

**Examenul național de bacalaureat 2021**

**Proba E. c)**

**Matematică  $M\_mate-info$**

**Testul 4**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică*

*Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Se consideră un număr complex  $z$  care are proprietatea  $z^2 = 1 - i$ . Arătați că  $z^4 + 2i = 0$ .
- 5p** 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 - 2x + m$ , unde  $m$  este număr real. Determinați valorile reale ale lui  $m$  pentru care  $f(x) > 1$ , pentru orice număr real  $x$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\log_5(x+2) + \log_5(2x-1) = 2$ .
- 5p** 4. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de trei cifre, acesta să aibă suma cifrelor divizibilă cu 9.
- 5p** 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(2,1)$ ,  $B(3,2)$  și  $C(4,5)$ . Determinați coordonatele punctului  $D$ , știind că  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = \vec{0}$ .
- 5p** 6. Determinați  $x \in (0,1)$  pentru care  $4\cos x \cos(\pi - x) + 3 = 0$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$  și  $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ .
- 5p** a) Arătați că  $\det A = 6$ .
- 5p** b) Arătați că  $A \cdot B + B = B \cdot A$ .
- 5p** c) Determinați numerele reale  $x$  și  $y$ , știind că  $(x+1)A \cdot B + (y-2)B \cdot A = B \cdot B \cdot B$ .
2. Pe mulțimea numerelor naturale nenule se definește legea de compoziție  $x * y = x^y$ .
- 5p** a) Arătați că  $2 * 4 = 4 * 2$ .
- 5p** b) Arătați că legea de compoziție „ $*$ ” **nu** este comutativă.
- 5p** c) Determinați numerele naturale nenule  $n$  pentru care  $(2 * 2) * n < 64$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x + \ln(x^2 + x + 1)$ .
- 5p** a) Arătați că  $f'(x) = \frac{2x^2 + 4x + 3}{x^2 + x + 1}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p** b) Calculați  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x+1) - f(x))$ .
- 5p** c) Demonstrați că funcția  $f$  este bijectivă.
2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x - 1$ .
- 5p** a) Arătați că  $\int_0^1 f(x) dx = 0$ .
- 5p** b) Calculați  $\int_0^1 e^x |f(x)| dx$ .
- 5p** c) Pentru fiecare număr natural nenul  $n$ , se consideră numărul  $I_n = \int_0^1 f^n(x) dx$ . Calculați  $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n$ .