

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică M_mate-info

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 6

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

✓ Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.

✓ Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

✓ Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$z = 1 - (i\sqrt{2})^2 = 1 - 2i^2 = 1 - 2(-1) =$ $= 1 + 2 = 3$, care este număr natural	3p 2p
2.	$f(x) + f(1-x) = 3x + a + 3(1-x) + a = 2a + 3$, pentru orice număr real x $2a + 3 = 7 \quad a = 2$	3p 2p
3.	$5^x + 5^{-x} - 2 = 0 \quad \cdot (5^x + 1)^2 \quad \Leftrightarrow$ $5^x = 1$, deci $x = 0$	3p 2p
4.	Numărul submulțimilor cu trei elemente ale lui A , care conține 1, este egal cu numărul submulțimilor cu două elemente ale mulțimii $\{2, 3, 4, 5\}$, deci este egal cu $C_4^2 =$ $= \frac{4!}{2!(4-2)!} = 6$	3p 2p
5.	$m_{OM} = -1$ și, cum $m_{OM} \cdot m_d = -1$, obținem $m_d = 1$ Ecuația dreptei d este $y - y_M = m_d(x - x_M)$, deci $y = x + 8$	2p 3p
6.	$\sin B = \frac{AC}{BC}$ $\cos B = \frac{AB}{BC} \quad AB = AC$, deci triunghiul ABC este isoscel	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$A(0) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix} \quad \det(A(0)) = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 4 \end{vmatrix} =$ $= 0 + 4 + 3 - 4 - 0 - 4 = -1$	2p 3p
b)	$\det(A(a)) = -(a^2 - a + 1)$, pentru orice număr real a $a^2 - a + 1 \neq 0$, pentru orice număr real $a \quad \det(A(a)) \neq 0$, deci matricea $A(a)$ este inversabilă, pentru orice număr real a	3p 2p
c)	Cum $a \in \mathbb{Z}$, inversa matricei $A(a)$ are toate elementele numere întregi dacă $\det(A(a))$ este divizor al lui 1 și, cum $\det(A(a)) < 0$, pentru orice număr real a , obținem că $\det(A(a)) = -1$ $a = 0$ sau $a = 1$, care convin	3p 2p
2.a)	$1 * 2020 = \frac{1}{2} \sqrt[3]{1^3 + 2020^3 - 1^3 - 2020^3} +$ $= \frac{1}{2} \sqrt[3]{-1 + 9} = \frac{1}{2} \sqrt[3]{8} = 1$	3p 2p

b)	$x * y = \frac{1}{2} \sqrt[3]{x^3 y^3 - x^3 - y^3 + 1 + 8} = \frac{1}{2} \sqrt[3]{x^3 (y^3 - 1) - (y^3 - 1) + 8} =$ $= \sqrt[3]{\frac{1}{8} (x^3 - 1) (y^3 - 1) + \frac{1}{8} 8 } = \sqrt[3]{\frac{1}{8} (x^3 - 1) (y^3 - 1) - 1}, \text{ pentru orice } x, y \in \mathbb{A}$	3p 2p
c)	$x * x = \sqrt[3]{\frac{1}{8} (x^3 - 1)^2 + 1}, \text{ pentru orice } x \in \mathbb{A}, \text{ deci } \frac{1}{8} (x^3 - 1)^2 + 1 = x^3$ $(x^3 - 1)^2 = 8(x^3 - 1), \text{ deci } x^3 - 1 = 0 \text{ sau } x^3 - 1 = 8, \text{ de unde } x = 1 \text{ sau } x = \sqrt[3]{9}, \text{ care convin}$	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = \frac{-1}{(x-2)^2} + \frac{x}{x-1} \cdot \frac{(x-1)}{x^2} = \frac{-x(x-1) + (x-2)^2}{x(x-1)(x-2)^2}$ $= \frac{-x^2 + x + x^2 - 4x + 4}{x(x-1)(x-2)^2} = \frac{-3x + 4}{x(x-1)(x-2)^2}, x \in (2, +\infty)$	3p 2p
b)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x-2} + \ln \frac{x-1}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x-2} + \ln 1 - \frac{1}{x} = 0$ <p>Dreapta de ecuație $y = 0$ este asimptot orizontal spre $+\infty$ la graficul funcției f</p>	3p 2p
c)	<p>$x \in (2, +\infty) \mid f'(x) < 0$, deci f strict descrescătoare pe $(2, +\infty)$ și, cum $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$, obținem că $f(x) > 0$, pentru orice $x \in (2, +\infty)$</p> <p>$\frac{1}{x-2} + \ln \frac{x-1}{x} > 0$, deci $\frac{1}{x-2} > -\ln \frac{x-1}{x}$, de unde obținem că $\frac{1}{x-2} > \ln \frac{x}{x-1}$, pentru orice $x \in (2, +\infty)$</p>	3p 2p
2.a)	$\int_0^1 (x^3 + 1) f^2(x) dx = \int_0^1 (x^3 + 1) \frac{x^2}{\sqrt{x^3 + 1}} dx = \int_0^1 x^2 dx =$ $= \frac{x^3}{3} \Big _0^1 = \frac{1}{3}$	3p 2p
b)	$\int_0^1 f^2(x) dx = \int_0^1 \frac{x^2}{x^3 + 1} dx = \frac{1}{3} \int_0^1 \frac{(x^3 + 1)'}{x^3 + 1} dx =$ $= \frac{1}{3} \ln(x^3 + 1) \Big _0^1 = \frac{1}{3} \ln 2$	3p 2p
c)	$I_n = \int_0^1 f(x^n) dx = \int_0^1 \frac{x^n}{\sqrt{x^{3n} + 1}} dx$ <p>și, cum $0 \leq \frac{x^n}{\sqrt{x^{3n} + 1}} \leq x^n$, pentru $x \in [0, 1]$ și, pentru fiecare număr natural nenul n, obținem că $0 \leq \int_0^1 \frac{x^n}{\sqrt{x^{3n} + 1}} dx \leq \int_0^1 x^n dx$</p> <p>$0 \leq \int_0^1 \frac{x^n}{\sqrt{x^{3n} + 1}} dx \leq \frac{1}{n+1}$, pentru fiecare număr natural nenul n și, cum $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n+1} = 0$, obținem</p> $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n = 0$	3p 2p