\dfrac{p_2V_2}{p_1V_1}=12 \Rightarrow T_2=12T_1.$

b) $\Delta U_{12} = \nu C_V(T_2 - T_1) = \frac{5}{2}\nu R \cdot 11T_1 = \frac{55}{2}\nu RT_1 = 5{,}5\ \text{kJ}$

c) Conform interpretării geometrice a lucrului mecanic, deoarece presiunea este reprezentată în funcție de volum, aria cuprinsă între curba presiunii și axa volumelor reprezintă fizic lucrul mecanic (fig R 1.2.6). Astfel că:

$$L = A_{trapez} = \frac{(p_1 + p_2)(V_2 - V_1)}{2} = 1{,}2\ \text{kJ}$$

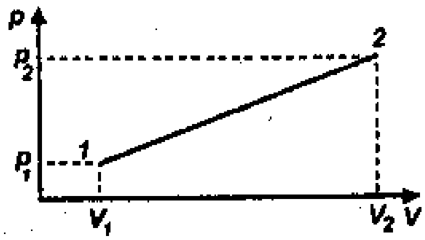


Fig. R 1.2.6

10. a) $T_2 = \frac{p_2V_2}{\nu R} = \frac{2p_0V_0}{\nu R}$ și $T_1 = \frac{p_1V_1}{\nu R} = \frac{2p_0V_0}{\nu R} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = 1 \Rightarrow$ Stările 1 și 2 sunt situate pe aceeași transformare izotermă.

b) $\Delta U_{12} = \nu C_V(T_2 - T_1) = 0$

c) Aflăm parametrii stării 3: $p_3 = \frac{3p_0}{2}$ și $V_3 = \frac{3V_0}{2}$

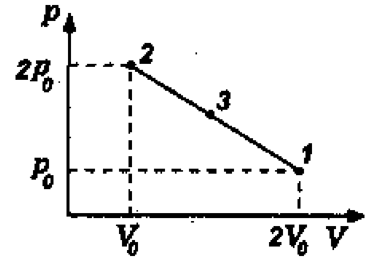


Fig. R 1.2.7

Pe baza interpretării geometrice a lucrului mecanic, deoarece presiunea este reprezentată în funcție de volum, aria cuprinsă între curba presiunii și axa volumelor și cele două ordonate reprezintă fizic lucrul mecanic(fig R 1.2.7). Obținem:

$$L_{13} = \frac{(p_1 + p_2)(V_3 - V_1)}{2} = \frac{\left(p_0 + \frac{3p_0}{2}\right)\left(\frac{3V_0}{2} - V_0\right)}{2} = -\frac{5p_0V_0}{8}.$$

$$L_{32} = \frac{(p_2 + p_3)(V_2 - V_3)}{2} = \frac{\left(2p_0 + \frac{3p_0}{2}\right)\left(V_0 - \frac{3V_0}{2}\right)}{2} = -\frac{7p_0V_0}{8} \Rightarrow \frac{L_{13}}{L_{32}} \approx 0{,}714.$$

11. a) Conform definiției:

$$\Delta U = U_2 - U_1 = \nu C_V(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1)$$

$$\Delta U = \frac{3}{2}\nu R(aV_2 - bV_2^2 - aV_1 + bV_1^2) = \frac{3}{2}\nu R \cdot \left[a(V_2 - V_1) - b(V_2^2 - V_1^2)\right]$$

$$\Delta U = \frac{3}{2}\nu R(V_2 - V_1) \cdot [a - b(V_2 + V_1)] = \frac{3}{2}\nu RV_1(a - 3bV_1)$$

$$p_1V_1 = \nu RT_1 \Rightarrow V_1 = \frac{\nu RT_1}{p_1} \Rightarrow \Delta U = \frac{3}{2}\frac{\nu^2R^2T_1}{p_1}\left(a - \frac{3b\nu RT_1}{p_1}\right) \Rightarrow \Delta U = 5{,}684\ \text{kJ, cu}$$

$T_2 = anV_1 - bn^2V_1^2 = 528$ K, deoarece $V_1 = 6$ L

b) $U_f = U_i \Rightarrow \Delta U = U_f - U_i = 0 \Rightarrow a = 3b\nu RT_1 / p_1 = 18\cdot 10^3$ K/m³

c) Scriem ecuația procesului în coordonate p,V utilizând ecuația termică de stare și ecuația procesului în coordonate V și T. Prin urmare în ecuația $pV = \nu RT$ introducem $T = aV - bV^2$ și obținem: $pV = \nu R\left(aV - bV^2\right) \Rightarrow p = \nu R\left(a - bV\right)$

Presiunea gazului scade liniar cu creșterea volumului, astfel că $L = A_{trapez}$ (pe seama interpretării geometrice a lucrului mecanic) (fig R 1.2.8).

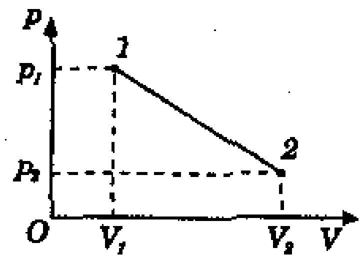


Fig. R 1.2.8

$$L = \frac{(p_1 + p_2)(V_2 - V_1)}{2} \Rightarrow L = \frac{\nu R(a - bV_1 + a - bV_2)}{2}(V_2 - V_1)$$

$$L = \frac{\nu R}{2}\left[2a - b(V_1 + V_2)\right]\cdot(V_2 - V_1) \Rightarrow L = \frac{\nu R}{2}\left[2a - 3bV_1\right]\cdot V_1 = 4686{,}84 \text{ J.}$$

12. a) Identificăm transformările $1 \rightarrow 2$ izocoră și $2 \rightarrow 3$ izobară (fig R 1.2.9).

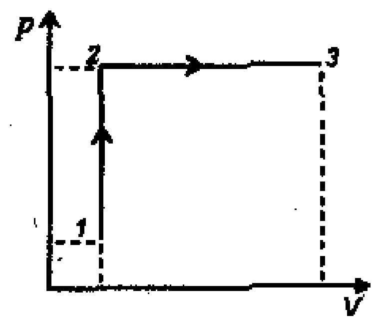


Fig. R 1.2.9

b) $\Delta U_{13} = \nu C_V(T_3 - T_1) = \frac{3}{2}\nu R(T_3 - T_1)$.

Cum $\rho_3 = \frac{\rho_1}{4} \Rightarrow \frac{m}{V_3} = \frac{m}{4V_1} \Rightarrow V_3 = 4V_1$.

Cum $p_{max} = p_2 = 8p_1 \Rightarrow T_3 = \frac{p_3 V_3}{\nu R} = 32T_1 \Rightarrow$

$\Delta U_{13} = \frac{93}{2}\nu RT_1 \approx 115{,}92$ kJ

c) $L_{123} = L_{12} + L_{23} = p_2(V_3 - V_2) = 8p_1(4V_1 - V_1) = 24\,p_1V_1 = 24\nu RT_1 \approx 59{,}83$kJ

13. a) $U_1 = \nu C_V T_1 = \frac{3}{2}\nu RT_1 \approx 14{,}96$ kJ

b) Deoarece transformarea $1 \rightarrow b \rightarrow 2$ este izotermă, atunci:

$$p_1V_1 = p_2V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{p_1V_1}{p_2} = 2V_1.$$

Presiunea gazului scade liniar cu creșterea volumului pe transformarea 1-a-2, astfel că $L = A_{trapez}$ (pe seama interpretării geometrice a lucrului mecanic)

$$L_{1a2} = \frac{(p_1 + p_2)(V_2 - V_1)}{2} = \frac{3p_2V_1}{2} = \frac{3p_1V_1}{8} = \frac{3\nu RT_1}{4} = 7479 \text{ J}$$

c) $L_{123} = \nu RT_1 \ln\frac{V_2}{V_1} = \nu RT_1 \ln 2 = 6980{,}4$ J

Deoarece gazul evoluează din starea 1 în starea 2 pe două căi, observăm că lucrul mecanic depinde de transformare, deci lucrul mecanic este o mărime de proces.

14. a. Din legea transformării 1-2: $\frac{V_1}{T_1}=\frac{V_2}{T_2}\Rightarrow T_2=\frac{V_2T_1}{V_1}=\frac{T_1}{2}$. Transformarea 2-3 este descrisă de legea $p=aV\Rightarrow\frac{p_2}{V_2}=\frac{p_3}{V_3}\Rightarrow p_3=\frac{p_2V_3}{V_2}=2p_1$.

Din ecuaţia termică de stare obţinem temperatura în starea 3: $T_3=\frac{p_3V_3}{\nu R}=2T_1\Rightarrow\frac{T_3}{T_1}$=2

b. $\Delta U_{23}=\nu C_V(T_3-T_2)=\frac{9\nu RT_1}{4}=\frac{9}{4}p_1V_1$=225 J

c. $L_{12}=p_1(V_2-V_1)$ şi $L_{34}=p_3(V_2-V_1)=2p_1(V_2-V_1)\Rightarrow\frac{L_{12}}{L_{34}}$=0,5

15. a. Reprezentarea proceselor în coordonate p şi V este redată în figura R 1.2.10.

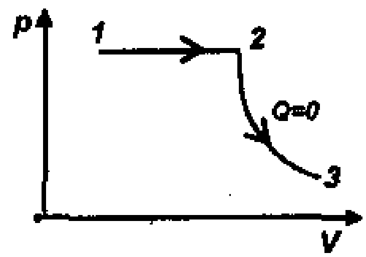


Fig. R 1.2.10

b. Deoarece temperatura revine la valoarea iniţială, atunci T_3=T_1, astfel că $\Delta U_{13}=\nu C_V(T_3-T_1)$=0.

c. $L_{123}=L_{12}+L_{23}$. Dar $L_{12}=p_1(V_2-V_1)=p_1V_1=\nu RT_1$

$L_{23}=-\Delta U_{23}=\nu C_V(T_2-T_3)$. Din legea transformării izobare obţinem: $\frac{V_1}{T_1}=\frac{V_2}{T_2}\Rightarrow T_2=\frac{V_2T_1}{V_1}=2T_1\Rightarrow L_{23}=\frac{3}{2}\nu RT_1\Rightarrow L_{123}=\frac{5}{2}\nu RT_1$

L_{123}=12,465 kJ

16. a. Conform interpretării geometrice a lucrului mecanic acesta este egal cu aria cuprinsă între dreapta 1-2, axa volumelor şi cele două ordonate construite prin extremităţi. Figura geometrică este un trapez, astfel că:

$L_{12}=\frac{(p_1+p_2)(V_2-V_1)}{2}=2p_1V_1$=800 J

b. $\Delta U_{12}=\nu C_V(T_2-T_1)=\frac{5}{2}\nu R(T_2-T_1)=\frac{5}{2}(p_2V_2-p_1V_1)=\frac{25}{2}p_1V_1$=5 kJ

c. Lucrul mecanic total schimbat de gaz cu mediul exterior în cazul parcurgerii ciclului 1-A-2-1 reprezintă fizic aria triunghiului 1A21, astfel că $L_{1A21}=A_{1A21}=p_1V_1$. Lucrul mecanic total schimbat de gaz cu mediul exterior în cazul parcurgerii ciclului 1-B-2-1 reprezintă fizic aria triunghiului 1B21 luată cu semn schimbat, deoarece ciclul este parcurs în sens contrar acelor de ceasornic. Astfel că $L_{1B21}=-A_{1B21}=-p_1V_1\Rightarrow L_{1A21}/|L_{1B21}|=1$, deoarece cele două triunghiuri 1A21 şi 1B21 au ariile egale.

17. a) $U_A = \nu C_V T_1$ şi $U_3 = \nu C_V T_3 \Rightarrow \frac{U_3}{U_1} = \frac{T_3}{T_1}$.

Transformarea $3 \to 1$ este o transformare deschisă de legea $p = aV$, astfel că: $\frac{p_1}{V_1} = \frac{p_3}{V_3} \Rightarrow V_3 = \frac{p_3 V_1}{p_1} = 4V_1$.

Conform ecuaţiei termice de stare: $T_3 = \frac{p_3 V_3}{\nu R} = 16T_1 \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = 16$

b) $$\left.\begin{aligned} L_{123} &= L_{12} + L_{23} = 4p_1(V_3 - V_1) = 12p_1V_1 \\ L_{13} &= \frac{(p_1 + p_3)(V_3 - V_1)}{2} = \frac{5p_1 3V_1}{2} = \frac{15p_1V_1}{2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{L_{123}}{L_{13}} = \frac{8}{5}.$$

c) $L_{123} - L_{13} = 4{,}5p_1V_1$.

Calculăm $L_{1231} = L_{12} + L_{23} + L_{31} = L_{123} - L_{13}$ şi $A_{\Delta_{1231}} = \frac{3p_1 3V_1}{2} = 4{,}5p_1V_1$.

Diferenţa celor două lucruri mecanice reprezintă fizic lucrul mecanic efectuat pe întreg ciclul 1231.

18. a) Reprezentarea grafică este redată în figura R1.2.11.

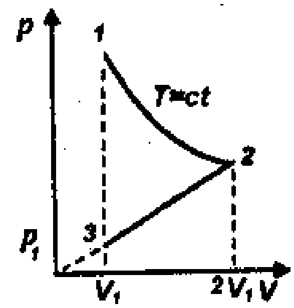


Fig. R 1.2.11

b) $\Delta U_{13} = \nu C_V (T_3 - T_1)$ şi $\Delta U_{23} = \nu C_V (T_3 - T_2) \Rightarrow \frac{\Delta U_{13}}{\Delta U_{23}} = 1$,

deoarece $T_1 = T_2$.

c) $L_{1231} = L_{12} + L_{23}$. Dar $L_{12} = \nu R T_1 \ln\frac{V_2}{V_1} = p_1V_1 \ln 2$.

Conform ecuaţiei transformării izoterme:

$$p_1V_1 = p_2V_2 \Rightarrow p_2 = \frac{p_1V_1}{V_2} = \frac{p_1}{2}.$$

Transformarea $2 \to 3$ este descrisă de legea:

$$p = aV \Rightarrow \frac{p}{V} = ct \Rightarrow \frac{p_2}{V_2} = \frac{p_3}{V_3} \Rightarrow p_3 = \frac{p_2V_3}{V_2} = \frac{p_1}{2} \cdot \frac{V_1}{2V_1} = \frac{p_1}{4}$$

$$L_{23} = \frac{(p_2 + p_3)(V_3 - V_2)}{2} = -\frac{3p_1V_1}{8} \Rightarrow L_{123} = p_1V_1\left(\ln 2 - \frac{3}{8}\right) = 390 \text{ J}.$$

Conform interpretării geometrice a lucrului mecanic, deoarece presiunea este reprezentată în funcţie de volum, lucrul mecanic este egal cu aria cuprinsă între curba presiunii şi axa volumelor (desen problema **5**).

19. a) Scriem ecuaţia de stare a procesului $2 \to 3$ în coordonate p şi V: $p = aV + b$ astfel că $p_2 = aV_2 + b$ (1) şi $p_3 = aV_1 + b$ (2), reprezintă condiţia ca această dreaptă să treacă prin punctele 2 şi 3. Obţinem constantele a şi b, din ecuaţiile (1) şi (2): $4p_1 = aV_1 + b$ şi $p_1 = 2aV_1 + b$.

Scădem ecuaţiile şi obţinem: $3p_1 = -aV_1 \Rightarrow a = -\dfrac{3p_1}{V_1} \Rightarrow b = p_1 - 2aV_1 = 7p_1$,

astfel că ecuaţia procesului $2 \to 3$ se scrie: $p = -\dfrac{3p_1}{V_1}V + 7p_1$.

Scriem ecuaţia procesului $1 \to 4$. Deoarece presiunea gazului depinde direct proporţional de volumul gazului, obţinem $p = cV$.

Cum $p_1 = cV_1 \Rightarrow c = \dfrac{p_1}{V_1} \Rightarrow p = \dfrac{p_1}{V_1}V$.

Aflăm presiunea şi volumul în starea 4, punând condiţia ca cele două ecuaţii ale proceselor $2 \to 3$ şi $1 \to 4$ să se intersecteze:

$$\frac{p_1}{V_1}V = -\frac{3p_1}{V_1}V_4 + 7p_1 \Rightarrow \frac{4p_1}{V_1}V_4 = 7p_1 \Rightarrow V_4 = \frac{7V_1}{4} = 1{,}75V_1.$$

$$p_4 = \frac{7}{4}V_1 = 1{,}75p_1 \text{ şi } T_4 = \frac{p_4V_4}{\nu R} = \frac{49}{16}\cdot\frac{p_1V_1}{\nu R} = \frac{49}{16}T_1.$$

b. $\Delta U_{23} = \nu C_V(T_3 - T_2) = \dfrac{3}{2}\nu R(T_3 - T_2) = \dfrac{3}{2}(p_3V_3 - p_2V_2) = \dfrac{3}{2}(2p_1V_1 - 4p_1V_1) \Rightarrow$

$\Delta U_{23} = -3p_1V_1 = -600$ J

c) Calculăm lucrurile mecanice pe baza interpretării geometrice a lucrului mecanic:

$$\left.\begin{aligned} L_{1241} &= \frac{(p_2 - p_1)(V_4 - V_1)}{2} = \frac{9p_1V_1}{8} \\ L_{1431} &= \frac{(p_4 - p_1)(V_3 - V_1)}{2} = \frac{3p_1V_1}{8} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{L_{1241}}{L_{1431}} = 3.$$

20. Pentru a putea compara lucrurile mecanice efectuate de gaze reprezentăm cele cinci transformări în coordonate p şi V (fig R 1.2.12). Determinăm ecuaţia procesului $T = aV^2$ în coordonate p şi V, introducând în ecuaţia termică de stare $pV = \nu RT \Rightarrow p = \nu RaV^2$ $\Rightarrow p = \nu RaV$ deci presiunea gazului depinde direct proporţional de volumul gazului.

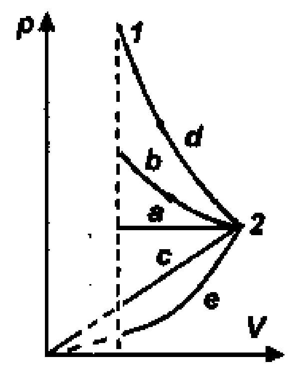


Fig. R 1.2.12

Determinăm de asemenea în aceleaşi coordonate p şi V ecuaţia procesului $T = bV^3$ prin introducerea în ecuaţia termică de stare şi obţinem: $pV = \nu R \cdot bV^3 \Rightarrow p = \nu RbV^2 \Rightarrow p = ctV^2$, reprezentarea presiunii în funcţie de volum este o parabolă care trece prin originea axelor de coordonate.

Lucrul mecanic minim, când gazul ajunge în starea 2 este conform graficului în procesul $T = bV^3$, adică curba **e**, deoarece pe baza interpretării geometrice a lucrului mecanic aria de sub curbă şi axa volumelor este minim. Pe acelaşi raţionament lucrul mecanic este maxim sub curba **d.**

21. a) $L_{1231} = L_{12} + L_{23} = p_0(V_1 - 3V_1) + \dfrac{(p_0 + 2p_0)(3V_1 - V_1)}{2} = p_0V_1 = 100\ \text{J}$

b)

$$L_{123456} = L_{12} + L_{23} + L_{34} + L_{45} + L_{56} = L_{123} + 2p_0(V_1 - 3V_1) + \frac{(2p_0 + 3p_0)(3V_1 - V_1)}{2}$$

$$+3p_0(V_1 - 3V_1) = p_0V_1 + p_0V_1 - 6p_0V_1 = -4p_0V_1 \Rightarrow L_{123456} = -400\ \text{J}.$$

c) $\Delta U_{12} = \nu C_V(T_2 - T_1) = \dfrac{5}{2}\nu R(T_2 - T_1) = \dfrac{5}{2}(p_0V_1 - p_0V_2) = \dfrac{5}{2}p_0(V_1 - 3V_1) = -5p_0V_1$

ΔU_{12}=-500 J

22. a) Pentru a calcula lucrul mecanic pe ciclul 14321 utilizăm interpretarea geometrică a lucrului mecanic astfel că: $L_{12321} = A_{1021} - A_{0340}$, deoarece porţiunea de ciclu 1021 este parcursă în sensul acelor de ceasornic şi lucrul mecanic numeric egal cu aria este pozitiv, în timp ce porţiunea de ciclu 0340 este parcursă în sens trigonometric şi prin urmare lucrul mecanic pe această porţiune de ciclu este negativă şi numeric egală cu aria.

$A_{1021} = \dfrac{(p_0 - p_1)(V_2 - V_1)}{2}$ şi $A_{0340} = \dfrac{(p_3 - p_0)(V_4 - V_3)}{2}$.

Asemănăm cele două triunghiuri 1021 şi 0340 şi rezultă:

$$\frac{V_2 - V_1}{V_4 - V_3} = \frac{p_0 - p_1}{p_3 - p_0} \Rightarrow V_4 - V_3 = \frac{(p_3 - p_1)(V_2 - V_1)}{p_0 - p_1}$$

$$L_{14321} = \frac{(p_0 - p_1)(V_2 - V_1)}{2} - \frac{(p_3 - p_0)^2(V_2 - V_1)}{2(p_0 - p_1)} = \frac{\left[(p_0 - p_1)^2 - (p_3 - p_0)^2\right](V_2 - V_1)}{2(p_0 - p_1)} = 1{,}5\text{kJ}$$

b) $\dfrac{L_{1021}}{L_{0430}} = -\dfrac{A_{1021}}{A_{0430}} = -\dfrac{(p_0 - p_1)^2}{(p_3 - p_1)^2} = -4$

c) $\Delta U_{12} = \nu C_V(T_2 - T_1) = \dfrac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) = \dfrac{3}{2}(\nu RT_2 - \nu RT_1) = \dfrac{3}{2}p_1(V_2 - V_1) = 3\ \text{kJ}$

23. a) $L_{12} = p_1(V_2 - V_1) = 3p(3V - V) = 6pV = 1200\ \text{J}$

b) $L_{31} = \dfrac{(p_3 + p_1)(V_1 - V_3)}{2} = \dfrac{4p(-2V)}{2} = -4pV = -800\ \text{J}$

c) Conform interpretării geometrice a lucrului mecanic pe un ciclu, dacă ciclul este parcurs în sensul acelor de ceasornic, lucrul mecanic al ciclului este egal cu aria ciclului.

$$L_{ciclu} = A_{ciclului} = \frac{(p_1 - p_3)(V_2 - V_1)}{2} = \frac{2p2V}{2} = 2pV = 400 \text{ J}$$

24.a Conform interpretării geometrice a lucrului mecanic, acesta este egal cu aria cuprinsă între curba presiunii și axa volumului, astfel că:

$$L_{31} = \frac{(p_3 + p_1)(V_1 - V_3)}{2} = \frac{4p_1(-3V_1)}{2} = -6p_1V_1 = -\ 600 \text{ J}$$

b) $\Delta U_{12} = \nu C_V(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}(3p_1V_1 - p_1V_1) = 3p_1V_1 = 300 \text{ J}$

c) $L_{ciclu} = A_{1231} = \frac{(p_2 - p_1)(V_3 - V_1)}{2} = 3p_1V_1 = 300 \text{ J}$

25. a) Identificăm transformările $1 \to 2$ izobară, $2 \to 3$ generală și $3 \to 1$ izotermă. Reprezentarea cerută este redată în graficul R.1. 2.13.

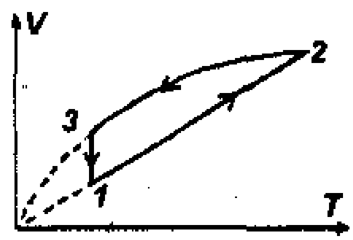


Fig. R 1.2.13

Determinăm ecuația procesului $2 \to 3$ în coordonatele V și T. Folosim legea $p = aV$ și ecuația termică de stare:

$$pV = \nu RT \Rightarrow aV^2 = \nu RT \Rightarrow V = \sqrt{\frac{\nu R}{a}} \cdot \sqrt{T} = const\sqrt{T}.$$

b) $U_2 = \nu C_V T_2 = \frac{3}{2}p_2V_2 = 6p_1V_1 = 6\nu RT_1 = \ 1495,8 \text{ J}$

c) $L_{1231} = L_{12} + L_{23} + L_{31}$, unde $L_{12} = p_1(V_2 - V_1) = 3p_1V_1$, și

$$L_{23} = -\frac{(p_2 + p_3)(V_3 - V_2)}{2}.$$

Cum pe transformarea 2-3: $p = aV \Rightarrow \frac{p}{V} = a \Rightarrow \frac{p_2}{V_2} = \frac{p_3}{V_3}$ și cum

$p_3V_3 = p_1V_1 \Rightarrow V_3 = 2V_1$ și $p_3 = p_1/2 \Rightarrow L_{23} = -3p_1V_1/2$ și

$$L_{31} = \nu RT_1 \ln\frac{V_1}{V_3} = -\nu RT_1 \ln 2 = -p_1V_1 \ln 2$$

$$L_{1231} = p_1V_1(3/2 - \ln 2) = \nu RT_1(3/2 - \ln 2) \approx 200 \text{ J}$$

26. a) $L_{1231} = A_{1231} = \frac{(p_2 - p_1)(V_3 - V_2)}{2} = \frac{p_1V_1}{2}.$

b) $L_{3453} = A_{3453} = \dfrac{(p_4 - p_3)(V_5 - V_3)}{2} = \dfrac{p_1 V_1}{2}$.

c) $L_{12541} = A_{1231} - A_{3453} = 0$, deoarece o porţiune de ciclu este parcursă în sensul acelor de ceasornic şi lucrul mecanic pe acea porţiune este pozitiv (1231), în timp ce pe porţiunea de circuit 3543 sensul de parcurgere al ciclului este cel trigonometric astfel că lucrul mecanic este negativ.

27. a) Reprezentăm cele două transformări ciclice în coordonate p şi V (fig R 1.2.14), ţinând cont că 1-2 şi 3-4 sunt transformări izobare cu $p_1 > p_3$ şi că 2-3 şi 4-1 sunt transformări izocore. Transformarea 3-1este izotermă. Deoarece cele două transformări ciclice sunt parcurse în sensul acelor de ceasornic lucruile mecanice sunt pozitive. Pe baza interpretării geometrice a lucrului mecanic conform căruia valoarea acestuia este egală cu aria ciclului rezultă că $L_{1231} > L_{1341}$.

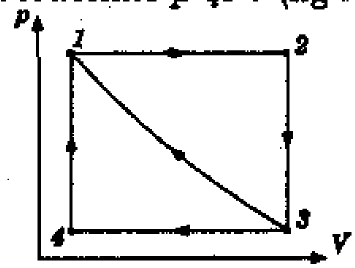


Fig. R 1.2.14

b) $L_{1231} = L_{12} + L_{23} + L_{31} = p_1(V_2 - V_1) + \nu R T_1 \ln\dfrac{V_1}{V_3} = 3p_1V_1 - 2p_1V_1\ln 2 =$

$p_1V_1(3 - 2\ln 2) = 1280$ J şi $L_{1341} = L_{13} + L_{34} + L_{41} = \nu R T_1 \ln\dfrac{V_3}{V_1} + p_3(V_4 - V_3)$.

Deoarece transformarea $1 \to 3$ este izotermă $p_1V_1 = p_3V_3 \Rightarrow p_3 = \dfrac{p_1V_1}{V_3} = \dfrac{p_1}{4}$

$$\Rightarrow L_{1341} = 2p_1V_1\ln 2 - \frac{3}{4}p_1V_1 = p_1V_1\left(2\ln 2 - \frac{3}{4}\right) \Rightarrow L_{1341} = 520 \text{ J}$$

$$L_{1231} - L_{1341} = p_1V_1(3 - 2\ln 2) - p_1V_1\left(2\ln 2 - \frac{3}{4}\right) = p_1V_1\left(\frac{15}{4} - 4\ln 2\right) = 760 \text{ J}$$

c) $L_{1231} + L_{1341} = 9p_1V_1/4 = 1800$ J şi reprezintă aria ciclului, conform interpretării geometrice a lucrului mecanic

28. a) Identificăm transformările: 1-2 şi 3-4 izocore cu $V_3 > V_1$, iar 2-3 şi 4-1 izobare cu $p_1 > p_2 \Rightarrow$ reprezăntările grafice cerute sunt redate în R 1.2.15.

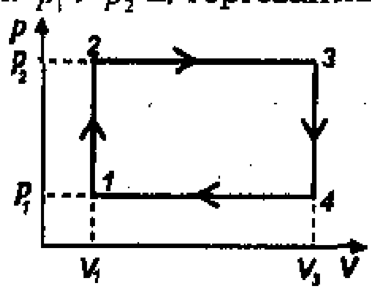
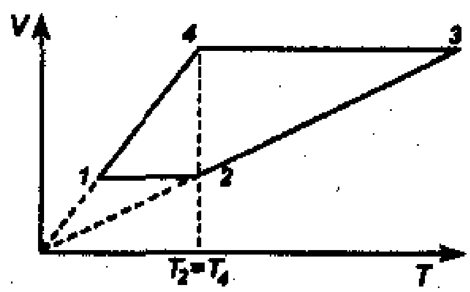


Fig. R 1.2.15



b) Scriem ecuaţiile de stare pentru fiecare stare:

$p_1V_1 = \nu RT_1\,(1),\ p_2V_1 = \nu RT_2\,(2),\ \ p_2V_3 = \nu RT_3\,(3)$ şi $p_1V_3 = \nu RT_4\,(4)$

Înmulţim prima ecuaţie cu a treia şi apoi ecuaţiile 2 şi 4, rezultă că:

$p_1p_2V_1V_3 = \nu^2R^2T_1T_3\ şi\ p_1p_2V_1V_3 = \nu^2R^2T_2T_4 \Rightarrow T_1T_3 = T_2T_4$

Cum $T_2 = T_4 \Rightarrow T_1T_3 = T_2^2 \Rightarrow 16T_1^2 = T_2^2 \Rightarrow T_2 = T_4 = 4T_1$.

Scriem parametrii stării 2: $V_2 = V_1;\ T_2 = 4T_1$ şi din ecuaţia transformării izocore. obţinem: $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow p_2 = \frac{p_1T_2}{T_1} = 4p_1$.

Scriem parametrii stării 3: $p_3 = p_2 = 4p_1;\ T_3 = 16T_1$ şi din ecuaţia transformării izobare, obţinem: $\frac{V_3}{T_3} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow V_3 = V_2\frac{T_3}{T_2} = 4V_1$.

Scriem parametrii stării 4: $p_4 = p_1;\ V_4 = V_3 = 4V_1;\ T_4 = 4T_1$.

c) Pe baza interpretării geometrice a lucrului mecanic

$L_{12341} = A_{12341} = (p_2 - p_1)(V_3 - V_2) = 9p_1V_1 = \nu RT_1$

29. a) Identificăm transformările $1 \rightarrow 2$ izocoră; $2 \rightarrow 3$ izotermă; $3 \rightarrow 4$ izocoră şi $4 \rightarrow 1$ izobară.

Reprezentăm în coordonate p şi T (fig R 1.2.16):

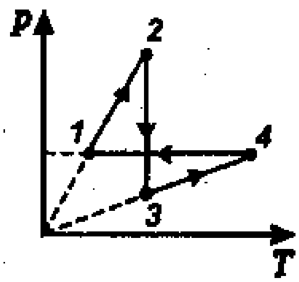


Fig. R 1.2.16

b. $\Delta U_{41} = \nu C_V(T_1 - T_4) = \frac{3}{2}\nu R(T_1 - T_4) = \frac{3}{2}(p_1V_1 - p_4V_4)$.

$$\Delta U_{41} = \frac{3}{2}(p_1V_1 - p_1 4V_1) = -\frac{9p_1V_1}{2}$$

c) $L_{ciclu} = L_{12} + L_{23} + L_{34} + L_{41} = L_{23} + L_{41}$, deoarece pe transformările izocore

$$L_{12} = L_{34} = 0 \Rightarrow L_{23} = \nu RT_2 \ln\frac{V_3}{V_2} = p_2V_2 \ln 4 = 6p_1V_1 \ln 2 \text{ şi}$$

$$L_{41} = p_1(V_1 - V_4) = -3p_1V_1$$

$L_{ciclu} = 6p_1V_1 \ln 2 - 3p_1V_1 = 3p_1V_1(2\ln 2 - 1) \approx 1{,}2p_1V_1$, deci în transformarea ciclică 12341 gazul efectuează lucrul mecanic

30. a) Reprezentarea grafică a procesului în p şi V este redată ăn figura R 1.2 17.

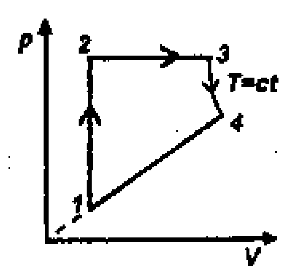


Fig. R 1.2.17

b) Aflăm parametrii stării 4.

Cum ecuaţia transformării $4 \rightarrow 1$ este:

$$\frac{p}{V} = ct \Rightarrow \frac{p_1}{V_1} = \frac{p_4}{V_4} \Rightarrow p_4 = \frac{p_1V_4}{V_1} \quad (1)$$

Transformarea $2 \to 3$ este izotermă astfel că:

$$p_3V_3 = p_4V_4 \Rightarrow p_4 = \frac{p_3V_3}{V_4} = \frac{4p_1V_1}{V_4} \quad (2)$$

Din (1) si (2) obținem: $\frac{p_1V_4}{V_1} = \frac{4p_1V_1}{V_4} \Rightarrow V_4^2 = 4V_1^2 \Rightarrow V_4 = 2V_1$.

$p_4 = 2V_1$ şi conform ecuației de stare $T_4 = \frac{p_4V_4}{\nu R} = \frac{4p_1V_1}{\nu R} = 4T_1$.

c)

$$L_{12341} = L_{12} + L_{23} + L_{34} + L_{41}, \text{ cu } L_{12} = 0;\ L_{23} = p_2(V_3 - V_2) = \frac{4p_1V_1}{3}$$

$$L_{34} = \nu RT_4 \ln\frac{V_4}{V_3} = p_4V_4 \ln\frac{p_3}{p_4} = 4p_1V_1 \ln\frac{4}{3};\ L_{41} = \frac{(p_1 + p_4)(V_1 - V_4)}{2} = -\frac{3p_1V_1}{2}$$

$$L_{12341} = \frac{4p_1V_1}{3} + 4p_1V_1 \ln\frac{4}{3} - \frac{3}{2}p_1V_1 = p_1V_1\left(4\ln\frac{4}{3} - \frac{1}{6}\right) \approx 0{,}981 p_1V_1$$

31. a) $1 \to 2$ este o tranformare izobară astfel că $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{V_2T_1}{V_1} = 2T_1$.

$2 \to 4$ este o tranformare izotermă astfel că: $\frac{p_4}{T_4} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow T_4 = \frac{p_4T_2}{p_2} = 8T_1$.

Transformarea $5 \to 1$ este reprezentată grafic printr-un segment de dreaptă care trece prin orginea axelor, astfel că legea de dependență dintre presiune şi volum este $\frac{p}{V} = a \Rightarrow \frac{p_1}{V_1} = \frac{p_5}{V_5} \Rightarrow V_5 = \frac{p_5V_1}{p_1} = 4V_1$.

Din ecuația termică de stare:

$$p_5V_5 = \nu RT_5 \Rightarrow T_5 = \frac{p_5V_5}{\nu R} = \frac{16p_1V_1}{\nu R} = 16T_1 \Rightarrow \frac{T_5}{T_1} = 16$$

b) $V_3 = V_2 = 2V_1 \Rightarrow \frac{p_1}{V_1} = \frac{p_3}{V_3} \Rightarrow p_3 = \frac{p_1V_3}{V_1} = 2p_1 = 2\cdot 10^5$ Pa

c) Pe baza interpretării geometrice a lucrului mecanic, acesta este egal cu aria transformării ciclice. Cum ciclul este parcurs în sensul acelor de ceasornic pe porțiunea 3453, lucrul mecanic este pozitiv şi egal cu aria A_{3453}. Pe porțiunea 1231 ciclul este parcurs în sens trigonometric şi lucrul mecanic este negativ şi egal cu aria A_{1231}, astfel că:

$$L_{ciclu} = A_{3453} - A_{1231} = \frac{(p_4 - p_3)(V_5 - V_4)}{2} - \frac{(p_3 - p_1)(V_2 - V_1)}{2} = \frac{3p_1V_1}{2} = 150 \text{ J}$$

32. a) Cum energia internă este $U = \nu C_V T \Rightarrow \frac{U_3}{U_1} = \frac{T_3}{T_1}$.

Legea transformării 2-3 este:

$p = aV \Rightarrow \frac{p}{V} = ct \Rightarrow \frac{p_2}{V_2} = \frac{p_3}{V_3} \Rightarrow p_3 = \frac{p_2 V_3}{V_2} = 4p_1 \Rightarrow$ din ecuaţia termică de stare obţinem: $T_3 = \frac{p_3 V_3}{\nu R} = 8T_1 \Rightarrow \frac{U_3}{U_1} = \frac{T_3}{T_1} = 8.$

b. Pe baza interpretării geometrice a lucrului mecanic în coordonate p şi V, acesta este egal cu aria cuprinsă între curba presiunii şi axa volumui. În acest caz figura geometrică este un trapez. Obţinem:

$$L_{123} = L_{12} + L_{23} = L_{23} = \frac{(p_2 + p_3)(V_3 - V_1)}{2} = 3p_1 V_1 = 300\text{ J}$$

c) Pe baza interpretării geometrice a lucrului mecanic, acesta este egal cu aria transformării ciclice în coordonate p şi V., Dacă ciclul este parcurs în sensul acelor de ceasornic, lucrul mecanic este pozitiv. În acest caz figura geometrică este un trapez.

Obţinem: $L_{12341} = \frac{[(p_2 - p_1) + (p_3 - p_4)] \cdot (V_4 - V_1)}{2}$

Aflăm valoarea presiunii p_4, utilizând legea $\frac{p}{V} = ct$, pentru transformarea

$4 \to 1$: $\frac{p_1}{V_1} = \frac{p_4}{V_4} \Rightarrow p_4 = \frac{p_1 V_4}{V_1} = 2p_1$, astfel că: $L_{12341} = \frac{(p_1 + 2p_1)V_1}{2} = \frac{3p_1 V_1}{2} \Rightarrow$
L_{12341}=150 J

33. a) Conform ecuaţiei termice de stare $pV = \nu RT \Rightarrow T_3 = \frac{p_3 V_3}{\nu R} = \frac{6p_1 V_1}{\nu R}$,

iar $T_1 = \frac{p_1 V_1}{\nu R} \Rightarrow T_3 = 6T_1$

b) Conform interpretării geometrice a lucrului mecanic, acesta este egal cu aria trapezului.

$$L_{12341} = \frac{[(V_3 - V_2) + (V_4 - V_1)] \cdot (p_2 - p_1)}{2} = \frac{5p_1 V_1}{2} = 250\text{ J.}$$

c) $\Delta U_{41} = \nu C_V (T_4 - T_1) = \frac{5}{2}\nu R(T_4 - T_1) = \frac{5}{2}(p_4 V_4 - p_1 V_1) = \frac{15}{2} p_1 V_1 = 750$ J.

34. a) Identificăm transformările gazului: 1-2 izobară, 2-3 izocoră şi 3-1 generală. Determinăm ecuaţia procesului 3-1 în coordonate p şi V. Pentru aceasta introducem ecuaţia procesului 3-1 în coordonate V şi T în ecuaţia termică de stare şi obţinem:

$pV = \nu R\frac{T_1}{2}(3-BV)BV \Rightarrow p = \frac{\nu RBT_1(3-BV)}{2} \Rightarrow$ presiunea depinde liniar de volumul gazului în transformarea 3-1.

b) Observăm că $T_1 = T_3$, deoarece punctele 1 şi 3 se află pe aceeaşi izotermă, astfel că: $T_1 = \frac{T_1}{2}(3-BV)BV \Rightarrow B^2V^2 - 3BV + 2 = 0 \Rightarrow V = \frac{3B \pm B}{2B^2}$, astfel că

$V_{min} = V_1 = \frac{1}{B}$ şi $V_{max} = V_2 = \frac{2}{B} \Rightarrow V_2 = 2V_1$

Din ecuaţia termică de stare scrisă pentru starea 3, obţinem: $p_3V_3 = \nu RT_3 \Rightarrow p_3 = \frac{\nu RT_3}{V_3} = \frac{\nu RT_1}{2V_1} = \frac{p_1}{2}$.

Reprezentarea grafică a transformării ciclice în coordonate p şi V este redată în graficul R 1.2.18.

Pe baza interpretării geometrice a lucrului mecanic, acesta este egal cu aria ciclului.

$L_{ciclu} = A_{1231} = \frac{(p_1 - p_3)(V_3 - V_1)}{2} = \frac{p_1V_1}{4} = \frac{\nu RT_1}{4}$ =831J

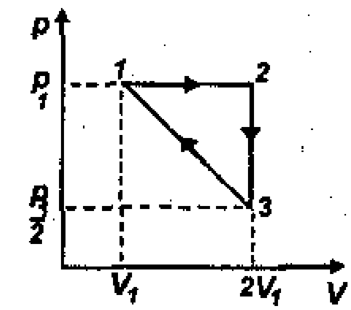


Fig. R 1.2.18

c) Conform definiţiei puterii: $P = \frac{L_{total}}{t} = \frac{NL_{ciclu}}{t} = 4155$ W

35. a) Deoarece sistemul termodinamic format din cele două gaze nu schimbă energie cu mediul exterior, sistemul este izolat. Pentru acest sistem energia internă se conservă. Obţinem:

$\Delta U = \Delta U_1 + \Delta U_2 = 0 \Rightarrow \nu_1 C_{V_1}\Delta T_1 + \nu_2 C_{V_2}\Delta T_2 = 0$

Deoarece gazele sunt biatomice, atunci $C_{V_1} = C_{V_2} = C_V \Rightarrow$

$\nu_1(T - T_1) + \nu_2(T - T_2) = 0 \Rightarrow T = \frac{\nu_1T_1 + \nu_2T_2}{\nu_1 + \nu_2}$ reprezintă temperatura de echilibru după punerea vaselor în legătură. Conform ecuaţiilor termice de stare obţinem: $\nu_1 = \frac{p_1V_1}{RT_1}$ şi $\nu_2 = \frac{p_2V_2}{RT_2} \Rightarrow T = \frac{(p_1V_1 + p_2V_2)T_1T_2}{p_1V_1T_2 + p_2V_2T_1}$ =456,52 K

b) Utilizăm ecuaţia termică de stare pentru amestecul de gaze:

$p(V_1 + V_2) = (\nu_1 + \nu_2)RT \Rightarrow p = \frac{(\nu_1 + \nu_2)RT}{V_1 + V_2} \Rightarrow p = \frac{p_1V_1 + p_2V_2}{V_1 + V_2} = 2{,}33\cdot 10^5$ Pa

c) $\Delta U_1 = U_{1f} - U_{1i} = \nu_1' C_V T - \nu_1 C_V T_1 = C_V(\nu_1' T - \nu_1 T_1)$, unde cu ν_1' am notat numărul de moli în final în primul vas.

Din ecuaţia termică de stare pentru gazul din vasul 1:

$$pV_1 = \nu_1' RT \Rightarrow \nu_1'' = \frac{pV_1}{RT} \Rightarrow \Delta U = \frac{3}{2}V_1(p-p_1) = \frac{3}{2}V_1V_2\frac{p_2-p_1}{V_1+V_2} = 4 \text{ kJ}$$

36. a) Deoarece gazul se comprimă, astfel că energia internă să rămână constantă şi cum $U = \nu C_V T$, înseamnă că acesta suferă o transformare izotermă $1 \to 2$. Apoi deoarece densitatea gazului rămâne constantă, cum $\rho = \frac{m}{V}$, înseamnă că transformarea $2 \to 3$ a gazului este izocoră. Ştiind că în transformarea $3 \to 1$ densitatea gazului variază invers proporţional cu temperatura absolută conform legii $\rho T = const$ şi cum

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{mT}{V} = const \Rightarrow \frac{V}{T} = const \Rightarrow \text{transformarea } 3 \to 1$$

a gazului este izobară. Reprezentarea succesiunii de transformări este redată în figura R 1.2.19.

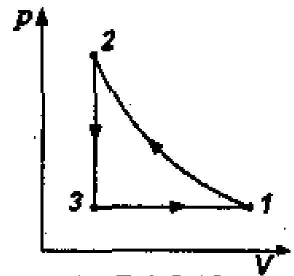


Fig. R 1.2.19

b). $L_{ciclu} = L_{12} + L_{23} + L_{31} = \nu RT_1 \ln\frac{V_2}{V_1} + p_1(V_1 - V_3)$

$$\Rightarrow L_{ciclu} = -p_1V_1\ln 3 + \frac{2}{3}p_1V_1 = p_1V_1\left(\frac{2}{3} - \ln 3\right) \approx -86{,}67 \text{ J}$$

Semnul minus al lucrului mecanic se explică prin faptul că acest ciclu este parcurs în sens trigonometric şi gazul primeşte lucru mecanic de la mediu.

c) $U_3 = \nu C_V T_3 = \frac{3}{2}\nu RT_3$

Cum transformarea 3-1 este izobară, pe baza legii acestei transformări, obţinem: $\frac{V_3}{T_3} = \frac{V_1}{T_1} \Rightarrow T_3 = \frac{V_3T_1}{V_1} = \frac{T_1}{3} \Rightarrow U_3 = \frac{3}{2}\nu R\frac{T_1}{3} = \frac{\nu RT_1}{2} = \frac{p_1V_1}{2} = 100 \text{ J}$

37. a) Deoarece supapa se deschide numai dacă presiunea în recipientul mare depăşeşte presiunea din recipientul mic cu $\Delta p > p_0$, înseamnă că iniţial supapa este închisă şi întreaga cantitate de gaz se află numai în recipientul mare. (fig R 1.2.20) Utilizăm ecuaţia termică de stare:

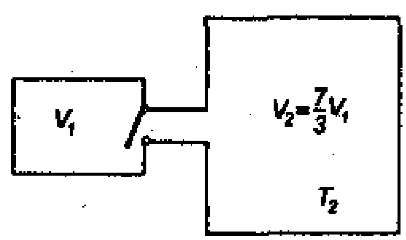


Fig. R 1.2.20

$$p_0V_2 = \nu RT_2 \Rightarrow \nu = \frac{p_0V_2}{RT_2} \Rightarrow m = \mu\nu = \frac{\mu p_0 V_2}{RT_2} = 2{,}71 \text{ g}$$

b) Presupunem că supapa se deschide, astfel că în recipientul 1 presiunea va fi p_1 iar în recipientul mare presiunea va fi $p_2 = p_1 + \Delta p$. Aplicăm legea conservării numărului de moli: $\nu = \nu_1 + \nu_2$, unde cu ν_1 şi ν_2 am notat numărul de moli în recipientul mic şi respectiv în cel mare. Obţinem:

$$\frac{p_0V_2}{RT_2}=\frac{p_1V_1}{RT}+\frac{p_2V_2}{RT}\Rightarrow\frac{7p_0V_1}{3T_2}=\left(p_1V_1+\frac{7p_2V_1}{3}\right)\frac{2}{3T_2}\Rightarrow 7p_0=2p_1+\frac{14}{3}p_2\Rightarrow$$

$$21p_0=6p_1+14p_2\Rightarrow 21p_0=6p_1+14(p_1+\Delta p)=20p_1+14\Delta p\Rightarrow$$

$$p_1=\frac{21p_0-14\Delta p}{20}=1{,}5\cdot 10^4\ \text{Pa}$$

c) $\dfrac{\Delta U}{U_i}=\dfrac{U_f-U_i}{U_i}=\dfrac{U_f}{U_i}-1=\dfrac{\nu C_VT}{\nu C_VT_1}-1=\dfrac{T}{T_2}-1=0{,}5$

38. a) Scriem ecuațiile termice de stare ale gazelor din fiecare incintă (fig R 1.2.21).

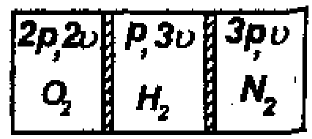


Fig. R 1.2.21

Pentru O_2: $2pV=2\nu RT_1\Rightarrow pV=\nu RT_1$ (1)

Pentru H_2: $pV=3\nu RT_2$ (2)

Pentru N_2: $3pV=\nu RT_3$ (3)

Din ecuațiile (1) și (2) obținem: $T_2=\dfrac{T_1}{3}$ și din ecuațiile (1) și (3) obținem:

$T_3=3T_1$

b) Deoarece cilindrul este izolat de exterior, energia internă a sistemului se conservă, astfel că: $U_f=U_1+U_2+U_3\Rightarrow\nu_fC_VT=2\nu C_VT_1+3\nu C_VT_2+\nu C_VT_3$, cu $\nu_f=\nu_1+\nu_2+\nu_3=6\nu$ și C_V același, deoarece gazele sunt biatomice, astfel că: $2\nu T_1+3\nu\dfrac{T_1}{3}+3\nu T_1=6\nu T\Rightarrow T=T_1$

Utilizăm ecuația termică de stare: $p_fV_f=\nu_fRT\Rightarrow p=\dfrac{6\nu RT_1}{3V}=\dfrac{2\nu RT_1}{V}=2p$

c) $\Delta U_{O_2}=U_{O_{2f}}-U_{O_{2i}}=2\nu C_VT-2\nu C_VT_1=0$

39. a) Deoarece cele două recipiente comunică în ele presiunea are aceeași valoare. Când se mărește temperatura în primul recipient și se micșorează în al doilea trece gaz dintr-un recipient în celălalt, astfel că în recipientul încălzit numărul de moli este ν_1, iar în recipientul răcit numărul de moli este ν_2. Fracțiunea cerută este: $f=\dfrac{\nu-\nu_1}{\nu}=1-\dfrac{\nu_1}{\nu}$.

Aplicăm legea de conservare a numărului de moli: $\nu_f=\nu_1+\nu_2\Rightarrow 2\nu=\nu_1+\nu_2$ (1). Aplicăm ecuațiile termice de stare în starea finală în recipientul încălzit $p'V=\nu_1RnT$ și în recipientul răcit $p'V=\nu_2RT/n$. Din egalarea celor două ecuații obținem: $\nu_1nT=\nu_2T/n\Rightarrow\nu_2=n^2\nu_1$ (2)

Din (1) şi (2) $\Rightarrow\ 2\nu=\nu_1+n^2\nu_1=\nu_1\left(1+n^2\right)\Rightarrow \nu_1=\dfrac{2\nu}{n^2+1}\Rightarrow f=\dfrac{n^2-1}{n^2+1}$=60%

b) $\Delta U=U_f-U_i=\left(\nu_1 C_V nT+\nu_2 C_V\dfrac{T}{n}\right)-2\nu C_V T\Rightarrow$

$$\Delta U=\left(\frac{2\nu}{n^2+1}nT+\frac{2n^2\nu}{n^2+1}\cdot\frac{T}{n}-2\nu T\right)C_V=-5\nu RT\frac{(n-1)^2}{n^2+1}=-24{,}93\text{ kJ}$$

c) L=0, deoarece volumul ocupat de hidrogen nu se modifică. Dacă parametrii de poziţie nu se modifică, forţele nu-şi deplasează punctele de aplicaţie şi prin urmare nu efectuează lucru mecanic (volumul este un parametru de poziţie).

40. a) $L_{145}=L_{14}+L_{45}=L_{45}=p_5\left(V_5-V_1\right)$=200 J

b) $L_{125}=L_{12}+L_{25}=L_{12}=\nu RT_1\ln\dfrac{V_5}{V_1}=p_1V_1\ln 2$=560 J

c) $\Delta U_{135}=\nu C_V\left(T_5-T_1\right)=\dfrac{3}{2}\nu R\left(T_5-T_1\right)=\dfrac{3}{2}\left(p_5V_5-p_1V_1\right)=-600$ J

41. a) Energia internă a gazului este: $U_i=\nu C_V T=\dfrac{5}{2}\nu RT=\dfrac{5p_0V}{4}$=250 J

b) Iniţial gazul se află în incinta din stânga. La destindere lucrul mecanic este nul L=0, deoarece când se destinde în vid gazul nu are ce forţe să învingă, deoarece nu există gaz (fig R 1.2.22)

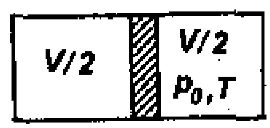


Fig. R 1.2.22

c) În final gazul ocupă întreg cilindrul. Destinderea gazului în vid se realizează brusc şi gazul nu are timp să schimbe cu mediul exterior energie, adică transformarea gazului este adiabatică. Deoarece gazul nu schimbă cu mediul exterior nici lucru mecanic şi nici căldură, energia internă a gazului se menţine constantă, astfel că $U_f=U_i$. Temperatura gazului nu se schimbă imediat după destindere, astfel că T=300 K.

1.3 Aplicaţii ale principiului 1 al termodinamicii

1. a) Transformarea oxigenului este izocoră, astfel că:

$$\frac{p_1}{T_1}=\frac{p_2}{T_2}\Rightarrow T_2=\frac{p_2}{p_1}T_1=3T_1=900\ \text{K}$$

b) L=0, deoarece V=constant

$$Q=\nu C_V\left(T_2-T_1\right)=5\nu RT_1=5p_1V=2\ \text{kJ}$$

c) $\Delta U=\nu C_V\left(T_2-T_1\right)=5\nu RT_1=5p_1V=2\ \text{kJ}$

2. a) Prin definiţie $\rho=\frac{m}{V}$. Din ecuaţia termică de stare a gazului ideal:

$$p_1V=\nu RT_1\Rightarrow V=\frac{mRT_1}{\mu\cdot p_1}\Rightarrow \rho=\frac{p_1\mu}{RT_1}=1{,}872\ \text{kg/m}^3\text{, deoarece } \nu=\frac{m}{\mu}.$$

b) Utilizând legea transformării izocore obţinem:

$$\frac{p_1}{T_1}=\frac{p_2}{T_2}\Rightarrow T_2=\frac{p_2}{p_1}T_1=2T_1=720\text{K}\Rightarrow t_2=447°C$$

c) Căldura necesară dublării temperaturii absolute printr-un proces izobar este: $Q_p=\nu C_p\left(T_2-T_1\right)=\nu C_pT_1$, iar printr-un proces izocor este: $Q_v=\nu C_v\left(T_2-T_1\right)=\nu C_vT_1\Rightarrow\frac{Q_p}{Q_v}=\frac{C_p}{C_v}=\frac{7}{5}=1{,}4$, deoarece căldurile molare

pentru un gaz biatomic sunt $C_p=\frac{7}{2}R$ şi $C_v=\frac{5}{2}R$.

3. a) Ţinând cont că energia internă este o mărime fizică aditivă, energia internă a amestecului se obţine adunând energiile interne ale gazelor componente , asrfel că $U=U_1+U_2=\nu_1C_{v_1}T_1+\nu_2C_{v_2}T_1$

Cum ambele gaze sunt biatomice, astfel că $C_{v_1}=C_{v_2}=\frac{5}{2}R$ şi deoarece pe

baza conservării numărului de moli $\nu=\nu_1+\nu_2\Rightarrow U=\left(\nu_1+\nu_2\right)\cdot\frac{5}{2}RT=\frac{5}{2}\nu RT$

Pe baza ecuaţiei termice de stare $pV=\nu RT\Rightarrow U=\frac{5}{2}pV=4155\ \text{J}$

b) $\Delta U=U_2'-U_1'=\frac{5}{2}\nu RT_2-\frac{5}{2}\nu RT_1=\frac{5}{2}\nu R\Delta T$

Cum $pV=\nu RT\Rightarrow\nu R=\frac{pV}{T}\Rightarrow\Delta U=\frac{5}{2}pV\frac{\Delta T}{T}=1385\ \text{J}$

c) $Q=\nu C_v\Delta T=\Delta U=1385$ J, deoarece fiecare gaz suferă prin încălzire o transformare izocoră (V=ct).

4. a) Utilizând formula căldurii schimbate de un gaz biatomic cu mediul în transformarea izocoră obținem:

$$Q = \nu C_v \Delta T = \frac{5}{2}\nu R\left(T_2 - T_1\right) \Rightarrow T_2 = \frac{2Q}{5\nu R} + T_1 = 500\ \text{K}$$

b) Pe baza datelor problemei

$$U_{mono} = U_{bi} \Rightarrow \nu_{mono} C_{v_{mono}} T = \nu_{bi} C_{v_{bi}} T \Rightarrow \nu_{mono}\frac{3}{2}RT = \nu_{bi}\frac{5}{2}RT \Rightarrow 3\nu_{mono} = 5\nu_{bi}$$

$$\nu_{mono} = \frac{N_{atomi}}{N_A} = \frac{2N_{dis}}{N_A} = \frac{2fN_i}{N_A} = 2f\nu$$

Dar

$$\nu_{bi} = \frac{N_{bi}}{N_A} = \frac{N_i - N_{dis}}{N_A} = \frac{N_i - fN_i}{N_A} = \frac{N_i\left(1-f\right)}{N_A} = \left(1-f\right)\nu$$

$$3\cdot 2f\nu = 5\left(1-f\right)\nu \Rightarrow 6f = 5 - 5f \Rightarrow f \approx 45{,}45\ \%$$

c) Energia internă a azotului în stare inițială este: $U_1 = \nu C_v T = \frac{5}{2}\nu RT$

În stare finală $U_2 = U_{mono} + U_{bi} = \nu_{mono}\frac{3}{2}RT' + \nu_{bi}\frac{5}{2}RT' =$

$$= \left(3\nu_{mono} + 5\nu_{bi}\right)\frac{RT'}{2} = \left[3\cdot 2f\nu + 5\left(1-f\right)\nu\right]\frac{RnT}{2} = \left(5+f\right)n\nu RT \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{n\left(5+f\right)}{5} = 3{,}12$$

5. a) În transformarea izobară $L = p\Delta V = p\left(V_2 - V_1\right) = pV_2 - pV_1 =$

$$= \nu RT_2 - \nu RT_1 = \nu R\left(T_2 - T_1\right) \Rightarrow T_2 = \frac{L}{\nu R} + T_1 = 400\ \text{K}$$

b) $\Delta U = \nu C_v \Delta T = \frac{3}{2}\nu R\Delta T = \frac{3}{2}L = 2493\ \text{J}$

c) $Q = \nu C_p \Delta T = \frac{5}{2}\nu R\Delta T = \frac{5}{2}L = 4155\ \text{J}$

6. a) $\Delta U = \nu C_v \Delta T = \frac{5}{2}\nu R\Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{2\Delta U}{5\nu R} = T_2 - T_1 \Rightarrow T_2 = T_1 + \frac{2\Delta U}{5\nu R} = 340\ \text{K}$

b) Aplicăm ecuația termică de stare în starea finală:

$$p_1 V_2 = \nu RT_2 \Rightarrow V_2 = \frac{\nu RT_2}{p_1} \approx 7{,}06\ \text{L}$$

c) În izobară $Q_p = \nu C_p \Delta T = \frac{7}{2}\nu R\Delta T = \frac{7}{5}\Delta U = 1163{,}4\ \text{J}$, iar

$$L = p\Delta V = \nu R\Delta T = \frac{2}{5}\Delta U = 332{,}4\ \text{J}$$

7. a) Conform relației $\Delta E_p = Mg\Delta h$, calculăm pe ce distanță se ridică pistonul $\Rightarrow \Delta h = \dfrac{\Delta E_p}{Mg} = 5$ cm

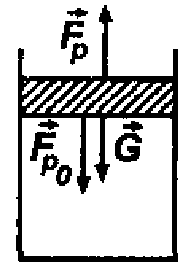


Fig. R 1.3.1

Studiem echilibrul pistonului (fig R 1.3.1):

$$G + F_{p_0} = F_p \Rightarrow Mg + p_0 S = pS \Rightarrow p = p_0 + \frac{Mg}{S} \Rightarrow$$

$p = 1{,}1 \cdot 10^6$ Pa $\Rightarrow$ transformarea gazului este izobară

$$L = p\Delta V = pS\Delta h = \left(p_0 S + Mg\right)\frac{\Delta E_p}{Mg} = 5{,}5J\ ;$$

$$Q = \nu C_p \Delta T = \frac{7}{2}\nu R\Delta T = \frac{7}{2}p\Delta V = 19{,}25J$$

$$\Delta U = \nu C_v \Delta T = \frac{5}{2}\nu R\Delta T = \frac{5}{2}p\Delta V = 13{,}75J$$

b) Scriem ecuația transformării izobare: $\dfrac{V_2}{T_2} = \dfrac{V_1}{T_1} \Rightarrow \dfrac{V_1 + S\Delta h}{T_2} = \dfrac{V_1}{T_1}$

Utilizăm și ecuația termică de stare în starea inițială:

$$pV_1 = \nu RT_1 = \frac{m}{\mu}RT_1 \Rightarrow \frac{V_1}{T_1} = \frac{mR}{\mu p} \Rightarrow \frac{V_1 + S\Delta h}{T_2} = \frac{mR}{\mu p} \Rightarrow V_1 = \frac{mR}{\mu p}T_2 - S\Delta h \Rightarrow$$

$V = 10^{-5}$ m^3 $= 10$ cm^3

c) $T_1 = \dfrac{\mu p V_1}{mR} = 333{,}33$ K

8. a) Studiem echilibrul pistonului (fig R 1.3.2).
Pe direcția mișcării rezultanta forțelor este nulă:

$$F_p = F_{p_0} + mg\sin\alpha \Rightarrow pS = p_0 S + mg\sin\alpha \Rightarrow$$

$$p = p_0 + \frac{mg\sin\alpha}{S} = 2\cdot 10^5\,Pa$$

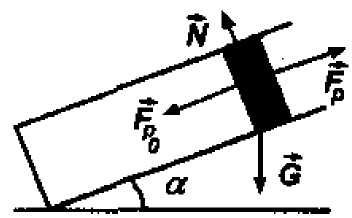


Fig. R 1.3.2

b) Transformarea gazului închis în cilindru este izobară, astfel că:
$L = p\Delta V = pS\Delta\ell = 20$ J

c) $Q = \nu C_p \Delta T = \dfrac{7}{2}\nu R\Delta T = \dfrac{7}{2}p\Delta V = \dfrac{7}{2}pS\Delta\ell = 70$ J

9. a) Aflăm presiunea gazului dintre cele două pistoane prin impunerea condiției de echilibru celor două pistoane (fig R 1.3.3).
Pentru pistonul S_1:

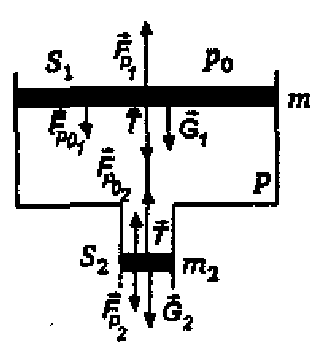


Fig. R 1.3.3

$$F_{p_1} = F_{p_{01}} + T + m_1 g \Rightarrow pS_1 = p_0 S_1 + T + m_1 g \Rightarrow$$

$$T = (p - p_0)S_1 - m_1 g$$

Pentru pistonul S_2:

$$F_{p_2} + G_2 = F_{p_{02}} + T \Rightarrow pS_2 + m_2 g = p_0 S_2 + T \Rightarrow T = (p - p_0)S_2 + m_2 g \Rightarrow$$

$$(p - p_0)S_1 - m_1 g = (p - p_0)S_2 + m_2 g \Rightarrow (p - p_0)(S_1 - S_2) = (m_1 + m_2)g \Rightarrow$$

$p = p_0 + \dfrac{mg}{\Delta S} = 1{,}5 \cdot 10^5$ Pa $\Rightarrow p = ct \Rightarrow$ gazul dintre pistoane suferă o transformare izobară.

b) Conform ecuației transformării izobare:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_1 + \Delta V}{T_1 + \Delta T} \Rightarrow \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_1 + S_1\Delta\ell - S_2\Delta\ell}{T_1 + \Delta T} \Rightarrow V_1\Delta T = T_1\Delta\ell(S_1 - S_2) \Rightarrow \Delta\ell = \frac{V_1\Delta T}{T_1\Delta S}$$

Din ecuația termică de stare $pV_1 = \nu RT_1 \Rightarrow V_1 = \dfrac{\nu RT_1}{p} \Rightarrow \Delta\ell = \dfrac{\nu R\Delta T}{p\Delta S} \Rightarrow$

$$\Delta\ell = \frac{\nu R\Delta T}{p_0\Delta S + mg} = 27{,}7 \text{ cm}.$$

Deoarece gazul prin încălzire se dilată, pistoanele se deplasează în sus și prin urmare volumul crește cu $\Delta V = S_1\Delta\ell - S_2\Delta\ell = \Delta S\Delta\ell$.

c) $Q = \nu C_p\Delta T = \dfrac{7}{2}\nu R\Delta T = 29{,}085$ J

10. a) Legea transformării izoterme este:

$$p_1V_1 = p_2V_2 \Rightarrow p_2 = \frac{p_1V_1}{V_2} = \frac{p_1}{16} = 6{,}25 \text{ kPa}$$

b) $\Delta U = 0$, deoarece $T = const$

c) $L = \nu RT \ln\dfrac{V_2}{V_1} = p_1V_1 \ln 16 = 4p_1V_1 \ln 2 = 554{,}4$ J

Din primul principiu al termodinamicii: $\Delta U = Q - L \Rightarrow Q = L = 554{,}4$ J

11. a. Agentul termic cedează căldură aerului din cameră și deoarece temperatura camerei se menține constantă, această căldură este cedată de cameră mediului, astfel că $Q_p = |Q_c|$. Deoarece căldura primită de aerul dintr-o cameră de la agentul termic din calorifer este direct proporțională cu diferența de temperatură dintre sursele care schimbă căldură atunci $Q_p = a(t_a - t)$. Deoarece căldura cedată de aerul din cameră mediului exterior este direct proporţională cu diferenţa de temperatură dintre sursele care schimbă căldură, atunci $|Q_c| = b(t - t_e)$. Astfel că: $a(t_a - t) = b(t - t_e)$.

Din $a(t_a - t_1) = b(t_1 - t_{e1})$ şi $a(t_a - t_2) = b(t_2 - t_{e2}) \Rightarrow$ prin împărţirea celor două relaţii obţinem: $\dfrac{t_a - t_1}{t_a - t_2} = \dfrac{t_1 - t_{e1}}{t_2 - t_{e2}} \Rightarrow t_2 = 10^oC$

b. Analog $a(t_a - t_1) = b(t_1 - t_{e1})$ şi $a(t_a' - t_1) = b(t_1 - t_{e2}) \Rightarrow$ prin împărţirea celor două relaţii obţinem: $\dfrac{t_a - t_1}{t_a' - t_1} = \dfrac{t_1 - t_{e1}}{t_1 - t_{e2}} \Rightarrow t_a' = 80^oC$

c. Cum $a(t_a - t_1) = b(t_1 - t_{e1})$ şi $a(t_a - t_3) = b(t_3 - t_{e3}) \Rightarrow$ prin împărţirea celor două relaţii obţinem: $\dfrac{t_a - t_1}{t_a - t_3} = \dfrac{t_1 - t_{e1}}{t_3 - t_{e3}} \Rightarrow t_{e3} = -10^oC$

12. a) Scriem expresia căldurii care intervine în transformarea izotermă 1:
$Q_1 = \nu_1 RT \ln \dfrac{V_f}{V_i} = \dfrac{m_1}{\mu} RT \ln 2$ şi în transformarea izotermă 2:

$Q_2 = \nu_2 RT \ln 2 = \dfrac{m_2}{\mu} RT \ln 2$. Cum $\dfrac{Q_1}{Q_2} = \dfrac{m_1}{m_2} \Rightarrow m_2 = m_1 \dfrac{Q_2}{Q_1} = 1$ g

b) $Q_2' = \nu_2 RT \ln \dfrac{V_f'}{V_i'}$. Conform datelor problemei: $\Delta V = 3V_i' \Rightarrow$

$V_f' = \Delta V + V_i' = 4V_i' \Rightarrow Q_2' = \dfrac{m_2}{\mu} RT \ln 4 \Rightarrow T = \dfrac{\mu Q_2'}{2 m_2 R \ln 2} = 300$ K

c) Q_1=431,91 J

13. a) În transformarea adiabatică : $L = -\Delta U = -\nu C_v \Delta T = -\dfrac{5}{2}\nu R \Delta T \Rightarrow$

$\Delta T = -\dfrac{2L}{5\nu R} \Rightarrow T_2 = T_1 - \dfrac{2L}{5\nu R}$

Cum $\nu = \dfrac{m}{\mu} \Rightarrow T_2 = T_1 - \dfrac{2L\mu}{5mR} = 220K \Rightarrow t_2 = -53°C$

b) $\Delta U = -L = -166{,}2$ J

c) Q=0

14. a) Scriem legea transformării adiabate în coordonate p şi V: $p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma$.

$$\Rightarrow p_2=\frac{p_1}{32};V_2=8V_1\Rightarrow p_1V_1^{\gamma}=\frac{p_1}{2^5}\cdot\left(2^3\cdot V_1\right)^{\gamma}\Rightarrow\Rightarrow 1=\frac{2^{3\gamma}}{2^5}\Rightarrow 3\gamma=5\Rightarrow\gamma=\frac{5}{3}$$

b) $L=-\Delta U=-\nu C_v\Delta T=-\frac{\nu R}{\gamma^{-1}}\Delta T=-\frac{3}{2}\nu R\Delta T=-\frac{3}{2}\left(\nu RT_2-\nu RT_1\right)=$

$$=\frac{3}{2}\left(p_1V_1-p_2V_2\right)=\frac{3}{2}\left(p_1V_1-\frac{p_1}{32}\cdot 8V_1\right)=\frac{9}{8}p_1V_1=900\text{ J}$$

c) $\Delta T=-\frac{L}{\nu C_v}=-\frac{2L}{3\nu R}=-72{,}2\text{ K}$

15. a) În transformarea adiabatică:

$$L=-\Delta U=-\nu C_v\Delta T=-\frac{5}{2}\nu R\Delta T=\text{-6232,5 J}$$

b) $\Delta U=\nu C_v\Delta T=-L=6232{,}5$ J și $Q=0$

c) Aplicăm ecuația transformării adiabatice scrisă în coordonate V și T:

$$\Rightarrow T_1V_1^{\gamma-1}=T_2V_2^{\gamma-1}\Rightarrow V_2=V_1\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}\Rightarrow V_2=\frac{1}{2\sqrt{2}}\text{ m}^3=354{,}6\text{ L, cu }\gamma=\frac{7}{5}.$$

16. a) Conform legii transformării $p=aV$ în stările 1 și 2: $p_1=aV_1$ și cum

$$p_2=aV_2\Rightarrow p_2=\frac{p_1V_2}{V_1}=3p_1=3\cdot 10^5\text{ Pa}$$

b) $\Delta U=\nu C_v\Delta T=\frac{3}{2}\nu R\left(T_2-T_1\right)$

Conform ecuației de stare în starea 2, obținem: $T_2=\frac{p_2V_2}{\nu R}=\frac{9p_1V_1}{\nu R}=9T_1\Rightarrow$

$$\Rightarrow\Delta U=\frac{3}{2}\nu R\cdot 8T_1=12\nu RT_1=12p_1V_1=1200\text{ J}$$

c) Deoarece presiunea depinde direct proporțional de volum, pentru a calcula lucrul mecanic utilizăm interpretarea geometrică a lucrului mecanic (fig R 1.3.4), astfel că: $L=A_{trapez}=\frac{\left(p_1+p_2\right)\left(V_2-V_1\right)}{2}=\frac{4p_1\cdot 2V_1}{2}=4p_1V_1$

$\Rightarrow L=400$ J

Pe baza primului principiu al termodinamicii:

$Q=\Delta U+L=1600$ J

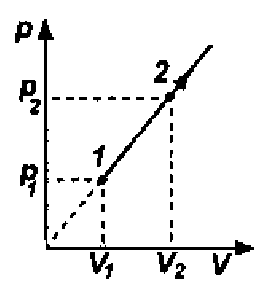


Fig. R 1.3.4

17. a) Impunem condiția de echilibru pistonului (fig R 1.3.5): $F_{el} = F_p \Rightarrow kx = pS$.

