MIHAELA CHIRIȚĂ

FIZICĂ

CULEGERE DE PROBLEME

propuse şi rezolvate

pentru clasa a IX-a
şi BACALAUREAT

Conține:

MIC BREVIAR TEORETIC
și FORMULE

Editura Tamar

Mihaela CHIRIȚĂ

Fizică

CULEGERE DE PROBLEME propuse și rezolvate

pentru CLASA A IX-A

si examenul de

BACALAUREAT

Conține:
MIC BREVIAR TEORETIC
ȘI FORMULE

Editura Tamar
2016

Lucrare realizată de Mihaela Chiriță

profesor/profesoară la Colegiul Național Sf. SAVA București

Descrierea CIP a Bibliotecii Naţionale a României
CHIRIŢĂ, MIHAELA
Fizică : culegere de probleme propuse şi rezolvate pentru clasa a IX-a şi bacalaureat : conţine mic breviar teoretic şi formule / Mihaela Chiriţă. - Bucureşti : Tamar, 2016
ISBN 978-606-8010-52-6

53(075)(076)

Comenzile se pot face:

- telefon mobil: 0742.014.405
- tel/fax: 021/ 411.33.93
- e-mail: tamarprint@gmail.com

În memoria tatălui meu

Recomandări

Această culegere de probleme se adresează atât elevilor de clasa a IX-a cât şi elevilor care se pregătesc să susţină un examen la mecanică sau optică.

Ca să puteţi să rezolvaţi problemele trebuie să cunoaşteţi teoria din manualul de clasa a IX-a. Încercaţi să rezolvaţi problemele în ordinea propusă (gradual). Pentru a obţine o pregătire minimă este necesar să rezolvaţi prima treime a problemelor din fiecare capitol. Pentru a obţine o pregătire medie trebuie să rezolvaţi şi a doua treime din problemele propuse. Dacă veţi reuşi să rezolvaţi toate problemele înseamnă că această disciplină nu are secrete pentru voi. În cazul în care nu reuşiţi să rezolvaţi o problemă, amânaţi o zi sau două şi apoi încercaţi din nou. Dacă nici în acest caz nu reuşiţi, citiţi rezolvarea, încercaţi să înţelegeţi această rezolvare şi după un timp (câteva zile) încercaţi să rezolvaţi singuri problema.

Problemele cu steluţă „*" se adresează elevilor cu trei ore de studiu pe săptămână, dar pot fi rezolvate şi de ceilalţi elevi, dacă profesorul a predat acea materie. Unele capitole cu caracter facultativ (de exemplu: mişcarea rectilinie uniform variată, mişcarea sub acţiunea greutăţii, impulsul punctului material, etc.) se adresează elevilor care doresc să cunoasă foarte bine această disciplină. Este bine ca fiecare elev să fie capabil să rezolve cel puţin problemele din materia obligatorie.

În calcule se consideră $\sqrt{2}=1,41$, $\sqrt{3}=1,73$, $\pi=3,14$ şi acceleraţia gravitaţională $g = 10\ m/s^2$.

În speranţa că v-am venit în ajutor, vă urez baftă!

Mihaela Chiriţă

Cuprins

Optica geometrică

Optica geometrică studiază fenomenele luminoase, ocupându-se cu studiul propagării luminii prin diferite medii şi cu studiul formării imaginilor prin sisteme optice.

Noţiuni utilizate:

1. Sursa de lumină punctiformă se obţine atunci când dimensiunile ei sunt mici în comparaţie cu distanţele la care se observă efectele luminoase.

2. Raza de lumină este direcţia pe care se propagă energia luminoasă.

3. Fasciculul de lumină este format din mai multe raze de lumină. El poate fi paralel când razele de lumină sunt paralele sau conic când razele pleacă dintr-un punct (facicul divergent) sau când razele de întâlnesc într-un punct (fascicul convergent).

Principiile opticii geometrice:

1. Principiul propagării rectilinii a razelor de lumină care afirmă că într-un mediu omogen şi izotrop lumina se propagă în linie dreaptă.

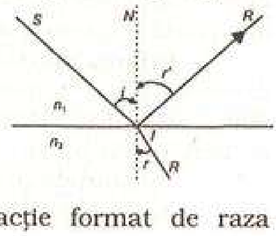
2. Principiul reversibilităţii razelor de lumină afirmă că pe direcţia de propagare lumina se propagă în ambele sensuri.

3. Principiul acţiunii independente a razelor de lumină afirmă că efectul produs de o rază de lumină care face parte dintr-un fascicul este independentă de prezenţa celorlalte raze din fascicul.

Reflexie şi refracţie

Când o rază de lumină întâlneşte suprafaţa de separare dintre două medii optice transparente ea suferă atât fenomenul de reflexie cât şi fenomenul de refracţie.

Reflexia luminii este fenomenul de întoarcere a razei de lumină în mediul din care a provenit atunci când raza întâlneşte suprafaţa de separaţie cu un alt mediu.



Notăm cu *SI* raza incidentă, *NI* normala construită în punctul de contact, *IR'* raza reflectată şi *IR* raza refractată.

Notăm cu *i* unghiul de incidenţă format de raza incidentă cu normala construită în punctul de contact, *r'* unghiul de reflexie format de raza reflectată cu normala construită în punctul de contact şi *r* unghiul de refracţie format de raza refractată cu normala construită în punctul de contact.

Legile reflexiei:

1. Raza incidentă, normala construită în punctul de contact şi raza reflectată sunt coplanare.

2. Unghiul de incidenţă este egal cu unghiul de reflexie. Astfel $i = r'$.

Refracţia luminii este fenomenul de pătrundere a razei de lumină în alt mediul atunci când raza întâlneşte suprafaţa de separaţie cu un alt mediu.

Legile refracţiei:

1. Raza incidentă, normala construită în punctul de contact şi raza reflectată sunt coplanare.

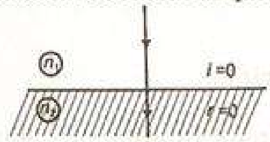
2. Produsul dintre unghiul de incidenţă într-un mediu şi indicele de refracţie absolut al mediului este constant. Astfel: $n_1 \sin i = n_2 \sin r$, unde n_1 şi n_2 reprezintă indicii de refracţie absoluţi ai celor două medii.

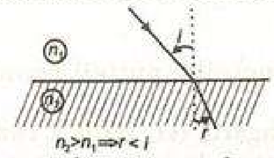
Indicele de refracție absolut al unui mediu reprezintă raportul dintre viteza luminii în vid c și viteza de propagare a luminii în acel mediu v. Astfel $n=\frac{c}{v}$ și este supraunitar și adimensional.

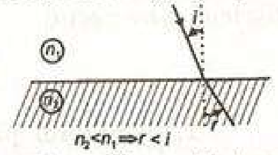
Indicele de refracție relativ al mediului 2 față de mediul 1 este raportul indicilor de refracție alsoluți ai celor două medii. Astfel: $n_{21}=\frac{n_2}{n_1}=\frac{v_1}{v_2}$ și este adimensional.

Cazuri particulare:

a. Dacă raza de lumină cade perpendicular pe suprafața de separație dintre cele două medii ea pătrunde în cel de-al doilea mediu pe aceeași direcție.



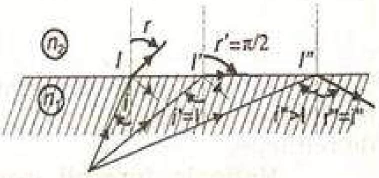




b. Dacă raza de lumină trece dintr-un mediu mai puțin refringent într-un mediu mai refringent ea se apropie de normală, astfel $n_1<n_2 \Rightarrow r<i$

c. Dacă raza de lumină trece dintr-un mediu mai refringent într-un mediu mai puțin refringent ea se depărtează de normală de normală, $n_1>n_2 \Rightarrow r>i$.

d. Dacă raza de lumină trece dintr-un mediu mai refringent într-un mediu mai puțin refringent, $n_1>n_2$, există un unghi numit unghi limită ℓ pentru care unghiul de refracție devine r=90°, astfel că $\sin\ell=\frac{n_2}{n_1}$. Dacă unghiul de incidență depășește valoarea unghiului limită $\ell<i$, atunci raza de lumină nu se mai poate refracta și apare fenomenul numit **reflexie totală**.



Prisma optică este un mediu transparent delimitat de două suprafețe plane care se întâlnesc după o dreaptă numită muchie. Unghiul format de cele două suprafețe plane se numește unghiul prismei A. Orice plan situat perpendicular pe muchia prismei se numește secțiune principală.

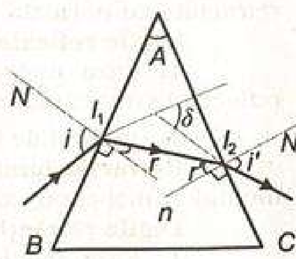
Formulele prismei:

1. $\sin i=n\sin r$ -legea refracției la fața AB

2. $n\sin r'=\sin i'$ -legea refracției la fața Ac

3. $A=r+r'$

4. $\delta=i+i'-A$, unde δ este unghiul de deviație



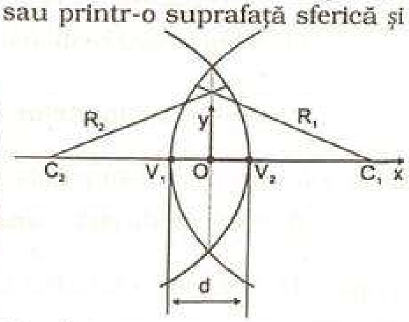
Dacă raza de lumină se propagă simetric prin prismă, atunci raza va fi deviată cu un unghi minim $\delta_{\min}$, astfel că:

$$r=r' \Rightarrow i=i' \Rightarrow \delta_{\min}=2i-A \Rightarrow n=\frac{\sin\left(\frac{\delta_{\min}+A}{2}\right)}{\sin\left(\frac{A}{2}\right)}$$

Lentile subţiri

Lentilele sunt sisteme optice confecţionate dintr-un mediu transparent delimitat de exterior prin două suprafeţe sferice sau printr-o suprafaţă sferică şi una plană.

Elemente ce caracterizează o lentilă:



1. Axa optică principală este dreapta care trece prin centrele de curbură ale suprafeţelor sferice O_1 şi O_2, dacă lentila are două suprafeţe sferice, sau trece prin centrul de curbură al suprafeţei sferice şi este perpendicular pe suprafaţa plană, dacă lentila are o suprafaţă sferică şi una plană.

2. Centrul optic este punctul în care practic coincid pentru o lentilă subţire punctele de intersecţie V_1 şi V_2 ale suprafeţelor sferice cu axa optică principală.

3. Axa optică secundară este orice dreaptă care trece numai prin centrul optic al lentilei subţiri.

Prin construcţie lentilele sunt:

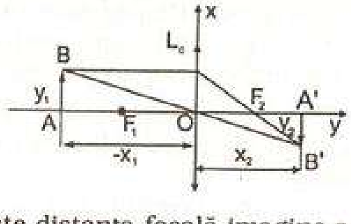
a. lentile convergente care în aer sunt mai groase la mijloc şi mai subţiri la capete. Pot fi ca formă: biconvexe, plan-convexe şi menisc convergent.

b. lentile divergente care în aer sunt mai subţiri la mijloc şi mai groase la capete. Pot fi ca formă: biconcave, plan-concave şi menisc divergent.

Razele de lumină paralele cu axul optic principal după refracţia prin lentilă se întâlnesc ele sau prelungirile lor într-un punct numit focar principal.

Dacă după refracţia razelor paralele cu axul optic principal fasciculul devine convergent şi razele se întâlnesc într-un punct focarul este real. La lentila convergentă focarele sunt reale, focarul principal imagine este situat în spatele lentilei, iar cel obiect în faţa lentilei şi dacă lentila este mărginită de acelaşi mediu pe ambele feţe focarele principale sunt situate simetric faţă de lentilă.

Dacă după refracţia razelor paralele cu axul optic principal fasciculul devine divergent şi prelungirile razelor se întâlnesc într-un punct focarul este virtual. La lentila divergentă focarele sunt virtuale, focarul principal imagine este situat în faţa lentilei, iar cel obiect în spatele lentilei şi dacă lentila este mărginită de acelaşi mediu pe ambele feţe focarele principale sunt situate simetric faţă de lentilă.



Prin convenţie definim distanţă focală a lentilei distanţa focală imagine. Alegând un sistem de axe de coordonate cu originea în centrul optic al lentilei ca în figură, atunci lentila convergentă are distanţa focală pozitivă, iar cea divergentă negativă. Astfel $f_2 = -f_1 = f$, unde f este distanţa focală a lentilei, f_1 este distanţa focală obiect a lentilei şi f_2 este distanţa focală imagine a lentilei.

Pentru a construi imaginea unui punct printr-o lentilă sunt necesare două din următoarele trei raze:

1. O rază care trece prin centrul optic al lentilei şi se refractă pe aceeaşi direcţie.

2. O rază paralelă cu axul optic principal care se refractă prin focarul principal imagine.

3. O rază care trece prin focarul principal obiect şi se refractă paralel cu axul optic principal.

Formulele lentilelor subțiri:

1. Convergența unei lentile este inversul distanței focale a lentilei. Astfel $C=\frac{1}{f}$. În sistemul internațional $[C]=m^{-1}=dioptrie$.

2. Formula punctelor conjugate: $\frac{1}{x_2}-\frac{1}{x_1}=\frac{1}{f}$, unde x_1 este coordonata obiectului și x_2 este coordonata imaginii.

3. Mărirea liniară transversală $\beta=\frac{y_2}{y_1}$ este raportul dintre dimensiunea liniară transversală a imaginii y_2 și dimensiunea liniară transversală a obiectului y_1.

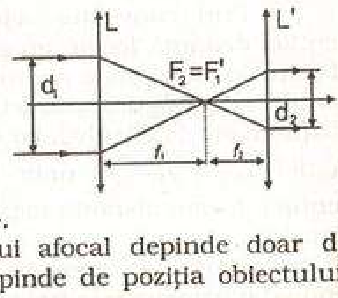
4. $C=\left(\frac{n}{n'}-1\right)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$ este relația dintre convergența lentilei, razele de curbură ale celor două suprafețe sferice R_1 și R_2, precum și indicele de refracție absolut al materialului lentilei n și indicele de refracție absolut al materialului în care este introdusă lentila n'.

Asociațiile de lentile subțiri sunt formate din două sau mai multe lentile subțiri centrate, astfel că imaginea dată de prima lentilă devine obiect pentru următoarea și așa mai departe până la ultima lentilă. Mărirea liniară tranversală a sistemului esteprodusul măririlor liniare transversale ale lentilelor componente, astfel că $\beta_s=\prod\beta_k$.

Dacă distanța dintre lentile este nulă se formează un sistem de lentile alipite pentru care convergența sistemului este suma algebrică a convergențelor lentilelor componente. Astfel $C_s=\sum_{k=1}^{N}C_k \Rightarrow \frac{1}{F}=\sum_{k=1}^{N}\frac{1}{f_k}$.

Un sistem de lentile este afocal dacă o rază paralelă cu axul optic principal al unei lentile după refracția prin lentile rămâne paralel cu axul optic principal. Un sistem afocal poate fi format din două lentile convergente sau dintr-o lentilă convergentă și una divergentă cu proprietatea ca modulul distanței focale a lentilei divergente să fie mai mic decât distanța focală a lentilei convergente. Proprietățile sistemului afocal sunt:

a. Distanța dintre lentile este suma distanțelor focale ale lentilelor componente, astfel că $d=f_1+f_2$, unde f_1 este distanța focală a primei lentile, iar f_2 este distanța focală a celei de-a doua lentile.



b. Focarul imagine al primei lentile F_2 coincide cu focarul obiect al celei de-a doua lentile $F_{1'}$.

c. Mărirea liniară transversală a sistemului afocal depinde doar de distanțele focale ale lentilelor componente și nu depinde de poziția obiectului, astfel că $\beta_s=-\frac{f_2}{f_1}$.

Instrumente optice

Un instrument optic este un ansamblu de lentile, oglinzi și diafragme cu ajutorul căruia obținem imagini ale diferitelor obiecte în care se pot distinge amănunte care nu pot fi observate cu ochiul liber.

Mărimi fizice care caracterizează instrumentele optice:

1. Mărirea este raportul dintre dimensiunea liniară transversală a imaginii şi dimensiunea liniară transversală a obiectului, astfel că $\beta=\frac{y_2}{y_1}$, unde y_2 este dimensiunea liniară transversală a imaginii şi y_1 este dimensiunea liniară transversală a obiectului.

2. Puterea este raportul dintre tangenta unghiului sub care se vede prin instrument obiectul şi dimensiunea liniară transversală a obiectului, astfel că $P=\frac{tg\alpha_2}{y_1}$, unde α_2 este unghiul sub care se vede prin instrument obiectul. În sistemul internaţional $[P]=m^{-1}$.

3. Grosismentul este raportul dintre tangenta unghiului sub care se vede prin instrument obiectul şi tangenta unghiului sub care se vede cu ochiul liber obiectul dacă se află la distanţa optimă de citire. Astfel $G=\frac{tg\alpha_2}{tg\alpha_1}$, unde $tg\alpha_1=\frac{y_1}{\delta}$, iar δ=25 cm pentru un ochi normal şi este distanţa optimă de citire. În sistemul internaţional grosismentul este adimensional.

4. Puterea separatoare este capacitatea instrumentului de a forma imagini distincte, separate, pentru două puncte obiect alăturate. Puterea separatoare poate fi:

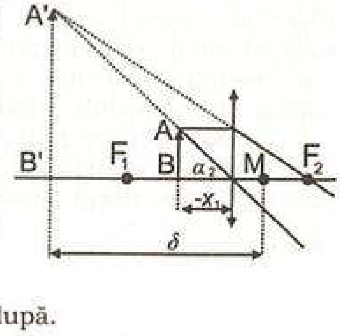
a. puterea separatoare liniară reprezintă distanţa minimă între două puncte vecine ale obiectului pentru care instrumentul formează imagini diferite.

b. puterea separatoare unghiulară reprezintă unghiul minim dintre razele care provin de la două puncte vecine pentru care instrumentul formează imagini diferite.

Instrumentele optice se clasifică în:

a. instrumente care formează imagini reale: ochiul, aparatul de fotografiat, aparatul de proiecţie. Aceste instrumente se comportă ca nişte lentile convergente şi prin urmare imaginile se pot prinde pe un ecran, pe un film sau placă fotografică.

În cazul ochiului, obiectele se află între punctul proximum-punctul cel mai apropiat unde vede ochiul şi punctul remotum-punctul cel mai depărtat unde vede ochiul. Pentru un ochi normal punctul proximum se află la 25 cm (numită distanţă optimă de citire) de ochi iar punctul remotum se află la infinit. Ochiul preferă să privească fără acomodare, adică la infinit, astfel că $x_2\to\infty$. Imaginile reale, răsturnate şi mai mici decât obiectele se formează pe retină.

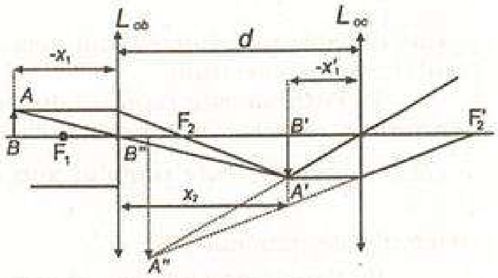


b. instrumente care formează imagini virtuale: lupa, microscopul, luneta, telescopul. Aceste imagini se vor observa cu ochiul liber.

1. Lupa este un sistem optic convergent cu distanţă focală mică, astfel că formează pentru un obiect real situat între focarul principal obiect şi lentilă o imagine virtuală, dreaptă şi mărită.

$\frac{1}{x_1}-\frac{1}{\delta-a}=\frac{1}{f}$, unde a reprezintă distanţa de la ochi la lupă.

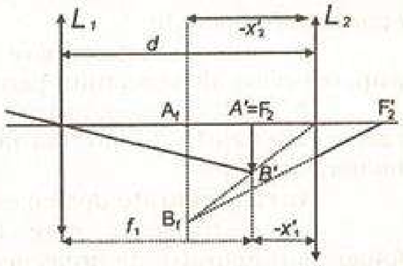
Puterea lupei în cazul în care ochiul privește fără acomodare adică la infinit este: $P = \frac{tg\alpha_2}{AB} \approx \frac{1}{f} = C$.



2. Microscopul optic este format din două lentile convergente, prima numită obiectiv și care formează pentru un obiect real o imagine reală, iar a doua numită lentilă ocular îndreptată spre ochi și care formează o imagine virtuală și mărită a imaginii reale dată de obiectiv. Imaginea finală virtuală se observă cu ochiul lipit de ocular.
Deoarece ochiul preferă să privească fără acomodare imaginea finală se formează la infinit, astfel că imaginea reală produsă de lentila obiectiv se află în focarul principal obiect al ocularului.

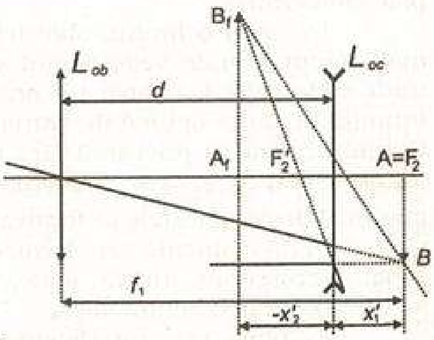
Puterea microscopului este: $P = \frac{e}{f_1 f_2}$, unde f_1 și f_2 reprezintă distanțele focale ale obiectivului și respectiv ocularului, iar e este intervalul optic și reprezintă distanța dintre focarul imagine al obiectivului și focarul obiect al ocularului.

Grosismentul microscopului este:
$G = P\delta$.



3. Luneta este un instrument optic destinat observării obiectelor foarte îndepărtate. Lunetele Sunt formate din două lentile. Prima lentilă numită lentilă obiectiv formează pentru obiectele foarte îndepărtate imagini reale situate în planul focal imagine. Cea de-a doua lentilă numită lentilă ocular formează o imagine virtuală pe care ochiul preferă să o vadă fără acomodare. Lunetele sunt de două feluri:

a. luneta astronomică este destinată observării obiectelor foarte îndepărtate fiind formată din două lentile convergente cu care se obțin imagini virtuale și răsturnate.



b. luneta terestră este destinată observării obiectelor de pe Pământ foarte îndepărtate fiind formată din o lentilă obiectiv convergentă și o lentilă ocular divergentă cu care se obțin imagini virtuale și drepte.

Deoarece ochiul preferă să vadă imaginea fără acomodare, luneta astronomică este un sistem afocal, astfel că are grosismentul:

$$G = \frac{f_{obiectiv}}{f_{ocular}} = f_{obiectiv} P_{ocular}.$$

1. Optică geometrică

1.1.Principiile opticii geometrice, reflexie, refracție

1. Umbra unui om cu înălțimea h=1,73 m este de d=1 m. Să se afle unghiul sub care cad razele de lumină pe Pământ.

2. Într-o zi însorită un par înfipt vertical, cu înălțimea h=1 m deasupra Pământului, formează o umbră cu lungimea ℓ=25 cm. Care este lungimea umbrei unei persoane cu înălțimea H=1,8 m?

3. Un om pornește de sub un felinar aflat la o înățime de h=8 m într-o mișcare rectilinie uniformă cu viteza v=1 m/s. Omul are înălțimea de h_0=1,8 m. Cu ce viteză se deplasează umbra omului?

4. Flacăra unei lumânări cu înălțimea h=20 cm arde uniform cu viteza v=1 cm/min. Inițial umbra flăcării se află la distanța ℓ=10 cm de lumânare. Cu ce viteză se deplasează umbra flăcării?

5. Într-o cameră întunecoasă se află pe podea o sursă de lumină punctiformă. La h=50 cm de sursă este așezată o fantă pătratică cu latura de ℓ=10 cm decupată într-un carton, astfel încât centrul său de greutate se află pe verticala sursei. Să se afle latura petei luminoase obținute pe tavanul aflat la H=2,5 m de podea.

6. O lampă considerată punctiformă este acoperită în partea superioară și se află într-o cameră întunecoasă la distanța h=25 cm de o oglindă plană circulară cu raza r=10 cm, pe verticala centrului oglinzii. Să se afle raza petei luminoase care se formează pe tavanul aflat la distanța H=2,5 m de oglindă.

7. Fie o oglindă plană. Să se afle:

a. unghiul cu care se rotește raza reflectată în jurul axei, dacă pe oglinda plană cade o rază sub un unghi de incidență i, iar oglinda se rotește cu unghiul α în jurul unei axe oarecare

b. înălțimea față de podea a punctului în care raza de lumină cade pe oglindă, dacă raza de lumină pătrunde prin fereastra unei încăperi întunecoase la înălțimea h=1,5 m de podea și se reflectă pe oglinda aflată pe peretele opus ferestrei formând apoi o pată luminoasă la mijlocul podelei

c. unghiul și sensul în care se rotește imaginea obiectului față de noua poziție a obiectului, dacă obiectul aflat în fața unei oglinzi plane se rotește cu unghiul α=30^0

d. viteza cu care se deplasează imaginea față de obiect, dacă o persoană se apropie cu viteza v=4 m/s de o oglindă plană verticală

8. Două oglinzi plane formează între ele un unghi α. Să se afle:

a. unghiul cu care va fi deviată o rază de lumină în urma reflexiei succesive pe cele două oglinzi

b. numărul imaginilor unui obiect luminos punctiform așezat între cele două oglinzi plane care se formează datorită reflexiilor succesive pe ele

c. numărul imaginilor care se formează în cazul **b.**, dacă unghiul dintre oglinzi este α=15^0

9. Un om cu înălțimea H=1,8 m se fotografiază printr-o oglindă plană paralelă cu el pe un perete vertical. Distanța dintre om și oglindă este d=60 cm, înălțimea oglinzii h=60 cm, iar aparatul de fotografiat se află la om la jumătatea înălțimii lui, față în față cu centrul oglinzii. Neglijând distanța de la ochi la creștet, să se afle:

a. cât la sută din înălțimea omului apare pe fotografia lui?
b. distanța față de perete la care se află cel mai apropiat punct de pe podea pe care il poate vedea omul prin reflexie
c. înălțimea minimă a oglinzii pentru ca omul să se poată vedea în întregime, dacă distanța de la creștet la ochi este h_l=10 cm

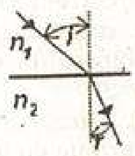
10. Pe o oglindă sferică concavă cu raza R=5 cm cad două raze de lumină paralele cu axul optic principal: una trece la distanța h_1=0,5 cm de ax, iar cealaltă la h_2=3 cm. Razele se reflectă pe oglindă. Să se afle:
a. distanța măsurată față de vârful oglinzii unde prima rază taie axul optic principal
b. distanța măsurată față de vârful oglinzii unde a doua rază taie axul optic principal
c. distanța între punctele în care aceste raze intersectează axul optic principal

11. O oglindă sferică concavă are raza R=-20 cm. Un obiect liniar cu înălțimea y_l=6 mm se așază la distanța $-x_1$=30 cmîn fața oglinzii. Să se afle:
a. distanța la care se formează imaginea față de oglindă
b. înălțimea imaginii
c. poziția și natura imaginii dacă obiectul se apropie de oglindă cu d=25 cm

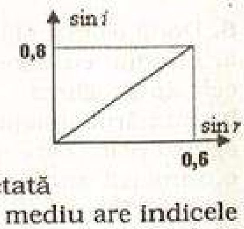
12. Se așază un obiect în fața unei oglinzii sferice concave cu raza R=-30 cm, asftel că imaginea se prinde pe un ecran așezat la distanța d=60 cm de oglindă. Să se afle:
a. distanța la care se află obiectul față de oglindă
b. mărirea liniară transversală în condițiile punctului **a.**
c. distanța la care se află obiectul față de oglindă pentru a se obține o imagine egală cu obiectul

13. Se așază un obiect în fața unei oglinzii sferice concexecu raza R=40 cm la distanța d=20 cm de oglindă. Să se afle:
a. distanța focală a oglinzii
b. distanța la care se formează imaginea față de oglindă
c. mărirea liniară transversală în condițiile punctului **b.**

14. O rază de lumină care cade pe suprafața de separație dintre două medii optice transparente se propagă dintr-un mediu în alt mediu ca în figură. Să se afle:

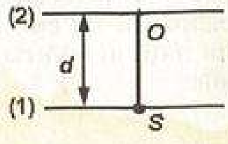


a. indicele de refracție relativ al celui de-al doilea mediu față de primul mediu, dacă unghiul de incidență de incidență este i=45° iar cel de refracție este r=30°
b. unghiul dintre raza refractată și raza reflectată, dacă unghiul de incidență de incidență este i=45°, primul mediu este aer iar al doilea are indicele de refracție $n=\sqrt{2}$ **c.** indicele de refracție relativ al mediului în care se refractă lumina față de mediul din care vine lumina, dacă unghiul de incidență este i=60° iar raza reflectată este perpendiculară pe raza refractată



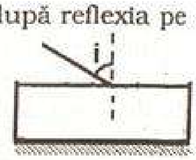
d. indicele de refracție al celui de-al doilea mediu, dacă primul mediu are indicele de refracție n_1=3/2 iar graficul alăturat reprezintă dependența sin$i$=f(sin$r$) la trecerea unei raze de lumină dintr-un mediu optic în alt mediu optic

15. Pe partea inferioară a unei plăci din sticlă de grosime d=3,46 cmși indice de refracție n=1.73se află o sursă de lumină punctiformă S. O rază de lumină pornește de la

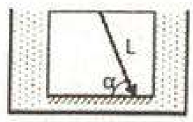


sursa S şi formează cu fața (2) în punctul P un unghi $\alpha=60^0$ ca în desenul alăturat. Placa este situată în aer. Să se afle:
a. reprezentați mersul razei de lumină care ajunge la un observator plasat în aer deasupra feței (2) a plăcii
b. unghiul de refracție la ieşirea în aer a razei de lumină
c. distanța de la punctul O până la punctul P

16. O rază de lumină pătrunde din aer într-un lichid cu indicele de refracție $n=4/3$, sub un unghi de incidență i astfel că $\sin i=2/3$.Lichidul se află într-un vas suficiet de larg având fundul argintat, ca în figura alăturată. Să se afle:
a. unghiul de refracție în punctul de incidență
b. unghiul format de direcția razei de lumină care iesedin lichid (după reflexia pe fundul vasului) cu direcția razei incidente, dacă unghiul de incidență la trecerea luminii din aer în lichid ar fi $i=60^0$
c. unghiul de incidență i, dacă sinusul unghiului de refracție la intrarea luminii în lichid ar fi $\sin r=3/4$



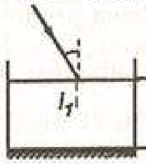
17. Un cub de sticlă la care una dintre fețe este o oglindă plană este introdus într-un vas cu apă ($n_a=4/3$) astfel încât fața reflectătoare să se afle pe fundul vasului, ca în figură. O rază de lumină L se propagă în sticlă, se reflectă pe oglindă şi întâlneşte fața laterală a cubului. Se constată că, mărind treptat unghiul razei față de oglindă (α), începând de la $\alpha_{min}=60^0$lumina nu mai intră în apă deşi întâlneşte fața laterală a cubului. Să se afle:
a. mersul razelor de lumină prin dispozitiv pentru $\alpha<60^0$
b. indicele de refracție al sticlei
c. noua valoare minimă a sinusului unghiului αpentru care raza de lumină nu iese din cub prin fața laterală, daca apa s-ar scoate din vas



18. Fie o suprafață de separație dintre aer şi o soluție de argint coloidal plană şi orizontală. Soluția are indicele de refracție $n=1,4$. Se utilizează o rază a unui fasciculul laser care trece prin soluție. Soluția este transparentă pentruraza fasciculului laser. Să se afle:
a. unghiurile de reflexie şi de refracție, dacă raza trece din aer în soluție perpendicular pe suprafața de separare
b. sinusul unghiului de incidență corespunzător unui unghi de refracție de 90^0, în cazul în care raza trece din soluție în aer
c. sinusul unghiului de incidență, dacă raza trece din aer în soluție şi cosinusul unghiului de refracție este 0,80
d. ce se întâmplă cu razele laser care pleacă din soluție şi cad pe suprafața de separare sub unghiuri de incidență x pentru care $\mathrm{tg}x>1,2$