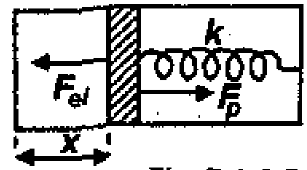


Fig. R 1.3.5

Cum $V = Sx \Rightarrow pS = k\frac{V}{S} \Rightarrow p = \frac{k}{S^2}V = aV$, unde

$a = \frac{k}{S^2} = ct$, observăm că presiunea gazului depinde direct proporțional de volumul acestuia

b) Conform ecuației termice de stare $\Rightarrow T = \frac{pV}{\nu R} \Rightarrow T = b \cdot p^2$ unde

$$b = \frac{S^2}{k\nu R} = ct \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^2 = 2{,}25$$

c) Prin definiție $C = \frac{Q}{\nu\Delta T} = \frac{\Delta U + L}{\nu\Delta T} = \frac{\nu C_v \Delta T + L}{\nu\Delta T} \Rightarrow C = C_v + \frac{L}{\nu\Delta T}$

Dar $L = \frac{(p_1 + p_2)(V_2 - V_1)}{2} = \frac{(aV_1 + aV_2)(V_2 - V_1)}{2} = \frac{a}{2}(V_2^2 - V_1^2) \Rightarrow$

$$\Rightarrow L = \frac{aV_2^2 - aV_1^2}{2} = \frac{p_2V_2 - p_1V_1}{2} = \frac{\nu RT_2 - \nu RT_1}{2} = \frac{\nu R\Delta T}{2} \Rightarrow C = C_v + \frac{R}{2} \Rightarrow$$

căldura molară în această transformare depinde de tipul gazului. Astfel pentru un gaz monoatomic $C_v = \frac{3}{2}R \Rightarrow C = 2R = 16{,}62\ \text{J/mol} \cdot \text{K}$

18. a) Reprezetăm în figura R 1.3.6 succesiunea de transformări suferite de gaz în coordonate p și V.

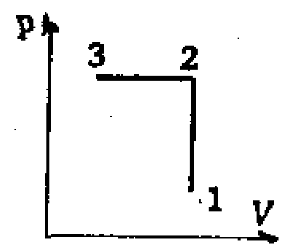


Fig. R 1.3.6

Conform definiției $\Delta U = \nu C_v \Delta T$, obținem:

$$\Delta U_{13} = \frac{3}{2}\nu R(T_3 - T_1) = \frac{3}{2}(p_3V_3 - p_1V_1) = -300\ \text{J}$$

b) $L_t = L_{12} + L_{23}$

Dar $L_{12} = 0$ și $L_{23} = p_3(V_3 - V_1) \Rightarrow L_t = p_3(V_3 - V_1) = -3200$ J

c) $Q_t = Q_{12} + Q_{23}$

$$Q_{12} = \nu C_v(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}(p_2V_2 - p_1V_1) = \frac{3}{2}V_1(p_3 - p_1)$$

$$Q_{23} = \nu C_v(T_3 - T_2) = \frac{5}{2}\nu R(T_3 - T_2) = \frac{5}{2}(p_3V_3 - p_2V_2) = \frac{5}{2}p_3(V_3 - V_1)$$

$$Q_t = \frac{3}{2}V_1(p_3 - p_1) + \frac{5}{2}p_3(V_3 - V_1) = -3500\ \text{J}$$

Se observă că se verifică primul principiu al termodinamicii astfel că: $Q_t = \Delta U_{13} + L_t$

19. a) Transformarea 1-2 este izocoră: $Q_{12} = \nu C_v\left(T_2 - T_1\right) = \dfrac{3}{2}\nu R\left(T_2 - T_1\right)$.

Pentru transformarea 2-3 izobară: $Q_{23} = \nu C_p\left(T_3 - T_2\right) = \dfrac{5}{2}\nu R(T_3 - T_2)$

Cum $Q_{12} = Q_{23} \Rightarrow \dfrac{3}{2}\nu R\left(T_2 - T_1\right) = \dfrac{5}{2}\left(T_3 - T_2\right) \Rightarrow 3T_2 - 3T_1 = 5T_3 - 5T_2$

Dar din datele problemei: $T_3 = 4T_1 \Rightarrow 8T_2 = 23T_1 \Rightarrow \dfrac{T_2}{T_1} = \dfrac{23}{8} = 2{,}875$

b) $\dfrac{\Delta U_{23}}{\Delta U_{12}} = \dfrac{\nu C_v\left(T_3 - T_2\right)}{\nu C_v\left(T_2 - T_1\right)} = 0{,}6$, deoarece $T_2 = \dfrac{23}{8}T_1$

c) $Q_t = Q_{12} + Q_{23} = 2Q_{12} = 2\cdot\dfrac{3}{2}\nu R\left(\dfrac{23}{8}T_1 - T_1\right) = \dfrac{45}{8}\nu RT_1 = \dfrac{45}{8}p_1V_1 = 4500\ \text{J}$

20. a. Deoarece pistonul este în echilibru şi se deplasează înseamnă că gazul suferă iniţial o transformare izobară. După ce pistonul se blochează gazul suferă prin încălzire o transformare izocoră. Reprezentarea succesiunii de procese la care este supus gazul este redată în figura R 1.3.7.

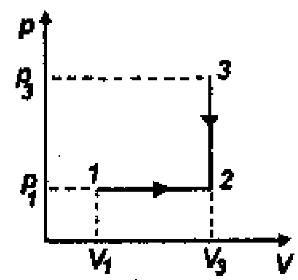


Fig. R 1.3.7

$L_{12} = p_1\left(V_2 - V_1\right) = p_1V_1\left(\dfrac{V_2}{V_1} - 1\right) = p_1V_1\left(\dfrac{T_2}{T_1} - 1\right)$=2 kJ,

deoarece din ecuaţia izobarei, obţinem $\dfrac{V_1}{T_1} = \dfrac{V_2}{T_2} \Rightarrow \dfrac{T_2}{T_1} = \dfrac{V_2}{V_1} \Rightarrow V_2 = 3V_1$.

b. $\Delta U_{13} = \nu C_V\left(T_3 - T_1\right) = \dfrac{5}{2}\nu R\left(T_2 - T_1\right) = \dfrac{5}{2}\left(p_2V_2 - p_1V_1\right) = 35p_1V_1$=35 kJ

c. $Q_{123} = Q_{12} + Q_{23}$, cu $Q_{12} = \nu C_p\left(T_2 - T_1\right) = \dfrac{7}{2}\nu R\left(T_2 - T_1\right) = \dfrac{7}{2}p_1\left(V_2 - V_1\right) \Rightarrow$

$Q_{12} = 7p_1V_1$ şi $Q_{23} = \nu C_V\left(T_3 - T_2\right) = \dfrac{5}{2}\nu R\left(T_3 - T_2\right) = \dfrac{5}{2}V_2\left(p_3 - p_1\right) = 30p_1V_1 \Rightarrow$

$Q_{123} = 37p_1V_1$=37 kJ sau $Q_{123} = \Delta U_{13} + L_{12}$, deoarece $L_{123} = L_{12}$.

21. a) Din datele problemei $T_2 = T_1$, deoarece stările 1 şi 2 se află pe aceeaşi izotermă. Conform legii transformării izoterme: $p_1V_1 = p_2V_2 \Rightarrow p_2 = \dfrac{p_1V_1}{V_2} = \dfrac{p_1}{3}$

Transformarea 2-3 este izobară astfel că: $\dfrac{V_2}{T_2} = \dfrac{V_3}{T_3} \Rightarrow T_3 = \dfrac{V_3T_2}{V_2} = \dfrac{V_1T_1}{3V_1} = \dfrac{T_1}{3}$

$$\Delta U_{13} = \nu C_v \left(T_3 - T_1\right) = \frac{3}{2}\nu R\left(\frac{T_1}{3} - T_1\right) = -\nu R T_1 = -2493 \text{ J}$$

b) $$L_{12} = \frac{(p_1 + p_2)(V_2 - V_1)}{2} = \frac{\left(p_1 + \frac{p_1}{3}\right)(3V_1 - V_1)}{2} = \frac{4}{3}p_1V_1$$

$$L_{23} = p_2\left(V_3 - V_2\right) = \frac{p_1}{3}\left(V_1 - 3V_1\right) = -\frac{2p_1V_1}{3} \Rightarrow \frac{L_{12}}{L_{23}} = -2$$

c) $$Q_{23} = \nu C_p \left(T_3 - T_2\right) = \frac{5}{2}\nu R\left(\frac{T_1}{3} - T_1\right) = -\frac{5}{3}\nu R T_1 = -4155 \text{ J}$$

22. a) Pornim de la informația problemei că $Q_{12} = Q_{13}$. Transformarea 1-2 este izocoră, astfel că $Q_{12} = \nu C_v\left(T_2 - T_1\right) = \frac{\nu R}{\gamma - 1}\Delta T_{12} = \frac{5}{2}\nu R \Delta T_{12}$.

Pe baza primului principiu al termodinamicii: $Q_{13} = L_{13} + \Delta U_{13}$

Dar $\Delta U_{13} = \nu C_v \Delta T_{13} = \frac{\nu R}{\gamma - 1}\Delta T_{13} = \frac{5}{2}\nu R \Delta T_{13}$ și $L_{13} = \frac{(p_3 + p_1)(V_3 - V_1)}{2}$, pe baza interpretării geometrice a lucrului mecanic.

Cum $p = aV \Rightarrow p_1 = aV_1$ și $p_3 = aV_3 \Rightarrow L = \frac{a\left(V_3^2 - V_1^2\right)}{2} = \frac{aV_3^2 - aV_1^2}{2} =$

$$= \frac{aV_3 \cdot V_3 - aV_1 \cdot V_1}{2} = \frac{p_3V_3 - p_1V_1}{2} = \frac{\nu R T_3 - \nu R T_1}{2} = \frac{\nu R \Delta T_{13}}{2} \Rightarrow Q_{13} = 3\nu R \Delta T_{13}.$$

$$Q_{12} = Q_{13} \Rightarrow \frac{5}{2}\nu R \Delta T_{12} = 3\nu R \Delta T_{13} \Rightarrow \frac{\Delta T_{12}}{\Delta T_{13}} = 1{,}2$$

b) $\Delta U_{12} = \nu C_v \Delta T_{12} = Q_{12} = 12465 \text{ J}$

c) Conform definiției: $C_{13} = \frac{Q_{13}}{\nu \Delta T_{13}} = 3R = 24{,}93 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$

23. a) Conform datelor problemei $Q_{12} = Q_{23}$, cu $Q_{12} = \nu C_p\left(T_2 - T_1\right)$.

Din $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ și $C_p = C_v + R \Rightarrow \gamma C_v = C_v + R \Rightarrow C_v = \frac{R}{\gamma - 1}$ și $C_p = \frac{\gamma R}{\gamma - 1} \Rightarrow$

$$Q_{12} = \nu\frac{\gamma R}{\gamma - 1}\left(T_2 - T_1\right) = \frac{\gamma}{\gamma - 1}\left(p_2V_2 - p_1V_1\right) = \frac{\gamma}{\gamma - 1}p_1\left(V_2 - V_1\right) = \frac{\gamma}{\gamma - 1}p_1V_1$$

$$Q_{23} = \nu RT_2 \ln\frac{V_3}{V_2} = p_2V_2 \ln 4 = 4p_1V_1 \ln 2$$

Din $\quad Q_{12} = Q_{23} \Rightarrow \dfrac{\gamma p_1V_1}{\gamma - 1} = 4p_1V_1 \ln 2 \Rightarrow \gamma = \dfrac{4\ln 2}{4\ln 2 - 1} = 1{,}564$

b) $L_{12} = p_1(V_2 - V_1) = p_1V_1$ şi $L_{23} = Q_{23} = 4p_1V_1 \ln 2 \Rightarrow \dfrac{L_{12}}{L_{23}} = \dfrac{1}{4\ln 2} = 0{,}36.$

c) $\Delta U_{12} = \nu C_v (T_2 - T_1)$ şi $\Delta U_{13} = \nu C_v (T_3 - T_1) = \nu C_v (T_2 - T_1) \Rightarrow \dfrac{\Delta U_{12}}{\Delta U_{13}} = 1$

24. a) Reprezetăm în figura R 1.3.8 succesiunea de transformări suferite de gaz în coordonate p şi V.

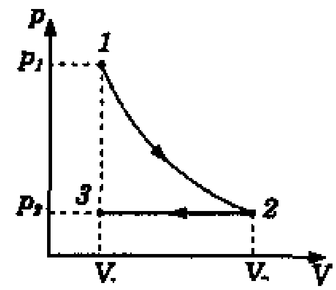


Fig. R 1.3.8

$$\Delta U_{13} = \nu C_v (T_3 - T_1) = \frac{5}{2}\nu R(T_3 - T_1)$$

Transformarea 2-3 este izobară, astfel că legea transformării este: $\dfrac{V_2}{T_2} = \dfrac{V_1}{T_3} \Rightarrow T_3 = \dfrac{V_1T_2}{V_2} = \dfrac{V_1T_1}{e^2V_1} = \dfrac{T_1}{e^2} \Rightarrow$

$$\Delta U_{13} = \frac{5}{2}\nu RT_1\left(\frac{1}{e^2} - 1\right) = -\frac{5}{2}p_1V_1\frac{e^2 - 1}{e^2} \Rightarrow \Delta U_{13} \approx -2{,}16 \text{ kJ}$$

b) $L_{13} = L_{12} + L_{23}$, cu $L_{12} = \nu RT_1 \ln\dfrac{V_2}{V_1} = p_1V_1 \ln e^2 = 2p_1V_1$ şi

$$L_{23} = p(V_1 - V_2) = \nu R(T_3 - T_1) = -\nu RT_1\left(1 - \frac{1}{e^2}\right) = -p_1V_1\frac{(e^2 - 1)}{e^2}$$

$$L_{13} = p_1V_1\left(2 - \frac{e^2 - 1}{e^2}\right) = p_1V_1\frac{(e^2 + 1)}{e^2} = 1136 \text{ J}$$

c) Pe baza primului principiu al termodinamicii: $Q_{13} = \Delta U_{13} + L_{13} = -1024$ J

25. a. Gazul suferă două transformări: 1-2 o transformare izocoră şi 2-3 o transformare izotermă. Reprezentarea grafică este redată în figura R 1.3.9.

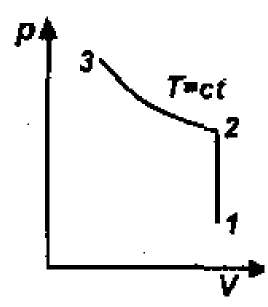


Fig. R 1.3.9

b. Lucrul mecanic total schimbat de gaz cu mediul este:

$L_{123} = L_{12} + L_{23}$ cu $L_{12}=0$ şi $L_{23} = \nu RT_2 \ln\dfrac{V_3}{V_2} = -p_2V_2 \ln 2 \Rightarrow$

$$L_{123} = L_{23} = -2p_1V_1 \ln 2 = -2\nu RT_1 \ln 2 \approx -17451 \text{ J}$$

c. $Q_{123} = Q_{12} + Q_{23}$, cu $Q_{12} = \nu C_V (T_2 - T_1) = \dfrac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1)$.

Din legea transformării izocore $\frac{p_1}{T_1}=\frac{p_2}{T_2}\Rightarrow T_2=\frac{p_2T_1}{p_1}=2T_1\Rightarrow Q_{12}=\frac{3}{2}\nu RT_1$ şi $Q_{23}=L_{23}=-2\nu RT_1\ln 2\Rightarrow Q_{123}=\nu RT_1(1{,}5-2\ln 2)\approx 1246{,}5$ J

26. a. Lucrul mecanic total schimbat de gaz cu exteriorul este $L_t=L_{12}+L_{23}$, unde $L_{12}=\frac{(p_1+p_2)(V_2-V_1)}{2}=\frac{3p_1V_1}{4}$, pe baza interpretării geometrice a lucrului mecanic şi $L_{23}=\nu RT_2\ln\frac{V_3}{V_2}=p_2V_2\ln\frac{p_2}{p_3}=3p_1V_1\ln 2\Rightarrow$

$L_t=3p_1V_1\left(\frac{1}{4}+\ln 2\right)=2{,}85p_1V_1\approx 1710$ J

b. Căldura totală schimbată de gaz cu exteriorul este $Q_t=Q_{12}+Q_{23}$.

Din primul principiu al termodinamicii $Q_{12}=\Delta U_{12}+L_{12}$, cum $L_{12}=\frac{3p_1V_1}{4}$ şi

$\Delta U_{12}=\nu C_V(T_2-T_1)=\frac{3}{2}\nu R(T_2-T_1)=\frac{3}{2}(p_2V_2-p_1V_1)=3p_1V_1\Rightarrow Q_{12}=\frac{15}{4}p_1V_1$

Cum transformarea 2-3 este izotermă $Q_{23}=L_{23}=3p_1V_1\ln 2$, atunci $Q_t=3p_1V_1\left(\frac{5}{4}+\ln 2\right)\approx 3510$ J

c. Variaţia energiei interne a gazului între stările 1 şi 3 este: $\Delta U_{13}=\nu C_V(T_3-T_1)=\frac{3}{2}\nu R(T_3-T_1)=\frac{3}{2}(p_3V_3-p_1V_1)=\frac{3}{2}(p_2V_2-p_1V_1)=3p_1V_1$

$\Rightarrow \Delta U_{13}=1800$ J

27. a. Energia internă a gazului în starea 3 este $U_3=\nu C_VT_3=\frac{3}{2}\nu RT_3$.

Din legea transformării izocore obţinem: $\frac{p_1}{T_1}=\frac{p_2}{T_2}\Rightarrow T_2=\frac{p_2T_1}{p_1}=2T_1$ şi cum

$T_3=T_2\Rightarrow U_3=3\nu RT_1\approx 7479$ J

b. Lucrul mecanic în transformarea 2-3 este $L_{23}=\nu RT_2\ln\frac{V_3}{V_2}=p_2V_2\ln\frac{3}{4}\Rightarrow$

$L_{23}=-2p_1V_1\ln\frac{4}{3}=-2\nu RT_1\ln\frac{4}{3}\approx -1445{,}94$ J

c. $Q_{123}=Q_{12}+Q_{23}$, cu $Q_{12}=\nu C_p(T_2-T_1)=\frac{5}{2}\nu R(T_2-T_1)=\frac{5}{2}\nu RT_1\left(\frac{T_2}{T_1}-1\right)$.

Din legea transformării izobare: $\frac{V_1}{T_1}=\frac{V_2}{T_2}\Rightarrow\frac{T_2}{T_1}=\frac{V_2}{V_1}=2\Rightarrow Q_{12}=\frac{5}{2}\nu RT_1$ şi

$$Q_{23}=L_{23}=-2\nu RT_1\ln\frac{4}{3}\Rightarrow Q_{123}=\nu RT_1\left(\frac{5}{2}-2\ln\frac{4}{3}\right)\approx 4786{,}56\text{ J}$$

28. a. Lucrul mecanic total schimbat de gaz cu exteriorul este $L_{123}=L_{12}+L_{23}$, cu $L_{12}=\nu RT_1\ln\frac{V_2}{V_1}=p_1V_1\ln 2$ şi $L_{23}=\frac{(p_2+p_3)(V_3-V_2)}{2}$.

Din ecuţia transformării izoterme: $p_1V_1=p_2V_2\Rightarrow p_2=\frac{p_1V_1}{V_2}=\frac{p_1}{2}$ şi din ecuaţia procesului general 2-3: $\frac{p_2}{V_2}=\frac{p_3}{V_3}\Rightarrow p_3=\frac{p_2V_3}{V_2}=\frac{p_1}{4}$, astfel că:

$$L_{23}=-\frac{3p_1V_1}{8}\Rightarrow L_{123}=p_1V_1\left(\ln 2-\frac{3}{8}\right)\approx 130\text{ J}$$

b. $Q_{123}=Q_{12}+Q_{23}$, cu $Q_{12}=L_{12}=\nu RT_1\ln\frac{V_2}{V_1}=p_1V_1\ln 2$ şi $Q_{23}=\Delta U_{23}+L_{23}$, conform primului principiu al termodinamicii

Cum $\Delta U_{23}=\nu C_V(T_3-T_2)=\frac{5}{2}\nu R(T_3-T_2)=\frac{5}{2}(p_3V_3-p_2V_2)=\frac{5}{2}\left(\frac{p_1}{4}V_1-p_1V_1\right)$

$$\Rightarrow \Delta U_{23}=-\frac{15}{8}p_1V_1\Rightarrow Q_{23}=-\frac{9}{4}p_1V_1\Rightarrow Q_{123}=p_1V_1\left(\ln 2-\frac{9}{4}\right)\approx -620\text{ J}$$

c. Variaţia energiei interne a gazului între stările 1 şi 3 este:

$$\Delta U_{13}=\nu C_V(T_3-T_1)=\frac{5}{2}\nu R(T_3-T_1)=\frac{5}{2}(p_3V_3-p_1V_1)=-\frac{15}{8}p_1V_1=-750\text{ J}$$

29. a) Reprezentăm în figura R 1.3.10 succesiunea de transformări suferite de gaz în coordonate p şi V.

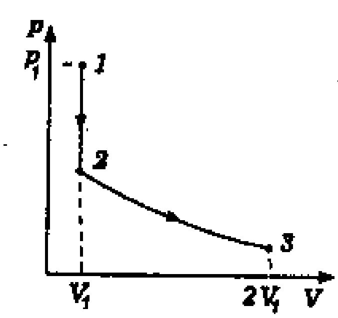


Fig. R 1.3.10

$$L_{23}=\nu RT_2\ln\frac{V_3}{V_2}=\nu RT_2=p_2V_1$$

Aflăm presiunea p_2 pornind de la expresia căldurii

$$Q_{12}=\nu C_v(T_2-T_1)=\frac{3}{2}\nu R(T_2-T_1)=\frac{3}{2}(\nu RT_2-\nu RT_1)$$

$$=\frac{3}{2}V_1(p_2-p_1)\Rightarrow p_2=p_1+\frac{2Q_{12}}{3V_1}\Rightarrow p_2=2\cdot 10^5\text{ Pa}\Rightarrow L_{23}=200\text{ J}$$

b) $\Delta U_{13}=\nu C_v(T_3-T_1)=\frac{3}{2}\nu R(T_2-T_1)=Q_{12}=-300\text{ J}$

c) $L_{13} = L_{12} + L_{23} = L_{23} = 200$ J, deoarece pe izocoră $L_{12}=0$.

$Q_{13} = Q_{12} + Q_{23}$ cu $Q_{23} = L_{23} = 200$ J, deoarece pe izotermă $\Delta U_{23}=0 \Rightarrow Q_{13}=-100$ J

Conform primului principiu al termodinamicii: $Q_{13} = \Delta U_{13} + L_{13} = -100$ J

30. a) Deoarece energia internă a gazului rămâne constantă, cum $U = \nu C_v T$ înseamnă că temperatura absolută a acestuia nu se modifică $\Rightarrow$ 1-2 este o transformare izotermă. Deoarece densitatea gazului rămâne constantă, cum $\rho = \dfrac{m}{V} \Rightarrow$ volumul gazului se menține constant și transformarea 2-3 este izocoră.

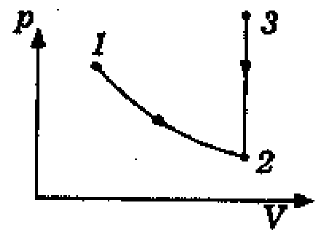


Fig. R 1.3.11

Reprezetăm în figura R 1.3.11 succesiunea de transformări suferite de gaz în coordonate p și V.

b) $L_{13} = L_{12} + L_{23}$ cu $L_{12} = \nu R T_1 \ln\dfrac{V_2}{V_1} = p_1 V_1$ și $L_{23} = 0 \Rightarrow L_{13} = L_{12} = p_1 V_1 = 271$ J

c) Conform legii transformării izoterme $p_1 V_1 = p_2 V_2 \Rightarrow p_2 = \dfrac{p_1 V_1}{V_2} = \dfrac{p_1}{e} = 10^5$ Pa

În transformarea izocoră: $\dfrac{p_2}{T_2} = \dfrac{p_3}{T_3} \Rightarrow p_3 = \dfrac{p_2 T_3}{T_1} \Rightarrow p_3 = 3 p_1 \Rightarrow p_3 = 3 \cdot 10^5$ Pa

d. Pe baza primului principiu al termodinamicii: $Q_{13} = L_{13} + \Delta U_{13}$, cu

$$\Delta U_{13} = \nu C_v \left(T_3 - T_1\right) = \nu \cdot \frac{5}{2} R \left(3T_1 - T_1\right) = 5 \nu R T_1 = 5 p_1 V_1$$

$$Q_{13} = p_1 V_1 + 5 p_1 V_1 = 6 p_1 V_1 = 1626 \text{ J}$$

31. a. $\Delta U_{12} = \nu C_V \left(T_2 - T_1\right) = \dfrac{5}{2} \nu R \left(T_2 - T_1\right) = \dfrac{5}{2}\left(p_2 V_2 - p_1 V_1\right)$

Din legea transformării 1-2 $\dfrac{p_1}{V_1} = \dfrac{p_2}{V_2} \Rightarrow p_2 = \dfrac{p_1 V_2}{V_1} = 2 p_0 \Rightarrow \Delta U_{12} = \dfrac{15}{2} p_0 V_0$

$\Rightarrow \Delta U_{12} = 2250$ J

b. $Q_{23} = \nu C_p \left(T_3 - T_2\right) = \dfrac{7}{2} \nu R \left(T_3 - T_2\right) = \dfrac{7}{2}\left(p_3 V_3 - p_2 V_2\right) = \dfrac{7}{2} p_2 \left(V_3 - V_2\right) = 7 p_0 V_0$

$\Rightarrow Q_{23} = 2100$ J

c. Prin definiție căldura molară a gazului pe transformarea 1-2 este

$$C_{12} = \frac{Q_{12}}{\nu \Delta T_{12}} = \frac{\Delta U_{12} + L_{12}}{\nu \Delta T_{12}} = \frac{\nu C_V \Delta T_{12} + L_{12}}{\nu \Delta T_{12}} = C_V + \frac{L_{12}}{\nu \Delta T_{12}}.$$

Din interpretarea geometrică a lucrului mecanic $L_{12} = \dfrac{(p_1 + p_2)(V_2 - V_1)}{2} \Rightarrow$

$L_{12} = \dfrac{3p_0V_0}{2}$. Pe baza ecuațiilor termice de stare în stările 1 și 2: $T_1 = \dfrac{p_0V_0}{\nu R}$ și

$$T_2 = \frac{4p_0V_0}{\nu R} = 4T_1 \Rightarrow C_{12} = \frac{5R}{2} + \frac{p_0V_0}{2\nu T_1} = \frac{5R}{2} + \frac{R}{2} = 3R \approx 24{,}93\ \text{J/molK}$$

32. a) $L_{123} = L_{12} + L_{23}$

În comprimarea adiabatică: $L_{12} = -\Delta U_{12} = -\nu C_v(T_2 - T_1) = -\dfrac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1)$

Determinăm temperatura absolută în starea 2 aplicând legea transformării adiabatice scrisă în coordonate V și T, astfel că:

$$T_1V_1^{\gamma-1} = T_2V_2^{\gamma-1} \Rightarrow T_2 = T_1 \cdot \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = \frac{T_1}{8^{\gamma-1}}.$$

Cum $\gamma = \dfrac{5}{3} \Rightarrow T_2 = \dfrac{T_1}{4} \Rightarrow L_{12} = -\dfrac{3}{2}\nu R\left(\dfrac{T_1}{4} - T_1\right) = \dfrac{9}{8}\nu RT_1 = \dfrac{9}{8}p_1V_1$

Din ecuația termică de stare, obținem: $p_2 = \dfrac{\nu RT_2}{V_2} = \dfrac{\nu RT_1}{4 \cdot 8V_1} = \dfrac{p_1}{32} \Rightarrow$

$L_{23} = p_2(V_3 - V_2) = -\dfrac{p_1V_1}{8}$ și $L_{123} = p_1V_1 \approx 1600$ J

b) $\Delta U_{13} = \nu C_v(T_3 - T_1) = \dfrac{3}{2}\nu R(T_3 - T_1)$

Utilizăm legea transformării izobare: $\dfrac{V_2}{T_2} = \dfrac{V_3}{T_3} \Rightarrow T_3 = \dfrac{T_2V_3}{V_2} = \dfrac{T_2}{2} = \dfrac{T_1}{8} \Rightarrow$

$$\Delta U_{13} = -\frac{21}{16}\nu RT_1 = -\frac{21}{16}p_1V_1 = -2100\ \text{J}$$

c) Pe baza primului principiu al termodinamicii:

$$Q_{13} = \Delta U_{13} + L_{13} = -\frac{5}{16}p_1V_1 = -500\ \text{J}$$

Verificăm principiul I al termodinamicii.
Calculăm $Q_{13} = Q_{12} + Q_{23} = Q_{23}$, deoarece în transformarea adiabatică $Q_{12} = 0$

$$Q_{23} = \nu C_p(T_3 - T_2) = \frac{5}{2}\nu R\left(\frac{T_1}{8} - \frac{T_1}{4}\right) = -\frac{5}{16}\nu RT_1 = -\frac{5}{16}p_1V_1 = -500\ \text{J} \Rightarrow$$

$Q_{13} = -500$ J.

Observăm că obținem aceeași valoare a căldurii cu cea calculată cu primul principiu al termodinamicii.

33. a) Reprezetăm în figura R 1.3.12 succesiunea de transformări suferite de gaz în coordonate p și V. Conform datelor problemei: $\Delta U_{12} = Q_{23}$. Dar

$$\Delta U_{12} = \nu C_v (T_2 - T_1) = \frac{5}{2}\nu R (T_2 - T_1) \Rightarrow T_2 = \frac{2\Delta U_{12}}{5\nu R} + T_1 = \frac{2\mu \Delta U_{12}}{5mR} + T_1 = 940 \text{ K}$$

b) Aflăm din ecuația volumul V_2. Scriem ecuația transformării adiabatice în coordonate V și T, astfel că:

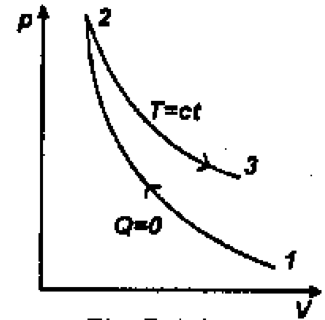


Fig. R 1.3.12

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1} \Rightarrow V_2 = V_1 \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \text{cu } \gamma = \frac{7}{5} \Rightarrow$$

$$V_2 = \frac{\nu R T_1}{p_1}\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{5/2} = \frac{m}{\mu}\frac{RT_1}{p_1}\cdot\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{5/2} \approx 0{,}448 \text{ L}$$

c) Cum $Q_{23} = \nu R T_2 \ln\frac{V_3}{V_2} = \frac{m}{\mu} R T_2 \ln\frac{V_3}{V_2} \Rightarrow \ln\frac{V_3}{V_2} = \frac{\mu Q_{23}}{mRT_2} = \frac{\mu \Delta U_{12}}{mRT_2} = 1{,}7 \Rightarrow$

$V_3 = V_2 e^{1,7} \approx 2{,}45$ L

34. a) Reprezetăm în figura R 1.3.13 succesiunea de transformări suferite de gaz în coordonate p și V.

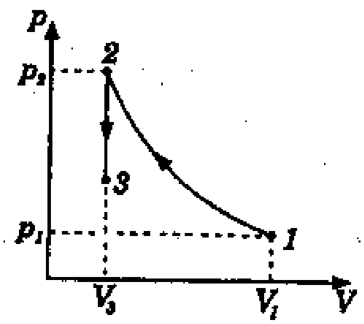


Fig. R 1.3.13

$$\Delta U_{13} = \nu C_v (T_3 - T_1) = \frac{5}{2}\nu R (T_3 - T_1) = \frac{5}{2}(p_3 V_3 - p_1 V_1)$$

$\Delta U_{13} = 250$ J

b) $Q_{13} = Q_{12} + Q_{23}$, cu $Q_{12} = 0$; $Q_{23} = \nu C_v (T_3 - T_2) =$

$$= \frac{5}{2}\nu R (T_3 - T_2) = \frac{5}{2}(p_3 V_3 - p_2 V_3) = \frac{5}{2} V_3 (p_3 - p_2)$$

Aflăm presiunea în starea 2 utilizând ecuația transformării adiabatice în coordonate p, V știind că pentru gazul biatomic $\gamma = \frac{7}{5}$. Obținem:

$$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_3^\gamma \Rightarrow p_2 = p_1 \left(\frac{V_1}{V_3}\right)^{7/5} \approx 3{,}6\cdot 10^5 \text{ Pa} \Rightarrow Q_t = Q_{23} = -300 \text{ J}$$

c) $L_{13} = L_{12} + L_{23} = L_{12}$, deoarece $L_{23} = 0$

$$L_{12} = -\Delta U_{12} = -\nu C_v (T_2 - T_1) = -\frac{5}{2}\nu R (T_2 - T_1) = \frac{5}{2}(p_1 V_1 - p_2 V_3) \Rightarrow$$

$$L_{13} = \frac{5}{2}(p_1 V_1 - p_2 V_3) = -550 \text{ J sau } L_{13} = Q_t - \Delta U_{13} = -550 \text{ J}$$

35. a) $L_{123} = L_{12} + L_{23} = p_2(V_3 - V_1)$

Deoarece transformarea 1-2 este reprezentată grafic printr-o dreaptă care trece prin origine, atunci $p = aV$ reprezintă legea acestei transformări scrise în coordonate p şi $V \Rightarrow \frac{p_1}{V_1} = \frac{p_2}{V_2} \Rightarrow V_2 = \frac{p_2 V_1}{p_1} = 3V_1$ =6 L$\Rightarrow L_{123} = 6p_1V_1$ =2400 J

Pe baza interpretării geometrice a lucrului mecanic:

$$L_{12} = A_{trapez} = \frac{(p_1 + p_2)(V_2 - V_1)}{2} = 4p_1V_1 = 1600 \text{ J}$$

b) $\Delta U_{13} = \nu C_V(T_3 - T_1) = \frac{3}{2}\nu R(T_3 - T_1) = \frac{3}{2}(p_3V_3 - p_1V_1) = 12p_1V_1$ =4800 J

c) $Q_{123} = \Delta U_{13} + L_{123} = 18p_1V_1$ =7200 J şi $Q_{13} = \Delta U_{13} + L_{13} = 16p_1V_1$ =6400 J

36. a. Conform interpretării geometrice a lucrului mecanic, acesta este egal cu aria trapezului cuprins între dreapta *AC*, axa *OV* şi cele două ordonate construite prin extremităţi, luată cu semn schimbat deoarece volumul gazului se micşorează: $L_{CA} = \frac{(p_A + p_C)(V_A - V_C)}{2} = -2p_AV_A = -1600$ J

b. Căldura primită în transformarea *AB* este: $Q_{AB} = \nu C_V(T_B - T_A) \Rightarrow$

$$Q_{AB} = \frac{5}{2}\nu R(T_B - T_A) = \frac{5}{2}(p_BV_B - p_AV_A) = 5p_AV_A = 4 \text{ kJ}$$

c. $L_{BC} = p_B(V_C - V_B) = p_CV_C - p_BV_B = \nu RT_C - \nu RT_B = \nu R(T_C - T_B)$ şi

$$\Delta U_{BC} = \nu C_V(T_C - T_B) = \frac{5}{2}\nu R(T_C - T_B) \Rightarrow \frac{\Delta U_{BC}}{L_{BC}} = 2{,}5$$

37. a. Reprezentarea grafică a procesului 1-2-3-1 în coordonate p şi V este redată în figura R 1.3.14.

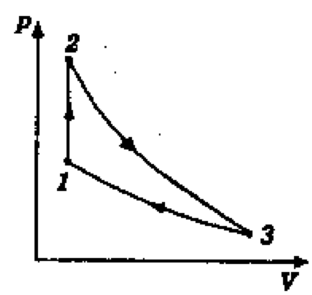


Fig. R 1.3.14

b. $L_{23} = -\Delta U_{23} = -\nu C_V(T_3 - T_2) = -\frac{5}{2}\nu R(T_3 - T_2)$

Din legea transformării adiabate în coordonate V şi T aflăm temperatura în starea 2. Astfel obţinem:

$T_2V_2^{\gamma-1} = T_3V_3^{\gamma-1} \Rightarrow T_2 = T_3\left(\frac{V_3}{V_2}\right)^{\gamma-1} = T_1\left(\frac{V_3}{V_1}\right)^{\gamma-1}$, deoarece $T_3 = T_1$.

Din ecuaţia transformării izoterme: $p_3V_3 = p_1V_1 \Rightarrow \frac{V_3}{V_1} = \frac{p_1}{p_3} = 2 \Rightarrow T_2 = 2^{\gamma-1}T_1$

$$\Rightarrow L_{23} = -\frac{5}{2}\nu R(T_1 - 2^{\gamma-1}T_1) = \frac{5}{2}\nu RT_1(2^{\gamma-1} - 1) = \frac{5}{2}p_1V_1(2^{0.4} - 1) \approx 320 \text{ J}$$

c. $Q_t = Q_{12} + Q_{23} + Q_{31}$, cu $Q_{23} = 0$; $Q_{31} = \nu R T_1 \ln \frac{V_1}{V_3} = -p_1 V_1 \ln 2$ şi

$$Q_{12} = \nu C_V (T_2 - T_1) = \frac{5}{2} \nu R (2^{\gamma-1} T_1 - T_1) = \frac{5}{2} p_1 V_1 (2^{\gamma-1} - 1) = 0{,}8 p_1 V_1 \Rightarrow$$

$$Q_t = p_1 V_1 (0{,}8 - \ln 2) \approx 40 \text{ J}$$

38. a. Reprezentarea ciclului în coordonate p şi V este redată în figura R 1.3.15.

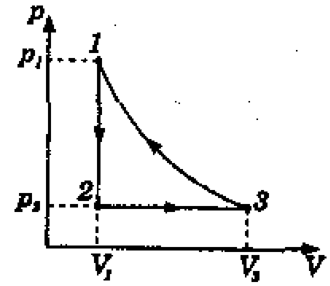


Fig. R 1.3.15

b. $L_{123} = L_{12} + L_{23} = L_{23} = p_2 (V_3 - V_1) = \frac{p_1}{n} (V_3 - V_1)$,

deoarece în transformarea izocoră este L_{12}=0.

Cum transformarea 3-1 este izotermă $p_1 V_1 = p_3 V_3 \Rightarrow$

$$V_3 = \frac{p_1 V_1}{p_3} = n V_1 \Rightarrow L_{123} = \frac{p_1 V_1}{n}(n-1) = \frac{\nu R T_1 (n-1)}{n} \Rightarrow$$

$$T_1 = \frac{n L_{123}}{\nu R (n-1)} = \frac{3 L_{123}}{\nu R} = 300 \text{ K}$$

c. $Q_t = Q_{12} + Q_{23} + Q_{31}$, cu $Q_{12} = \nu C_V (T_2 - T_1) = \nu \frac{R}{\gamma - 1}(T_2 - T_1) = \frac{\nu R T_1}{\gamma - 1}\left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right)$

Din legea transformării izocore: $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2}{p_1} = \frac{1}{n} \Rightarrow$

$$Q_{12} = -\frac{5}{2} \nu R T_1 \frac{n-1}{n} = -\frac{5}{6} \nu R T_1$$

$$Q_{23} = \nu C_p (T_3 - T_2) = \nu \frac{\gamma R}{\gamma - 1}(T_3 - T_2) = \frac{\gamma}{\gamma - 1} p_2 (V_3 - V_2) = \frac{7}{2} \nu R T_1 \frac{n-1}{n} \Rightarrow$$

$$Q_{23} = \frac{7}{6} \nu R T_1;\ Q_{31} = \nu R T_1 \ln \frac{V_1}{V_3} = -\nu R T_1 \ln n = -\nu R T_1 \ln 1{,}5 = -0{,}4 \nu R T_1 \Rightarrow$$

$$Q_t = \nu R T_1 \left(\frac{1}{3} - 0{,}4\right) = -0{,}2 L_{123} \approx -166{,}2 \text{ J}$$

39. a) $\frac{\Delta U_{132}}{\Delta U_{142}} = \frac{\nu C_v (T_2 - T_1)}{\nu C_v (T_2 - T_1)} = 1$, deoarece conform primului principiu al termodinamicii variaţia energiei interne depinde numai de stările iniţială 1 şi finală 2 şi nu depinde de stările intermediare.

b) $Q_{132} = Q_{13} + Q_{32} = \nu C_v (T_3 - T_1) + \nu C_p (T_2 - T_3) \Rightarrow$

$$Q_{132}=\frac{5}{2}\nu R\left(T_3-T_1\right)+\frac{7}{2}\nu R\left(T_2-T_3\right)=\frac{5}{2}\left(3p_1V_1-p_1V_1\right)+\frac{7}{2}\left(12p_1V_1-3p_1V_1\right)\Rightarrow$$

$$Q_{132}=5p_1V_1+\frac{63}{2}p_1V_1=\frac{73}{2}p_1V_1$$

$$Q_{142}=Q_{14}+Q_{42}=\nu C_p\left(T_4-T_1\right)+\nu C_v\left(T_2-T_4\right)\Rightarrow$$

$$Q_{142}=\frac{7}{2}\nu R\left(T_4-T_1\right)+\frac{5}{2}\nu R\left(T_2-T_4\right)=\frac{7}{2}\left(4p_1V_1-p_1V_1\right)+\frac{5}{2}\left(12p_1V_1-4p_1V_1\right)\Rightarrow$$

$$Q_{142}=20p_1V_1+\frac{21}{2}p_1V_1=\frac{61}{2}p_1V_1$$

Obținem: $Q_{132}-Q_{142}=6p_1V_1=600\text{ J}$

c) Pe baza interpretării geometrice a lucrului mecanic, lucrul pe ciclul 1-3-2-4-1 reprezintă fizic aria dreptunghiului, astfel că:

$L=\left(p_3-p_1\right)\left(V_4-V_1\right)=2p_1\cdot 3V_1=6p_1V_1=600\text{ J}$, adică $L=Q_{132}-Q_{142}$.

40. a) Scriem ecuațiile de stare în fiecare din cele patru stări din figura R 1.3.16 *și obținem:*

$p_1V_1=\nu RT_1$ (starea 1)

$p_2V_1=\nu RT_2$ (starea 2)

$p_2V_3=\nu RT_3$ (starea 3)

$p_1V_3=\nu RT_4$ (starea 4)

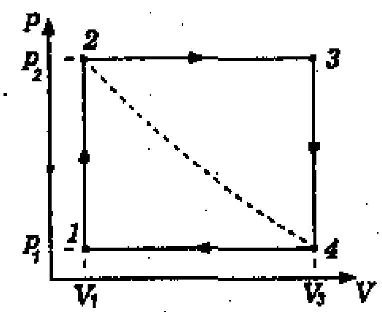


Fig. R 1.3.16

Înmulțim prima și a treia ecuație, la fel procedăm cu a doua și a patra. Obținem:

$p_1V_1p_2V_3=\nu^2R^2T_1T_3$ *și respectiv* $p_2V_1p_1V_3=\nu^2R^2T_2T_4\Rightarrow$

$$\left.\begin{array}{l}T_1T_3=T_2T_4\\T_2=T_4\end{array}\right\}\Rightarrow T_1T_3=T_2^2\Rightarrow T_2=\sqrt{T_1T_3}=600K\Rightarrow t_2=327°C$$

b) Calculăm căldura primită de gaz în transformarea ciclică:

$$Q_p=Q_{12}+Q_{23}=\nu C_v\left(T_2-T_1\right)+\nu C_p\left(T_3-T_2\right)=\frac{5}{2}\nu R\left(T_2-T_1\right)+\frac{7}{2}\nu R\left(T_3-T_2\right)\Rightarrow$$

$Q_p=\frac{5}{2}\nu RT_1+\frac{7}{2}\nu R2T_1=\frac{19}{2}\nu RT_1$, deoarece $T_2=T_4=2T_1$ și $T_3=4T_1$

Calculăm căldura cedată de gaz în transformarea ciclică:

$$Q_c=Q_{34}+Q_{41}=\nu C_v\left(T_4-T_3\right)+\nu C_p\left(T_1-T_4\right)=\frac{5}{2}\nu R\left(T_4-T_3\right)+\frac{7}{2}\nu R\left(T_1-T_4\right)\Rightarrow$$

$$Q_c=\frac{5}{2}\nu R\left(-2T_1\right)+\frac{7}{2}\nu R\left(-T_1\right)=-\frac{17}{2}\nu RT_1$$

Mediul primeşte căldura $Q=|Q_c|$, astfel că fracţiunea cerută este:

$$f=\frac{|Q_c|}{Q_p}=\frac{17}{19}\approx 89,4\%$$

c) $Q_p-|Q_c|=4986$ J

Cum transformarea este ciclică, atunci $\Delta U=0\Rightarrow Q_t-L_t=0$

Cum $L_t=Q_t=Q_p+Q_c=Q_p-|Q_c|\Rightarrow$ diferenţa dintre căldura primită şi modulul căldurii cedate semnifică fizic lucrul mecanic efectuat de gaz pe ciclu.

41. a) Reprezentarea grafică cerută este redată în figura R 1.3.17.

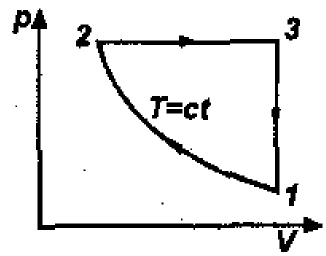


Fig. R 1.3.17

b) $L_{12}=\nu RT_1\ln\frac{V_2}{V_1}=p_1V_1\ln\frac{V_2}{V_1}=-542$ J

c) Utilizăm legea transformării izoterme astfel că:

$$p_1V_1=p_2V_2\Rightarrow p_2=\frac{p_1V_1}{V_2}=5,42\cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$Q_{31}=\nu C_v(T_1-T_3)=\frac{3}{2}\nu R(T_1-T_3)=\frac{3}{2}(p_1V_1-p_2V_1)=\frac{3}{2}(p_1-p_2)V_1=-1390,23 \text{ J}$$

42. a) Reprezentarea grafică cerută este redată în figura R 1.3.18.

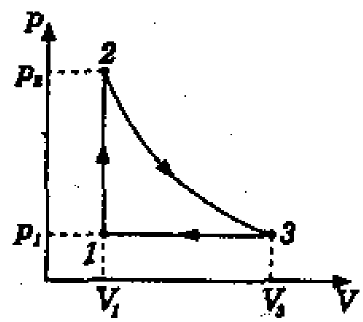


Fig. R 1.3.18

b) Pe transformările 1-2 şi 2-3 gazul primeşte căldură, iar pe transformarea 3-1 se cedează căldură

$$\Rightarrow Q_{31}=\nu C_p(T_1-T_3)=\frac{7}{2}\nu R(T_1-T_3)=\frac{7}{2}p_1(V_1-V_3)$$

$$=\frac{7}{2}(p_1V_1-p_1V_3)=\frac{7}{2}p_1(V_1-V_3)$$

Aflăm volumul în starea 3 utilizând legea 2-3 a transformării izoterme:

$$p_2V_1=p_1V_3\Rightarrow V_3=\frac{3p_1V_1}{p_1}=3V_1$$

$$Q_{31}=\frac{7}{2}p_1(V_1-3V_1)=-7p_1V_1=-700 \text{ J}$$

c) $L_{1231}=L_{12}+L_{23}+L_{31}$, cu $L_{12}=0$; $L_{31}=p_1(V_1-V_3)=-2p_1V_1$ şi

$$L_{23}=\nu RT_2\ln\frac{V_3}{V_1}=p_2V_1\ln 3=3p_1V_1\ln 3\Rightarrow L_t=p_1V_1(3\ln 3-2)=130 \text{ J}$$

43. a) Reprezentăm în figura R 1.3.19 succesiunea de transformări suferite de gaz în coordonate p și V. Pentru că 1-2 este o transformare izotermă, atunci $T_2 = T_1$.

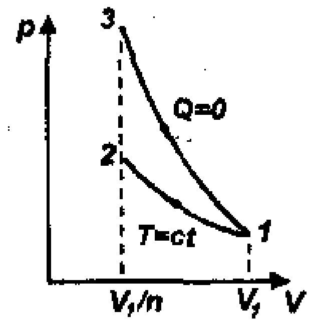


Fig. R 1.3.19

Scriem legea transformării adiabatice în coordonate V și T: $T_1V_1^{\gamma-1} = T_3V_2^{\gamma-1} \Rightarrow T_3 = T_1\left(\dfrac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}$

$$V_2 = \frac{V_1}{n} \Rightarrow T_3 = T_1 n^{\gamma-1} \Rightarrow \frac{T_3}{T_1} = n^{\gamma-1} = 8^{\frac{2}{3}} = 2^2 = 4,$$

deoarece pentru gazul monoatomic $\gamma = \dfrac{C_p}{C_v} = \dfrac{5}{3}$.

b) $\Delta U_{13} = \nu C_v\left(T_3 - T_1\right) = \dfrac{3}{2}\nu R\left(T_3 - T_1\right) = \dfrac{3}{2}\nu R\left(4T_1 - T_1\right) = \dfrac{9}{2}\nu RT_1 = 11218{,}5\ \text{J}$

c) $L_{12} = \nu RT_1 \ln\dfrac{V_2}{V_1} = -\nu RT_1 \ln n = -3\nu RT_1 \ln 2$ și $L_{13} = -\Delta U_{13} = -\dfrac{9}{2}\nu RT_1 \Rightarrow$

$$\frac{L_{12}}{L_{13}} = \frac{2\ln 2}{3} = 0{,}462$$

44. a) $\dfrac{U_A}{U_B} = \dfrac{\nu C_v T_A}{\nu C_v T_B} = 2$, deoarece energia internă a unui gaz depinde de temperatura absolută a acestuia după legea $U = \nu C_v T$ și de numărul de moli ν, iar $\nu_A = \nu_B = \nu$.

b) Deoarece sistemul este izolat adiabatic, el nu poate schimba energie cu mediul exterior sub formă de căldură, astfel că $Q = 0 \Rightarrow Q_A + Q_B = 0$

Deoarece peretele care separă cele două incinte A si B este unul termoconductor, gazele ajung la aceeași temperatură.

Gazul din incinta A suferă o transformare izocoră, astfel că $Q_A = \nu C_v\left(T - T_A\right)$. Gazul din incinta B suferă o transformare izobară la presiunea p_0 din exterior, deoarece pistonul P este în echilibru, astfel că

$$Q_B = \nu C_p\left(T - T_B\right) \Rightarrow \nu C_v\left(T - T_A\right) + \nu C_p\left(T - T_B\right) = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{3}{2}R\left(T - T_A\right) + \frac{5}{2}R\left(T - T_B\right) = 0 \Rightarrow T = \frac{5T_B + 3T_A}{8} = 440\ \text{K}$$

c) *Deoarece pistonul P se deplasează,* gazul B schimbă cu mediul exterior energie sub formă de lucru mecanic, astfel că:

$$L = p\left(V_f - V_i\right) = \nu RT - \nu RT_B = \nu R\left(T - T_B\right) \Rightarrow L = 997{,}2\ \text{J}$$

Deoarece volumul incintei A rămâne neschimbat, gazul din incinta A nu schimbă energie sub formă de lucru mecanic cu mediul exterior şi ambele gaze schimbă cu mediul exterior energie sub formă de lucru mecanic L.
Pe baza primului principiu al termodinamicii pentru ansamblul de gaze $\Delta U = Q - L \Rightarrow \Delta U = -L = -997{,}2$ J. Energia internă totală a gazelor A şi B scade până în momentul realizării echilibrului termic pe seama lucrului mecanic efectuat de gazul B.

45. Calculăm cantitatea de căldură primită în procesul 1-3 pe baza primului principiu al termodinamicii:

$$Q_{13} = \Delta U_{13} + L_{13} = \nu C_v (T_3 - T_1) + \frac{(p_3 + p_1)(V_3 - V_1)}{2}$$

Calculăm cantitatea de căldură primită de gaz în procesul 2-3 pe baza aceluiaşi principiu:

$$Q_{23} = \Delta U_{23} + L_{23} = \nu C_v (T_3 - T_2) + \frac{(p_2 + p_3)(V_3 - V_1)}{2}$$. Din $Q_{13} = Q_{23}$ obţinem:

$$\nu C_v (T_3 - T_1) + \frac{(p_3 + p_1)(V_3 - V_1)}{2} = \nu C_v (T_3 - T_2) + \frac{(p_2 + p_3)(V_3 - V_1)}{2} \Rightarrow$$

$$\nu C_v (T_2 - T_1) = \frac{(V_3 - V_1)(p_2 - p_1)}{2} \Rightarrow \frac{3}{2}\nu R (T_2 - T_1) = \frac{p_2 V_3 - p_1 V_3 - p_2 V_1 + p_1 V_1}{2}$$

$$\Rightarrow 3p_2V_1 - 3p_1V_1 = p_2V_3 - p_1V_3 - p_2V_1 + p_1V_1 \Rightarrow 4p_2V_1 - 4p_1V_1 = (p_2 - p_1)V_3 \Rightarrow$$

$$\frac{V_3}{V_1} = 4$$

b) $$Q_{13} = \frac{3}{2}\nu R(T_3 - T_1) + \frac{(p_3 + p_1)(V_3 - V_1)}{2} = \frac{3}{2}(p_3V_3 - p_1V_1) + \frac{3(p_3 + p_1)V_1}{2} \Rightarrow$$

$$Q_{13} = \frac{3V_1}{2}(4p_3 - p_1) + \frac{3(p_3 + p_1)V_1}{2} = \frac{15p_3V_1}{2} \Rightarrow p_3 = \frac{2Q_{13}}{15V_1} = 2p_1$$

c) $$\Delta U_{13} = \frac{3}{2}\nu R(T_3 - T_1) = \frac{3}{2}(p_3V_3 - p_1V_1) = 10{,}5 p_1V_1$$ şi

$$L_{13} = \frac{(p_1 + p_3)(V_3 - V_1)}{2} = 4{,}5 p_1 V_1$$

46. a) Identificăm transformările şi apoi completăm tabelul. Astfel transformările sunt: 1-2 destindere izotermă; 2-3 răcire izobară şi 3-1 încălzire izocoră.
Deoarece 1-2 este o transformare izotermă, $\Delta U_{12} = 0$ şi pe baza primului principiu al termodinamicii $\Delta U_{12} = Q_{12} - L_{12} \Rightarrow Q_{12} = L_{12} = 30$ J

b) Pe transformarea ciclică 1231, $\Delta U = 0$, deoarece starea finală coincide cu cea inițială, astfel că $Q_t = L_t$=15 J. Prin urmare lucrul mecanic efectuat pe transformarea ciclică este egal cu căldura totală schimbată de gaz cu mediul extern.

Deoarece $\Delta U_{ciclu} = 0 = \Delta U_{12} + \Delta U_{23} + \Delta U_{31} \Rightarrow \Delta U_{23} = -\Delta U_{12} - \Delta U_{31} \Rightarrow$

$\Delta U_{23} = -15$ J.

Deoarece $L_{ciclu} = L_{12} + L_{23}' + L_{31} \Rightarrow L_{23} = L_{ciclu} - L_{12} - L_{31}$

Cum $L_{31} = 0 \Rightarrow L_{23} = L_{ciclu} - L_{12} = -15$ J

Dar $Q_{23} = \Delta U_{23} + L_{23} = -30$ J şi $Q_{31} = \Delta U_{31} + L_{31} = 15$ J

c) Prin definiție exponentul adiabatic este $\gamma = \dfrac{C_p}{C_v}$.

Cum $Q_{23} = \nu C_p\left(T_3 - T_2\right)$ şi $\Delta U_{23} = \nu C_v\left(T_3 - T_2\right) \Rightarrow \gamma = \dfrac{Q_{23}}{\Delta U_{23}} = 2$.

Dar $\gamma \in \left[\dfrac{4}{3}; \dfrac{5}{3}\right] \Rightarrow$ datele din tabel nu sunt corecte.

47. a. Din interpretarea geometrică a lucrului mecanic obținem:

$L_{12} = \dfrac{(p_1 + p_2)(V_2 - V_1)}{2}$. Din legea transformării procesului $p = aV \Rightarrow$

$\dfrac{p_1}{V_1} = \dfrac{p_2}{V_2} \Rightarrow p_2 = \dfrac{p_1 V_2}{V_1} = 2{,}5 p_1$=$2{,}5 \cdot 10^5$ Pa$\Rightarrow L_{12}$=525 J

b. $Q_{23} = \nu R T_2 \ln\dfrac{V_3}{V_2}$. Din ecuația termică de stare obținem: $T_2 = \dfrac{p_2 V_2}{\nu R} \Rightarrow$

$T_2 = 6{,}25\dfrac{p_1 V_1}{\nu R} = 6{,}25 T_1$=1875 K, deoarece V_2=V_4=$2{,}5V_1$.

Din ecuația transformării izoterme obținem: $p_2 V_2 = p_3 V_3 \Rightarrow$

$V_3 = \dfrac{p_2 V_2}{p_3} = \dfrac{2{,}5 p_1 \cdot 2{,}5 V_1}{p_1} = 6{,}25 V_1 \Rightarrow Q_{23} = 6{,}25 p_1 V_1 \ln 2{,}5 \approx 1150$ J

c. $\Delta U_{34} = \nu C_V\left(T_4 - T_3\right) = \dfrac{5}{2}\nu R\left(T_4 - T_3\right) = \dfrac{5}{2}\left(p_4 V_4 - p_3 V_3\right)$

Din legea transformării 3-4 aflăm presiunea gazului în starea 4: $\dfrac{p_4}{V_4} = \dfrac{p_3}{V_3} \Rightarrow$

$\dfrac{p_4}{V_4} = \dfrac{p_3}{V_3} \Rightarrow p_4 = \dfrac{p_3 V_4}{V_3} = \dfrac{2{,}5 p_1 V_1}{6{,}25 V_1} = \dfrac{p_1}{2{,}5} \Rightarrow \Delta U_{34} = \dfrac{5}{2}\left(p_1 V_1 - 6{,}25 p_1 V_1\right) \Rightarrow$

$\Delta U_{34} = -13{,}125 p_1 V_1 = -2625$ J

48. a) Reprezentarea grafică cerută este redată în figura R 1.3.20.

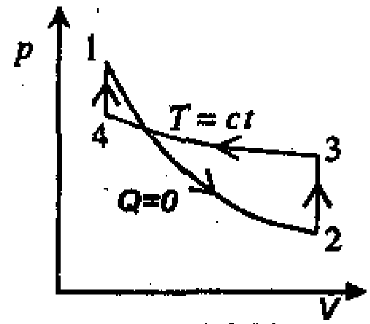


Fig. R 1.3.20

b) $L_{ciclu} = 0 \Rightarrow L_{12} + L_{23} + L_{34} + L_{41} = 0$

Cum transformările 2-3 şi 4-1 sunt izocore atunci $L_{23} = L_{41} = 0 \Rightarrow L_{12} + L_{34} = 0$.

1-2 este o transformare adiabată, astfel că:

$$L_{12} = -\Delta U_{12} = -\nu C_v\left(T_2 - T_1\right) \Rightarrow L_{12} = -\frac{\nu R}{\gamma - 1}\left(T_2 - T_1\right)$$

3-4 este o transformare izotermă, astfel că: $L_{34} = \nu RT \ln\frac{V_4}{V_3} = \nu RT \ln\frac{V_1}{V_2}$.

Scriem ecuaţia transformării adiabatice 1-2 în coordonate V şi T, astfel că:

$$T_1V_1^{\gamma-1} = T_2V_2^{\gamma-1} \Rightarrow \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \Rightarrow L_{34} = \frac{\nu RT}{\gamma - 1}\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) \Rightarrow$$

$$0 = L_{12} + L_{34} \Rightarrow -L_{34} = L_{12} \Rightarrow -\frac{\nu RT}{\gamma - 1}\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \frac{\nu R}{\gamma - 1}\left(T_1 - T_2\right) \Rightarrow$$

$$T = \frac{T_1 - T_2}{\ln\left(\frac{T_1}{T_2}\right)} = (e - 1)T_2 = 513 \text{ K}$$

49. a) Utilizăm figura R.1.3.21 şi pe baza formulei energiei interne $U = \nu C_v T \Rightarrow$

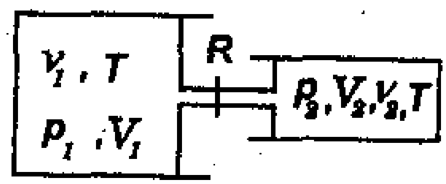


Fig. R 1.3.21

$\dfrac{U_{O_2}}{U_{He}} = \dfrac{\nu_{O_2} C_{v_1} T}{\nu_{He} C_{v_2} T}$, cu $C_{v_1} = \dfrac{5}{2}R$ pentru că oxigenul este un gaz biatomic şi cu $C_{v_2} = \dfrac{3}{2}R$ pentru că heliul este un gaz monoatomic.

Din ecuaţiile de stare $\nu_{O_2} = \dfrac{p_1V_1}{RT}$ şi $\nu_{He} = \dfrac{p_2V_2}{RT} \Rightarrow \dfrac{U_{O_2}}{U_{He}} = \dfrac{5p_1V_1}{3p_2V_2} = \dfrac{5}{6} = 0{,}833$

b) Prin definiţie $\gamma = \dfrac{C_p}{C_v} = \dfrac{C_v + R}{C_v}$ şi aflăm căldura molară la volum constant pentru amestecul obţinut:

$$C_v=\frac{Q_v}{\nu\Delta T}=\frac{Q_{\nu_1}+Q_{\nu_2}}{(\nu_1+\nu_2)\Delta T}=\frac{\nu_1C_{\nu_1}\Delta T+\nu_2C_{\nu_2}\Delta T}{(\nu_1+\nu_2)\Delta T}\Rightarrow C_v=\frac{R}{2}\cdot\frac{5p_1V_1+3p_2V_2}{p_1V_1+p_2V_2}$$

$$C_V=\frac{11R}{6}\Rightarrow\gamma=\frac{17}{11}=1,545$$

c) Variația energiei interne este: $\Delta U=\Delta U_1+\Delta U_2=\nu_1C_{\nu_1}\Delta T+\nu_2C_{\nu_2}\Delta T\Rightarrow$

$$\Delta U=\frac{p_1V_1}{RT}\cdot\frac{5R}{2}(T_1-T)+\frac{p_2V_2}{RT}\cdot\frac{3R}{2}(T_1-T)=\frac{(5p_1V_1+3p_2V_2)(T_1-T)}{2T}=2200\text{ J}$$

50. a) Deoarece $p_0>p_1$ dacă nu ar exista opritorul, pistonul s-ar deplasa și ar comprima gazul. Încălzind gazul acesta suferă o transformare izocoră până când presiunea gazului devine p_0. Aflăm până la ce temperatură maximă putem încălzi izocor gazul, astfel că: $\frac{p_1}{T_1}=\frac{p_0}{T_2}\Rightarrow T_2=\frac{p_0T_1}{p_1}=4T_1$.

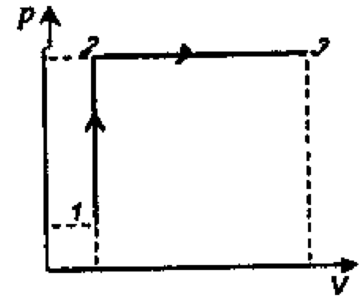


Fig. R 1.3.22

Deoarece pistonul se află în echilibru presiunea gazului este egală cu cea din exteriorul cilindrului când pistonul se deplasează, astfel că transformarea gazului devine izobară. Aflăm temperatura în starea finală 3, aplicând legea transformării izobare: $\frac{V_1}{T_2}=\frac{V_3}{T_3}\Rightarrow T_3=\frac{V_3T_2}{V_1}=3T_2=12T_1$.

Reprezetăm în figura R 1.3.22 succesiunea de transformări suferite de gaz în coordonate p și V.

b) $L_{123}=L_{12}+L_{23}=p_0(V_3-V_1)=2p_0V_1=400\text{ J}$

c)

$$Q_{123}=Q_{12}+Q_{23}=\nu C_v(T_2-T_1)+\nu C_p(T_3-T_2)=$$
$$=\frac{3}{2}\nu R(4T_1-T_1)+\frac{5}{2}\nu R(12T_1-4T_1)=\frac{49}{2}\nu RT_1=\frac{49}{2}p_1V_1=1225\text{ J}$$

51. a) Aplicăm ecuația termică de stare pentru a afla la ce înălțime este suspendat inițial pistonul:

$$p_0Sh=\nu RT\Rightarrow h\approx\frac{\nu RT}{p_0S}=12,465\text{ cm}$$

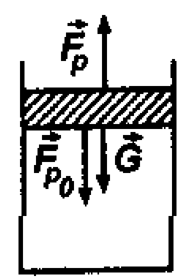


Fig. R 1.3.23

b) Încălzind inițial gazul, presiunea acestuia crește și tensiunea în firul de susținere al pistonului scade până devine nulă, astfel că transformarea 1-2 este izocoră. Aflăm la ce presiune se slăbește firul și pistonul începe să urce, punând condiția că pistonul să se afle în echilibru (fig R 1.3.23), astfel că:

$$F_p = F_{p_0} + G \Rightarrow pS = p_0S + mg \Rightarrow p = p_0 + \frac{mg}{S} = 1{,}5 \cdot 10^5 \text{ Pa}.$$

Deoarece *p=const*, transformarea 2-3 este izobară.

Reprezetăm în figura R 1.3.24 succesiunea de transformări suferite de gaz în coordonate p şi V.

c) $Q_{123} = Q_{12} + Q_{23}$

$$Q_{12} = \nu C_v (T_2 - T) = \frac{5}{2}\nu R(T_2 - T) = \frac{5}{2}\nu RT\left(\frac{T_2}{T} - 1\right)$$

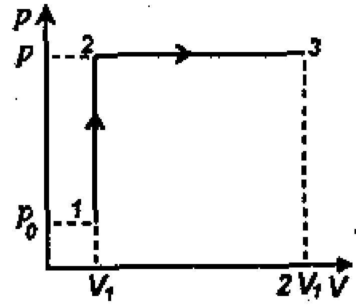


Fig. R 1.3.24

Deoarece 1-2 este izocoră, atunci:

$$\frac{p_0}{T} = \frac{p}{T_2} \Rightarrow \frac{T_2}{T} = \frac{p}{p_0} \Rightarrow Q_{12} = \frac{5}{2}\nu RT\left(\frac{p}{p_0} - 1\right)$$

Transformarea 2-3 este izobară, astfel că:

$$\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_3}{T_3} \Rightarrow T_3 = \frac{V_3 T_2}{V_1} = 2T_2 \Rightarrow Q_{23} = \frac{7}{2}\nu RT\frac{p}{p_0} \Rightarrow Q_{123} = \frac{\nu RT}{2}\left(12\frac{p}{p_0} - 5\right) \approx$$

162 J

52. a) Aflăm presiunea gazului dintre pistoane impunând condiţia de echilibru pistoanelor (fig R 1.3.25). Pentru pistonul cu secţiunea $4S$:

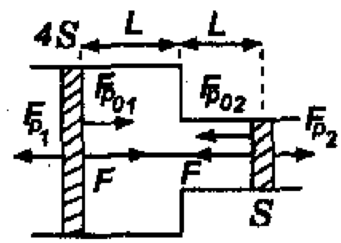


Fig. R 1.3.25

$$F_{p_1} = F_{p_0} + F \Rightarrow F = (p - p_0)\cdot 4S \quad (1)$$

Pentru pistonul cu secţiunea S:

$$F_{p_2} = F_{p_{02}} + F \Rightarrow F = (p - p_0)\cdot S \quad (2)$$

Din (1) si $(2) \Rightarrow p = p_0 \Rightarrow$ Gazul dintre pistoane prin răcire suferă o transformare izobară la presiunea atmosferică p_0

Deoarece gazul se răceşte, pistoanele se deplasează pe distanţa L spre dreapta până ce pistonul cu secţiunea $4S$ se blochează, astfel că $V_2 = 2SL$. Iniţial volumul este $V_1 = 4SL + SL = 5SL$. Aflăm la ce temperatură se blochează pistonul 4S: $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_3} \Rightarrow T_3 = \frac{V_2}{V_1}T_1 = \frac{2}{5}T_1$.

Deoarece temperatura continuă să scadă până la $T_2 = \frac{T_1}{5}$, gazul va suferi o transformare izocoră, astfel că: $\frac{p_0}{T_3} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow p_2 = \frac{p_0 T_2}{T_3} = \frac{p_0}{2}$

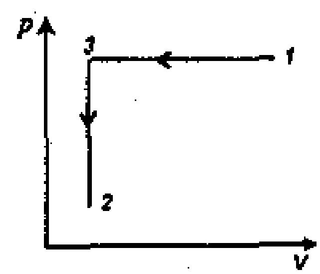


Fig. R 1.3.26

Reprezentarea grafică cerută este redată în figura R 1.3.26.

b) $\Delta U_{12} = \nu C_v (T_2 - T_1) = \frac{3}{2}\nu R\left(\frac{T_1}{5} - T_1\right) = -\frac{6}{5}\nu R T_1 = -9972$ J

c) $Q_{132} = Q_{13} + Q_{32}$

$$Q_{13} = \nu C_p (T_3 - T_1) = \frac{5}{2}\nu R\left(\frac{2T_1}{5} - T_1\right) = -\frac{3\nu R T_1}{2}$$

$$Q_{32} = \nu C_v (T_2 - T_3) = \frac{3}{2}\nu R\left(\frac{T_1}{5} - \frac{2T_1}{5}\right) = -\frac{3\nu R T_1}{10} \Rightarrow Q_{132} = -\frac{9}{5}\nu R T_1 = -14958 \text{ J}$$

53. a) Aflăm presiunea din butelie aplicând ecuația termică de stare:

$$pV = \nu RT \Rightarrow p = \frac{\nu RT}{V} = 24{,}93 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

b) Deoarece transformarea gazului este izocoră:

$$Q = \nu C_v (T_2 - T_1) = \nu \cdot \frac{5}{2} R(3T - T) = 5\nu RT = 24{,}93 \text{ kJ}$$

c) Prin definiție: $C_v = \frac{Q_v}{\nu_f \Delta T} = \frac{Q_{\nu_{mono}} + Q_{\nu_{bi}}}{(\nu_{mono} + \nu_{bi})\Delta T} = \frac{\nu_{mono} C_{\nu_{mono}} \Delta T + \nu_{bi} C_{\nu_{bi}} \Delta T}{(\nu_{mono} + \nu_{bi})\Delta T}$,

unde $\nu_{mono} = 2f\nu$ și $\nu_{bi} = (1-f)\nu$ *(vezi demonstrație problema* **4** *punctul* **a** de la 1.3).