19. Un vas de formă cilindrică are diametrul bazei $D=60$ cm şi înălțimea $H=40$ cm. O sursă punctiformă de lumină este plasată pe fundul vasului, în centrul acestuia. Se umple vasul cu apă. Indicele de refracție al apei este $n_a=4/3$. Să se afle:
a. valoarea maximă a sinusului unghiului sub care se refractă lumina la trecerea prin suprafața orizontală plană de separare dintre apă şi aer
b. distanța dintre sursă şi imaginea sursei formată în oglindă, dacă se aşază pe suprafața apei, pe verticala sursei, o oglindă plană circulară cu fața reflectătoare lipită de suprafața apei
c. diametrul minim al oglinzii astfel încât baza vasului să fie luminată în întregime de razele reflectate în condițiile punctului **b.**

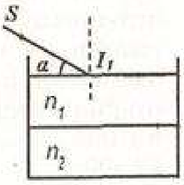
20. O rază de lumină este incidentă sub unghiul i=30° pe suprafaţa plană a unui lichid cu indicele de refracţie n =4/3, ca în figura alăturată. Lichidul se află într-un vas suficient de larg având suprafaţa bazei argintată, iar înălţimea stratului de lichid este h=10 cm. Să se afle:



a. sinusul unghiul de refracţie al razei de lumină în punctul de incidenţă I_1
b. unghiul format de direcţia razei care iese din lichid după reflexia pe fundul vasului cu suprafaţa lichidului
c. distanţa d parcursă în lichid de o rază de lumină

21. O rază de lumină este incidentă sub un unghi i=45° din aer pe o lamă cu feţe plan paralele de grosime h=1,5 cm şi indicele de refracţie $n=\sqrt{2}$. Ştiind sin15°=0,26. Să se afle:
a. unghiul de refracţie al razei de lumină în lamă
b. distanţa dintre direcţia razei incidente şi direcţia razei emergente din lamă
c. distanţa dintre punctul de intrare a razei în lamă şi punctul de ieşire a razei din lamă, dacă faţa inferioară a lamei se arginteazâ

22. Într-o cuvă din sticlă (n_2=1,5) se toarnă apă (n_1=1,33). Grosimea stratului de apă este egală cu grosimea fundului cuvei, care constituie o lamă cu feţe plan-paralele. O rază de lumină SI_1 soseşte din aer şi formează un unghi α=30° cu suprafaţa liberă a apei din cuvă, ca în figura alăturată. Să se afle:



a. sinusul unghiului de refracţie în punctul de incidenţă
b. unghiul de emergenţă al razei la ieşirea din cuvă prin faţa inferioară
c. unghiul faţă de verticală sub care se propagă lumina în sticla flint, dacă cuva se aşază pe o lamă orizontală din sticlă flint cu indicele de refracţie $n_3=\sqrt{3}$

23. O plăcuţă cu suprafeţele plan-paralele aflată în aer este formată din trei regiuni plane şi paralele cu feţele plăcuţei, cu indicii de refracţie $n_1=\sqrt{2}$, $n_2=n_1/k$, $n_3=n_2/k$, unde k este o constantă. Să se afle:
a. unghiul de refracţie al razei în prima regiune a plăcuţei, dacă pe faţa ei superioară cade o rază de lumină sub un unghi de incidenţă i=45°
b. constanta k, dacă în regiunea a doua raza pătrunde sub unghiul r_2=60°
c. indicelele de refracţie n_0 al mediului înconjurător în care se introduce plăcuţa dacă se produce o reflexie totală pe suprafaţa ce separă regiunile 2 şi 3, dacă unghiul de incidenţă pe plăcuţă este i=15°(sin15°=0,26)

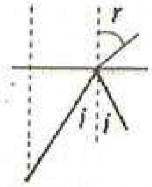
24. Un om priveşte o piatră aflată pe fundul unui bazin de înălţime h=4 m plin cu apă sub un unghi de incidenţă i=60°. Indicele de refracţie al apei este n=4/3. Să se afle:
a. poziţia imaginii pietrei faţă de suprafaţa apei
b. distanţa dintre piatră şi imaginea ei
c. poziţia imaginii pietrei faţă de suprafaţa dacă omul priveşte normal pe suprafaţa apei

25. Un scafandru stă în picioare într-un bazin în care adâncimea este de h=2,4 m. Indicele de refracţie al apei este n=4/3. Ochii scafandrului sunt la înălţimea h'=1,8 m faţă de fundul bazinului. În aer pe aceeaşi verticală cu scafandrul este un observator ai cărui ochi se află la înălţimea h_1=48 cm faţă de apă. Privind către suprafaţa apeiscafandrul vede ca într-o oglindă obiectele de pe fundul bazinului. El observă că imaginile obiectelor se văd mai intens decât cele ale obiectelor apropiate. Să se afle:
a. înălţimea faţă de suprafaţa apei la care vede scafandrul ochii observatorului

b. distanța dintre observator și adâncimea la care vede observatorul ochii scafandrului

c. distanța minimă măsurată pe orizontală dintre scafandru și obiectele a căror imagine este intensă

26. O sursă de lumină de mici dimensiuni se află la h=1,2 m sub nivelul lichidului transparent dintr-un bazin. Dacă sursa este privită din afara bazinului, pe verticala ce trece prin aceasta, imaginea se observă la adâncimea H=90 cm față de suprafața plană a lichidului. Dacă observarea se face în lungul unei drepte înclinate față de verticală cu unghiul r pentru care $\sin r$=0,8, se poate constata că raza care a suferit reflexia pe suprafața lichidului, revine în lichid sub un unghi i față de verticalăca în figură. Să se afle:



a. indicele de refracție al lichidului

b. sinusul unghiului dintre raza reflectată și verticală

c. raza cercului luminos de la suprafața apei cu centrul pe verticala sursei de lumină

27. Intr-un bazin se află un lichid cu adâncimea de h=3 m. Pe fundul bazinului se află o oglindă plană. O rază de lumină monocromatică din aer, ajunge pe suprafața de separare dintre lichid și aer sub un unghi de incidență i=60°, după care se refractă sub un unghi de refracție r=30°. În continuare se reflectă pe oglinda aflată pe fundul bazinului, întâlnește iar suprafața de separare dintre lichid și aer și se refractă la trecerea din lichid în aer. Să se afle:

a. desenul în care evidențiați mersul razei de lumină

b. indicele de refracție al lichidului

c. distanța dintre punctul în care raza pătrunde în lichid și punctul în care raza iese din lichid

d. adâncimea aparentă la care un observator din aer vede moneda aflată pe fundul bazinului dacă observatorul privește sub unghiul de incidență i=60°

28. Un vas are înălțimea h=20 cm. Un copil privește o monedă la marginea vasului sub un unghi de incidență i=30°, ca în figură și nu o vede. Turnând apă în vas, copilul vede moneda când nivelul apei a ajuns la jumătatea vasului. Indicele de refracție al apei este n=4/3. Să se afle:

a.distanța monedei față de marginea vasului

b. lărgimea unui fasciculul în apă, dacă în aer lărgimea sa este d_{aer}=4 cm și acesta cade pe suprafața apei sub un unghi de incidență i=30°

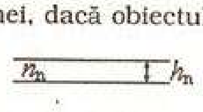
c. distanța dintre punctul unde va atinge un bețișor fundul vasului și monedă, dacă acesta este introdus de copil sub un unghi de α=60° față de suprafața apei, cu scopul de a atinge moneda

29. În fața unei lame de sticlă cu fețe plan-paralele se așază un obiect. Lama are grosimea h=3 cm și indicele de refracție n=1,5. Să se afle:

a. distanța dintre imagine și obiect

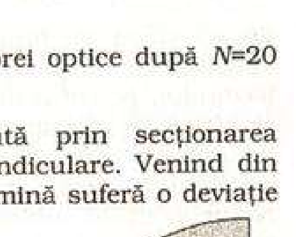
b. poziția imaginii obiectului față de suprafața superioară a lamei, dacă obiectul luminos punctiform se află pe marginea inferioară a lamei

c. poziția imaginii unui punct luminos față de fața superioară, a unui sistem format din n lame cu fețe plan paralele și de grosimi h_1, h_2,...h_n și indici de refracție n_1, n_2,...n_n format ca în figura alăturată, dacă punctul luminos se află pe baza inferioară a ultimei fețe a sistemului



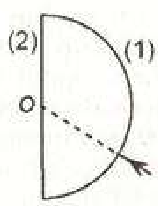
30. Pe suprafaţa plană a unei fibre optice de diametru d=2 cm si indice de refractie $n=\sqrt{2}$, cade o rază de lumină sub unghiul de incidenţă i=45°, care intră pe axul optic. Să se afle:
a. unghiul de refracţie
b. unghiul de incidenţă pe suprafaţa cilindrică
c. distanţa străbătută de raza de lumină de-a lungul fibrei optice după N=20 reflexii pe suprafaţa cilindrică

31. Piesa optică din figura alăturată a fost obţinută prin secţionarea longitudinală a unui cilindru după două diametre perpendiculare. Venind din aer şi propagându-se paralel cu baza piesei, o rază de lumină suferă o deviaţie unghiulară δ=30° la trecerea prin suprafaţa convexă a piesei. Cunoscând înălţimea la care se propagă raza de lumină $H=5\sqrt{3}$ cm precum şi raza de curbură a suprafeţei convexe R=10 cm, să se afle:



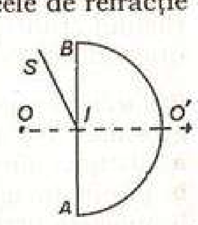
a. unghiul de incidenţă al razei de lumină la intrarea în piesa optică
b. indicele de refracţie al materialului din care este confecţionată piesa
c. unghiul de refracţie al razei de lumină la ieşirea din piesa optică

32. Un semicilindru aflat în aer este confecţionat din sticlă transparentă cu indicele de refracţie n=1,41. O rază de lumină monocromatică, care se propagă într-un plan perpendicular pe axa cilindrului, ajunge pe suprafaţa cilindrică (1) şi apoi în punctul O situat pe axa cilindrului ca în figura alăturată. Raza de lumină care iese din semicilindru prin suprafaţa plană (2) a acestuia formează cu normala la suprafaţă unghiul r_2=45°. Să se afle:
a. unghiul r_1 sub care se refractă raza de lumină la traversarea suprafeţei (1)
b. unghiul α dintre raza incidentă pe suprafaţa (2) şi cea reflectată pe aceeaşi suprafaţă



c. unghiul de incidenţă i_4 pe suprafaţa (2), dacă raza de lumină este deplasată paralel cu ea însăşi până într-o poziţie în care raza refractată prin suprafaţa (2) este de-a lungul acestei suprafeţe
d. mersul razei de lumină prin semicilindru în condiţiile punctului **c.**

33. O rază de lumină monocromatică, SI, soseşte din aer sub un unghi de 30° faţă de suprafaţa plană AB a unui semicilindru din sticlă cu indicele de refracţie $n=\sqrt{3}$ şi raza R=5 cm, ca în figura alăturată. Punctul de incidenţă I este situat la mijlocul segmentului AB. Să se afle:



a. unghiul de refracţie în punctul I şi unghiul de refracţie a luminii la trecerea din sticlă în aer
b. unghiul de refracţie a luminii la trecerea din sticlă în aer, dacă într-un alt aranjament raza de lumină cade normal pe faţa AB a semicilindrului, la distanţa h=2,5 cm de axa OO'
c. distanţa faţă de suprafaţa plană a semicilindrului la care raza de lumină transmisă va intersecta axa optică OO' în condiţiile punctului **b.**

34. Un semicilindru este confecţionat din sticlă cu indicele de refracţie $n=\sqrt{2}$. Pe faţa plană cad raze de lumină sub un unghi $i=45^0$. Razele de lumină se află într-un plan perpendicular pe axa cilindrului. Să se afle:
a. unghiul sub care intră razele în semicilindru
b. unghiul limită la trecerea razelor din semicilindru în aer
c. porţiunea suprafeţei cilindrice pe care ies razele de lumină

35. În imediata apropiere a suprafeţei unei sfere transparente şi în stânga centrului se află un izvor luminos punctiform. Raza sferei este R=10 cm şi indicele de refracţie al materialului sferei este n=2. Să se afle:
a. unghiul limită la trecerea razei din sferă în aer
b. distanţa de la imaginea punctiformă a izvorului luminos faţă de obiect
c. distanţa faţă de centrul sferei la care raza fasciculului emergent din sferă, în dreapta centrului acesteia, este egală cu dublul razei sferei

36. O prismă optică al cărei indice de refracţie relativ faţă de aer este egal cu $n=\sqrt{3}$ are secţiunea principală transversală sub forma unui triunghi echilateral. Să se afle:
a. unghiul de incidenţă la care apare deviaţia minimă
b. unghiul de deviaţie minimă
c. indicele de refracţie al unui mediu în care trebuie introdusă prisma dacă o rază de lumină care cade perpendicular pe o muchie a prismei părăseşte prisma de-a lungul celeilalte

37. Secţiuneadreaptă a unei prisme acoperiş este un triunghi echilateral *ABC*. Pe faţa *AB* a prismei cade o rază de lumină sub unghiul de incidenţă $i=60^0$ corespunzător condiţiei de deviaţie minimă. Considerând că raza incidentă se proapagă în aer sub unghiul de incidenţă corespunzător deviaţiei minime, se argintează faţa *AC* a prismei şi se aşază prisma *ABC* cu baza în contact cu baza *BC* a unei prisme isoscele *BCD*, dreptunghiulare (*BDC*=90⁰), al cărei indice de refracţie este egal cu $n_2=\sqrt{3/2}$. Să se afle:
a. indicele de refracţie al prismei *ABC*
b.direcţia după careiese raza de lumină din ansamblul celor două prisme, după argintarea feţei *AC*
c.mersul razelor de lumină prin ansamblul prismelor

38. O prismă are indicele de refracţie n=2. Să se afle:
a. pentru ce valori ale unghiului prismei orice rază de lumină incidentă pe prima faţă a prismei emerge din prismă?
b.pentru ce valori ale unghiului prismei nici o rază de lumină incidentă pe prima faţă a prismei nu emerge din prismă?
c.dacă unghiul prismei este cuprins între ℓ şi 2ℓ unele raze incidente pe prima faţă a prismei ies din prismăşi altele nu. Să se precizeze care raze pot ieşi din prismă.

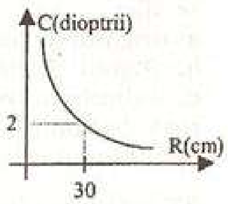
1.2. Lentile, asociaţii de lentile, sisteme de lentile

1. O lentilă biconvexă simetrică din sticlă (n=1,5) cu distanţa focală f=30 cm, formează imaginea unui obiect aşezat la 45 cm de ea. Să se afle:
a. convergenţa lentilei
b. poziţia imaginii faţă de lentilă şi natura acesteia
c. mărirea liniară transversală
d. modulul razei de curbură a unei suprafeţe sferice

2. O lentilă convergentă are distanța focală f=20 cm. Un obiect este așezat față de lentilă la distanța 40 cm, iar apoi se apropie cu 10 cm de lentilă. Imaginea se prinde pe un ecran așezat corespunzător. Să se afle:
a. unde trebuie așezat inițial ecranul față de lentilă?
b. cu cât și în ce sens se va deplasa ecranul când obiectul se apropie?
c. de câte ori se modifică dimensiunea liniară transversală a noii imagini față de prima imagine?