Cum $C_{\nu_{mono}} = \frac{3}{2}R$ și $C_{\nu_{bi}} = \frac{5}{2}R$, deoarece prin disociere în incintă se găsește un gaz monoatomic provenit din substanța biatomică care a disociat și gaz biatomic provenit din substanța biatomică rămasă nedisociată, atunci:

$$C_v = \frac{2f\nu\frac{3}{2}R + (1-f)\nu\frac{5}{2}R}{(1+f)\nu} = \frac{R(5+f)}{2(1+f)} = 16{,}026 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$$

54. a) Deoarece incinta nu-și modifică volumul atunci:

$$L = 0 \Rightarrow \Delta U = Q = \nu C_v \Delta T = \frac{5}{2}\nu R(T_2 - T_1) = 5\nu R T_1 = 12465 \text{ J}$$

b) Masa care trebuie scoasă din incintă se calculează prin diferența dintre masa inițială și cea finală, astfel că:

$$\Delta m = m_i - m_f = \mu(\nu_i - \nu_f) = \mu\left(\frac{pV}{RT_1} - \frac{pV}{RT_2}\right) = \frac{\mu pV}{RT_1T_2}(T_2 - T_1) \Rightarrow$$

$$\Delta m = \frac{2\mu pV}{3RT_1} = \frac{2\mu\nu}{3} = 18{,}67 \text{ g}$$

c) Prin definiţie exponentul adiabatic este $\gamma=\frac{C_p}{C_v}$. Conform problemei precedente: $C_v=\frac{R(5+f)}{2(1+f)}\Rightarrow C_p=C_v+R=\frac{R(3f+7)}{2(1+f)}\Rightarrow$

Exponentul adiabatic este: $\gamma=\frac{C_p}{C_V}\Rightarrow\gamma=\frac{3f+7}{f+5}=1,46$

55. a) Ecuaţia transformării adiabatice în p şi V este de forma $pV^{\gamma}=ct$, unde γ este exponentul adiabatic. Cum în transformarea adiabatică Q=0 atunci pe baza primului principiu al termodinamicii $L_{ad}=-\Delta U_{ad}$, astfel că $L_{ad}=-\nu C_v(T_2-T_1)=-\frac{\nu R}{\gamma-1}(T_2-T_1)\Rightarrow$ prin analogie putem scrie şi lucrul mecanic efectuat în cursul destinderii politrope, schimbând γ cu n, astfel că: $L_{politropa}=-\frac{\nu R}{n-1}(T_2-T_1)=\frac{\nu R}{n-1}(T_1-T_2)$.

b) Din primul principiu al termodinamicii$\Rightarrow \Delta U=Q-L_{politropa}\Rightarrow$

$$Q=\Delta U+L_{politropa}=\nu C_v(T_2-T_1)+L_{politropa}=\frac{\nu R}{\gamma-1}(T_2-T_1)-\frac{\nu R}{n-1}(T_2-T_1)$$

$$\Rightarrow Q=\frac{\nu R(n-\gamma)(T_2-T_1)}{(\gamma-1)(n-1)}$$

c) Din definiţie căldura molară este: $C=\frac{Q}{\nu(T_2-T_1)}=\frac{(n-\gamma)R}{(\gamma-1)(n-1)}$

Cum $n=ct,\gamma=ct,R=ct$ înseamnă că în transformarea politropă căldura molară este constantă.

56. a) Pentru a determina ecuaţia procesului în coordonate p şi V se utilizează ecuaţia termică de stare $pV=\nu RT$ (1) şi ecuaţia procesului $V=aT^2\Rightarrow T=\sqrt{\frac{V}{a}}\Rightarrow$ (2).

Din (1) şi (2) obţinem: $pV=\nu R\sqrt{\frac{V}{a}}\Rightarrow p\sqrt{V}=\frac{\nu R}{\sqrt{a}}=ct\Rightarrow pV^{1/2}=ct$ şi obţinem ecuaţia unei transformări politrope cu indicele politropei $n=\frac{1}{2}$.

b) Conform problemei precedente:

$$L = \frac{\nu R}{n-1}(T_1 - T_2) = -2\nu R(T_1 - T_2) = 2\nu R(T_2 - T_1) \quad (1)$$

Dar $\Delta U = \nu C_v(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) \quad (2)$

Împărţim cele două relaţii (1) şi (2) şi obţinem: $\frac{L}{\Delta U} = \frac{4}{3} \Rightarrow L = \frac{4}{3}\Delta U = 200\text{ J}$

Căldura schimbată cu mediul extern este conform principiului I al termodinamicii: $Q = \Delta U + L = \frac{7}{3}\Delta U \quad (1) \Rightarrow Q = 350\text{ J}$

c) Prin definiţie căldura molară este: $C = \frac{Q}{\nu(T_2 - T_1)} = \frac{QR}{\nu R(T_2 - T_1)} \quad (2)$

Cum $\Delta U = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) \Rightarrow \nu R(T_2 - T_1) = \frac{2\Delta U}{3} \quad (3)$

Dacă introducem (1) şi (3) în (2) obţinem $C = \frac{7}{2}R = 29{,}085\text{ J/mol}\cdot\text{K}$

Putem afla căldura molară aplicând formula căldurii molare determinată pentru transformarea politropă la punctul **c** al problemei precedente

$$C = \frac{(n-\gamma)R}{(n-1)(\gamma-1)} \text{ cu } n = \frac{1}{2} \text{ şi } \gamma = \frac{5}{3} \Rightarrow C = \frac{7}{2}R = 29{,}085\text{ J/mol}\cdot\text{K}$$

57. a) $\Delta U = \nu C_v(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) \Rightarrow T_2 = T_1 + \frac{2\Delta U}{3\nu R} \Rightarrow T_2 \approx 500{,}56\text{ K}$

b) Determinăm ecuaţia procesului suferit de gaz în coordonate p şi V. Utilizăm atât ecuaţia procesului $T = aV^2$ cât şi ecuaţia de stare $pV = \nu RT$ şi obţinem: $pV = \nu RaV^2 \Rightarrow p = \nu RaV = bV$ unde $b = \nu Ra = ct$.

Metoda I: dacă reprezentăm p în funcţie de V în figura R 1.3.27, obţinem o dreaptă care trece prin origine. Pe baza interpretării geometrice a lucrului mecanic, acesta reprezintă aria trapezului, astfel că:

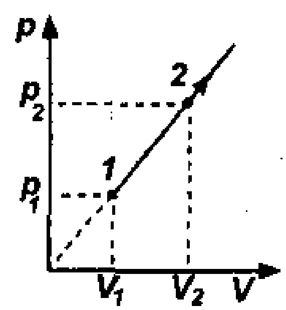


Fig. R 1.3.27

$$L_{12} = \frac{(p_1 + p_2)(V_2 - V_1)}{2} = \frac{(aV_1 + aV_2)(V_2 - V_1)}{2}$$

$$L_{12} = \frac{a}{2}(V_2^2 - V_1^2) = \frac{aV_2^2 - aV_1^2}{2} = \frac{aV_2 \cdot V_2 - aV_1 \cdot V_1}{2}$$

$$L_{12} = \frac{p_2V_2 - p_1V_1}{2} = \frac{\nu RT_2 - \nu RT_1}{2} = \frac{\nu R(T_2 - T_1)}{2}$$

Cum $\Delta U_{12}=\nu C_v(T_2-T_1)=\frac{3}{2}\nu R(T_2-T_1)\Rightarrow\frac{L_{12}}{\Delta U_{12}}=\frac{1}{3}\Rightarrow L_{12}=\frac{\Delta U_{12}}{3}=100$ J

Metoda II: Cum $p=bV\Rightarrow pV^{-1}=b\Rightarrow$ transformarea este o transformare politropă cu $n=-1\Rightarrow L_{12}=-\frac{\nu R}{n-1}(T_2-T_1)=\frac{\nu R}{2}(T_2-T_1)$ (1)

Cum $\Delta U_{12}=\frac{3}{2}\nu R(T_2-T_1)$ (2) şi prin împărţirea relaţiilor (1) şi (2) obţinem:

$\frac{L_{12}}{\Delta U_{12}}=\frac{1}{3}\Rightarrow L_{12}=\frac{\Delta U_{12}}{3}=100$ J

c) Pe baza principiului I al termodinamicii: $Q_{12}=\Delta U_{12}+L_{12}=\frac{4}{3}\Delta U_{12}=400$ J

58. a) Densitatea gazului este $\rho=\frac{m}{V}$. Din ecuaţia termică de stare $pV=\nu RT$

$\Rightarrow V=\frac{\nu RT}{p}\Rightarrow\rho=\frac{mp}{\nu RT}=\frac{p\mu}{RT}=\frac{\mu aT^{1/2}}{RT}=\frac{\mu a}{R}\cdot T^{-1/2}=bT^{-1/2}$, unde $b=\frac{\mu a}{R}$=ct

b) Determinăm ecuaţia procesului în coordonate p şi V.

Cum $p=aT^{1/2}\Rightarrow T=\frac{p^2}{a^2}$ şi introducând T în ecuaţia termică de stare $pV=\nu RT$ obţinem: $pV=\nu R\frac{p^2}{a^2}\Rightarrow p=\frac{a^2V}{\nu R}=ct\cdot V\Rightarrow pV^{-1}=ct\Rightarrow n=-1$.

Putem afla valoarea căldurii molare pe această politropă, ţinând cont că pentru gazul monoatomic exponentul adiabatic este $\gamma=\frac{5}{3}$, astfel că:

$C=\frac{(n-\gamma)R}{(n-1)(\gamma-1)}=2R$. În transformarea politropă putem scrie căldura:

$Q=\nu C(T_2-T_1)=2\nu R(T_2-T_1)\,(1)$.

$\Delta U=\nu C_v(T_2-T_1)=\frac{3}{2}\nu R(T_2-T_1)\,(2)$

Împărţim relaţia (1) la (2) şi obţinem: $\frac{Q}{\Delta U}=\frac{4}{3}\Rightarrow\Delta U=\frac{3}{4}Q=$-600 J

c) Din primul principiu al termodinamicii: $Q=\Delta U+L\Rightarrow L=Q-\Delta U=\frac{Q}{4}=$-200 J.

1.4. Aplicaţii ale principiului 2 al termodinamicii

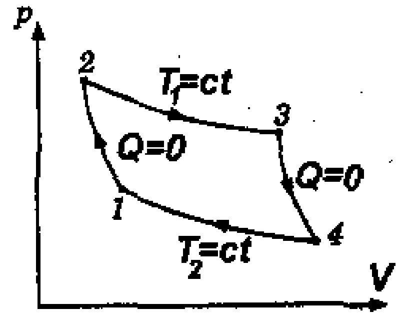


Fig. R 1.4.1

1. a) Scriem ecuaţiile celor patru transformări:

1-2 adiabatică: $p_1V_1^\gamma = p_2V_2^\gamma$; (fig R 1.4.1)

2-3 izotermă: $p_2V_2 = p_3V_3$;

3-4 adiabatică: $p_3V_3^\gamma = p_4V_4^\gamma$;

4-1 izotermă: $p_4V_4 = p_1V_1$

Înmulţim cele patru ecuaţii şi obţinem:

$p_1p_2p_3p_4V_1^\gamma V_2V_3^\gamma V_4 = p_2p_3p_4p_1V_2^\gamma V_3V_4^\gamma V_1$

Împărţim ecuaţia cu produsul presiunilor şi al volumelor şi obţinem: $V_1^{\gamma-1}V_3^{\gamma-1} = V_2^{\gamma-1}V_4^{\gamma-1} \Rightarrow V_1V_3 = V_2V_4$

Scriem ecuaţiile termice de stare pentru fiecare stare, astfel că:

$$p_1 = \frac{\nu RT_2}{V_1};\ p_2 = \frac{\nu RT_1}{V_2};\ p_3 = \frac{\nu RT_1}{V_3}\ \text{şi}\ p_4 = \frac{\nu RT_2}{V_4},\ \text{astfel că:}$$

$$p_1p_3 = \frac{\nu^2R^2T_1T_2}{V_1V_3} = p_2p_4 \Rightarrow p_1p_3 = p_2p_4$$

b. Prin definiţie randamentul ciclului este: $\eta = \frac{L_{ciclu}}{Q_{primită}} = 1 - \frac{|Q_{cedată}|}{Q_{primită}}$

$Q_{23} = \nu RT_1 \ln\frac{V_3}{V_2}$ şi $Q_{41} = \nu RT_2 \ln\frac{V_1}{V_4} = -\nu RT_2 \ln\frac{V_4}{V_1} \Rightarrow Q_{primită} = Q_{23}$ şi

$Q_{cedată} = Q_{41}$, deoarece $Q_{12} = Q_{34} = 0 \Rightarrow$ randamentul ciclului Carnot este:

$$\eta_c = 1 - \frac{\nu RT_2 \ln\frac{V_4}{V_1}}{\nu RT_1 \ln\frac{V_3}{V_2}}.\ \text{Cum}\ V_1V_3 = V_2V_4 \Rightarrow \frac{V_4}{V_1} = \frac{V_3}{V_2} \Rightarrow \eta_c = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 50\%.$$

Obs. Ciclul format din două transformări izoterme şi două transformări adiabatice este un ciclu ideal, denumit şi ciclul Carnot. Randamentul ciclului Carnot nu depinde de natura substanţei de lucru, ci depinde numai de temperatura sursei reci şi a sursei calde. Pentru orice alt ciclu care fucţionează între temperaturile extreme ale ciclului Carnot randamentul este mai mic decât randamentul ciclului Carnot.

c) $L = \eta_cQ_{23} = \eta_c\nu RT_1 \ln\frac{V_3}{V_2} = \eta_c\nu RT_1 = 13296$ J

2. a) $\eta_c = 1 - \frac{T_{min}}{T_{max}} = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 40\%$

Cum $\eta_c = \frac{L}{Q_p} \Rightarrow L = \eta Q_p = \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) Q_p = 2{,}4 \text{ kJ}$

b) Dacă ambele temperaturi se măresc cu ΔT, se modifică randamentul circuitului, astfel că:

$$\eta_c' = 1 - \frac{T'_{min}}{T'_{max}} = 1 - \frac{T_{min} + \Delta T}{T_{max} + \Delta T} = \frac{T_{max} - T_{min}}{T_{max} + \Delta T} = \frac{T_1 - T_2}{T_1 + \Delta T} = \frac{1}{3}$$

$$\eta_c' = 1 - \frac{T_2 + \Delta T}{T_1 + \Delta T} = 1 - \frac{|Q_c'|}{Q_p} \Rightarrow \frac{T_2 + \Delta T}{T_1 + \Delta T} = \frac{|Q_c'|}{Q_p} \Rightarrow |Q_c'| = \frac{(T_2 + \Delta T) Q_p}{T_1 + \Delta T}$$

$|Q_c'| = 4 \text{ kJ} \Rightarrow Q_c' = -4 \text{ kJ}$

c) $\frac{\eta_c' - \eta_c}{\eta_c} = \frac{\eta_c'}{\eta_c} - 1 = \frac{T_1}{T_1 + \Delta T} - 1 = -\frac{\Delta T}{T_1 + \Delta T} = -16{,}66\% \Rightarrow$ prin mărirea ambelor temperaturi cu acelaşi număr de grade se constată că randamentul ciclului Carnot scade.

3. a) Utilizăm formula randamentului ciclului Carnot:

$$\eta_c = 1 - \frac{T_{min}}{T_{max}} = \frac{T_{max} - T_{min}}{T_{max}} = \frac{\Delta T}{T_{max}} \Rightarrow T_{max} = \frac{\Delta T}{\eta_c} = 400K$$

$$\Delta T = T_{max} - T_{min} \Rightarrow T_{min} = T_{max} - \Delta T = \frac{\Delta T}{\eta_c} - \Delta T = \frac{\Delta T(1 - \eta_c)}{\eta_c} = 100K$$

b) $\eta_c = \frac{L}{Q_p} \Rightarrow Q_p = \frac{L}{\eta_c}$. Dar $\eta_c = 1 - \frac{|Q_c|}{Q_p} \Rightarrow \frac{|Q_c|}{Q_p} = 1 - \eta_c \Rightarrow$

$|Q_c| = \frac{L}{\eta_c}(1 - \eta_c) = 300 \text{ J} \Rightarrow Q_c = -300 \text{ J} \Rightarrow$ dacă pe un ciclu se cedează căldura Q_c la N cicluri se cedează $Q_{tc} = NQ_c = -3$ kJ.

c) Prin definiţie $\rho = \frac{m}{V}$ şi din ecuaţia termică de stare $pV = \nu R T_{max} = \frac{m}{\mu} R T_{max}$

obţinem: $m = \frac{pV\mu}{RT_{max}} \Rightarrow \rho = \frac{p\mu}{RT_{max}} \approx 1{,}68 \text{ kg/m}^3$

4. a) Destinderea adiabatică este 3-4 (fig R 1.4.1)

astfel: $T_4 = \frac{T_3}{n} \Rightarrow T_{max} = nT_{min}$.

Cum randamentul ciclului Carnot: $\eta_c = 1 - \frac{T_{min}}{T_{max}} = 1 - \frac{1}{n} = \frac{n-1}{n} = 66{,}66\%$

b) Dar $\eta_c = \frac{L}{Q_p} \Rightarrow Q_p = \frac{L}{\eta_c}$. Cum $\eta_c = 1 - \frac{|Q_c|}{Q_p} \Rightarrow |Q_c| = Q_p(1-\eta_c) = \frac{L}{\eta_c}(1-\eta_c)$

$|Q_c| = 300\ \text{J} \Rightarrow Q_c = -300\ \text{J}$.

c) Scriem ecuaţia transformării adiabatice în coordonate V şi T între stările 3 şi 4: $T_3V_3^{\gamma-1} = T_4V_4^{\gamma-1} \Rightarrow \left(\frac{V_4}{V_3}\right)^{\gamma-1} = \frac{T_3}{T_4} = \frac{T_{max}}{T_{min}} = n \Rightarrow \frac{V_4}{V_3} = n^{\frac{1}{\gamma-1}}$ cu $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{5}{3}$ pentru gazul ideal monoatomic şi obţinem: $\frac{V_4}{V_3} = 5{,}2$

5. a) Pe baza definiţiei randamentului unei maşini termice: $\eta = \frac{L}{Q_p} \approx 40\%$.

b) Pentru ciclul Carnot $\eta_c = 1 - \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow T_2 = T_1(1-\eta_c) = 240\ \text{K}$.

Cum transformarea este ciclică $\Delta U_{ciclu} = 0$, deoarece energia internă depinde numai de starea iniţială şi de cea finală. Conform primului principiu al termodinamicii $\Delta U = Q - L \Rightarrow L = Q = Q_p + Q_c \Rightarrow Q_c = L - Q_p = -2504\ \text{J}$.

c) Utilizăm ecuaţia termică de stare:

$$pV = \nu RT_2 \Rightarrow pV = \frac{m}{\mu}RT_2 \Rightarrow V = \frac{mRT_2}{p\mu} \approx 20\ \text{L}.$$

6. a) Maşina ideală descrisă funcţionează după ciclul Carnot, astfel că:

$$\eta_c = 1 - \frac{T_{min}}{T_{max}} \Rightarrow \frac{T_{min}}{T_{max}} = 1 - \eta_c \Rightarrow \frac{T_{max}}{T_{min}} = \frac{1}{1-\eta_c} = 2{,}5$$

b) Mărim temperatura sursei calde cu ΔT: $\eta_{c1} = 1 - \frac{T_{min}}{T_{max} + \Delta T} = \frac{T_{max} + \Delta T - T_{min}}{T_{max} + \Delta T}$

Micşorăm temperatura sursei reci cu ΔT: $\eta_{c2} = 1 - \frac{T_{min} - \Delta T}{T_{max}} = \frac{T_{max} - T_{min} + \Delta T}{T_{max}}$

Din cele două relaţii se observă că $\eta_{c1} < \eta_{c2} \Rightarrow$ se micşorează mai mult randamentul unei maşini ideale, dacă mărim cu acelai număr de grade temperatura sursei calde, decât dacă micşorăm cu acelaşi număr de grade temperatura sursei reci.

c) $\eta_{c3} = 1 - \frac{T_{min} - \Delta T}{T_{max} + \Delta T} = \frac{T_{max} - T_{min} + 2\Delta T}{T_{max} + \Delta T}$

Dacă $T_{max} = 800\ \text{K} \Rightarrow T_{min} = T_{max}(1-\eta_c) = 320\ \text{K} \Rightarrow \eta_{c3} \approx 75{,}55\%$

7. a) Conform informțiilor problemei $p_3 = p_1$. Randamentul ciclului este:

$$\eta_c = 1 - \frac{T_{min}}{T_{max}} = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 75\%$$

b) Prin definiție $P_c = \frac{Q_p}{t}$.

Pe transformarea ciclică se primește căldură în destinderea izotermă astfel că: $Q_p = \nu RT_1 \ln\frac{V_2}{V_1} = \frac{m}{\mu}RT_1 \ln\frac{p_1}{p_2}$, deoarece transformarea 1-2 este izotermă, astfel că: $p_1V_1 = p_2V_2 \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{p_1}{p_2}$. Scriem ecuația transformării adiabatice în coordonate p și T: $p^{\gamma-1}T^{-\gamma} = ct$ între stările 4 și 1 și obținem: $p_1^{\gamma-1}T_1^{-\gamma} = p_2^{\gamma-1}T_2^{-\gamma}$. Se ține cont că $p_2 = p_4$, astfel că: $\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{-\gamma} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\gamma}$

$$\Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \Rightarrow Q_p = \frac{m}{\mu}RT_1 \ln\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{m}{\mu}RT_1 \ln\left(\frac{T_1}{T_2}\right) \Rightarrow$$

$$P_c = \frac{Q_p}{t} = \frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{m}{\mu}\frac{RT_1}{t}\ln\left(\frac{T_1}{T_2}\right) \approx 3{,}49\ \text{MW}$$

c) Cum $\eta_c = \frac{P_u}{P_c} \Rightarrow P_u = \eta_c P_c \approx 2{,}62\ \text{MW}$

8. a) Scriem ecuația transformării adiabatice în coordonate p și V: $pV^{\gamma} = ct$ și ecuția temică de stare $pV = \nu RT$. Eliminăm V din cele două ecuații, astfel că: $V^{\gamma} = \frac{\nu^{\gamma}R^{\gamma}T^{\gamma}}{p^{\gamma}} \Rightarrow p\frac{\nu^{\gamma}R^{\gamma}T^{\gamma}}{p^{\gamma}} = ct \Rightarrow p^{1-\gamma}T^{\gamma} = ct \Rightarrow Tp^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = ct$.

Conform relației lui Mayer $C_p = C_v + R = 4R \Rightarrow$ exponentul adiabatic este :

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{4}{3} \Rightarrow Tp^{-\frac{1}{4}} = ct$$

b) Scriem formula randamentului ciclului Carnot: $\eta_c = 1 - \frac{T_{min}}{T_{max}}$.

Conform legii destinderii adiabatice în V și T:

$$T_{max}V_2^{\gamma-1} = T_{min}V_1^{\gamma-1} \Rightarrow \frac{T_{min}}{T_{max}} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{27}{8}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{3^3}{2^3}\right)^{\frac{1}{3}} = \frac{3}{2} \Rightarrow \eta_c = 33{,}33\%$$

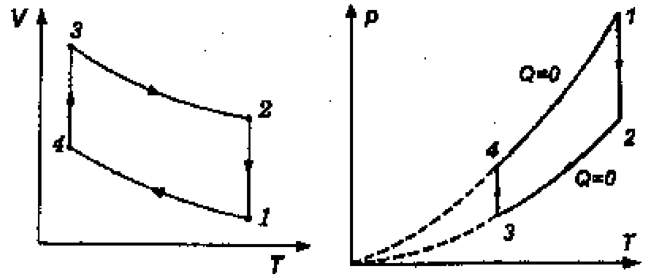


Fig. R 1.4.2

c)
Reprezentarea grafică cerută este redată în figura R 1.4.2.

9. a) Calculăm randamentele ciclurilor Carnot: $\eta_1 = 1 - \frac{T_D}{T_A} = 50\%$ şi $\eta_2 = 1 - \frac{T_G}{T_A} = 75\%$

b) Deoarece $\gamma = \frac{C_p}{C_v} \Rightarrow C_p = \gamma C_v$ şi conform relaţiei lui Robert Mayer $C_p = C_v + R \Rightarrow \gamma C_v = C_v + R \Rightarrow C_v = \frac{R}{\gamma - 1} \Rightarrow C_p = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}$. Scriem ecuaţia adiabatei *E-F* în coordonate *V* şi *T*: $T_A V_E^{\gamma-1} = T_G V_F^{\gamma-1}$, deoarece punctele *A*, *B* şi *E* se află pe aceeaşi izotermă, astfel că $\left(\frac{V_F}{V_E}\right)^{\gamma-1} = \frac{T_A}{T_G} \Rightarrow n^{\gamma-1} = 4 \Rightarrow 8^{\gamma-1} = 4 \Rightarrow$

$2^{3(\gamma-1)} = 2^2 \Rightarrow 3\gamma - 3 = 2 \Rightarrow \gamma = \frac{5}{3} \Rightarrow$ gazul ideal este monoatomic şi $C_p = \frac{5}{2}R$.

c) Cum $\eta_1 = \frac{L_1}{Q_{p1}}$ şi $\eta_2 = \frac{L_2}{Q_{p2}} \Rightarrow \frac{\eta_1}{\eta_2} = \frac{L_1}{L_2} \cdot \frac{Q_{p2}}{Q_{p1}} \Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = \frac{\eta_1 Q_{p1}}{\eta_2 Q_{p2}} \Rightarrow$

$\frac{L_1}{L_2} = \frac{\eta_1}{\eta_2} \cdot \frac{\nu R T_A \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)}{\nu R T_A \ln\left(\frac{V_E}{V_B}\right)}$. Conform proprietăţi problemei $V_B^2 = V_A \cdot V_E \Rightarrow$

$\frac{V_B}{V_A} = \frac{V_E}{V_B} \Rightarrow Q_{p1} = Q_{p2} = \nu R T_A \ln \frac{V_B}{V_A} \Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = \frac{\eta_1}{\eta_2} = \frac{2}{3} \approx 0{,}667$.

Calculăm randamentul ciclului *ABEFGCDA*: $\eta = \frac{L}{Q_p} = \frac{L}{Q_{p1} + Q_{p2}} = \frac{L}{2Q_{p1}}$.

Cum lucrul mecanic pe transformarea ciclică reprezintă fizic aria ciclului, înseamnă că $L = L_1 + L_2$. Deoarece fiecare lucru mecanic reprezintă aria ciclului *ABCDA* şi respectiv *BEFGCB*, obţinem:

$$L = L_1 + L_2 = L_1 + \frac{L_1\eta_2}{\eta_1} = L_1\frac{(\eta_1+\eta_2)}{\eta_1} \Rightarrow \eta = \frac{L_1}{2Q_{p1}}\cdot\frac{(\eta_1+\eta_2)}{\eta_1} = \frac{\eta_1+\eta_2}{2} = 62{,}5\%$$

10. a) Pe baza interpretării geometrice a lucrului mecanic, acesta reprezintă fizic aria ciclului: $L = \frac{(p_2-p_1)(V_3-V_1)}{2} = \frac{2p_1\cdot 8V_1}{2} = 8p_1V_1 = 1600\ \text{J}$

b) $Q_{31} = \nu C_p(T_1 - T_3) = \frac{5}{2}\nu R(T_1 - T_3) = \frac{5}{2}(p_1V_1 - p_1V_3) \Rightarrow$

$Q_{31} = \frac{5}{2}p_1(V_1 - 9V_1) = -20p_1V_1 = -4\ \text{kJ}.$

c) $\eta_c = 1 - \frac{T_{min}}{T_{max}}$ cu $T_{min} = T_1$.

Aflăm dacă temperatura maximă se obține pe transformarea 2-3. Scriem ecuația termică de stare $pV = \nu RT \Rightarrow T = \frac{pV}{\nu R}$. Legea transformări 2-3 este de forma $p = aV + b$, unde a și b sunt constante. Aflăm aceste constante punând condiția ca punctele 2 și 3 să se afle pe dreapta descrisă de ecuația $p = aV + b$. Obținem $p_2 = aV_2 + b$ și $p_3 = aV_3 + b$ și cum transformarea 1-2 este de forma $p = c\cdot V \Rightarrow \frac{p}{V} = ct \Rightarrow \frac{p_1}{V_1} = \frac{p_2}{V_2} \Rightarrow V_2 = \frac{p_2V_1}{p_1} = 3V_1$.

Sistemul de ecuații este: $3p_1 = 3aV_1 + b$ (1) și $p_1 = 9aV_1 + b$ (2).

Scădem (2) din (1) și obținem: $2p_1 = -6aV_1 \Rightarrow a = -\frac{p_1}{3V_1} \Rightarrow b = p_1 - 9aV_1 = 4p_1$

$\Rightarrow p = -\frac{p_1}{3V_1}V + 4p_1 \Rightarrow T = -\frac{p_1V^2}{3\nu RV_1} + \frac{4p_1V}{\nu R} \Rightarrow$ se obține o funcție de gradul al doilea cu: $A = -\frac{p_1}{3\nu RV_1}, B = \frac{4p_1}{\nu R}$ și $C=0 \Rightarrow V_{T\max} = -\frac{B}{2A} = 6V_1$, care aparține intervalului $(3V_1, 9V_1)$. Temperatura maximă este:

$T_{max} = \frac{12p_1V_1}{\nu R} = 12T_1 \Rightarrow \eta_c = 1 - \frac{T_1}{12T_1} = \frac{11}{12} = 91{,}66\%$.

11. a. Din $\eta_1 = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1} \Rightarrow |Q_2| = Q_1(1-\eta_1)$ reprezintă căldura cedată de motorul M_1 motorului M_2. Deoarece $|Q_2|$ este preluată integral de motorul M_2, atunci din $\eta_2 = 1 - \frac{|Q_3|}{|Q_2|}$, obţinem căldura cedată în cursul unui ciclu de motorul M_2: $|Q_3| = |Q_2|(1-\eta_2) = Q_1(1-\eta_1)(1-\eta_2)$=36 kJ$\Rightarrow Q_3 = -36$ kJ

b. Căldura cedată de motorul M_2 $|Q_3|$ este preluată integral de motorul M_3. Din formula radamentului $\eta_3 = \frac{L_3}{|Q_3|}$ obţinem lucul mecanic efectuat în cursul unui ciclu de motorul M_3 $L_3 = \eta_3 |Q_3|$=14,4 kJ

c. Ansamblul de motoare primeşte căldura Q_1 şi efectuează lucrul mecanic L_3 astfel că randamentul ansamblului este $\eta = \frac{L_3}{Q_1}$=14,4%

12. a) Conform definiţiei $\eta = \frac{L}{Q_p} \Rightarrow Q_p = \frac{L}{\eta} = 3$ kJ

b) În cazul transformării ciclice $\Delta U = 0 \Rightarrow Q_t - L = 0 \Rightarrow Q_t = L \Rightarrow$
$Q_p + Q_c = L \Rightarrow Q_c = L - Q_p = -2100$ J.

c) $\eta_c = 1 - \frac{T_{min}}{T_{max}} = 1 - \frac{T_1}{T_2}$, deoarece T_{min}=T_1 şi T_{max}=T_2. Utilizăm legea transformării izocore: $\frac{p_2}{T_2} = \frac{p_1}{T_1} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{p_1}{p_2} = \frac{p_{min}}{p_{max}} \Rightarrow \eta_c = 1 - \frac{3}{5} = 40\%$

13. a) Identificăm transformările: 1-2 izobară, 2-3 izocoră, 3-1 izotermă.

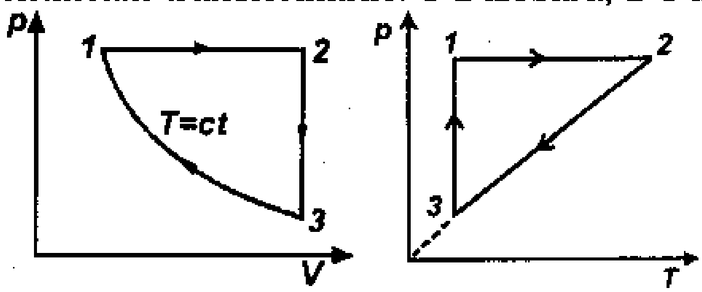


Fig. R 1.4.3

Reprezentările cerute sunt redate grafic în figura R 1.4.3.

b) Randamentul ciclului este: $\eta = 1 - \frac{|Q_c|}{Q_p}$

$$Q_{12} = \nu C_p(T_2 - T_1) = \frac{\gamma \nu R}{\gamma - 1}(T_2 - T_1) = \frac{\gamma}{\gamma - 1}\nu R T_1\left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right)$$

Legea transformării izobare este: $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_1} = \varepsilon \Rightarrow$

$Q_{12}=\frac{\gamma}{\gamma-1}p_1V_1(\varepsilon-1)>0 \Rightarrow$ gazul primeşte căldură pe transformarea 1-2.

$$Q_{23}=\nu C_v(T_3-T_2)=\nu\frac{R}{\gamma-1}(T_3-T_2)=\nu\frac{R}{\gamma-1}(T_1-T_2)=\nu\frac{R}{\gamma-1}T_1\left(1-\frac{T_2}{T_1}\right)\Rightarrow$$

$Q_{23}=-\frac{p_1V_1}{\gamma-1}(\varepsilon-1)<0 \Rightarrow$ gazul cedeză căldură pe transformarea 2-3.

$Q_{31}=\nu RT_1\ln\frac{V_1}{V_3}=-p_1V_1\ln\varepsilon<0 \Rightarrow$ gazul cedează căldură pe transformarea 3-1.

$$\eta=1-\frac{|Q_{23}+Q_{31}|}{Q_{12}}=\frac{(\gamma-1)(\varepsilon-1-\ln\varepsilon)}{\gamma(\varepsilon-1)}$$

c) $\eta_c=1-\frac{T_{min}}{T_{max}}=1-\frac{T_1}{T_2}=1-\frac{1}{\varepsilon}=\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}$.

14. a) Identificăm transformările: 1-2 izotermă, 2-3 izobară şi 3-1 izocoră. Reprezentările cerute sunt redate grafic în figura R 1.4.4.

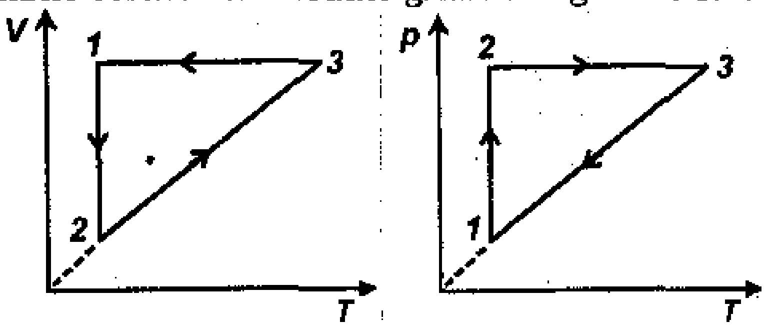


Fig. R 1.4.4

b) $L_{ciclu}=L_{12}+L_{23}+L_{31}$ cu $L_{12}=\nu RT_1\ln\frac{V_2}{V_1}$.

Scriem legea transformării izobare: $\frac{V_2}{T_2}=\frac{V_3}{T_3}\Rightarrow V_2=\frac{T_2V_3}{T_3}\Rightarrow V_2=\frac{T_1V_1}{eT_1}=\frac{V_1}{e}$

$$\Rightarrow L_{12}=-p_1V_1 \text{ şi } L_{23}=p_2(V_3-V_2)=p_2\left(V_1-\frac{V_1}{e}\right)=p_2V_1\frac{e-1}{e}$$

Scriem legea transformării izoterme: $p_1V_1=p_2V_2\Rightarrow p_2=\frac{p_1V_1e}{V_1}=ep_1\Rightarrow$

$$L_{23}=p_1V_1(e-1) \text{ şi } L_{31}=0\Rightarrow L_{ciclu}=-p_1V_1+p_1V_1(e-1)=p_1V_1(e-2)=71\text{ J}$$

c) $\eta=\frac{L_{ciclu}}{Q_{23}}$ şi $Q_{23}=\nu C_p(T_3-T_2)=\frac{7}{2}\nu R(eT_1-T_1)=\frac{7}{2}\nu RT_1(e-1)=\frac{7}{2}p_1V_1(e-1)$

$$\Rightarrow\eta=\frac{2(e-2)}{7(e-1)}\approx 11{,}86\%$$

15. a) Identificăm transformările: 1-2 izotermă, 2-3 este descrisă de legea $\rho T = ct \Rightarrow \frac{m}{V}T = ct \Rightarrow \frac{V}{T} = ct$ $\Rightarrow$ transformarea este izobară, 3-1 este izocoră, deoarece $\rho = \frac{m}{V} = ct \Rightarrow V = ct$. Reprezentarea grafică a succesiunii de transformări în coordonate p şi V este redată în figura R 1. 4.5.

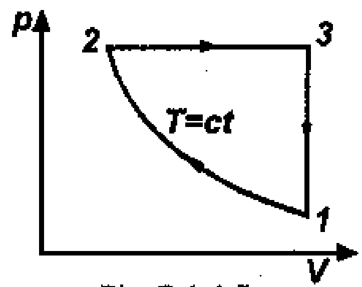


Fig. R 1.4.5

b) $Q_{12} = \nu RT_1 \ln\frac{V_2}{V_1} = -2\nu RT_1 \ln 2 \approx -6910{,}6$ J $\Rightarrow$ gazul cedează căldură pe transformarea 1-2.

Legea transformării izobare: $\frac{V_3}{T_3} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow T_3 = \frac{V_3T_2}{V_2} = \frac{V_1T_1}{V_2} = 4T_1$.

$Q_{23} = \nu C_p(T_3 - T_2) = \frac{5}{2}\nu R(T_3 - T_1) = \frac{5}{2}\nu R(4T_1 - T_1) = \frac{15}{2}\nu RT_1 = 3739{,}5$ J $\Rightarrow$ gazul primeşte căldură pe transformarea 2-3.

$Q_{31} = \nu C_v(T_1 - T_3) = \frac{3}{2}\nu R(T_1 - 4T_1) = -\frac{9}{2}\nu RT_1 = -2243{,}7$ J $\Rightarrow$ gazul cedează căldură pe transformarea 3-1.

c) Conform definiţiei: $\eta = 1 - \frac{|Q_{cedat}|}{Q_{primit}} = 1 - \frac{|Q_{12} + Q_{31}|}{Q_{23}} \Rightarrow$

$$\eta = 1 - \frac{2\nu RT_1 \ln 2 + \frac{9}{2}\nu RT_1}{\frac{15}{2}\nu RT_1} = \frac{6 - 4\ln 2}{15} = 32{,}28\%$$

16. a) Reprezentarea cerută în coordonate p şi V este redată în figura R 1.4.6.

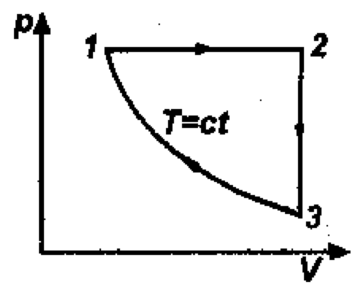


Fig. R 1.4.6

b) 1-2 este izobară $Q_{12} = \nu C_p(T_2 - T_1) = \nu\frac{\gamma R}{\gamma - 1}(T_2 - T_1)$

$$\Rightarrow Q_{12} = \frac{\gamma}{\gamma - 1}(p_2V_2 - p_1V_1) = \frac{\gamma}{\gamma - 1}(4p_1V_1 - p_1V_1) = \frac{3\gamma p_1V_1}{\gamma - 1} > 0$$

2-3 este izocoră: $Q_{23} = \nu C_v(T_3 - T_2) = \nu\frac{R}{\gamma - 1}(T_1 - T_2) = \frac{p_1V_1 - p_2V_2}{\gamma - 1} = \frac{-3p_1V_1}{\gamma - 1} < 0$

3-1 este izotermă: $Q_{31} = \nu RT_1 \ln\frac{V_1}{V_3} = -2\nu RT_1 \ln 2 = -2p_1V_1 \ln 2 < 0$

$$Q_{primit} = Q_{12} = \frac{3\gamma p_1V_1}{\gamma - 1} \text{ şi } Q_{cedat} = Q_{23} + Q_{31} = \frac{-3p_1V_1}{\gamma - 1} - 2p_1V_1 \ln 2$$

$$Q_{primit} - |Q_{cedat}| = 3p_1V_1 - 2p_1V_1 \ln 2 = p_1V_1(3 - 2\ln 2)$$

c) Prin definiţie: $\eta = 1 - \dfrac{|Q_{cedat}|}{Q_{primit}} = 1 - \dfrac{|Q_{23} + Q_{31}|}{Q_{12}} = \dfrac{Q_{12} - |Q_{23} + Q_{31}|}{Q_{12}} \Rightarrow$

$$\eta = \frac{p_1V_1(3 - 2\ln 2)}{\dfrac{3\gamma p_1V_1}{\gamma - 1}} = \frac{\gamma - 1}{3\gamma}(3 - 2\ln 2) = \frac{1{,}6(\gamma - 1)}{3\gamma}$$

Calculăm randamentul ciclului Carnot care ar funcţiona între temperaturile extreme: $T_{max}=T_2$ şi $T_{min}=T_1 \Rightarrow \eta_c = 1 - \dfrac{T_{min}}{T_{max}} = 1 - \dfrac{T_1}{T_2}$.

Cum transformarea 1-2 este izobară: $\dfrac{V_1}{T_1} = \dfrac{V_2}{T_2} \Rightarrow \dfrac{T_1}{T_2} = \dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{1}{4} \Rightarrow$ randamentul ciclului este: $\eta_c = 75\%$

17. a) Aflăm parametrii în stările 2 şi 3 în funcţie de parametrii stării 1.
1-2 este o transformare adiabatică şi conform ecuaţiei acesteia în coordonate p şi V, obţinem: $p_1V_1^{\gamma} = p_2V_2^{\gamma} \Rightarrow p_1V_1^{\gamma} = 32p_1V_2^{\gamma}$. Deoarece gazul este monoatomic, $\gamma = \dfrac{C_p}{C_v} = \dfrac{5}{3} \Rightarrow V_1^{\frac{5}{3}} = 2^5V_2^{\frac{5}{3}} \Rightarrow V_1 = 2^3V_2 \Rightarrow V_2 = \dfrac{V_1}{8}$

Parametrii stării 2 sunt: $p_2 = 32p_1; V_2 = \dfrac{V_1}{8}$ şi din ecuaţia termică de stare

$$T_2 = \frac{p_2V_2}{\nu R} = \frac{4p_1V_1}{\nu R} = 4T_1$$

Parametrii stării 3 sunt: $p_3 = p_2 = 32p_1; V_3 = V_1$ şi din ecuaţia termică de stare $T_3 = \dfrac{p_3V_3}{\nu R} = \dfrac{32p_1V_1}{\nu R} = 32T_1$.

b) Calculăm lucrul mecanic pe întreg ciclul: $L_{1231} = L_{12} + L_{23} + L_{31}$, unde

$$L_{12} = -\Delta U_{12} = -\nu C_v(T_2 - T_1) = -\frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) = -\frac{3}{2}(4p_1V_1 - p_1V_1) = -\frac{9}{2}p_1V_1$$

$$L_{23} = p_2(V_3 - V_2) = 32p_1(V_1 - \frac{V_1}{8}) = 28p_1V_1,\ L_{31} = 0,\ L_{1231} = 23{,}5p_1V_1 = 37{,}6\text{ kJ}$$

c) Prin definiţie randamentul este: $\eta = \dfrac{L_{ciclu}}{Q_{primit}} = \dfrac{L_{1231}}{Q_{23}}$

$$Q_{23} = \nu C_p(T_3 - T_2) = \frac{5}{2}\nu R(T_3 - T_2) = \frac{5}{2}(p_3V_3 - p_2V_2) = \frac{5}{2}\cdot 32\cdot p_1(V_1 - \frac{V_1}{8}) \Rightarrow$$

$Q_{23} = 70p_1V_1 > 0 \Rightarrow$ pe izobara 2-3 se primeşte căldură, în timp ce pe izocora

3-1 se cedează căldură, deoarece $Q_{31} = \nu C_v(T_1 - T_3) < 0 \Rightarrow$ randamentul este:

$$\eta = \frac{23{,}5 p_1 V_1}{70 p_1 V_1} = 33{,}57\%$$

18. a) Identificăm transformările: 1-2 izocoră; 2-3 adiabatică; 1-3 izobară.

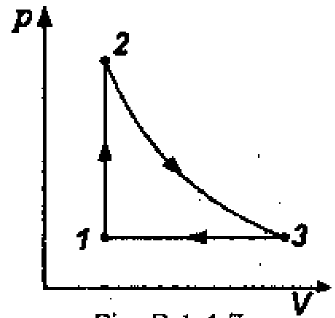


Fig. R 1.4.7

Lucrul mecanic efectuat de gaz este: $L_{1231} = L_{12} + L_{23} + L_{31}$, unde $L_{12} = 0$, $L_{23} = -\Delta U_{23}$;

$L_{31} = p_1(V_1 - V_3)$ şi $L_{23} = p_2 V_2 \ln \varepsilon$

Reprezentarea ciclului în coordonate p şi V este redată în figura R 1.4.7.

Cum transformarea 2-3 este adiabatică, atunci:

$$p_2 V_2^\gamma = p_3 V_3^\gamma \Rightarrow p_2 = p_1\left(\frac{V_3}{V_2}\right)^\gamma = p_1\left(\frac{V_3}{V_1}\right)^\gamma = p_1\varepsilon^\gamma \text{, deoarece } p_1 = p_3$$

$$L_{23} = -\nu C_v(T_3 - T_2) = -\frac{\nu R}{\gamma - 1}(T_3 - T_2) = \frac{p_2V_2 - p_3V_3}{\gamma - 1} = \frac{p_1V_1\varepsilon^\gamma - p_1V_1\varepsilon}{\gamma - 1} = \frac{p_1V_1(\varepsilon^\gamma - \varepsilon)}{\gamma - 1}$$

$$L_{31} = p_1(V_1 - \varepsilon V_1) = -p_1V_1(\varepsilon - 1) \Rightarrow L_{ciclu} = p_1V_1\left(\frac{\varepsilon^\gamma - \varepsilon}{\gamma - 1} - \varepsilon + 1\right)$$

b) Conform definiţiei randamentului ciclului: $\eta_{ciclu} = \dfrac{L_{ciclu}}{Q_{primita}}$

$$Q_{12} = \nu C_v(T_2 - T_1) = \nu\frac{R}{\gamma - 1}(T_2 - T_1) = \frac{p_2V_2 - p_1V_1}{\gamma - 1} = \frac{p_1V_1\varepsilon^\gamma - p_1V_1}{\gamma - 1} = \frac{p_1V_1(\varepsilon^\gamma - 1)}{\gamma - 1}$$

Cum $Q_{12} > 0 \Rightarrow$ gazul primeşte căldură pe transformarea 1-2.

Pe transformarea 2-3 este o transformare adiabatică, astfel că $Q_{23} = 0$, iar pe transformarea 3-1 gazul cedează căldură, deoarece $Q_{31} = \nu C_p(T_1 - T_3) < 0$, pentru că $T_1 < T_3$.

Randamentul ciclului este: $\eta = \dfrac{\varepsilon^\gamma - \varepsilon - (\varepsilon - 1)(\gamma - 1)}{\varepsilon^\gamma - 1}$

c) Conform definiţiei: $\eta_c = 1 - \dfrac{T_{min}}{T_{max}} = 1 - \dfrac{T_1}{T_2}$, deoarece $T_{min} = T_1$ şi $T_{max} = T_2$,

deoarece în destinderea adiabată 2-3, temperatura absolută scade.

Pe baza ecuaţiei termice de stare $T_1 = \dfrac{p_1V_1}{\nu R}$ şi $T_2 = \dfrac{p_2V_2}{\nu R} \Rightarrow$ randamentul

ciclului Carnot este: $\eta_c = 1 - \dfrac{p_1V_1}{p_2V_2} = 1 - \dfrac{1}{\varepsilon^\gamma}$

19. a) $Q_{12} = \nu C_p(T_2 - T_1) = \frac{5}{2}\nu R(T_2 - T_1) = \frac{5}{2}\nu RT_1(e^2 - 1) = \frac{5}{2}p_1V_1(e^2 - 1) \Rightarrow$.

$Q_{12} = 15{,}85$ kJ

b) Scriem ecuaţia transformării adiabatice în coordonate V şi T: $T_2V_2^{\gamma-1} = T_3V_3^{\gamma-1}$, unde $\gamma = \frac{5}{3}$, deoarece gazul este monoatomic astfel că:

$$\Rightarrow \left(\frac{V_3}{V_2}\right)^{\gamma-1} = \frac{T_2}{T_3} = \frac{T_2}{T_1} = e^2 \Rightarrow \frac{V_3}{V_2} = \left(e^2\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} = \left(e^2\right)^{\frac{3}{2}} = e^3.$$

Deoarece 1-2 este o transformare izobară şi conform acestei legi:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} = e^2 \Rightarrow V_2 = V_1e^2 \Rightarrow \left(\frac{V_3}{V_1}\right) = e^5 \approx 146$$

c) $\eta_{ciclu} = 1 - \frac{|Q_{cedat}|}{Q_{primit}}$

Cum pe 1-2, $Q_{12} > 0 \Rightarrow$ pe transformarea 1-2 gazul primeşte căldură şi pe 3-1 cum $Q_{31} = \nu RT_1 \ln\frac{V_1}{V_3} = \nu RT_1 \ln\frac{1}{e^5} = -5\nu RT_1 < 0 \Rightarrow$ gazul cedează căldură.

$$\eta_{ciclu} = 1 - \frac{|Q_{31}|}{Q_{12}} = 1 - \frac{5\nu RT_1}{\frac{5}{2}\nu RT_1(e^2 - 1)} = 1 - \frac{2}{e^2 - 1} = \frac{e^2 - 3}{e^2 - 1} \approx 68{,}45\%$$

20.a) Identificăm transformările: 1-2 izotermă; 2-3 izobară şi 3-1 adiabatică. Reprezentările cerute sunt redate în figura R 1.4.8.

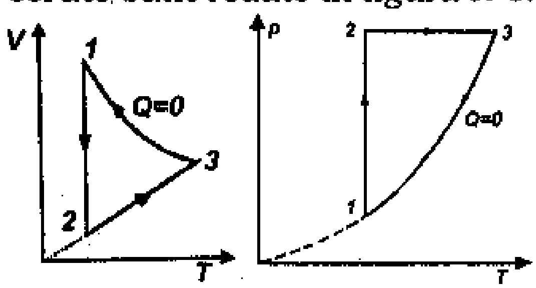


Fig. R 1.4.8

b) Scriem ecuaţia transformării adiabatice 3-1 în coordonatele V şi T, astfel că: $T_1V_1^{\gamma-1} = T_3V_3^{\gamma-1} \Rightarrow \frac{T_3}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_3}\right)^{\gamma-1}$ şi în coordonate p şi V, astfel că:

$$p_1V_1^{\gamma} = p_3V_3^{\gamma} \Rightarrow \left(\frac{V_1}{V_3}\right)^{\gamma} = \frac{p_3}{p_1} \Rightarrow \frac{V_1}{V_3} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{\gamma}}.$$

Transformarea 1-2 este izotermă, astfel că pe baza legii acesteia:

$$p_1V_1 = p_2V_2 \Rightarrow \frac{p_2}{p_1} = \frac{V_1}{V_2} = \varepsilon \Rightarrow \frac{V_1}{V_3} = \varepsilon^{\frac{1}{\gamma}} \Rightarrow \frac{T_3}{T_1} = \varepsilon^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

c) Prin definitie randamentul ciclului este $\eta_{ciclu} = 1 - \dfrac{|Q_{cedat}|}{Q_{primit}}$

$Q_{12} = \nu RT_1 \ln\dfrac{V_2}{V_1} = -\nu RT_1 \ln\varepsilon < 0 \Rightarrow$ pe transformarea 1-2 gazul cedează căldură. Cum $Q_{23} = \nu C_p(T_3 - T_1) = \nu\dfrac{\gamma R}{\gamma - 1}\left(T_1\varepsilon^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - T_1\right) = \gamma\dfrac{\nu RT_1}{\gamma-1}\left(\varepsilon^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right) > 0$

$\Rightarrow$ gazul primeşte căldură pe transformarea 2-3 şi $Q_{31} = 0$.

Randamentul ciclului este: $\eta = 1 - \dfrac{|Q_{12}|}{Q_{23}} = 1 - \dfrac{(\gamma-1)\ln\varepsilon}{\gamma\left(\varepsilon^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right)}$

21. a) Reprezentarea grafică în coordonate p şi V este redată în figura R 1.4.9.

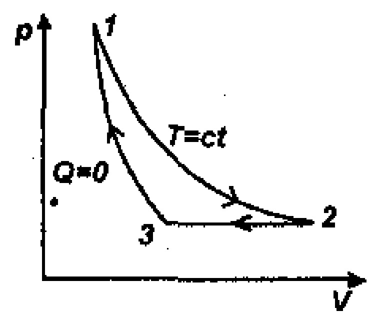


Fig. R 1.4.9

b) $\eta_{ciclu} = 1 - \dfrac{|Q_{cedat}|}{Q_{primit}}$

$Q_{12} = \nu RT_1 \ln\dfrac{V_2}{V_1} = p_1V_1 \ln\varepsilon > 0 \Rightarrow$ pe destinderea izotermă gazul primeşte căldură.

$$Q_{23} = \nu C_p(T_3 - T_2) = \nu\frac{\gamma R}{\gamma-1}(T_3 - T_2) = \frac{\gamma}{\gamma-1}(p_3V_3 - p_2V_2) = \frac{\gamma}{\gamma-1}p_2(V_3 - V_2)$$

Conform legii transformării izoterme: $p_1V_1 = p_2V_2 \Rightarrow p_2 = \dfrac{p_1V_1}{V_2} = \dfrac{p_1}{\varepsilon}$.

Scriem legea transformării adiabatice 3-1 în coordonate p şi V. Obţinem:

$$p_1V_1^\gamma = p_3V_3^\gamma \Rightarrow V_3^\gamma = V_1^\gamma\frac{p_1}{p_2} = \varepsilon V_1^\gamma \Rightarrow V_3 = V_1\varepsilon^{\frac{1}{\gamma}} \Rightarrow$$

$$Q_{23} = \frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{p_1}{\varepsilon}\left(V_1\varepsilon^{\frac{1}{\gamma}} - V_1\varepsilon\right) = -\frac{\gamma}{\gamma-1}p_1V_1(1 - \varepsilon^{\frac{1-\gamma}{\gamma}})$$

Pe comprimarea izobară gazul cedează căldură. Cum $Q_{31} = 0$, randamentul ciclului este: $\eta = 1 - \dfrac{|Q_{23}|}{Q_{12}} = 1 - \dfrac{\gamma(1 - \varepsilon^{\frac{1-\gamma}{\gamma}})}{(\gamma-1)\ln\varepsilon}$

c) $\eta_c = 1 - \frac{T_{min}}{T_{max}} = 1 - \frac{T_3}{T_1}$

Pe baza ecuației termice de stare $T_3 = \frac{P_3V_3}{\nu R}$ și $T_1 = \frac{P_1V_1}{\nu R}$, obținem randamentul ciclului Carnot care ar funcționa între temperaturile extreme:

$$\eta_c = 1 - \frac{p_3V_3}{p_1V_1} = 1 - \varepsilon^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

22. a) Calculăm parametrii în stările 2 și 3. Scriem legea transformării adiabatice în coordonate p și V, astfel că:

$$p_1V_1^\gamma = p_2V_2^\gamma \Rightarrow \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^\gamma = \frac{p_1}{p_2} \Rightarrow V_2 = V_1\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{\gamma}} = V_1 \cdot 16^{\frac{3}{4}} = 8V_1$$

Parametrii stării 2 sunt: $p_2 = \frac{p_1}{16} = 6{,}25$ kPa; $V_2 = 8V_1 = 8$ L și conform ecuației de stare: $T_2 = \frac{p_2V_2}{\nu R} = \frac{p_1V_1}{2\nu R} = \frac{T_1}{2} = 150$ K.

Parametrii stării 3 sunt: $p_3 = p_2 = \frac{p_1}{16} = 6{,}25$ kPa; $T_3 = T_1 = 300$ K și conform ecuației transformării izobare 2-3: $\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_3}{T_3} \Rightarrow V_3 = \frac{V_2T_3}{T_2} = \frac{16V_1T_1}{T_1} = 16$ L

b) $L_{ciclu} = L_{12} + L_{23} + L_{31}$

$$L_{12} = -\Delta U_{12} = -\nu C_v(T_2 - T_1) = -\frac{\nu R}{\gamma - 1}(T_2 - T_1) = -3\nu R\left(\frac{T_1}{2} - T_1\right) = \frac{3}{2}\nu RT_1 = \frac{3}{2}p_1V_1$$

$$L_{23} = p_2(V_3 - V_2) = \frac{p_1}{16}(16V_1 - 8V_1) = \frac{p_1V_1}{2}; L_{31} = \nu RT_1 \ln\frac{V_1}{V_3} = -4p_1V_1 \ln 2 \Rightarrow$$

$$L_{ciclu} = 2p_1V_1(1 - 2\ln 2) = -800 \text{ J}$$

c) Dacă transformarea este parcursă în sens invers față de figura R 1.4 10., atunci: $L'_{ciclu} = -L_{ciclu} = 2p_1V_1(2\ln 2 - 1)$ =800 J

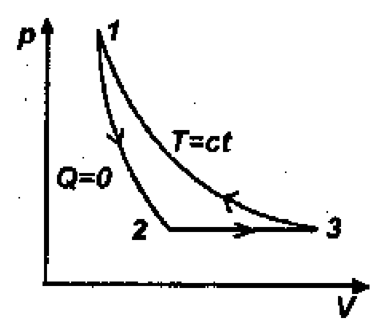


Fig. R 1.4.10

Randamentul transformării ciclice este $\eta = \frac{L_{ciclu}}{Q_{primit}}$.

$Q_{13} = \nu RT_1 \ln\frac{V_3}{V_1} = 4p_1V_1 \ln 2 > 0 \Rightarrow$ pe destinderea izotermă 1-3 gazul primește căldură, iar pe 3-2, cum $T_2 < T_3 \Rightarrow Q_{23} = \nu C_p(T_2 - T_3) < 0 \Rightarrow$ gazul cedează căldură.

Randamentul ciclului este: $\eta = \frac{L'_{ciclu}}{Q_{13}} = \frac{2\ln 2 - 1}{2\ln 2} = 28{,}57\%$

23.a) Deoarece trasformarea ciclică este parcursă în sensul acelor de ceasornic, conform interpretării geometrice a lucrului mecanic, lucrul mecanic efectuat de motor este egal cu aria ciclului. Astfel că:

$$L_{ciclu} = \frac{(p_2 - p_1)(V_3 - V_1)}{2} = 2216 \text{ J}$$

b) Calculăm căldura primită, determinând valorile căldurilor pe fiecare transformare.

$$Q_{12} = \nu C_v(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}(p_2V_2 - p_1V_1) = \frac{3}{2}(p_2 - p_1)V_1 = 1662 \text{ J} \Rightarrow$$

pe transformarea 1-2 gazul primeşte căldură.

$$Q_{23} = \nu C_p(T_3 - T_2) = \frac{5}{2}\nu R(T_3 - T_2) = \frac{5}{2}(p_3V_3 - p_2V_2) = \frac{5}{2}p_2(V_3 - V_2) = 8310 \text{ J} \Rightarrow$$

pe transformarea 2-3 gazul primeşte căldură.
Pe transformările 3-4 şi 4-1 gazul cedează căldură. Căldura totală primită este: $Q_{t_{primit}} = Q_{12} + Q_{23} = 9972$ J.

c) Randamentul ciclului este: $\eta_{ciclu} = \frac{L_{ciclu}}{Q_{primit}} = 22{,}22\%$

Calculăm randamentul ciclului Carnot care ar funcţiona între temperaturile extreme: $\eta_c = 1 - \frac{T_{min}}{T_{max}} = 1 - \frac{T_1}{T_3}$, deoarece $T_{min}=T_1$ şi $T_{max}=T_3$. Utilizăm ecuaţiile termice de stare în stările 1 şi 3, astfel că $T_1 = \frac{p_1V_1}{\nu R}$ şi $T_3 = \frac{p_3V_3}{\nu R} = \frac{p_2V_3}{\nu R} \Rightarrow$ randamentul ciclului Carnot este: $\eta_c = 1 - \frac{p_1V_1}{p_2V_3} = 88{,}88\%$

24. a. Transformările sunt: 1-2 izocoră, deoarece $\rho = \frac{m}{V}$=const, 2-3 izobară, deoarece din ecuaţia termică de stare $pV = \frac{m}{\mu}RT \Rightarrow \rho = \frac{p\mu}{RT} \Rightarrow \rho T$=ct; 3-4 izocoră şi 4-1 izobară. Reprezentarea ciclului în coordonate p şi V este redată în figura R 1.4 11.

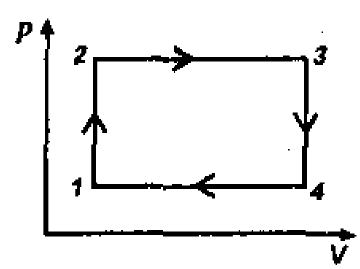


Fig. R 1.4.11

b. Variaţia energiei interne în procesul 3-4-1 este $\Delta U_{31} = \nu C_V (T_1 - T_3)$. Din ecuaţia transformării izobare $\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_3}{T_3} \Rightarrow T_3 = \frac{V_3 T_2}{V_2}$. Dar $V_3 = \frac{m}{\rho_3} = \frac{2m}{\rho_1} = 2V_1$

$$\Rightarrow T_3 = 4T_1 \Rightarrow \Delta U_{31} = -\frac{3\nu RT_1}{\gamma - 1} = -\frac{3p_1V_1}{\gamma - 1} = -\frac{9}{2}p_1V_1 = -3600 \text{ J}$$

c. Din legea transformării izocore $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow p_2 = \frac{p_1 T_2}{T_1} = 2p_1$.

Lucrul mecanic efectuat de gaz este $L_{ciclu} = (p_2 - p_1)(V_3 - V_2) = p_1V_1$. Gazul primeşte căldură pe transformările 1-2 şi 2-3, astfel că $Q_{primită} = Q_{12} + Q_{23} \Rightarrow$ $Q_{primită} = \nu C_V (T_2 - T_1) + \nu C_p (T_3 - T_2)$. Valorile căldurilor molare sunt $C_V = \frac{R}{\gamma - 1} = \frac{3R}{2}$ şi $C_p = \frac{\gamma R}{\gamma - 1} = \frac{5R}{2}$ $\Rightarrow$ $Q_{primită} = \frac{3}{2}\nu RT_1 + 5\nu RT_1 = \frac{13}{2}p_1V_1 \Rightarrow$

randamentul ciclului este $\eta = \frac{L_{ciclu}}{Q_{primită}} \approx 15{,}38\%$

25. a. Ciclul este format din două transformări izobare 1-2 şi 3-4 şi două transformări izocore 2-3 şi 4-1. Reprezentarea grafică a ciclului în coordonate p şi V este redată în figura R.1.4 12.

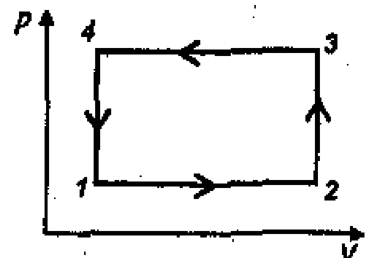


Fig. R 1.4.12

Lucrul mecanic total este: $L_{ciclu} = (p_1 - p_4)(V_2 - V_1)$.
Pe baza ecuaţiei transformării izobare: $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow V_2 = \frac{V_1 T_2}{T_1} = 2V_1$ şi pe baza ecuaţiei transformării izocore obţinem: $\frac{p_2}{T_2} = \frac{p_3}{T_3} \Rightarrow p_3 = \frac{p_2 T_3}{T_2}$. Din ecuaţiile de stare $p_1V_1 = \nu RT_1$, $p_1V_2 = \nu RT_2$, $p_3V_2 = \nu RT_3$ şi $p_3V_1 = \nu RT_4$ obţinem prin înmulţirea primei cu a treia ecuaţie şi apoi a celei de-a doua cu a patra:

$$p_1p_3V_1V_2 = \nu^2R^2T_1T_3 = \nu^2R^2T_2T_4 \Rightarrow T_1T_3 = T_2T_4 = T_2^2 \Rightarrow T_3 = \frac{T_2^2}{T_1} = 4T_1 = 1200\text{K} \Rightarrow$$

$p_3 = p_4 = 2p_2 = 2p_1$. Astfel obţinem: $L_{ciclu} = -p_1V_1 = -\nu RT_1 = -2493$ J. Deoarece ciclul este parcurs în sens contrar acelor de ceasornic lucrul mecanic este negativ, adică gazul primeşte lucru mecanic de la mediu.

b. $Q_{12} = \nu C_p (T_2 - T_1) = \frac{5}{2}\nu R(T_2 - T_1) = \frac{5}{2}\nu RT_1$;

$Q_{23} = \nu C_V (T_3 - T_2) = \frac{3}{2}\nu R(T_3 - T_2) = 3\nu RT_1$;

$$Q_{34}=\nu C_p(T_4-T_3)=\frac{5}{2}\nu R(T_4-T_3)=-5\nu RT_1 \text{ și}$$

$$Q_{41}=\nu C_V(T_1-T_4)=\frac{3}{2}\nu R(T_1-T_4)=-\frac{3}{2}\nu RT_1.$$

Căldura totală schimbată este $Q=Q_{12}+Q_{23}+Q_{34}+Q_{41}=-\nu RT_1=-2493$ J

c. $\frac{Q_{cedată}}{L_{ciclu}}=\frac{Q_{34}+Q_{41}}{L_{ciclu}}=-\frac{13\nu RT_1}{2L_{ciclu}}=6{,}5$

26.a) Identificăm transformările: 1-2 izobară, 2-3 izocoră, 3-4 izobară și 4-1 *izocoră. Reprezentările grafice cerute sunt redate în figura R 1.4.13.*

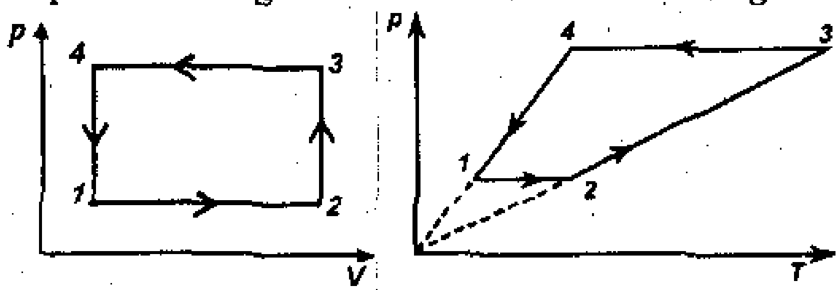


Fig. R 1.4.13

b) Calculăm parametrii stărilor 2, 3 și 4 în funcție de parametrii primei stări.

Pentru starea 2: $p_2=p_1;V_2=2V_1;T_2=\frac{p_2V_2}{\nu R}=\frac{2p_1V_1}{\nu R}=2T_1$

Pentru starea 4: $V_4=V_1;T_4=2T_1$ și din ecuația termică de stare, obținem:

$$p_4V_4=\nu RT_4 \Rightarrow p_4=\frac{\nu RT_4}{V_4}=\frac{2\nu RT_1}{V_1}=2p_1$$

Pentru starea 3: $p_3=p_4=2p_1;V_3=V_2=2V_1;T_3=\frac{p_3V_3}{\nu R}=\frac{4p_1V_1}{\nu R}=4T_1$

c) $Q_{12}=\nu C_p(T_2-T_1)=\frac{5}{2}\nu RT_1=\frac{5}{2}p_1V_1;Q_{23}=\nu C_v(T_3-T_2)=\frac{3}{2}\nu R\cdot 2\cdot T_1=3p_1V_1$

$$Q_{34}=\nu C_p(T_4-T_3)=\frac{5}{2}\nu R\cdot 2\cdot T_1=-5p_1V_1;Q_{41}=\nu C_v(T_1-T_4)=-\frac{3}{2}\nu RT_1=-\frac{3}{2}p_1V_1$$

$$Q_t=Q_{12}+Q_{23}+Q_{34}+Q_{41}=-p_1V_1$$

Pe *transformările* 1-2 și 2-3 gazul primește căldură în timp ce pe transformările 3-4 și 4-1 gazul cedează căldură. Deoarece $Q_t<0$, înseamnă că pe această transformare ciclică, gazul cedează mai multă căldură mediului față de cât primește de la mediu. Cum pe transformarea ciclică $\Delta U=0$ $\Rightarrow$ pe baza primului principiului al termodinamicii $\Delta U=Q_t-L=0$ $\Rightarrow L=-p_1V_1<0$. Lucrul mecanic pe transformarea ciclică este negativ, deoarece aceasta este parcursă în sens trigonometric. Acest lucru mecanic este egal cu aria ciclului în coordonate p și V dar cu semn schimbat.

27. Raportul ariilor A_2/A_1 reprezintă fizic raportul lucrurilor mecanice pe cele două transformări ciclice, deoarece reprezentarea acestora este realizată în coordonate p şi V, astfel că $A_1 = L_1 = p_0 \cdot \frac{V_0}{2}$ şi $A_2 = L_2 = L_{12} + L_{23} + L_{31}$.

Deoarece pe transformarea 1-2 gazul nu schimbă energie cu mediul extern sub formă de căldură, transformarea gazului este adiabată.

$$L_{12} = -\Delta U_{12} = -\nu C_v (T_2 - T_1) = -\nu \frac{R}{\gamma - 1}(T_2 - T_1) \Rightarrow$$

$$L_{12} = 2\nu R(T_1 - T_2) = 2(\nu RT_1 - \nu RT_2) = 2(2p_0V_0 - p_2V_0) = 2V_0(2p_0 - p_2)$$

Scriem legea transformării adiabate în coordonate p şi V, astfel că:

$$p_1V_1^\gamma = p_2V_2^\gamma \Rightarrow p_0(2V_0)^\gamma = p_2V_0^\gamma \Rightarrow p_2 = p_0 \cdot 2^\gamma = p_0 \cdot 2^{\frac{3}{2}} = p_0\sqrt{8} = 2p_0\sqrt{2};$$

$$L_{12} = 2V_0\left(2p_0 - 2p_0\sqrt{2}\right) = -4p_0V_0\left(\sqrt{2} - 1\right);$$

$$L_{23} = p_2(V_3 - V_2) = 2p_0\sqrt{2}(2V_0 - V_0) = 2p_0V_0\sqrt{2} \text{ şi } L_{31} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A_2 = L_2 = -4p_0V_0\left(\sqrt{2} - 1\right) + 2p_0V_0\sqrt{2} = 2p_0V_0\left(\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 2\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A_2 = 2p_0V_0\left(2 - \sqrt{2}\right) \Rightarrow \frac{A_2}{A_1} = 4\left(2 - \sqrt{2}\right) = 2{,}36$$

b) Prin definiţie $\eta = \frac{L}{Q_p} \Rightarrow \eta_1 = \frac{L_1}{Q_{p_1}}$ şi $\eta_2 = \frac{L_2}{Q_{p_2}} \Rightarrow \frac{\eta_2}{\eta_1} = \frac{L_2}{Q_{p_2}} \cdot \frac{Q_{p_1}}{L_1} = \frac{A_2}{A_1} \cdot \frac{Q_{p_1}}{Q_{p_2}}$

Calculăm căldurile primite pe fiecare transformare ciclică:

$$Q_{p_2} = Q_{23} = \nu C_p (T_3 - T_2) = \frac{\nu\gamma R}{\gamma - 1}(T_3 - T_2) = 3(p_3V_3 - p_2V_2) = 3p_2(V_3 - V_2) =$$

$$= 3 \cdot 2p_0\sqrt{2} \cdot V_0 = 6p_0V_0\sqrt{2}$$

$$Q_{p_1} = \nu C_v\left(T_2' - T_1'\right) + \nu C_p\left(T_3' - T_2'\right) = 2\nu R\left(T_2' - T_1'\right) + 3\nu R\left(T_3' - T_2'\right) =$$

$$= 2\left(2p_0 \cdot \frac{V_0}{2} - p_0 \cdot \frac{V_0}{2}\right) + 3\left(2p_0V_0 - 2p_0 \cdot \frac{V_0}{2}\right) = p_0V_0 + 3p_0V_0 = 4p_0V_0$$

Obţinem: $\frac{\eta_2}{\eta_1} = 4\left(2 - \sqrt{2}\right)\frac{4}{6\sqrt{2}} = \frac{8\left(\sqrt{2} - 1\right)}{3} \approx 1{,}116$

c) Prin definiţie puterea dezvoltată de o maşină termică reprezintă raportul dintre lucrul mecanic şi timpul în care se efectuează acest lucru mecanic, astfel că: $P_2 = \frac{L_2}{t_2}$ şi $P_1 = \frac{L_1}{t_2} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{L_2}{L_1} \cdot \frac{t_2}{t_1} = 2\frac{A_2}{A_1} = 8 \cdot \left(2 - \sqrt{2}\right) = 4{,}72$

28.a) Reprezentarea grafică cerută este redată în figura R 1.4.14:

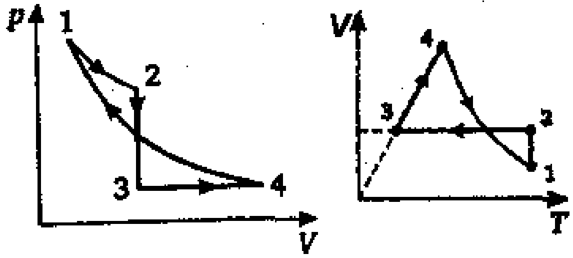


Fig. R 1.4.14

b) Aflăm parametrii stării 4.