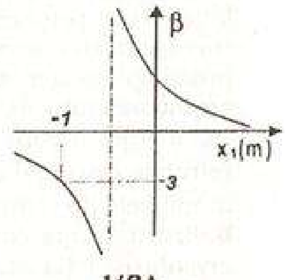
3. O lentilă subțire biconvexă simetrică cu raza $|R|$=20 cm, confecționată din sticlă, formează o imagine reală și de 3 ori mai mare decât obiectul. Distanța dintre obiectul așezat perpendicular pe axul optic principal și imaginea sa este de 80 cm. Să se afle:
a. distanța de la lentilă la imagine
b. distanța focală a lentilei
c. indicele de refracție al materialului din care este confecționată lentila

4. În graficul din figura alăturatăeste reprezentată convergența unei lentile plan-convexe în funcție de valoarea razei de curbură a feței convexe. În fața lentilei se așază un obiect la distanța de 30 cm de aceasta. Să se afle:



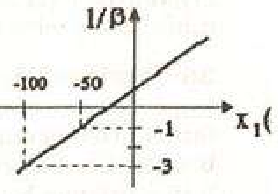
a. indicele de refracție al materialului din care este confecționată lentila
b. poziția imaginii față de lentilă și natura acesteia dacă R=30 cm
c. mărirea liniară transversală în condițiile de la punctul **b.**

5. Graficul din figura alăturatăreprezintă dependența măririi liniare transversale de coordonata obiectului în cazul imaginii formate printr-o lentilă subțire.Să se afle:



a. distanța focală a lentilei
b.mărirea liniară transversală a lentilei dacă x_1=−2,25 m
c.distanța focală a lentilei dacă aceasta se introduce într-un mediu cu indicele de refracție egal cu cel al lentilei

6. Pentru o lentilă convergentă subțire se reprezintă grafic inversul măririi liniare transversale $1/\beta$în funcție de coordonata x_1 a obiectului ca în figura alăturată.Lentila esteplan-convexă cu raza de curbură a feței convexe de 15 cm. Un obiect se așază la 75 cm în fața lentilei. Să se afle:



a. distanța focală a lentilei
b. mărirea liniară transversală a lentilei
c. indicele de refracție al materialului din care este confecționată lentila

7.O lentilă plan-convexă care formează pe un ecran imaginea unui obiect are distanța focală f=7,5 cm și raza feței convexe de R=4,5 cm. Să se afle:
a. indicele de refracție al materialului din care este confecționată lentila
b. distanța obiect-ecran în cazul în care imaginea este de 3 ori mai mică decât obiectul
c. convergența lentilei, dacă aceasta se scufundă într-un mediu cu indice de refracție n_a=4/3

8. O lentilă convex-concavă (menisc convergent) are razele fețelor de curbură 3 cm și 5 cm. Mediul din care este confecționată lentila are indicele de refracție $n=1,5$. În fața lentilei se așază un obiect luminos la distanța 45 cm de aceasta și cu înălțimea $y_1=4$ cm. Să se afle:
a. distanța focală a lentilei
b. poziția imaginii față de lentilă
c. înălțimea y_2 a imaginii

9.O lentilă subțire biconvexă simetrică este confecționată dintr-un material cu indicele de refracție $n=1,5$. Un obiect cu înălțimea $y_1=3$ cm, situat la distanța $-x_1=30$ cmîn fața lentilei, perpendicular pe axa optică principală, își formează imaginea prin lentilă la o distanță $x_2=20$ cmfață de lentilă. Se introduce apoi lentila într-o cuvă cu pereți transparenți subțiri, plani și paraleli, umplută cu lichid și de grosime egală cu a lentilei. Pentru ca imaginea obiectului să se formeze în același punct, pe axa optică principală, trebuie ca obiectul să fie îndepărtat foarte mult de sistem. Să se afle:
a. distanța focală a lentilei în aer
b. înălțimea imaginii
c. convergența sistemului optic obținut prin introducerea lentilei în cuvă
d. razele de curbură ale fețelor convexe ale lentilei

10. Un obiect cu înălțimea $y_1=5$ cm este așezat în fața unei lentile divergente cu distanța focală $f=-7$ cm la distanța de 28 cm de aceasta. Să se afle:
a. convergența lentilei
b. poziția imaginii față de lentilă și natura acesteia
c.înălțimea y_2a imaginii

11. Distanța focală a unei lentile subțiri divergente este $f=-40$ cm. Imaginea virtuală a unui obiect real situat perpendicular pe axa optică are înălțimea egală cu jumătate din înălțimea obiectului. Să se afle:
a. valoarea măririi liniare transversale
b. distanța la care trebuie așezat obiectul în fața lentilei
c. distanța față de lentilă la care s-ar forma imaginea, dacă obiectul s-ar îndepărta de lentilă cu 20 cm

12. Așezăm în fața unei lentile biconcave simetrice cu distanța focală $f=-30$ cm un obiect, astfel încât imaginea acestuia este de 5 ori mai mică decât obiectul. Lentila este confecționată din sticlă cu indicele de refracție $n=1,5$. Să se afle:
a.poziția obiectului față de lentilă
b. raza feței concave
c. distanța focală a lentilei, dacă aceasta se scufundă într-un mediu optic transparent cu indicele de refracție $n_l=1,6$

13. O lentilă subțire biconcavă cu razele de curbură de valori egale cu 20 cm are indicele de refracție $n=1,5$. În fața acestei lentile, la o distanță de 50 cm este plasat, perpendicular pe axa optică principală, un obiect liniar cu înălțimea de 10 cm. Să se afle:
a. convergența lentilei
b. distanța la care se formează imaginea față de lentilă
c. distanța dintre obiect și noua sa imagine dacă lentila este deplasată cu 50 cm, îndepărtându-se de obiect

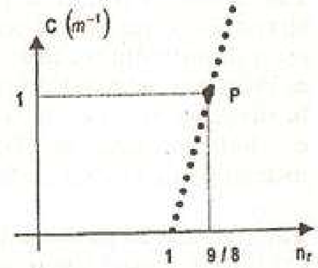
14. O lentilă divergentă convex-cocavă are razele fețelor de 30 cm, respectiv 60 cm și este confecționată din sticlă cu indicele de refracție $n=1,5$. Să se afle:
a. distanța focală a lentilei
b. poziția imaginii față de lentilă a unui obiect așezat la 60 cm de lentilă
c. distanța focală a lentilei, dacă aceasta se intoduce într-un mediu transparent cu indicele de refracție $n'=1,8$

15. Pentru studiul experimental al formării imaginilor prin lentilele subțiri se foloseste un banc optic pe care sunt montate: un obiect, o lentilă subțire și un ecran. În timpul experienței se modifică distanța dintre obiect și lentilă. Pentru fiecare poziție a obiectului, se deplasează ecranul astfel încât să se obțină o imagine clară si se măsoară dimensiunea imaginii. Datele experimentale prezentate în tabelul de mai jos sunt $d_1$distanța obiect-lentilă, iar $h_2$înălțimea imaginii. Să se afle:

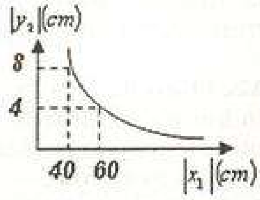
poziția	A	B	C	D
d_1(cm)	48	36	32	30
h_2(mm)	10	20	30	x

a. dependența distanței imagine-lentilă de distanța $d_1$dintre obiect și lentilă, pentru o lentilă cu distanța focală f
b. raportul dintre mărirea liniară transversală corespunzătoare unei distanțe obiect-lentilă d_{1C}=32cm și cea corespunzătoare distanței obiect-lentilă d_{1B}=36 cm
c. distanța focală a lentilei
d. valoarea lipsă din tabel

16. Convergența unei lentile biconvexe simetrice variază atunci când este plasată în medii transparente diferite, în funcție de indicele de refracție relativ n_r al lentilei în raport cu mediul, conform graficului alăturat Se cunoaște că lentila este confecționată din sticlă cu indicele de refracție $n=1,5$. Să se afle:
a. valoarea razelor de curbură ale fețelor lentilei
b. poziția imaginii față de lentilă a unui obiect aflat la distanța de 50 cm de aceasta
c. poziția obiectului față de lentilă, dacă lentila formează pentru acesta o imagine reală și de două ori mai mare decât obiectul



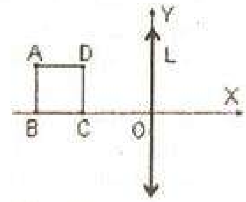
17. În graficul din figură este redată dependența modulului imaginii unui obiect obținut cu ajutorul unei lentile convergente biconvexe, în funcție de modulul distanței dintre obiect și centrul optic al lentilei. Să se afle:
a. distanța focală a lentilei
b. mărimea liniară a obiectului
c. indicele de refracție al materialului din care este confecționată lentila, dacă aceasta are raza de curbură cea mai mică de15 cm, iar cealaltă rază de curbură este de trei ori mai mare



18. O lentilă convergentă cu distanța focală f se află la distanța $2f$ de un obiect real. Să se afle:
a. raportul măririlor liniare transversale ale imaginilor, dacă lentila se apropie cu $f/2$ de obiect

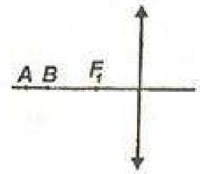
b. raportul mărimilor liniare transversale ale imaginilor, dacă lentila se depărtează cu f de obiect
c. poziția imaginii finale a obiectului punctiform, dacă se rotește lentila în sens orar cu unghiul $\alpha=60^0$

19. Un obiect luminos $ABCD$ de forma unui pătrat este situat ca în figură. Lentila are distanța focală $f=4$ cm și diametrul $d=10$ cm. Punctele B și C sunt pe axa optică principală a lentilei. A_1, B_1, C_1 și D_1 reprezintă imaginile punctelor A, B, C și D. Într-un sistem de axe XOY punctul A_1 are coordonatele (8, −2) cm. Să se afle:



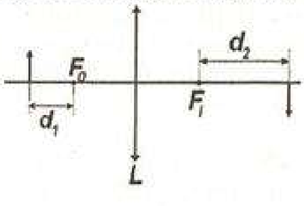
a. coordonatele punctului A
b. mărimea segmentului B_1C_1
c. diametrul petei luminoase care se obține pe un ecran așezat în planul focal imagine al lentilei atunci când în punctul A se așază o sursă punctiformă de lumină

20. Un segment luminos AB este așezat pe axa optică principală a unei lentile cu distanța focală în aer de 20 cm ca în figură. Mijlocul segmentului se află la 30 cm de lentilă, iar lungimea lui este 4 cm. Să se afle:



a. lungimea imaginii segmentului AB
b. mărirea longitudinală
c. relația dintre mărirea longitudinală și măririle transversale pentru obiectele transversale aflate în punctele A și B

21. Un obiect cu înălțimea $y_1=3$ cm este situat pe axa optică principală a unei lentile L plan-convexe, din sticlă cu indicele de refracție $n=1,5$. Obiectul se află în fața focarului obiect F_o al lentilei, la distanța $d_1=10$ cm față de acesta. Imaginea obiectului este reală și se formează la distanța $d_2=40$ cm de focarul imagine F_i, ca în figura alăturată. Să se afle:



a. distanța focală a lentilei
b. înălțimea imagini
c. raza de curbură a feței convexe a lentilei;
d. distanța d_2, dacă $d_1=20$ cm

22. Cu ajutorul unei lentile subțiri convergente de sticlă ($n=3/2$) s-a obținut imaginea reală a unui obiect, imginea fiind situată la o distanță de 10 cm de lentilă. După ce obiectul și lentila au fost scufundate în apă fără a schimba distanța dintre ele s-a obținut imaginea la o distanța de 60 cm de lentilă. Dacă indicele de refracție al apei este $n_a=4/3$ să se afle:
a. distanța focală a lentilei în aer
b. poziția obiectului față de lentilă
c. distanța focală a lentilei în apă

23. Cu ajutorul unei lentile plan-concave cu convergența $C=-5$ dioptrii se obține o imagine virtuală situată la distanța $d=18$ cm de obiect. Să se afle:
a. distanța focală a lentilei
b. poziția obiectul față de lentilă
c. raza feței concave, dacă indicele de refracție al lentilei este $n=1,5$

24. O lentilă subțire convex-concavă (menisc convergent) din sticlă (n=1,5), situată în aer are razele fețelor de curbură 4 cm și respectiv 5 cm. Să se afle:
a. distanța focală a lentilei
b. distanța minimă dintre un obiect și un ecran, astfel încât imaginea obiectului obținută pe ecran să fie reală
c. cu cât trebuie deplasat obiectul față de lentilă și în ce sens pentru a obține o imagine reală pe ecran, dacă lentila rămâne fixă și ecranul se depărtează cu d=10 cm față de poziția anterioară de la punctul**b.**?

25. Pentru o lentilă convergentă valoarea măririi unui obiect este β_1=−4. Dacă obiectul este îndepărtat cu distanța d=10 cm, valoarea măririi devine β_2=−2. Imaginile se prind pe un ecran. Să se afle:
a. distanța focală a lentilei
b. distanța minimă dintre obiect și imaginea sa reală
c. mărirea liniară transversală în cazul distanței minime obiect-imagine

26. O lentilă plan-convexă din sticlă cu indicele de refracție n=1,5 are convergența C=2 dioptrii. La distanța 60 cm în fața lentilei se află un obiect luminos. Să se afle:
a. raza de curbură a lentilei
b. distanța obiect-ecran
c. în ce sens și cu cât trebuie deplasată lentila pentru a se obține o nouă imagine pe ecran, dacă obiectul și ecranul sunt la distanța de la punctul **b.**

27. Între un obiect real și un ecran aflate la distanța d se constantă că se poate deplasa o lentilă convergentă cu distanța focală f<d/4. Notăm cu y_2=−4 cm și y_2'=−9 cmmărimile imaginilor clare obținute pe ecran pentru două poziții ale lentilei și cu D distanța dintre cele două poziții ale lentilei pentru care pe ecran se obțin imaginile clare. Să se afle:
a. mărimea obiectului y_1
b. măririle liniare transversale în cele două situații
c. raportul dimensiunilor corespunzătoare a celor două imagini y_2'/y_2 în funcție de d și D

28. O lentilă subțire convergentă formează pe un ecran o imagine clară cu înălțimea h_1=8 cm a unui obiect așezat perpendicular pe axa optică principală a lentilei. Menținând obiectul și ecranul fixe la distanța D=90 cm unul de cealălat, se apropie lentila de ecran și se obține o a doua imagine clară de înălțime h_2=2 cm a obiectului pe ecran. Să se afle:
a. înălțimea obiectului
b. măririle imaginilor în cele două situații
c. distanța focală a lentilei

29. Imaginea reală a unui obiect cu înălțimea y=3 cm se formează pe un ecran situat la distanța D=1 m de obiect. Se utilizează o lentilă subțire plan convexă cu raza de curbură a feței convexe egală cu 10 cm. Se constată că există două poziții posibile ale lentilei, distanța dintre ele fiind egală cu d=50 cm pentru care pe ecran se formează imagini clare ale obiectului. Să se afle:
a. distanța focală a lentilei
b. mărimile imaginilor în cele două cazuri
c. indicele de refracție al materialului lentilei

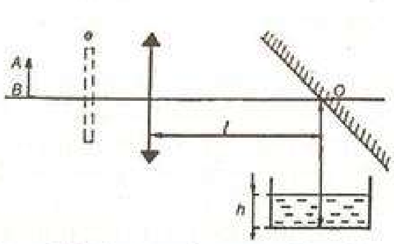
30. O lentilă subțire cu distanța focală f=30 cm formează pentru un obiect aflat pe axa optică a lentilei și în fața ei o imagine reală la distanța de 55 cm de lentilă. Să se afle:

a. poziția obiectului față de lentilă

b. mărirea liniară transversală

c. grosimea unei lame cu fețele plan-paralele și cu indicele de refracție n=1,5 care așezată perpendicular pe axa optică, între obiect și lentilă, ar determina ca imaginea să fie egală cu obiectul

31. Un obiect rectiliniu este așezat perpendicular pe axa optică principală a unei lentile subțiri cu distanța focală f=30 cm astfel încât lentila formează o imagine reală de trei ori mai mare ca obiectul pe un ecran ca în figura alăturată. Să se afle:



a. poziția obiectului față de lentilă

b. dacă așezăm apoi o lamă cu fețe plan-paralele și grosimea e=9 cm și indicele de refracție n=1,8, între obiect și lentilă, în ce sens și cu cât trebuie deplasat ecranul pentru a obține din nou imaginea pe ecran?

c. dacă în condițiile punctului **b.**, așezăm o oglindă plană O în dreapta lentilei și care intersectează axul optic la distanța de 1 m de lentilă sub un unghi α=45°, la ce distanță de axa optică principală a lentilei se va forma imaginea și ce natură are aceasta?

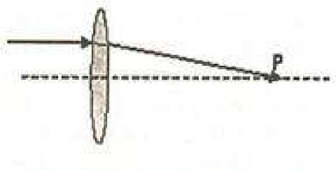
d. unde trebuie să se găsească fundul unei cuve față de axul optic principal al lentilei, în condițiile de la punctul **c.**, dacă cuva conține un strat de apă cu adâncimea h=20 cm și indicele de refracție n=4/3 pentru ca imaginea finală să fie reală și plasată pe fundul cuvei

32. Un fascicul paralel de lumină, îngust, trece printr-o lentilă subțire biconvexă simetrică, din sticlă cu indicele de refracție n=1,5 și se strânge într-un punct P aflat în partea opusă a lentilei, la 20 cm de ea, ca în figura alăturată. Să se afle:

a. distanța focală a lentilei

b. raza de curbură a unei suprafețe a lentilei

c. în ce sens se deplasează imaginea, dacă între lentilă și punctul P se interpune, perpendicular pe axa optică, o placă transparentă cu fețe plane și paralele, având indicele de refracție n_1=1,6 și grosimea d=2 cm?



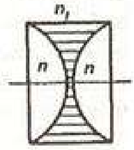
33. Un obiect se află în fața unei lentile convergente subțiri din sticlă (n=1,5). Lentila este biconvexă și are razele fețelor de curbură 5 cm și respectiv 20 cm. Lentila formează pentru obiect o imagine care se prinde pe un ecran și care este de 4 ori mai mare decât obiectul. Să se afle:

a. poziția obiectului față de ecran

b. cu cât și în ce sens trebuie deplasat ecranul, dacă între obiect și lentilă se așază o lamă cu fețe plan-paralele cu grosimea e=2,25 cm și indicele de refracție n=1,8?

c. poziția imaginii față de lentila de la punctul **a.** și care este natura imaginii, dacă din planul focal imagine al lentilei se află un mediu transparent cu indicele de refracție n=1,6 care umple complet spațiul din spatele lentilei, în codițiile în care obiectul se află așezat ca la punctul **a.**

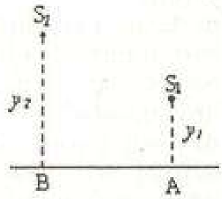
34. Două lentile plan-convexe identice, confecționate din sticlă, cu indicele de refracție n=1,5 și distanța focală f=60 cm, sunt centrate pe aceeași axă cu fețele curbe în contact ca în figură. Spațiul dintre ele se umple cu un lichid și se constată că sistemul astfel format are distanța focală F=1,62 m. Să se afle:



a. raza de curbură a feței convexe
b. indicele de refracție al lichidului
c. poziția unui obiect față de sistemul de lentile, dacă imaginea formată de acest sistem este reală și de două ori mai mare decât obiectul

35. Două lentile subțiri, biconvexe, identice, cu distanța focală f=20 cm și indicele de refracție n=1,5 sunt puse în contact. Se umple cu lichid intervalul rămas liber între cele două lentile și se obține astfel un sistem optic convergent. Un obiect y_1=6 cm, așezat la distanța de 20 cm de sistem, își formează imaginea reală la distanța de 60 cm de sistem. Să se afle:
a. distanța focală a sistemului echivalent
b. mărimea imaginii obiectului
c. indicele de refracție al lichidului

36. Cu ajutorul unei lentile subțiri din sticlă situată în aer se obține o imagine virtuală a sursei de lumină, ca în figura alăturată. Se cunosc y_1=5 cm, y_2=10 cm și distanța AB=50 cm. Indicele de refracție al sticlei este n=1,5. Să se afle:



a. distanța focală a lentilei
b. indicele de refracție al unui lichid în care, dacă introducem lentila, distanța ei focală crește de două ori
c. distanța focală a lentilei care alipită de prima lentilă face ca imaginea unui obiect real să devină virtuală și de două ori mai mică, în condițiile în care obiectul se menține la aceeași distanță față de prima lentilă

37. Imaginea reală a unui obiect cu înălțimea h=6 cm, plasat la distanța de 90 cm de o lentilă subțire, așezat perpendicular pe axa optică principală a acesteia, se formează la 45 cm de lentilă. Dacă alipim de prima lentilă o a doua lentilă, iar distanța obiect-sistem optic rămâne neschimbată, imaginea reală a obiectului se va forma la 72 cm de sistemul celor două lentile alipite. Să se afle:
a. convergența primei lentile
b. distanța focală a celei de a doua lentile
c. înălțimea imaginii formate de sistemul celor două lentile alipite

38. În fața unei lentile subțiri este plasat, perpendicular pe axa optică principală, la 10 cm de lentilă, un obiect liniar. Imaginea formată prin lentilă este virtuală și de cinci ori mai mare decât obiectul. Să se afle:
a. distanța focală a lentilei
b. convergența lentilei
c. convergența celei de-a doua lentile, dacănoua imagine a obiectului este prinsă pe un ecran aflat la 40 cm de sistemul de lentile în situația în care fără a modifica poziția obiectului și a lentilei se lipește de prima lentilă o a doua lentilă subțire

39. Imaginea reală a unui obiect așezat la distanța de 60 cm în fața unei lentile subțiri, perpendicular pe axa optică principală a lentilei, se formează la 15 cm de lentilă. Alipind de prima lentilă o a doua lentilă subțire, centrată pe aceeași axă optică principală, imaginea virtuală a aceluiași obiect așezat la 60 cm de sistem se formează la 30 cm de acest sistem. Să se afle:

a. distanța focală a primei lentilei

b. distanța focală a sistemului format din cele două lentile

c. convergența celei de-a doua lentile

d. raportul dintre înălțimea imaginii formate de prima lentilă și înălțimea imaginii formate de sistemul de lentile

40. Un sistem optic este format din patru lentile plan-convexe identice de sticlă cu indicele de refracție n=1,5 având fiecare distanța focală f=50 cm. Prima și a doua, precum a treia și a patra sunt așezate cu fețele convexe în contact. Fețele plane ale lentilelor 2 si 3 sunt lipite. Se umple spațiul dintre lentilele 1 și 2 precum și cel dintre 3 si 4 cu un lichid transparent cu indicele de refracție n'=1,4. Să se afle:

a. convergența sistemului astfel format

b. indicele de refracție al lichidului care umple spațiul dintre lentilele de sticlă, dacă o rază de lumină care cade pe sistemul astfel format iese din sistem paralelă cu ea însăși

c. convergența sistemului dacă se înlătură lichidul transparent dintre lentilele 1 și 2 și 3 și 4

41. În fața unei lentile biconvexe subțiri simetrică din sticlă cu indicele de refracție n=1,5 este așezat un obiect luminos rectiliniu perpendicular pe axa optică principală. Deplasând obiectul de-a lungul axei optice a lentilei se constată că distanța minimă dintre obiect și imaginea sa reală este D=40 cm. Să se afle:

a. raza unei fețe a lentilei

b. distanța minimă dintre obiect și imaginea reală, dacă întreg sistemul se introduce în apă cu indicele de refracție n_a=4/3

c. distanța față de obiectul plasat la 30 cm în fața lentilei la care se formează imaginea obiectului, dacă alături de prima lentilă lipită de de ea plasăm o a doua lentilă subțire convergentă cu distanța focală f_2=15 cm în cazul în care sistemul se află în aer

2. Două lentile subțiri biconvexe identice, confecționate din sticlă cu indicele de refracție n=1,5 și razele de curbură 20 cm sunt puse în contact coaxial. Spațiul între lentile este umplut cu apă care are indicele de refracție n_a=4/3. În fața acestui sistem optic se plasează un obiect cu înălțimea y=10 cm la distanța de 0 cm. Să se afle:

. distanța focală a ansamblului de lentile

. distanța dintre obiect și imaginea acestuia prin sistem

. înălțimea imaginii

. distanța față de sistem la care se formează imaginea dacă întregul sistem se introduce în apă păstrând distanța obiect-sistem

3. Un obiect este plasat perpendicular pe axa optică principală a unei lentile subțiri L_1. Imaginea acestuia prin lentilă este reală, de două ori mai mică decât obiectul și se formează la distanța de 45 cm de centrul optic al lentilei L_1. Alipind de prima lentilă o a doua lentilă subțire, L_2, înălțimea imaginii obiectului rămas aceeași distanță față de lentila L_1, observată pe un ecran, este cu 20% mai mică decât înălțimea obiectului. Să se afle:

a. distanța focală a lentilei L_1
b. convergența sistemului format din cele două lentile alipite
c. distanța focală a lentilei L_2
d. înălțimea imaginii date de sistemul de lentile alipite, dacă înălțimea obiectului este $h=10$ mm

44. O lentilă plan-concavă are raza de curbură 10 cm și indicele de refracție $n=1,5$. La 20 cm în fața ei se așază un obiect înalt de 2 cm. Să se afle:
a. mărimea imaginii
b. poziția și mărimea imaginii în cazul în care se alătură lentilei o a doua lentilă identică având fețele plane în contact
c. distanța focală a sistemului optic cu cele două lentile alipite cu fețele curbe în contact, dacă spațiul dintre lentile se umple cu apă ($n_a=4/3$)

45. Două lentile convergente cu distanțele focale $f_1=20$ cm și $f_2=7,5$ cm sunt așezate coaxial la distanța $d=40$ cm una de cealaltă. În stânga primei lentile se așază un obiect cu înălțimea $y_1=2$ cm la 60 cm de aceasta. Să se afle:
a. poziția imaginii finale față de cea de-a doua lentilă
b. mărirea liniară transversală a sistemului de lentile
c. înălțimea imaginii obținute cu ajutorul sistemului

46. Două lentile subțiri convergente L_1 și L_2 au distanțele focale $f_1=5$ cm și respectiv $f_2=10$ cm. Ele sunt așezate coaxial. În fața primei lentile L_1, la distanța de 25 cm de centrul ei, se găsește un obiect de înălțime 12 cm. Lentila L_1 formează imaginea acestui obiect la distanța de 6 cm în fața lentilei L_2. Să se afle:
a. distanța dintre lentilele L_1 și L_2
b. distanța față de lentila L_2 la care se formează imaginea finală
c. înălțimea imaginii formate de sistemul de lentile

47. Un sistem optic este format din două lentile subțiri situate în aer la distanța $d=30$ cm una de cealaltă. Perpendicular pe axul optic principal la 20 cm în fața primei lentile se află un obiect liniar luminos. Prima lentilă produce o imagine reală, răsturnată și la fel de mare ca obiectul. Lentila a doua are convergența $C_2=-10$ m^{-1}. Să se afle:
a. distanța focală a primei lentile
b. poziția imaginii finale față de lentila a doua
c. mărirea liniară transversală a sistemului de lentile

48. La distanța de 30 cm de o lentilă convergentă cu convergența $C_1=4$ δ se așază perpendicular pe axul optic un obiect liniar luminos cu înălțimea $y_1=2$ mm, iar imaginea se obține pe un ecran așezat într-o poziție convenabilă. Menținând obiectul și lentila fixe, la distanța de $d=1,2$ m de lentilă, către partea ecranului, se așază o a doua lentilă divergentă cu convergența de $C_2=-1,25$ δ. Să se afle:
a. poziția imaginii față de prima lentilă
b. deplasarea ecranului și sensul pentru ca imaginea să se formeze pe ecran
c. natura imaginii și mărimea ei

49. De o lentilă cu convergența $C_1=10$ δ se alipește central o a doua lentilă cu convergența $C_2=-2$ δ. În fața primei lentile se așază un obiect real la distanța de 25 cm de ea. Să se afle:
a. natura celor două lentile și distanța focală a sistemului echivalent

b. poziția imaginii față de sistemul echivalent și natura imaginii
c. dacă lentila a doua se depărtează de prima lentilă C_1 cu d=20/3 cm, care este natura imaginii finale și unde se formează față de lentila din dreapta

50. Două lentile subțiri cu convergențele de C_1=10 m^{-1} și de C_2=−10 m^{-1} sunt centrate pe aceeași axă la d=5 cm una de alta. Un obiect cu înălțimea y_1=4 cm este așezat la 20 cm în fața lentilei convergente. Să se afle:
a. convergența sistemului care s-ar forma prin alipirea celor două lentile
b. distanța față de lentila divergentă la care se formează imaginea finală
c. înălțimea imaginii finale

51. Un obiect luminos se așază perpendicular pe axa optică principală, la distanța 75 cmîn fața unei lentile biconvexe din sticlă L_1, cu indice de refracție n=1,45, ale cărei fețe au aceeași rază de curbură R. Lentila L_1 formează o imagine reală a obiectului, la distanța x_2=1,5 mde lentilă. De partea opusă obiectului, la distanța d=1,25 mfață de lentila L_1, se așază o lentilă divergentă L_2 cu distanța focală f_2=−1 m. Cele două lentile au axa optică principală comună iar sistemul se află în aer. Să se afle:
a. distanța focală a lentilei L_1
b. razele de curbură ale fețelor lentilei L_1
c. coordonata imaginii dată de sistem, măsurată față de lentila L_2

52. Un obiect cu înălțimea y_1=6 cm se așază în fața unei lentile convergente cu distanța focală f_1=30 cm la 40 cm de aceasta. În spatele lentilei convergente se așază coaxial cu ea și la distanța d=1 m o a doua lentilă convergentă cu distanța focală f_2=60 cm. Să se afle:
a. poziția imaginii față de lentila a doua și natura acestei imagini
b. mărirea liniară transversală a sistemului de lentile
c. mărimea imaginii finale

53. Folosind o lentilă convergentă subțire se obține o imagine a unui obiect liniar cu mărimea y_1=10 cm așezat perpendicular pe axa optică principală a lentilei. Distanța dintre obiect și imagine este d=48 cm, iar mărirea liniară β=3. Dacă după lentilă se așază o altă lentilă subțire cu distanța focală f_2=24 cm, la distanța d=f_2 de prima lentilă, imaginea se modifică. Să se afle:
a. distanța focală a primei lentilei
b. distanța de la lentila a doua la imaginea finală
c. înălțimea imaginii formate de sistemul celor două lentile

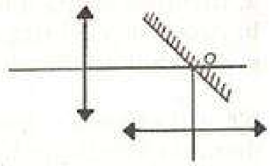
54. Un teleobiectiv este format din o lentilă divergentă cu convergența C_1=−10 δ și o lentilă convergentă cu convergența C_2=8 δ aflate la distanța d=7,5 cm una de cealaltă. În fața lentilei divergente se așază un obiect la distanța de 30 cm. Să se afle:
a. distanțele focale ale celor două lentile
b. distanța la care trebuie așezată o peliculă fotografică față de lentila convergentă pentru ca imaginea să se formeze pe aceasta
c. să se realizeze mersul razelor de lumină și să se precizeze care este mărirea liniară transversală a sistemului de lentile

55. Un sistem optic este format dintr-o lentilă divergentă și o lentilă convergentă situate la distanța d=40 cm una de cealată. Cele două lentile au distanțele focale în modul $|f|$=40 cm. Un obiect se așază în fața lentilei divergente la distanța de ... cm de aceasta. Să se afle:

a. distanța de la lentila a doua la imaginea finală
b. mărirea liniară transversală a sistemului de lentile
c. convergența sistemului obținut prin alipirea lentilelor

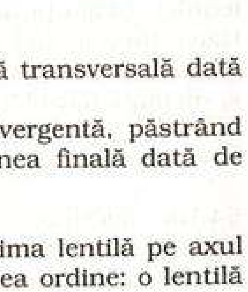
56. O lentilă subțire formează imaginea unui obiect cu înălțimea y_1=1 cm pe un ecran plasat la 20 cm de lentilă. Imaginea este de 4 ori mai mare decât obiectul. La mijlocul distanței dintre această lentilă și ecran se așază o lentilă divergentă. Pentru a se obține din nou imaginea clară, ecranul trebuie deplasat cu 20 cm. Să se afle:
a. convergența primei lentile
b. distanța focală a lentilei divergente
c. înălțimea imaginii finale