Transformarea 1-2 este izotermă şi conform legii izotermei: $p_1V_1 = p_2V_2 \Rightarrow$

$p_2 = \dfrac{p_1V_1}{V_2} = \dfrac{p_1}{2} \Rightarrow p_3 = \dfrac{p_2}{2} = \dfrac{p_1}{4}$ şi deoarece transformarea 3-4 este izobară,

atunci $p_4 = p_3 = \dfrac{p_1}{4}$.

Scriem legea transformării adiabatice în coordonatele p şi V: $p_1V_1^{\gamma} = p_4V_4^{\gamma} \Rightarrow$

$V_4 = V_1\left(\dfrac{p_1}{p_4}\right)^{\frac{1}{\gamma}} = V_1 \cdot 4^{\frac{2}{3}} = V_1\sqrt[3]{2^4} \approx 2{,}52V_1$ şi conform ecuaţiei termice de stare

$$p_4V_4 = \nu RT_4 \Rightarrow T_4 = \frac{p_4V_4}{\nu R} = \frac{p_1}{4}\cdot\frac{V_1 4^{\frac{2}{3}}}{\nu R} = \frac{T_1}{\sqrt[3]{4}} \approx 0{,}63T_1$$

c) $L_{ciclu} = L_{12} + L_{23} + L_{34} + L_{41}$, unde $L_{12} = \nu RT_1 \ln\dfrac{V_2}{V_1} = p_1V_1\ln 2$; $L_{23} = 0$;

$L_{34} = p_3(V_4 - V_3) = \dfrac{p_1}{4}(2{,}52V_1 - 2V_1) = 0{,}13p_1V_1$ şi

$L_{41} = -\nu C_V(T_1 - T_4) = -\nu\dfrac{R}{\gamma - 1}(T_1 - 0{,}63T_1) = -0{,}74\nu RT_1 = -0{,}74p_1V_1$

$L_t = p_1V_1\ln 2 + 0{,}13p_1V_1 - 0{,}74p_1V_1 = 0{,}083p_1V_1 \Rightarrow L_t = 8{,}3\text{J} \Rightarrow$ pe această transformare ciclică gazul efectuează lucru mecanic, deci este un motor termic al cărui randament se determină cu formula $\eta_{ciclu} = \dfrac{L_t}{Q_{primit}}$.

Calculăm căldura primită pe ciclu. Astfel: $Q_{12} = \nu RT_1\ln\dfrac{V_2}{V_1} = p_1V_1\ln 2 > 0 \Rightarrow$ gazul primeşte căldură pe transformarea 1-2. Cum $Q_{23} = \nu C_V(T_3 - T_2) < 0$ şi deoarece $T_3 < T_2 \Rightarrow$ *gazul cedează căldură pe transformarea 2-3.*

$$Q_{34} = \nu C_p(T_4 - T_3) = \nu\frac{\gamma R}{\gamma - 1}(0{,}63T_1 - T_3) = 3\nu R(0{,}83T_1 - T_3)$$

Conform legii transformării izocore 2-3: $\frac{p_2}{T_2}=\frac{p_3}{T_3}\Rightarrow T_3=\frac{p_3T_2}{p_2}=0,5T_1\Rightarrow$

$Q_{34}=0,39\nu RT_1=0,39p_1V_1>0\Rightarrow$ pe transformarea 3-4 gazul primeşte căldură, iar pe 4-1 gazul nu schimbă cu mediul exterior energie sub forma de căldură $Q_p=Q_{12}+Q_{34}=p_1V_1\ln 2+0,39p_1V_1=1,083p_1V_1\Rightarrow\eta\approx 7,6\%$

29. a) $L_{ciclu}=L_{12}+L_{23}+L_{34}+L_{41}$, unde $L_{12}=L_{34}=0$; $L_{23}=\nu RT_2\ln\frac{V_3}{V_1}=4\nu RT_1$

şi $L_{41}=\nu RT_1\ln\frac{V_1}{V_4}=-\nu RT_1\ln\frac{V_3}{V_4}=-2\nu RT_1\Rightarrow L_{ciclu}=2\nu RT_1$=4986 J

b) $Q_{12}=\nu C_v(T_2-T_1)=\frac{3}{2}\nu RT_1$=3739,5 J; $Q_{23}=L_{23}=4\nu RT_1$=9972 J;

$Q_{34}=\nu C_V(T_4-T_3)=\frac{3}{2}\nu R(T_1-T_2)=-\frac{3}{2}\nu RT_1=-3739,5$ J şi

$Q_{41}=L_{41}=-2\nu RT_1=-4986$ J

c) Prin definiţie randamentul ciclului este: $\eta=\frac{L_{ciclu}}{Q_{primit}}$. Pe transformările 1-2 şi 2-3 gazul primeşte căldură, în timp ce pe transformările 3-4 şi 4-1 cedează căldură; astfel că: $Q_{primit}=Q_{12}+Q_{23}=\frac{11}{2}\nu RT_1\Rightarrow\eta=\frac{4}{11}\approx 36,36\%$.

30. a) Reprezentăm ciclul Otto în coordonatele cerute în figura R 1.4.15.

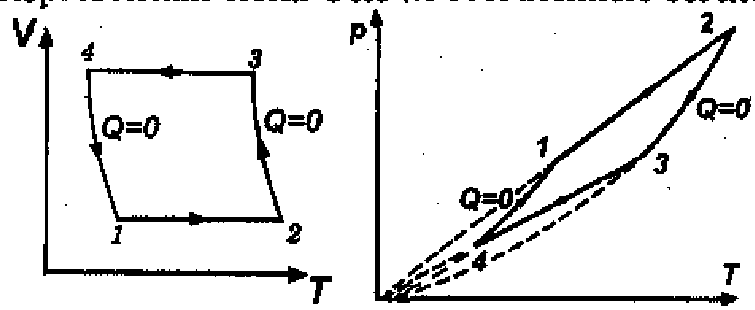


Fig. R 1.4.15

b) Prin definiţie randamentul ciclului este : $\eta_{ciclu}=1-\frac{|Q_{cedat}|}{Q_{primit}}$.

Cum pe transformările 2-3 şi 4-1 nu se schimbă căldură cu mediul extern atunci $Q_{23}=Q_{41}=0$. Calculăm căldurile pe celelalte două transformări. Pe transformarea 1-2, $Q_{12}=\nu C_v(T_2-T_1)>0\Rightarrow$ gazul primeşte căldură.

Pe transformarea 3-4 $Q_{34}=\nu C_v(T_4-T_3)<0\Rightarrow$ gazul cedează căldură.

Randamentul ciclului este: $\eta=1-\frac{|Q_{34}|}{Q_{12}}=1-\frac{T_3-T_4}{T_2-T_1}$

Scriem ecuaţia proceselor adiabatice în coordonate V şi T astfel că:

$$T_2V_2^{\gamma-1}=T_3V_3^{\gamma-1}\Rightarrow T_2=T_3\left(\frac{V_3}{V_2}\right)^{\gamma-1}=T_3\left(\frac{V_3}{V_1}\right)^{\gamma-1}=T_3\varepsilon^{\gamma-1} \text{ și}$$

$$T_4V_4^{\gamma-1}=T_1V_1^{\gamma-1}\Rightarrow T_1=T_4\left(\frac{V_4}{V_1}\right)^{\gamma-1}=T_4\left(\frac{V_3}{V_1}\right)^{\gamma-1}=T_4\varepsilon^{\gamma-1}\Rightarrow$$

randamentul ciclului Otto este : $\eta=1-\dfrac{T_3-T_4}{T_3\varepsilon^{\gamma-1}-T_4\varepsilon^{\gamma-1}}=1-\dfrac{1}{\varepsilon^{\gamma-1}}$.

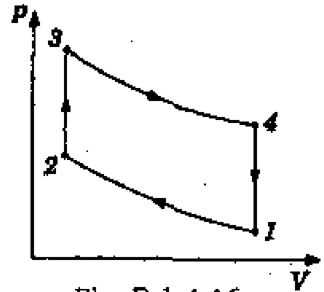


Fig. R 1.4.16

31. a. Reprezentarea grafică a unui motor care funcționează pe baza unui ciclu Otto este redată în figura R 1.4.16. Deoarece transformarea 1-2 este adiabatică $Q_{12}=0\Rightarrow L_{12}=-\Delta U_{12}=-720$ kJ. Transformarea 2-3 este izocoră și $L_{23}=0$ $\Rightarrow$ din primul principiu al termodinamicii $\Delta U_{23}=Q_{23}-L_{23}\Rightarrow\Delta U_{23}=Q_{23}=480$kJ. Transformarea 3-4 este adiabatică, astfel că $Q_{34}=0\Rightarrow$ $\Delta U_{34}=-L_{34}=-900$ kJ. Deoarece tranformarea 1-2-3-4-1 este ciclică atunci $\Delta U_{ciclu}=0\Rightarrow$ $\Delta U_{ciclu}=\Delta U_{12}+\Delta U_{23}+\Delta U_{34}+\Delta U_{41}\Rightarrow$ $\Delta U_{41}=-300$ kJ.
Cum transformarea 4-1 este izocoră $L_{41}=0\Rightarrow Q_{41}=\Delta U_{41}=-300$ kJ

b. Lucrul mecanic efectuat de gaz este $L_{ciclu}=L_{12}+L_{23}+L_{34}+L_{41}=180$ kJ

c. Randamentul ciclului este $\eta=\dfrac{L_{ciclu}}{Q_{primită}}=\dfrac{L_{ciclu}}{Q_{23}}$ cu $Q_{primită}=Q_{23}$, astfel că

$\eta=37,5\%$

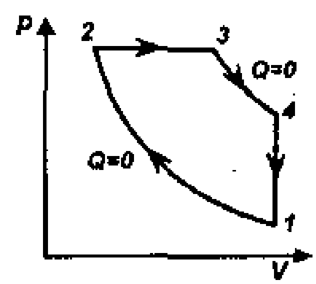


Fig. R 1.4.17

32. a. Reprezentarea grafică a unui motor care *funcționează pe* baza unui ciclu Diesel este redată în figura R 1.4.17. Deoarece transformarea 1-2 este adiabatică $Q_{12}=0\Rightarrow L_{12}=-\Delta U_{12}=-920$ kJ. Transformarea 2-3 este izobară și din primul principiu al termodinamicii $\Delta U_{23}=Q_{23}-L_{23}=180$ kJ. Deoarece tranformarea 1-2-3-4-1 este ciclică atunci $\Delta U_{ciclu}=0$ $\Rightarrow\Delta U_{ciclu}=\Delta U_{12}+\Delta U_{23}+\Delta U_{34}+\Delta U_{41}\Rightarrow\Delta U_{34}=-980$ kJ.
Deoarece transformare 3-4 este adiabatică $Q_{34}=0\Rightarrow L_{34}=-\Delta U_{34}=980$kJ. Transformarea 4-1 este izocoră astfel că $L_{41}=0$ și din primul principiu al termodinamicii $Q_{41}=\Delta U_{41}+L_{41}=-120$ kJ

b. Prin definiție exponentul adiabatic este $\gamma=\dfrac{C_p}{C_V}$. Cum $Q_{23}=\nu C_p(T_3-T_2)$ și

$$\Delta U_{23}=\nu C_V(T_3-T_2)\Rightarrow\gamma=\frac{Q_{23}}{\Delta U_{23}}=\frac{4}{3}\Rightarrow\text{gazul este poliatomic.}$$

c. Randamentul ciclului este $\eta = \dfrac{L_{ciclu}}{Q_{primită}}$.

Dar $L_{ciclu} = L_{12} + L_{23} + L_{34} + L_{41}$ =120 kJ şi $Q_{primită}=Q_{23}$=240 kJ $\Rightarrow \eta$=50%

33. a) Ţinând cont că lucrul mecanic este o mărime aditivă, atunci: $L_{ciclu} = L_{12} + L_{23} + L_{34} + L_{41}$.

Calculăm lucrul mecanic pe fiecare transformare: $L_{12} = p_1(V_2 - V_1) = \nu R(T_2 - T_1)$;

$L_{23} = \nu RT_2 \ln\dfrac{V_3}{V_2} = \nu RT_2 \ln\dfrac{p_2}{p_3}$. Deoarece legea transformării izoterme este:

$p_2V_2 = p_3V_3$ obţinem: $L_{23} = \nu RT_2 \ln\dfrac{p_1}{p_3} = \nu RT_2$, pentru că $\ln\dfrac{p_1}{p_3} = \ln e = 1$.

$L_{34} = p_3(V_4 - V_3) = \nu R(T_1 - T_2)$; $L_{41} = \nu RT_1 \ln\dfrac{V_1}{V_4} = \nu RT_1 \ln\dfrac{p_3}{p_1} = -\nu RT_1 \Rightarrow$

$L_{ciclu} = \nu R(T_2 - T_1) + \nu RT_2 + \nu R(T_1 - T_2) - \nu RT_1 = \nu R(T_2 - T_1) = 1662$ J

b) Calculăm căldurile schimbate de gaz cu mediul extern în fiecare transformare, astfel că: $Q_{12} = \nu C_p(T_2 - T_1) = \dfrac{7}{2}\nu R(T_2 - T_1) = 5817$ J;

$Q_{23} = \nu RT_2 = 4155$ J; $Q_{34} = \nu C_p(T_4 - T_3) = \dfrac{7}{2}\nu R(T_1 - T_2) = -5817$ J;

$Q_{41} = -\nu RT_1 = -2493$ J $\Rightarrow$ gazul primeşte căldură pe transformările 1-2 şi 2-3 şi cedează căldură pe transformările 3-4 şi 4-1.

c) Prin definiţie randamentul ciclului este : $\eta_{ciclu} = 1 - \dfrac{|Q_{cedat}|}{Q_{primit}}$ unde căldura

primită este: $Q_{primita} = Q_{12} + Q_{23} = \dfrac{7}{2}\nu R(T_2 - T_1) + \nu RT_2 = 9972$ J $\Rightarrow$

$$\eta = \frac{\nu R(T_2 - T_1)}{\frac{7}{2}\nu R(T_2 - T_1) + \nu RT_2} = \frac{2(T_2 - T_1)}{7(T_2 - T_1) + 2T_2} \approx 16{,}66\,\%$$

34. a) Găsim ecuaţia procesului adiabatic în coordonate p şi T utilizând ecuaţia: $pV^\gamma = ct$ a adiabatei în coordonate p şi V şi ecuaţia termică de stare $pV = \nu RT \Rightarrow V = \dfrac{\nu RT}{p} \Rightarrow p\dfrac{\nu^\gamma R^\gamma T^\gamma}{p^\gamma} = ct \Rightarrow T^\gamma p^{1-\gamma} = ct \Rightarrow Tp^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = ct$

Scriem ecuaţia adiabatei 2-3 în coordonate p şi T astfel că: $T_2 p_1^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_3 p_3^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \Rightarrow T_3 = T_2\left(\dfrac{p_1}{p_3}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_2\left(\dfrac{p_1}{p_4}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$, unde $\gamma = \dfrac{5}{3}$ este exponentul adiabatic al gazului monoatomic. Obţinem:

$$T_3 = T_2 32^{-\frac{2}{5}} = T_2 2^{5\left(-\frac{2}{5}\right)} = T_2 2^{-2} = \frac{T_2}{4} \Rightarrow \frac{T_3}{T_2} = \frac{1}{4}$$

Scriem ecuaţia adiabatei 4-1 în coordonate p şi T astfel că :

$$T_1 p_1^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_4 p_4^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \Rightarrow T_4 = T_1\left(\frac{p_1}{p_4}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = \frac{T_1}{4}$$

b) Prin definiţie randamentul ciclului este: $\eta = 1 - \frac{|Q_{cedat}|}{Q_{primit}}$.

Calculăm căldura schimbată de gaz cu mediul extern pe fiecare transformare $Q_{12} = \nu C_p(T_2 - T_1) > 0;\ Q_{23} = 0;\ Q_{34} = \nu C_p(T_4 - T_3) < 0;\ Q_{41} = 0 \Rightarrow$ pe transformarea 1-2 gazul primeşte căldură, iar pe transformarea 3-4 gazul cedează căldură.

$$\eta = 1 - \frac{|Q_{34}|}{Q_{12}} = 1 - \frac{\nu C_p(T_3 - T_4)}{\nu C_p(T_2 - T_1)} = 1 - \frac{T_3 - T_4}{T_2 - T_1} \Rightarrow \eta = 1 - \frac{\frac{T_2}{4} - \frac{T_1}{4}}{T_2 - T_1} = 1 - \frac{1}{4} = 75\%$$

c) Reprezentările grafice ale motorului cu reacţie în coordonate (V,T) şi (p,T) sunt redate în figura R 1.4.18:

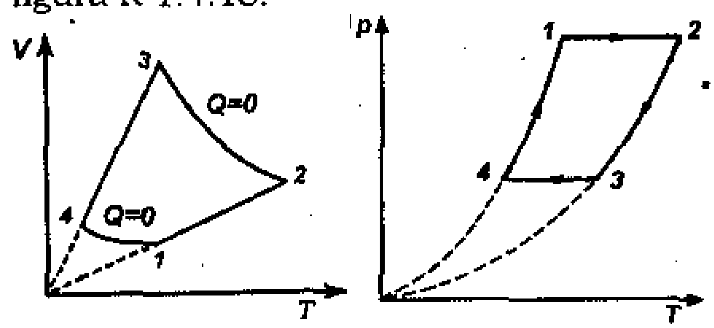


Fig. R 1.4.18

35. a) Identificăm transformările 1-2 adiabată; 2-3 izobară, 3-4 adiabată şi 4-1 *izocoră. Reprezentările grafice ale motorului Diesel în coordonate* (V,T) şi (p,T) sunt redate în figura R 1.4.19:

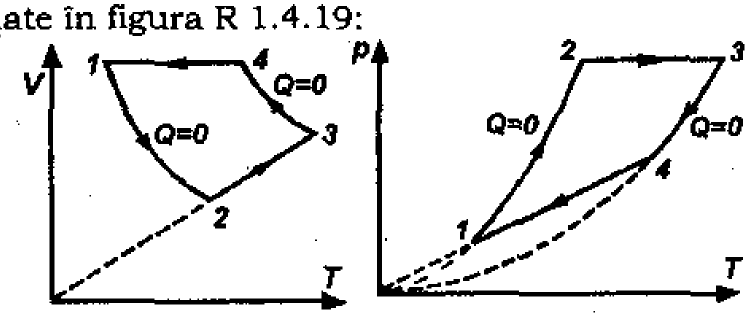


Fig. R 1.4.19

b) Conform formulei randamentului: $\eta = 1 - \frac{|Q_{cedat}|}{Q_{primit}}$.

Calculăm căldurile pe fiecare transformare. Astfel obținem:

$$Q_{12} = 0;\ Q_{23} = \nu C_p(T_3 - T_2) = \nu\frac{\gamma R}{\gamma - 1}(T_3 - T_2) = \frac{\gamma}{\gamma - 1}(p_3V_3 - p_2V_2) \Rightarrow$$

$Q_{23} = \frac{\gamma}{\gamma - 1}p_2(V_3 - V_2) = \frac{\gamma}{\gamma - 1}p_2V_2(\rho - 1) > 0 \Rightarrow$ pe destinderea izobară gazul primeşte căldură.

Utilizăm ecuaţia transformarii adiabatice 1-2 scrisă în coordonate p şi V astfel că: $p_1V_1^\gamma = p_2V_2^\gamma \Rightarrow p_2 = p_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^\gamma = p_1\varepsilon^\gamma \Rightarrow$

$$Q_{23} = \frac{\gamma}{\gamma - 1}p_1\varepsilon^\gamma\frac{V_1}{\varepsilon}(\rho - 1) = \frac{\gamma}{\gamma - 1}p_1V_1\varepsilon^{\gamma-1}(\rho - 1);\ Q_{34} = 0;$$

$$Q_{41} = \nu C_v(T_1 - T_4) = \frac{\nu R}{\gamma - 1}(T_1 - T_4) = \frac{p_1V_1 - p_4V_4}{\gamma - 1} \Rightarrow Q_{41} = \frac{V_1(p_1 - p_4)}{\gamma - 1} < 0 \Rightarrow$$

pe transformarea 4-1 gazul cedează căldură.

Scriem ecuaţia procesului adiabatic 3-4 în coordonate p şi V:

$$p_3V_3^\gamma = p_4V_4^\gamma \Rightarrow p_4 = p_3\left(\frac{V_3}{V_4}\right)^\gamma = p_2\left(\frac{\rho V_2}{V_1}\right)^\gamma = p_2\rho^\gamma\frac{1}{\varepsilon^\gamma} \Rightarrow$$

$$\eta = 1 - \frac{|Q_{41}|}{Q_{23}} = 1 - \frac{\rho^\gamma - 1}{\gamma\varepsilon^{\gamma-1}(\rho - 1)}$$

c) Conform definiţiei randamentului ciclului Carnot: $\eta_c = 1 - \frac{T_{\min}}{T_{\max}} = 1 - \frac{T_1}{T_3}$,

deoarece $T_{\min} = T_1$ şi $T_{\max} = T_3$ Conform ecuaţiei termice de stare $T_1 = \frac{p_1V_1}{\nu R}$ şi

$$T_3 = \frac{p_3V_3}{\nu R} \Rightarrow \eta_c = 1 - \frac{p_1V_1}{p_3V_3} = 1 - \frac{p_1V_1}{p_2\rho V_2} = 1 - \frac{p_1V_1\varepsilon}{p_1\varepsilon^\gamma\rho V_1} = 1 - \frac{1}{\rho\varepsilon^{\gamma-1}}.$$

36. a) Randamentul ciclului Carnot care ar funcţiona între temperaturile extreme este: $\eta_c = 1 - \frac{T_{\min}}{T_{\max}} = 1 - \frac{T_4}{T_2}$, deoarece $T_{\min} = T_4$ şi $T_{\max} = T_2$.

Pe baza ecuatiei termice de stare $T_4 = \frac{p_4V_4}{\nu R}$ şi $T_2 = \frac{p_2V_2}{\nu R}$ obţinem:

$$\eta_c = 1 - \frac{p_4V_4}{p_2V_2} = 1 - \frac{p_4V_4}{p_1V_2}$$

Scriem ecuaţia adiabatei 4-1 în coordonate p şi V:

$$p_4V_4^\gamma = p_1V_1^\gamma \Rightarrow \frac{p_4}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V_4}\right)^\gamma = \frac{1}{\varepsilon^\gamma} \Rightarrow \eta_c = 1 - \frac{1}{\varepsilon^\gamma}\frac{\varepsilon V_1}{\rho V_1} = 1 - \frac{1}{\rho\varepsilon^{\gamma-1}}$$

b) Randamentul ciclului este: $\eta = 1 - \frac{|Q_{cedat}|}{Q_{primit}}$, unde $Q_{12} = \nu C_p(T_2 - T_1)$;

$$Q_{23} = 0;\ Q_{34} = \nu C_p(T_4 - T_3) \text{ şi } Q_{41} = 0 \Rightarrow \eta = 1 - \frac{|Q_{34}|}{Q_{12}} = 1 - \frac{T_3 - T_4}{T_2 - T_1}$$

Scriem transformările adiabatelor 2-3 şi 4-1 în coordonate V şi T şi obţinem:

$$T_1V_1^{\gamma-1} = T_4V_4^{\gamma-1} \Rightarrow T_4 = T_1\left(\frac{V_1}{V_4}\right)^{\gamma-1} \Rightarrow T_4 = \frac{T_1}{\varepsilon^{\gamma-1}} \text{ şi } T_2V_2^{\gamma-1} = T_3V_3^{\gamma-1}(1)$$

Scriem ecuaţiile transformărilor izobare 1-2 şi 3-4 şi obţinem:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow V_2 = \frac{T_2V_1}{T_1} \text{ şi } \frac{V_4}{T_4} = \frac{V_3}{T_3} \Rightarrow V_3 = \frac{V_4T_3}{T_4} \Rightarrow \text{introducem în (1)} \Rightarrow$$

$$T_2\frac{T_2^{\gamma-1}}{T_1^{\gamma-1}}V_1^{\gamma-1} = T_3\frac{T_3^{\gamma-1}}{T_4^{\gamma-1}}V_4^{\gamma-1} \Rightarrow \frac{T_2^\gamma}{T_1^{\gamma-1}}V_1^{\gamma-1} = T_3^\gamma\frac{V_4^{\gamma-1}}{T_4^{\gamma-1}} \Rightarrow \left(\frac{T_2}{T_3}\right)^\gamma = \left(\frac{V_4T_1}{V_1T_4}\right)^{\gamma-1} =$$

$$= \left(\varepsilon\varepsilon^{\gamma-1}\right)^{\gamma-1} = \varepsilon^{\gamma(\gamma-1)} \Rightarrow T_3 = \frac{T_2}{\varepsilon^{\gamma-1}} \Rightarrow \eta = 1 - \frac{\frac{T_2}{\varepsilon^{\gamma-1}} - \frac{T_1}{\varepsilon^{\gamma-1}}}{T_2 - T_1} = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\gamma-1}}$$

37. a) Identificăm transformările: 1-2 este o transformare generală în care presiunea gazului depinde direct proporţional de volumul acestuia, astfel că $p=aV$, unde a=constantă; 2-3 este o transformare izocoră şi 3-1 este o transformare izobară.

Determinăm ecuaţia procesului 1-2 în coordonate V şi T, respectiv p şi T, utilizând ecuaţia procesului 1-2 în coordonate p şi V şi ecuaţia termică de stare: $pV = \nu RT$ şi obţinem: $aV^2 = \nu RT \Rightarrow V = \sqrt{\frac{\nu RT}{a}} = b\sqrt{T}$ iar $\frac{p^2}{a} = \nu RT$

$\Rightarrow p = \sqrt{\nu RaT} = c\sqrt{T}$, unde b şi c sunt constante.

Reprezentările grafice sunt redate în figura R 1.4 20:

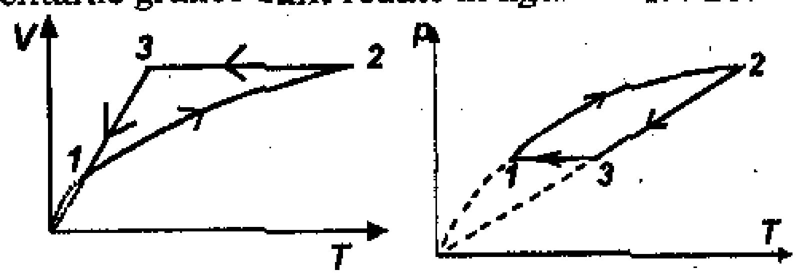


Fig. R 1.4.20

b) Prin definiţie randamentul ciclului este: $\eta = \dfrac{L_{ciclu}}{Q_{primit}}$.

Pe baza interpretării geometrice a lucrului mecanic, deoarece acesta este parcurs în sensul acelor de ceasornic lucrul mecanic este egal cu aria ciclului în coordonate p şi V, astfel că: $L_{ciclu} = \dfrac{(p_2 - p_1)(V_2 - V_1)}{2}$. Pe baza legii procesului 1-2 $p = aV$ obţinem: $\dfrac{p_1}{V_1} = \dfrac{p_2}{V_2} \Rightarrow p_2 = \dfrac{p_1 V_2}{V_1} = 6p_1 \Rightarrow L_{ciclu} = \dfrac{25 p_1 V_1}{2}$.

Calculăm căldurile schimbate de gaz cu mediul extern în fiecare transformare. În transformarea 1-2 pe baza principiului 1 al termodinamicii:

$Q_{12} = \Delta U_{12} + L_{12}$, iar $L_{12} = \dfrac{(p_1 + p_2)(V_2 - V_1)}{2} = \dfrac{35 p_1 V_1}{2}$ şi

$$\Delta U_{12} = \nu C_v (T_2 - T_1) = \frac{3}{2}\nu R (T_2 - T_1) = \frac{3}{2}(p_2 V_2 - p_1 V_1) = \frac{105}{2} p_1 V_1$$

$\Rightarrow Q_{12} = 70 p_1 V_1 > 0 \Rightarrow$ pe transformarea 1-2 gazul primeşte căldură.

Cum $Q_{23} = \nu C_v (T_3 - T_2) < 0$ iar $Q_{31} = \nu C_p (T_1 - T_3) < 0 \Rightarrow$ pe transformările 2-3 şi 3-1 gazul cedează căldură $\Rightarrow \eta = \dfrac{5}{28} \approx 17{,}86\%$

c) Randamentul ciclului Carnot care ar funcţiona între temperaturile extreme este: $\eta_c = 1 - \dfrac{T_{min}}{T_{max}} = 1 - \dfrac{T_1}{T_2}$, deoarece $T_{max} = T_2$ şi $T_{min} = T_1$.

Utilizăm ecuaţia termică de stare în starea 2: $p_2 V_2 = \nu R T_2 \Rightarrow$

$$T_2 = \frac{p_2 V_2}{\nu R} = \frac{36 p_1 V_1}{\nu R} = 36 T_1 \Rightarrow \eta_c = 1 - \frac{1}{36} = \frac{35}{36} = 97{,}22\%$$

38. a) Identificăm transformările: 1-2 izocoră, 2-3 izobară şi 3-1 o transformare generală care în p şi V este descrisă de ecuaţia $p = aV$. Transformarea 3-1 este descrisă în coordonate V şi T după legea $V = b\sqrt{T}$ iar în coordonate p şi T după legea $p = c\sqrt{T}$, unde b şi c sunt constante (vezi problema **31** punctul **a**). Reprezentările grafice sunt redate în figura R 1.4.21:

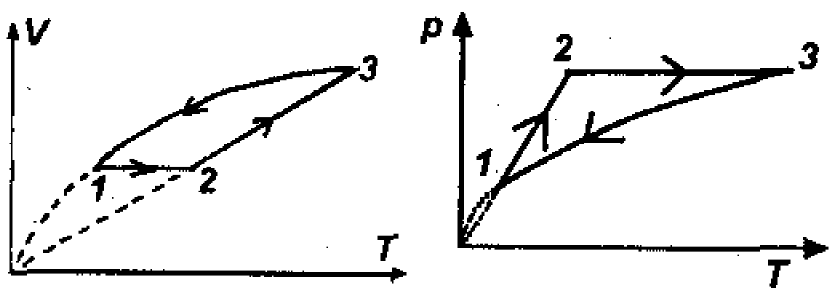


Fig. R 1.4.21

b) Calculăm căldurile schimbate de gaz cu mediul extern pe fiecare transformare, astfel că:

$$Q_{12} = \nu C_v(T_2 - T_1) = \frac{5}{2}\nu R(T_2 - T_1) = \frac{5}{2}(p_2V_2 - p_1V_1) = \frac{5}{2}(5p_1V_1 - p_1V_1) \Rightarrow$$

$$Q_{12} = 10p_1V_1 > 0;\ Q_{23} = \nu C_p(T_3 - T_2) = \frac{7}{2}\nu R(T_3 - T_2) = \frac{7}{2}(p_3V_3 - p_2V_2)$$

Utilizăm ecuația procesului 3-1: $p = aV \Rightarrow \frac{p}{V} = a \Rightarrow \frac{p_1}{V_1} = \frac{p_3}{V_3} \Rightarrow$

$$V_3 = \frac{p_3V_1}{p_1} = \frac{p_2V_1}{p_1} = 5V_1 \Rightarrow Q_{23} = \frac{7}{2}(25p_1V_1 - 5p_1V_1) = 70p_1V_1 > 0$$

Deoarece transformarea 3-1 este generală, atunci: $Q_{31} = \Delta U_{31} + L_{31}$ unde $\Delta U_{31} = \nu C_v(T_1 - T_3) < 0$ și $L_{31} < 0$ deoarece $V_1 < V_3 \Rightarrow Q_{31} < 0$

Pe transformările 1-2 și 2-3 gazul primește căldură iar pe 3-1 gazul cedează căldură, astfel că: $Q_{primita} = Q_{12} + Q_{23} = 80p_1V_1 = 80$ kJ.

c) Prin definiție randamentul ciclului este: $\eta = \frac{L_{ciclu}}{Q_{primit}}$ și $L_{ciclu} = A_{ciclului}$, conform interpretării geometrice a lucrului mecanic, astfel că:

$$L = \frac{(p_2 - p_1)(V_2 - V_1)}{2} = 8p_1V_1 \Rightarrow \eta = \frac{1}{10} = 10\%$$

39. a) Calculăm căldurile schimbate de gaz cu mediul extern pe fiecare transformare. Deoarece transformarea 1-2 este generală, pe baza principiul 1 al termodinamicii: $Q_{12} = \Delta U_{12} + L_{12}$, unde

$$\Delta U_{12} = \nu C_V(T_2 - T_1) = \nu\frac{R}{\gamma - 1}(T_2 - T_1) = 2(p_2V_2 - p_1V_1) = 2(4p_1V_3 - p_1V_1)$$

Din ecuația procesului general 3-1 descris de ecuația $p=aV$ în coordonate p și V, obținem: $\frac{p_1}{V_1} = \frac{p_3}{V_3} \Rightarrow V_3 = \frac{p_3V_1}{p_1} = 2V_1 \Rightarrow \Delta U_{12} = 14p_1V_1$, iar

$$L_{12} = \frac{(p_1 + p_2)(V_2 - V_1)}{2} = \frac{5}{2}p_1V_1 \Rightarrow Q_{12} = 14p_1V_1 + \frac{5}{2}p_1V_1 = \frac{33}{2}p_1V_1 > 0;$$

$Q_{23} = \nu C_v(T_3 - T_2) < 0$, iar $Q_{31} = \Delta U_{31} + L_{31} < 0$ (vezi problema 32 punctul b) $\Rightarrow$ gazul primește căldură numai pe transformarea 1-2, astfel că:

$$Q_{primit} = Q_{12} = \frac{33}{2}p_1V_1 = 1650 \text{ J}.$$

b) Pe baza interpretării geometrice a lucrului mecanic, lucrul mecanic este egal cu aria ciclului realizat în coordonate p și V, dacă ciclul este parcurs în sensul acelor de ceasornic, astfel că: $L_{ciclu} = \frac{(p_1 - p_3)(V_3 - V_1)}{2} = p_1V_1 = 100$ J.

c) Prin definiție randamentul ciclului este: $\eta = \dfrac{L_{ciclu}}{Q_{primit}} = \dfrac{2}{33} \approx 6{,}06\%$

40. a) Pentru a afla parametrii stării 2, utilizăm ecuația procesului 1-2 în coordonate p și V și obținem din $p = aV \Rightarrow \dfrac{p_1}{V_1} = \dfrac{p_2}{V_2} \Rightarrow p_2 = \dfrac{p_1 V_2}{V_1}$.

Cum $V_2 = 2V_1 \Rightarrow p_2 = 2V_1$, iar din ecuația termică de stare pentru starea 2 obținem: $T_2 = \dfrac{p_2 V_2}{\nu R} = \dfrac{4p_1 V_1}{\nu R} = 4T_1$.

Aflăm parametrii în starea 3: $V_3 = V_1; T_3 = T_2 = 4T_1$ și pe baza ecuației procesului izoterm: $p_2 V_2 = p_3 V_3 \Rightarrow p_3 = \dfrac{p_2 V_2}{V_3} = 4p_1$.

b) Conform principiului 1 al termodinamicii: $Q_{12} = L_{12} + \Delta U_{12}$, iar

$L_{12} = \dfrac{(p_1 + p_2)(V_2 - V_1)}{2} = \dfrac{3}{2} p_1 V_1$ și

$$\Delta U_{12} = \nu C_v (T_2 - T_1) = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}(p_2 V_2 - p_1 V_1) = \frac{9}{2} p_1 V_1 \Rightarrow Q_{12} = 6 p_1 V_1$$

$$Q_{23} = \nu R T_2 \ln\frac{V_3}{V_2} = -p_2 V_2 \ln 2 = -4 p_1 V_1 \ln 2$$

$$Q_{31} = \nu C_v (T_1 - T_3) = \frac{3}{2}\nu R(T_1 - T_3) = \frac{3}{2}(p_1 V_1 - p_3 V_3) = -\frac{9}{2} p_1 V_1 \Rightarrow$$

gazul primește căldură numai pe transformarea 1-2, astfel că: $Q_p = Q_{12} = 6 p_1 V_1 = 1800\,\text{J}$

c) Dacă ciclul este parcurs în sens invers (în sensul acelor de ceasornic) devine un motor termic, al cărui randament se calculează cu relația:

$$\eta = 1 - \frac{|Q_{cedat}|}{Q_{primit}} \Rightarrow \eta = 1 - \frac{|Q_{21}|}{Q_{13} + Q_{32}} = 1 - \frac{6p_1 V_1}{\frac{9}{2} p_1 V_1 + 4 p_1 V_1 \ln 2} = 1 - \frac{12}{9 + 8\ln 2} = \frac{8\ln 2 - 3}{9 + 8\ln 2}$$

$\Rightarrow \eta \approx 17{,}5\%$

41. a) Determinăm parametrii stărilor 2 și 3 în funcție de parametrii stării 1. Pentru starea 2, utilizăm ecuația procesului 1-2 în coordonate p și V:

$p = aV \Rightarrow \dfrac{p}{V} = ct \Rightarrow \dfrac{p_1}{V_1} = \dfrac{p_2}{V_2} \Rightarrow p_2 = \dfrac{p_1 V_2}{V_1}$. Utilizăm și legea transformării

izoterme: $p_2 V_2 = p_3 V_3 \Rightarrow \dfrac{p_1 V_2^2}{V_1} = 3 p_1 V_1 \Rightarrow V_2 = V_1\sqrt{3} \Rightarrow p_2 = p_1\sqrt{3}$ și conform ecuației termice de stare: $T_2 = \frac{p_2V_2}{\nu R} = 3\frac{p_1V_1}{\nu R} = 3T_1$.

Pentru starea 3: $p_3 = p_1; V_3 = 3V_1; T_3 = T_2 = 3T_1$.

b) Din ecuația termică de stare $pV = \nu RT$ și din ecuația procesului $p = aV$ obținem $aV^2 = \nu RT$. Procesul general 1-2 are în coordonate V și T ecuația: $V = ct\sqrt{T} \Rightarrow$ reprezentarea grafică este o parabolă față de axa temperaturii absolute. Reprezentarea ciclului în coordonate V și T este redată în figura R 1.4.22.

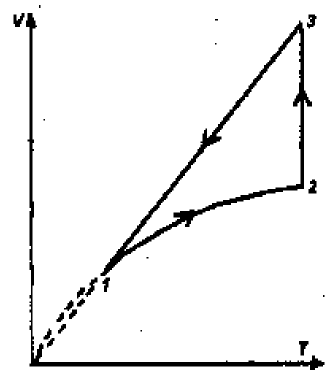


Fig. R 1.4.22

c) Randamentului ciclului este: $\eta = 1 - \frac{|Q_{cedat}|}{Q_{primit}}$.

Pe baza primului principiu al termodinamicii:

$$Q_{12} = \Delta U_{12} + L_{12} = \nu C_V(T_2 - T_1) + \frac{(p_1 + p_2)(V_2 - V_1)}{2} =$$

$$= \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) + \frac{(p_1 + p_1\sqrt{3})(V_1\sqrt{3} - V_1)}{2} = \frac{3}{2}(p_2V_2 - p_1V_1) + p_1V_1 =$$

$$= \frac{3}{2}(3p_1V_1 - p_1V_1) + p_1V_1 = 4p_1V_1; Q_{23} = \nu RT_2 \ln\frac{V_3}{V_1} = p_2V_2 \ln\sqrt{3} = 1{,}65p_1V_1$$

$$Q_{31} = \nu C_p(T_1 - T_3) = \frac{5}{2}\nu R(T_1 - T_3) = \frac{5}{2}(p_1V_1 - p_3V_3) = -5p_1V_1 \Rightarrow$$

$$\eta = 1 - \frac{|Q_{31}|}{Q_{12} + Q_{23}} = 1 - \frac{5p_1V_1}{4p_1V_1 + 1{,}65p_1V_1} = 1 - \frac{5}{5{,}65} \approx 11{,}5\%.$$

42. a) Aflăm parametrii stării 3 utilizând ecuația transformării adiabatice 3-1 scrisă în coordonate p și V: $p_1V_1^\gamma = p_3V_3^\gamma \Rightarrow p_3 = p_1\left(\frac{V_1}{V_3}\right)^\gamma = p_1\left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{4}{3}} = \frac{p_1}{16}$,

$V_3 = 8V_1$ și utilizând ecuația termică de stare obținem: $T_3 = \frac{p_3V_3}{\nu R} = \frac{p_1V_1}{2\nu R} = \frac{T_1}{2}$.

Aflăm parametrii stării 2: $p_2 = p_1$ și utilizând ecuația procesului general în coordonate p și V obținem: $\frac{p_3}{V_3} = \frac{p_2}{V_2} \Rightarrow V_2 = \frac{p_2V_3}{p_3} = \frac{p_1 \cdot 8V_1 \cdot 16}{p_1} = 128V_1$ și din ecuația termică de stare $\Rightarrow T_2 = \frac{p_2V_2}{\nu R} = 128T_1$.

b) $L_{ciclu} = L_{12} + L_{23} + L_{31}$, unde $L_{12} = p_1(V_2 - V_1) = 127p_1V_1$;

$$L_{23}=\frac{(p_2+p_3)(V_3-V_2)}{2}=\frac{\left(p_1+\frac{p_1}{16}\right)(8V_1-128V_1)}{2}=-\frac{17p_1}{32}\cdot 120V_1=-\frac{255p_1V_1}{4}$$

$$L_{31}=-\Delta U_{31}=-\nu C_V(T_1-T_3)=-\frac{\nu R}{\gamma-1}(T_1-T_3)=-3(p_1V_1-p_3V_3)=-\frac{3}{2}p_1V_1$$

$$\Rightarrow L_{ciclu}=127p_1V_1-\frac{255}{4}p_1V_1-\frac{3}{2}p_1V_1=\frac{247}{4}p_1V_1$$

c) Prin definiţie randamentul ciclului este $\eta=\frac{L_{ciclu}}{Q_p}$.

Calculăm căldura primită: $Q_p=Q_{12}=\nu C_p(T_2-T_1)\Rightarrow$

$$Q_{12}=\frac{\nu\gamma R}{\gamma-1}(T_2-T_1)=4(\nu RT_2-\nu RT_1)=4(p_2V_2-p_1V_1)=508p_1V_1\Rightarrow\eta\approx 12{,}16\%$$

43. a) Procesul 1-2 este descris de ecuaţia $p=aV$ în coordonate p şi V şi de ecuaţia $T=b\sqrt{V}$ în coordonate V şi T (vezi problema **31** punctul **a**) Reprezentările grafice ale procesului cerut sunt redate în figura R 1.4.23.

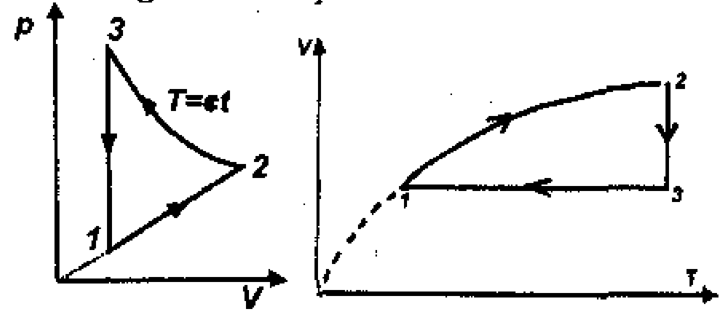


Fig. R 1.4.23

b) $L_{total}=L_{12}+L_{23}+L_{31}$. Dar $L_{12}=\frac{(p_1+p_2)(V_2-V_1)}{2}$, cu $p_2=\frac{p_1}{V_1}\cdot V_2=4p_1\Rightarrow$

$L_{12}=\frac{15p_1V_1}{2}$; $L_{23}=\nu RT_2\ln\frac{V_3}{V_2}=p_2V_2\ln\frac{V_1}{4V_1}=-2\cdot 16p_1V_1\ln 2=-32p_1V_1\ln 2$, iar

$L_{31}=0\Rightarrow L_{total}=p_1V_1\left(\frac{15}{2}-32\ln 2\right)\approx -14{,}676p_1V_1$.

c) $L_{total}<0$, deoarece în coordonate p şi V ciclul este parcurs în sensul trigonometric şi gazul care evoluează după această transformare primeşte lucru mecanic de la mediu. O astfel de maşină este o maşină frigorifică. Calculăm căldura totală cedată de gaz mediului: $Q_{23}=L_{23}=-32p_1V_1\ln 2$ iar

$$Q_{31}=\nu C_V(T_1-T_3)=\frac{3}{2}\nu R(T_1-T_3)=\frac{3}{2}(p_1V_1-p_3V_3)=\frac{3}{2}(p_1V_1-p_3V_1)=\frac{3}{2}V_1(p_1-p_3)$$

Scriem ecuaţia transformării izoterme: $p_2V_2 = p_3V_3 \Rightarrow p_3 = \frac{16p_1V_1}{V_1} = 16p_1 \Rightarrow$

$Q_{31} = -\frac{45}{2}p_1V_1$. Astfel: $Q_{T cedat} = Q_{23} + Q_{31} = -32p_1V_1 \ln 2 - \frac{45}{2}p_1V_1 = -44{,}676p_1V_1$

Pe baza definiţiei eficienţei maşinii frigorifice: $\varepsilon = \frac{Q_{T cedat}}{L} \approx 3{,}044$.

44. a. $\frac{U_6}{U_1} = \frac{\nu C_V T_6}{\nu C_V T_1} = \frac{p_6V_6}{p_1V_1} = 16$

b. Pentru ciclul 1-2-3-4-1 lucrul mecanic este $L_1 = A_{12341} = pV$ şi pentru ciclul 3-5-6-7-3 lucrul mecanic este $L_2 = A_{35673} = 4pV \Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = \frac{1}{4}$.

c. Căldura primită pe ciclul 1-2-3-4-1 este:

$$Q_1 = Q_{12} + Q_{23} = \nu C_V(T_2 - T_1) + \nu C_p(T_3 - T_2) = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) + \frac{5}{2}\nu R(T_3 - T_2) \Rightarrow$$

$$Q_1 = \frac{3}{2}(p_2V_2 - p_1V_1) + \frac{5}{2}(p_3V_3 - p_2V_2) = \frac{3}{2}pV + \frac{5}{2}\cdot 2pV = \frac{13}{2}pV$$

Căldura primită pe ciclul 3-5-6-7-3 este:

$$Q_2 = Q_{35} + Q_{56} = \nu C_V(T_5 - T_3) + \nu C_p(T_6 - T_5) = \frac{3}{2}\nu R(T_5 - T_3) + \frac{5}{2}\nu R(T_6 - T_5) \Rightarrow$$

$$Q_2 = \frac{3}{2}(p_5V_5 - p_3V_3) + \frac{5}{2}(p_6V_6 - p_5V_5) = \frac{3}{2}\cdot 4pV + \frac{5}{2}\cdot 8pV = 26pV$$

Raportul căldurilor primite de gaz în cele două transformări ciclice este $\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{1}{4}$

d. Randamentele celor două cicluri sunt $\eta_1 = \frac{L_1}{Q_1}$ şi $\eta_2 = \frac{L_2}{Q_2} \Rightarrow \frac{\eta_1}{\eta_2} = \frac{L_1}{L_2}\cdot\frac{Q_2}{Q_1}$

$\Rightarrow \eta_1/\eta_2 = 1$

45. a. Transformările sunt 1-2 izobară, 2-3 izocoră, 3-4 izotermă şi 4-1 izocoră. Reprezentările grafice cerute sunt redate în figura-R 1.4.24.

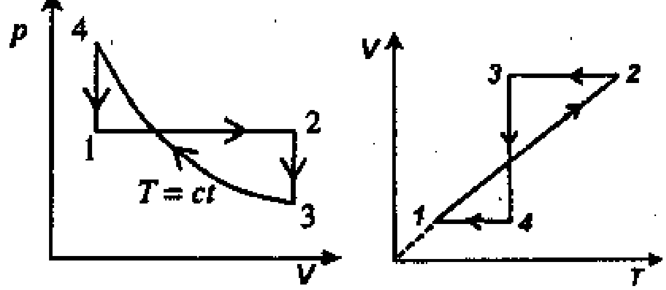


Fig. R 1.4.24

b. Variația energiei interne a gazului între stările 2 și 4 este $\Delta U_{24} = \nu C_V(T_4 - T_2)$. Din legea transformării izocore 2-3 $\frac{p_2}{T_2} = \frac{p_3}{T_3} \Rightarrow T_3 = \frac{p_3 T_2}{p_2} = 2T_1$ și cum $T_4 = T_3 \Rightarrow \Delta U_{24} = -3\nu RT_1 = -3p_1V_1 = -300\text{J}$

c. Calculăm căldurile pe fiecare transformare. Astfel că:

$Q_{12} = \nu C_p(T_2 - T_1) = \frac{15\nu RT_1}{2} = \frac{15}{2}p_1V_1$; $Q_{23} = \nu C_V(T_3 - T_2) = -3\nu RT_1 = -3p_1V_1$;

$Q_{34} = \nu RT_3 \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right) = 2\nu RT_1 \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)$. Din legea transformării izobare $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$

$\Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{1}{4} \Rightarrow Q_{34} = -4\nu RT_1 \ln 2 = -4p_1V_1 \ln 2$, iar $Q_{41} = \nu C_V(T_1 - T_4) \Rightarrow$

$Q_{41} = -\frac{3}{2}\nu RT_1 = -\frac{3}{2}p_1V_1$. Căldura cedată de gaz pe un ciclu este:

$Q_{cedat} = Q_{23} + Q_{34} + Q_{41} = -p_1V_1\left(\frac{9}{2} + 4\ln 2\right)$ și lucrul mecanic schimbat de gaz cu mediul extern este $L_{ciclu} = Q_{12} + Q_{cedat} = p_1V_1(3 - 4\ln 2)$.

Randamentul ciclului este $\eta = \frac{L_{ciclu}}{Q_{primită}} = \frac{L_{ciclu}}{Q_{12}} = \frac{2(3 - 4\ln 2)}{15} \approx 2{,}67\%$

46. a) Ținând cont că lucrul mecanic este o mărime aditivă, atunci:
$L_{ciclu} = L_{12} + L_{23} + L_{34} + L_{41}$, unde

$L_{12} = -\Delta U_{12} = -\nu C_V(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}(\nu RT_1 - \nu RT_2) = \frac{3}{2}(p_1V_1 - p_2V_2)$.

Pe baza ecuației transformării adiabate 1-2, determinăm presiunea în starea 2: $p_1V_1^\gamma = p_2V_2^\gamma \Rightarrow p_2 = p_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^\gamma = p_1\left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{5}{3}} = \frac{p_1}{32}$, deoarece pentru gazul ideal monoatomic $\gamma = \frac{5}{3}$.

$\Rightarrow L_{12} = \frac{3}{2}\left(p_1V_1 - \frac{p_1}{32}\cdot 8V_1\right) = \frac{9}{8}p_1V_1$; $L_{23} = p_2(V_3 - V_2) = \frac{p_1}{32}(4V_1 - 8V_1) = -\frac{p_1V_1}{8}$;

$L_{34} = -\nu C_V(T_4 - T_3) = -\frac{3}{2}\nu R(T_4 - T_3) = -\frac{3}{2}(p_4V_4 - p_3V_3) = -\frac{3}{2}V_1\left(p_4 - \frac{p_1}{8}\right)$.

Aflăm pe baza ecuației transformării adiabat e presiunea p_4:

$$p_3V_3^\gamma = p_4V_4^\gamma \Rightarrow \frac{p_1}{32}\cdot(4V_1)^\gamma = p_4V_1^\gamma \Rightarrow\ p_4 = \frac{p_1}{32}\cdot 4^{\frac{5}{3}} = \frac{p_1\cdot\left(\sqrt[3]{2}\right)^{10}}{32} = \frac{10p_1}{32} = \frac{5p_1}{16}$$

$$\Rightarrow L_{34} = -\frac{9p_1V_1}{32}\text{ şi } L_{41} = 0 \Rightarrow L_{ciclu} = \frac{9}{8}p_1V_1 - \frac{p_1V_1}{8} - \frac{9p_1V_1}{32} = \frac{23p_1V_1}{32} = 71{,}875\text{J}$$

b) Calculăm căldurile schimbate de gaz cu mediul extern pe fiecare transformare. Astfel $Q_{12} = Q_{34} = 0$, deoarece transformările sunt adiabate.

$$Q_{23} = \nu C_P(T_3 - T_2) = \frac{5}{2}\nu R(T_3 - T_2) = \frac{5}{2}(p_3V_3 - p_2V_2) = \frac{5}{2}\cdot\frac{p_1}{32}(4V_1 - 8V_1) = -\frac{5p_1V_1}{16}$$

$$Q_{41} = \nu C_V(T_1 - T_4) = \frac{3}{2}\nu R(T_1 - T_4) = \frac{3}{2}(p_1V_1 - p_4V_4) = \frac{3}{2}V_1\left(p_1 - \frac{5p_1}{16}\right) = \frac{33p_1V_1}{32}$$

$Q_{23} = -31{,}25$ J şi $Q_{41} = 103{,}125$ J $\Rightarrow$ pe transformarea 2-3 gazul cedează căldură, iar pe transformarea 4-1 gazul primeşte căldură.

c) Prin definiţie randamentul ciclului este egal cu: $\eta = \frac{L_{ciclu}}{Q_{primita}} = \frac{L_{ciclu}}{Q_{41}} \approx 70\%$.

47. a) Prin definiţie randamentul ciclului este $\eta = 1 - \frac{|Q_{cedata}|}{Q_{primita}}$. Calculăm căldurile schimbate de gaz cu mediul extern pe fiecare transformare: $Q_{12} = 0$ şi $Q_{23} = \nu C_V(T_3 - T_2) = \nu\frac{R}{\gamma - 1}(T_3 - T_2) = \frac{1}{\gamma - 1}\nu RT_2\left(\frac{T_3}{T_2} - 1\right)$.

Conform legii transformării izocore: $\frac{p_2}{T_2} = \frac{p_3}{T_3} \Rightarrow \frac{T_3}{T_2} = \frac{p_3}{p_2} = \alpha \Rightarrow$

$Q_{23} = \frac{1}{(\gamma - 1)\delta}\nu RT_1(\alpha - 1) = \frac{1}{(\gamma - 1)\delta}p_1V_1(\alpha - 1) > 0 \Rightarrow$ pe transformarea 2-3 gazul primeşte căldură. În transformarea 3-4: $Q_{34} = 0$ şi

$$Q_{41} = \nu C_P(T_1 - T_4) = \frac{\gamma}{\gamma - 1}\nu R(T_1 - T_4) = \frac{\gamma}{\gamma - 1}\nu RT_1\left(1 - \frac{T_4}{T_1}\right)$$

Conform legii transformării izobare: $\frac{V_4}{T_4} = \frac{V_1}{T_1} \Rightarrow \frac{V_4}{V_1} = \frac{T_4}{T_1} = \beta \Rightarrow$

$Q_{41} = \frac{\gamma}{\gamma - 1}p_1V_1(1 - \beta) < 0 \Rightarrow$ gazul cedează căldură pe transformarea 4-1

Randamentul ciclului este: $\eta = 1 - \frac{|Q_{41}|}{Q_{23}} = 1 - \frac{\delta\gamma(\beta - 1)}{(\alpha - 1)}$.

b) Calculăm randamentul ciclului Carnot, care ar funcţiona între temperaturile extreme: $\eta_C = 1 - \frac{T_{min}}{T_{max}} = 1 - \frac{T_1}{T_3}$, deoarece $T_{min} = T_1$ şi $T_{max} = T_3$. Pe baza ecuaţiei termice de stare obţinem: $T_3 = \frac{p_3 V_3}{\nu R} = \frac{\alpha \cdot p_2 V_2}{\nu R} = \alpha T_2 = \frac{\alpha T_1}{\delta} \Rightarrow \eta_C = 1 - \frac{\delta}{\alpha}$.

48. a) Identificăm transformările: 1-2 izocoră; 2-3 izobară şi 3-1 este o transformare generală descrisă de ecuaţia $T = ap^2$. Determinăm ecuaţia procesului 3-1 în coordonate p şi V, utilizând ecuaţia termică de stare: $pV = \nu RT \Rightarrow pV = \nu Rap^2 \Rightarrow p = \frac{V}{\nu Ra} = bV$, cu b=ct. Reprezentarea grafică a ciclului este R 1.4.25.

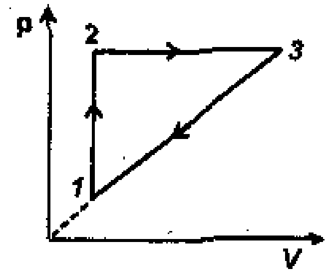


Fig. R 1.4.25

b) $Q = Q_{12} + Q_{23}$, deoarece numai pe transformările 1-2 şi 2-3 se primeşte căldură, astfel că: $Q_{12} = \nu C_V (T_2 - T_1) = \nu C_V T_1 \left(\frac{T_2}{T_1} - 1 \right)$. Pe baza ecuaţiei transformării izocore 1-2: $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{p_2 T_1}{p_1} = 2T_1 \Rightarrow Q_{12} = \nu C_V T_1$, iar $Q_{23} = \nu C_P (T_3 - T_2)$. Conform ecuaţiei procesului 3-1, $\frac{p}{V} = const$ obţinem: $\frac{p_3}{V_3} = \frac{p_1}{V_1} \Rightarrow V_3 = \frac{p_3 V_1}{p_1} = \frac{p_2 \cdot V_1}{p_1} = 2V_1$, iar din ecuaţia termică de stare: $T_3 = \frac{p_3 V_3}{\nu R} = \frac{4 p_1 V_1}{\nu R} = 4T_1 \Rightarrow Q_{23} = \nu C_P (4T_1 - 2T_1) = 2\nu C_P T_1$.

Conform relaţiei lui Robert Mayer: $C_P = C_V + R \Rightarrow$

$$Q_{23} = 2\nu (C_V + R) T_1 = 2\nu C_V T_1 + 2\nu R T_1 \Rightarrow Q = 3\nu C_V T_1 + 2\nu R T_1 \Rightarrow C_V = \frac{Q}{3\nu T_1} - \frac{2R}{3}$$

$$C_V = 20{,}775 \text{ J/molK} \Rightarrow C_V = \frac{5R}{2} \Rightarrow \text{gazul ideal este biatomic.}$$

c) Prin definiţie căldura molară este: $C_{13} = \frac{Q_{13}}{\nu \cdot \Delta T_{13}}$, unde pe baza primului principiu al termodinamicii $Q_{13} = \Delta U_{13} + L_{13} \Rightarrow Q_{13} = \nu C_V \Delta T_{13} + L_{13} \Rightarrow$

$$C_{13} = \frac{\nu C_V \Delta T_{13} + L_{13}}{\nu \Delta T_{13}} = C_V + \frac{L_{13}}{\nu \Delta T_{13}} = C_V + \frac{L_{13}}{\nu (T_3 - T_1)} = C_V + \frac{L_{13}}{3\nu T_1} = C_V + \frac{L_{13} R}{3 p_1 V_1}.$$

Pe baza interpretării geometrice a lucrului mecanic: $L_{13} = \frac{(p_1 + p_3)(V_3 - V_1)}{2} = \frac{3p_1V_1}{2} \Rightarrow C_{13} = C_V + \frac{R}{2} = 3R = 24{,}93$ J/molK.

d) Prin definiţie randamentul ciclului este $\eta = \frac{L_{ciclu}}{Q_{primit}}$.

Conform interpretării geometrice a lucrului mecanic: $L_{ciclu} = A_{ciclu} = \frac{(p_2 - p_1)(V_3 - V_1)}{2} = \frac{p_1V_1}{2} \Rightarrow \eta = \frac{p_1V_1}{2Q} = \frac{\nu RT_1}{2Q} = 5{,}26\%$.

49. a) Utilizăm principiul I al termodinamicii: $\Delta U = Q - L \Rightarrow L = Q - \Delta U$. Cum pentru o transformare ciclică $\Delta U = 0 \Rightarrow L = Q = Q_{12} + Q_{23} + Q_{31}$.

$$Q_{23} = \nu C_V(T_3 - T_2) = \frac{3}{2}\nu R(T_3 - T_2) = \frac{3}{2}(p_3V_3 - p_2V_2) = \frac{3}{2}\cdot 4V_1(p_1 - 2p_1) = -6p_1V_1$$

$$Q_{31} = \nu C_P(T_1 - T_3) = \frac{5}{2}\nu R(T_1 - T_3) = \frac{5}{2}(p_1V_1 - p_3V_3) = \frac{5}{2}p_1(V_1 - 4V_1) = -7{,}5p_1V_1$$

Obţinem: $L = 23{,}5p_1V_1 - 6p_1V_1 - 7{,}5p_1V_1 = 10p_1V_1$.

b) Prin definiţie randamentul ciclului este: $\eta = \frac{L}{Q_{primit}} = \frac{L}{Q_{12}} = 42{,}55\%$.

c) Prin definiţie, randamentul ciclului Carnot care ar funcţiona între temperaturile extreme este $\eta_C = 1 - \frac{T_{min}}{T_{max}} = 1 - \frac{T_1}{T_2}$, unde $T_{min} = T_1$ şi $T_{max} = T_2$.

Conform ecuaţiei termice de stare: $T_2 = \frac{p_2V_2}{\nu R} = \frac{8p_1V_1}{\nu R} = 8T_1 \Rightarrow \eta_C = 87{,}5\%$

50. a) Determinăm parametrii stării 2: $V_2 = V_1$, $T_2 = 4T_1$ şi din ecuaţia termică de stare $p_2 = \frac{\nu RT_2}{V_2} = \frac{4\nu RT_1}{V_1} = 4p_1$. Determinăm parametrii stării 3: $p_3 = p_2 = 4p_1$ şi pe baza ecuaţiei procesului 3-1: $V_1 = a\sqrt{T_1}$ şi $V_3 = a\sqrt{T_3} \Rightarrow$ $\frac{V_1}{V_3} = \sqrt{\frac{T_1}{T_3}} \Rightarrow \left(\frac{V_1}{V_3}\right)^2 = \frac{T_1}{T_3} \Rightarrow T_3 = \frac{T_1V_3^2}{V_1^2}$ şi conform ecuaţiei termice de stare

$$p_3V_3 = \nu RT_3 \Rightarrow 4p_1V_3 = \frac{\nu RT_1V_3^2}{V_1^2} \Rightarrow V_3 = \frac{4p_1V_1^2}{\nu RT_1} = 4V_1 \Rightarrow T_3 = 16T_1.$$

b) Prin definiție, puterea motorului este $P = \frac{L_{ciclu}}{t}$. Pe baza interpretării geometrice a lucrului mecanic din figura R 1.4.26 $\Rightarrow L_{ciclu} = A_{ciclu} = \frac{3p_1 \cdot 3V_1}{2} = \frac{9p_1V_1}{2} \Rightarrow$

$$P = \frac{L_{ciclu}}{t} = \frac{9p_1V_1}{2t} = 4{,}5 \cdot 10^6 \text{ W}.$$

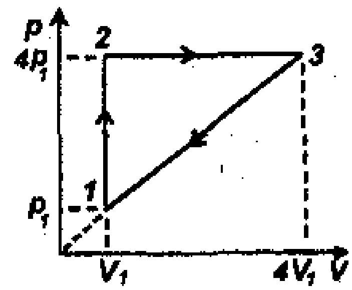


Fig. R 1.4.26

c) Prin definiție, randamentul ciclului este $\eta = \frac{L_{ciclu}}{Q_{primit}}$.

Căldura primită este: $Q_{primit} = Q_{12} + Q_{23}$.

$$Q_{12} = \nu C_V(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}(p_2V_2 - p_1V_1) = 4{,}5p_1V_1$$

$$Q_{23} = \nu C_P(T_3 - T_2) = \frac{5}{2}\nu R(T_3 - T_2) = \frac{5}{2}(p_3V_3 - p_2V_2) = 30p_1V_1$$

$$Q_{primit} = 34{,}5p_1V_1 \Rightarrow \eta = \frac{4{,}5p_1V_1}{34{,}5p_1V_1} \approx 13\%.$$

51. a. Randamentul ciclului 1-2-*B*-1 este: $\eta_1 = 1 - \frac{|Q_c|}{Q_p}$.

Calculăm căldurile pe fiecare transformare: $Q_{12} = 0$;

$$Q_{2B} = \nu RT_2 \ln\frac{V_1}{V_2} = \nu RT_2 \ln\varepsilon \text{ și } Q_{B1} = \nu C_V(T_1 - T_2) = \nu\frac{R}{\gamma - 1}(T_1 - T_2).$$

Din legea transformării adiabatice scrisă în coordonate V și T obținem:

$$T_1V_1^{\gamma-1} = T_2V_2^{\gamma-1} \Rightarrow T_2 = T_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = T_1\varepsilon^{\gamma-1} \Rightarrow Q_{B1} = -\frac{\nu RT_1(\varepsilon^{\gamma-1} - 1)}{\gamma - 1} \text{ și}$$

$$Q_{2B} = \nu RT_1\varepsilon^{\gamma-1}\ln\varepsilon \Rightarrow \eta_1 = 1 - \frac{\varepsilon^{\gamma-1} - 1}{(\gamma - 1)\varepsilon^{\gamma-1}\ln\varepsilon}.$$

b. Randamentul ciclului 1-*A*-2-1 este: $\eta_2 = 1 - \frac{|Q_c|}{Q_p}$.

Calculăm căldurile pe fiecare transformare: $Q_{1A} = \nu RT_1 \ln\frac{V_2}{V_1} = -\nu RT_1 \ln\varepsilon < 0$;

$$Q_{A2} = \nu C_V(T_2 - T_1) = \nu\frac{R}{\gamma - 1}(T_2 - T_1) = \frac{\nu RT_1}{\gamma - 1}(\varepsilon^{\gamma-1} - 1) > 0 \Rightarrow \eta_2 = 1 - \frac{(\gamma - 1)\ln\varepsilon}{\varepsilon^{\gamma-1} - 1}$$

c. Randamentul unui ciclu Carnot care funcţionează între temperaturile extreme este $\eta_c = 1 - \frac{T_{min}}{T_{max}}$ cu $T_{min}=T_1$ şi $T_{max}=T_2 \Rightarrow \eta_c = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\gamma-1}}$

52. a) $L_{ciclu} = L_{12} + L_{23} + L_{34} + L_{41}$. Transformările 1-2 şi 3-4 sunt transformări generale descrise în coordonate p şi V, de legea $\frac{p}{V} = const$, astfel că: $\frac{p_1}{V_1} = \frac{p_2}{V_2} \Rightarrow V_2 = \frac{p_2 V_1}{p_1}$ şi utilizând ecuaţia de stare $p_2 V_2 = \nu R T_2$ obţinem: $\frac{p_2^2 V_1}{p_1} = 16\nu R T_1 \Rightarrow p_2^2 V_1 = 16 p_1^2 V_1 \Rightarrow p_2 = 4p_1$ iar $V_2 = 4V_1$.

Calculăm parametrii stării 3 în funcţie de parametrii stării 1: $V_3 = V_2 = 4V_1$ şi $T_3 = \frac{p_3 V_3}{\nu R} = 8T_1$.

Calculăm parametrii stării 4 în funcţie de parametrii stării 1: $p_4 = p_1$.

Din $\frac{p_3}{V_3} = \frac{p_4}{V_4} \Rightarrow V_4 = \frac{p_4 V_3}{p_3} = 2V_1$ iar din ecuaţia termică de stare: $T_4 = \frac{p_4 V_4}{\nu R} = \frac{2p_1 V_1}{\nu R} = 2T_1$.

$L_{12} = \frac{(p_1 + p_2)(V_2 - V_1)}{2} = 7{,}5 p_1 V_1$; $L_{23} = 0$; $L_{34} = \frac{(p_4 + p_3)(V_4 - V_3)}{2} = -3p_1 V_1$;

$L_{41} = p_1(V_1 - V_4) = -p_1 V_1 \Rightarrow L_{ciclu} = 3{,}5 p_1 V_1$.

b) Prin definiţie randamentul ciclului este $\eta = \frac{L_{ciclu}}{Q_{primit}}$.

Calculăm căldura primită de gaz pe fiecare transformare:

$$Q_{12} = \Delta U_{12} + L_{12} = \nu \frac{3}{2} R(T_2 - T_1) + \frac{(4p_1 + p_1)(4V_1 - V_1)}{2} = \frac{45}{2}\nu R T_1 + \frac{15}{2} p_1 V_1 \Rightarrow$$

$Q_{12} = 30 p_1 V_1 > 0$; $Q_{23} = \nu C_V (T_3 - T_2) < 0$; $Q_{34} < 0$ şi $Q_{41} = \nu C_p (T_1 - T_4) < 0 \Rightarrow$ gazul primeşte căldură pe transformarea 1-2

Randamentul ciclului este $\eta \approx 11{,}66\%$.

c) Randamentul ciclului Carnot care ar funcţiona între temperaturile extreme este $\eta_C = 1 - \frac{T_{min}}{T_{max}} = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16} = 93{,}75\%$.

53. a) Reprezentarea grafică a procesului suferit de gaz în coordonate p şi V este redată în figura R 1.4.27.