57. O sursă de lumină punctiformă este plasată pe axa optică principală a unei lentile convergente subțiri cu convergența C_1=5 dioptrii la distanța de 25 cm de centrul optic al lentilei. De cealaltă parte a lentilei, la distanța 50 cm de centrul optic se află o oglindă plană înclinată cu un unghi $\alpha=45^0$ față de axa optică principală a lentilei cu convergența C_1. Pe direcția perpendiculară pe axa optică a primei lentile se află la distanța d_2=80 cm de punctul de intersecție cu oglinda plană, o altă lentilă convergentă cu distanța focală f_2=25 cm. Să se afle:
a. poziția imaginii formate de lentila L_1
b. poziția imaginii finale a sursei față de lentila L_2
c. mărirea liniară transversală a sistemului



58. Un obiect luminos liniar este fixat perpendicular pe un banc optic. Amplasând o lentilă convergentă la o distanță de 4 cm de obiect, se obține o imagine reală de trei ori mai mare decât obiectul. Înlocuind lentila convergentă cu o lentilă divergentă și menținând aceeași distanță lentilă-obiect, se obține o imagine virtuală de trei ori mai mică decât obiectul. Cu lentila convergentă aflată la 4 cm de obiect, se amplasează pe bancul optic și lentila divergentă, la distanța de 16 cm față de lentila convergentă. Astfel lumina provenită de la obiect trece succesiv prin cele două lentile. Să se afle:
a. distanțele focale ale celor două lentile
b. poziția și natura imaginii finale, precum și mărirea liniară transversală dată de sistemul de lentile
c. între ce limite și în ce sens trebuie deplasată lentila divergentă, păstrând celelalte elemente fixe ca la punctul **b.**, astfel încât imaginea finală dată de sistem să poată fi proiectată pe un ecran

59. Un punct luminos se află la o distanță de 10 cm de prima lentilă pe axul optic principal al unui sistem de lentile așezate în următoarea ordine: o lentilă divergentă cu f_1=−5 cm, urmată la o distanță de d_1=20/3 cm de o lentilă convergentă cu f_2=5 cm, urmată la o distanța de d_2=5 cm de o lentilă divergentă cu f_3=−5 cm, urmată la o distanță de d_3=10 cm de o lentilă convergentă cu f_4=5 cm ca în figura alăturată. Să se afle:
a. poziția imaginii formate de prima lentilă
b. poziția imaginii formate de a doua lentilă
c. poziția imaginii finale a obiectului luminos față de ultima lentilă



60. Două lentile subțiri convergente cu distanțele focale f_1 și f_2 formează un sistem afocal. Un obiect punctiform se așază pe axa optică principală a sistemului afocal la distanța x de prima lentilă. Să se afle:
a. distanța dintre cele două lentile
b. mărirea liniară transversală a sistemului, dacă distanțele focale ale celor două lentile sunt f_1 și f_2 și să se arate că aceată mărire nu depinde de x
c. particularizați cerințele punctelor precedente pentru f_1=20 cm și f_2=50 cm

61. Două lentile subțiri situate la distanta d=40 cm, formează un sistem afocal. Sistemul afocal formează pentru un obiect așezat în fața primei lentile o imagine răsturnată și de trei ori mai mică. Să se afle:
a. distanțele focale ale celor două lentile
b.diametrul fasciculului la ieșirea din cea de-a doua lentilă, dacă un fascicul paralel cu diametrul de 3 cm cade pe lentila cu convergență mai mică
c. convergența sistemului format prin acolarea celor două lentile

62. Un sistem optic este format din două lentile cu distanțele focale f_1=20 cm si f_2=4 cm. Distanța inițială dintre lentile este d=23 cm. Se îndepărtează lentila a doua cu 1 cm de prima lentilă. Să se afle:
a. poziția imaginii finale față de lentila a doua, dacă un obiect se află la o distanță infinit de mare în fața primei lentile în situația inițială
b. poziția imaginii finale față de lentila a doua a unui obiect așezat la 40 cm în fața primei lentile în situația în care L_2 s-a îndepărtat de L_1
c. mărirea liniară transversală a sistemului de lentile în situația de la **b.**

63. Două lentile subțiri cu distanțele focale de f_1=15 cm și f_2=−5 cm sunt centrate pe același ax optic, astfel încât un fascicul paralel cu axul optic principal părăsește sistemul tot paralel cu axul optic principal. Un obiect înalt de 9 cm este plasat în fața lentilei convergente. Să se afle:
a. distanța dintre cele două lentile
b. înălțimea imaginii obiectului obținută cu sistemul de lentile
c. convergența sistemului astfel format prin acolarea celor două lentile

64. Un sistem afocal este format din două lentile. Prima lentilă are distanța focală f_1=30 cm și distanța dintre lentile este d=20 cm. Lentilele sunt confecționate din sticlă cu indicele de refracție n=1,5. Să se afle:
a.distanța focală a lentilei a doua
b. mărirea liniară transversală a sistemului afocal
c. distanța dintre lentile pentru ca sistemul să rămână afocal, dacă sistemul se introduce sistemul în apă cu indicele de refracție n_a=4/3

65. O lentilă convergentă are distanța focală de f_1=30 cm. În fața lentilei se așază un obiect liniar la distanța de 40 cm de aceasta. În spatele lentilei convergente se așază o a doua lentilă divergentă cu distanța focală f_2=−20 cm și la d=1,1 m de lentila convergentă. Să se afle:
a. poziția ecranului în spatele lentilei convergente și în lipsa lentilei divergente, pentru ca imaginea să se formeze pe acesta
b. cu cât și în ce sens trebuie deplasat ecranul pentru ca imaginea să se prindă pe acesta după așezarea lentilei divergente?
c. distanța dintre cele două lentile, dacă cu ajutorul acestora se formează un sistem afocal și care va fi mărirea liniară transversală a acestui sistem, dacă prima lentilă este convergentă

1.3. Instrumente optice

1. Un miop vede fără ochelari să citească la distanţa d=20 cm. Cu ce lentile îşi corectează miopul vederea, dacă distanţa optimă de vedere pentru un ochi normal este d_0=25 cm?

2. Un hipermetrop vede fără ochelari obiectele situate la distanţa d=30 cm. Cu ce lentile îşi corectează acesta vederea, dacă distanţa optimă de vedere pentru un ochi normal este d_0=25 cm?

3. Un om vârstnic are punctul remotum la distanţa d=1 m. Ce lentile trebuie să utilizeze el pentru a vedea, practic, până la infinit?

4. Un prezbit vede obiectele situate între d_1=40 cm şi d_2=50 cm. Vederea acestui prezbit se corectează cu ochelari bifocali, care au sus o lentilă ce îi permite să vadă bine la depărtare şi jos o lentilă care îi permite să citească. Să se afle convergenţele lentilelor.

5. O persoană vede clar obiectele aflate la mai mult de D=40 cm de ochii săi. Ce devin pentru acest observator limitele vederii distincte, când el priveşte prin ochelari cu convergenţa C=1 δ? Distanţa dintre ochi şi centrul optic al lentilei este în ambele cazuri d=1 cm.

6. Un miop vede clar până la d_1=2 m depărtare de ochi şi foloseşte ochelarii unui miop care vede clar până la d_2=4 m. Să se afle distanţa la care va vedea clar primul miop cu ochelarii celui de-al doilea miop.

7. Pentru un miop distanţele maximă şi minimă de vedere distinctă sunt D=3 m şi respectiv d=20 cm. El îşi procură ochelari care îi permit să vadă obiectele situate la infinit. Să se afle noua distanţă minimă de vedere clară.

8. Un observator miop care vede clar între distanţele d=10 cm şi D=2 m, observă o linie subţire cu ajutorul unei lentile ce are convergenţa C=50 δ. Ochiul se află la distanţa a=2 cm de lentilă. Între ce limite poate omul să deplaseze obiectul faţă de lentilă, fără a înceta să vadă clar linia?

9. O lupă are mărirea β=6 pentru un ochi normal, care priveşte lângă lupă. La ce distanţă optimă de o foaie de hârtie trebuie ţinută lupa pentru ca razele solare să carbonizeze hârtia?

10. Fie un sistem optic format din obiectivul O cu distanţa focală f_1=2 mm şi un ocular C cu distanţa focală f_2=3 cm. Un obiect se află la distanţa a=3 mm de obiectiv. Să se afle distanţa minimă dintre cele două lentile pentru ca un observator a cărui distanţă minimă de vedere distinctă este d_0=25 cm să vadă clar imaginea obiectului.

11. Se fotografiează un obiect de două ori cu acelaşi aparat. Când obiectul se află la distanţa de d_1=20 m, înălţimea imaginii sale pe fotografie este h_1=20 mm, iar când obiectul se află la distanţa de d_2=15 m, înălţimea imaginii sale pe fotografie este h_2=40 mm. Să se afle distanţa focală a obiectivului aparatului.

12. Trebuie fotografiat un patinator care are viteza v=5 m/s. Distanța focală a obiectivului este f=10 cm iar distanța patinatorului până la aparat este de 5 m. Să se afle timpul de expunere maxim, dacă neclaritarea imaginii nu depășește a=0,2 mm.

13. Un obiect trebuie fotografiat cu un aparat de fotografiat al cărui obiectiv are distanța focală f=12 cm. Obiectul se află la 15 cm de obiectiv iar distanța obiectiv-placă fotografică este 20 cm. Să se afle distanța focală a lentilei adiționale ce trebuie folosită pentru a realiza fotografia.

14. Se fotografiază un obiect punctiform aflat la distanța d_1=4 m, cu un aparat foto cu un obiectiv ce are distanța focală f=25 cm. Pentru a fotografia același obiect, dar de la distanțe diferite se diafragmează obiectivul astfel că imaginea sa să nu depășească pe peliculă înălțimea d=0,1 mm. Să se afle diametrului diafragmei, dacă obiectul se află la:

a. distanța d_2=3 m de obiectiv

b. distanța d_2=6 m de obiectiv

15. Un diapozitiv cu dimensiunile 3 cm și 4 cm se proiectează pe un ecran aflat la distanța de 4 m de obiectivul aparatului de proiecție. Lentila aparatului de proiecție are distanța focală f=20 cm. Să se afle dimensiunile celor două laturi ale imaginii de pe ecranul de proiecție.

16. Un teleobiectiv este format dintr-o lentilă convergentă cu distanța focală f_1=6 cm și o lentilă divergentă cu distanța focală f_2=−10 cm, centrate la distanța d=1,5 cm una de alta. Obiectul cu înălțimea y_1=10 cm este așezat la 30 cm în fața lentilei convergente. Să se afle:

a. poziția imaginii față de lentila divergentă

b. mărirea liniară transversală a sistemului de lentile

c. înălțimea imaginii pe peliculă

17. Obiectivul unui fotoaparat are două lentile: prima divergentă cu distanța focală f_1=−50 mm iar a doua convergentă cu distanța focală f_2=80 mm. Lentila divergentă este la distanța ℓ=45 cm de peliculă. La ce distanță de peliculă trebuie așezată lentila convergentă pentru a forma imagini clare ale obiectelor de la infinit?

18. Ocularul unui microscop cu distanța focală f_2=2 cm se află centrat față de obiectivul cu distanța focală f_1=0,6 cm la o anumită distanță. Obiectul de examinat se găsește la distanța de 5/8 cm în fața obiectivului, iar imaginea dată de microscop este observată la distanța de vedere optimă egală cu d_0=25 cm. Să se afle:

a. poziția primei imagini față de lentila obiectiv

b. lungimea tubului microscopului

c. mărirea microscopului

19. La un microscop distanța focală a obiectivului este f_1=5,4 mm, iar a ocularului este f_2=1 cm. Distanța obiectului față de obiectiv este de 5,6 mm. Un ochi normal vede între distanța de vedere optimă egală cu d_0=25 cm și punctul de infinit. Să se afle:

a. lungimea tubului microscopului când imaginea se formează la distanța optimă de vedere

b. lungimea tubului microscopului când imaginea se formează la infinit
c. cât poate să deplaseze observatorul ocularul pentru a pune la punct microscopul?

20. Un microscop optic este format din două lentile subțiri convergente cu axul optic principal comun. Un obiect este așezat la distanța de 5,2 mm în fața primei lentile obiectiv, care are distanța focală de f_1=5 mm. Imaginea virtuală este observată de ochiul unui obsevator miop alipit de a doua lentilă ocular, cu distanța focală de f_2=2 cm, la distanța de 15 cm de ochiul observatorului. Să se afle:
a. lungimea tubului microscopului
b. mărirea microscopului
c. cum ar trebui așezate cele două lentile astfel încât sistemul să păstreze paralel un fascicul incident de lumină paralelă, mărindu-i dimensiunile?

21. O lamă transparentă de grosime h=5 mm este privită printr-un microscop. Dacă se pune la punct microscopul pentru observarea feței superioare a lamei, pentru a vedea clar fața inferioară, măsuța pe care se află lama se deplasează în sus cu D=3,5 mm. Să se afle indicele de refracție al lamei.

22. Obiectivul și ocularul unui microscop au distanțele focale f_1=5 mm și f_2=2 cm, iar intervalul optic este e=12 cm. Punerea la punct a microscopului este practic pentru infinit. Să se afle:
a. valoarea grosismentului microscopului
b. valoarea puterii optice a microscopului
c. lungimea tubului microscopului

23. O lunetă astronomică are două lentile cu distanțele focale f_1=80 cm și f_2=10 cm. Să se afle:
a. lungimea minimă și maximă a lunetei pentru un om care vede între distanța optimă de citire d_0=25 cm și punctul de infinit
b. lungimea minimă și maximă a lunetei pentru un miop care vede clar între d_1=16 cm și d_2=2 m
c. distanța pe care poate deplasa ocularul un om care vede normal pentru a vedea clar imaginea formată de lunetă

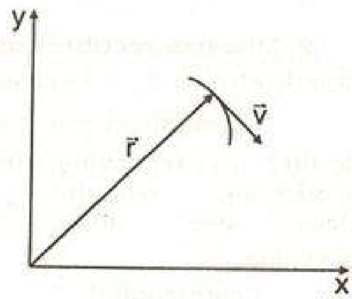
24. O lunetă al cărei obiectiv are distanța focală egală cu f_1=80 cm este focalizată pentru a observa Luna. Știind că obiectivul lunetei este fix, cum și cu cât trebuie deplasat ocularul lunetei pentru a se putea observa un obiect aflat la distanța de d=10 m de obiectivul lunetei, dacă ocularul are distanța focală f_2=5 cm și dacă în acest caz ochiul privește fără acomodare?

25. Un binoclu de teatru are obiectivul cu distanța focală f_1=8 cm și ocularul cu distanța focală de f_2=−4 cm. Între ce limite poate fi reglată distanța dintre obiectiv și ocular pentru un ochi normal?

Mişcarea mecanică

Prin **mişcare mecanică** se înţelege schimbarea poziţiei unui corp faţă de alte corpuri. Mişcare mecanică se studiază cu modelul punctului material, un punct în care se consideră concentrată toată masa corpului, şi cu ajutorul unui sistem de referinţă, format dintr-un corp de referinţă, o riglă pentru măsurarea distanţelor şi un ceas pentru măsurarea duratelor.

Mărimi fizice care caracterizează mişcare mecanică



1. Vectorul de poziţie $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j}$, reprezintă vectorul care uneşte originea de referinţă de pe corpul de referinţă cu punctul unde se află corpul. În sistemul internaţional se măsoară în $[r]_{SI} = m$.

2. Vectorul deplasare reprezintă variaţia vectorului de poziţie: $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$.

3. Vectorul viteză medie reprezintă raportul dintre variaţia vectorului de poziţie $\Delta\vec{r}$, numit şi vector deplasare, şi intervalul de timp corespunzător Δt, astfel că $\vec{v}_m = \dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$. Vectorul viteză medie este secant la traiectorie. În sistemul internaţional se măsoară în $[v]_{SI} = m/s$.

Vectorul viteză instantanee se obţine considerând intervale de timp din ce în ce mai scurte, astfel că $\Delta t \to 0$. Obţinem $\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j}$. Vectorul viteză instantanee este tangent la traiectorie şi are sensul determinat de sensul de mişcare al corpului pe traiectorie.