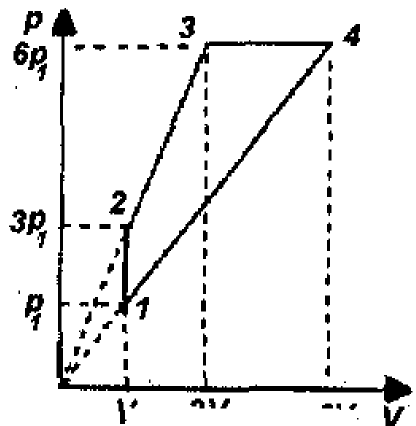


Fig. R 1.4.27

b) Calculăm căldurile schimbate de gaz cu mediul extern pe fiecare transformare:

$$Q_{12} = \nu C_V(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}(p_2V_2 - p_1V_1)$$

$$\Rightarrow Q_{12} = 3p_1V_1$$

Deoarece transformarea 2-3 este generală, utilizăm principiul întâi al termodinamicii: $Q_{23} = \Delta U_{23} + L_{23}$.

$$\text{Cum: } \frac{p_2}{V_2} = \frac{p_3}{V_3} \Rightarrow p_3 = \frac{p_2V_3}{V_2} = \frac{3p_1 \cdot 2V_1}{V_1} = 6p_1 \Rightarrow$$

$$Q_{23} = \nu C_V(T_3 - T_2) + \frac{(p_2 + p_3)(V_3 - V_1)}{2} = \frac{3}{2}\nu R(T_3 - T_2) + \frac{9p_1V_1}{2} =$$

$$= \frac{3}{2}(p_3V_3 - p_2V_2) + \frac{9p_1V_1}{2} = \frac{3}{2}(12p_1V_1 - 3p_1V_1) + \frac{9p_1V_1}{2} = 18p_1V_1$$

$$Q_{34} = \nu C_P(T_4 - T_3) = \frac{5}{2}\nu R(T_4 - T_3) = \frac{5}{2}(p_4V_4 - p_3V_3) = \frac{5}{2}p_3(V_4 - V_3).$$

$$\text{Cum } \frac{p_1}{V_1} = \frac{p_4}{V_4} \Rightarrow V_4 = \frac{p_4V_1}{p_1} = \frac{p_3V_1}{p_1} = 6V_1 \Rightarrow Q_{34} = 15p_1(V_4 - 2V_1) = 60p_1V_1$$

$$\text{Din } Q_{41} = \Delta U_{41} + L_{41} = \nu C_V(T_1 - T_4) + \frac{(p_1 + p_4)(V_1 - V_4)}{2} \Rightarrow$$

$$Q_{41} = \frac{3}{2}(p_1V_1 - p_4V_4) - \frac{7p_1(V_1 - 6V_1)}{2} = -\frac{3 \cdot 35p_1V_1}{2} - \frac{35p_1V_1}{2} = -70p_1V_1$$

c) Utilizăm principiul I pentru transformarea ciclică, astfel că:
$\Delta U = Q - L = 0 \Rightarrow L_{ciclu} = Q_{total} = Q_{12} + Q_{23} + Q_{34} + Q_{41} = 11p_1V_1$.

d) Randamentul motorului termic este $\eta = \dfrac{L_{ciclu}}{Q_{primit}}$.

Gazul primeşte căldură pe transformările: 1-2, 2-3 şi 3-4, astfel că:
$Q_{primit} = Q_{12} + Q_{23} + Q_{34} = 81p_1V_1 \Rightarrow \eta \approx 13{,}58\%$.

54. a. Calculăm căldurile pe fiecare transformare.

$$Q_{12} = \nu C_V(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}(p_2V_2 - p_1V_1) = \frac{3}{2}p_1V_1.$$

Din primul principiu al termodinamicii: $Q_{23} = \Delta U_{23} + L_{23}$, unde $L_{23} = \frac{(p_2 + p_3)(V_3 - V_2)}{2}$. Cum transformarea 2-3 este generală şi descrisă de ecuaţia $p = aV \Rightarrow \frac{p_2}{V_2} = \frac{p_3}{V_3} \Rightarrow p_3 = \frac{p_2V_2}{V_3} = 4p_1 \Rightarrow L_{23} = 3p_1V_1$ şi

$$\Delta U_{23} = \nu C_V(T_3 - T_2) = \frac{3}{2}\nu R(T_3 - T_2) = \frac{3}{2}(p_3V_3 - p_2V_2) = 9p_1V_1 \Rightarrow Q_{23} = 12p_1V_1$$

$Q_{34} = \nu C_V(T_4 - T_3) < 0$ şi $Q_{41} = \Delta U_{41} + L_{41} < 0 \Rightarrow$ gazul primeşte căldură pe transformările 1-2 şi 2-3, iar pe transformările 3-4 şi 4-1 gazul cedează căldură. Astfel $Q_p = Q_{12} + Q_{23} = \frac{27}{2}p_1V_1 = \frac{27}{2}\nu RT_1 \approx 28{,}046$ kJ

b. Din primul principiu al termodinamicii $Q = \Delta U + L$ şi din proprietate energiei interne de a fi o mărime de stare, pentru o transformare ciclică ΔU=0 $\Rightarrow L_{ciclu} = Q = Q_p + Q_c \Rightarrow Q_c = Q_p - L_{ciclu}$. Pe baza interpretării geometrice a lucrului mecanic acesta este egal cu aria ciclului, obţinem: $L_{ciclu} = \frac{(p_2 - p_1 + p_3 - p_4)(V_3 - V_1)}{2} = \frac{3p_1V_1}{2} \Rightarrow Q_c = -12p_1V_1 = -12\nu RT_1 = -24{,}93$kJ

c. Prin definiţie randamentul ciclului este $\eta = \frac{L_{ciclu}}{Q_p} \approx 11{,}11\%$

55. a. Reprezentarea grafică a succesiunii de transformări este redată în figura R 1.4.28.

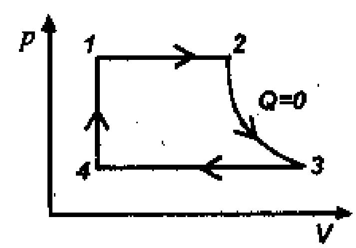


Fig. R 1.4.28

b. Din ecuaţia transformării adiabatice scrisă în coordonate V şi T obţinem:

$$T_2V_2^{\gamma-1} = T_3V_3^{\gamma-1} \Rightarrow T_3 = T_2\left(\frac{V_2}{V_3}\right)^{\gamma-1} = \frac{T_2}{2^{0,4}} = 1200 \text{ K.}$$

Din ecuaţia transformării izobarei obţinem: $\frac{V_3}{T_3} = \frac{V_4}{T_4} \Rightarrow T_4 = \frac{T_3V_4}{V_3}$ =300 K.

c. Randamentul ciclului este: $\eta = 1 - \frac{|Q_{cedată}|}{Q_{primită}}$.

Calculăm căldurile de pe fiecare transformare:

$$Q_{12} = \nu C_p(T_2 - T_1) = \frac{\gamma}{\gamma - 1}\nu R(T_2 - T_1) = \frac{7}{2}(p_2V_2 - p_1V_1) = \frac{7}{2}p_1(V_2 - V_1) = \frac{7}{2}p_1V_1;$$

$$Q_{23} = 0; Q_{34} = \nu C_p(T_4 - T_3) = \frac{\gamma}{\gamma - 1}\nu R(T_4 - T_3) = \frac{7}{2}(p_4V_4 - p_3V_3) = \frac{7}{2}p_3(V_4 - V_3)$$

Din ecuaţia transformării adiabatice $p_2V_2^\gamma = p_3V_3^\gamma \Rightarrow p_3 = p_2\left(\frac{V_2}{V_3}\right)^\gamma = \frac{3p_1}{8}$

$$\Rightarrow Q_{23} = -\frac{63}{16}p_1V_1 = Q_{cedată};\quad Q_{41} = \nu C_V(T_1 - T_4) = \frac{\nu R(T_1 - T_4)}{\gamma - 1} = \frac{5}{2}(p_1V_1 - p_4V_4)$$

$$\Rightarrow Q_{41} = \frac{5}{2}V_1(p_1 - p_4) = \frac{25}{16}p_1V_1 \Rightarrow Q_{primită} = Q_{12} + Q_{41} = \frac{81}{16}p_1V_1 \Rightarrow \eta \approx 22{,}22\%$$

d. Din primul principiu al termodinamicii $\Delta U = Q - L$, cum pentru o transformare ciclică $\Delta U=0 \Rightarrow L_{ciclu} = Q = Q_{12} + Q_{23} + Q_{34} + Q_{41} = \frac{9p_1V_1}{8} = \frac{9\nu RT_1}{8}$

Cum $T_{max} = T_2 = \frac{p_2V_2}{\nu R} = \frac{2p_1V_1}{\nu R} = 2T_1 \Rightarrow T_1 = \frac{T_{max}}{2}$ =800 K$\Rightarrow L_{ciclu}$=7479 J

56. a) Calculăm căldurile schimbate de gaz cu mediul extern în fiecare transformare. Astfel:

$$Q_{12} = \nu C_V(T_2 - T_1) = \frac{\nu R}{\gamma - 1}(T_2 - T_1) = 3(\nu RT_2 - \nu RT_1) = 3(p_2V_1 - p_1V_1) = 3V_1(p_2 - p_1)$$

$\Rightarrow Q_{12} = 1500$ J;

$$Q_{23} = \nu C_p(T_3 - T_2) = \frac{\nu\gamma R}{\gamma - 1}(T_3 - T_2) = 4(\nu RT_3 - \nu RT_2) = 4(p_3V_3 - p_2V_2) = 4p_2(V_3 - V_2)$$

$\Rightarrow Q_{23} = 2400$ J; $Q_{34} = 0$ şi

$$Q_{45} = \nu C_V(T_5 - T_4) = \frac{\nu R}{\gamma - 1}(T_5 - T_4) = 3(p_5V_5 - p_4V_4) = 3V_4(p_5 - p_4) = 3V_4(p_1 - p_4)$$

Determinăm presiunea gazului în starea 4 utilizând ecuaţia transformării adiabatice 3-4: $p_3V_3^\gamma = p_4V_4^\gamma \Rightarrow p_4 = p_3\left(\frac{V_3}{V_4}\right)^\gamma = p_2\left(\frac{V_3}{V_4}\right)^\gamma \Rightarrow$

$$p_4 = 6\cdot 10^5\left(\frac{2}{4}\right)^{\frac{4}{3}} = \frac{6\cdot 10^5}{(\sqrt[3]{2})^4} \approx 2{,}38\cdot 10^5 \text{ Pa} \Rightarrow Q_{45} = -1656 \text{ J.}$$

$$Q_{51} = \nu C_p(T_1 - T_5) = \frac{\nu\gamma R}{\gamma - 1}(T_1 - T_5) = 4(p_1V_1 - p_5V_5) = 4p_1(V_1 - V_4) = -1200 \text{ J.}$$

b) Pentru a determina lucrul mecanic efectuat pe ciclu, aplicăm primul principiu al termodinamicii $\Delta U = Q - L$. Cum pentru transformarea ciclică $\Delta U = 0 \Rightarrow L = Q \Rightarrow L = Q_{12} + Q_{23} + Q_{34} + Q_{45} + Q_{51} = 1044$ J.

c) Pe baza definiţiei, randamentul ciclului este: $\eta = \frac{L_{ciclu}}{Q_{primit}} = \frac{L_{ciclu}}{Q_{12} + Q_{23}} \approx 38{,}67\%$.

57. a) Calculăm căldurile schimbate de gaz în fiecare transformare: $Q_{12} = \upsilon RT_1 \ln\frac{V_2}{V_1} = \upsilon RT_1 \ln k$; $Q_{23} = 0$; $Q_{34} = \upsilon RT_2 \ln\frac{V_4}{V_3} = \upsilon RT_2 \ln k$; $Q_{45} = 0$; $Q_{56} = \upsilon RT_3 \ln\frac{V_6}{V_5}$; $Q_{61} = 0$. Scriem ecuațiile tuturor transformărilor în coordonate p și V. Astfel obținem: $p_1V_1 = p_2V_2$; $p_2V_2^\gamma = p_3V_3^\gamma$; $p_3V_3 = p_4V_4$; $p_4V_4^\gamma = p_5V_5^\gamma$; $p_5V_5 = p_6V_6$; $p_6V_6^\gamma = p_1V_1^\gamma$. Înmulțim toate cele 6 ecuații și simplificăm produsul presiunilor și al volumelor, astfel că obținem:

$V_2^{\gamma-1} \cdot V_4^{\gamma-1} \cdot V_6^{\gamma-1} = V_1^{\gamma-1} \cdot V_3^{\gamma-1} \cdot V_5^{\gamma-1} \Rightarrow V_2V_4V_6 = V_1V_3V_5 \Rightarrow \frac{V_6}{V_5} = \frac{V_1}{V_2} \cdot \frac{V_3}{V_4} = \frac{1}{k^2}$,

deoarece în destinderile izoterme volumul crește de k ori, astfel că $V_2 = kV_1$ și $V_4 = kV_3 \Rightarrow Q_{56} = \nu RT_3 \ln k^{-2} = -2\nu RT_3 \ln k$.

Pe baza primului principiu al termodinamicii pentru o transformare ciclică $\Delta U = 0 \Rightarrow Q_{total} = L_{ciclu} \Rightarrow L_{ciclu} = Q_{12} + Q_{34} + Q_{56} = \nu R(T_1 + T_2 - 2T_3)\ln k$

b) Randamentul ciclului este:

$$\eta = \frac{L_{ciclu}}{Q_{primit}} = \frac{L_{ciclu}}{Q_{12} + Q_{23}} = \frac{\nu R(T_1 + T_2 - 2T_3)\ln k}{\nu R(T_1 + T_2)\ln k} = \frac{(T_1 + T_2 - 2T_3)}{(T_1 + T_2)}.$$

c) Randamentul unui ciclu Carnot care ar funcționa între temperaturile extreme este $\eta_C = 1 - \frac{T_{min}}{T_{max}} = 1 - \frac{T_3}{T_1}$.

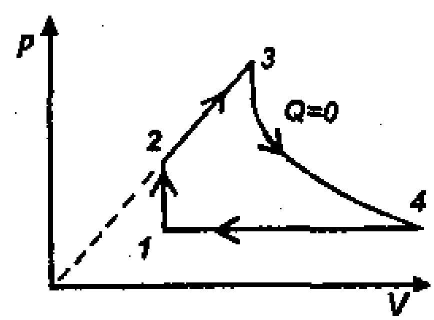


Fig. R 1.4.29

58. a) Reprezentarea grafică a succesiunii de transformări este redată în figura R 1.4.29. Calculăm căldura totală primită de gaz: $Q_{12} = \nu C_V(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}\nu R \cdot 2T_1 = 3\nu RT_1 = 3p_1V_1$ $\Rightarrow Q_{12} = 300$ J, iar $Q_{23} = \Delta U_{23} + L_{23}$, deoarece procesul 2-3 este general, descris în p și V de legea:

$\frac{p}{V} = ct \Rightarrow \frac{p_2}{V_2} = \frac{p_3}{V_3} \Rightarrow p_3 = \frac{p_2V_3}{V_2} = 2p_2$. Conform legii transformării izocore

1-2: $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow p_2 = \frac{p_1T_2}{T_1} = 3p_1 \Rightarrow p_3 = 6p_1$.

Obținem: $Q_{23} = \nu C_V(T_3 - T_2) + \frac{(p_3 + p_2)(V_3 - V_2)}{2} \Rightarrow$

$$Q_{23} = \frac{3}{2}(p_3V_3 - p_2V_2) + \frac{(p_3 + p_2)(V_3 - V_2)}{2} = \frac{3}{2}(12p_1V_1 - 3p_1V_1) + \frac{9p_1V_1}{2} = 18p_1V_1$$

$\Rightarrow Q_{23} = 1800$ J. $Q_{34} = 0$ şi $Q_{41} = \nu C_P(T_1 - T_4) < 0 \Rightarrow$ gazul primeşte căldură doar pe transformările 1-2 şi 2-3 $\Rightarrow Q_{Tprimit} = Q_{12} + Q_{23} = 21 p_1 V_1 = 2100$ J.

b) Utilizăm primul principiu al termodinamicii pentru o transformare ciclică, astfel că $\Delta U = 0 \Rightarrow L_{ciclu} = Q_t$.

$$Q_{41} = \nu C_P(T_1 - T_4) = \frac{5}{2}\nu R(T_1 - T_4) = \frac{5}{2}(p_1V_1 - p_4V_4) = \frac{5}{2}p_1(V_1 - V_4).$$

Determinăm volumul stării 4, utilizând ecuaţia adiabatei $p_3V_3^\gamma = p_4V_4^\gamma \Rightarrow$

$6p_1(2V_1)^\gamma = p_1V_4^\gamma \Rightarrow V_4 = 6^{\frac{1}{\gamma}} \cdot 2V_1 = 6^{\frac{3}{5}} \cdot 2V_1$, deoarece $\gamma = \dfrac{5}{3}$ pentru gazul ideal monoatomic. Astfel $V_4 = 5{,}86V_1 \Rightarrow Q_{41} = \dfrac{5}{2}p_1(V_1 - 5{,}86V_1) = -12{,}15p_1V_1$

$\Rightarrow Q_{41|} = -1215$ J $\Rightarrow L_{ciclu} = Q_{12} + Q_{23} + Q_{34} + Q_{41} = 8{,}85p_1V_1 = 885$ J.

c) Prin definiţie randamentul transformării ciclice este: $\eta = \dfrac{L_{ciclu}}{Q_{primit}} = 42{,}14\%$.

59. a) Utilizăm ecuaţiile proceselor generale 1-2 şi 3-4 în coordonate p şi V, astfel că: $\dfrac{p_1}{V_1} = \dfrac{p_2}{V_2} \Rightarrow p_2 = \dfrac{p_1V_2}{V_1}$ şi $\dfrac{p_3}{V_3} = \dfrac{p_4}{V_4} \Rightarrow p_4 = \dfrac{p_3V_4}{V_3}$

Pe baza ecuaţiilor transformărilor izoterme: $p_2V_2 = p_3V_3 \Rightarrow p_1\dfrac{V_2^2}{V_1} = p_3V_3 \Rightarrow$

$p_3 = \dfrac{p_1V_2^2}{V_1V_3}$. Din $p_1V_1 = p_4V_4 \Rightarrow p_1V_1 = \dfrac{p_3V_4^2}{V_3} \Rightarrow p_3 = p_1\dfrac{V_1V_3}{V_4^2} \Rightarrow \dfrac{p_1V_2^2}{V_1V_3} = \dfrac{p_1V_1V_3}{V_4^2}$

$\Rightarrow V_2^2V_4^2 = V_1^2V_3^2 \Rightarrow V_2V_4 = V_1V_3 \Rightarrow V_2^2 = V_1V_3 \Rightarrow V_2 = \sqrt{V_1V_3} = 2V_1 = 2$ L.

b) $L_{ciclu} = L_{12} + L_{23} + L_{34} + L_{41}$.

Calculăm lucrul mecanic pe fiecare transformare.

Lucrul mecanic pe transformarea 1-2 este egal cu aria de sub dreaptă şi axa volumelor , conform interpretării geometrice a lucrului mecanic, astfel că:

$L_{12} = \dfrac{(p_1 + p_2)(V_2 - V_1)}{2} = \dfrac{3p_1V_1}{2}$, deoarece $p_2 = 2p_1$.

$L_{23} = \nu RT_2 \ln\dfrac{V_3}{V_2} = p_2V_2 \ln 2 = 4p_1V_1 \ln 2$; $L_{34} = \dfrac{(p_3 + p_4)(V_4 - V_3)}{2}$.

Conform ecuației procesului 2-3: $p_2V_2 = p_3V_3 \Rightarrow p_3 = \frac{p_2V_2}{V_3} = \frac{4p_1V_1}{4V_1} = p_1$ și

a procesului 3-4: $\frac{p_3}{V_3} = \frac{p_4}{V_4} \Rightarrow p_4 = \frac{p_3V_4}{V_3} = \frac{2p_1V_1}{4V_1} = \frac{p_1}{2} \Rightarrow$

$$L_{34} = \frac{\left(p_1 + \frac{p_1}{2}\right)(2V_1 - 4V_1)}{2} = -\frac{3p_1V_1}{2} \text{ și } L_{41} = \nu RT_1 \ln\frac{V_1}{V_4} = -p_1V_1 \ln 2.$$

$$L_{ciclu} = \frac{3p_1V_1}{2} + 4p_1V_1 \ln 2 - \frac{3p_1V_1}{2} - p_1V_1 \ln 2 = 3p_1V_1 \ln 2 = 207{,}9 \text{ J}.$$

c) Utilizăm formula randamentului unui ciclu: $\eta = \frac{L_{ciclu}}{Q_{primit}}$. $Q_{primit} = Q_{12} + Q_{23}$, unde $Q_{12} = \Delta U_{12} + L_{12}$, deoarece 1-2 este un proces general , astfel că:

$$Q_{12} = \nu C_V(T_2 - T_1) + \frac{3p_1V_1}{2} = \frac{5}{2}\nu R(T_2 - T_1) + \frac{3p_1V_1}{2} = \frac{5}{2}(p_2V_2 - p_1V_1) + \frac{3p_1V_1}{2} = 9p_1V_1$$

$$Q_{23} = L_{23} = 4p_1V_1 \ln 2 \Rightarrow Q_{primit} = 9p_1V_1 + 4p_1V_1 \ln 2 = p_1V_1(9 + 4\ln 2) = 1177{,}2 \text{ J}.$$

Randamentul ciclului este: $\eta = \frac{3\ln 2}{9 + 4\ln 2} = 17{,}66\ \%$.

60. a) Aflăm parametrii stării 3 utilizând ecuația transformării politrope între stările 2 și 3, astfel că $2p_1V_1^3 = p_3V_3^3$ și ecuația procesului general între stările 1 și 3, astfel că: $\frac{p_1}{V_1} = \frac{p_3}{V_3} \Rightarrow p_3 = \frac{p_1V_3}{V_1} \Rightarrow 2p_1V_1^3 = \frac{p_1V_3}{V_1}V_3^3 \Rightarrow$

$2V_1^4 = V_3^4 \Rightarrow V_3 = V_1\sqrt[4]{2}$ și $p_3 = p_1\sqrt[4]{2}$, iar pe baza ecuației termice de stare obținem: $T_3 = \frac{p_3V_3}{\nu R} = \frac{p_1V_1\sqrt{2}}{\nu R} = T_1\sqrt{2}$.

b) Prin definiție randamentul unui ciclu este $\eta = 1 - \frac{|Q_{cedat}|}{Q_{primit}}$. Calculăm căldurile schimbate de gaz cu mediul extern pe fiecare transformare, astfel că: $Q_{12} = \nu C_V(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}(p_2V_2 - p_1V_1) = \frac{3}{2}p_1V_1$.

Transformarea politropă face parte din categoria transformărilor generale, astfel că pe baza primului principiu al termodinamicii: $Q_{23} = \Delta U_{23} + L_{23}$:

$$\Delta U_{23} = \nu C_V(T_3 - T_2) = \frac{3}{2}\nu R(T_3 - T_2) = \frac{3}{2}(p_3V_3 - p_2V_2) = \frac{3}{2}\left(p_1V_1\sqrt{2} - 2p_1V_1\right) \Rightarrow$$

$\Delta U_{23} = \frac{3}{2}p_1V_1\left(\sqrt{2}-2\right)$. Pentru calculul lucrului mecanic pe transformarea politropă pornim de la analogia dintre politropă şi adiabată, deoarece ecuaţia adiabatei este de forma $pV^{\gamma} = ct$ iar ecuaţia politropei $pV^{n} = ct$, unde n este indicele politropei. Cum pe transformarea adiabată:

$$L_{ad} = -\Delta U_{ad} = -\nu C_V\left(T_f - T_i\right) = -\frac{\nu R}{\gamma - 1}\left(T_f - T_i\right) \Rightarrow L_{politropa} = -\frac{\nu R}{n-1}\left(T_f - T_i\right).$$

În cazul nostru n=3, $T_i = T_2$ şi $T_f = T_3$, astfel că:

$$L_{23} = -\frac{\nu R}{2}\left(T_3 - T_2\right) = \frac{p_2V_2 - p_3V_3}{2} = \frac{2p_1V_1 - p_1V_1\sqrt{2}}{2} = -\frac{p_1V_1\left(\sqrt{2}-2\right)}{2} \Rightarrow$$

$Q_{23} = \frac{3}{2}p_1V_1\left(\sqrt{2}-2\right) + \frac{p_1V_1}{2}\left(\sqrt{2}-2\right) = p_1V_1\left(\sqrt{2}-2\right) < 0 \Rightarrow$ pe transformarea politropă gazul cedează căldură.

$$Q_{31} = \Delta U_{31} + L_{31} = \nu C_V\left(T_1 - T_3\right) + \frac{\left(p_3 + p_1\right)\left(V_1 - V_3\right)}{2} \Rightarrow$$

$$Q_{31} = \frac{3}{2}\nu R\left(T_1 - T_3\right) + \frac{p_1\left(\sqrt[4]{2}+1\right)\cdot V_1\left(1 - \sqrt[4]{2}\right)}{2} = \frac{3}{2}\left(p_1V_1 - p_3V_3\right) + \frac{p_1V_1\left(1-\sqrt{2}\right)}{2} =$$

$$= \frac{3}{2}\left(p_1V_1 - p_1V_1\sqrt{2}\right) - \frac{p_1V_1}{2}\left(\sqrt{2}-1\right) = -\frac{3}{2}p_1V_1\left(\sqrt{2}-1\right) - \frac{p_1V_1}{2}\left(\sqrt{2}-1\right) = -2p_1V_1\left(\sqrt{2}-1\right) < 0$$

$\Rightarrow$ pe transformarea 3-1 gazul cedează căldură.

$$\eta = 1 - \frac{\left|Q_{23} + Q_{31}\right|}{Q_{12}} = 1 - \frac{p_1V_1\left(2-\sqrt{2}\right) + 2p_1V_1\left(\sqrt{2}-1\right)}{\frac{3p_1V_1}{2}} = 1 - \frac{2\sqrt{2}}{3} \approx 6\%.$$

c) $\eta = \frac{L_{ciclu}}{Q_{primit}} \Rightarrow L_{ciclu} = \eta Q_{primit} = \frac{3-2\sqrt{2}}{3}\cdot\frac{3}{2}p_1V_1 = \frac{\left(3-2\sqrt{2}\right)}{2}p_1V_1 = 0{,}09\,p_1V_1.$

61. a. Prin definiţie căldura molară este:

$$C = \frac{Q}{\nu\Delta T} = \frac{\Delta U + L}{\nu\Delta T} = \frac{\nu C_V\Delta T + L}{\nu\Delta T} = C_V + \frac{L}{\nu\Delta T}$$

Transformarea politropă face parte din categoria transformărilor generale, astfel că $Q = \Delta U + L$, pe baza primului principiu al termodinamicii. Prin analogie cu adiabata, lucrul mecanic este $L = -\nu\frac{R}{n-1}\Delta T$, unde n este indicele politropei (vezi problema precedentă, punctul **b**.), astfel că:

$$C = \frac{R}{\gamma - 1} - \frac{R}{n-1} \Rightarrow C = \frac{\left(n-\gamma\right)R}{\left(\gamma-1\right)\left(n-1\right)}$$

Observăm că transformările politrope au căldura molară constantă, deoarece n, γ, R sunt constante.

b. Dacă gazul este monoatomic exponentul adiabatic este $\gamma=5/3$ şi cum ecuaţia politropei este $pV^{2}=ct$, atunci indicele politropei este $n=-2 \Rightarrow C=11R/6$

c. Dacă gazul este biatomic exponentul adiabatic este $\gamma=7/5$ şi cum ecuaţia politropei este $pV^{-1}=ct$, atunci indicele politropei este $n=-1 \Rightarrow C=3R$

62. a) Calculăm căldura primită pe ciclu, astfel că:

$$Q_{12}=\nu C_V(T_2-T_1)=\nu\frac{R}{\gamma-1}(T_2-T_1)=2\nu R(T_2-T_1)=2(p_2V_2-p_1V_1)=4p_1V_1>0.$$

Calculăm căldura primită de gaz pe transformarea 2-3 utilizând primul principiu al termodinamicii: $Q_{2X}=\Delta U_{2X}+L_{2X}$, unde X reprezintă punctul de tangenţă dintre transformarea adiabată şi dreapta care descrie procesul 2-3.

Deoarece $\Delta U_{2X}=\nu C_V(T_X-T_2)=\frac{1}{\gamma-1}(p_XV_X-p_2V_2)=2(p_XV_X-3p_1V_1)$ şi

$$L_{2X}=\frac{(p_2+p_X)(V_X-V_2)}{2}=\frac{(3p_1+p_X)(V_X-V_1)}{2}.$$

Scriem legea procesului 2-3: $p=aV+b$ şi determinăm parametrii a şi b punând condiţia ca dreapta să treacă prin punctele 2 şi 3 $\Rightarrow 3p_1=aV_1+b$ (1) şi $p_1=2aV_1+b$ (2). Scădem (2) din (1) şi obţinem: $2p_1=-aV_1 \Rightarrow a=-\frac{2p_1}{V_1}$

$$b=p_1-2aV_1=p_1+4p_1=5p_1 \Rightarrow p=-\frac{2p_1}{V_1}V+5p_1 \Rightarrow$$

$$\Delta U_{2X}=2\left(-2\frac{p_1}{V_1}V_X^2+5p_1V_X-3p_1V_1\right)=\frac{-4p_1}{V_1}V_X^2+10p_1V_X-6p_1V_1$$

$$L_{2X}=\left(-\frac{p_1}{V_1}V_X+4p_1\right)(V_X-V_1)=-\frac{p_1V_X^2}{V_1}+5p_1V_X-4p_1V_1 \Rightarrow$$

$Q_{2X}=-\frac{5p_1V_X^2}{V_1}+15p_1V_X-10p_1V_1 \Rightarrow$ se obţine o funcţie de gradul II cu $A=-\frac{5p_1}{V_1}$, $B=15p_1$ şi $C=-10p_1V_1 \Rightarrow$ calculăm valoarea volumului până la care gazul primeşte căldură pe transformarea 2-3. Astfel: $V_X=-\frac{B}{2A}=\frac{3}{2}V_1 \Rightarrow$ $V_X\in[V_1,2V_1] \Rightarrow$ pe transformarea 2-3 gazul primeşte şi cedează căldură

$$\Rightarrow Q_{2\,primit}=\frac{-5p_1}{V_1}\cdot\frac{9}{4}V_1^2+15p_1\frac{3V_1}{2}-10p_1V_1=\frac{5p_1V_1}{4}\Rightarrow$$

$$Q_{Tp}=Q_{12}+Q_{2\,primit}\Rightarrow Q_{T\,primit}=4p_1V_1+\frac{5p_1V_1}{4}=\frac{21}{4}p_1V_1=2100\text{ J}.$$

b) Prin definiţie randamentul ciclului este $\eta = \frac{L_{ciclu}}{Q_{primit}}$, unde $L_{ciclu} = A_{ciclului}$,

Conform interpretării geometrice a lucrului mecanic obţinem: $L_{ciclu} = p_1 V_1$

Randamentul ciclului este: $\eta = \frac{4}{21} \approx 19\%$.

c) Randamentul ciclului Carnot este: $\eta_C = 1 - \frac{T_{min}}{T_{max}}$, unde $T_{min} = T_1$.

Aflăm temperatura maximă pe transformarea 2-3, utilizând ecuaţia termică de stare $pV = \nu RT \Rightarrow T = \frac{pV}{\nu R} = \frac{1}{\nu R}\left(\frac{-2p_1}{V_1}V_X^2 + 5p_1V_X\right) \Rightarrow$

$T = -\frac{2p_1}{\nu R V_1}V_X^2 + \frac{5p_1V_X}{\nu R} \Rightarrow$ volumul pentru care se obţine temperatura maximă (vezi rezolvare problema **40** de la **1.1**) este $V_{T\max} = \frac{5}{4}V_1$, iar temperatura maximă este: $T_{max} = \frac{25}{8} \cdot \frac{p_1V_1}{\nu R} = \frac{25}{8}T_1 \Rightarrow \eta_C = 1 - \frac{8T_1}{25T_1} = \frac{17}{25} = 68\%$.

63. a. Deoarece izoterma cea mai depărtată de axele de coordonate este tangentă la dreaptă în punctul *A*, temperatura în punctul *A* este maximă. În punctul *X*, adiabata devine tangentă la dreapta 1-2 şi în *X* se schimbă semnul căldurii. Pe porţiunea 1-*A*, deoarece volumul creşte, gazul efectuează lucru mecanic $L_{1A} > 0$, şi cum temperatura creşte de la 1 la *A*, atunci $\Delta U_{1A} = \nu C_V(T_A - T_1) > 0 \Rightarrow Q_{1A} = \Delta U_{1A} + L_{1A} > 0$.

Pe porţiunea 1*A* gazul primeşte căldură şi o parte o utilizează pentru a-şi creşte energia internă, iar restul o cedează mediului sub formă de lucru mecanic.

Pe porţiunea *A*-*X*, deoarece volumul creşte, gazul efectuează lucru mecanic $L_{AX} > 0$ şi deoarece până în *X* gazul primeşte căldură atunci $Q_{AX} > 0$. Cum $T_A = T_{max}$, de la *A* la *X* temperatura scade, astfel că $\Delta U_{AX} < 0$. Pe porţiunea *A*-*X* gazul efectuează lucru mecanic, atât pe seama cantităţii de căldură primite cât şi pe seama scăderii energiei interne a gazului.

Pe porţiunea *X*-2, deoarece volumul creşte, gazul efectuează lucru mecanic $L_{X2} > 0$, şi cum temperatura scade atunci $\Delta U_{X2} < 0$. Din *X* până în 2 gazul cedează căldură $Q_{X2} < 0$. Pe porţinea *X*-2, pe seama scăderii energiei interne a gazului, acesta efectuează lucru mecanic şi cedează căldură mediului.

b. Căldura molară pe porţiunea *A*-*X* este $C_{AX} = \frac{Q_{AX}}{\nu(T_A - T_X)} < 0$, deoarece $Q_{AX} > 0$ şi $\Delta T_{AX} < 0$. Deci căldura molară este negativă pe porţiunea *A*-*X* cuprinsă între punctele de tangență ale izotermei și adiabatei cu dreapta care descrie procesul suferit de gaz.

c. Pe porțiunea A-X gazul primește căldură $(Q_{AX} > 0)$ și se răcește deoarece $T_X < T_A$.

1.5. Calorimetrie

1. a) Deoarece vasul este izolat de mediul extern, corpurile schimbă căldură numai între ele. Aplicăm ecuația calorimetriei: $\sum Q_i = 0$. Notăm cu t, temperatura de echilibru și obținem:

$$m_1c_1(t-t_1)+m_2c_2(t-t_2)+m_3c_3(t-t_3)+m_4c_4(t-t_4)=0$$

$$m_1c_1(t-t_1)+4m_1\frac{c_1}{2}(t-3t_1)+2m_12c_1(t-4t_1)+3m_13c_1\left(t-\frac{t_1}{3}\right)=0 \Rightarrow t=1{,}625\,t_1$$

b) Deoarece temperatura de echilibru $t>t_1$ și $t>t_4$ $\Rightarrow$ corpurile 1 și 4 primesc căldură în timp ce corpurile 2 și 3 cedează, deoarece $t<t_2$ și $t<t_3$.

2. Deoarece vasul nu este izolat adiabatic, trebuie să ținem cont și de căldura cedată de vas mediului. Astfel în procesul stabilirii echilibrului termic, corpul 2 cedează căldură care este preluată atât de corpul 1 pentru a ajunge la temperatura de echilibru cât și de vas care o cedează mediului. Astfel bilanțul energetic se scrie:

$$|Q_2| = Q_1 + Q \Rightarrow m_2c_2(t_2-t) = m_1c_1(t-t_1)+2m_1c_1t_1 \Rightarrow$$

$$2m_14c_1(2t_1-t)=m_1c_1(t-t_1)+2m_1c_1t_1 \Rightarrow 16t_1-8t=t-t_1+2t_1 \Rightarrow t=\frac{5t_1}{3}\approx 1{,}67t_1$$

3. a) Deoarece cele n găleți au același volum și în ele se află aceeași substanță, înseamnă că masele lor sunt aceleași, astfel că $m=\rho V$. Utilizăm ecuația calorimetrică $\sum Q_i = 0 \Rightarrow nmc(t-t_1)+m'c(t-t_2)=0$, unde cu m' am notat masa de apă rece care se lasă să curgă de la robinet. Obținem:

$$m' = \frac{n\rho V(t_1-t)}{t-t_2} = 50\ \text{kg}$$

4. Căldura primită de apă este $Q = m\bar{c}(t_2-t_1)$, unde cu $\bar{c}$ am notat căldura specifică medie în intervalul de temperatură (t_1,t_2). Deoarece căldura specifică depinde liniar de temperatură după legea: $c=at+b$, aflăm constantele a și b. Astfel pentru $t=0°$ C căldura specifică este $c_0 = 4220$ J/kgK$=b$ și pentru $t_f=30°$, căldura specifică este $c_f = 4180$ J/kgK, obținem a: $4180 = 4220+30a \Rightarrow a = -\frac{4}{3} \Rightarrow c(t) = -\frac{4}{3}t+4220 \Rightarrow$ valoarea medie a căldurii specifice se calculează cu ajutorul mediei aritmetice ale valorilor de la capetele intervalului, astfel că:

$$\bar{c} = \frac{c(t_1 = 5°C) + c(t_2 = 15°C)}{2} = \frac{4220 - \frac{20}{3} + 4220 - 20}{2} = 4206{,}66\ \text{J/kgK}$$

$$\Rightarrow Q \approx 42{,}07\ \text{J}$$

5. a) Utilizăm ecuația termică de stare:

$$pV = \nu RT_1 = \frac{m}{\mu}RT_1 \Rightarrow m = \frac{pV\mu}{RT_1} = 300\ \text{g}.$$

b) Utilizăm ecuația calorimetrică $|Q_{cedat}| = Q_{primit}$

$$mc_a(t_3 - t_1) + m'c_a(t_3 - t_2) = 0 \Rightarrow m' = \frac{m(t_1 - t_3)}{t_3 - t_2} = 500\,\text{g}.$$

c) Calculăm cantitatea de căldură primită de masa de apă m' introdusă în incintă ca fiind egală cu cantitatea de căldură cedată de masa m de vapori $Q_{primit} = |Q_{cedat}| = mc_a(t_1 - t_3) = 63\ \text{kJ}$.

6. a) Calculăm căldura furnizată de hamster aerului din cutie: $Q = mc_{aer} \cdot \Delta t' = 408\ \text{J}$, deoarece în t=2 h, temperatura aerului din cutie crește cu $\Delta t' = 2\Delta t = 4°\,\text{C}$.

b) Prin definiție randamentul conversiei hranei în căldură este:

$$\eta = \frac{Q}{Q_{hrana}} \Rightarrow Q_{hrana} = \frac{Q}{\eta} = 2040\ \text{J}.$$

c) Cum $Q_{hrana} = m'E \Rightarrow m' = \frac{Q_{hrana}}{E} = 81{,}6\,\text{g}$ reprezintă masa de semințe mâncate de hamster.

7. a) Cantitatea de căldură necesară vaporizării întregii cantități de apă este formată din căldura necesară încălzirii apei de la temperatura t până la t_f și căldura necesară vaporizării apei, astfel că:

$$Q = mc_a(t_f - t) + m\lambda_v = m[c_a(t_f - t) + \lambda_v] = 51{,}72\ \text{kJ}.$$

b) Imediat după vaporizare în vas se află vapori de apă la presiunea p_0, deoarece apa pură fierbe sub presiune atmosferică normală la temperatura de 100°C. Utilizând ecuația termică de stare aflăm volumul vasului:

$$p_0V = \frac{m}{\mu}RT_f \Rightarrow V = \frac{mRT_f}{p_0\mu} \approx 34{,}44\text{L}.$$

Aflăm presiunea finală din vas: $p_f = p_{aer} + p_{vapori} = p_{aer} + p_0$.

Aflăm presiunea aerului din vas considerând că acesta suferă o transformare izocoră, deoarece neglijăm volumul inițial ocupat de apă și obținem:

$$\frac{p_0}{T}=\frac{p_{aer}}{T_f}\Rightarrow p_{aer}=\frac{p_0T_f}{T}\approx 1{,}273\cdot 10^5\ \text{Pa}\Rightarrow p_f\approx 2{,}273\cdot 10^5\ \text{Pa}$$

c) Prin încălzire amestecul de aer şi vapori de apă suferă o transformare izocoră, astfel că: $\frac{p_f}{T_f}=\frac{p'}{T_f+\Delta T}\Rightarrow p'=\frac{p_f(T_f+\Delta T)}{T_f}\approx 2{,}578\cdot 10^5\ \text{Pa}\Rightarrow$

$$\frac{p'}{p_f}=\frac{T_f+\Delta T}{T_f}=1{,}134$$

8. a) Calculăm căldura necesară gheţii pentru a se vaporiza. Pentru aceasta gheaţa se încălzeşte până la 0°C, apoi se topeşte la 0°C şi se transformă în apă, urmează încălzirea apei de la 0°C la 100°C şi apoi vaporizarea apei la 100°C, astfel că: $Q=m_gc_g(-t_1)+m_g\lambda_g+m_gc_at_a+m_g\lambda_v$, cu $t_a=100°C\Rightarrow$

$$Q=m_g\cdot\left[-c_gt_1+\lambda_g+c_at_a+\lambda_v\right]=302{,}6\ \text{kJ}$$

b) Prin definiţie randametul este $\eta=\frac{Q_u}{Q_c}$, unde Q_u reprezintă căldura utilă şi este aceeaşi cu căldura necesară gheţii pentru a fi adusă în stare de vapori şi Q_c reprezintă căldura consumată prin arderea combustibilului, astfel că:

$$Q_c=m\cdot q\Rightarrow \eta=\frac{Q_u}{mq}\Rightarrow m=\frac{Q_u}{\eta q}\approx 67{,}24\ \text{g}$$

9. a) Prin definiţie căldura specifică a alamei este $c=\frac{Q}{m_{al}\Delta T}=\frac{Q_{cu}+Q_{zn}}{(m_{cu}+m_{zn})\Delta T}$. Deoarece alama este un amestec din cupru cu masa $m_{cu}=fm_{al}$ şi zinc cu masa $m_{zn}=(1-f)m_{al}$ obţinem:

$$c=\frac{m_{cu}c_{cu}\Delta T+m_{zn}c_{zn}\Delta T}{m_{al}\Delta T}=\frac{fm_{al}c_{cu}+(1-f)m_{al}c_{zn}}{m_{al}}=fc_{cu}+(1-f)c_{zn}\Rightarrow$$

c=396,6 J/kgK

b) Calculăm cantitatea de gheaţă m_x care se topeşte. În acest proces alama cedează căldură. Gheaţa primeşte căldură ca să se încălzească de la t_g la t_0=0°C şi pentru ca masa m_x de gheaţă să se topească, în timp ce calorimetrul primeşte căldură ca să se încălzească de t_g la t_0=0°C. Ecuaţia calorimetrică $|Q_{cedat}|=|Q_{primit}|$ devine:

$$m_{al}c_{al}(t-t_0)=m_gc_g(t_0-t_g)+m_x\lambda_g+C(t_0-t_g)\Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_x=\frac{m_{al}c_{al}(t-t_0)-(m_gc_g+C)(t_0-t_g)}{\lambda_g}\approx 111{,}35g$$

10. În acest proces fosforul cedează căldură. Inițial fosforul se răcește în stare lichidă până la temperatura de topire, se solidifică și apoi se răcește în stare solidă: $|Q_c| = m_p c_l (t_p - t_t) + m_p \lambda_p + m_p c_s (t_t - t_e)$, unde t_e reprezintă temperatura de echilibru. Căldura cedată de fosfor este preluată de calorimetru, $Q_c = m_a c_a (t_e - t_g)$ și de gheață, care se încălzește până la t_0=0°C, se topește la t_0 și apoi se încălzește sub formă de apă până la t_e, astfel că:

$$Q_a = m_g c_g (t_0 - t_g) + m_g \lambda_g + m_g c_a (t_e - t_0) \Rightarrow$$

$$Q_{primit} = m_a c_a (t_e - t_g) + m_g c_g (t_0 - t_g) + m_g \lambda_g + m_g c_a (t_e - t_0)$$

Cum $|Q_c| = Q_{primit} \Rightarrow m_p \left[c_l (t_p - t_t) + \lambda_p + c_s (t_t - t_e)\right] =$

$$= m_a c_a (t_e - t_g) + m_g c_g (t_0 - t_g) + m_g \lambda_g + m_g c_a (t_e - t_0) \Rightarrow$$

$$m_p = \frac{m_a c_a (t_e - t_g) + m_g c_g (t_0 - t_g) + m_g \lambda_g + m_g c_a (t_e - t_0)}{c_l (t_p - t_t) + \lambda_p + c_s (t_t - t_e)} \approx 1{,}29 \text{ kg}$$

Obs: deoarece pentru calorimetru se cunoaște echivalentul în apă al acestuia, calculăm capacitatea calorică a calorimetrului prin înmulțirea echivalentului în apă al calorimetrului cu căldura specifică a apei, astfel că $C = m_a c_a$.

11. Deoarece temperatura de echilibru devine t, în acest proces calorimetrul și apa aflată în aceasta se răcesc și cedează căldură, cuprul introdus în calorimetru cedează și el căldură, deoarece se răcește. Gheața este singura care primește căldură. Pe baza ecuației calorimetrice: $|Q_c| = Q_p$, obținem:

$$mc(t_a - t) + m_a c_a (t_a - t) + m_c c_c (t_c - t) = m_g c_g (-t_g) + m_g \lambda_g + m_g c_a t_a \Rightarrow$$

$$m_a = \frac{m_g (-c_g t_g + \lambda_g + c_a t_a) - mc(t_a - t) - m_c c_c (t_c - t)}{c_a (t_a - t)} \approx 102{,}22 g$$

12. a) În acest proces cele două bare de fier și de aluminiu cedează căldură, deoarece se răcesc, calorimetrului și apei aflate în el și acestea se încălzesc. Conform ecuației calorimetrice $|Q_c| = Q_p$, obținem:

$$m_1 c_{Fe} (t_1 - t) + m_2 c_{Al} (t_1 - t) = C(t - t_2) + m_a c_a (t - t_2) \Rightarrow$$

$$m_1 c_{Fe} t_1 - m_1 c_{Fe} t + m_2 c_{Al} t_1 - m_2 c_{Al} t = Ct - Ct_2 + m_a c_a t - m_a c_a t_2 \Rightarrow$$

$$t = \frac{(m_1 c_{Fe} + m_2 c_{Al}) t_1 + (C + m_a c_a) t_2}{m_1 c_{Fe} + m_2 c_{Al} + C + m_a c_a} \approx 28{,}52°C$$

b) Calculăm masa m_g de gheață care trebuie introdusă în calorimetru ca temperatura de echilibru să devină t_e=0. În acest proces cele două bare, calorimetrul și apa aflată în el cedează căldură deoarece se răcesc până la

t_e=0, iar această căldură este preluată de gheaţă, care se încălzeşte până la t_e=0°C şi apoi se topeşte integral, astfel că:

$$(m_1 c_{Fe} + m_2 c_{Al})(t_1 - t_e) + (C + m_a c_a)(t_2 - t_e) = m_g c_g (t_e - t_g) + m_g \lambda_g \Rightarrow$$

$$m_g = \frac{(m_1 c_{Fe} + m_2 c_{Al})(t_1 - t_e) + (C + m_a c_a)(t_2 - t_e)}{c_g (t_e - t_g) + \lambda_g} \approx 89{,}15 g$$

13. a) În acest proces vasul de alamă şi masa de apă aflată în el se încălzesc şi primesc căldură de la mercurul introdus în el, astfel că:

$$(m_1 c_{al} + m_2 c_a)(t - t_1) = m_3 c_{Hg}(t_2 - t) \Rightarrow c_{Hg} = \frac{(m_1 c_{al} + m_2 c_a)(t - t_1)}{m_3 (t_2 - t)} \approx 137{,}34 \text{ J/kg K}$$

b) Calculăm căldura necesară gheţii ca să se topească complet: $Q_g = m_g \lambda_g = 3350$ J şi căldura cedată de mercur pentru a se răci până la t=0°C $\Rightarrow |Q_{Hg}| = m_3 c_{Hg} \cdot t_2 = 6867$ J. Deoarece căldura cedată de mercur dacă s-ar răci până la 0°C este mai mare decât căldura necesară gheţii pentru a se topi integral, înseamnă că temperatura de echilibru este mai mare decât 0°C

$$m_g \lambda_g + m_g c_a t = m_3 c_{Hg}(t_2 - t) \Rightarrow t = \frac{m_3 c_{Hg} t_2 - m_g \lambda_g}{m_g c + m_3 c_{Hg}} \approx 31{,}78°C$$

14. a) Calculăm cantitatea de căldură necesară vaporizării masei m_a de apă într-o oră: $Q = m_a c_a t + m_a \lambda_v = 266{,}8$ kJ. Prin definiţie $\eta = \frac{Q_u}{Q_c} \Rightarrow Q_c = \frac{Q_u}{\eta}$, unde Q_u reprezintă căldura utilă necesară vaporizării apei în timpul τ şi este $Q_u = \tau \cdot Q = 533{,}6$ kJ $\Rightarrow Q_c \approx 889{,}33$ kJ.

b) Amestecul va avea temperatura de echilibru t=100°C şi prin urmare gheaţa are nevoie de căldură pentru a se topi la 0°C şi pentru a se încălzi până la 100°C, astfel că $Q_g = m_2 \lambda_g + m_2 c_a t = 753$ kJ reprezintă căldura absorbită de gheaţă. Această căldură provine din condensarea vaporilor de apă şi este $Q_v = m_v \lambda_v$.

Cum $Q_g = Q_v \Rightarrow m_2(\lambda_g + c_a t) = m_v \lambda_v \Rightarrow m_v = \frac{m_2(\lambda_g + c_a t)}{\lambda_v} \approx 334{,}67$ g.

15. Pentru a putea preciza dacă temperatura de echilibru este mai mare, mai mică sau egală cu 0°C, atunci când se amestecă apă cu gheaţă, calculăm căldurile cedată de apă ca să se răcească de la t_a până la 0°C şi primită de gheaţă pentru ca să se încălzească de la t_g până la 0°C. Obţinem: $Q_a = m_a c_a t_a = 16{,}8$ kJ şi $Q_g = -m_g c_g t_g = 105$ kJ. Deoarece căldura necesară gheţii pentru a se încălzi până la 0°C este mai mare decât căldura cedată de apă pentru a se răci până la 0°C, calculăm căldura totală cedată de apă atât pentru a se răci până la 0°C cât şi pentru a îngheţa complet. Obţinem: $Q_{t_a} = m_a c_a t_a + m_a \lambda_g = 83{,}6$ kJ. Deoarece $Q_g > Q_{t_a} \Rightarrow$ căldura totală cedată de apă pentru a îngheţa complet este insuficientă pentru a încălzi gheaţa până la 0°C $\Rightarrow$ temperatura de echilibru este mai mică decât 0°C $\Rightarrow$

$$m_a c_a t_a + m_a \lambda_g + m_a c_g (0 - t) = m_g c_g (t - t_g) \Rightarrow$$

$$m_a c_a t_a + m_a \lambda_g - m_a c_g t = m_g c_g t - m_g c_g t_g \Rightarrow t = \frac{m_a c_a t_a + m_a \lambda_g + m_g c_g t_g}{(m_a + m_g) c_g} = -8{,}49°C$$

16. Calculăm căldura cedată de apă pentru a se răci până la 0°C: $Q_a = m_a c_a t_a = 6{,}3\,\text{kJ}$ şi căldura necesară gheţii pentru a se încălzi până la 0°C: $Q_g = -m_g c_g t_g = 8{,}4\,\text{kJ}$. Deoarece $Q_g > Q_a$, apa începe să înghețe. Presupunem că îngheaţă întreaga cantitate de apă, astfel că aceasta cedează căldura totală: $Q_{t_a} = m_a c_a t_a + m_a \lambda_g = m_a (c_a t_a + \lambda_g) = 39{,}7\,\text{kJ}$. Deoarece dacă îngheaţă total, căldura cedată de apă este mai mare decât căldura necesară gheţii pentru a se încălzi până la 0°C, înseamnă că în final se va obţine un amestec de apă şi gheaţă la 0°C şi o parte din apă îngheaţă. Calculăm masa m_x de apă care îngheaţă:

$$-m_g c_g t_g = m_a c_a t_a + m_x \lambda_g \Rightarrow m_x = \frac{-m_g c_g t_g - m_a c_a t_a}{\lambda_g} \approx 6{,}29\,\text{g}.$$

Masa de apă din compoziţia amestecului este $m_{af} = m_a - m_x \approx 93{,}71\,\text{g}$ iar masa de gheaţă este $m_{gf} = m_g + m_x \approx 206{,}29\,\text{g}$.

17. În acest proces apa cedează căldura $Q_a = m_a c_a (t_a - t_e)$. Gheaţa primeşte căldură ca să se încălzească de la temperatura t_g la 0°C, ca să se topească la 0°C şi apoi ca să se încălzească sub formă de apă, astfel că: $Q_g = m_g c_g (-t_g) + m_g \lambda_g + m_g c_a t_e$. Din $Q_a = Q_g \Rightarrow$

$$m_a c_a (t_a - t_e) = m_g (-c_g t_g + \lambda_g + c_a t_e) \Rightarrow m_a = \frac{m_g (-c_g t_g + \lambda_g + c_a t_e)}{c_a (t_a - t_e)} \approx 1{,}742\ \text{kg}$$

18. Notăm cu m masa picăturii de apă. Fie f fracţiunea care îngheaţă, astfel că masa de apă care îngheaţă este $m_g = fm$, iar restul se vaporizează, astfel că masa vaporilor va fi $m_v = m - m_g = m(1 - f)$. Căldura cedată la îngheţarea masei m_g este utilizată pentru vaporizarea masei m_v.

$$m_g \lambda_g = m_v \lambda_v \Rightarrow fm\lambda_g = (1 - f) m \lambda_v \Rightarrow f\lambda_g = \lambda_v - f\lambda_v \Rightarrow f = \frac{\lambda_v}{\lambda_v + \lambda_g} = 0{,}87 = 87\%$$

19. a) Scriem ecuația termică de stare pentru gazul aflat sub piston:

$$pV = \nu RT_0 \Rightarrow p \cdot Sh_0 = \nu RT_0 \Rightarrow h_0 = \frac{\nu RT_0}{pS}.$$

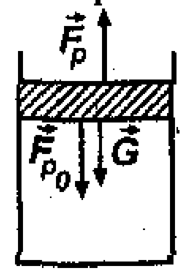


Fig. R 1.5.1

Aflăm presiunea gazului sub piston, impunând condiția de echilibru pistonului (fig R 1.5.1):

$$F_p = F_{p_0} + G \Rightarrow pS = p_0S + mg \Rightarrow h_0 = \frac{\nu RT_0}{p_0S + mg} = 24{,}93 \text{ cm}.$$

b) Deoarece presiunea gazului din cilindru este $p = p_0 + \frac{mg}{S} =$ constantă, transformarea gazului este izobară. Conform legii transformării izobare: $\frac{Sh_0}{T_0} = \frac{Sh}{T} \Rightarrow h = h_0\frac{T}{T_0}$.

Aflăm cum depinde temperatura gazului de timp și pentru aceasta ținem cont că temperatura gazului este egală cu cea a apei. Calculăm temperatura sistemului apă-gaz, ținând cont că serpentina cedează căldură care este utilizată la încălzirea sistemului.

$Q_{cedat} = m_{ag}c(\theta_1 - \theta_2) = Dtc(\theta_1 - \theta_2)$, deoarece $m_{ag} = Dt$ reprezintă masa agentului în timpul t.

$Q_{primit} = Q_{primit\_apa} + Q_{primit\_gaz} = m_ac_a(\theta - \theta_0) + \nu C_p(\theta - \theta_0)$, unde θ reprezintă temperatura de echilibru.

Cum $Q_{cedat} = Q_{primit} \Rightarrow Dtc(\theta_1 - \theta_2) = (m_ac_a + \nu C_p)(\theta - \theta_0) \Rightarrow$

$\Rightarrow \theta = \theta_0 + \frac{Dtc(\theta_1 - \theta_2)}{m_ac_a + \nu C_p} \Rightarrow T = T_0 + \frac{Dtc(\theta_1 - \theta_2)}{m_ac_a + \nu C_p}$ (relația s-a obținut din *precedenta prin adunarea lui 273 K în ambele părți). Obținem:*

$h = \frac{h_0}{T_0}\left[T_0 + \frac{Dtc(\theta_1 - \theta_2)}{m_ac_a + \nu C_p}\right] \Rightarrow h = h_0\left[1 + \frac{Dtc(\theta_1 - \theta_2)}{T_0(m_ac_a + \nu C_p)}\right] \Rightarrow$ această relație *redă dependența înălțimii h în funcție de* timpul t. Deoarece funcția obținută este gradul unu înseamnă că h depinde liniar de timp.

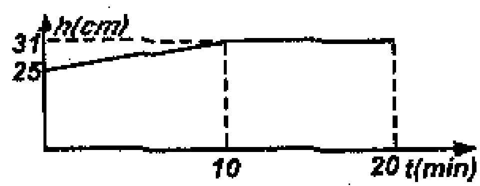


Fig. R 1.5.2

Calculăm *la ce moment de timp începe* să fiarbă apa, adică $\theta = 100°C$. Obținem:

$$t = \frac{(m_ac_a + \nu C_p)(\theta - \theta_0)}{Dc(\theta_1 - \theta_2)} \approx 613s = 10'13'' \Rightarrow \text{după 10 minute și 13 secunde începe}$$

să fiarbă apa și din acest moment temperatura rămâne constantă până la dispariția apei din vas. Reprezentarea înălțimii de timp este redată în figura R 1.5.2.

Obs: h_{max} se obține când t=613 s $\Rightarrow h_{max} \approx 31$ cm.

c) După ce a fost atinsă temperatura de fierbere întreaga căldură cedată de serpentină este preluată de apa care se vaporizează astfel că:

$$Q_{primit} = m_v\lambda_v \Rightarrow Dtc(\theta_1 - \theta_2) = m_v\lambda_v \Rightarrow \frac{m_v}{t} = \frac{Dc(\theta_1 - \theta_2)}{\lambda_v} = 2{,}22\ \text{g/s}$$

20. a) Din grafic observăm că apa se răceşte cu $\Delta\theta_1$=10°C într-un timp t_1=1 min. Presupunem că congelatorul primeşte de la apă aceeaşi cantitate de căldură q în fiecare minut, astfel că $q = m_a c_a \Delta\theta_1$, unde cu m_a am notat masa apei. Deoarece căldura totală cedată de apă ca să îngheţe total este: $Q = m_a c_a\,\theta_1 + m_a\lambda_g = m_a(c_a\,\theta_1 + \lambda_g)$, unde θ_1=80°C reprezintă temperatura iniţială la care se află apa, atunci $t = \dfrac{Q}{q} = \dfrac{c_a\theta_1 + \lambda_g}{c_a\Delta\theta_1} = 16\,\text{min}$.

b) $Q_a = m_a(c_a\theta_1 + \lambda_g) = 336\ \text{kJ}$.

21. a) Din grafic observăm că $\Delta\tau_1$=50 min, temperatura de echilibru a amestecului este t=0°C ceea ce demonstrează că în acest interval de timp se topeşte gheaţa. În intervalul de timp $\tau_2 \in$ (50 min, 60 min) temperatura amestecului creşte cu $\Delta t = 2°$ C, ceea ce demonstrează că apa se încălzeşte. Presupunem că mediul cedează în mod uniform căldură amestecului şi fie q cantitatea de căldură cedată într-un minut. Astfel în $\Delta\tau_2$=10 min când apa se încălzeşte, cantitatea de căldură cedată de mediu este $Q = q\cdot\Delta\tau_2$ şi reprezintă căldura primită de apă (amestec) pentru a se încălzi de la 0°C la Δt_2=2°C$\Rightarrow Q = m\cdot c_a\cdot\Delta t_2 \Rightarrow q\Delta\tau_2 = m\cdot c_a\cdot\Delta t_2 \Rightarrow q = \dfrac{m\cdot c_a\cdot\Delta t_2}{\Delta\tau_2}$=8,4 kJ/min

b. Calculăm masa iniţială de gheaţă din vas ţinând cont că în $\Delta\tau_1$ numai gheaţa preia căldură de la mediu ca să se topească, astfel că $m_1\lambda_g = q\Delta\tau_1 \Rightarrow$

$$m_1 = \frac{mc_a\Delta t_2}{\lambda_g}\cdot\frac{\Delta\tau_1}{\Delta\tau_2} \Rightarrow m_1 \approx 1{,}254\ \text{kg}.$$

c. Dacă la momentul τ_1=60 min în apa aflată la temperatura de 2°C se introduce o bucată de gheaţă, gheaţa se încălzeşte şi apoi se topeşte, astfel că după $\Delta\tau$=20 min din momentul introducerii, temperatura de echilibru este de 0°C. În acest proces cedează căldură apa până se răceşte la 0°C şi mediul, iar gheaţa preia această căldură ca să se încălzească de la t_2 până la t_3=0°C şi pentru ca apoi o masă m_x să se topească:

$|Q|_{cedat} = mc_a\Delta t_2 + q\Delta\tau$ şi $Q_{primit} = m_2 c_g(t_3 - t_2) + m_x\lambda_g$

Cum $|Q_{cedat}| = Q_{primit} \Rightarrow mc_a\Delta t_2 + q\Delta\tau = m_2 c_g(t_3 - t_2) + m_x\lambda_g \Rightarrow$

$$\Rightarrow m_x = \frac{mc_a\Delta t_2 + q\Delta\tau - m_2c_g(t_3 - t_2)}{\lambda_g} = \frac{mc_a\Delta t_2\left(1 + \dfrac{\Delta\tau}{\Delta\tau_2}\right) - m_2c_g(t_3 - t_2)}{\lambda_g} \approx 0{,}69\,\text{kg}$$

$\Rightarrow$ compoziția amestecului este: apă cu masa $m_a = m + m_x \approx 10{,}69$ kg și gheață rămasă cu masa $m_g = m_2 - m_x = 1{,}31$ kg.

22. a) Prin definiție puterea este $P = \dfrac{L}{t} = \dfrac{L_{ciclu}}{T} = L_{ciclu}\cdot n \Rightarrow L_{ciclu} = \dfrac{P}{n} = 1$ kJ, *unde T este perioada în care se efectuează un ciclu.*

b) Pe baza definiției randamentului:

$$\eta = \frac{L_{ciclu}}{Q_{absorbit}} \Rightarrow Q_{absorbit} = \frac{L_{ciclu}}{\eta} = \frac{P}{\eta n} = 4 \text{ kJ}.$$

c) Deoarece căldura cedată de motor este preluată integral de apă, atunci: $|Q_{cedat}| = Q_{apa} = m_a c(t_2 - t_1)$, iar căldura cedată pe un ciclu este: $|Q| = Q_{primit} - L_{ciclu} = L_{ciclu}\left(\dfrac{1}{\eta} - 1\right) = \dfrac{PT(1-\eta)}{\eta} \Rightarrow |Q_{cedat}| = N\cdot|Q| = \dfrac{Pt(1-\eta)}{\eta}$ unde N reprezintă numărul de cicluri și $N = \dfrac{t}{T} \Rightarrow m_a c(t_2 - t_1) = \dfrac{Pt(1-\eta)}{\eta}$.

Cum prin definiție debitul masic este $D_m = \dfrac{m_a}{t} \Rightarrow D_m = \dfrac{P(1-\eta)}{\eta c(t_2 - t_1)} \approx 0{,}6$ kg/s.

23. a. Deoarece corpurile 1 și 3 își schimbă faza (se topesc sau se vaporizează) la aceeași temperatură înseamnă că sunt confecționate din același material.

b. Din grafic observăm că cele două corpuri 1 și 3 încep să-și schimbe faza la același moment de timp și prin urmare căldurile primite de cele două corpuri sunt egale, astfel că $Q_1 = Q_3 \Rightarrow m_1c_1\Delta t_1 = m_3c_3\Delta t_3$. Deoarece corpurile 1 și 3 sunt din același material, atunci $c_1 = c_3 \Rightarrow m_1\Delta t_1 = m_3\Delta t_3$.

Din grafic observăm că $\Delta t_1 < \Delta t_3 \Rightarrow m_1 > m_3 \Rightarrow$ corpul 1 are masa mai mare decât corpul 3.

c. Deoarece dreptele care redau dependența temperaturii corpurilor 2 și 4 de timp sunt paralele, variațiile de temperatură ale celor două corpuri sunt egale și prin urmare corpurile 2 și 4 se încălzesc la fel de repede.

d. Cum $Q_2 = Q_4 \Rightarrow C_2\Delta t_2 = C_4\Delta t_4$ și $\Delta t_2 = \Delta t_4 \Rightarrow C_2 = C_4 \Rightarrow$, capacitățile calorice ale corpurilor 2 și 4 sunt egale.

2.1. Rezistența electrică. Legea lui Ohm pentru un circuit electric simplu

1. Prin definiție intensitatea curentului electric este: $I = \frac{q}{t}$, unde q sarcina electrică și t este timpul în care sarcina electrică străbate o secțiune transversală a conductorului prin care trece. Cum sarcina electrică este o mărime fizică cuantificată: $q = Ne$, unde N reprezintă numărul de electroni ce trec prin secțiunea conductorului și e este valoarea sarcinii electrice elementare astfel că $I = \frac{Ne}{t} \Rightarrow N = \frac{It}{e} = 5 \cdot 10^{19}$ electroni.

2. a) Deoarece intensitatea curentului este reprezentată în funcție de timp, aria cuprinsă între curba intensității și axa timpului semnifică fizic sarcina electrică care traversează secțiunea transversală a unui fir metalic.

$$q = 10 + \frac{10 \cdot 4}{2} = 30 \text{ C}$$

b) Deoarece în intervalul de timp $[1s,5s]$ intensitatea curentului scade liniar cu trecerea timpului, legea este: $I = at + b$. Aflăm constantele a și b punând condiția ca această dreapta sa treacă prin punctele:

$t = 1s \Rightarrow I = 10A$ astfel că $10 = a + b$ și $t = 5s \Rightarrow I = 0A \Rightarrow$

$$0 = 5a + b \Rightarrow b = -5a \Rightarrow 10 = -4a \Rightarrow a = \frac{-5}{2} \text{ și } b = \frac{25}{2} \Rightarrow$$

$I = -\frac{5}{2}t + \frac{25}{2} \Rightarrow$ la momentul $t = 4$ s $\Rightarrow I = 2{,}5$ A.

c. Intensitatea medie a curentului este $I_{med} = \frac{q}{\Delta t}$ =6 C

3. Cum $I = \frac{q}{t}$, iar $q = Ne \Rightarrow I = \frac{Ne}{t}$. Prin definiție concentrația volumică a electronilor este: $n = \frac{N}{V} \Rightarrow N = nV = nSL$. Se consideră volumul V de formă cilindrică, astfel că $V = SL$, unde S este secțiunea și L lungimea firului. Presupunând că electronii au o mișcare rectilinie și uniformă viteza lor de transport se calculează astfel:

$$L = v_m \cdot t \Rightarrow V = Sv_m t \Rightarrow N = nSv_m t \Rightarrow I = neSv_m \Rightarrow v_m = \frac{I}{neS} \Rightarrow v_m = 10^{-3} \text{ m/s.}$$

4. Dependența rezistenței electrice în funcție de temperatură se găsește din dependența rezistenței electrice de dimensiunile conductorului: $R = \frac{\rho \ell}{S}$ și din dependența rezistivității electrice de temperatură: $\rho = \rho_0(1+\alpha t)$, astfel că: $R = \frac{\rho_0 \ell}{S}(1+\alpha t) = R_0(1+\alpha t)$, unde $R_0 = \frac{\rho_0 \ell}{S}$ reprezintă rezistența electrică la temperatura de $0°C$.

Cum $R = 3R_0 \Rightarrow 1{,}5R_0 = R_0(1+\alpha t) \Rightarrow \alpha t = 0{,}5 \Rightarrow t = \frac{1}{2\alpha} = 1250°$ C.

5. Aflăm rezistența electrică la $0°C$ conform formulei $R_0 = \frac{\rho_0 \ell}{S} = 8{,}6\ \Omega$ și calculăm rezistența electrică la temperatura t: $R = R_0(1+\alpha t) = 77{,}4\ \Omega$.

6. Deoarece cele două bastonașe sunt legate în serie obținem:

$$R_s = R_1 + R_2 = \frac{\rho_1 \ell_1}{S} + \frac{\rho_2 \ell_2}{S} = \frac{\rho_{01}(1+\alpha_1 t)\ell_1}{S} + \frac{\rho_{02}(1+\alpha_2 t)\ell_2}{S} =$$

$$= \frac{\rho_{01}\ell_1 + \rho_{02}\ell_2}{S} + \frac{1}{S}(\rho_{01}\alpha_1\ell_1 + \rho_{02}\alpha_2\ell_2)t.$$

Deoarece rezistența nu depinde de temperatură $\Rightarrow \rho_{01}\alpha_1\ell_1 + \rho_{02}\alpha_2\ell_2 = 0$

$$\Rightarrow \rho_{01}\alpha_1\ell_1 = -\rho_{02}\alpha_2\ell_2 \Rightarrow \frac{\ell_1}{\ell_2} = -\frac{\rho_{02}\alpha_2}{\rho_{01}\alpha_1} = 0{,}4.$$

7.a) $m = dV = dS\ell \Rightarrow \ell = \frac{m}{dS} = 100$ m.

b) Aflăm valoarea rezistenței electrice pe baza formulei $R = \rho_{cu}\frac{\ell}{S} = 1{,}7\ \Omega$ și conform legii lui Ohm pentru o porțiune de circuit, obținem:

$$R = \frac{U}{I} \Rightarrow I = \frac{U}{R} = \frac{US}{\rho_{cu}\ell} = 2 \text{ A}.$$

c) Deoarece intensitatea maximă a curentului este $I_{max} \Rightarrow U_{max} = RI_{max} = 17$ V.

8.a) Considerăm un punct pe caracteristica curent-tensiune figura R 2.1 1 și obținem: $tg\alpha = \frac{I}{U}\frac{1}{R}$, astfel că cu cât α crește $\Rightarrow tg\alpha$ crește $\Rightarrow$ rezistența electrică scade.

Cum $\alpha_3 < \alpha_2 < \alpha_1 \Rightarrow R_1 < R_2 < R_3$.

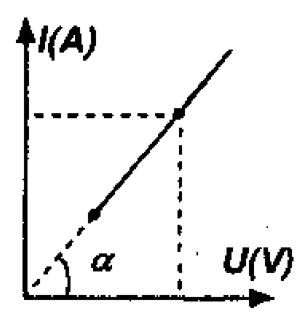


Fig. R 2.1.1

b) Prin definiție rezistența electrică este: $R_1 = \frac{U_1}{I_1} = 2\ \Omega$.

c) $\frac{R_1}{R_2} = \frac{U}{I_1}\cdot\frac{I_2}{U} = \frac{I_2}{I_1} = \frac{1}{3} = 0{,}(3)$.

9.a) Intensitatea de scurtcircuit se obține când se leagă bornele sursei împreună, astfel că $E = I_{sc} r \Rightarrow r = \dfrac{E}{I_{sc}} = 0{,}4\ \Omega$ reprezintă rezistența internă a sursei. Dacă legăm la bornele sursei o rezistență electrică R, intensitatea curentului electric prin circuit este $I = \dfrac{E}{R+r}$, conform legii lui Ohm pentru un circuit electric simplu, astfel că tensiunea la capetele rezistorului R este $U = RI = \dfrac{RE}{R+r}$ și căderea internă de tensiune pe sursă este $u = rI = \dfrac{rE}{R+r}$.

Cum $\dfrac{U}{u} = \dfrac{R}{r} = n \Rightarrow R = nr = 1{,}6\ \Omega$.

b) $I = \dfrac{E}{R+r} = \dfrac{E}{r(n+1)} = \dfrac{I_{sc}}{n+1} = 20\ \text{A}$

c) Cum $R = \dfrac{\rho\ell}{S} \Rightarrow S = \dfrac{\rho\ell}{R} = 3{,}125\ \text{mm}^2$.

10.a) Pe baza formulei rezistenței electrice: $R = \dfrac{\rho\ell}{S} \Rightarrow R = 2\ \Omega$.

b) Aplicăm legea lui Ohm pentru un circuit electric simplu și aflăm intensitatea curentului prin circuit: $I = \dfrac{E}{R+r}$, astfel că pe baza legii lui Ohm pentru un circuit electric simplu se obține $U = RI = \dfrac{RE}{R+r} = 8\ \text{V}$.

c) Un circuit dreptunghiular are lungimea L si lățimea ℓ_1, astfel că perimetrul acestuia este $2(L+\ell_1)$ egal cu lungimea ℓ a firului de crom-nichel (Fig R 2.1.2).