4. Vectorul acceleraţie medie reprezintă raportul dintre variaţia vectorului viteză şi intervalul de timp corespunzător Δt, astfel că $\vec{a}_m = \dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$. Vectorul acceleraţie medie este îndreptat spre partea concavă a traiectoiei. În sistemul internaţional se măsoară în $[a]_{SI} = m/s^2$

Vectorul acceleraţie instantanee se obţine considerând intervale de timp din ce în ce mai scurte, astfel ca $\Delta t \to 0$. Obţinem $\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j}$.

Vectorul acceleraţie are două componete una tangenţială la traiectorie şi una normală la traiectorie.

1. Componenta tangentă la traiectorie a vectorului acceleraţie apare ori de câte ori vectoul viteză îşi modifică modulul fără a-şi modifica direcţia şi sensul (în mişcarea rectilinie uniform variată).

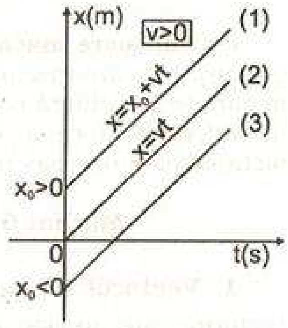
2. Componenta normală la traiectorie a vectorului acceleraţie apare ori de câte ori vectoul viteză îşi modifică direcţia şi sensul fără a-şi modifica modulul (în mişcarea circular uniform variată).

Tipuri de mişcări mecanice

1. Mişcarea rectilinie şi uniformă are proprietatea că $\vec{v}_m = \vec{v} = constant$

Legea mişcării rectilinii şi uniforme este: $x = x_0 + v(t - t_0)$, unde x reprezintă coordonata la momentul de timp t, x_0 reprezintă coordonata iniţială la momentul iniţial de timp t_0 şi v este viteza corpului. Dacă t_0=0, atunci $x = x_0 + vt$

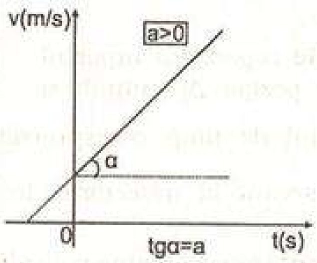
Reprezentând grafic legea coordonatei în funcție de timp se obține o dreaptă, astfel că intersecția dreptei cu axa timpului arată momentul de timp după care coordonata devine nulă (corpul trece prin originea axei de coordonate), iar intersecția graficului cu axa coordonatei Ox semnifică coordonata la momentul inițial. Panta dreptei (tgα) semnifică fizic viteza corpului. Astfel dacă $tg\alpha>0 \Rightarrow v>0$, iar dacă $tg\alpha<0 \Rightarrow v<0$.

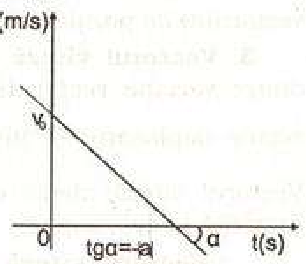


2. Mișcarea rectilinie uniform variată are proprietatea că $\vec{a}_m = \vec{a} = constant$

Legea vitezei este $v = v_0 + a(t - t_0)$, unde v reprezintă viteza la momentul de timp t, v_0 reprezintă viteza inițială la momentul inițial de timp t_0 și a este accelerația corpului. Dacă $t_0=0$, atunci $v = v_0 + at$

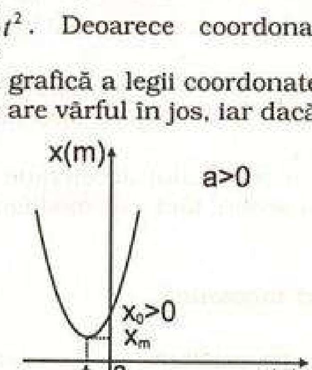
Reprezentând grafic legea vitezei în funcție de timp se obține o dreaptă, astfel că intersecția dreptei cu axa timpului arată momentul de timp după care viteza devine nulă (corpul se oprește), iar intersecția graficului vitezei cu axa vitezei semnifică viteza la momentul inițial. Panta dreptei (tgα) semnifică fizic accelerația corpului. Astfel dacă $tg\alpha>0 \Rightarrow a>0$, iar dacă $tg\alpha<0 \Rightarrow a<0$.

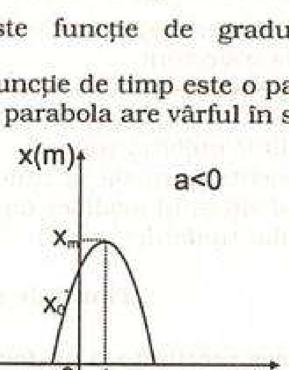




Dacă viteza se reprezintă în funcție de timp, aria cuprinsă între graficul vitezei, axa timpului și cele două ordonate construite prin extremități semnifică fizic distanța parcursă.

Legea coordonatei este $x = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{a}{2}(t - t_0)^2$, unde x reprezintă coordonata la momentul de timp t iar x_0 reprezintă coordonata inițială la momentul inițial de timp t_0. Dacă $t_0=0$, atunci ecuația coordonatei devine $x = x_0 + v_0 t + \frac{a}{2}t^2$. Deoarece coordonata este funcție de gradul doi în t, reprezentarea grafică a legii coordonatei în funcție de timp este o parabolă. Dacă $a>0$, parabola are vârful în jos, iar dacă $a<0$, parabola are vârful în sus.



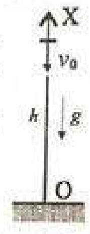


Legea lui Galilei se obține eliminând timpul din ecuațiile vitezei și cordonatei și obținem $v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$

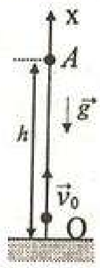
3. Mişcarea sub acţiunea greutăţii

a. Căderea liberă este o mişcare uniform accelerată cu acceleraţia g şi fără viteză iniţială. Legea de mişcare este $x=h-\frac{g}{2}t^2$, unde h este înălţimea de la care cade corpul. Din $x=0$ obţinem $t_c=\sqrt{\frac{2h}{g}}$ timpul de cădere şi din legea vitezei obţinem viteza la sol $v=-\sqrt{2gh}$. Semnul - ne arată că mobilul se deplasează în sens contrar axei de coordonate.

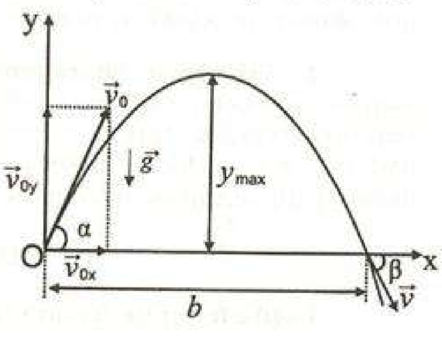
b. Aruncarea pe verticală de sus în jos este o mişcare uniform accelerată cu acceleraţia g şi cu viteză iniţială. Legea de mişcare este $x=h-v_0t-\frac{g}{2}t^2$, legea vitezei este $v=-v_0-gt$ iar ecuaţia lui Galilei este $v^2=v_0^2+2gh$.



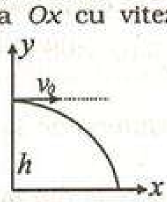
c. Aruncarea pe verticală de jos în sus este o mişcare iniţial uniform încetinită cu acceleraţia g. Legea de mişcare este $x=v_0t-\frac{g}{2}t^2$ iar legea vitezei este $v=v_0-gt$. Din $v=0$ se obţine timpul de urcare $t_u=\frac{v_0}{g}$ şi din legea de mişcare se obţine înălţimea maximă $h_{max}=\frac{v_0^2}{2g}$. Din $x=0$ se obţine timpul total de mişcare $t_m=\frac{2v_0}{g}=t_u+t_c \Rightarrow t_u=t_c=\frac{v_0}{g}$, iar corpul revine la sol cu aceeaşi valoare a vitezei.



d. Aruncarea sub un unghi α cu o viteză iniţială v_0 este o mişcare într-un plan. Mişcarea este compusă dintr-o mişcare rectilinie şi uniformă pe axa Ox cu viteza iniţială $v_0\cos\alpha$: $x=v_0\cos\alpha t$ şi o mişcare uniform variată cu acceleraţia g şi viteza iniţială $v_0\sin\alpha$ pe axa Oy: $y=v_0\sin\alpha t-\frac{g}{2}t^2$. Ecuaţia traiectoriei se obţine eliminând timpul din cele două ecuaţii: $y=x\,tg\alpha-\frac{gx^2}{2v_0^2\cos^2\alpha}$, astfel că traiectoria va fi o parabolă cu vârful în sus. Înălţimea maximă atinsă este $h_{max}=\frac{v_0^2\sin^2\alpha}{2g}$, timpul necesar atingeii înălţimii maxime este $t_u=\frac{v_0\sin\alpha}{g}$, timpul de mişcare $t_m=\frac{2v_0\sin\alpha}{g}$ şi distanţa maximă parcusă pe orizontală, adică bătaia $b=\frac{v_0^2\sin2\alpha}{g}$. Corpul revine la sol cu aceeaşi valoare a vitezei sub unghiul $\beta=\alpha$.



e. Aruncarea pe orizontală cu viteza inițială v_0, de la înălțimea h, este o mișcarea compusă dintr-o mișcare rectilinie și uniformă pe axa Ox cu viteza inițială v_0: $x=v_0t$ și o cădere liberă cu accelerația g pe axa Oy: $y=h-\frac{g}{2}t^2$. Ecuația traiectoriei se obține eliminând timpul din cele două ecuații: $y=h-\frac{gx^2}{2v_0^2}$, astfel că traiectoria va fi o parabolă cu vârful în sus. Timpul de cădere este $t_c=\sqrt{\frac{2h}{g}}$, bătaia este $b=v_0\sqrt{\frac{2h}{g}}$ și viteza la sol $v=\sqrt{v_0^2+2gh}$.



Principiile mecanicii

1. Principiul inerției (principiul întâi): Un corp își păstrează starea de repaus sau de mișcare rectilinie și uniformă atât timp cât asupra lui nu acționează alte corpuri care să-i modifice această stare de mișcare.

2. Principiul fundamental al dinamicii (principiul al doilea): Dacă asupra unui corp acționează o forță, aceasta îi imprimă corpului o accelerație direct proporțională cu forța și invers proporțională cu masa corpului. Expresia matematică a acestui principiu este: $\vec{F}=m\cdot\vec{a}$, unde $\vec{F}$ este vectorul forță, m este masa corpului iar $\vec{a}$ este vectorul accelerație. În sistemul internațional se măsoară în $[F]_{SI}=kgm/s^2=N$

3. Principiul acțiunii și reacțiunii (principiul al treilea): Dacă un corp acționează asupra altui corp cu o forță numită acțiune, cel de-al doilea acționează asupra primului corp cu o forță numită reacțiune, astfel că cele două forțe sunt egale în modul, au aceeași direcție și sens contrar. Niciodată acțiunea și reacțiunea nu vor acționa asupra aceluiași corp, deoarece rezultanta lor este nulă și dacă ar acționa asupra aceluiași corp acesta nu ar mai putea fi accelerat.

4. Principiul suprapunerii forțelor (principiul al patrulea): Dacă asupra unui corp acționează concomitent mai multe forțe, atunci fiecare forță îi imprimă corpului propria ei accelerație, independent de existența celolalte forțe, astfel că accelerația rezultantă este suma vectorială a accelerațiilor individuale componente. Expresia matematică a acestui principiu este: $\sum_{k=1}\vec{F}_k=m\cdot\vec{a}$.

Forța de frecare

Legile forței de frecare la alunecare:

1. Forța de frecare la alunecare dintre două corpuri nu depinde de aria suprafeței de contact dintre corpuri.

2. Forța de frecare la alunecare dintre două corpuri este direct proporțională cu forța de apăsare normală exercitată pe suprafața de contact. Matematic, $F_f=\mu N$, unde μ este coeficientul de frecare, iar N este reacțiunea normală. În sistemul internațional μ este adimensional și subunitar.

3. Coeficientul de frecare depinde de natura materialelor aflate în contact și de gradul de prelucrare al acestora.

Unghiul de frecare α este unghiul unui plan inclinat pentru care un corp coboară uniform pe acesta, astfel că μ=tgα.

Legea lui Hooke. Forța elastică

1. Legea lui Hooke este $\frac{F}{S}=E\frac{\Delta\ell}{\ell_0}$, unde F este forța, S este suprafața, E este modulul de elasticitate al lui Young, $\Delta\ell$ este alungirea absolută și ℓ_0 este lungimea inițială.

Modulul de elasticitate al lui Young este o constantă de material și în sistemul internațional se măsoară în $[E]_{SI}=N/m^2$

Dacă $\sigma=\frac{F}{S}$, este efortul unitar, iar $\varepsilon=\frac{\Delta\ell}{\ell_0}$, este alungirea relativă, obținem $\sigma=E\varepsilon$. În sistemul internațional $[\sigma]_{SI}=1N/m^2$, iar alungirea relativă este adimensională.

2. Forța elastică este direct proporțională cu deformația și se opune acesteia, astfel că $\vec{F}_{el}=-k\vec{x}$, unde $\vec{F}_{el}$ este forța elastică, k este constanta elastică, iar deformația este x=$\Delta\ell$=ℓ-ℓ_0, cu ℓ lungimea inițială a firului elastic. În sistemul internațional se măsoară în $[k]_{SI}=N/m$.

Legea atracției universale

Legea atracției universale: Două corpuri punctiforme se atrag pe direcția care le unește cu câte o forță care este direct proporțională cu produsul maselor lor și este invers proporțională cu pătratul distanței dintre ele.

Expresia forței de interacțiune este: $\vec{F}=-k\frac{m_1m_2}{r^2}\frac{\vec{r}}{r}$, unde $\vec{F}$ este forța de atracție dintre corpuri, m_1 și m_2 sunt masele corpurilor, $\vec{r}$ este vectorul de poziție al corpului al doilea față de primul) iar k este constanta atracției universale și este k=6,67·10^{-11} Nm²/kg²

Câmpul gravitațional

Câmpul gravitațional este o formă de existență a materiei distinctă de substanță care se manifestă prin exercitarea unor forțe de atracție asupra oricărui corp de probă adus în vecinătatea corpului care crează câmpul.

Intensitatea câmpului gravitațional într-un punct, $\vec{\Gamma}$, este o mărimea fizică vectorială care descrie câmpul gravitațional într-un punct și reprezintă raportul dintre forța cu care corpul care creează câmpul acționează asupra corpului de probă și mărimea masei corpului de probă.

Astfel că $\vec{\Gamma}=\frac{\vec{F}}{m}=-k\frac{M}{r^2}\frac{\vec{r}}{r}$, unde $\vec{\Gamma}$, este intensitatea câmpului gravitațional într-un punct, $\vec{F}$ este forța de atracție dintre corpul cu masă M care creează câmpul și corpul de probă, m masa corpului de probă și r este distanța dintre centrele celor două corpuri considerate punctiforme. În sistemul internațional se măsoară în $[\Gamma]_{SI} = N/kg$.

Mişcarea circular uniformă. Forța centripetă

Mişcarea circular uniformă este mişcarea în care traiectoria este un cerc iar corpul descrie arce de cerc egale în intervale de timp egale.

Mărimile fizice care caracterizează mişcarea circular uniformă sunt:

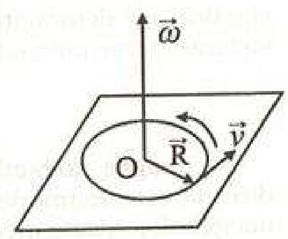
1. Raza vectoare $\vec{r}$ este vectorul de poziție al corpului măsurat față de centrul cercului.

2. Perioada T, este intervalul de timp în care corpul descrie o rotație completă și este $T = \frac{\Delta t}{N}$, unde Δt este intervalul de timp în care corpul efectuează N rotații complete. În sistemul internațional $[T]_{SI} = s$.

3. Frecvența ν, reprezintă numarul de rotații complete efectuate de corp într-o secundă, astfel că $\nu = \frac{N}{\Delta t}$. În sistemul internațional $[\nu]_{SI} = rot/s$.