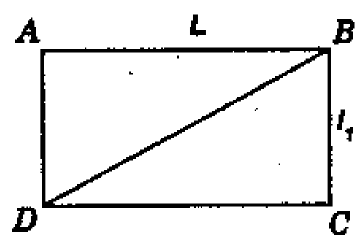


Fig. R 2.1.2

Cum $2(L+\ell_1) = \ell \Rightarrow \ell_1 = \dfrac{\ell}{2} - L = 4\ \text{m}$, atunci rezistențele celor două laturi sunt: $R_{AB} = \dfrac{\rho L}{S} = 0{,}6\ \Omega$ și $R_{AD} = \dfrac{\rho\ell_1}{S} = 0{,}4\ \Omega$.

Dacă sursa se leagă la capetele laturii mici AD, rezistența ei R_{AD} este legată în paralel cu gruparea serie a rezistențelor R_{AB}, R_{BC} și R_{CD}, astfel că $R'_{AD} = R_{AB} + R_{BC} + R_{CD} = 1{,}6\ \Omega$, astfel că rezistența echivalentă între punctele A și D este $R_{eAD} = \dfrac{R_{AD} R'_{AD}}{R_{AD} + R'_{AD}} = 0{,}32\ \Omega$. Prin urmare intensitatea curentului prin sursă este: $I_1 = \dfrac{E}{r + R_{eAD}} = 9{,}09\ \text{A}$.

Dacă sursa se leagă la capetele laturii mari AB, rezistența acesteia R_{AB} este legată în paralel cu gruparea serie a rezistențelor R_{BC}, R_{CD} și R_{DA}, astfel că $R'_{AB} = R_{BC} + R_{CD} + R_{DA} = 1,4\ \Omega$ și rezistența echivalentă în acest caz este:

$$R_{eAB} = \frac{R_{AB}R'_{AB}}{R_{AB} + R'_{AB}} = 0,42\ \Omega$$

Prin urmare intensitatea curentului prin sursă în acest caz este:

$$I_2 = \frac{E}{r + R_{eAB}} \approx 8,45 \text{ A}.$$

Raportul cerut este: $\frac{I_1}{I_2} = \frac{r + R_{eAB}}{r + R_{eAD}} \approx 1,076$.

11.a) Pe baza legii lui Ohm pentru un circuit electric simplu se obține intensitatea curentului electric: $I = \frac{E}{R+r} = 2$ A.

b) Tensiunea la bornele sursei se obține scăzând din tensiunea electromotoare a bateriei căderea internă de tensiune, astfel că: $U = E - Ir = \frac{RE}{R+r} = 8$ V.

c) La scurtcircuit se leagă bornele sursei împreună, astfel că rezistența R a circuitului exterior este nulă. Se obține intensitatea de scurtcircuit $I_{sc} = \frac{E}{r} = 10$ A care reprezintă intensitatea maximă care poate trece printr-o baterie.

12.a) Utilizăm legea lui Ohm pentru un circuit electric simplu și obținem: $E = I_1(R_1 + r)$ și $E = I_2(R_2 + r) \Rightarrow I_1(R_1 + r) = I_2(R_2 + r) \Rightarrow$

$$r(I_1 - I_2) = I_2R_2 - I_1R_1 \Rightarrow r = \frac{I_2R_2 - I_1R_1}{I_1 - I_2} = 1\ \Omega.$$

b) $E = I_1(R_1 + r) = \frac{I_1I_2(R_2 - R_1)}{I_1 - I_2} = 12$ V.

c) $I = \frac{E}{R_3 + r} = 3$ A.

13.a) Conform legii lui Ohm pentru un circuit electric simplu: $I = \frac{E}{R+r}$, iar tensiunea la bornele sursei este $U = E - u = E - Ir$, prin urmare tensiunea la bornele sursei depinde liniar de intensitatea curentului. Când I=0, adică la circuit deschis tensiunea la bornele sursei este $U = E = 16$ V, pe baza graficului.

b) Când $U=0 \Rightarrow E=Ir \Rightarrow r=\dfrac{E}{I}$ şi cum din grafic când $U=0 \Rightarrow I=40$ A, obţinem rezistenţa internă a sursei $r=0{,}4\ \Omega$.

c) $U=RI \Rightarrow E=I(R+r) \Rightarrow \dfrac{E}{U}=\dfrac{R+r}{R} \Rightarrow ER=UR+Ur \Rightarrow R=\dfrac{Ur}{E-U} \approx 0{,}133\ \Omega$

14.a) Tensiunea la capetele rezistenţei este $U_0=R_0I$, unde $I=\dfrac{E}{R_0+r}$, conform legii lui Ohm pentru un circuit electric simplu, astfel că: $U_0=\dfrac{R_0E}{R_0+r}=40$ V.

b) Cum rezistenţa electrică depinde de temperatură după legea $R=R_0(1+\alpha t) \Rightarrow t=\dfrac{R-R_0}{R_0\alpha}=2200^oC$.

c) Calculăm tensiunea la bornele rezistenţei R prin analogie cu punctul **a,** astfel că: $U=\dfrac{RE}{R+r}$, prin urmare variaţia relativă a tensiunii la bornele rezistenţei este: $f=\dfrac{U-U_0}{U_0}=\dfrac{U}{U_0}-1=\dfrac{R(R_0+r)}{R_0(R+r)}-1=5\%$.

15.a) Fie R rezistenţa rezistorului, astfel că $I=\dfrac{E}{R+r}$, pe baza legii lui Ohm pentru un circuit electric simplu. Dacă se măreşte rezistenţa cu f_1, noua valoare a rezistenţei este $R_1=R(1+f_1)$, iar $I_1=\dfrac{E}{R(1+f_1)+r}$ este cu f_2 mai mică decât I, astfel că $I_1=I(1-f_2) \Rightarrow \dfrac{E}{R(1+f_1)+r}=\dfrac{(1-f_2)E}{R+r} \Rightarrow$

$r=\dfrac{R(f_1-f_2-f_1f_2)}{f_2}$. Dacă rezistenţa se micşorează cu $f_1 \Rightarrow R_2=R(1-f_1)$

$$\Rightarrow I_2=\frac{E}{R(1-f_1)+r} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1}=\frac{R(1+f_1)+r}{R(1-f_1)+r}=\frac{1}{1-2f_2} \Rightarrow I_2=\frac{I_1}{1-2f_2}=\frac{I(1-f_2)}{1-2f_2}=32\text{A}$$

b) $U_2=RI_2$ şi $U_1=R_1I_1 \Rightarrow f=\dfrac{U_2-U_1}{U_1}=\dfrac{U_2}{U_1}-1=\dfrac{I_2R_2}{I_1R_1}-1=\dfrac{2(f_2-f_1+f_1f_2)}{(1+f_1)(1-2f_2)}=0$, prin urmare tensiunea rămâne nemodificată

c) Pe baza legii dependenţei rezistenţei de temperatură $R=R_0(1+\alpha\Delta t)$, deci

$$\Rightarrow \frac{R-R_0}{R_0}=\frac{R}{R_0}-1=\alpha\Delta t=4{,}8\%.$$

2.2 Gruparea rezistoarelor

1.a) Aflăm valoarea rezistenței R, astfel că:

$$\frac{1}{R_p}=\frac{1}{R}+\frac{1}{2R}+\frac{1}{3R}=\frac{11}{6R}\Rightarrow R=\frac{11R_p}{6}=22\ \Omega.$$

La conectarea în serie a rezistoarelor obținem rezistența echivalentă:

$R_s=R+2R+3R=6R=132\ \Omega.$

b) Calculăm pe baza legii lui Ohm pentru o porțiune de circuit intensitățile curenților care circulă prin fiecare rezistor, astfel că:

$$I_1=\frac{U}{R}=3\ \text{A},\ I_2=\frac{U}{2R}=1{,}5\ \text{A și } I_3=\frac{U}{3R}=1\ \text{A}.$$

c) Aflăm intensitatea curentului care circulă prin rezistoarele legare în serie:

$I=\dfrac{U}{R_s}=0{,}5$ A, astfel că tensiunea pe rezistența R este $U_1=RI=11$ V.

2.a) Pe baza definiției rezistenței electrice $R=\dfrac{U}{I}\Rightarrow R_1=5\ \Omega$ și $R_2=20\ \Omega$, valori calculate pe baza valorilor din grafic.

b) $\dfrac{R_s}{R_p}=\dfrac{(R_1+R_2)^2}{R_1R_2}=6{,}25$, deoarece $R_s=R_1+R_2$ și din $\dfrac{1}{R_p}=\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_2}\Rightarrow$

$R_p=\dfrac{R_1R_2}{R_1+R_2}$.

3. Când comutatorul K este deschis, rezistențele R și R sunt legate în serie, rezistențele $2R$ și $3R$ sunt legate în serie iar cele două grupări sunt legate în paralel, astfel că rezistența echivalentă este: $R_1=\dfrac{2R\cdot 5R}{2R+5R}=\dfrac{10R}{7}$.

Când comutatorul K este închis rezistențele R și $2R$ sunt legate în paralel, rezistențele R și $3R$ sunt legate și ele în paralel și cele două grupări sunt legate în serie, astfel că rezistența echivalentă este: $R_2=\dfrac{2R}{3}+\dfrac{3R}{4}=\dfrac{17R}{12}$.

4. Curentul electric trece cu intensitatea cât mai mare prin rezistorul cu rezistența cât mai mică dacă mai multe rezistoare sunt legate în paralel și din această cauză deoarece între punctele A și C există un fir metalic cu rezistență nulă, curentul electric va trece prin acest fir metalic și astfel rezistențele R_1 și R_2 legate în serie sunt șuntate (adică curentul electric nu circulă prin ele). La fel firul metalic legat între punctele C și D șuntează rezistențele R_3 și R_4 legate în serie. Prin urmare rezistența electrică echivalentă între punctele A și B este $R_{AB}=R_5$.

5. Deoarece între punctele A şi E este legat un fir metalic fără rezistenţă, conform legii lui Ohm pentru o porţiune de circuit $U_{AE}=R_{AE}I=0$ (fig R 2.2.1). Cum tensiunea electrică reprezintă diferenţa de potenţial, astfel că $U_{AE}=V_A-V_E$, deoarece $U_{AE}=0 \Rightarrow V_A=V_E$. Datorită firului metalic legat între punctele C şi D $\Rightarrow U_{CD}=0 \Rightarrow V_C=V_D$. Observăm că montajul este echivalent cu trei rezistoare legate în paralel iar gruparea lor este legată în serie cu rezistenţa R, astfel că $R_{AB}=R_{AC}+R$, unde $\frac{1}{R_{AC}}=\frac{1}{R}+\frac{1}{R}+\frac{1}{R}=\frac{3}{R} \Rightarrow R_{AC}=\frac{R}{3} \Rightarrow R_{AB}=\frac{R}{3}+R=\frac{4R}{3}$.

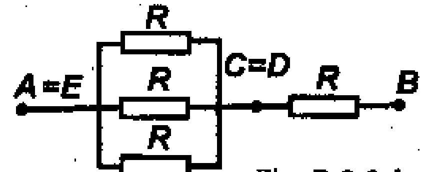


Fig. R 2.2.1

6. Pentru a afla rezistenţa echivalentă între punctele A şi B observăm că rezistenţa R_2 este legată în paralel cu gruparea serie a rezistenţelor R_1, R_4 şi R_3. Obţinem rezistenţa echivalentă $R_{AB}=\frac{R_2(R_1+R_4+R_3)}{R_1+R_2+R_3+R_4}=\frac{44}{15}\Omega$.

Analog obţinem rezistenţa echivalentă $R_{AD}=\frac{R_1(R_2+R_3+R_4)}{R_1+R_2+R_3+R_4}=\frac{12}{5}=2{,}4\ \Omega$.

Pentru a calcula rezistenţa echivalentă între punctele A şi C, observăm că rezistenţele R_1 şi R_4 sunt legate în serie, R_2 şi R_3 sunt legate şi ele în serie şi cele două grupări sunt legate în paralel, astfel că: $R_{AC}=\frac{(R_1+R_4)(R_2+R_3)}{R_1+R_2+R_3+R_4}=\frac{10}{3}\Omega$.

Analog $R_{BD}=\frac{(R_1+R_2)(R_3+R_4)}{R_1+R_2+R_3+R_4}=\frac{56}{15}\Omega$.

7. Observăm că rezistenţele R şi $3R$ sunt legate în paralel, iar rezistenţa lor echivalentă $\frac{3R}{4}$ este legată în serie cu rezistenţa $\frac{R}{4}$, astfel că gruparea lor are rezistenţa echivalentă R şi este legată cu rezistenţa R în paralel obţinându-se o rezistenţă echivalentă $\frac{R}{2}$. Această rezistenţă $\frac{R}{2}$ este legată în serie cu rezistenţa $\frac{3R}{2}$, iar rezistenţa lor echivalentă $2R$ este legată cu rezistenţa R în paralel, astfel că rezistenţa echivalentă este $R_{AB}=\frac{2R}{3}$.

8. Observăm că ramura superioară este identică cu cea inferioară, iar cele două ramuri au rezistenţe egale şi sunt legate în paralel. Calculăm rezistenţa unei ramuri, observând că cele trei rezistenţe R_2 sunt legate în paralel, gruparea lor este apoi legată în serie cu R_5 şi în serie cu gruparea paralel a *rezistențelor R_3 și R_4, astfel că rezistența echivalentă a unei ramuri este:* $R = \frac{R_2}{3} + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} + R_5 = 7\ \Omega$. Cele două ramuri sunt legate în paralel și rezistența echivalentă a lor $R/2$ este legată în serie cu două rezistențe R_1, astfel că: $R_{AB} = R_1 + \frac{R}{2} + R_1 = 2R_1 + \frac{R}{2} = 5{,}5\ \Omega$.

9. Observăm că rezistența $2R$ este legată în serie cu rezistența R iar gruparea lor este legată cu rezistența $3R$ în paralel, astfel că toate se înlocuiesc cu o rezistență echivalentă cu rezistența $R_1 = \frac{3R(R+2R)}{3R+R+2R} = \frac{3R}{2}$.

Această rezistență R_1 este legată în serie cu rezistența $\frac{R}{2}$, iar gruparea lor serie este legată cu rezistența $2R$ în paralel, astfel că le putem înlocui pe toate cu o rezistență echivalentă $R_2 = \frac{(\frac{3R}{2} + \frac{R}{2}) \cdot 2R}{\frac{3R}{2} + \frac{R}{2} + 2R} = R$. Această rezistență R_2 este legată în serie cu rezistența R și gruparea lor este legată în paralel cu rezistența $4R$, astfel că: $R_{AB} = \frac{4R(R+R)}{4R+R+R} = \frac{4R}{3} = 4\ \Omega$.

10. Calculăm rezistența echivalentă între punctele A și B. Punctele A și C au același potențial, astfel că rezistențele electrice între aceste puncte sunt legate în paralel și rezistența echivalentă a lor este $R_{AC} = \frac{2R^2}{3R} = \frac{2R}{3}$ (fig R 2.2.2). Între punctele D și E, $R_{DE} = \frac{R}{4}$, deoarece două rezistențe $\frac{R}{2}$ sunt legate în paralel, astfel că $R_{ADEB} = \frac{2R}{3} + \frac{R}{4} + R = \frac{23R}{12}$.

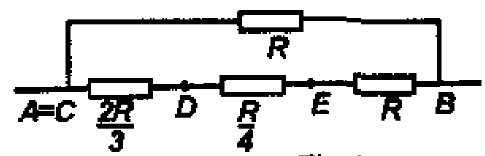


Fig. R 2.2.2

Se observă că R_{CB} și R_{ADEB} sunt legate în paralel $R_{e_{AB}} = \frac{23R}{35}$.

$R_{e_{AC}} = 0$, deoarece între punctele A și C există un fir metalic fără rezistență.

Calculăm rezistența echivalentă între punctele A și D: Deoarece $R_{e_{DE}} = \frac{R}{4}$ este legată în serie cu R_{EB} și R_{BC}, atunci $R_{DEBC} = \frac{R}{4} + R + R = \frac{9R}{4}$.

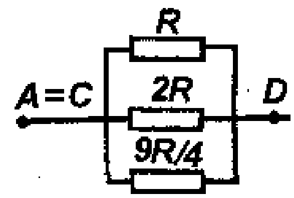


Fig. R 2.2.3

Punctele A și C coincid pentru că au același potențial electric, astfel că între punctele A și D sunt trei rezistențe legate în paralel R, $2R$ și $\frac{9R}{4}$ astfel că obținem (fig R 2.2.3): $\frac{1}{R_{e_{AD}}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{2R} + \frac{4}{9R} = \frac{35}{18R} \Rightarrow R_{e_{AD}} = \frac{18R}{35}$.

11. Calculăm rezistența echivalentă între punctele A și B. În acest caz pătratul $ECDE$ este scurtcircuitat, astfel că $R_{e_{AB}} = \frac{R \cdot 3R}{4R} = \frac{3R}{4} = 0{,}75\ \Omega$.

Calculăm rezistența echivalentă între punctele A și C. Inițial calculăm rezistența echivalentă între punctele A și E, astfel că $R_{AE} = \frac{2R \cdot 2R}{4R} = R$, deoarece cele două ramuri conțin fiecare rezistența echivalentă $2R$ și sunt legate în paralel. Calculăm $R_{EC} = \frac{2R \cdot 6R}{8R} = \frac{3R}{2}$, deoarece între punctele E și C sunt două rezistențe 2R și 6R legate în paralel. Cum R_{AE} și R_{EC} sunt legate în serie, astfel că $R_{e_{AC}} = R_{AE} + R_{EC} = \frac{5R}{2} = 2{,}5\ \Omega$.

Calculăm rezistența echivalentă între punctele A și D: $R_{e_{AD}} = R_{AE} + R_{ED}$.

$$R_{e_{AD}} = \frac{2R \cdot 2R}{4R} + \frac{4R \cdot 4R}{8R} = R + 2R = 3R = 3\ \Omega.$$

12. Calculăm rezistența echivalentă între punctele A și B. Rezistența între $FGCDF$ este inutilă. Aflăm rezistența echivalentă între punctele A și E, astfel că rezistențele $2R$ și R_{AFE}=$4R$ sunt legate în paralel$\Rightarrow R_{AE} = \frac{2R \cdot 4R}{6R} = \frac{4R}{3}$.

Aflăm rezistența echivalentă între punctele E și B: $R_{EB} = \frac{R \cdot 2R}{3R} = \frac{2R}{3}$.

$$R_{AB} = R_{AE} + R_{EB} = \frac{4R}{3} + \frac{2R}{3} = 2R = 18\ \Omega.$$

Calculăm rezistența echivalentă între punctele A și C. Rezistența triunghiului care are rezistența R pe fiecare latură și are un vârf în E nu contează pentru R_{AC}. Calculăm $R_{AF} = \frac{(R_{AE} + R_{EF})3R}{R_{AE} + R_{EF} + 3R} = \frac{3R \cdot 3R}{6R} = \frac{3R}{2}$.

Calculăm R_{FG}, ținând cont că datorită firului metalic legat între punctele F și D, potențialele acestor puncte sunt egale astfel că cele două rezistențe R sunt legate în paralel $\Rightarrow R_{FG} = \frac{R}{2}$. Calculăm rezistența echivalentă între punctele G și $C \Rightarrow R_{GC} = \frac{\left(\frac{R}{6} + \frac{R}{6}\right)\frac{5R}{3}}{\frac{R}{6} + \frac{R}{6} + \frac{5R}{3}} = \frac{\frac{R}{3} \cdot \frac{5R}{3}}{2R} = \frac{5R}{18}$

Obținem: $R_{AC} = R_{AF} + R_{FG} + R_{GC} = \frac{3R}{2} + \frac{R}{2} + \frac{5R}{18} = 2R + \frac{5R}{18} = \frac{41R}{18} = 20{,}5\ \Omega$

Calculăm rezistența echivalentă între punctele A și D. Oservăm că $R_{AD}=R_{AF}$, deoarece firul metalic șuntează rezistențele legate între punctele F și D. Rezistența triunghiului cu vârful în E nu contează, astfel că: $R_{AF} = \frac{3R \cdot 3R}{6R} = \frac{3R}{2} \Rightarrow R_{AD} = \frac{3R}{2} = 13{,}5\ \Omega$

13.a) Calculăm rezistența echivalentă a punții Wheatstone. Pentru acesta trecem de la montajul triunghi la montajul stea (fig R 2.2.4). Valorile unei rezistențe r se calculează prin produsul rezistențelor de pe laturile între care se introduce rezistența și suma rezistențelor de pe laturile triunghiului, astfel că aceste rezistențe echivalente au valorile:

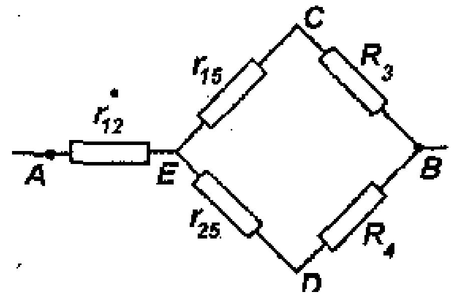


Fig. R 2.2.4

$r_{12} = \frac{R_1R_2}{R_1 + R_2 + R_5} = \frac{2}{5}\Omega$; $r_{15} = \frac{R_1R_5}{R_1 + R_2 + R_5} = \frac{2}{5}\Omega$ și $r_{25} = \frac{R_2R_5}{R_1 + R_2 + R_5} = \frac{4}{5}\Omega$.

Calculăm rezistența echivalentă între punctele E și $B \Rightarrow$

$$R_{EB} = \frac{(r_{15} + R_3)(r_{25} + R_4)}{r_{15} + R_3 + r_{25} + R_4} = \frac{77}{45}\Omega \Rightarrow R_{AB} = r_{12} + R_{EB} = \frac{2}{5} + \frac{77}{45} = \frac{19}{9} \approx 2{,}11\ \Omega.$$

b) Deoarece prin rezistența R_5 nu circulă curent electric, puntea Wheatstone este echilibrată și din această cauză $I_1=I_3$ și $I_2=I_4$. Dar $U_{AC}=I_1R_1$ și $U_{AD}=I_2R_2$ și doarece $U_{CD}=0 \Rightarrow V_C=V_D \Rightarrow U_{AC}=V_A-V_C=U_{AD}=V_A-V_D \Rightarrow I_1R_1=I_2R_2$ (1)
cum $V_D=V_C \Rightarrow V_C-V_B=V_D-V_B \Rightarrow U_{CB}=U_{DB} \Rightarrow I_1R_3=I_2R_4$ (2)

Împărțim (1) la (2) și obținem: $\frac{R_1}{R_3} = \frac{R_2}{R_4} \Rightarrow R_1R_4 = R_2R_3 \Rightarrow R_3 = \frac{R_1R_4}{R_2} = 1\ \Omega.$

Dacă produsul rezistențelor de pe laturile opuse este același puntea este echilibrată.

14. Trecem montajul într-o punte Wheatstone ca în figura R 2.2.5 şi

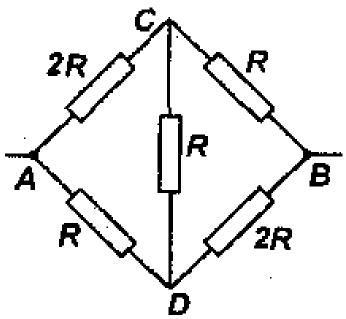


Fig. R 2.2.5

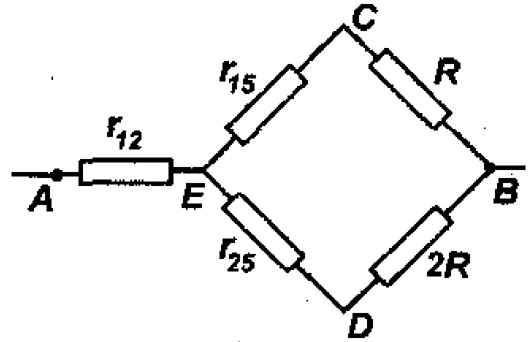


Fig. R 2.2.6

observăm că aceasta nu este echilibrată. Calculăm rezistenţele echivalente r_{12}, r_{15} şi r_{25} obţinute prin trecerea de la montajul triunghi la montajul stea ca în figura R 2.2.6. $r_{12}=\frac{2R^2}{4R}=\frac{R}{2}$; $r_{15}=\frac{2R^2}{4R}=\frac{R}{2}$ şi $r_{25}=\frac{R^2}{4R}=\frac{R}{4}$.

Astfel obţinem: $R_{AB}=r_{12}+\frac{(r_{15}+R)(r_{25}+2R)}{r_{15}+R+r_{25}+2R}\Rightarrow$

$$R_{AB}=\frac{R}{2}+\frac{\frac{3R}{2}\cdot\frac{9R}{4}}{\frac{3R}{2}+\frac{9R}{4}}=\frac{R}{2}+\frac{9R}{10}=\frac{14R}{10}=\frac{7R}{5}$$

15. Trecem montajul într-o punte Wheatstone şi observăm că aceasta este echilibrată (fig R 2.2.7), astfel că $R_{AC}R_{DB}=R_{CB}R_{AD}\Rightarrow$ rezistenţa R_{CD} nu are niciun rol deoarece prin ea nu circulă curent$\Rightarrow$

$$R_{AB}=\frac{(R_{AC}+R_{CB})(R_{AD}+R_{DB})}{R_{AC}+R_{CB}+R_{AD}+R_{DB}}=\frac{2R\cdot 2R}{4R}=R.$$

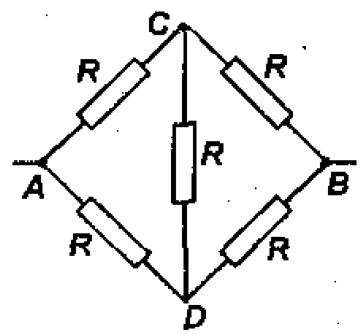


Fig. R 2.2.7

16. Punctele A şi C au potenţiale egale. Trecem montajul excluzând rezistenţa R_{BC} într-o punte Wheatstone şi observăm că aceasta este echilibrată, astfel că $R_{AE}R_{DF}=R_{AD}R_{EF}\Rightarrow$ prin rezistenţa R_{DE} nu ciculă curent şi de aceea această rezistenţă se poate elimina. Rezistenţa echivalentă a punţii Wheatstone este $R_e=R$ (vezi problemă precedentă). Această punte echilibrată este legată în paralel cu rezistenţa R, iar rezistenţa echivalentă a lor este: $R_{AB}=\frac{R_eR}{R_e+R}=\frac{R}{2}$.

17. Prin definiţie rezistenţa electrică este $R_e=\frac{U_{AB}}{I}$. Intensitatea curentului care intră prin punctul A se divide din motive de simetrie în $I/3$ şi circulă prin ramurile AC, AD şi AP. În fiecare nod intensitatea $I/3$ se divide în $I/6$ şi curentul cu această intensitate circulă prin ramurile CF, CG, DF, DH, PG şi PH. Prin laturile FB, GB şi HB circulă un curent cu intensitatea $I/3$, astfel că prin punctul B iese curentul cu intensitatea I. Cum $U_{AB}=U_{AC}+U_{CF}+U_{FB}\Rightarrow$

$$U_{AB} = R\frac{I}{3} + R\frac{I}{6} + R\frac{I}{3} = \frac{5RI}{6} \Rightarrow R_e = \frac{5R}{6}.$$

Observăm că montajul poate fi considerat a fi format din trei rezistențe R legate în paralel, legate apoi în serie cu o grupare paralel de șase rezistențe R și legate apoi în serie cu o altă grupare paralel de trei rezistențe R, astfel că:

$$R_e = \frac{R}{3} + \frac{R}{6} + \frac{R}{3} = \frac{5R}{6}.$$

18.a) În lanțul infinit de rezistențe identificăm celula de bază (fig R 2.2.7). Această celulă repetată determină obținerea lanțului de rezistențe. Înlăturând o singură celulă din lanțul infinit de celule se obține restul de lanț care are o rezistență echivalentă R_e identică cu cea întregului lanțului. Obținem:

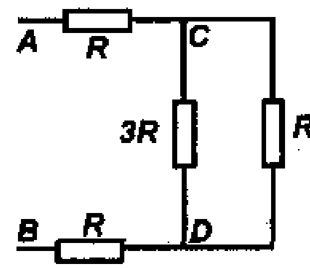


Fig. R 2.2.7

$$R_e = R_{AB} \Rightarrow R_{AB} = R_e = 2R + \frac{3RR_e}{3R + R_e} = \frac{6R^2 + 5RR_e}{3R + R_e} \Rightarrow$$

$$R_e^2 - 2RR_e - 6R^2 = 0 \Rightarrow R_e = \frac{2R + \sqrt{4R^2 + 24R^2}}{2} \Rightarrow R_e = R\left(\sqrt{7} + 1\right) \approx 3{,}65R$$

19.a) În cazul legării serie $\Rightarrow R_s = R_1 + R_2 = R_{01}(1 + \alpha_1 t) + R_{02}(1 + \alpha_2 t) \Rightarrow$

$$R_s = R_{01}(1 + \alpha_1 t + 3 + 3\alpha_2 t) = R_{01}\left[4 + (\alpha_1 + 3\alpha_2)t\right] = 4R_{01}\left[1 + \frac{\alpha_1 + 3\alpha_2}{4}t\right] (1).$$

Dar $R_s = R_{0s}(1 + \alpha_s t)$, cu $R_{0s} = R_{01} + R_{02} = 4R_{01}$, astfel

că $R_{0s} = 4R_{01}(1 + \alpha_s t)$ (2)

Din (1) și (2) se obține prin identificarea factorului din fața lui t, coeficientul termic al grupării serie $\alpha_s = \frac{\alpha_1 + 3\alpha_2}{4}$.

b) În cazul legării paralel $\Rightarrow R_p = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{R_{01}(1 + \alpha_1 t) R_{02}(1 + \alpha_2 t)}{R_{01}(1 + \alpha_1 t) + R_{02}(1 + \alpha_2 t)}$

$$R_p = \frac{3R_{01}^2(1 + \alpha_1 t + \alpha_2 t + \alpha_1\alpha_2 t^2)}{R_{01}(1 + \alpha_1 t) + 3R_{01}(1 + \alpha_2 t)} = \frac{3R_{01}(1 + \alpha_1 t + \alpha_2 t)}{4 + \alpha_1 t + 3\alpha_2 t}.$$

Se neglijează termenii care conțin produsele coeficienților termici, astfel că $R_p = \frac{3R_{01}}{4} \cdot \frac{(1 + \alpha_1 t + \alpha_2 t)}{1 + t\frac{\alpha_1 + 3\alpha_2}{4}}$. Deoarece $x \ll 1$ se aproximează: $\frac{1}{1 + x} \approx 1 - x \Rightarrow$ în cazul problemei $x = \frac{t(\alpha_1 + 3\alpha_2)}{4} \Rightarrow R_p = \frac{3R_{01}}{4}(1 + \alpha_1 t + \alpha_2 t)[1 - t\frac{(\alpha_1 + 3\alpha_2)}{4}]$.

$$R_p = \frac{3R_{01}}{4}(1 + \alpha_1 t + \alpha_2 t - \frac{\alpha_1 t}{4} - \frac{3\alpha_2 t}{4}) = \frac{3R_{01}}{4}[1 + \frac{(3\alpha_1 + \alpha_2)}{4}t] (1).$$

Dar $R_p = R_{0p}(1+\alpha_p t)$ cu $R_{0p} = \dfrac{R_{01}R_{02}}{R_{01}+R_{02}} = \dfrac{3R_{01}}{4} \Rightarrow R_p = \dfrac{3R_{01}}{4}(1+\alpha_p t)$ (2)

Din (1) şi (2) se obţine prin identificarea factorului din faţa lui t, coeficientul termic al grupării paralel $\alpha_p = \dfrac{3\alpha_1 + \alpha_2}{4}$.

2.3. Legile lui Kirchhoff

1. Ampermetrul nu poate măsura intensitatea curentului care circulă prin circuitul principal şi din această cauză acesta trebuie protejat prin legarea în paralel cu el a unei rezistenţe, numită rezistenţă de şunt. Prin rezistenţa de şunt trece cea mai mare parte a intensităţii curentului. Conform legii lui Kirchhoff pentru un nod (fig R 2.3.1): $I = I_A + I_S \Rightarrow I_S = I - I_A$. Cum ampermetrul şi şuntul se leagă în paralel, atunci $U_A = U_S \Rightarrow I_A R_A = I_S R_S \Rightarrow R_S = \dfrac{I_A R_A}{I_A - R_A} = \dfrac{R_A}{n-1}$, unde $n = \dfrac{I}{I_A}$ este un număr care arată de câte ori se măreşte domeniul de măsurabilitate al ampermetrului, astfel că $R_S = 0,(1)\ \Omega$.

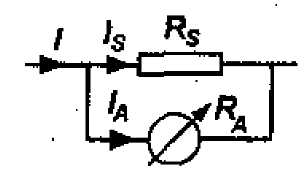


Fig. R 2.3.1

2. a. Notăm cu R_A rezistenţa ampermetrului. Aflăm valorile rezistenţelor de şunt care asigură mărimea domeniului de măsurabilitate al acestuia de n_1, respectiv de n_2 ori: $R_1 = \dfrac{R_A}{n_1 - 1}$ şi $R_2 = \dfrac{R_A}{n_2 - 1}$. Legăm cele două rezistenţe de şunt în serie şi calculăm rezistenţa lor serie $R_s = R_1 + R_2 \Rightarrow$

$$R_S = \frac{R_A}{n_1 - 1} + \frac{R_A}{n_2 - 1} = \frac{R_A(n_1 + n_2 - 2)}{(n_1 - 1)(n_2 - 1)};$$

Cum $R_S = \dfrac{R_A}{n_S - 1} \Rightarrow n_S - 1 = \dfrac{n_1 n_2 - n_1 - n_2 + 1}{n_1 + n_2 - 2} \Rightarrow n_S = \dfrac{n_1 n_2 - 1}{n_1 + n_2 - 2}$

b. Legăm cele două rezistenţe de şunt în paralel şi calculăm rezistenţa în paralel: $R_p = \dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \dfrac{R_A}{n_1 + n_2 - 2}$. Cum $R_p = \dfrac{R_A}{n_p - 1} \Rightarrow n_p = n_1 + n_2 - 1$.

3. Voltmetrul nu poate măsura tensiunea U şi de aceea pentru a mări domeniul de măsurabilitate al acestuia se leagă în serie cu el o rezistenţă adiţională R_{ad}. Deoarece cea mai mare parte a tensiunii se distribuie pe rezistenţa adiţională, aceasta are valoarea mult mai mare decât rezistenţa voltmetrului, astfel că $U = U_v + U_{ad}$. Deoarece voltmetrul şi rezistenţa adiţională se leagă în serie, ele sunt parcurse de aceeaşi intensitate, astfel că:

$U_v = R_v I$ şi $U_{ad} = R_{ad} I$

$$\Rightarrow \frac{U_v}{U_{ad}} = \frac{R_v}{R_{ad}} \Rightarrow R_{ad} = R_v \frac{U_{ad}}{U_v} = R_v \frac{(U - U_v)}{U_v} = R_v\left(\frac{U}{U_v} - 1\right) \Rightarrow R_{ad} = R_v(n-1),$$

unde $n = \dfrac{U}{U_v}$ este un număr care arată de câte ori tensiunea de măsurat este mai mare decât tensiunea maximă pe care o poate măsura voltmetrul. Obţinem $R_{ad} = 900\ \Omega$.

4. a. Notăm cu R_v rezistenţa voltmetrului. Aflăm valorile rezistenţelor adiţionale care asigură mărirea domeniului de măsurabilitate al voltmetrului de n_1 respectiv n_2 ori, astfel că $R_{ad_1} = R_v(n_1 - 1)$ şi $R_{ad_2} = R_v(n_2 - 1)$. Legăm cele două rezistenţe adiţionale în serie şi calculăm valoarea acestei noi rezistenţe adiţionale $R_{ad} = R_{ad_1} + R_{ad_2} = R_v(n_1 + n_2 - 2)$.

Cum $R_{ad} = R_v(n_s - 1) \Rightarrow n_s = n_1 + n_2 - 1$.

b. Legăm cele două rezistenţe adiţionale în paralel şi calculăm valoarea acestei rezistenţe adiţionale $R_{ad} = \dfrac{R_{ad_1} R_{ad_2}}{R_{ad_1} + R_{ad_2}} = \dfrac{R_v(n_1 - 1)(n_2 - 1)}{n_1 + n_2 - 2}$.

Cum $R_{ad} = R_v(n_p - 1) \Rightarrow n_p - 1 = \dfrac{(n_1 - 1)(n_2 - 1)}{n_1 + n_2 - 2} \Rightarrow n_p = \dfrac{n_1 n_2 - 1}{n_1 + n_2 - 2}$.

5. a) Deoarece ampermetrul este ideal, rezistenţa lui este nulă şi deoarece voltmetrul este ideal, acesta are rezistenţa infinit de mare, astfel că prin voltmetru nu circulă curentul electric. Pe baza legii lui Ohm pentru o porţiune de circuit $U = RI \Rightarrow I = \dfrac{U}{R} = 4$ A, deoarece tensiunea indicată de voltmetru este cea de pe circuitul exterior.

b) Pe baza legii lui Ohm pentru un circuit electric simplu:

$$I = \frac{E}{R + r} \Rightarrow E = I(R + r) = \frac{U}{R}(R + r) = 40\ \text{V}.$$

c) Dacă se scurtcircuitează rezistenţa circuitului exterior, este ca şi cum legăm bornele sursei împreună, iar ampermetrul indică valoarea intensităţii curentului la scurtcircuit $I_{sc} = \dfrac{E}{r} = 40$ A. Voltmetrul indică tensiunea la bornele sursei $U_v = E - I_{sc} r = 0$, adică la scurtcircuit tensiunea la bornele sursei este nulă.

6. a) Aflăm intensitatea curentului electric care circulă prin voltmetru, astfel că $I_v = \dfrac{U}{R_v} = 30$ mA. Voltmetrul este legat în paralel cu gruparea serie a rezistențelor R_2 și R_3, astfel că $I_2 = \frac{U}{R_2 + R_3} = 45$ mA. Pe baza primei legi a lui Kirchhoff pentru un nod obținem $I_1 = I_2 + I_V$ =75 mA reprezintă intensitatea curentului electric care circulă prin baterie.

b) Scriem legea lui Kirchhoff pentru ochiul care conține sursa și voltmetrul, astfel că $E = I_1(r + R_1) + U \Rightarrow R_1 = \frac{E - U}{I_1} - r = 131,33\ \Omega$.

c) $U_3 = R_3 I_2$ =67,5 V

7. a) Conform definiției: $U_1 = R_1 I \Rightarrow R_1 = \frac{U_1}{I}$ =4 Ω.

b) Conform legii lui Kirchhoff pentru un circuit electric simplu:

$$E = I\left(r + R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}\right) \Rightarrow \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{E}{I} - (r + R_1) = 6\ \Omega \Rightarrow R_2 = 15\ \Omega$$

c) Tensiunea la bornele bateriei este: $U_b = E - Ir$ =50 V.

8. a) Rezistențele R_1 și R_2 sunt legate în paralel, astfel că rezistența lor echivalentă este $R_e = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 2,4\ \Omega$.

b) Pe baza formulei rezistenței electrice $R = \frac{\rho \ell}{S} \Rightarrow \rho = \frac{RS}{\ell} = 10^{-7}\ \Omega$m.

c) Scriem legea lui Kirchhoff pentru un circuit electric simplu:

$$E = I\left(r + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}\right) + U_{AC} \Rightarrow I = \frac{E - U_{AC}}{r + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} = 4\ \text{A} \Rightarrow R_{AC} = \frac{U_{AC}}{I} = 1\ \Omega.$$

Cum $R_{AC} = \frac{\rho \ell_{AC}}{S} = \frac{R \ell_{AC}}{\ell} \Rightarrow \ell_{AC} = \frac{R_{AC} \ell}{R} = 20$ cm.

9. Dacă la bornele sursei se leagă rezistența R, intensitatea curentului electric este $I = \frac{E}{R + r}$, iar tensiunea la bornele rezistenței este $U = RI = \frac{RE}{R + r}$. Înlocuim rezistența R cu o alta cu rezistența $4R$ tensiunea la bornele acestei rezistenței devine $U' = \frac{4RE}{4R + r}$. Din datele problemei:

$$U' = (1 + f)U \Rightarrow \frac{4RE}{4R + r} = (1 + f)\frac{RE}{R + r} \Rightarrow R = \frac{(3 - f)r}{4f} \Rightarrow E = \frac{(R + r)U}{R} \Rightarrow$$

$E = \frac{3(1+f)U}{3-f} = 33$ V.

10. Cosiderăm că la bornele unei surse de tensiune cu t.e.m. E şi rezistenţa internă r se leagă în serie cele două voltmetre care indică tensiunile U_1 şi U_2, astfel că: $E = U_1 + U_2 + Ir$. Dar $U_1 = R_1 I$ şi $U_2 = R_2 I \Rightarrow \frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2} \Rightarrow R_2 = \frac{R_1 U_2}{U_1}$.

Cum $I = \frac{E}{R_1 + R_2 + r} \Rightarrow U_1 + U_2 = (R_1 + R_2)I = \frac{(R_1 + R_2)E}{R_1 + R_2 + r} \Rightarrow$

$$E\left(R_1 + \frac{R_1 U_2}{U_1}\right) = \left(R_1 + \frac{R_1 U_2}{U_1} + r\right)(U_1 + U_2) \Rightarrow R_1 E = U_1(R_1 + r) + U_2 R_1 \quad (1)$$

Dacă la bornele sursei se leagă numai primul voltmetru: $U_1' = R_1 I_1' = \frac{R_1 E}{R_1 + r} \Rightarrow R_1 + r = \frac{R_1 E}{U_1'}$ (2)

Introducem (2) în (1) şi obţinem: $R_1 E = \frac{U_1 R_1 E}{U_1'} + U_2 R_1 \Rightarrow E = \frac{U_2 U_1'}{U_1' - U_1} = 27$ V

b. Din relaţia (2) obţinem: $r = \frac{R_1(E - U_1')}{U_1'} = 0{,}5\ \Omega$

c. Rezistenţa este $R_2 = \frac{R_1 U_2}{U_1} = 0{,}75\ \Omega$

11. a) Observăm că rezistenţele R_2 şi R_3 sunt legate în paralel astfel că $R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} \Rightarrow$ intensitatea curentului electric prin sursa are valoarea $I = \frac{E}{r + R_1 + R_{23}} = \frac{E}{r + R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}} = 4$ A $\Rightarrow$ tensiunea între punctele A şi B este: $U_{AB} = \frac{I R_2 R_3}{R_2 + R_3} = 6{,}4$ V $\Rightarrow I_2 = \frac{U_{AB}}{R_2} = \frac{I R_3}{R_2 + R_3} = 0{,}8$ A şi cum $I = I_3 + I_2 \Rightarrow$

$I_3 = I - I_2 = 3{,}2$ A

b) $U_{AB} = 6{,}4$ V

c) Dacă între punctele A şi B se leagă un fir metalic fără rezistenţă acesta şuntează rezistenţele R_2 şi R_3, deoarece $U'_{AB} = 0 \Rightarrow I' = \frac{E}{r + R_1} \approx 5{,}45$ A.

12. a) Cum $U_1 = R_1 I_1 \Rightarrow I_1 = \frac{U_1}{R_1}$=2 A$\Rightarrow U_2 = R_2 I_1 = \frac{R_2 U_1}{R_1}$=8 V, deoarece rezistențele R_1 și R_2 sunt legate în serie și parcurse de un curent electric cu aceeași intensitate I_1.

b) Scriem legea lui Kirchhoff pentru ochiul format de sursă și de rezistențele R_1 și R_2, astfel că obținem: $E = Ir + U_1 + U_2 \Rightarrow I = \frac{1}{r}\left[E - \frac{U_1(R_1 + R_2)}{R_1}\right]$=4 A.

c) Cum $I = I_1 + I_3 \Rightarrow I_3 = I - I_1$ =2 A și din

$$U_3 = U_1 + U_2 = I_3 R_3 \Rightarrow R_3 = \frac{U_1 + U_2}{I_3} \Rightarrow R_3 = \frac{U_1(R_1 + R_2)}{R_1 I_3} = 10\ \Omega.$$

13. a) Calculăm rezistența electrică a circuitului electric extern: $R_{ext} = \frac{(R_1 + R_2)R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$ =4,8 Ω, astfel că intensitatea curentului electric prin baterie este: $I = \frac{E}{r + R_{ext}}$ =2 A$\Rightarrow$ tensiunea pe circuitul extern este:

$U_{ext} = R_{ext} I$ =9,6 V$\Rightarrow I_3 = \frac{U_{ext}}{R_3}$=0,8 A și $I_1 = I - I_3$ =1,2 A.

b) $U_b = E - u = E - Ir$ =9,6 V și observăm că tensiunea indicată de voltmetrul ideal legat de bornele sursei coincide cu tensiunea de pe circuitul exterior.

c) $U_{AB} = I_2 R_2 = I_1 R_2$ = 2,4 V, deoarece $I_1 = I_2$

14. a) Rezistențele R_1 și R_2 sunt legate în paralel, astfel că la capetele lor tensiunea are aceeași valoare și $R_1 I_1 = R_2 I_2 \Rightarrow I_2 = \frac{R_1 I_1}{R_2}$ = 2 A.

b) Conform legii lui Kirchhoff pentru un nod: $I = I_1 + I_2$ = 5 A.

c) Conform legii lui Kirchhoff pentru un circuit simplu:

$E = I(R_3 + R_4) + I_1 R_1$ =46 V.

15. a) Punctele A și B au același potențial, deoarece firul metalic nu are practic rezistență, astfel că $R_{e_{AB}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ = 1,5 Ω, deoarece rezistențele R_1 și R_2 sunt legate în paralel. Această rezistență $R_{e_{AB}}$ este legată în serie cu R_4 și gruparea lor este legată în paralel cu rezistența R_4. Prin urmare $R_{AC} = \frac{(R_{e_{AB}} + R_4)R_3}{R_{e_{AB}} + R_4 + R_3}$ = 1,5 Ω

b) Calculăm intensitatea curentului prin sursă, astfel că:

$$I = \frac{E}{r + R_{AC}} = 3\text{ A} \Rightarrow U_{AC} = -R_{AC}I = -4{,}5\text{ V}.$$

c) $I_3 = \frac{U_{CA}}{R_3} = 1{,}5\text{ A} \Rightarrow I_4 = I - I_3 = 1{,}5\text{ A} \Rightarrow U_{DA} = R_{e_{4D}} I_4 = 2{,}25\text{ V}$

$$\Rightarrow I_2 = \frac{U_{DA}}{R_2} = 0{,}375\text{ A și } I_{AB} = I_2 + I_3 = 1{,}875\text{ A}$$

16. a) Conform legii lui Kirchhoff pentru un nod: $I_1 = I_2 + I_{V_2} \Rightarrow I_{V_2} = I_1 - I_2 = 0{,}2$ mA. Cum $U_2 = I_{V_2} r_v \Rightarrow$ rezistența unui voltmetru este $r_v = \frac{U_2}{I_{V_2}} = 1250\ \Omega$. Cum pe ampermetrul A_2, tensiunea aplicată este aceeași cu cea indicată de voltmetrul V_2, rezistența internă a ampermetrului este: $r_A = \frac{U_2'}{I_2} \approx 277{,}78\ \Omega \Rightarrow$ voltmetrul V_1 indică tensiunea $U_1 = r_V I_1 = 1{,}375$ V.

b) Conform legii lui Kirchhoff pentru un circuit electric simplu: $E = U_1 + U_2 + I_1 r_A = 1{,}93$ V.

c) Scurtcircuităm voltmetrul V_1, iar la bornele sursei se leagă un circuit electric cu rezistența echivalentă $R = r_A + \frac{r_A r_V}{r_A + r_V} \approx 505{,}05\ \Omega$. Ampermetrul A_1 indică un curent cu intensitatea: $I_1' = \frac{E}{R} \approx 3{,}82$ mA, voltmetrul V_2 indică o tensiune $U_2' = \frac{r_A r_V}{r_A + r_V} I_1' \approx 0{,}868$ V și ampermetrul A_2 indică un curent cu intensitatea $I_2' = \frac{U_2'}{r_A} = 3{,}125$ mA.

17. a) $R_{ext} = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = 4{,}8\ \Omega$.

b) Tensiunea la bornele rezistorului R_2 este $U_2 = R_2 I_2 = 4{,}2$ V, astfel că $I_3 = \frac{U_2}{R_3} = 0{,}6$ A și prin circuitul principal (prin sursă) circulă un curent cu intensitatea $I_1 = I_2 + I_3 = 2$ A.

c) Căderea interioară pe sursă de tensiune este $u = rI_1 = 2{,}4$ V, iar tensiunea electromotoare a sursei de tensiune este

$$E = I_1 R_{ext} = I_1\left(R_1 + r + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}\right) = 12\text{ V}$$

18. a) Tensiunea la bornele bateriei este tensiunea aplicată circuitului exterior, astfel că $U = R_{ext}I = \left(R_1 + \frac{R}{2}\right)I \Rightarrow I = \frac{U}{R_1 + \frac{R}{2}} = 1$ A $\Rightarrow E = U + rI = 22$ V

b) $U_{R_1} = R_1 I_1 = 15$ V şi $U_R = \frac{R}{2} I = 5$ V.

c) Schimbăm rezistenţa R_1 cu $3R_1$ şi obţinem:

$$U' = R'_{ext}I' = \left(3R_1 + \frac{R}{2}\right)\frac{E}{r + 3R_1 + \frac{R}{2}} = 21{,}15\text{V} \Rightarrow \frac{U' - U}{U} = \frac{U'}{U} - 1 \approx 5{,}77\ \%.$$

19. a) Calculăm tensiunea la capetele rezistenţei R_1, astfel că: $U_1 = R_1 I_1 = 12$V. Cum rezistenţa R_1 este legată în paralel cu gruparea serie a rezistenţelor R_2 şi R_3, astfel că $I_2 = \frac{U}{R_2 + R_3} = 1$ A $\Rightarrow$ prin baterie circulă un curent cu intensitatea $I = I_1 + I_2 = 2$ A.

b) $U_{ab} = I_2 R_2 = 4$ V.

c) La scurtcircuit, intensitatea curentului electric prin baterie este $I_{sc} = \frac{E}{r}$. Calculăm valoarea t.e.m. a sursei utilizând legea lui Kirchhoff pentru un circuit electric simplu: $E = I(r + R_4) + R_1 I_1 = 24$ V $\Rightarrow I_{sc} = 60$ A.

20. a) Cum $I_{sc} = \frac{E}{r} \Rightarrow r = \frac{E}{I_{sc}} = 1{,}8\ \Omega$.

b) $R_3 = \frac{\rho\ell}{S} \Rightarrow \rho = \frac{R_3 S}{\ell}$, unde ℓ reprezintă lungimea firului metalic care formează rezistenţa R_3, astfel că: $\ell = N\pi d \Rightarrow \rho = \frac{R_3 S}{N\pi d} \approx 1{,}27\cdot 10^{-7}\ \Omega$m.

c) Tensiunea la bornele sursei este identică cu tensiunea aplicată circuitului exterior, astfel că: $U = R_{ext}I = \left(R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}\right)\frac{E}{r + R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}} = 54{,}6$ V, deoarece rezistenţele R_2 şi R_3 sunt legate în paralel.

21. a) Calculăm rezistenţa circuitului exterior:

$$R_{ext} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_5 + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} = 7\ \Omega.$$

b) Calculăm valoarea intensităţii prin sursă: $I = \frac{E}{R_{ext} + r} = 1$ A.

c) Curentul electric circulă printr-o porţiune de circuit de la un potenţial mai mare spre un potenţial mai mic astfel că $U_{AB} = IR_5 \Rightarrow V_A - V_B = IR_5$. Deoarece punctul B este legat la Pământ, potenţialul punctului B este zero, astfel că $V_B = 0 \Rightarrow V_A = IR_5 = 1$ V.

22. a. Când comutatorul K este deschis şi comutatorul K_1 este închis curentul electric circulă prin ochiul care conţine sursa de tensiune şi rezistenţa R_1, astfel că $E = I_1(R_1 + r) \Rightarrow r = E/I_1 - R_1 = 1\ \Omega$

b. Dacă ambele comutatoare sunt închise rezistenţa echivalentă a circuitului exterior este $R_{ext} = \dfrac{R_1 R/3}{R_1 + R/3} = 6\ \Omega$, deoarece R_1 este legată în paralel cu gruparea paralel a celor trei rezistenţe R identice.

c. Dacă ambele comutatoare sunt închise intensitatea prin circuitul principal este $I_2 = \dfrac{E}{R_{ext} + r}$. Intensitatea indicată de ampermetru este intensitatea care circulă prin rezistenţa R_1, astfel că $I_1' = U_1 / R_1$, unde $U_1 = R_{ext} I_2 = \dfrac{R_{ext} I_2}{R_{ext} + r} \Rightarrow I_1' = \dfrac{R_{ext} E}{(R_{ext} + r) R_1} \approx 1{,}37$ A

d. Când comutatorul K este închis şi comutatorul K_1 este deschis, circuitul este format din sursa de tensiune şi gruparea paralel a rezistoarelor R, astfel că intensitatea curentului prin sursă este $I_3 = \dfrac{E}{r + R/3} \approx 2{,}18$ A

23. a. Tensiunea electrică la capetele rezistenţei R_3 este $U_3 = R_3 I_3 = 5$ V

b. Calculăm rezistenţa echivalentă a rezistenţelor R_2, R_3 şi R_4 legate în paralel: $\dfrac{1}{R_p} = \dfrac{1}{R_2} + \dfrac{1}{R_3} + \dfrac{1}{R_4} \Rightarrow R_p = 12{,}5\ \Omega$. Intensitatea curentului care trece prin baterie şi prin rezistenţea R_1 este $I = U_3 / R_p = 0{,}4$ A

c. Pe baza legii lui Kirchhoff pentru ochiul care conţine sursa de tensiune, rezistenţa R_1 şi rezistenţa echivalentă R_p cuprinsă între punctele M şi N obţinem: $E = I(r + R_1) + U_3 \Rightarrow r = \dfrac{E - U_3}{I} - R_1 = 2{,}5\ \Omega$.

24. a. Intensitatea curentului electric care circulă prin circuit este $I = \dfrac{E}{R + r} = 2$ A

b. Tensiunea electrică între punctele P şi N este $U_{NP} = U_{CA} = IR_{CA}$. Cum $R_{CA} = \frac{\rho CA}{S}$ şi $R = \frac{\rho AB}{S} \Rightarrow \frac{R_{CA}}{R} = \frac{CA}{AB} \Rightarrow R_{CA} = \frac{CA}{AB}R$. Din datele problemei $\frac{CA}{AB} = \frac{1}{4} \Rightarrow R_{CA} = \frac{R}{4}$=8 Ω. Obţinem: $U_{NP} = 16$ V$\Rightarrow U_{PN} = -16$ V

c. Când între punctele P şi N se conectează un rezistor cu rezistenţa R_{PN}=8 Ω rezistenţa echivalentă între punctele A şi C este $R_{eAC} = \frac{R_{CA}R_{PN}}{R_{CA} + R_{PN}}$ =4 Ω.

Cum $R_{BC} = \frac{3R}{4} = 24$ Ω, atunci intensitatea curentului prin sursă este $I' = \frac{E}{r + R_{eAC} + R_{BC}} \approx 2{,}22$ A$\Rightarrow$ căderea internă de tensiune: $u = rI' \approx 17{,}78$ V

25. a. Calculăm rezistenţa echivalentă între punctele a şi b:
$\frac{1}{R_{ab}} = \frac{1}{2R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{2R} = \frac{2}{R} \Rightarrow R_{ab} = \frac{R}{2}$=5 Ω. Intensitatea curentului debitat de sursa de tensiune este $I = \frac{E}{r + R + R_{ab}} = 0{,}2$ A

b. Tensiunea electrică între punctele c şi d este $U_{cd} = V_c - V_d$. Deoarece curentul electric circulă de la potenţial mai mare la potenţial mai mic, atunci: $V_c - V_b = I_1R$ şi $V_d - V_b = I_2R$. Prin scăderea celor două relaţii obţinem: $U_{cd} = I_1R - I_2R = (I_1 - I_2)R$. Rezistenţa ramurii acb este 2R şi rezistenţa ramurii adb este tot $2R$ şi cum cele două rezistenţe sunt legate în paralel intensităţile curenţilor care le străbat sunt egale. Cum I_1=$I_2 \Rightarrow U_{cd}$=0.

c. Un voltmetru ideal conectat la bornele sursei indică $U = E - Ir = 3$ V

26. a) Iniţial întrerupătorul K este deschis şi prin rezistenţa R_4 nu circulă un curent electric, prin urmare rezistenţele R_1 şi R_2 sunt legate în paralel. Deoarece ampermetrul este ideal rezistenţa lui eate nulă, astfel că $r_A = 0 \Rightarrow U_A = 0$. Calculăm intensitatea curentului electric care circulă prin sursă când K este deschis: $I_1 = \frac{E}{r + R_3 + \frac{R_1R_2}{R_1 + R_2}}$ =2 A$\Rightarrow$ tensiunea aplicată grupării de rezistenţe R_1 şi R_2 este $U = \frac{R_1R_2}{R_1 + R_2}I$ =8 V, astfel că ampermetrul indică intensitatea curentului care circulă prin rezistorul R_1 cu care este legat în serie. Obţinem: $I_A = \frac{U}{R_1} = 1{,}33$ A.

b) La închiderea întrerupătorului se modifică rezistența circuitului exterior, astfel că rezistențele R_3 și R_4 sunt legate în paralel iar gruparea lor este legată în serie cu gruparea paralel a rezistențelor R_1 și R_2, astfel că prin baterie circulă un curent cu intensitatea $I_2 = \dfrac{E}{r + \dfrac{R_3R_4}{R_3+R_4} + \dfrac{R_1R_2}{R_1+R_2}} \approx 2{,}94$ A.

Obținem: $\dfrac{I_2}{I_1} \approx 1{,}47$.

c. Tensiunea la bornele grupării paralel R_1 și R_2, la închiderea întrerupătorului este $U = \dfrac{R_1R_2}{R_1+R_2} I_2$. Dar $U = R_1 I'_A$, astfel că $I'_A = \dfrac{R_2 I_2}{R_1+R_2}$.

Cum $I'_A \approx 1{,}96$ A $\Rightarrow I'_A/I_A \approx 1{,}47$

d) Deoarece ampermetrul nu indică prezența unui curent electric atunci când înterupătorul K este închis înseamnă că puntea Wheatstone de rezistențe este echilibrată, astfel că: $R_2R_4 = R_1R_3 \Rightarrow R_3 = \dfrac{R_2R_4}{R_1} = 2\ \Omega$.

27. a) Considerăm că inițial rezistețele R_1 și R_2 sunt legate în serie și la bornele sursei. Tensiunea la bornele sursei este $U_1 = E - I_1 r = 25$ V. Dacă rezistențele R_1 și R_2 sunt legate în paralel la bornele sursei se va obține o tensiune $U_2 = E - I_2 r = 17{,}4$ V.

b) În cazul legării în serie: $E - I_1 r = I_1(R_1+R_2) \Rightarrow R_1 + R_2 = \dfrac{E}{I_1} - r = 10\ \Omega$, iar în cazul legării în paralel:

$$E - I_2 r = I_2 \frac{R_1R_2}{R_1+R_2} \Rightarrow R_1R_2 = \frac{(E - I_2 r)(R_1+R_2)}{I_2} = 24 \Rightarrow R_1 = \frac{24}{R_2} \Rightarrow \frac{24}{R_2} + R_2 = 10$$

$\Rightarrow R_2^2 - 10R_2 + 24 = 0 \Rightarrow R_2 = 4\ \Omega$ și $R_1 = 6\ \Omega$ sau $R_1 = 4\ \Omega$ și $R_2 = 6\ \Omega$.

c) Când rezistențele sunt legate în paralel, tensiunea aplicată la capetele lor are aceeași valoare, astfel că: $R_1 I'_1 = R_2 I'_2 \Rightarrow \dfrac{I'_1}{I'_2} = \dfrac{R_2}{R_1} = \dfrac{2}{3}$ sau $\dfrac{I'_1}{I'_2} = 1{,}5$, conform celor două situații de la punctul precedent.

28. a) Calculăm intensitatea curentului care circulă prin voltmetrul legat în paralel cu miliampermetrul, astfel că $I_{V_1} = I - I_1 = 0{,}25$ mA $\Rightarrow r_V = \dfrac{U_1}{I_{V_1}} = 1$ kΩ.

Deoarece instrumentele sunt identice, tensiunea indicată de voltmetrul legat în serie cu miliampermetrul este $U_2 = r_V I = 1$ V.

b) Rezistența ampermetrului este $r_A = \frac{U_1}{I_1} = 333{,}33\ \Omega$, astfel că tensiunea bateriei este $E = I(r + r_V + r_A) + U_1 = 1{,}65$ V.

c) La scurtcircuit prin baterie circulă un curent cu intensitatea $I_{sc} = \frac{E}{r} = 24{,}75\ \text{mA} \Rightarrow \frac{I_{sc}}{I} = 24{,}75$

29. a) Dacă între punctele A și B se leagă un voltmetru ideal cu rezistența infinit de mare prin ramura cu voltmetrul nu circulă curent electric și din această cauză voltmetrul indică tensiunea pe rezistența R_2, astfel că: $U_V = R_2 I = R_2 \frac{E}{r + R_1 + R_2} \Rightarrow U_V = 12$ V.

b) Dacă între punctele A și B se leagă un ampermetru ideal cu rezistența nulă, $r_A = 0$, se modifică rezistența circuitului extern, astfel că $R_e = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = 3{,}6\ \Omega$. Intensitatea curentului prin circuitul principal este

$I' = \frac{E}{r + R_e} = 2$ A, astfel că tensiunea electrică aplicată ramurii ce conține rezistența R_3 este $U = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} I' = 6$ A. Prin urmare intensitatea curentului electric care circulă prin ampermetrul ideal este $I_3 = \frac{U}{R_3} = \frac{R_2 I'}{R_2 + R_3} = 1{,}5$ A.

c. În prezența voltmetrului ideal conectat între punctele A și B tensiunea la bornele sursei este $U_1 = E - Ir = \frac{(R_1 + R_2)E}{R_1 + R_2 + r} = 12{,}6$ V

În prezența ampermetrului ideal conectat între punctele A și B tensiunea la bornele sursei este $U_2 = E - I'r = 7{,}2$ V. Astfel raportul cerut este $\frac{U_2}{U_1} \approx 0{,}571$

30. Tensiunea indicată de voltmetru este cea dintre punctele A și C, astfel că $U_V = \frac{R_V R_{AC}}{R_V + R_{AC}} I$. Cum $U = \left(\frac{R_V R_{AC}}{R_V + R_{AC}} + R_{BC}\right) I \Rightarrow I = \frac{U}{\frac{R_V R_{AC}}{R_V + R_{AC}} + R_{BC}} \Rightarrow$

$U_V = \dfrac{R_V R_{AC} U}{R_V R_{AC} + R_{BC}(R_V + R_{AC})}$. Cum $R = \dfrac{\rho \ell}{S}$ şi $R_{AC} = \dfrac{\rho x}{S} \Rightarrow R_{AC} = \dfrac{xR}{\ell}$ iar $R_{BC} = \dfrac{(\ell - x)R}{\ell} \Rightarrow U_V = \dfrac{R_V \ell x U}{R_V \ell^2 + x\ell R - Rx^2}$

Când $x=0 \Rightarrow U_V = 0$ şi când $x = \ell \Rightarrow U_V = U$.

31. a) Rezistenţa circuitului exterior este $R_{ext} = \dfrac{(R_1 + R_2)R_{AB}}{R_1 + R_2 + R_{AB}}$ =6 Ω.

b) Deoarece ampermetrul nu indică nimic, înseamnă ca puntea Wheatstone este echilibrată, astfel că:

$$R_1 R_{CB} = R_2 R_{AC} \Rightarrow R_1 \frac{\rho \ell_{CB}}{S} = R_2 \frac{\rho \ell_{AC}}{S} \Rightarrow \frac{\ell_{CB}}{\ell_{AC}} = \frac{R_2}{R_1} = 1{,}5.$$

c) Prin circuitul principal circulă un curent electric cu intensitatea $I = \dfrac{E}{R_{ext} + r}$ =2 A.

32. a) Calculăm rezistenţa echivalentă a circuitului exterior când întrerupătorul *K* este deschis, astfel că $R_{ext} = \dfrac{(R_1 + R_2)R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$ =4 Ω

b) Când întrerupătorul *K* este deschis: $E = I(R_{ext} + r) \Rightarrow$

$E = 2{,}75(4 + r) = 11 + 2{,}75r$ (1)

Când întrerupătorul *K* se închide se scurtcircuitează rezistenţa R_1, iar rezistenţele R_2 şi R_3 sunt legate în paralel, astfel că noua rezistenţă a circuitului exterior este $R'_{ext} = \dfrac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = 3\ \Omega \Rightarrow E = I'(R'_{ext} + r) = 9 + 3r$ (2)

Din (1) şi (2) $\Rightarrow 11 + 2{,}75r = 9 + 3r \Rightarrow 2 = 0{,}25r \Rightarrow r = 8\ \Omega$ şi E =33 V.

c) $U_{BD} = IR_{ext}$ şi $U'_{BD} = I'R'_{ext} \Rightarrow \dfrac{U_{BD}}{U'_{BD}} = \dfrac{IR_{ext}}{I'R'_{ext}} \approx 1{,}22.$

d. Când întrerupătorul *K* este deschis: $U_{BC} = I_2 R_2$, unde I_2 reprezintă intensitatea curentului care circulă prin rezistenţa R_2. Cum $I_2 = \dfrac{U_{BD}}{R_2 + R_1}$, astfel că $U_{BC} = \dfrac{R_2 R_3 I}{R_1 + R_2 + R_3} = 5{,}5$ V. Când întrerupătorul *K* se închide $U'_{BC} = U'_{BD} = I'R'_{ext} = 9$ V. Astfel $\dfrac{U_{BC}}{U'_{BC}} \approx 0.61$

33. a) Când comutatorul este deschis, cele două voltmetre sunt legate în serie, astfel că prin ele circulă acelaşi curent electric, astfel că pe baza legii lui Ohm pentru o porțiune de circuit $U_{V_1}=IR_{V_1}$ și $U_{V_2}=IR_{V_2}\Rightarrow\frac{U_{V_1}}{U_{V_2}}=\frac{R_{V_1}}{R_{V_2}}\Rightarrow$

$U_{V_2}=\frac{U_{V_1}R_{V_2}}{R_{V_1}}$. Cum: $U=U_{V_1}+U_{V_2}=U_{V_1}\frac{R_{V_1}+R_{V_2}}{R_{V_1}}\Rightarrow$

$U_{V_1}=\frac{UR_{V_1}}{R_{V_1}+R_{V_2}}=192$ V și $U_{V_2}=\frac{UR_{V_2}}{R_{V_1}+R_{V_2}}=48$ V.

b) Când comutatorul K se închide primul voltmetru se leagă în paralel cu rezistența R_{AC}, iar al doilea voltmetru se leagă în paralel cu rezistența R_{CB}, cele două grupări fiind legate în serie, astfel că rezistența echivalentă este:

$R_{ext}=\frac{R_{AC}R_{V_1}}{R_{AC}+R_{V_1}}+\frac{R_{CB}R_{V_2}}{R_{CB}+R_{V_2}}=8{,}74\ \Omega\Rightarrow I=\frac{U}{R_{ext}}=27{,}4$ A, deoarece

$R_{AC}=\frac{R}{4}=4$ kΩ și $R_{CB}=\frac{3R}{4}=12$ kΩ. Astfel că voltmetrele indică tensiunile:

$U_{V_1}=\frac{R_{V_1}R_{AC}}{R_{V_1}+R_{AC}}I\approx 98{,}856$ V și $U_{V_2}=\frac{R_{CB}R_{V_2}}{R_{CB}+R_{V_2}}I\approx 141{,}22$ V.

c) Deoarece indicațiile voltmetrelor sunt egale, atunci:

$U_{V_1}=U_{V_2}\Rightarrow\frac{R_{AC}R_{V_1}}{R_{AC}+R_{V_1}}=\frac{R_{CB}R_{V_2}}{R_{CB}+R_{V_2}}$. Notăm cu $x=\frac{R_{AC}}{R_{CB}}\Rightarrow R_{AC}=xR_{CB}$ și cum

$R=R_{AC}+R_{CB}=R_{CB}(x+1)\Rightarrow R_{CB}=\frac{R}{x+1}$ și $R_{AC}=\frac{xR}{x+1}\Rightarrow$

$xR(R_{V_1}-R_{V_2})=(1-x^2)R_{V_1}R_{V_2}\Rightarrow 4x=3(1-x^2)\Rightarrow 3x^2+4x-3=0\Rightarrow x\approx 0{,}54$

34. a) Calculăm rezistența echivalentă între punctele A și B, trecând de la triunghi la stea (fig R 2.3.2), astfel că: $r_{12}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2+R_5}=\frac{8}{9}\ \Omega$;

$r_{15}=\frac{R_1R_5}{R_1+R_2+R_5}=\frac{4}{3}\ \Omega$; $r_{25}=\frac{R_2R_5}{R_1+R_2+R_5}=\frac{2}{3}\ \Omega$.

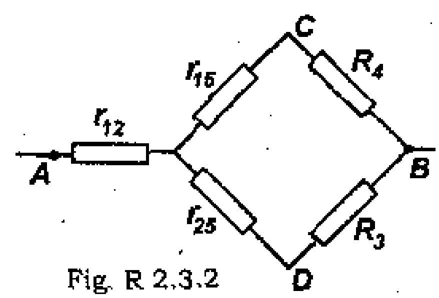


Fig. R 2.3.2

Cum rezistențele r_{15} și R_4 sunt legate în serie iar gruparea lor este legată în paralel cu gruparea serie a rezistențelor r_{25} și R_3, obținem rezistența echivalentă între punctele A și B:

$$R_{AB}=r_{12}+\frac{(r_{15}+R_4)(r_{25}+R_3)}{r_{15}+R_4+r_{25}+R_3}=\frac{32}{15}\ \Omega=2{,}133\ \Omega.$$

b) Calculăm valoarea intensității prin circuitul principal (prin sursă) din $I=\frac{E}{r+R_{AB}}=15$ A. Tensiunea între punctele A și B este $U_{AB}=E-Ir=32$ V

$U_{AB}=I_1R_1+I_4R_4\Rightarrow 32=4I_1+I_4$ (1)

$U_{AB} = I_2R_2 + I_3R_3 \Rightarrow 32 = 2I_2 + 2I_3 \Rightarrow 16 = I_2 + I_3$ (2)

Din $I = I_1 + I_2 \Rightarrow 15 = I_1 + I_2$ (3) şi din $I = I_4 + I_3 \Rightarrow 15 = I_4 + I_3$ (4)

Rezolvând sistemul de ecuaţii obţinem $I_1 = 6$ A; $I_2 = 9$ A; $I_3 = 7$ A şi $I_4 = 8$ A. Conform legii lui Kirchhoff pentru un nod $I_1 = I_4 + I_5 \Rightarrow I_5 = -2$ A $\Rightarrow$ semnul "-" arată că prin rezistenţa R_5 curentul electric circulă în sens contrar.

c) $U_5 = R_5 I_5 = -6$ V.

35. a) Observăm că puntea Wheatstone formată din rezistenţe identice este echilibrată, astfel că rezistenţa ei echivalentă este $R_{AB} = R$ (vezi rezolvarea problemei 15 de la gruparea rezistenţelor) $\Rightarrow$ intensitatea curentului care trece prin baterie este $I = \frac{E}{2R} = 0{,}2$ A.

b) $U_{AF} = U_{AB} = -IR_{AB} = -IR = -\frac{E}{2} = -10$ V.

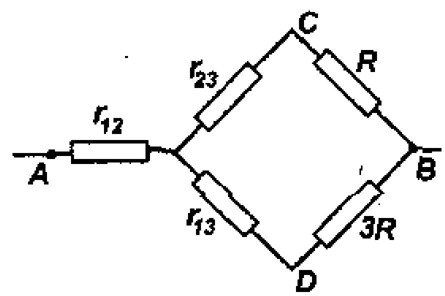


Fig. R 2.3.3

c) Dacă se triplează rezistenţele de pe laturile opuse, puntea Wheatstone nu mai este echilibrată şi calculăm rezistenţa ei echivalentă (fig R 2.3.3).

Cum $r_{12} = \frac{3R}{5}$; $r_{23} = \frac{3R}{5}$ şi $r_{13} = \frac{R}{5} \Rightarrow r_{23}$ şi R sunt legate în serie, iar gruparea lor este legată în paralel cu gruparea serie a rezistenţelor r_{13} si $3R$, rezistenţa grupării este:

$$R' = \frac{(r_{23} + R)(r_{13} + 3R)}{r_{13} + r_{23} + 4R} = \frac{16R}{15} \Rightarrow R'_{AB} = r_{12} + R' = \frac{3R}{5} + \frac{16R}{15} = \frac{5R}{3}$$

$$\Rightarrow I' = \frac{E}{R + R'_{AB}} = \frac{3E}{8R} \Rightarrow U'_{FA} = U'_{BA} = -I'R_{AB} = -\frac{5E}{8} = -12{,}5 \text{ V}.$$

36. a) Conform legii lui Kirchhoff pentru un circuit electric simplu $E_1 - E_2 = I(r_1 + r_2 + R) \Rightarrow I = \frac{E_1 - E_2}{r_1 + r_2 + R} = 1$ A, deoarece sursele sunt în opoziţie de fază. Prin rezistorul R curentul electric circulă de la dreapta spre stânga.

b) Legăm la bornele sursei E_2 un voltmetru şi scriem legea lui Kirchhoff pentru ochiul format: $E_2 = -Ir_2 + U_2 \Rightarrow U_2 = E_2 + Ir_2 = 5$ V $\Rightarrow$ la bornele unei surse parcurse de un curent electric invers faţă de sensul curentului pe care l-ar produce dacă ar fi singură în circuit, tensiunea este mai mare decât t.e.m. a sursei.

c) Analog $E'_1 = Ir_1 + U_1 \Rightarrow U'_1 = E'_1 - Ir_1 = E'_1 - \frac{E'_1 - E_2}{r_1 + r_2 + R} r_1 = \frac{E'_1(r_2 + R) + E_2 r_1}{r_1 + r_2 + R}$.

Cum $U'_1 = 0 \Rightarrow E'_1 = -\frac{E_2 r_1}{r_2 + R} = -0{,}5$ V $\Rightarrow$ semnul "-" ne arată că tensiunea se inversează.

37. a) Conform legii lui Kirchhoff pentru un circuit electric simplu $E_1 + E_2 = I(r_1 + r_2 + R) \Rightarrow I = \dfrac{E_1 + E_2}{r_1 + r_2 + R}$ =3,6 A.

b) $U_1 = E_1 - Ir_1$ =4,8 V.

c) $u_2 = r_2 I$ =10,8 V.

38. a) Conform legii lui Kirchhoff pentru un circuit electric simplu obținem $E_2 - E_1 = I(R_1 + R_2 + R_3 + r_1 + r_2) \Rightarrow I = \dfrac{E_2 - E_1}{R_1 + R_2 + R_3 + r_1 + r_2}$ =2 A.

b) Curentul electric circulă de la potențial mai mare spre un potențial mai mic. Deoarece punctul A se leagă la Pământ potențialul punctului A este nul. Conform legii lui Ohm pentru o porțiune de circuit $U_{AB} = R_1 I = V_A - V_B \Rightarrow V_B = -R_1 I$ =−6 V.
Legăm între punctelel B și D un voltmetru și scriem legea a II-a a lui Kirchhoff pentru ochiul care conține voltmetrul și sursa E_1, astfel că: $E_1 = -Ir_1 + U_{BC} \Rightarrow U_{BC} = E_1 + Ir_1$ =18V $\Rightarrow V_B - V_C = U_{BC} \Rightarrow V_C = V_B - U_{BC}$ = −24V
Cum $U_{CD} = IR_2 = V_C - V_D \Rightarrow V_D = V_C - IR_3$ = −34 V. Legăm un voltmetru între punctele D și E și scriem legea a II-a a lui Kirchhoff pentru ochiul care conține voltmetrul și sursa E_2, astfel că: $E_2 = Ir_2 + U_{ED} \Rightarrow U_{ED} = E_2 - Ir_2$ =46 V $\Rightarrow V_E - V_D = U_{ED} \Rightarrow V_E = V_D + U_{ED}$ =12 V.

c) $U_{BD} = V_B - V_D$ =28 V.

39. a) Calculăm rezistența circuitului exterior: $R_{ext} = R_1 + \dfrac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} + R_{AC}$, unde $R_{AC} = \dfrac{\rho AC}{S} = \dfrac{\rho f\ell}{S} = fR_{AB}$ =4,8 Ω, deoarece $R_{AB} = \dfrac{\rho \ell}{S} \Rightarrow R_{ext}$ =7 Ω.

b) Conform legii lui Kirchhoff pentru un circuit electric simplu: $E_1 - E_2 = I(r_1 + r_2 + R_{ext}) \Rightarrow I = \dfrac{E_1 - E_2}{r_1 + r_2 + R_{ext}}$ =1 A.

c) Pe baza formulei $R = \dfrac{\rho \ell}{S} \Rightarrow \ell = \dfrac{RS}{\rho}$ = 16 m.

40. a) Calculăm rezistența echivalentă a circuitului exterior: $R_{ext} = \dfrac{R_1}{2} + \dfrac{R_2}{3}$ =6 Ω.

b) Scriem legea lui Kirchhoff pentru un circuit electric simplu: $E_1 + E_2 = I(r_1 + r_2 + R_{ext}) \Rightarrow I = \dfrac{E_1 + E_2}{r_1 + r_2 + R_{ext}}$ =2 A.

c) Legăm un voltmetru între punctele A şi B şi scriem legea lui Kirchhoff pentru ochiul de reţea ce conţine voltmetrul şi sursa E_2:
$$E_2 = I\left(r_2 + \frac{R_2}{3}\right) + U_{AB} \Rightarrow U_{AB} = E_2 - I\left(r_2 + \frac{R_2}{3}\right) = -5 \text{ V}.$$

41. a) Calculăm valoarea intensităţii prin circuit utilizând legea lui Kirchhoff pentru un circuit electric simplu (fig R 2.3 4):

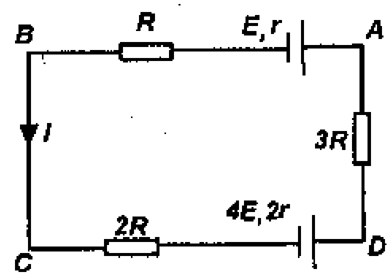


Fig. R 2.3.4

$$4E - E = I(R + 2R + 3R + r + 2r) \Rightarrow$$
$$I = \frac{3E}{6R + 3r} = \frac{E}{2R + r} = 2 \text{ A, astfel că:}$$
$$U_1 = E + Ir = 16 \text{ V}.$$

b) $U_2 = 4E - 2Ir = 52$ V.

c) Dacă punctele B şi D se leagă la Pământ $V_B = V_D = 0$, iar circuitele BAD şi BCD se închid prin Pământ, astfel că $I_{BA} = \dfrac{E}{r + 4R}$ şi
$$I_{CD} = \frac{4E}{2r + 2R} \Rightarrow \frac{I_{CD}}{I_{BA}} = \frac{2(r + 4R)}{r + R} = 6{,}5$$

d) Deoarece prin punctul D intră curentul electric în Pământ şi cum sensul curentului electric este contrar sensului de mişcare al electronilor, aceştia intră în ambele circuite prin punctul D şi ies prin punctul B.

42. a. Deoarece sursele sunt legate în serie parametrii sursei echivalente sunt: $E_S = E_1 + E_2 = 6$ V şi $r_S = r_1 + r_2 = 2\ \Omega$

b. Rezistenţa echivalentă a circuitului exterior este $R_{ext} = R_1 + \dfrac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = 28\ \Omega$

c. Tensiunea electrică între punctele M şi N este $U_{MN} = -IR_{MN} = -\dfrac{IR_2 R_3}{R_2 + R_3}$.

Semnul minus apare deoarece curentul electric circulă de la N la M.

Intensitatea curentului prin circuitul principal este $I = \dfrac{E_S}{R_{ext} + r_S} = 0{,}2 \text{ A} \Rightarrow$

$U_{MN} = -1{,}6$ V

43. a) Cele două surse sunt legate în paralel, astfel că aplicând legile lui Kirchhoff obţinem: $I = I_1 + I_2$ (1); $E_1 = I_1 r_1 + IR \Rightarrow I_1 = \dfrac{E_1 - IR}{r_1} = \dfrac{E_1}{r_1} - \dfrac{IR}{r_1}$ (2)

şi $E_2 = I_2 r_2 + IR \Rightarrow I_2 = \dfrac{E_2}{r_2} - \dfrac{IR}{r_2}$ (3). Introducând (2) şi (3) în (1) obţinem:

$$I=\frac{\dfrac{E_1}{r_1}+\dfrac{E_2}{r_2}}{1+R\left(\dfrac{1}{r_1}+\dfrac{1}{r_2}\right)}=\frac{E_1r_2+E_2r_1}{r_1r_2+R(r_1+r_2)}.$$ Cum $I=\dfrac{E_p}{R+r_p}\Rightarrow E_p=\dfrac{E_1r_2+E_2r_1}{r_1+r_2}=32\text{ V}$

şi $r_p=\dfrac{r_1r_2}{r_1+r_2}=1{,}2\ \Omega$.

b) $I=\dfrac{E_p}{R+R_p}=3{,}2\text{ A}$.

c) Intensitatea de scurtcircuit a sursei echivalente este $I_{sc}=\dfrac{E_p}{r_p}=\dfrac{E_1r_2+E_2r_1}{r_1r_2}\approx 26{,}67\text{ A}$.

44. a. Deoarece cele două surse sunt legate în paralel, intensitatea curentului prin circuitul principal este: $I=\dfrac{\dfrac{E_1}{r_1}+\dfrac{E_2}{r_2}}{1+R\left(\dfrac{1}{r_1}+\dfrac{1}{r_2}\right)}=\dfrac{E_1r_2+E_2r_1}{r_1r_2+R(r_1+r_2)}$

$\Rightarrow I=10\text{ A}$

b. Tensiunea electrică pe rezistenţa R este $U=RI=\dfrac{(E_1r_2+E_2r_1)R}{r_1r_2+R(r_1+r_2)}$.

La funcţionarea în gol a surselor de tensiune $R\to\infty$ şi tensiunea la bornele surselor devine $U_0=\dfrac{E_1r_2+E_2r_1}{r_1+r_2}=32\text{ V}$

c. Parametrii sursei echivalente sunt $E_p=\dfrac{E_1r_2+E_2r_1}{r_1+r_2}$ şi $r_p=\dfrac{r_1r_2}{r_1+r_2}$, astfel că intensitatea de scurtcircuit al sursei echivalente este $I_{sc}=\dfrac{E_p}{r_p}=\dfrac{E_1r_2+E_2r_1}{r_1r_2}\approx 26{,}67\text{ A}$

45. a. Când întrerupătorul K este deschis, intensitatea curentului care circulă prin circuitul format de sursele de tensiune E_1 şi E_2 legate în serie şi care conţine şi rezistenţele R_1 şi R_2 este $I=\dfrac{E_1+E_2}{R_1+R_2}$. Pentru a putea preciza valoarea tensiunii electrice indicată de voltmetru scriem legea a doua a lui Kirchhoff pentru ochiul format de sursa E_2, rezistenţa R_2 şi voltmetru, astfel că: $E_2 = IR_2 + U_{ba} \Rightarrow U_{ba} = E_2 - IR_2 = \dfrac{E_2R_1 - E_1R_2}{R_1 + R_2} \approx -2,14$ V $\Rightarrow$ voltmetrul indică o tensiune $U_V = -U_{ba} \approx 2,14$ V

b. Dacă întrerupătorul K este închis, scriind legea lui Kirchhoff pentru ochiul format de sursa de tensiune E_1 și ampermetrul ideal, prin sursa de tensiune E_1 circulă un curent cu intensitatea $I_1 = \dfrac{E_1}{R_1}$. Alegând ochiul format din sursa de tensiune E_2 și ampermetru ideal obținem intensitatea curentului care circulă prin sursa E_2: $I_2 = \dfrac{E_2}{R_2}$. Din legea a lui Kirchhoff pentru un nod obținem intensitatea curentului indicată de ampermetru: $I_A = I_1 - I_2 = \dfrac{E_1}{R_1} - \dfrac{E_2}{R_2} = 50$ mA (intensitatea curentului este îndreptată în jos). Pentru ochiul format din voltmetru și ampermetru $U_v = 0 \Rightarrow$ voltmetrul nu indică nimic.

c. Deoarece voltmetrul indică o tensiune nulă când întrerupătorul este deschis, atunci cum $U_V = 0 \Rightarrow E_2R_1 = E_1R'_2 \Rightarrow R'_2 = E_2R_1 / E_1 = 60\ \Omega$

46.a. Rezistența echivalentă a circuitului exterior este $R = R_3 + \dfrac{R_1R_2}{R_1 + R_2} = 2,5\Omega$

b. Deoarece sursele de tensiune (E,r) sunt identice și sunt legate în paralel. Prin ele circulă curenți identici, astfel că $I_1 = I_2$. Cum $I = I_1 + I_2 = 2I_1 \Rightarrow I_1 = I/2$. Din legea lui Kirchhoff scrisă pentru ochiul care conține o sursă de tensiune și circuitul exterior, obținem intensitatea curentului electric prin rezistorul R_3, astfel că $E = \dfrac{Ir}{2} + R_{ext}I \Rightarrow I = \dfrac{E}{r/2 + R_{ext}} = 1$ A

c. Tensiunea la capetele rezistorului R_1 este $U = \dfrac{R_1R_2I}{R_1 + R_2} = 1,5$ V

47. a. Scriem legea a doua a lui Kirchhoff pentru un ochi format dintr-o sursă de tensiune și bec și obținem ecuațiile: $E_1 = I_1r_1 + U$ și $E_2 = I_2r_2 + U$. Intensitatea curentului electric ce trece prin bec este $I = I_1 + I_2 \Rightarrow$

$$I = \frac{E_1 - U}{r_1} + \frac{E_2 - U}{r_2} = 1 \text{ A}$$

b. Rezistența electrică a becului este $R = U / I = 4,5\ \Omega$

c. Dacă cele două baterii se grupează în serie și se conectează la bornele becului, intensitatea curentului care circulă prin bec devine $I' = \dfrac{E_1 + E_2}{r_1 + r_2 + R}$, astfel că tensiunea la bornele becului devine $U' = RI' = 7$ V$\Rightarrow$ tensiunea la bornele becului crește cu $\Delta U = U' - U = 2{,}5$ V, dacă susele se grupează în serie față de cazul în care ele sunt grupate în paralel

48. a) Calculăm intensitatea curentului electric care circulă prin rezistorul R, astfel că $I = \dfrac{\dfrac{E_1}{r_1} + \dfrac{E_2}{r_2}}{1 + R\left(\dfrac{1}{r_1} + \dfrac{1}{r_2}\right)} = \dfrac{E_1 r_2 + E_2 r_1}{r_1 r_2 + R(r_1 + r_2)} = 4$ A. Cum $E_1 = I_1 r_1 + IR \Rightarrow$

$I_1 = \dfrac{E_1 - IR}{r_1} = 6$ A$\Rightarrow I_2 = I - I_1 = -2$ A, ceea ce arată că prin bateria E_2 curentul are sens contrar celui ales.

b) $U_{AB} = IR = 12$ V.

c) Pentru ca $I_2 = 0 \Rightarrow I = I_1 \Rightarrow E_1' = I(r_1 + R) \Rightarrow I = \dfrac{E_1'}{r_1 + R} \Rightarrow E_2 = IR = \dfrac{E_1' R}{r_1 + R} \Rightarrow$

$E_1' = \dfrac{E_2(r_1 + R)}{R} = 20$ V.

d) Deoarece $I_1 = I_2 \Rightarrow I_1 = \dfrac{I}{2}$ și conform legii lui Kirchhoff pentru ochiul mare obținem $E_1 = \dfrac{I}{2} r_1 + IR = I\left(\dfrac{r_1}{2} + R\right)$, iar pentru ochiul mic obținem

$E_2' = \dfrac{I}{2} r_2 + IR = I\left(\dfrac{r_2}{2} + R\right) \Rightarrow \dfrac{E_1}{E_2'} = \dfrac{r_1 + 2R}{r_2 + 2R} \Rightarrow E_2' = E_1 \dfrac{r_2 + 2R}{r_1 + 2R} \approx 23{,}33$ V.

49. a) Aflăm parametrii sursei echivalente utilizând formulele generalizate în cazul legării mai multor surse în paralel, astfel că:

$E_p = \dfrac{\sum \dfrac{E_k}{r_k}}{\sum \dfrac{1}{r_k}} = \dfrac{\dfrac{E_1}{r_1} - \dfrac{E_2}{r_2}}{\dfrac{1}{r_1} + \dfrac{1}{r_2}} = \dfrac{E_1 r_2 - E_2 r_1}{r_1 + r_2} = 3{,}75$ V și $r_p = \dfrac{1}{\Sigma \dfrac{1}{r_k}} = \dfrac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} = 0{,}75\ \Omega$. Se ține cont de faptul că sursele sunt în opoziție de fază.

Aflăm rezistența echivalentă a circuitului exterior:

$R_{ext} = \dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \dfrac{4R_2}{5} = 1\ \Omega \Rightarrow I = \dfrac{E_p}{r_p + R_{ext}} \approx 2{,}142$ A$\Rightarrow U = R_{ext} I \approx 2{,}142$ V.

b) Conform legii lui Kirchhoff pentru ochiul mare, obținem: $E_1 = I_1 r_1 + IR_{ext} \Rightarrow I_1 = \dfrac{E_1 - IR_{ext}}{r_1} \approx 9{,}286$ A$\Rightarrow I_2 = I - I_1 \approx -7{,}144$ A$\Rightarrow \dfrac{I_1}{I_2} \approx -1{,}3$, iar semnul minus arată că prin cele două surse circulă curenți în sensuri contrare.

c) Dacă se schimbă polaritatea sursei E_2, intesitatea prin circuitul exterior devine $I'=\frac{E'_p}{r_p+R_{ext}}$ cu $E'_p=\frac{E_1r_2+E_2r_1}{r_1+r_2}=11{,}25\text{ V}\Rightarrow I'=\frac{E'_p}{r_p+R_{ext}}\approx 6{,}43\text{ A}$.

50. a) Deoarce ampermetrul nu indică nimic înseamnă că prin acea ramură $I_A=0$, iar curentul electric circulă numai prin baterii și rezistențele R_1 și R_2, astfel că în conformitate cu legea lui Kirchhoff pentru ochiul mare $E_1-E_2=I(R_1+R_2)$ (1) iar pentru ochiul mic: $E_2=-IR_2$ (2). Introducem (2) în (1) și obținem $E_1=IR_1\Rightarrow\frac{E_1}{E_2}=-\frac{R_1}{R_2}\Rightarrow E_2=-\frac{E_1R_2}{R_1}=-27\text{ V}\Rightarrow$semnul "–" ne arată că sursa E_2 trebuie să aibă polaritatea inversă.

b) $U_{AB}=0\Rightarrow V_A-V_B=0\Rightarrow V_A=0\Rightarrow$ punctul A are potențialul nul.

c) $$I_{R_3}=\frac{\frac{E_1}{R_1}+\frac{E_2}{R_2}}{1+R_3\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)}=\frac{E_1R_2+E_2R_1}{R_1R_2+R_3(R_1+R_2)}\approx 1{,}2\text{ A}.$$

51. a. Când intensitatea curentului electric prin rezistența R este egală cu zero, atunci tensiunea pe bec este egală cu U_1, astfel că pe baza legii lui Kirchhoff scrisă pentru ochiul care conține bateria E și becul obținem: $E=U_1=2$ V.

b. Rezistența electrică a becului este $R_b=U_1/I_1\approx 3{,}636\ \Omega$

c. Când intensitatea curentului prin baterie este nulă, atunci tensiunea pe bec este egală cu tensiunea bateriei E și prin bec circulă un curent cu intensitatea I_1. Cum $I_1=I_2$, atunci conform legii lui Kirchhoff scrisă pentru ochiul care conține becul, rezistența R și tensiunea U obținem: $U=RI_1+E=5{,}3$V

52. a) Calculăm intesitatea I_3: $$I_3=\frac{\frac{E_1}{R_1}+\frac{E_2}{R_2}}{1+R_3\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)}=\frac{E_1R_2+E_2R_1}{R_1R_2+R_3(R_1+R_2)}=10\text{ A}$$

și deci $E_1=I_1R_1+I_3R_3\Rightarrow I_1=\frac{E_1-I_3R_3}{R_1}=14$ A iar din $I_1+I_2=I_3\Rightarrow I_2=I_3-I_1=$-4 A $\Rightarrow$ semnul minus ne arată că sensul intensității I_2 este invers celui ales.

b) $U_{FB}=-I_3R_3=-20$ V.

c) Deoarece $I_3=0\Rightarrow I_1=-I_2=I\Rightarrow E_1-E_2'=I(R_1+R_2)$, iar $E_1=IR\Rightarrow E_2'=-IR_2\ \Rightarrow\frac{E_1}{E_2'}=-\frac{R_1}{R_2}\Rightarrow E_2'=-\frac{E_1R_2}{R_1}=-72$ V, iar semnul "–" ne arată că sursa are polaritatea inversă.

53. a) $R_{AB}=\frac{2R}{3}+R=\frac{5R}{3}$ =5 Ω.

b) Aflăm intensitatea prin circuitul principal: $I=\frac{-\frac{E_1}{r_1+R_1}+\frac{E_2}{r_2+R_2}}{1+R_{AB}\left(\frac{1}{r_1+R_1}+\frac{1}{r_2+R_2}\right)}\Rightarrow$

I=2 A. Cum $E_1=I_1(r_1+R_1)-IR_{AB}\Rightarrow I_1=\frac{E_1+IR_{AB}}{r_1+R_1}$ =2 A $\Rightarrow I_2=I+I_1$ =4 A.

c) $I_{sc_1}=\frac{E_1}{r_1}$ =10 A.

54. a) Aflăm valoarea intensității curentului care circulă prin rezistențele R_3 și R_1, utilizând legea lui Kirchhoff pentru ochiul care conține aceste rezistențe și sursa E_1, astfel că:

$E_1=I_1(R_1+R_3)\Rightarrow I_1=\frac{E_1}{R_1+R_3}\Rightarrow U_{AM}=I_1R_1=\frac{E_1R_1}{R_1+R_3}$ =3,75 V.

b) Aflăm intesitatea curentului prin rezistoarele R_2 și R_4 în condițiile în care întreupătorul este închis și prin E_2 nu circulă curent electric, utilizând legea lui Kirchhoff pentru ochiul care conține aceste rezistoare și sursa E_1, astfel că: $E_1=I_2(R_2+R_4)\Rightarrow I_2=\frac{E_1}{R_2+R_4}$. Aplicăm legea lui Kirchhoff pentru ochiul format din rezistențele R_3, R_4 și sursa E_2, astfel că:

$E_2=-I_2R_4+I_1R_3=-\frac{E_1R_4}{R_2+R_4}+\frac{E_1R_3}{R_1+R_3}\Rightarrow E_2=E_1\frac{R_2R_3-R_1R_4}{(R_1+R_3)(R_2+R_4)}$ =8,25 V.

c) $\frac{I_1}{I_2}=\frac{R_2+R_4}{R_1+R_3}$ =0,625.

55. a) Aplicăm legea lui Kirchhoff pentru un nod (fig R 2.3.5): $I_1=I+I_2$ (1).

Aplicăm legea lui Kirchhoff pentru ochiul mic care conține sursa E_2 și rezistența R:

$E_2=IR\Rightarrow I=\frac{E_2}{R}$ (2).

Aplicăm legea lui Kirchhoff pentru ochiul cu sursa E_1 și rezistența R:

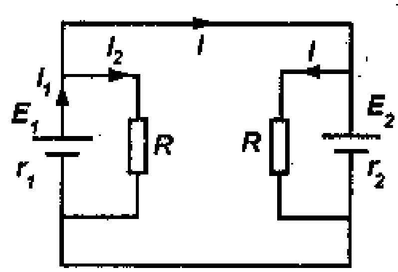


Fig. R 2.3.5

$$E_1=I_1r_1+I_2R\ (3).$$

Scriem legea lui Kirchhoff pentru ochiul mare care conține sursa E_2 și rezistența R, astfel că: $E_2=I_2R\Rightarrow I_2=\frac{E_2}{R}$ (4).

Introducem (4) şi (2) în (1)$\Rightarrow I_1=\dfrac{2E_2}{R}\Rightarrow$ introducem în (3)$\Rightarrow E_1=2\dfrac{E_2r_1}{R}+E_2$

$\Rightarrow R=2\dfrac{E_2r_1}{E_1-E_2}=28\ \Omega.$

b) Cum $I_1=I_2=\dfrac{E_2}{R}=\dfrac{E_1-E_2}{2r_1}=0{,}5$ A, adică prin cele două rezistențe R circulă curenți cu aceeaşi intensitate.

c) $I_{sc_1}=I_{sc_2}$ şi cum prin definiție $I_{sc}=\dfrac{E}{r}\Rightarrow\dfrac{E_1}{r_1}=\dfrac{E_2}{r_2}\Rightarrow r_2=\dfrac{E_2r_1}{E_1}=1{,}75\ \Omega.$

56. a) Aflăm rezistența echivalentă a laturii fără sursă de tensiune $R_{ext}=R_7+\dfrac{R_5R_6}{R_5+R_6}=6\ \Omega.$

b) Ramura ce conține sursa E_1 poate fi transformată într-o ramură cu t.e.m. E_1 şi rezistența $R_1'=r_1+\dfrac{R_1R_2}{R_1+R_2}+R_3=6\ \Omega$. Aflăm valoarea intensității I_7 utilizând gruparea în paralel a două surse, astfel că:

$$I_7=\frac{\dfrac{E_1}{R_1'}+\dfrac{E_2}{r_2+R_4}}{1+R_{ext}\left(\dfrac{1}{R_1'}+\dfrac{1}{r_2+R_4}\right)}=3{,}625\text{ A}.$$

Cum rezistențele R_5 şi R_6 sunt legate în paralel, tensiunile pe ele sunt egale, astfel că $R_5I_5=R_6I_6\Rightarrow I_6=\dfrac{R_5I_5}{R_6}$ şi din

$I_7=I_5+I_6\ \Rightarrow I_7=\dfrac{I_5(R_5+R_6)}{R_6}\Rightarrow I_5=\dfrac{R_6I_7}{R_5+R_6}=2{,}175$ A$\Rightarrow I_6=I_7-I_5=1{,}45$ A.

Conform legii lui Kirchhoff pentru ochiul care conține ramura cu E_2 şi cea fără surse obținem $E_2=I_4(r_2+R_4)+I_7R_{ext}\Rightarrow I_4=\dfrac{E_2-I_7R_{ext}}{r_2+R_4}=2{,}75$ A şi $I_3=I_7-I_4=0{,}875$ A. Deoarece rezistențele R_1 şi R_2 sunt legate în paralel, atunci $R_1I_1=R_2I_2\Rightarrow I_2=\dfrac{R_1I_1}{R_2}$ şi cum $R_1=R_2\Rightarrow I_1=I_2$.

Din $I_3=I_1+I_2=2I_1\Rightarrow I_1=I_2=\dfrac{I_3}{2}=0{,}4375$ A.

c) Legăm un voltmetru ideal între punctele A şi B şi scriem legea a II-a a lui Kirchhoff pentru ochiul format din sursa E_2 şi acest voltmetru şi obținem: $E_2=I_4(r_2+R_4)+U_{BA}\Rightarrow U_{AB}=-U_{BA}=I_4(r_2+R_4)-E_2=-21{,}75$ V.

57. a) Sursele identice (E_1, r_1) sunt legate în paralel, astfel că parametrii sursei echivalente care le înlocuieşte sunt: $E_{1_e} = \dfrac{\dfrac{E_1}{r_1} + \dfrac{E_2}{r_2}}{\dfrac{1}{r_1} + \dfrac{1}{r_2}} = E_1$ şi $r_{1_e} = \dfrac{r_1}{2}$.

Analog procedăm cu sursele cu parametrii E_2, r_2, care sunt identice şi ele legate în paralel. Înlocuim sursele cu o sursă echivalentă cu parametrii $E_{2e} = E_2$ şi $r_{2_e} = \dfrac{r_2}{2}$, astfel că sursa echivalentă are parametrii $E_e = E_1 + E_2 = 40$ V şi $r_e = \dfrac{r_1 + r_2}{2} = 1\ \Omega$.

b) Rezistenţa exterioară a circuitului electric simplu este $R_{ext} = R_1 + R_2 = 19\Omega$.

c) Aflăm intensitatea curentului care trece prin circuitul electric simplu, astfel că: $I = \dfrac{E_e}{R_{ext} + r_e} = 2\text{ A} \Rightarrow U_2 = R_2 I = 10$ V.

58.a) Aplicăm legea lui Kirchhoff pentru ochiul de reţea:

$$E_2 - E_3 - E_1 = I(R_1 + R_2 + R_3) \Rightarrow I = \frac{E_2 - E_3 - E_1}{R_1 + R_2 + R_3} = 0{,}5\text{ A}.$$

b) Legăm un voltmetru între punctele A şi B şi scriem legea a doua a lui Kirchhoff pentru ochiul format de voltmetru şi ramura AB, ce conţine sursa E_2, astfel că obţinem: $E_2 = I(R_1 + R_2) + U_{BA} \Rightarrow$

$U_{AB} = -U_{BA} = I(R_1 + R_2) - E_2 \Rightarrow U_{AB} = -11$ V.

c) $U_3 = R_3 I_3 = 1$ V.

59.a) Aplicăm formula de calcul a intensităţii curentului electric printr-un rezistor R alimentat de mai multe surse legate în paralel, astfel că:

$$I = \frac{\sum \dfrac{E_k}{r_k}}{1 + R\sum \dfrac{1}{r_k}} = \frac{\dfrac{E_1}{r_1} + \dfrac{E_2}{r_2} + \dfrac{E_3}{r_3}}{1 + R\left(\dfrac{1}{r_1} + \dfrac{1}{r_2} + \dfrac{1}{r_3}\right)} \approx 3{,}33\text{ A}.$$

b) Tensiunea la bornele surselor reprezintă tensiunea pe rezistorul R, astfel că: $U = RI \approx 6{,}66$ A.

c) Calculăm parametrii sursei echivalente utilizând formulele:

$$E_p = \frac{\sum \dfrac{E_k}{r_k}}{\sum \dfrac{1}{r_k}} = 8\text{ V} \quad \text{şi} \quad r_p = \frac{1}{\sum \dfrac{1}{r_k}} = 0{,}4\ \Omega.$$

60. a. Parametrii generatorului echivalent sunt:

$$E_e=\frac{\frac{E_1}{r_1}+\frac{E_2}{r_2}}{\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}}=\frac{E_1r_2+E_2r_1}{r_1+r_2}=28\text{ V și } r_e=\frac{r_1r_2}{r_1+r_2}=2\ \Omega$$

b. Dacă între bornele *a* și *b* conectăm un conductor cu rezistența neglijabilă, atunci scriind legea lui Kirchhoff pentru un ochi care conține o sursă de tensiune și firul metalic, obținem: $E_1=I_1r_1\Rightarrow I_1=E_1/r_1=6$ A și din $E_2=I_2r_2\Rightarrow I_2=E_2/r_2=8$ A

c. Intensitatea curentului prin firul metalic este $I=E_1/r_1+E_2/r_2=14$ A

d. Conform legii lui Kirchhoff pentru un ochi care conține sursa de tensiune echivalentă și ramura cu acumulatorul obținem: $E_e-E_0=(R+r_0+r_e)I\Rightarrow$

$$R=\frac{E_e-E_0}{I}-r_0-r_e=12\ \Omega$$

61. a. Pe baza legilor lui Kirchhoff formăm un sistem cu trei ecuații și trei necunoscute, astfel că: $I_1+I_2=I_3$ (1), $E_2=I_2r_2+I_3R_2\Rightarrow 4=I_2+2I_3$ (2), $E_1-E_3=I_3R_2+I_1(R_1+r_1+R_3+r_3)\Rightarrow 4=2I_3+6I_1$ (3). Obținem: I_1=0,2 A , I_2=1,2 A , I_3=1,4 A

b. Pentru a afla tensiunea electrică între punctele *A* și *B* montăm un voltmetru ideal între aceste puncte și scriem legea a doua a lui Kirchhoff pentru ochiul care cuprinde latura *AB* și voltmetrul: $E_1=I_1(R_1+r_1)+U_{BA}\Rightarrow$ $U_{AB}=-U_{BA}=I_1(R_1+r_1)-E_1=-5{,}4$ V

c. Tensiunea electrică la bornele sursei E_2 este $U_2=E_2-I_2r_2=2{,}8$ V

62.a) Aplicăm legile lui Kirchhoff și formăm un sistem cu trei ecuații și trei necunoscute, astfel că: $I_1+I_3=I_2$ (1), $E_1-E_3=I_1(r_1+R_1)-I_3(r_3+R_3)\Rightarrow$ $-30=5I_1-10I_3\Rightarrow 6=2I_3-I_1$ (2) și $E_2+E_3=I_3(R_3+r_3)+I_2(R_2+r_2)\Rightarrow$ $70=10I_3+5I_2\Rightarrow 14=2I_3+I_2$ (3). Din (2): $I_1=2I_3-6$ și din (3): $I_2=14-2I_3$. Introducem I_1 și I_2 în (1) și obținem I_3=4 A și I_1=2 A.

b) Deoarece prin ramura 2 nu circulă curent înseamnă că $I_2'=0$, astfel că:

$E_3-E_1=I(R_3+r_3+R_1+r_1)\Rightarrow I=2\text{ A}\Rightarrow E_2'=-E_3+I(R_3+r_3)=-20$ V

Semnul minus arată că polaritatea sursei trebuie inversată.

c) La inchiderea întrerupătorului scriem legea lui Kirchhoff pentru ochiul format de latura care conține sursa E_1 și latura care conține întrerupătorul:

$E_1=I'_1(R_1+r_1)\Rightarrow I'_1=\frac{E_1}{R_1+r_1}=2\text{ A}\Rightarrow$ ampermetrul indică tot 2 A.

63.a) Scriem legile lui Kirchhoff şi formăm un sistem cu trei ecuaţii şi trei necunoscute: $I_1 + I_2 + I_3 = 0$ (1); $E_1 - E_2 = -I_1(r_1 + R_1) + I_2(r_2 + R_2) \Rightarrow$ $5 = -6I_1 + 5I_2$ (2) şi $E_1 - E_3 = I_3(r_3 + R_3) - I_1(r_1 + R_1) \Rightarrow$ $4 = 4I_3 - 6I_1$ (3). Din (2) $\Rightarrow I_2 = 1 + \dfrac{6I_1}{5}$ şi din (3) $\Rightarrow I_3 = 1 + \dfrac{3I_1}{2} \Rightarrow$ prin introducerea lor în (1) obţinem: $I_1 \approx -0{,}54$A; $I_2 = 13/37 = 0{,}352$A şi $I_3 \approx 0{,}19$A

b) Montăm între punctele *A* şi *B* un voltmetru ideal şi scriem legea a doua a lui Kirchhoff pentru ochiul format de voltmetru şi latura care conţine sursa E_2, astfel că: $E_2 = -I_2(r_2 + R_2) + U_{BA} \Rightarrow U_{AB} = -U_{BA} = -I_2(r_2 + R_2) - E_2 = -6{,}76$ V

c) $U_1 = E_1 + I_1 r_1 = 9{,}46$ V$\Rightarrow$ tensiunea la barele sursei E_1 este mai mică decât tensiunea electromotoare a bateriei E_1 , deoarece prin interiorul sursei E_1 circulă un curent electric de la borna "−" spre borna "+".
$U_2 = E_2 + I_2 r_2 = 5{,}704$ V$\Rightarrow$ tensiunea la bornele sursei E_2 este mai mare decât tensiunea electromotoare a bateriei E_2 , deoarece prin interiorul sursei E_2 circulă un curent electric de la borna "+" la borna "−".

64.a) Scriem legile lui Kirchhoff şi formăm un sistem cu trei ecuaţii şi trei necunoscute: $I_1 + I_3 = I_2$ (1); $E_1 - E_2 = I_1 R_1 + I_2 R_2 \Rightarrow 3 = 2I_1 + 4I_2$ (2) şi $E_1 + E_3 = I_1 R_1 - I_3 R_3 \Rightarrow 3 = I_1 - I_3$ (3). Rezolvând sistemul de ecuaţii obţinem I_1=1,5 A; I_2=0 şi I_3=−1,5 A.

b) Montăm între punctele *A* şi *B* un voltmetru ideal şi scriem legea a doua a lui Kirchhoff pentru ochiul format de voltmetru şi latura care conţine sursa E_2, astfel că: $E_2 = -I_2 R_2 + U_{BA} \Rightarrow U_{AB} = -U_{BA} = -I_2 R_2 - E_2 = -2$ V.

c) Legăm polii negativi ai surselor E_1 şi E_2 cu un voltmetru ideal şi scriem legea lui Kirchhoff pentru ochiul ce conţine voltmetrul şi rezistenţele R_1 şi R_2, astfel că: 0=$U_V + I_1 R_1 + I_2 R_2 \Rightarrow U_V = -I_1 R_1 - I_2 R_2 = -6$ V.

65.a) Scriem legile lui Kirchhoff şi formăm un sistem de trei ecuaţii şi trei necunoscute: $I_3 = I_1 + I_2$ (1); $E_2 - E_1 = I_1(R_1 + R_2 + R_6) + I_3 R_7 \Rightarrow 10 = 9I_1 + 7I_3$ (2) şi $E_2 + E_3 = I_3 R_7 + I_2(R_3 + R_4 + R_5) \Rightarrow 50 = 7I_3 + 12I_2$ (3). Rezolvând sistemul de ecuaţii obţinem: $I_1 \approx -0{,}627$ A, $I_2 \approx 2{,}863$ A şi $I_3 \approx 2{,}235$ A.

b) Legăm un voltmetru ideal între punctele *A* şi *B* şi scriem legea a doua a lui Kirchhoff pentru ochiul care conţine voltmetrul şi latura cu sursa E_2, astfel că obţinem: $E_2 = I_3 R_7 + U_{AB} \Rightarrow U_{AB} = E_2 - I_3 R_7 \approx 4{,}355$ V.

c) $\dfrac{U_2}{U_4} = \dfrac{R_2 I_1}{R_4 I_2} \approx 0{,}11.$

66.a) Scriem legile lui Kirchhoff şi formăm un sistem de trei ecuaţii şi trei necunoscute: $I_1 = I_3 + I_2$ (1); $E_3 = -I_3 r_3 + I_2 r_2 \Rightarrow 18 = -I_3 + 5I_2$ (2) şi $E_1 - E_2 = I_1(R_1 + r_2 + R_3 + r_1) + I_2 R_2 \Rightarrow 4 = 10I_1 + 5I_2$ (3). Rezolvând sistemul de ecuaţii obţinem: $I_1 \approx -1{,}02$ A; I_2=184/65$\approx$2,83 A şi $I_3 \approx -3{,}85$ A.

b) $U_2 = R_2 I_2 \approx 14{,}15$ V.

c) $U_1 = E_1 - I_1 r_1 \approx 10{,}408$ V reprezintă tensiunea la bornele sursei E_1.

67.a) Scriem legile lui Kirchhoff şi formăm un sistem de cinci ecuaţii şi cinci necunoscute pe care-l rezolvăm pentru a putea afla intensităţile curenţilor electrici. Pentru nodul (*C*): $I_5 = I_1 + I_2$; pentru nodul (*D*): $I_4 + I_3 = I_5$.

Pentru ochiul (I): $E_1 - E_2 = I_1 R_1 - I_2 R_2 \Rightarrow 69 = 5I_1 - 2I_2$.

Pentru ochiul (II): $E_2 = I_2 R_2 + I_4 R_4 + I_5 R_5 \Rightarrow 136 = 2I_2 + I_4 + 4I_5$.

Pentru ochiul (III): $E_3 = -I_3 R_3 + I_4 R_4 \Rightarrow 10 = -2I_3 + I_4$.

Rezolvând sistemul de ecuaţii obţinem valorile: I_1=17 A, I_2=8 A, I_3=5 A, I_4=20A şi I_5=25 A.

b) $U_2 = I_2 R_2 = 16$ V.

c) Conform legii lui Kirchhoff pentru ochiul (I), obţinem:

$E_1 = I_1 R_1 + U_{AC} \Rightarrow U_{AC} = E_1 - I_1 R_1 = 120$ V.

68.a) Scriem legile lui Kirchhoff şi formăm un sistem cu patru necunoscute pe care-l rezolvăm. Pentru nodul *B*: $I_1 + I_2 + I_3 = 0$ (1).

Pentru ochiuri obţinem: $E_3 - E_1 = I_3 R_3 - I_1 R_1$ (2); $E_3 - E_2 = I_3 R_3 - I_2 R_2$ (3) şi $E_1 - E_2 = I_1 R_1 - I_2 R_2 - I_4 R_4$ (4). Scădem (2) din (3)$\Rightarrow E_1 - E_2 = I_1 R_1 - I_2 R_2$ şi din (4) $\Rightarrow I_4 R_4 = 0 \Rightarrow I_4 = 0$. Din (2)$\Rightarrow 2 = 3I_3 - I_1$ şi din (3)$\Rightarrow 1 = 3I_3 - 2I_2$.

Rezolvând sistemul obţinem: $I_1 = -\dfrac{7}{11}$ A, $I_2 = \dfrac{2}{11}$ A şi $I_3 = \dfrac{5}{11}$ A.

b) $E_3 = I_3 R_3 + U_{BA} \Rightarrow U_{BA} = E_3 - I_3 R_3 = \dfrac{18}{11}$ V$\Rightarrow U_{AB} = -U_{BA} = -\dfrac{18}{11}$ V.

c) $U_4 = I_4 R_4 = 0$, deoarece prin rezistorul R_4 nu circulă un curent electric.

69.a) Scriem legea lui Kirchhoff pentru un circuit electric simplu, astfel că:

$$E_1 + E_2 - E_3 + E_4 = I(R_1 + R_2 + R_3 + R_4) \Rightarrow I = \frac{E_1 + E_2 - E_3 + E_4}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} = 2 \text{ A}.$$

b) Aflăm potenţialele punctelor din circuit. Punctul *A* se leagă la Pământ şi prin urmare potenţialul acestui punct este zero, V_A=0. Curentul electric circulă de la potenţial mare spre potenţial mic, astfel că: $V_A - V_B = IR_1 \Rightarrow$ $V_B = V_A - IR_1$=−4 V. Cum $E_1 = U_{CB} = V_C - V_D \Rightarrow V_C = V_B + E_1$ =2 V.

Din $V_C - V_D = IR_2 \Rightarrow V_D = V_C - IR_2$=0 V şi $E_2 = V_E - V_D \Rightarrow V_E = V_D + E_2$=4 V.

Din $V_E - V_F = IR_3 \Rightarrow V_F = V_E - IR_3$=2 V şi din $E_3 = V_F - V_G \Rightarrow V_G = V_F - E_3$=0V; $V_G - V_H = IR_4 \Rightarrow V_H = V_G - IR_4$=−8 V.

c) Dacă punctul *A* se leagă la Pământ, atunci $U_{BG} = V_B - V_G$=−4 V.

Dacă punctul A nu este legat la Pământ, intensitatea curentului prin circuitul principal nu se modifică, iar dacă legăm un voltmetru ideal între punctele B şi G şi scriem legea lui Kirchhoff pentru ochiul format de ramura BAG şi voltmetrul ideal, obţinem:

$E_4 = I(R_1 + R_4) + U_{BG} \Rightarrow U_{BG} = E_4 - I(R_1 + R_4) = -4$ V.

Observăm că tensiunea electrică între punctele B şi G are aceeaşi valoare, indiferent dacă punctul A se leagă la Pământ sau nu.

70.a) Scriem legile lui Kirchhoff şi formăm un sistem de trei ecuaţii cu trei necunoscute pe care-l rezolvăm: $I_1 + I_3 = I_2$ (1),

$E_1 - E_3 - E_4 = I_1(r_4 + R_1 + r_1) + I_2(r_2 + R_2) \Rightarrow 30 = 10I_1 + 20I_2 \Rightarrow 3 = I_1 + 2I_2$ (2) şi

$E_3 - E_2 = I_3(r_3 + R_3) + I_2(r_2 + R_2) \Rightarrow 20 = 5I_3 + 20I_2 \Rightarrow 4 = I_3 + 4I_2$ (3)

Valorile obţinute sunt: I_1=1 A, I_2=1 A şi I_3=0.

b) Legăm un voltmetru ideal între punctele A şi B, astfel că scriem legea lui Kirchhoff pentru ochiul format din latura cu sursa E_2 şi voltmetru:

$E_2 = -I_2(R_2 + r_2) + U_{BA} \Rightarrow U_{AB} = -U_{BA} = -I_2(R_2 + r_2) - E_2 = -30$ V.

c) Calculăm tensiunile la barele surselor E_1 şi E_4: $U_1 = E_1 - I_1 r_1 = 54{,}7$ V şi

$U_4 = E_4 + I_1 r_4 = 15{,}2 \text{ V} \Rightarrow \dfrac{U_1}{U_4} \approx 3{,}6$.

71. Calculăm intensitatea curentului prin rezistorul R când acesta este alimentat de n baterii identice: $I_1 = \dfrac{\sum \frac{E_k}{r_k}}{1 + R\sum \frac{1}{r_k}} = \dfrac{n\frac{E}{r}}{1 + \frac{nR}{r}} = \dfrac{nE}{r + nR}$. Inversăm polaritatea a două baterii şi calculăm intensitatea curentului prin rezistorul R, în acest caz, astfel că: $I_2 = \dfrac{(n-2)\frac{E}{r} - 2\frac{E}{r}}{1 + \frac{nR}{r}} = \dfrac{(n-4)E}{r + nR}$.

Cum $\dfrac{I_1}{I_2} = k \Rightarrow \dfrac{nE}{n-4} = k \Rightarrow n = nk - 4k \Rightarrow 4k = n(k-1) \Rightarrow n = \dfrac{4k}{k-1} = 8$.

72.a) Calculăm parametrii sursei echivalente şi obţinem: $E_e = \dfrac{\sum \frac{E_k}{r_k}}{\sum \frac{1}{r_k}}$

$$E_e=\frac{5\dfrac{E}{r}}{\dfrac{1}{r}+\dfrac{1}{2r}+\dfrac{1}{3r}+\dfrac{1}{4r}+\dfrac{1}{5r}}=\frac{300E}{137}\approx 2{,}19\ E \text{ și}$$

$$\frac{1}{r_e}=\frac{1}{r}+\frac{1}{2r}+\frac{1}{3r}+\frac{1}{4r}+\frac{1}{5r}=\frac{137}{60r}\Rightarrow r_e=\frac{60r}{137}\approx 0{,}438\ r.$$

b) Calculăm intensitatea I_e a curentului prin rezistorul R când la capete se leagă sursa echivalentă: $I_e=\dfrac{E_e}{r_e+R}=\dfrac{150E}{167r}$ și intensitatea I a curentului prin rezistorul R, când la capetele acestuia se leagă numai prima sursă: $I_1=\dfrac{E}{R+r}=\dfrac{E}{3r}\Rightarrow\dfrac{I_e}{I_1}\approx 2{,}69.$

c) Calculăm intensitățile de scurtcircuit pentru sursa echivalentă și oricare din surse: $I_{sc}=\dfrac{E_e}{r_e}=\dfrac{5E}{r}$ și $I_{sc1}=I_{sc2}=I_{sc3}=I_{sc4}=I_{sc5}=\dfrac{E}{r}\Rightarrow\dfrac{I_{sce}}{I_{sc1}}=5.$

73. Calculăm parametrii sursei echivalente $E_e=\dfrac{\sum\dfrac{E_k}{r_k}}{\sum\dfrac{1}{r_k}}=\dfrac{m\dfrac{E}{r}}{\dfrac{m}{nr}}=nE$ și

$\dfrac{1}{r_e}=\sum\dfrac{1}{r_k}=\dfrac{m}{nr}\Rightarrow r_e=\dfrac{nr}{m}$. Cum $N=m\cdot n\Rightarrow m=\dfrac{N}{n}\Rightarrow r_e=\dfrac{n^2r}{N}$. Scriem legea lui Ohm pentru un circuit electric simplu $I=\dfrac{E_e}{R+r_e}=\dfrac{nE}{R+\dfrac{n^2r}{N}}\Rightarrow$

$\Rightarrow nE=IR+I\dfrac{n^2r}{N}\Rightarrow\dfrac{Ir}{N}n^2-nE+IR=0$. Cum $\Delta=E^2-4\dfrac{I^2R}{N}r\geq 0\Rightarrow$

$E^2\geq 4\dfrac{I^2R}{N}r\Rightarrow I\leq\dfrac{E}{2}\sqrt{\dfrac{N}{Rr}}\Rightarrow$ intensitatea maximă este $I_{max}=\dfrac{E}{2}\sqrt{\dfrac{N}{Rr}}=20$ A

$\Rightarrow n=\dfrac{EN}{2I_{max}r}=\sqrt{\dfrac{NR}{r}}=4\Rightarrow n=4\Rightarrow m=6\Rightarrow$ se leagă câte 4 surse în serie și apoi cele șase grupări se leagă în paralel, astfel că prin rezistorul R intensitatea curentului are valoarea maximă.

2.4. Puterea şi energia electrică

1.a) Scriem legea lui Ohm pentru un circuit electric simplu
$E=(R+r)I \Rightarrow R=\frac{E}{I}-r=50\ \Omega$.

b) Calculăm puterile disipate prin efect Joule pe rezistenţa circuitului exterior şi pe sursă, astfel că: $P_R=RI^2=200$ W şi $P_r=rI^2=40$ W. Calculăm puterea sursei: $P_S=EI=240\ \text{W} \Rightarrow P_S=P_R+P_r \Rightarrow$ puterea furnizată de sursă este disipată prin efect Joule atât pe circuitul exterior cât şi pe cel interior (datorită rezistenţei interne a sursei).

c) Puterea disipată pe circuitul exterior este $P=RI^2=\frac{RE^2}{(R+r)^2}$ şi are valoarea maximă dacă $\frac{R}{(R+r)^2}$ este maxim. Fie $a=\frac{R}{(R+r)^2}$ şi cum
$a=\max \Rightarrow$
$R=aR^2+2aRr+ar^2 \Rightarrow aR^2+R(2ar-1)+ar^2=0 \Rightarrow \Delta=1-4ar\geq 0$
$\Rightarrow a\leq\frac{1}{4r} \Rightarrow a_{\max}=\frac{1}{4r} \Rightarrow R=\frac{1-2ar}{2a}=r \Rightarrow$ pe circuitul exterior puterea disipată este maximă numai dacă rezistenţa circuitului exterior este egală cu rezistenţa internă a bateriei $\Rightarrow P_{\max}=\frac{E^2}{4r}=360$ W şi $R=r=10\ \Omega$.

2.a) Conform formulei puterii electrice $P=\frac{U_b^2}{R} \Rightarrow R=\frac{U_b^2}{P}=144\ \Omega$.

b) Scriem formula energiei electrice consumată de becul care funcţionează la parametrii nominali: $W_{el}=P\cdot t=0{,}5$ kWh=1,8 MJ

c) Pe rezistorul legat în serie cu becul cade o tensiune $U_R=U-U_b=100$ V, iar prin rezistor trece un curent electric egal cu cel care trece prin bec, astfel că: $I=\frac{P}{U_b} \Rightarrow R=\frac{U_R}{I}=\frac{(U-U_b)U_b}{P}=120\ \Omega$.

3.a) Aflăm rezistenţa becului care funcţionează normal: $P=\frac{U_n^2}{P_n}=484\ \Omega$.

b) Utilizăm formula care redă dependenţa rezistenţei R de temperatură, astfel că $R=R_0(1+\alpha t) \Rightarrow \alpha=\frac{R-R_0}{R_0 t}\approx 10^{-4}$ grad^{-1}.

c) Calculăm rezistența echivalentă a montajului de rezistențe $R_e = \frac{R}{2} + R = \frac{3R}{2}$, astfel că $W_{el} = \frac{U^2\tau}{R_e} = \frac{2U^2\tau}{3R} = 20$ kJ.

4.a) $R_2 = \frac{U^2}{P_2} = 220\ \Omega$.

b) $I_1 = \frac{P_1}{U} = 0{,}5$ A.

c) Calculăm intensitățile nominale prin cele două becuri $I_1 = 0{,}5$ A și $I_2 = \frac{P_2}{U} = 1$ A $\Rightarrow$ pentru a funcționa normal se leagă în paralel cu becul 2 un rezistor pe care tensiunea aplicată este U și este parcurs de un curent cu intensitatea $I = I_2 - I_1 = 0{,}5$ A, astfel că rezistența acestuia este $R = \frac{U}{I_2 - I_1} = \frac{U^2}{P_2 - P_1} = 440\ \Omega$.

5. a. Din expresiile puterilor electrice maxime admise calculăm intensitățile maxime admise care circulă prin cele două rezistoare.
Astfel $P_{m1} = R_1 I_1^2 \Rightarrow I_1 = \sqrt{P_{m1}/R_1} = 3$ A și $P_{m2} = R_2 I_2^2 \Rightarrow I_2 = \sqrt{P_{m2}/R_2} = 4$ A
b. Dacă cele două rezistoare se grupează în serie, atunci prin ele circulă curentul cu intensitatea cea mai mică pentru ca niciun rezistor să nu se ardă. Astfel deoarece $I_{max} = \min(I_1, I_2) = I_1$, tensiunea maximă care se poate aplica grupării serie a celor două rezistoare este $U_{max} = (R_1 + R_2)I_1 = 27$ V
c. *Dacă cele două rezistoare se grupează în paralel, tensiunea maximă care* se poate aplica grupării paralel a celor două rezistoare este minimul dintre tensiunile aplicate rezistoarelor. Astfel că $U_{max} = \min(U_1, U_2)$, unde tensiunile sunt $U_1 = \sqrt{P_1 R_1} = 9$ V și $U_2 = \sqrt{P_2 R_2} = 24$ V $\Rightarrow U_{max} = U_1 = 9$ V.

d. *Puterea rezistoarelor în cazul* **b.** *este* $P_1 = (R_1 + R_2)I_1^2 = \frac{(R_1 + R_2)P_{m1}}{R_1}$, iar în cazul **c.** puterea rezistoarelor este $P_2 = \frac{U_1^2}{R_e} = \frac{(R_1 + R_2)U_1^2}{R_1 R_2} = \frac{(R_1 + R_2)P_{m1}}{R_2}$.

Astfel raportul cerut este $\frac{P_1}{P_2} = \frac{R_2}{R_1} = 2$

6. a. Prin bec circulă un curent electric cu intensitatea $I = P/U = 3$ A
b. Becul are rezistența electrică $R_b = U^2/P = 4\ \Omega$. Utilizând trei surse de tensiune legate în serie și alimentând becul cu această grupare, prin bec se

stabileşte un curent cu intensitatea $I=\frac{3E}{R_b+3r}$=3 A$\Rightarrow$ numărul minim de baterii pe care trebuie să le folosească elevul este 3 şi acestea trebuie legate în serie

c. Deoarece tensiunea la bornele becului devine $U_1=U/2$, atunci intensitatea curentului care trece prin bec este $I_1=I/2=1{,}5$ A. Cum $I_1=\frac{3E}{R_b+3r+R}\Rightarrow$

$R=3E/I_1-R_b-3r$=4,5 Ω

7. a. Energia electrică utilizată de un calorifer într-o oră de funcţionare este $W=Pt$=17,474 MJ

b. Puterea electrică maximă care poate fi extrasă prin priza protejată cu siguranţa fuzibilă este $P_{max}=UI_{max}$=11 kW

c. Intensitatea curentului care trece printr-un calorifer este $I=P/U$=22 A. Numărul de calorifere identice care pot fi alimentate în paralel de la această priză este $N=\left|\frac{I_{max}}{I}\right|$=2

8. a) Conform legii lui Ohm pentru un circuit electric simplu obţinem: $E_1=I_1(R_1+r)$ şi $E=I_2(R_2+r)\Rightarrow I_1R_1+I_1r=I_2R_2+I_2r\Rightarrow r=\frac{I_2R_2-I_1R_1}{I_1-I_2}\Rightarrow$

r=5 Ω şi $E=75$ V.

b) Aflăm intensitatea curentului electric prin circuit când rezistenţa circuitului exterior este R_3: $I=\frac{E}{r+R_3}$=2,5 A$\Rightarrow$ tensiunea la bornele sursei este: $U=E-Ir$=62,5 V şi puterea disipată pe circuitul exterior este: $P=RI^2=156{,}25$ W.

c) Pentru ca puterea disipată pe circuitul exterior să fie maximă trebuie ca rezistenţa internă să fie egală cu rezistenţa circuitului exterior $R_e=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$

$\Rightarrow r=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}\approx 6{,}67$ Ω$\Rightarrow$ puterea maximă are valoarea $P_{max}=\frac{E^2}{4r}\approx 210{,}94$W.

9. a) Legăm în serie cele două rezistenţe, astfel că: $E=I_1(r+R_1+R_2)\Rightarrow$

$\Rightarrow R_1+R_2=\frac{E}{I_1}-r=3$ Ω.

La legarea în paralel a celor două rezistenţe, obţinem:

$E=I_2\left(r+\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}\right)\Rightarrow\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}=\frac{E}{I_2}-r=\frac{2}{3}$ Ω$\Rightarrow R_1R_2=2$ Ω².

$R_1 = \frac{2}{R_2} \Rightarrow \frac{2}{R_2} + R_2 - 3 = 0 \Rightarrow R_2^2 - 3R_2 + 2 = 0 \Rightarrow R_2 = 2\ \Omega$ şi $R_1 = 1\ \Omega$.

b) $P_{ext} = (R_1 + R_2)I_1^2 = 18{,}75$ W, când rezistenţele sunt legate în serie şi $P^{l}_{ext} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} I_2^2 = 24$ W, când rezistenţele sunt legate în paralel.

c) $\frac{U_1}{U_2} = \frac{E - I_1 r}{E - I_2 r} = 1{,}875$.

10. a) Când comutatorul K este deschis, ampermetrul indică un curent cu intensitatea I_1, astfel că $P = RI_1^2 \Rightarrow R = \frac{P}{I_1^2} = 9\ \Omega$.

Cum $R = \frac{\rho \ell}{S} \Rightarrow \ell = \frac{RS}{\rho} = \frac{R\pi d^2}{4\rho}$, deoarece firul este cilindric şi secţiunea acestuia este $S = \frac{\pi d^2}{4} \Rightarrow \ell \approx 16{,}82$ m.

b) Când comutatorul K este închis, rezistenţa R_2 este şuntată, iar gruparea serie a rezistenţelor R_A şi R este legată în paralel cu rezistenţa R_1, astfel că rezistenţa circuitului esterior este $R^{l}_{ext} = \frac{(R + R_A)R_1}{R + R_A + R_1} = 2\ \Omega$.

c) Când comutatorul K este închis $\Rightarrow E = I^{l}\left(R^{l}_{ext} + r\right)$, unde I^{l} este intensitatea prin circuitul principal. Cum $I_1^{l}(R + R_A) = I_2^{l} R_1 \Rightarrow$

$I_2^{l} = \frac{I_1^{l}(R + R_A)}{R_1}$. Din $I^{l} = I_1^{l} + I_2^{l} \Rightarrow I^{l} = I_1^{l}\left(\frac{R + R_A}{R_1} + 1\right) \Rightarrow E = 4(2 + r)$ (1).

Când comutatorul K este deschis, gruparea serie a rezistenţelor R_A şi R şi gruparea serie a rezistenţelor R_1 şi R_2 sunt legate în paralel, astfel că rezistenţa circuitului exterior este: $R_{ext} = \frac{(R + R_A)(R_1 + R_2)}{R + R_A + R_1 + R_2} = 5\ \Omega$.

Conform legii lui Ohm pentru un circuit electric simplu $E = I(R_{ext} + r)$, unde I este intensitatea prin circuitul principal. Cum $I_1(R + R_A) = I_2(R_1 + R_2) \Rightarrow$

$I_2 = \frac{I_1(R + R_A)}{R_1 + R_2} = I_1$, deoarece $R + R_A = R_1 + R_2$. Astfel $I = I_1 + I_2 = 2I_1 = 2$ A

$\Rightarrow E = 2(5 + r)$ (2). Din relaţiile (1) şi (2) obţinem $r = 1\ \Omega \Rightarrow E = 1$ V.

11.a) Utilizăm formula puterii $P = R_1 I^2 \Rightarrow R_1 = \frac{P}{I^2} = 2\ \Omega$.

b) Aflăm intensitatea prin sursă atunci când rezistențele R_1 și R_2 sunt legate în paralel$\Rightarrow I=\dfrac{E}{r+R_{ext}}$, unde $R_{ext}=\dfrac{R_1R_2}{R_1+R_2}\Rightarrow I=6$ A$\Rightarrow P_{ext}=R_{ext}I^2$=57,6W

c) Puterea sursei la scurtcircuit este $P_s=EI_{sc}=\dfrac{E^2}{r}=360$ W, deoarece la scurtcircuit intensitatea curentului electric este $I_{sc}=\dfrac{E}{r}$.

12. a) Din grafic determinăm rezistența electrică: $R=\dfrac{U}{I}=2\ \Omega$, astfel că puterea dezvoltată de această rezistență când este străbătută de un curent electric cu intensitatea I_1 este $P=RI_1^2=32$ W.

b) Deoarece puterea este $P=UI$, aria cuprinsă între graficul tensiunii în funcție de intensitate, curba intensității și ordonata construită prin punctul I_2=9 A reprezintă puterea medie pe consumatorul R, astfel că $P_m=A_{triunghi}\Rightarrow$ P_m=81 W.

c) Utilizăm formula $Q=\dfrac{U^2}{R}t=5400$ J.

13. a) Cum la scurtcircuit intensitatea curentului este maximă, din grafic rezultă I_{sc}=5 A.

b) Cum puterea sursei este $P_S=EI\Rightarrow E=\dfrac{P_{S\max}}{I_{sc}}=15$ V, deoarece când I_{sc}=5A, puterea sursei este maximă și egală cu $P_{S\max}=75$ W. Rezistența internă a sursei este $r=\dfrac{E}{I_{sc}}=3\ \Omega$.

c) Pentru ca pe un circuit exterior să se debiteze o putere maximă trebuie ca $r=R=3\ \Omega$, iar în acest caz: $P_{R\max}=\dfrac{E^2}{4r}=18{,}75$ W.

14.a) Din definiție $P_u=RI^2\Rightarrow$din grafic puterea utilă este maximă când $R=r$, astfel că $P_{u\max}=rI^2$ cu $I_1=\dfrac{E}{R+r}=\dfrac{E}{2r}\Rightarrow P_{u\max}=\dfrac{E}{4r}=rI_1^2\Rightarrow r=\dfrac{P_{u\max}}{I_1^2}$

Din grafic: $I_1=1$ A și $P_{u\max}=3$ W$\Rightarrow r=3\ \Omega$.

b) Cum $P_{u\max}=\dfrac{E^2}{4r}=\dfrac{EI_1}{2}\Rightarrow E=\dfrac{2P_{u\max}}{I_1}=6$ V.

c) La scurtcircuit $I_{sc}=\dfrac{E}{r}=2I_1=2$ A.

15. a) Din grafic observăm că puterea utilă este maximă când U=20 V, iar $P_{u\max}$=60 W. Dar puterea utilă este maximă când $r=R$ iar cum $P_{u\max}=\frac{U^2}{r}\Rightarrow r=\frac{U^2}{P_{u\max}}\approx 6{,}67\,\Omega$ şi intensitatea corespunzătoare este: $I=\frac{P_{u\max}}{U}=3$ A, astfel că $E=(R+r)I=2rI \Rightarrow E=2U=40$ V.

b) Puterea debitată de sursă este $P_S=EI=\frac{E^2}{R+r}$=60 W

c) $\frac{P_{ext}}{P_S}=\frac{RI^2}{EI}=\frac{RI}{E}=\frac{R}{R+r}\approx 54{,}54\%$

16. a) Din grafic observăm că puterea utilă este maximă când R=0,1 Ω, iar $P_{u\max}$=10 W. Dar puterea utilă este maximă când r=R=0,1 Ω.

b) Cum $P_{u\max}=\frac{E^2}{4r}\Rightarrow E=\sqrt{4rP_{u\max}}$=2 V

c) Din definiţie $P_{u\max}=RI^2=R\frac{E^2}{(R+r)^2}$=7,5 W

17. a.b. Puterea disipată de sursă pe circuitul exterior are valoarea $P=rI_1^2$, deoarece când R_1=3 Ω intensitatea curentului electric este I_1=4 A.
Dar E=I_1(R_1+r)=4(3+r). Când R_2=8 Ω intensitatea curentului electric este I_2=2A, astfel că E=I_2(R_2+r)=2(8+r). Rezolvând sistemul format din cele două ecuaţii obţinem: r=2 Ω şi E=20 V$\Rightarrow$ P=32 W

c. Puterea maximă debitată de sursă pe circuitul exterior este $P_{\max}=\frac{E^2}{4r}$=50W.

18. a) $\frac{P_2}{P_3}=\frac{U^2}{R_2}\frac{R_3}{U^2}=\frac{R_3}{R_2}=\frac{1}{2}=0{,}5$, deoarece rezistenţele R_2 şi R_3 sunt legate în paralel, astfel că pe ele cade aceeaşi tensiune.

b) Puterea sursei este P_S=EI, unde $I=\frac{E}{r+R_1+\frac{R_2R_3}{R_2+R_3}}=2$ A$\Rightarrow P_S$=28 W

c) Prin definiţie căldura degajată de un rezistor este: $Q=R_1I^2t=19{,}2$ kJ

19. a) Calculăm rezistențele legate în paralel între punctele *A* și *B*. Astfel că:
$\frac{R_{AB}}{R'_{AB}} = \frac{1}{2} \Rightarrow R'_{AB} = 2R_{AB} \Rightarrow R = R_{AB} + R'_{AB} = 3R_{AB} \Rightarrow R_{AB} = \frac{R}{3}$, unde

$R = \frac{\rho\ell}{S} = 6\,\Omega \Rightarrow R_{AB} = 2r$ și $R'_{AB} = 4r \Rightarrow R_{e_{AB}} = \frac{R_{AB} \cdot R'_{AB}}{R_{AB} + R'_{AB}} = 1{,}33\ \Omega$

b) Calculăm valoarea intensității prin circuitele principale, astfel că: $I = \frac{E}{R_{e_{AB}} + r} = 3\ \text{A}$.

c) Puterea disipată în baterie datorită rezistenței interne a acesteia este $P_r = rI^2 = 6\ \text{W}$.

20. Când comutatorul *K* este închis, rezistențele R_1 și R_2 sunt legate în paralel și gruparea lor este legată în serie cu rezistența R_3, astfel că rezistența echivalentă a circuitului exterior este: $R_{ext} = R_3 + \frac{R_1R_2}{R_1 + R_2} = 4\ \Omega \Rightarrow$

$E = I(R_{ext} + r) \Rightarrow E = 2(4 + r)(1)$

Când comutatorul *K* este deschis, rezistențele R_1 și R_3 sunt legate în serie, astfel că rezistența echivalentă a circuitului exterior este: $R'_{ext} = R_1 + R_3 = 5{,}6\Omega$
$\Rightarrow E = I'(R'_{ext} + r) = 1{,}5(5{,}6 + r)(2)$. Din (1) și $(2) \Rightarrow I(R_{ext} + r) = I'(R'_{ext} + r) \Rightarrow$
$r = \frac{I'R'_{ext} - IR_{ext}}{I - I'} = 0{,}8\ \Omega \Rightarrow E = 9{,}6\,\text{V}$.

b) Când comutatorul este deschis, puterea debitată de sursă în exterior este $P_{ext} = R'_{ext}\,I'^2 = 12{,}6\ \text{W}$.

c) Când comutatorul este închis, puterea prin rezistența R_2 este $P_2 = \frac{U^2}{R_2}$, unde *U* reprezintă tensiunea la bornele grupării formate din rezistențele R_1 și R_2 legate în paralel, astfel că $U = \frac{R_1R_2}{R_1 + R_2} \cdot I = 4{,}8\ \text{V} \Rightarrow P_2 = 3{,}84\ \text{W}$.

21. a) Rezistențele R_3 și R_4 sunt legate în serie, iar gruparea lor este legată în paralel cu rezistența R_2, astfel că rezistența echivalentă între punctele *A* și B este $R_{AB} = \frac{R_2(R_3 + R_4)}{R_2 + R_3 + R_4} = 2\ \Omega$.

Intensitatea curentului prin circuitul principal este: $I = \frac{E}{r + R_1 + R_{AB}} = 2\ \text{A}$

b) $\frac{I_2}{I_3}=\frac{U_{AB}}{R_2}\cdot\frac{R_3+R_4}{U_{AB}}=\frac{R_3+R_4}{R_2}=2$, deoarece $I_2=\frac{U_{AB}}{R_2}$ şi $I_3=\frac{U_{AB}}{R_3+R_4}$

$\frac{P_2}{P_{34}}=\frac{U_{AB}^2}{R_2}\cdot\frac{R_3+R_4}{U_{Ab}^2}=2$, deoarece $P_2=\frac{U_{AB}{}^2}{R_2}$ şi $P_{34}=\frac{U_{AB}^2}{R_3+R_4}$

c) Pentru că puterea pe circuitul exterior să fie maximă trebuie $r=R_{ext}\Rightarrow$ $r=R_1+\frac{R_2(R_3+R_4)}{R_2+R_3+R_4}=5\ \Omega$, iar valoarea maximă a puterii disipate pe circuitul exterior este $P_{max}=RI^2=r\left(\frac{E}{2r}\right)^2=\frac{E^2}{4r}=7{,}2$ W.

22.a) Pe baza formulei $R=\frac{\rho\ell}{S}=7\ \Omega$ se obţine valoarea rezistenţei unui fir metalic.

b) Cum $R_{AC}=\frac{\rho x}{S}\Rightarrow R_{AC}=\frac{xR}{\ell}$. Calculăm rezistenţa echivalentă între punctele A şi B ţinând cont că rezistenţele identice R_{AC} sunt legate în paralel şi gruparea lor este legată în serie cu gruparea paralel a altor două rezistenţe identice $R_{CB}=\frac{(\ell-x)R}{\ell}$, astfel că $R_{AB}=\frac{R_{AC}}{2}+\frac{R_{CB}}{2}=\frac{R}{2}=3{,}5\ \Omega$. Observăm că rezistenţa echivalentă între punctele A şi B nu depinde de poziţia firului metalic. Intensitatea curentului prin circuitul principal este $I=\frac{E}{R+r}=3$ A.

c) Energia electrică disipată prin circuitul exterior este: $W_{el}=R_{ext}I^2t=\frac{R}{2}I^2t=3780$ J

23. a) Pe baza legilor lui Kirchhoff pentru noduri obţinem: $I_1=I_5+I_4\Rightarrow I_4=I_1-I_5$=0,6 A şi din $I_2+I_5=I_3\Rightarrow I_2=I_3-I_5=0{,}1$ A

Scriem legile lui Kirchhoff pentru cele două ochiuri mici ale punţii Wheatstone şi obţinem:

$I_1R_1+I_5R_5-I_2R_2=0\Rightarrow R_2=\frac{I_1R_1+I_5R_5}{I_2}$=100 Ω şi din

$I_5R_5+I_3R_3-I_4R_4=0\Rightarrow R_4=\frac{I_5R_5+I_3R_3}{I_4}=10\ \Omega.$

b) Deoarece prin rezistorul R_5 nu circulă curent înseamnă că puntea Wheatstone este echilibrată, astfel că trebuie îndeplinită condiţia: $R_1R_3=R_2R_4\Rightarrow R_2=\frac{R_1R_3}{R_4}=2{,}4\ \Omega.$

c) Deoarece puterea disipată pe circuitul exterior este maximă, trebuie ca $R = r$. Conform legii lui Kirchhoff pentru ochiul format din sursă şi ramurile cu rezistenţele R_2 şi R_3, obţinem: $E = Ir + I_2R_2 + I_3r_3$

Cum $I = I_1 + I_2 = 1{,}1$ A$\Rightarrow r = \dfrac{E - I_2R_2 - I_3R_3}{I} = 1\ \Omega \Rightarrow R = 1\ \Omega$.

Puterea maximă disipată pe circuitul exterior este $P_{max} = \dfrac{E^2}{4r} \approx 42{,}9$ W.

24. a) Când întrerupătoarele sunt deschise prin rezistenţa R_3 trece un curent cu intensitatea: $I = \dfrac{E}{r + r_A + R_3} = 4$ A, astfel că $P_3 = R_3I^2 = 32$ W.

b) $\dfrac{\Delta P_3}{P_3} = \dfrac{P_3' - P_3}{P_3} = \dfrac{P_3'}{P_3} - 1$, unde P_3' reprezintă puterea disipată pe rezistenţa R_3 când se închide întrerupătorul K_1. În acest caz rezistenţele R_1 şi R_3 sunt legate în paralel şi prin baterie se stabileşte un curent electric cu intensitatea $I' = \dfrac{E}{r + r_A + \dfrac{R_1R_3}{R_1 + R_3}} = 5$ A. Cum $R_1 = R_3$ prin fiecare rezistenţă trece un curent cu intensitatea $I'/2$, astfel că puterea P_3' disipată pe rezistenţa R_3 este: $P_3' = \dfrac{R_3I'^2}{4} = 12{,}5$ W $\Rightarrow \dfrac{\Delta P_3}{P_3} \approx -61\% \Rightarrow$ prin închiderea întrerupătorului K_1, puterea electrică disipată pe rezistenţa R_3 scade.

c) Dacă se închid ambele întrerupătoare, firul metalic şuntează rezistenţa R_2, astfel că practic aceasta nu există şi intensitatea curentului prin sursă rămâne I' că în situaţia în care întrerupătorul K_1 este închis şi K_2 este deschis. Puterea sursei este: $P_S = EI' = 100$ W.

25. a) Deoarece rezistenţele sunt legate în paralel, tensiunile aplicate pe ele sunt egale astfel că puterile disipate pe ele sunt: $P_1 = \dfrac{U^2}{R_1}$ şi $P_2 = \dfrac{U^2}{R_2}$. Cum $P_1 = P_2 \Rightarrow R_1 = R_2 = R$, adică cele două rezistenţe sunt egale$\Rightarrow \dfrac{R_1}{R_2} = 1$.

b) Puterea debitată de sursă pe circuitul exterior este maximă când $r = R_{ext}$. Cum $R_{ext} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{R}{2} \Rightarrow r = \frac{R}{2} \Rightarrow R_1 = R_2 = 2r = 20\ \Omega$. Puterea maximă disipată pe circuitul exterior este $P_{max} = \frac{E^2}{4r} = 22{,}5\ \text{W}$.

c) Cum prin sursă circulă un curent cu intensitatea $I = \frac{E}{R_{ext} + r} = \frac{E}{2r} = 1{,}5\ \text{A}$, printr-o rezistență circulă un curent cu intensitatea $I/2$, astfel că o rezistență degajă o căldură $Q = R\frac{I^2}{4}t = 20{,}25\ \text{kJ}$.

26. a) Deoarece rezistențele degajă aceeași cantitate de căldură în același interval de timp înseamnă că puterile disipate de aceasta sunt egale. Cum $P_1 = P_2$, iar $P = RI^2 = \frac{RE^2}{(R+r)^2} \Rightarrow \frac{R_1E^2}{(R_1+r)^2} = \frac{R_2E^2}{(R_2+r)^2} \Rightarrow$

$R_1(R_2+r)^2 = R_2(R_1+r)^2 \Rightarrow r = \sqrt{R_1R_2} = 6\ \Omega$.

b) Puterea sursei este $P_S = EI$, unde $I = \frac{E}{R+r} \Rightarrow P_S = \frac{E^2}{r+R} = 180\ \text{W}$.

c) Prin definiție randamentul circuitului este:

$$\eta = \frac{P_u}{P_c} = \frac{RI^2}{EI} = \frac{R}{E} \cdot \frac{E}{R+r} = \frac{R}{R+r} \approx 70\%$$

27. a) Cum $P = \frac{U_1^2}{R_1} \Rightarrow R_1 = \frac{U_1^2}{P} = 16\ \Omega$ și $P = \frac{U_2^2}{R_2} \Rightarrow R_2 = \frac{U_2^2}{P} = 81\ \Omega$.

Deoarece cele două rezistențe degajă aceeași putere, atunci:

$P_1 = P_2 \Rightarrow \frac{R_1E^2}{(R_1+r)^2} = \frac{R_2E^2}{(R_2+r)^2} \Rightarrow r = \sqrt{R_1R_2} = 36\ \Omega$.

b) Cum $P = U_1I_1 \Rightarrow I_1 = \frac{P}{U_1} = 2{,}5\ \text{A} \Rightarrow E = I_1(R_1 + r) = 130\ \text{V}$.

c) Puterea disipată pe circuitul exterior este maximă când $R=r=36\,\Omega$ $\Rightarrow I = \frac{E}{r+R} = \frac{E}{2r}$ și tensiunea la bornele reostatului este $U = RI = \frac{E}{2} = 65\ \text{V}$.

Puterea maximă disipată pe circuitul exterior este $P_{max} = \frac{E^2}{4r} \approx 117{,}36\ \text{W}$.

28. a) Calculăm rezistenţa echivalentă a circuitului exterior. Rezistenţele R_1 şi R_2 sunt legate în serie, la fel şi rezistenţele R_3 şi R_4, iar cele două grupări sunt legate în paralel şi cu rezistenţa R_5, astfel că:

$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1 + R_2} + \frac{1}{R_3 + R_4} + \frac{1}{R_5} \Rightarrow R_e = 21{,}6\ \Omega$, iar tensiunea la bornele sursei este aceeaşi cu cea de pe rezistenţa echivalentă R_e, astfel că $U = R_e I = 19{,}44\ \text{V}$.

b) Puterea sursei este $P_S = EI = (R_e + r)I^2$, deoarece $E = (R_e + r)I \Rightarrow$ $P_S = 17{,}82\ \text{W}$.

c) Calculăm puterea debitată de sursă pe circuitul exterior R_e, astfel că $P_{ext} = R_e I^2 \approx 17{,}496\ \text{W}$. Calculăm puterea debitată de sursă pe circuitul interior, adică pe rezistenţa r, astfel că $P_{int} = rI^2 = 0{,}324\ \text{W}$. Cum $P_{ext} + P_{int} = 17{,}82\ \text{W}$, $\Rightarrow P_S = P_{ext} + P_{int}$ ceea ce reprezintă bilanţul puterilor.

29. a) Rezistenţa becului este $R = \frac{U^2}{P} = 4\ \Omega$.

b) Calculăm intensitatea curentului prin bec pentru ca acesta să funcţioneze la parametrii normali din $P = UI \Rightarrow I = \frac{P}{U} = 1\ \text{A}$. Calculăm intensitatea curentului care se stabileşte prin bec când la capetele lui se leagă cele două surse în antifază, astfel că intensitatea curentului devine $I' = \frac{E_2 - E_1}{2r + R}$, unde R reprezintă rezistenţa becului. Obţinem $I' = 2{,}25\ \text{A}$. Cum $I' > I$, becul se arde.

c) Deoarece becul cu rezistenţa R trebuie să funcţioneze normal când este străbătut de un curent cu intensitatea I', tensiunea la capetele becului este $U' = RI' = 9\ \text{V}$ iar puterea nominală trebuie să fie $P' = U'I' = RI'^2 = 20{,}25\ \text{W}$.

30. a) Calculăm intensităţile curenţilor prin fiecare consumator: $I_1 = \frac{P_1}{U}$; $I_2 = \frac{P_2}{U}$ şi $I_3 = \frac{P_3}{U}$. Cum $P_3 > P_2 > P_1 \Rightarrow I_3 > I_2 > I_1 \Rightarrow$ prin consumatorul al treilea circulă cel mai intens curent $I_3 \approx 0{,}91\ \text{A}$.

b) Cum $P_2 = \frac{U^2}{R_2} \Rightarrow R_2 = \frac{U^2}{P_2} \approx 201{,}66\,\Omega$, dar $R_2 = \frac{\rho \ell_2}{S} \Rightarrow \ell_2 = \frac{R_2 S}{\rho} \approx 16{,}66\,\text{m}$.

c) Deoarece tensiunea aplicată U' este dublul tensiunii nominale U înseamnă că doi consumatori se leagă în paralel şi gruparea lor se leagă în serie cu al treilea. Cum $P_3 = P_1 + P_2 \Rightarrow I_3 = I_1 + I_2 \Rightarrow$ se leagă în paralel consumatorii 1 şi 2 iar al treilea se leagă în serie cu gruparea celorlalţi doi

31. a) Deoarece ramurile sunt identice $I_1 = I_2 = I$. Cum $P_1 = U_1 I$ şi $P_2 = U_2 I \Rightarrow U_1 = \frac{P_1}{I}; U_2 = \frac{P_2}{I} \Rightarrow U = U_1 + U_2 = \frac{P_1 + P_2}{I} \Rightarrow I = \frac{P_1 + P_2}{U} = 0{,}4545$ A.

b) Calculăm rezistenţele becurilor:

$$R_1 = \frac{P_1}{I^2} = \frac{P_1 U^2}{(P_1 + P_2)^2} = 290{,}4\ \Omega \text{ şi } R_2 = \frac{P_2}{I^2} = \frac{P_2 U^2}{(P_1 + P_2)^2} = 193{,}6\ \Omega.$$

c) Conectăm un voltmetru ideal între punctele *A* şi *B*. Scriem legea a doua a lui Kirchhoff pentru ochiul care conţine voltmetrul şi două becuri diferite:

$$U_V = IR_1 - IR_2 = I(R_1 - R_2) = \frac{P_1 + P_2}{U}\left[\frac{P_1 U^2}{(P_1 + P_2)^2} - \frac{P_2 U^2}{(P_1 + P_2)^2}\right] = \frac{(P_1 - P_2)U}{P_1 + P_2} = 44\text{ V}.$$

32. a. Rezistenţa circuitului exterior este $R_{ext} = \frac{(R_1 + R_3)(R_2 + R_4)}{R_1 + R_3 + R_2 + R_4}$=35 Ω şi intensitatea curentului prin sursă este $I = \frac{E}{R_{ext} + r}$=0,6 A. Deoarece cele două ramuri legate în paralel au aceeaşi rezistenţă, prin ele circulă curenţi cu intensităţi egale cu $I/2$. Pentru a afla tensiunea electrică între punctele *B* şi *D* conectăm un voltmetru şi scriem legea lui Kirchhoff pentru un ochi care conţine voltmetrul şi rezistenţele R_1 şi R_2. Obţinem:

$R_1 I/2 + U_{DB} - R_2 I/2 = 0 \Rightarrow U_{BD} = -U_{DB} = (R_1 - R_2)I/2$ =7,2 V

b. Energia electrică disipată în circuitul exterior într-un interval de timp Δt este $W = R_{ext} I^2 \Delta t$ =7560 J

c. Deoarece puterea disipată pe circuitul exterior este maximă atunci $R_{1ext}=r$=5 Ω şi valoarea acestei puteri maxime este $P_{max} = \frac{E^2}{4r}$ =28,8 W

33. a) Deoarece becurile funcţionează la parametrii nominali tensiunile de funcţionare ale acestora sunt: $U_1 = \frac{P_1}{I_1} = 20$ V şi $U_2 = \frac{P_2}{I_2} = 40$ V. Rezistenţa *R* este împărţită de cursorul *C* în două părţi R_1 şi R_2 astfel că $R = R_1 + R_2$. Aflăm tensiunea aplicată pe rezistorul *R* scriind legea lui Kirchhoff pentru ochiul care conţine sursa de tensiune şi rezistorul *R*, astfel că $E = Ir + U_1 + U_2 \Rightarrow I = \frac{E - U_1 - U_2}{r} = 1$ A. Din legea lui Kirchhoff pentru noduri aflăm intensităţile curenţilor care circulă prin cele două rezistenţe R_1

şi R_2, astfel că $I'_1 = I - I_1 = 0{,}5$ A şi $I'_2 = I - I_2 = 0{,}4$ A. Deoarece rezistenţele R_1 şi R_2 sunt legate în paralel cu becurile B_1 respectiv B_2, aflăm valorile rezistenţelor R_1 şi R_2, astfel că $R_1 = \frac{U_1}{I'_1} = 40\ \Omega$ şi $R_2 = \frac{U_2}{I'_2} = 100\ \Omega$.

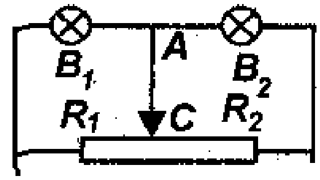


Fig. R 2.4.1

Obţinem valorea $R = R_1 + R_2 = 140\ \Omega$. (fig R 2.4.1):

b) Conform legii lui Kirchhoff pentru nodul A, obţinem $I_1 = I_2 + I_{AC} \Rightarrow I_{AC} = I_1 - I_2 = -0{,}1$ A $\Rightarrow$ prin firul metalic AC curentul electric circulă de la C la A şi are valoarea de 0,1 A.

c) Aflăm rezistenţa circuitului exterior. Aflăm întâi rezistenţele becurilor: $R_{1b} = \frac{P_1}{I_1^2} = 40\ \Omega$ şi $R_{2b} = \frac{P_2}{I_2^2} \cong 66{,}67\ \Omega$. Observăm că rezistenţele R_1 şi R_{1b} sunt legate în paralel, iar gruparea lor este legată în serie cu gruparea paralel a rezistenţelor R_2 şi R_{2b}, astfel că: $R_{ext} = \frac{R_1 R_{1b}}{R_1 + R_{1b}} + \frac{R_2 R_{2b}}{R_2 + R_{2b}} = 60\ \Omega$.

Puterea disipată pe circuitul exterior este maximă atunci când $r=R=60\ \Omega$.

34. a şi b) Aflăm intensităţile nominale ale curenţilor ce trec prin consumatoare: $I_{n1} = \frac{P_1}{U_{n1}} = 5$ A şi $I_{n2} = \frac{P_2}{U_{n2}} = 2$ A. Deoarece tensiunea aplicată pe cele două consumatoare este $U > U_{n1} + U_{n2}$ trebuie să legăm în serie cu cele două becuri o rezistenţă R_1 pe care să cadă diferenţa de tensiune. $U_1 = U - U_{n1} - U_{n2} = 100$ V, iar prin aceasta trebuie să circule curentul cu intensitatea cea mai mare I_{n1}, astfel că: $R_1 = \frac{U - U_{n1} - U_{n2}}{I_{n1}} = 20\ \Omega$. Deoarece prin consumatorul 2 curentul maxim care trece are intensiatea $I_{n2} < I_{n1}$, acesta trebuie protejat cu o rezistenţă R_2 legată în paralel, astfel că intensitatea care trece prin ea este $I_2 = I_{n1} - I_{n2} \Rightarrow R_2 = \frac{U_{n2}}{I_2} = \frac{U_{n2}}{I_{n1} - I_{n2}} \approx 16{,}67\Omega$

c) Calculăm puterea totală consumată de cele două rezistenţe: $P_t = P_1 + P_2 = R_1 I_{n1}^2 + R_2 (I_{n1} - I_{n2})^2 = R_1 I_{n1}^2 + U_{n2}(I_{n1} - I_{n2}) = 650$ W.

35. a) Scriem expresiile puterilor pe cele două becuri (fig R 2.4.2):

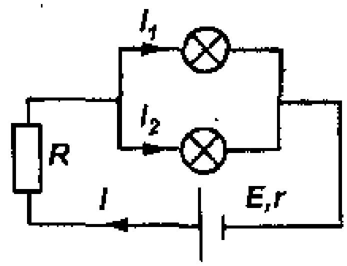


Fig. R 2.4.2

$P_1 = UI_1$ şi $P_2 = UI_2 \Rightarrow I_1 = \frac{P_1}{U}$ şi $I_2 = \frac{P_2}{U}$, astfel că

$I = I_1 + I_2 = \frac{P_1 + P_2}{U}$.

Cum $E = I(R+r)+U \Rightarrow E = \frac{(P_1+P_2)}{U}(R+r)+U$

$\Rightarrow U^2 - EU + (P_1+P_2)(R+r) = 0$. Introducem valorile şi obţinem:

$U^2 - 24U + 144 = 0 \Rightarrow U = 12\ \text{V} \Rightarrow I = \frac{E-u}{R+r} = 5\ \text{A}$.

b) Rezistenţa echivalentă a grupării de becuri este $R_e = \frac{U}{I} = 2{,}4\ \Omega$.

c) $\frac{P_{ext}}{P_S} = \frac{R_{ext}I^2}{EI} = \frac{(R_e + R)I}{E} \approx 0{,}9$

36. a) Deoarece puterea debitată de sursă în circuitul exterior are aceeaşi valoare $P_1 = P_2 \Rightarrow R_1\frac{E^2}{(R_1+r)^2} = R_e\frac{E^2}{(R_e+r)^2} \Rightarrow r = \sqrt{R_1 R_e}$.

Cum $R_e = \frac{R_1R_2}{R_1+R_2} = \frac{3R_2}{4} \Rightarrow \quad r = \sqrt{3R_2 \cdot \frac{3R_2}{4}} = \frac{3R_2}{2} = 3\ \Omega$.

b) Când întrerupătorul K este deschis, puterea disipată în interiorul bateriei este $P_{r1} = rI_1^2 = r\left(\frac{E}{r+R_1}\right)^2$, iar când întrerupătorul K este închis, puterea disipată în interiorul bateriei este $P_{r2} = rI_2^2 = r\left(\frac{E}{r+R_e}\right)^2 \Rightarrow \frac{P_{r2}}{P_{r1}} = \left(\frac{R_1+r}{R_e+r}\right)^2$,

unde $R_e = \frac{R_1R_2}{R_1+R_2} = \frac{3R_2}{4} = 1{,}5\ \Omega \Rightarrow \frac{P_{r2}}{P_{r1}} = 4 \Rightarrow$ *prin închiderea întrerupătorului* K puterea disipată în interiorul sursei se măreşte de patru ori.

c) Deoarece când întrerupătorul K este închis, puterea disipată în circuitul exterior este maximă când $r = R_e = \frac{R_1R_2}{R_1+R_2} = \frac{3R_2}{4} = 1{,}5\ \Omega$.

37. a) Calculăm rezistenţa echivalentă când cursorul C împarte rezistenţa R a potenţiometrului în două părţi egale. $R_{eNC} = \frac{R}{3}$ se obţine legând rezistenţa

R cu $R/2$ în paralel. Rezistența R_{eNM} se obține legând rezistența R_{eNC} cu $R/2$ în serie, astfel că $R_{eNM} = R_{eNC} + \frac{R}{2} = \frac{R}{3} + \frac{R}{2} = \frac{5R}{6} \Rightarrow I_{MC} = \frac{U_0}{R_{eNM}} = \frac{6U_0}{5R}$.

b) Puterea dezvoltată în circuitul exterior când cursorul se află la jumătatea rezistorului potențiometrului este: $P_{ext} = R_{eNM} I_{MC}^2 = \frac{6U_0^2}{5R}$. Calculăm puterea disipată de rezistența de sarcină R, astfel că: $P_R = \frac{U_{NC}^2}{R}$, unde

$$U_{NC} = R_{eNC} I = \frac{2U_0}{5} \Rightarrow P_R = \frac{4U_0^2}{25R} \Rightarrow \frac{P_R}{P_{ext}} = \frac{2}{15} \approx 0,133.$$

c) Cum $f = \frac{R_{MC}}{R_{NC}} \Rightarrow R_{MC} = fR_{NC} \Rightarrow R = R_{MC} + R_{NC} = (1+f)R_{NC} \Rightarrow R_{NC} = \frac{R}{1+f}$

și $R_{MC} = \frac{fR}{1+f}$. Astfel că:

$$R_{eNC} = \frac{R_{NC}R}{R_{NC}+R} = \frac{fR}{2f+1} \Rightarrow U_{NC} = R_{eNC} I = \frac{RI}{f+2} = \frac{U_0}{2} \text{ și}$$

$U_{CM} = R_{MC} I = \frac{fRI}{1+f} = \frac{U_0}{2}$. Din cele două egalități rezultă: $\frac{RI}{f+2} = \frac{fRI}{1+f} \Rightarrow$

$$f^2 + f - 1 = 0 \Rightarrow f = \frac{\sqrt{5}-1}{2} = 0,618.$$

38. a) Utilizăm definiția puterii: $P = R_1 I_1^2$ și $P = R_2 I_2^2 \Rightarrow R_1 I_1^2 = R_2 I_2^2 \Rightarrow$

$$\frac{R_1}{R_2} = \left(\frac{I_2}{I_1}\right)^2 = 81$$

b) Din $I_1 = \frac{E}{R_1 + r}$ și $I_2 = \frac{E}{R_2 + r} \Rightarrow \frac{R_1 E^2}{(R_1+r)^2} = \frac{R_2 E^2}{(R_2+r)^2} \Rightarrow r^2 = R_1 R_2$.

Cum $R_1 = 81R_2 \Rightarrow r^2 = 81R_2^2 \Rightarrow R_2 = \frac{r}{9} = \frac{4}{9}\ \Omega \Rightarrow E = I_2(R_2 + r) = 160$ V

c) $P = R_2 I_2^2 = 576$ W

39. a)Prin definiție, valoarea energiei electrice printr-un rezistor R este:

$$W_{el} = RI^2 t = R\frac{E^2}{(R+r)^2} t = 40,5 \text{ kJ}$$

b) Tensiunea la bornele sursei este $U = E - Ir = RI = R\frac{E}{R+r}$.

Cum $U=\frac{E}{5}\Rightarrow\frac{E}{5}=\frac{RE}{R+r}\Rightarrow R+r=5R\Rightarrow R=\frac{r}{4}=1{,}25\ \Omega$.

c) Prin definiţie randamentul transferului de putere este $\eta=\frac{P_u}{P_c}$, unde P_u reprezintă puterea utilă disipată de sursă pe circuitul exterior şi este $P_u=RI^2=\frac{RE^2}{(R+r)^2}$ şi P_c este puterea consumată de sursă, adică:

$P_c=EI=\frac{E^2}{R+r}\Rightarrow\eta=\frac{R}{R+r}=20\%$

d) Puterea maximă debitată de sursă pe circuitul exterior se obţine când $R=r$ şi în acest caz $P_{max}=\frac{E^2}{4r}$. Cum $P=\frac{1}{4}P_{max}\Rightarrow\frac{RE^2}{(R+r)^2}=\frac{E^2}{16r}\Rightarrow$

$R^2-14rR+r^2=0$. Soluţiile sunt: $R_1\approx 0{,}072r$ şi $R_2\approx 13{,}928r$.

40. a) Observăm că rezistenţele R_2 şi R_3 sunt legate în paralel astfel că rezistenţa lor echivalentă este: $R_{23}=\frac{R_2R_3}{R_2+R_3}=30\ \Omega$. Cum puterea disipată pe circuitul exterior este $P=(R_{23}+R_1)I^2=R_{23}I^2+R_1I^2$, iar $U_1=R_1I$ obţinem:
$P=R_{23}I^2+U_1I\Rightarrow 30I_1^2+90I-300=0\Rightarrow I^2+3I-10=0\Rightarrow I=2\text{ A}$

b) Conform legii lui Kirchhoff pentru ochiul format din sursă şi rezistenţa R_{23} înseriată cu R_1 obţinem: $E=IR_{23}+IR_1=IR_{23}+u_1=I(R_{23}+R_1+r)\Rightarrow$ E=160 V. Astfel puterea sursei este $P=EI$=320 W.

c) Prin definiţie randamentul trasferului de putere este $\eta=\frac{P_u}{P_c}=\frac{R_{ext}I^2}{EI}=\frac{R_{ext}I}{(R_{ext}+r)I}=\frac{R_{ext}}{R_{ext}+r}$, cu $R_{ext}=R_{23}+R_1=R_{23}+\frac{U_1}{I}=75\ \Omega\Rightarrow$
η=93,75%

41. a) Pe baza definiţiei: $Q=\frac{U^2}{R_1}t_1\Rightarrow R_1=\frac{U^2}{Q}t_1$ şi analog din $Q=\frac{U^2}{R_2}t_2\Rightarrow$

$R_2=\frac{U^2t_2}{Q}$. Dacă rezistenţele se leagă în serie: $R_S=R_1+R_2=\frac{U^2}{Q}(t_1+t_2)\Rightarrow$

$Q=\frac{U^2t_s}{R_s}\Rightarrow t_s=\frac{QR_s}{U^2}\Rightarrow t_s=t_1+t_2=50$ min.

b) Dacă rezistențele se leagă în paralel, rezistența lor echivalentă este $R_p = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{U^2}{Q} \cdot \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2} \Rightarrow Q = \frac{U^2 t_p}{R_p} \Rightarrow t_p = \frac{QR_p}{U^2} = \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2} = 12$ min.

c) Presupunem că firul poate suporta curentul dat fară să se topească și calculăm căldura furnizată de curentul electric: $Q = R_m I^2 \tau$, unde R_m este valoarea medie a rezistenței. Cum $R = R_0(1 + \alpha t)$, deoarece rezistența depinde liniar de temperatură, valoarea medie a rezistenței se calculează prin media aritmetică a valorilor de a capetele intervalului de temperatură (t_1, t_2), astfel că: $R_m = \frac{R_0(1 + \alpha t_1) + R_0(1 + \alpha t_i)}{2} = R_0\left[1 + \frac{\alpha(t_1 + t_i)}{2}\right]$ cu rezistența la 0°C, $R_0 = \frac{\rho_0 \ell}{S}$ astfel că, $Q = \frac{\rho_0 l}{S} I^2 \tau\left[1 + \frac{\alpha(t_1 + t_i)}{2}\right] = 1263{,}6$ J.

Datorită pierderilor de căldură, nu toată căldura furnizată de trecerea curentului electric se transformă în căldură care să ducă la încălzirea rezistenței, astfel că cea utilă este $Q_u = (1 - f)Q = 1137{,}24$ J.

Calculăm căldura necesară rezistenței să ajungă la temperatura de topire: $Q' = mc(t_t - t_{12}) = dS\ell c(t_t - t_1)$, deoarece $m = dS\ell \Rightarrow Q' = 1871{,}1$ J.

Deoarece $Q' > Q_u$ înseamnă că rezistența nu ajunge la temperatura de topire dacă prin ea trece un curent cu intensitatea I în timpul τ și prin urmare suportă curentul fără să se topească.

42. a) Deoarece puterea disipată pe circuitul exterior este maximă, atunci $R = r = 1{,}1\ \Omega$.

b) Cum $P = RI_2^2 \Rightarrow I_2 = \sqrt{\frac{P}{R}} = 5$ A. Conform legii lui Ohm pentru un circuit electric simplu: $E = I_1(R_{AB} + r) = I_1(R + r) \Rightarrow I_1 = \frac{E}{R + r} = 10$ A. Conform legii lui Kirchhoff pentru un nod de rețea: $I_1 = I_2 + I_3 \Rightarrow I_3 = I_1 - I_2 = 5$ A.

c) Scriem legile lui Kirchhoff pentru cele două ochiuri de rețea și obținem: $E = I_1(R_1 + r) + I_3 R_3 \Rightarrow 22 = 10 \cdot (R_1 + 1{,}1) + 5R_3 \Rightarrow R_1 = 1{,}1 - 0{,}5R_3$.

Cum $R_1 \geq 0 \Rightarrow 1{,}1 - 0{,}5R_3 \geq 0 \Rightarrow R_3 \leq 2{,}2\Omega$.

Din $I_2(R + R_2) - I_3 R_3 = 0 \Rightarrow 5(1{,}1 + R_2) = 5R_3 \Rightarrow R_2 = R_3 - 1{,}1$ și $R_2 \geq 0 \Rightarrow$ $R_3 \geq 1{,}1\ \Omega \Rightarrow R_3 \in [1{,}1\Omega; 2{,}2\Omega]$

d) Utilizăm formula rezistenței electrice $R = \frac{\rho \ell}{S}$ (1). Calculăm căldura furnizată rezistenței R de trecerea curentului electric, dacă se neglijează pierderile de căldură, astfel că $Q = P\tau$. Dar această căldură se mai scrie $Q = mc(t - t_0) = mct$, deoarece temperatura inițială este t_0=0.

Cum m=$dS\ell \Rightarrow P\tau = dS\ell ct$, iar cum rezistența este:

$$R = R_0\,(1+\alpha t) \text{ și } R = R_0(1+f) \Rightarrow 1+f = 1+\alpha t \Rightarrow t = \frac{f}{\alpha} \Rightarrow P\tau = dSlc\frac{f}{\alpha} \quad (2)$$

Înmulțim (1) cu (2) și obținem: $P\tau R = d\ell^2 \rho c\frac{f}{\alpha} \Rightarrow \ell = \sqrt{\frac{PR\alpha\tau}{d\rho cf}} \approx 52{,}14$ m.

Împărțim (1) cu (2) și obținem: $\frac{R}{P\tau} = \frac{\rho\alpha}{dS^2cf} \Rightarrow S = \sqrt{\frac{P\rho\alpha\tau}{dcfR}} \approx 0{,}95$ mm².

43. a) Puterea absorbită de circuitul exterior este: $P = R_{ext}I^2 = R_{ext}\left(\frac{E}{R_{ext}+r}\right)^2$

$\Rightarrow 968 = \frac{110^2 R_{ext}}{(R_{ext}+r)^2} \Rightarrow 2R_{ext}^2 - 17R_{ext} + 8 = 0$. Soluțiile sunt: $R'_{ext} = 0{,}5$ Ω și $R_{ext} = 8$ Ω. Deoarece $R_{ext}=R_{AC}+R_{CD}=R+R_{CD} \Rightarrow R_{ext}>R \Rightarrow R_{ext}>7$ Ω, atunci valoarea rezistenței exterioare este R_{ext}=8 Ω.

Conform legii lui Ohm pentru un circuit electric simplu: $I = \frac{E}{R_{ext}+r} = 11$ A.

Aflăm rezistența echivalentă a hexagonului $R_{CD} = R_{ext} - R = 1$ Ω, astfel că puterea totală disipată în laturile hexagonului este $P_{CD} = R_{CD}I^2 = 121$ W.

b) $U_{CD} = IR_{CD} = 11$ V, conform legii lui Ohm pentru o porțiune de circuit. Aflăm rezistența echivalentă a hexagonului. Astfel $R_{CF} = 2r/3$, iar $R_{CFD} = R_{CF} + r = 5r/3$, deoarece ramura cu rezistența $2r$ este legată în paralel cu rezistența r, iar gruparea lor este legată în serie cu rezistența r. Din motive de simetrie $R_{CFD} = R_{CGD}$. Observăm că R_{CFD}, R_{CGD} și r sunt legate în paralel:

$$\frac{1}{R_{CD}} = \frac{1}{R_{CFD}} + \frac{1}{R_{CGD}} + \frac{1}{r} = \frac{2}{R_{CFD}} + \frac{1}{r} \Rightarrow R_{CD} = \frac{5r}{11} \Rightarrow r = \frac{11R_{CD}}{5} \Rightarrow r\text{=2,2 Ω}.$$

c) Conform legii lui Kirchhoff pentru nodul D: $I_1 + I_2 + I_3 = I$ (fig R 2.4.3), cu $I_1 = I_2$ din motive de simetrie. Dar $I_3 = \frac{U_{CD}}{r} = 5$ A

$\Rightarrow 2I_1 = I - I_3 \Rightarrow I_1 = \frac{I - I_3}{2} = 3$ A și $I_2 = 3$ A.

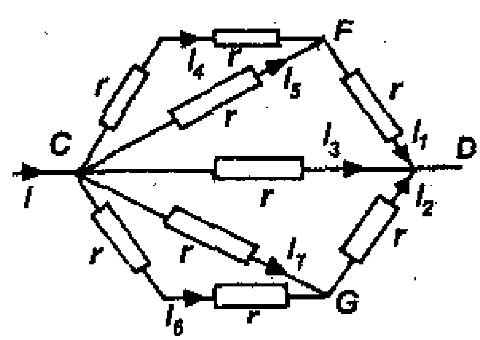


Fig. R 2.4.3

Pe baza legii lui Kirchhoff pentru nodul F:

$I_1 = I_4 + I_5$.

Cum $U_{CF} = 2rI_4 = rI_5 \Rightarrow I_1 = 3I_4 \Rightarrow I_4 = I_1/3 = 1$ A şi $I_5 = 2$ A. Din motive de simetrie: $I_6 = I_4 = 1$ A şi $I_7 = I_5 = 2$ A.

44. a) Puterea disipată pe rezistenţa X este: $P_X = \dfrac{U_{AB}^2}{X}$, cu $U_{AB} = R_{AB}I$, unde

$$R_{AB} = \frac{R_2 X}{R_2 + X} \text{ şi } I = \frac{E}{r + R_1 + R_{AB}} \Rightarrow U_{AB} = \frac{R_2 X}{R_2 + X} \cdot \frac{E}{r + R_1 + \dfrac{R_2 X}{R_2 + X}} \Rightarrow$$

$$U_{AB} = \frac{R_2 E X}{(r + R_1)(R_2 + X) + R_2 X} \Rightarrow P_X = \frac{R_2^2 E^2 X}{[(r + R_1)R_2 + X(R_1 + R_2 + r)]^2} \Rightarrow$$

introducem valorile şi obţinem: $X^2 - 25X + 100 = 0 \Rightarrow$ soluţiile sunt X_1=5 Ω şi X_2=20 Ω.

b) Pentru X_1=5 Ω $\Rightarrow I_1$=5 A şi $U_{AB} = \dfrac{I_1 R_2 X_1}{R_2 + X_1} = 20$ V.

Pentru X_2= 20 Ω$\Rightarrow I_2$=4 A şi $U'_{AB} = \dfrac{I_2 R_2 X_2}{R_2 + X_2} = 40$ V.

c) Puterile sursei sunt: $P_1 = EI_1 = 600$ W şi respectiv $P_2 = EI_2 = 480$ W, astfel că $\dfrac{P_1}{P_2} = 1{,}25$.

45. a. Din expresia energiei electrice $W = RI_1^2\Delta t \Rightarrow R = \dfrac{W}{I_1^2\Delta t}$ =9 Ω

b. Puterea disipată de rezistorul R_1 în cazul în care comutătorul K este închis este $P = R_1 I_3^2$, unde I_3 reprezintă intensitatea curentului electric prin rezistenţa R_1 când comutatorul este închis. Când comutatorul se închide rezistenţa R_2 este şuntată, astfel că rezistenţa R_1 este legată în paralel cu gruparea serie a rezistenţelor R_A şi $R \Rightarrow R_1 I_3 = (R + R_A)I_2 \Rightarrow$

$I_3 = (R + R_A)I_2 / R_1$ =3,2 A$\Rightarrow P$=25,6 W

c. Randamentul circuitului electric în condiţiile în care comutatorul K este închis este $\eta = \dfrac{R_{ext}}{R_{ext} + r}$, unde R_{ext} reprezintă rezistenţa circuitului exterior când comutatorul K este închis iar r rezistenţa internă a sursei. Astfel:

$R_{ext} = \dfrac{R_1(R + R_A)}{R_1 + R + R_A}$ =2 Ω. Când comutatorul K este închis, intensitatea prin sursă este $I' = I_2 + I_3$ =4 A atunci $E = I'(R_{ext} + r) = 4(2 + r)$ (1).

Când comutatorul K este deschis, prin cele două ramuri legate în paralel circulă curenţi cu intensităţi egale, deoarece rezistenţele ramurilor sunt egale ($R + R_A = R_1 + R_2$=10 Ω), astfel că intensitatea prin sursă este $I = 2I_1$=2 A. Rezistenţa circuitului exterior când comutatorul K este deschis este $R'_{ext} = \frac{(R + R_A)(R_1 + R_2)}{R + R_A + R_1 + R_2}$=5 Ω. Obţinem: $E = I(R'_{ext}+r) = 2(5 + r)$ (2).

Din rezolvarea celor două ecuaţii obţinem rezistenţa internă a sursei r=1Ω$\Rightarrow \eta \approx$66,67%.

46. a) Conform formulei puterii $P = RI^2 = R\frac{U^2}{(R + R_C)^2}$, unde cu R_C am notat rezistenţa totală a conductoarelor de alimentare, astfel că $PR^2 + 2PRR_C + PR_C^2 = RU^2 \Rightarrow PR^2 + (2PR_C - U^2)R + PR_C^2 = 0 \Rightarrow$ pentru a obţine o valoare unică a rezistenţei R, trebuie ca ecuaţia de gradul 2 să aibă o singură soluţie, deci trebuie ca $\Delta = 0$.

Dar: $\Delta = (2PR_C - U^2)^2 - 4P^2R_C^2 = U^4 - 4PR_CU^2 \Rightarrow R_C = \frac{U^2}{4P}$. În acest caz

$R = \frac{U^2 - 2PR_C}{2P} = \frac{U^2}{4P} = R_C = 121$ Ω.

b) $I = \frac{U}{R + R_C} = \frac{U}{2R} = \frac{2P}{U} \approx 0{,}91$ A.

c) Dacă $R_C' = 3R \Rightarrow I' = \frac{U}{R + R_C'} = \frac{U}{4R} = \frac{P}{U} \approx 0{,}4545$ A.

47.a) Calculăm rezistenţa echivalentă a circuitului exterior: $R_{DC} = R_{DB} + R = \frac{R}{3} + R = \frac{4R}{3} = 4$ Ω şi intensitatea curentului care circulă prin cele două surse este $I = \frac{E_1 + E_2}{r_1 + r_2 + R_{DC}} = 6$ A.

Legăm un voltmetru ideal între punctele A şi B şi scriem legea a II-a a lui Kirckhoff pentru ochiul format din sursa E_1, R_{DB} şi voltmetru, astfel că: $E_1 = I\left(r_1 + \frac{R}{3}\right) + U_{BA} \Rightarrow U_{BA} = E_1 - I\left(r_1 + \frac{R}{3}\right) = -1{,}2$ V.

b) Energia disipată în circuitul exterior este: $W_{ext} = R_{DC}I^2 \cdot t$, iar energia totală dezvoltată de cele două surse în acelaşi interval de timp este: $W_S = (E_1 + E_2)I \cdot t \Rightarrow \frac{W_{ext}}{W_S} = \frac{R_{DC} \cdot I}{E_1 + E_2} = \frac{R_{DC}}{R_{DC} + r_1 + r_2} = 0{,}8$.

c) Căldura degajată de gruparea în paralel a celor trei rezistoare provine din energia electrică, astfel că: $Q = R_{DB} \cdot I^2 \cdot t = \frac{R}{3} \cdot I^2 \cdot t = 10{,}8$ kJ.

48. a) Calculăm rezistența circuitului exterior, astfel că: $R_{ext} = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = 3{,}25\ \Omega$. Intensitatea curentului electric care circulă prin cele două surse este: $I = \frac{E_1 + E_2}{r_1 + r_2 + R_{ext}} = 2$ A. Puterea electrică totală debitată de sursele de tensiune este: $P_S = P_{S_1} + P_{S_2} = (E_1 + E_2)I = 20$ W.

b) Calculăm căldura degajată de circuitul exterior: $Q = R_{ext} \cdot I^2 \cdot t = 46{,}8$ kJ.

c) Pentru ca puterea circuitului exterior să fie maximă trebuie ca rezistența circuitului exterior să fie egală cu rezistența internă a sursei echivalente, astfel că: $R_{ext} = r_1 + r_2 = 1{,}75\ \Omega$. Valoarea maximă a puterii disipate pe circuitul exterior este $P = \frac{(E_1 + E_2)^2}{4(r_1 + r_2)} \approx 14{,}29$ W.

49. a) Cum $Q = R_1 I_1^2 \cdot t \Rightarrow I_1 = \sqrt{\frac{Q}{R_1 t}} = 2$ A. Deoarece rezistențele R_1 și R_2 sunt legate în paralel, tensiunile la capetele lor sunt egale, astfel că $R_1 I_1 = R_2 I_2 \Rightarrow I_2 = \frac{R_1 I_1}{R_2} = 0{,}5$ A $\Rightarrow I = I_1 + I_2 = 2{,}5$ A

b) $Q_R = RI^2 t$. Aflăm rezistența R, scriind legea lui Kirchhoff pentru ochiul format dintr-o baterie prin care circulă un curent cu intensitatea $I/2$ și rezistențele R și R_2, astfel că: $E = \frac{I}{2} r + I_2 R_2 + IR \Rightarrow R = \frac{E - \frac{I}{2} r - I_2 R_2}{I} = 19\ \Omega$

Obținem $Q_R = 71{,}25$ kJ.

c) Puterea debitată de sursele de tensiune este:

$$P_S = P_{S_1} + P_{S_2} = E \cdot \frac{I}{2} + E \cdot \frac{I}{2} = E \cdot I = 150 \text{ W}.$$

50. a) Conform legii lui Kirchhoff pentru ochiul format din sursa E_2 și rezistența R_2, obținem: $E_2 = -I_2 R_2 \Rightarrow I_2 = -\frac{E_2}{R_2} \Rightarrow P = R_2 I_2^2 = \frac{E_2^2}{R_2} = 4$ W.

b) Aflăm intensitatea curentului electric prin ramura ce conține sursa E_1 și rezistența R_1 pe baza legii lui Kirchhoff pentru ochiul format din sursele E_1 și

E_2: $E_1 + E_2 = I_1 R_1 \Rightarrow I_1 = \dfrac{E_1 + E_2}{R_1} = 5$ A. Aflăm căldura degajată prin efect Joule pe cele două rezistențe: $Q = R_2 I_2^2 t + R_1 I_1^2 t = \left[\dfrac{E_2^2}{R_2} + \dfrac{(E_1 + E_2)^2}{R_1}\right] t = 16{,}2\,\text{kJ}.$

c) Puterea electrică disipată de sursele de tensiune este $P_S = P_{S_1} + P_{S_2} = E_1 R_1 + E_2 I$, unde I reprezintă intensitatea curentului care trece prin bateria E_2. Scriem legea lui Kirchhoff pentru un nod: $I_1 = I_2 + I \Rightarrow I = I_1 - I_2 = \dfrac{E_1 + E_2}{R_1} + \dfrac{E_2}{R_2} = 6\text{ A} \Rightarrow P_S = 54$ W.

51.a. Calculăm rezistența circuitului exterior $R_{ext} = R + \dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_A = 13{,}2\Omega.$

Intensitatea curentului prin circuitul principal este: $I = \dfrac{\dfrac{E_1}{r_1} + \dfrac{E_2}{r_2}}{1 + R_{ext}\left(\dfrac{1}{r_1} + \dfrac{1}{r_2}\right)} \Rightarrow$

I=0,5 A$\Rightarrow$energia disipată prin efect Joule de rezistorul R în timpul Δt este $W = RI^2 \Delta t = 1320$ J

b. Dacă se anulează curentul electric prin sursa E_1, atunci I_1=0 și curentul electric circulă prin sursa E_2 și prin rezistoare, astfel că $I' = \dfrac{E_2}{r_2 + R_{ext}}$. Atunci tensiunea electromotoare a primei surse este $E'_1 = I' R_{ext} = \dfrac{R_{ext} E_2}{r_2 + R_{ext}} \approx 7{,}33$ V

c. Dacă sursa de tensiune E_2 este scoasă din circuit, intensitatea curentului prin circuitul principal este $I'' = \dfrac{E_1}{r_1 + R_{ext}}$. Puterea electrică dezvoltată de porțiunea de circuit alcătuită de cele două rezistoare R_1 și R_2 este:

$$P = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} I''^2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \cdot \left(\frac{E_1}{r_1 + R_{ext}}\right)^2 \approx 0{,}374 \text{ W}$$

52. a. Căldura disipată prin rezistorul R_3 în timpul Δt este $Q = R_3 I_3^2 \Delta t$. Circuitul exterior are rezistența echivalentă $R_{ext} = R_3 + \dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$=8,1 Ω, astfel că din legea a doua a lui Kirchhoff pentru un ochi care cuprinde o sursă și circuitul exterior obținem: $E = \frac{rI_3}{2} + R_{ext}I_3 \Rightarrow I_3 = \frac{E}{R_{ext} + r/2}$ =4 A$\Rightarrow$

Q=28,8 kJ

b. Puterea electrică consumată în circuitul exterior este $P_{ext} = R_{ext}I_3^2$ =129,6 W

c. Randamentul circuitului electric este $\eta = \frac{R_{ext}}{R_{ext} + r}$ =90%

53. a. Puterea electrică disipată de rezistorul R_2 este $P_2 = R_2I_2^2$ =9 W

b. Conform legii lui Kirchhoff pentru ochiul format din ramura cu sursa E_2 și rezistența R_3 obținem: $E_2 = I_2(R_2 + r_2) + I_3R_3 \Rightarrow I_3 = \frac{E_2 - I_2(R_2 + r_2)}{R_3}$ =0,2 A

c. Conform legii lui Kirchhoff pentru un nod obținem $I_1 + I_3 = I_2 \Rightarrow$ $I_1 = I_2 - I_3$=0,3 A. Energia electrică consumată de rezistorului R_1 în intervalul de timp Δt este $W_1 = R_1I_1^2\Delta t$ =864 J

d. Conform legii lui Kirchhoff pentru ochiul format din ramurile cu sursele E_2 și E_1 obținem: $E_2 - E_1 = I_2(R_2 + r_2) + I_1(R_1 + r_1) \Rightarrow$
$E_1 = E_2 - I_2(R_2 + r_2) - I_1(R_1 + r_1)$=13 V

54. a. Din legile lui Kirchhoff aflăm intensitățile care circulă prin laturile circuitului. Astfel din $I_1 + I_3 = I_2$, $E_1 = I_1R_1 + I_2R_2$ și $E_2 = I_2R_2 + I_3(R_3 + R_4)$ $\Rightarrow I_1$=1,4 A, I_2=1,6 A, I_3=0,2 A. Pentru a afla tensiunea electrică între punctele A și B montăm între aceste puncte un voltmetru și scriem legea a doua a lui Kirchhoff pentru ochiul format din latura AB și voltmetru, astfel că: $E_1 = U_{AB} - I_3R_3 \Rightarrow U_{AB} = E_1 + I_3R_3$ =12,8 V

b. Puterea electrică disipată pe rezistorul R_4 este $P_4 = R_4I_3^2$ =0,16 W

c. Căldura degajată prin efect Joule de rezistorul R_1 în timpul Δt este $Q_1 = R_1I_1^2\Delta t$ =4704 J

55. a. Pe baza legilor lui Kirchhoff: $I_1 = I_2 + I_3$, $E_2 = I_2(R_2 + r_2) - I_3R_3$, $E_1 = I_1(R_1 + r_1) + I_3R_3$ obținem

$$I_3 = \frac{-\frac{E_2}{R_2 + r_2} + \frac{E_1}{R_1 + r_1}}{1 + R_3\left(\frac{1}{R_2 + r_2} + \frac{1}{R_1 + r_1}\right)} = \frac{2}{21}\text{A}, I_1 = \frac{38}{21}\text{A}, I_2 = \frac{36}{21}\text{A}$$

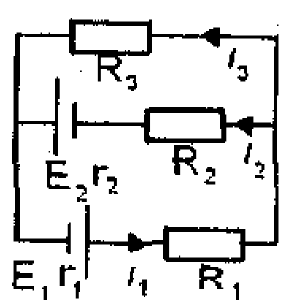


Fig. R 2.4.4

b. Energia electrică disipată pe rezistorul R_1 în timpul Δt este $W_1 = R_1 I_1^2 \Delta t = 1964{,}63$ J

c. Puterea electrică disipată pe rezistența internă a sursei E_2 este $P_{E_2} = r_2 I_2^2 \approx 2{,}94$ W

56. a) Cum $P = R_b I_b^2 \Rightarrow I_b = \sqrt{\dfrac{P}{R_b}} = 2$ A.

b) Scriem legea lui Kirchhoff pentru ochiul care conține sursa de tensiune E_1 și rezistența R_1, astfel că $E_1 = I_b(r_1 + R_b) + I_1 R_1 \Rightarrow I_1 = \dfrac{E_1 - I_b(r_1 + R_b)}{R_1} = 1$ A.

Scriem legea lui Kirchhoff pentru ochiul care conține sursa E_2 și rezistența R_1, astfel că: $E_2 = I_2(r_2 + R_2) - I_1 R_1$. Din legea lui Kirchhoff pentru un nod: $I_b = I_1 + I_2 \Rightarrow I_2 = I_b - I_1 = 1$ A $\Rightarrow E_2 = -0{,}5$ V.

c) $P_{R_1} = R_1 I_1^2 = 4$ W.

57. a) Din $P_4 = R_4 I_4^2 \Rightarrow I_4 = \sqrt{\dfrac{P_4}{R_4}} = 1$ A. Rezistența R_4 este legată în paralel cu rezistența R_3, astfel că tensiunile la capetele lor sunt egale. Obținem: $R_4 I_4 = R_3 I_3 \Rightarrow I_3 = \dfrac{R_4 I_4}{R_3} = 2$ A. Conform legii lui Kirchhoff pentru un nod, obținem: $I = I_3 + I_4 = 3$ A. Scriem legea lui Kirchhoff pentru ochiul format din sursa E_1 și rezistențele R_1 și R_2, astfel că: $E_1 = I_1 R_1 - I_2 R_2$. Conform legii lui Kirchhoff pentru un nod de rețea $I = I_1 + I_2 \Rightarrow I_2 = I - I_1 \Rightarrow$
$E_1 = I_1 R_1 - I R_2 + I_1 R_2 \Rightarrow I_1 = \dfrac{E_1 + I R_2}{R_1 + R_2} = \dfrac{8}{3}\text{A} \approx 2{,}67 \text{ A} \Rightarrow I_2 = \dfrac{1}{3}\text{A} \approx 0{,}33 \text{ A}$

b) Scriem legea lui Kirchhoff pentru ochiul format din sursa E_2 și rezistențele R_2 și R_3, astfel că obținem: $E_2 = I_2 R_2 + I_3 R_3 \approx 2{,}67$ V

c) $P_1 = E_1 I_1 \approx 5{,}33$ W.

58. a. Când comutatorul K este deschis $W = RI^2 t \Rightarrow R = \dfrac{W}{I^2 t} = 9\ \Omega$. Din legea lui Kirchhoff pentru ochiul format din latura care conține sursa E_1 și latura care cuprinde rezistențele R_1 și R_2 obținem: $E_1 = I(R + R_A) - I_1(R_1 + R_2) \Rightarrow$ I_1=0,8A. Din legea lui Kirchhoff pentru un nod de rețea obținem $I_2 = I + I_1$ =1,8 A.

Din legea lui Kirchhoff pentru ochiul format din latura care conține sursa E_2 și latura care cuprinde rezistențele R_1 și R_2 obținem: $E_2 = I_1(R_1 + R_2) + I_2 R_3$. Astfel E_2=13,4 V

b. Când comutatorul K este închis rezistența R_2 este șuntată. Scriem legile lui Kirchhoff și formăm un sistem de trei ecuații cu trei necunoscute. Obținem: $I_2' = I' + I_1'$ (1), $E_1 = I'(R + R_A) - I_1'R_1$ (2) și $E_2 = I_1'R_1 + I_2'R_3$ (3). Din rezolvarea sistemului de ecuații obținem: I_1'=2,048 A, I'=0,712 A și $I_2' \approx$2,76 A$\Rightarrow$ intensitatea indicată de ampermetru când comutatorul K este închis este I'=0,712 A.

c. Puterea electrică dezvoltată în rezistorul R_1 când comutatorul este închis este $P_1 = R_1 I_1'^2 \approx 10{,}486$ W

59. a. Intensitatea curentului electric prin circuitul principal este I=$2I_0$. Conform legii lui Kirchhoff pentru ochiul format din sursa de tensiune E și un acumulator: $E - E_0 = I(R + r) + I_0 r_0 \Rightarrow R = \dfrac{E - E_0 - I_0 r_0}{2I_0} - r$ =1,5 Ω

b. Puterea dezvoltată de sursă este P_s=EI=96 W

c. Puterea disipată prin efect Joule în întregul circuit este $P_J = P_R + P_r + 2P_{r_0}$

Obținem $P_J = RI^2 + rI^2 + 2r_0 I_0^2 = 48$ W

d. Purerile acumulatoarelor este $P_{E_0} = -E_0 I_0 = -24$ W, deoarece acestea se încarcă și prin ele circulă curent de la plus la minus, astfel că ele absorb putere de la sursa E și nu furnizează putere circuitului. Putea totală a surselor este $P = P_s + 2P_{E_0} = EI - 2E_0 I_0$=48 W.

Astfel P=P_J reprezintă bilanțul puterilor.

60. a. Puterea electrică furnizată de sursa E_3 este $P_{S_3} = -E_3 I_3$. Intensitatea curentului care circulă prin sursa E_3 se află din legea a doua a lui Kirchhoff pentru ochiul format din laturile pe care se află sursele E_1 și E_3: $E_1 - E_3 = I_1(R_1 + r_1) + I_3 r_3 \Rightarrow I_3 = [E_1 - E_3 - I_1(R_1 + r_1)]/r_3$=1,5 A$\Rightarrow$ P_{S3}=−4,5 W. Semnul minus ne arată că sursa nu furnizează putere circuitului electric ci absoarbe putere de la acesta.

b. Din legea a doua a lui Kirchhoff pentru ochiul format din laturile pe care se află sursele E_2 și E_3 obținem: $E_2 - E_3 = I_2(R_2 + r_2) + I_3 r_3 \Rightarrow$
$E_2 = E_3 + I_2(R_2 + r_2) + I_3 r_3$. Din legea lui Kirchhoff pentru un nod obținem intensitatea I_2 astfel că $I_1 + I_2 = I_3 \Rightarrow I_2 = I_3 - I_1$=1,25 A$\Rightarrow$ E_2=20 V

c. Energia consumată împreună de către reziszoarele R_1 și R_2 în timpul Δt este $W = (R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2)\Delta t$ =18,075 kJ

61. a. Energia electrică consumată de rezistorul R_3 în intervalul de timp Δt este $W_3 = R_3 I_3^2 \Delta t$ =21,6 kJ

b. Conform legilor lui Kirchhoff obținem sistemul: $I_3 = I_1 + I_2$ (1), $E_3 = I_2(R_2 + r_3) + I_3R_3$ (2) și $E_1 + E_2 = I_1(R_1 + r_1) + I_3R_3$ (3).
Rezolvând sistemul de ecuații obținem: I_1=2 A, I_2=1 A și E_2=36 V.
c. Puterea totală disipată pe rezistoare este $P = R_1I_1^2 + R_2I_2^2 + R_3I_3^2 = 109$ W

62. a) Deoarece sursele de tensiune 1 și 3 sunt identice, prin ele circulă curenți cu aceeași intensitate, astfel că: $I_1 = I_3$. Conform legii lui Kirchhoff pentru un nod: $I_2 = I_1 + I_3 = 2I_1$. Scriem legea lui Kirchhoff pentru ochiul format de sursele E_1 și E_2: $E_1 + E_2 = I_1r_1 + 2I_1(R + r_2) \Rightarrow I_1 = \dfrac{E_1 + E_2}{2R + r_1 + 2r_2} = 1$ A.

Obținem $I_3 = 1$ A și $I_2 = 2$ A.

b) Calculăm puterile disipate de rezistențele din circuit $P_R = RI_2^2 = 16$ W; $P_{r_2} = r_2I_2^2 = 4$ W; $P_{r_1} = P_{r_3} = r_1I_1^2 = 2$ W $\Rightarrow P = P_R + P_{r_1} + P_{r_2} + P_{r_3} = 24$ W.

c) Calculăm puterea surselor: $P_{S_1} = P_{S_2} = E_1I_1 = 9$ W și $P_{S_3} = E_2I_2 = 6$ W $\Rightarrow$ $P = P_{S_1} + P_{S_2} + P_{S_3} = 24$ W. Observăm că $P_S = P$, ceea ce arată ca puterea totală furnizată de sursele de tensiune este disipată de rezistențele circuitului (bilanțul puterilor).

63. a) Scriem legile lui Kirchhoff și formăm un sistem de trei ecuații cu trei necunoscute pe care-l rezolvăm: $I_3 = I_1 + I_2$ (1);

$$E_2 - E_1 = -I_2(R_2 + r_2) + I_1(R_1 + r_1) \Rightarrow 4 = 20I_1 - 6I_2 \Rightarrow I_1 = \frac{2 + 3I_2}{10} \quad (2);$$

$$E_3 - E_2 = I_3(R_3 + R_4 + r_3) + I_2(R_2 + r_2) \Rightarrow 10 = 20I_3 + 6I_2 \Rightarrow I_3 = \frac{5 - 3I_2}{10} \quad (3);$$

Introducând (2) și (3) în (1), obținem $I_2 = 0{,}1875$ A; $I_1 = \dfrac{41}{160} \approx 0{,}257$ A și

$I_3 = \dfrac{71}{160} \approx 0{,}444$ A.

b) Calculăm puterile disipate de toate rezistențele din circuit: $P_{R_1} = R_1I_1^2 \approx$ 1,3W , $P_{R_2} = R_2I_2^2 \approx 0{,}2039$ W, $P_{R_3} = R_3I_3^2 \approx 1{,}969$ W , $P_{R_4} = R_4I_3^2 \approx 1{,}89$ W, $P_{r_1} = r_1I_1^2 \approx 0{,}013$ W, $P_{r_2} = r_2I_2^2 \approx 0{,}007$ W și $P_{r_3} = r_3I_3^2 \approx 0{,}0787$ WPuterea totală disipată de aceste rezistențe este suma lor, adică $P \approx 5{,}4616$ W.

c) Calculăm puterile surselor: $P_3 = E_3I_3 = 8{,}875$ W, $P_2 = -E_2I_2 = -1{,}875$ W și $P_1 = -E_1I_1 = -1{,}5375$ W,. astfel că puterea totală a surselor este $P_S = P_3 + P_2 + P_1 = 5{,}4625$ W. Observăm că prin bateriile 1 și 2 curentul circulă prin interiorul acestora de la borna pozitivă spre cea negativă şi din această cauză aceste surse consumă energie, iar puterile lor sunt negative. Deoarece $P_S \approx P$ înseamnă că suma algebrică a puterilor surselor reprezintă puterea disipată pe rezistenţele din circuit

64. a) Cele trei surse legate în serie au tensiunea echivalentă $E_1=3E$ şi rezistenţa internă $r_1=3r$, iar restul de cinci surse legate tot în serie sunt echivalente cu o sursă cu parametrii $E_2=5E$ şi $r_2=5r$. Aflăm parametrii sursei echivalente obţinute prin legarea în paralel a celor două grupări (fig R 2.4.5), utilizând formulele:

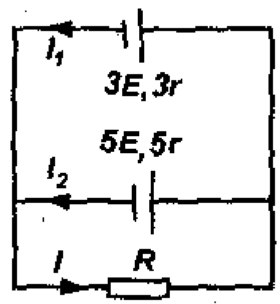


Fig. R 2.4.5

$$E_e = \frac{\sum \frac{E_k}{r_k}}{\sum \frac{1}{r_k}} = \frac{2\frac{E}{r}}{\frac{1}{3r}+\frac{1}{5r}} = \frac{15E}{4} = 15\ \text{V}$$

şi $\frac{1}{r_e} = \sum \frac{1}{r_k} = \frac{1}{3r} + \frac{1}{5r} = \frac{8}{15r} \Rightarrow r_e = \frac{15r}{8} = 1\ \Omega.$

b) Deoarece prin ramura cu trei surse nu trece un curent electric, atunci $I_1 = 0$, astfel că $I_2 = I_1 \Rightarrow$ pe baza legii lui Kirchhoff pentru ochiul care cuprinde sursa cu tensiunea $5E$ şi rezistenţa reostatului, obţinem: $5E = (5r+R) \Rightarrow I = \frac{5E}{5r+R}$. Conform legii lui Kirchhoff pentru ochiul care conţine sursa cu tensiunea $3E$ şi rezistenţa reostatului, obţinem:

$$3E = IR \Rightarrow 3E = \frac{5ER}{5r+R} \Rightarrow 15r + 3R = 5R \Rightarrow R = \frac{15r}{2} = 4\ \Omega.$$

c) Puterea disipată de o singură sursă pe rezistenţa reostatului este:

$$P = RI^2 = \frac{RE^2}{(R+r)^2}.\ \text{Deoarece } P > \frac{E^2}{8r} \Rightarrow \frac{R}{(R+r)^2} > \frac{1}{8r} \Rightarrow$$

$$0 > R^2 - 6Rr + r^2 \Rightarrow R \in \left((3-2\sqrt{2})r, (3+2\sqrt{2})r\right) \Rightarrow R \in (0{,}096\Omega; 4{,}512\Omega)$$

65.a) Aflăm intensitatea prin circuitul principal, utilizând formula

$$I = \frac{\sum \frac{E_k}{r_k}}{1 + R\sum \frac{1}{r_k}} = \frac{\frac{n_1E}{n_1r} + \frac{n_2E}{n_2r}}{1 + R\left(\frac{1}{n_1r} + \frac{1}{n_2r}\right)} = \frac{2n_1n_2E}{n_1n_2r + R(n_1+n_2)} \approx 2{,}67\ \text{A}.$$

Scriem legea a doua a lui Kirchhoff pentru ochiul de reţea format din gruparea serie a celor n_2 surse şi rezistenţa R, astfel că:

$$n_2E = n_2 r I_2 + IR \Rightarrow I_2 = \frac{n_2E - IR}{n_2 r} = \frac{E}{r}\cdot\frac{n_1 n_2 r - R(n_1 - n_2)}{n_1 n_2 r + R(n_1 + n_2)} \Rightarrow I_2 \approx -0{,}67 \text{ A și}$$

$$I_1 = I - I_2 = \frac{E}{r}\cdot\frac{n_1 n_2 r + R(n_1 - n_2)}{n_1 n_2 r + R(n_1 + n_2)} \approx 3{,}33 \text{ A.}$$

b) Deoarece prin ramura cu n_2 acumulatoare nu circulă un curent electric

$$\Rightarrow I_2 = 0 \Rightarrow n_1 n_2 r - R(n_1 - n_2) = 0 \Rightarrow R = \frac{n_1 n_2 r}{n_1 - n_2} \approx 2{,}67 \ \Omega.$$

c) Deoarece puterea disipată pe circuitul exterior este maximă, atunci $R = r_e$, unde r_e reprezintă rezistența sursei echivalente.

Cum $\frac{1}{r_e} = \frac{1}{n_1 r} + \frac{1}{n_2 r} \Rightarrow r_e = \frac{n_1 n_2 r}{n_1 + n_2} \Rightarrow R = \frac{n_1 n_2 r}{n_1 + n_2} \approx 0{,}615 \ \Omega.$

Puterea maximă disipată de circuitul exterior este $P_{max} = \frac{E_e^2}{4 r_e}$, unde E_e este tensiunea echivalentă a surselor. Astfel conform formulei:

$$E_e = \frac{\sum \frac{E_k}{r_k}}{\sum \frac{1}{r_k}} = \frac{2 n_1 n_2 E}{n_1 + n_2} \text{ și obținem } P_{max} = \frac{n_1 n_2 E^2}{(n_1 + n_2)\cdot r} \approx 61{,}538 \text{ W.}$$

66. a) Deoarece se utilizează N surse identice și se formează n ramuri identice, înseamnă că o ramură conține $\frac{N}{n} = 4$ surse legate în serie, astfel că fiecare ramură are tensiunea $4E$ și rezistența $4r$. Aflăm parametrii sursei echivalente: $E_e = \frac{\sum \frac{E_k}{r_k}}{\sum \frac{1}{r_k}} = 4E = 12$ V și din $\frac{1}{r_e} = \sum \frac{1}{r_k} = \frac{5}{4r} \Rightarrow r_e = \frac{4r}{5} = 0{,}08 \ \Omega.$

Aflăm rezistența echivalentă a circuitului exterior, astfel că: $R_{ext} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_3 = 5{,}92 \ \Omega$, astfel că intensitatea curentului electric care trece prin rezistența R_3 este $I = \frac{E_e}{r_e + R_{ext}} = 2$ A. Cum rezistențele R_1 și R_2 sunt legate în paralel $\Rightarrow R_1 I_1 = R_2 I_2 \Rightarrow I_2 = \frac{R_1 I_1}{R_2}$, iar din legea lui Kirchhoff pentru un nod: $I = I_1 + I_2 \Rightarrow I = \frac{(R_1 + R_2) I_1}{R_2} \Rightarrow I_1 = \frac{R_2 I}{R_1 + R_2} = 1{,}2$ A și $I_2 = 0{,}8$ A.

Deoarece ramurile care conţin sursele sunt identice, prin fiecare ramură circulă câte un curent cu intensitatea $I' = \frac{I}{n}$ =0,4 A.

b) $P_2 = R_2 I_2^2 = 1{,}92$ W.

c) Prin definiţie, randamentul transferului de putere este $\eta = \frac{R_{ext}}{R_{ext} + r_e} \approx 98{,}67\%$.

67. Puterea debitată de o sursă pe o rezistenţă este $P_1 = RI_1^2 = \frac{RE^2}{(R+r)^2}$. Dacă se leagă împreună cu prima sursă în serie o a doua sursă identică, atunci noua putere disipată pe aceeaşi rezistenţă este $P_2 = RI_2^2 = \frac{4RE^2}{(R+2r)^2}$.

Deoarece $P_2 = 1{,}44\, P_1 \Rightarrow \frac{1{,}44R}{(R+r)^2} = \frac{4R}{(R+2r)^2} \Rightarrow 1{,}2(R+2r) = 2(R+r) \Rightarrow r = 2R$

astfel că $P_1 = \frac{E^2}{9R}$. Legând trei surse identice în serie, puterea disipată pe rezistenţa R este: $P_3 = RI_3^2 = \frac{9RE^2}{(R+3r)^2} = \frac{9RE^2}{49R}$.

Cum $P_1 = \frac{E^2}{9R} \Rightarrow \frac{P_3}{P_1} = \frac{81}{49} \approx 1{,}65$.

68. Dacă legăm în serie n surse identice se obţine o sursă echivalentă cu parametrii $E_s = nE$ şi $r_s = nr$, astfel că puterea debitată prin rezistorul R este $P_S = \frac{RE_S^2}{(R+r_S)^2} = \frac{n^2RE^2}{(R+nr)^2}$. Dacă legăm cele n surse identice în paralel se obţine o sursă echivalentă cu parametrii $E_p = E$ şi $r_p = r/n$, astfel că puterea debitată prin rezistorul R este $P_p = \frac{RE_p^2}{(R+r_p)^2} = \frac{n^2RE^2}{(R+nr)^2}$.

Cum $P_S = P_P \Rightarrow R + nr = nr + r \Rightarrow R = r$. Astfel $P = \frac{n^2E^2}{r(n+1)}$.

Aflăm puterea disipată prin rezistorul R de o singură sursă

$P_1 = \frac{RE^2}{(R+r)^2} = \frac{E^2}{4r}$. Cum $\frac{P}{P_1} = \frac{4n^2}{(n+1)^2} \Rightarrow P_1 = \frac{(n+1)^2 P}{4n^2} = 62{,}5$ W.

69. Deoarece pierderea de tensiune pe linii este fU_0, înseamnă că pe consumatorul cu rezistența R, un voltmetru ideal va indica o tensiune $U_R = (1-f)U_0$. Cum $P = U_R \cdot I$, atunci intensitatea curentului care trece prin consumator va fi: $I = \frac{P}{U_R} = \frac{P}{(1-f)U_0}$. Dar tensiunea pe cele două linii este fU_0 și conform legii lui Ohm pentru o porțiune de circuit: $fU_0 = R_e I$, unde cu R_e am notat rezistența totală a liniei cu lungime 2ℓ, astfel că $R_e = \frac{2f\ell}{S} = \frac{8f\ell}{\pi d^2}$, deoarece $S = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$ (firul se consideră cilindric)

$$\Rightarrow fU_0 = \frac{8f\ell}{\pi \cdot d^2} \cdot \frac{P}{(1-f)U_0} \Rightarrow d = \sqrt{\frac{8\rho\ell P}{\pi f(1-f)U_0^2}} \approx 0{,}59 \text{ mm}.$$

70. Puterea pierdută pe linie este $P = R_\ell \cdot I^2$ unde $R_\ell = \frac{2f\ell}{S}$ reprezintă rezistența totală a liniei, iar I este intensitatea curentului care străbate linia. Dar $P = U_\ell I = fUI$, unde $U_\ell = fU$, reprezintă puterea care cade pe linie, iar U este tensiunea aplicată liniei. Din cele două relații obținem: $\frac{2\rho\ell}{S} I^2 = fUI \Rightarrow 2\rho\ell j = fU \Rightarrow U = \frac{2\rho\ell j}{f}$=200 V, unde $j = I/S$ este intensitatea curentului care revine unității de secțiune.

71. a) Cele două acumulatoare au rezistențe interne diferite r_1 și respectiv r_2. *Deoarece primul acumulator debitează o putere maximă P_1, aceasta este* egală cu $P_1 = \frac{E^2}{4r_1} \Rightarrow r_1 = \frac{E^2}{4P_1}$ și analog pentru cel de-al doilea acumulator $r_2 = \frac{E^2}{4P_2}$. Legăm cele două acumulatoare în serie, astfel că acumulatorul nou format are rezistența serie $r_S = r_1 + r_2 = \frac{E^2}{4}\left(\frac{1}{P_1} + \frac{1}{P_2}\right) = \frac{E^2}{4} \cdot \frac{P_1 + P_2}{P_1 P_2}$.

Cum $P_{S\max} = \frac{E_S^2}{4r_S}$ cu E_S=$2E \Rightarrow P_{S\max} = \frac{4P_1P_2}{P_1 + P_2} = 30$ W

b) Dacă cele două acumulatoare se leagă în paralel, acumulatorul nou format are rezistența $r_P = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} = \frac{E^2}{4(P_1 + P_2)}$.

Cum $P_{P\max} = \frac{E_P^2}{4r_P}$ cu E_P=$E \Rightarrow P_{P\max} = P_1 + P_2 = 40$ W.

72. **a)** Prin definiție, randamentul de utilizare al primului acumulator este $\eta_1 = \frac{R}{R + r_1}$, astfel că rezistența internă a primului acumulator este $r_1 = \frac{R(1 - \eta_1)}{\eta_1}$. Analog, rezistența internă a celui de-al doilea acumulator este $r_2 = \frac{R(1 - \eta_2)}{\eta_2}$. Dacă acumulatoarele se leagă în serie, randamentul acumulatorului nou format prin același rezistor este $\eta_S = \frac{R}{R + r_S} = \frac{R}{R + r_1 + r_2}$, unde $r_S = r_1 + r_2 \Rightarrow \eta_S = \frac{\eta_1 \eta_2}{\eta_1 + \eta_2 - \eta_1 \eta_2} = 31{,}58\%$.

b) Dacă acumulatoarele se leagă în paralel, randamentul de utilizare a acumulatorului nou format prin același rezistor este $\eta_P = \frac{R}{R + r_P} = \frac{R}{R + \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}} \Rightarrow \eta_P = \frac{\eta_1 + \eta_2 - 2\eta_1 \eta_2}{1 - \eta_1 \eta_2} = 68{,}42\%$.