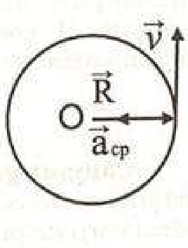
Observăm că $\nu T = 1$.

4. Viteza liniară v, reprezintă viteza cu care se deplasează corpul pe cerc și este $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$, unde Δs este distanța parcursă de corp pe cerc iar Δt este intervalul de timp corespunzător. Viteza liniară este tangentă la cerc.



5. Viteza unghiulară ω, reprezintă raportul dintre variația unghiului la centrul cercului $\Delta\alpha$ și intervalul corespunzător de timp Δt, astfel că $\omega = \frac{\Delta\alpha}{\Delta t}$. În sistemul internațional $[\omega]_{SI} = rad/s$.

Cum $\Delta s = r\Delta\alpha$, atunci $v = \omega r$. Din $2\pi r = vT \Rightarrow \omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}$.



6. Vectorul accelerație centripetă $\vec{a}_{cp}$, astfel că $\vec{a}_{cp} = -\omega^2\vec{r}$. Scalar $a_{cp} = \omega^2 r = \frac{v^2}{r}$. Accelerația centripetă este orientată pe direcția razei vectoare și în sens opus acesteia, adică spre centrul cercului.

7. Forța centripetă nu este un nou tip de forță ci este rezultanta forțelor reale care acționează asupra corpului, astfel că $\vec{F}_{cp} = m\vec{a}_{cp} = -m\omega^2\vec{r}$, iar scalar $F_{cp} = ma_{cp} = m\omega^2 r = \frac{mv^2}{r}$.

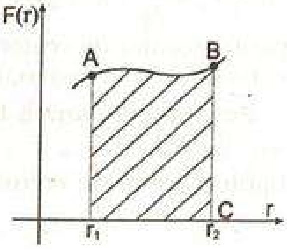
Lucrul mecanic

Lucrul mecanic al unei forțe constante F, care își deplasează punctul de aplicație pe distanța d este egal cu produsul scalar dintre vectorul forță și vectorul deplasare, astfel că $L = \vec{F} \cdot \vec{d} = Fd\cos\alpha$, unde α este unghiul format de vectorul forță cu vectorul deplasare. În sistemul internațional $[L]_{SI} = Nm = J$.

a. Dacă $0<\alpha<90^0$, atunci $\cos\alpha>0$, ceea ce înseamnă că $L>0 \Rightarrow$ forța este o forță motoare și ajută la mişcare.

b. Dacă $90^0<\alpha<180^0$, atunci $\cos\alpha<0$, ceea ce înseamnă că $L<0 \Rightarrow$ forța este o forță rezistivă și nu ajută la mișcare.

c. Dacă $\alpha=90^0$, atunci $\cos\alpha=0$ și forța nu efecteuează lucru mecanic fiind perpendiculară pe direcția de deplasare.



Interpretarea geometrică a lucrului mecanic: Dacă forța este reprezentată în funcție de coordonată, atunci aria cuprinsă între graficul forței, axa coordonatelor și cele două ordonate construite prin extremități semnifică fizic lucrul mecanic.

Cazuri particulare:

1. Lucrul mecanic al forței de greutate între două puncte este $L_{G,AB} = mg(h_A - h_B)$, unde m este masa corpului, iar h_A respectiv h_B reprezintă înălțimile la care se află cele două puncte față de același reper

Deoarece lucrul mecanic al unei forțe nu depinde de forma drumului parcurs și nici de legea de mișcare, ci doar de poziția inițială și de cea finală înseamnă că forța este o forță de tip conservativ. O forță este de timp conservativ, dacă lucrul ei mecanic pe o traiectorie închisă este nul.

Prin urmare forța de greutate este o forță de tip conservativ.

2. Lucrul mecanic al forței elastice care își deplasează punctul de aplicație între două puncte A si B este: $L_{F_{el},AB} = F_{elm}(x_B - x_A) = \frac{F_{el_A} + F_{el_B}}{2}(x_B - x_A) = -\frac{k}{2}(x_B^2 - x_A^2)$

Deoarece lucrul mecanic al forței elastice depinde doar de poziția inițială A și de cea finală B, înseamnă că și forța elastică este de tip conservativ.

3. Lucrul mecanic al forței de frecare care își deplasează punctul de aplicație între două puncte este: $L_{Ff,AB} = -F_f d = -\mu N d$.

În cazul deplasării corpului pe planul orizontal cum $N = mg \Rightarrow L_{Ff,AB} - \mu mgd$, iar în cazul deplasării corpului pe un plan înclinat cu unghiul α și pe aceeași distanță d, cum $N = mg\cos\alpha \Rightarrow L_{Ff,AB} - \mu mgd\cos\alpha$. Observăm că lucrul mecanic depinde de forma traiectoriei, ceea ce înseamnă că forța de frecare este neconservativă și deoacere lucrul ei mecanic este negativ forța de frecareeste de tip rezistiv.

Randamentul planului înclinat reprezintă raportul dintre lucrul mecanic util și lucrul mecanic consumat.

Lucrul mecanic util este lucrul efectuat de o forță constantă paralelă cu planul astfel ca un corp să fie ridicat uniform la înălțimea h fără frecare.

Lucrul mecanic consumat este lucrul efectuat de o forță constantă paralelă cu planul astfel ca un corp să fie ridicat uniform la înălțimea h cu frecare. Randamentul planului înclinat este: $\eta = \frac{1}{1+\mu ctg\alpha}$, unde η este randamentul, μ este coeficientul de frecare, iar α este unghiului planului înclinat. Randamentul planului înclinat este adimensional și subunitar.

Puterea mecanică

Puterea mecanică medie reprezintă raportul dintre lucrul mecanic L, efectuat de o forță într-un interval de timp Δt și intervalul de timp corespunzător.

Astfel $P_m = \frac{L}{\Delta t} = \vec{F} \cdot \vec{v}_m = Fv_m \cos\alpha$, unde F este forța, v_m este viteza medie și α este unghiul format de vectorul forță și vectorul deplasare.
În sistemul internațional se măsoară în $[P]_{SI} = J/s = W$.

Puterea mecanică instantanee se obține când intervalul de timp tinde spre zero, astfel că $P = \vec{F} \cdot \vec{v} = Fv\cos\alpha$, unde v este viteza instantanee, iar α este unghiul format de vectorul forță și vectorul viteză.

Energia mecanică

Energia este o mărime fizică scalară care caracterizează capacitatea unui corp de a efectua lucru mecanic.

Energia este de două feluri: energie cinetică, numită și energie de mișcare, și energie potențială, numită și energie de poziție.

1. Energia cinetică este energia pe care o are un corp cu masa m aflat în stare de mișcare față de un sistem de referință cu viteza v, și este egală cu semiprodusul dintre masa corpului și pătratul vitezei acestuia, astfel că $E_c = \frac{mv^2}{2}$. Energia cinetică depinde de alegerea sistemului de referință inerțial.

2. Energia potențială a unui sistem de corpuri se definește dacă sistemul își modifică configurația și dacă forțele care intervin între părțile constituente ale sistemului sunt forțe de tip conservativ. În acest caz variația energiei potențiale este egală cu opusul lucrului mecanic al forțelor de tip conservativ: $\Delta E_p = -L$.
Variația energiei potențiale este unic definită. Energia potențială nu are valoare unică ci depinde de o constantă aditivă care se alege prin convenție.

a. Energia potențială a sistemului corp–Pământ este $E_{p,g} = mgh$, dacă se consideră nulă energia potențială la nivelul solului.

b. Energia potențială a sistemului corp–resort este $E_{p,el} = \frac{kx^2}{2}$, dacă se consideră nulă energia potențială în poziția în care resortul este nedeformat.

Energia mecanică a unui corp este suma dintre energia cinetică și energia potențială, astfel că: $E_m = E_c + E_p$. Energia mecanică a unui corp se măsoară în $|E_m|_{SI} = J$.

Teorema de variație a energiei cinetice

Variația energiei cinetice a unui corp care se deplasează în raport cu un sistem de referință inerțial este egală cu lucrul mecanic efectuat de forța rezultantă care acționează asupra corpului în timpul acestei variații. Astfel $\Delta E_c = L$.

Teorema de conservare a energiei mecanice

Energia mecanică a unui sistem izolat în care acționează forțe de tip conservativ este constantă, adică energia mecanică se conservă. Astfel $E_m = E_c + E_p = const$.

Impulsul punctului material

Impulsul punctului material reprezintă produsul dintre masa corpului m și vectorul viteză $\vec{v}$, astfel că $\vec{p} = m\vec{v}$. În sistemul internațional se măsoară în $[p]_{SI} = kgm/s$.

Teorema de variație a impulsului

Teorema de variație a impulsului pentru un punct material: Variația impulsului unui corp este egală cu impulsul forței aplicate asupra acestui corp: $\Delta\vec{p} = \vec{F}\Delta t$. Dacă corpul este izolat impulsul lui se conservă și corpul se va mișca rectiliniu și uniform sau se va afla în repaus.

Teorema de variație a impulsului pentru un sistem format din două puncte materiale: Variația impulsului total al unui sistem format din două puncte materiale într-un interval de timp este egală cu impulsul rezultantei forțelor externe care acționează asupra sistemului în intervalul de timp considerat: $\Delta\vec{P} = \vec{F}_{rez}\Delta t$, unde $\vec{P}$ este impulsul total al sistemului și este suma vectorială a impulsurilor corpurilor componente ale sistemului: $\vec{P} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$. Forțele care se exercită între un corp ce aparține sistemului și corpurile care nu aparțin sistemului se numesc forțe externe. Forțele care se exercită între corpurile ce aparțin sistemului se numesc forțe interne și rezutanta lor este nulă. Prin urmare forțele de natură internă nu pot modifica impulsul total al sistemului ci doar il redistribuie între părțile componente. Numai forțele de natură externă pot modifica impulsul total al sistemului.

Dacă sistemul este izolat și deci rezultanta forțelor externe este nulă, atunci impulsul total al sistemului se conservă. Astfel $\vec{F}_{rez} = 0 \Rightarrow \Delta\vec{P} = 0 \Rightarrow \vec{P} = const$.

Ciocniri

Prin ciocnirea a două corpuri se înțelege un proces de interacțiune care durează foarte puțin, astfel că nici înainte și nici după ciocnire corpurile nu interacționează.

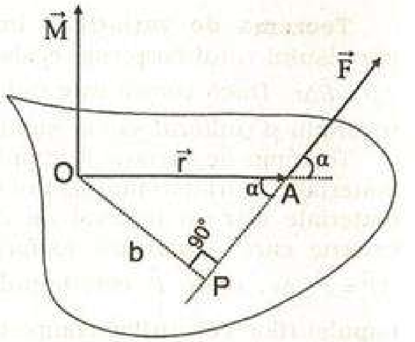
În cazul ciocnirilor se conservă impulsul: $m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}_1' + m_2\vec{v}_2'$, unde m_1 și m_2 reprezintă masele corpurilor, $\vec{v}_1$ și $\vec{v}_2$ sunt vectorii viteză ai corpurilor imediat înainte de ciocnire, iar $\vec{v}_1'$ și $\vec{v}_2'$ sunt vectorii viteză ai corpurilor imediat după ciocnire.

a. Ciocnirea perfect plastică este ciocnirea în care corpurile își cuplează masele și se mișcă ulterior împreună, astfel că $m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{v}$, unde m_1 și m_2 reprezintă masele corpurilor, $\vec{v}_1$ și $\vec{v}_2$ sunt vectorii viteză ai corpurilor imediat înainte de ciocnire, iar $\vec{v}$ este viteza comună după ciocnire. În cionirea plastică se degajă căldură pe seama scăderii energiei cinetice, astfel că: $Q = -\Delta E_C = \frac{m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)}(\vec{v}_1 - \vec{v}_2)^2$

b. Ciocnirea perfect elastică este ciocnirea în care energia cinetică a corpurilor se conservă, astfel că: $\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2}$.

Vitezele corpurilor imediat după ciocnirea unidimensională perfect elastică sunt: $v_1' = \frac{2(m_1v_1 + m_2v_2)}{m_1 + m_2} - v_1$ şi $v_2' = \frac{2(m_1v_1 + m_2v_2)}{m_1 + m_2} - v_2$.

Momentul forţei



Momentul forţei faţă de un punct O este o mărime fizică vectorială egală cu produsul vectorial dintre vectorul de poziţie al corpului $\vec{r}$ faţă de punct şi vectorul forţă $\vec{F}$: $\vec{M}_{F,O} = \vec{r} \times \vec{F}$. Modulul momentului forţei este $M = rF\sin\alpha$, unde α reprezintă unghiul format de vectorul de poziţie $\vec{r}$ cu vectorul forţă $\vec{F}$. Direcţia vectorului moment al forţei este perpendiculară pe planul format de vectorul de poziţie şi vectorul forţă, iar sensul se stabileşte cu regula burghiului. Se aşază burghiul perpendicular pe planul vectorul de poziţie şi vectorul forţă şi se roteşte în sensul aducerii vectorului de poziţie peste vectorul forţă cu unghiul minim. Sensul de înaintare al burghiului este sensul vectorului moment al forţei. În sistemul internaţional se măsoară în $[M]_{SI} = Nm$.

Echilibrul punctului material şi al solidului rigid.

1. Un punct material sau un solid rigid se află în **echilibru de translaţie**, adică se află în repaus sau se mişcă rectiliniu şi uniform, dacă rezultanta forţelor care acţionează asupra lor este nulă. Astfel $\sum \vec{F}_k = 0$.

2. Un solid rigid se află în **echilibru de rotaţie**, adică se află în repaus sau se roteşte cicular uniform, dacă momentul rezultant al forţelor aplicate solidului este nul. Astfel $\sum \vec{M}_k = 0$.

Principii şi legi în mişcarea mecanică

2.1. Mişcarea mecanică

1. Legea de mişcare a unui punct material este exprimată cu ajutorul vectorului de poziţie: $\vec{r}(t)=(4t-2)\vec{i}+(-3t+1)\vec{j}$ (m), unde timpul t este exprimat în secunde. Să se afle:
a. ecuaţia traiectoriei punctului material
b. expresia vectorului viteză a punctului material
c. modulul vitezei punctului material
d. acceleraţia punctului material

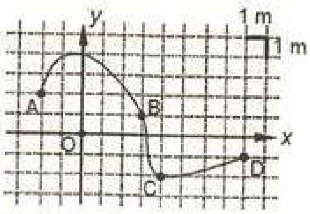
2. Ecuaţia de mişcare a unui punct material este $\vec{r}(t)=\frac{t^2}{2}\vec{i}+t\vec{j}$. Să se afle:
a. ecuaţia traiectoriei punctului material
b. modulul vitezei punctului material la momentul $t=2$ s
c. acceleraţia momentană în intervalul de timp $t\in(0,4)$s

3. Vectorul de poziţie al unui punct material depinde de timp conform relaţiei $\vec{r}(t)=\vec{i}+2t\vec{j}+t^2\vec{k}$. Să se afle:
a. vectorul viteză
b. modulul vitezei la momentul $t_1=2$ s
c. vectorul acceleraţie

4. Un punct material se deplasează astfel încât ecuaţiile de mişcare pe cele două axe de coordonate sunt $x=3t-4$ şi $y=8-t$, unde x şi y sunt exprimate în metri, iar t în secunde. Să se afle:
a. ecuaţia traiectoriei punctului material
b. vectorul viteză al punctului material
c. modulul vitezei punctului material

5. Un punct material se deplasează pe o traiectorie descrisă de ecuaţia $y=2x+1$. La momentul $t_1=1$ s mobilul se află în punctul de abscisă $x_1=1$ m iar la momentul $t_2=2$ s se află în punctul de abscisă $x_2=3$ m. Să se afle:
a. deplasarea punctului material între cele două momente de timp
b. modulul vitezei medii a punctului material
c. expresia vectorului viteză a punctului material, dacă mobilul se mişcă uniform pe axele de coordonate
d. vectorul acceleraţie în condiţiile punctului **c.**

6. Un punct material are la momentul iniţial de timp vectorul de poziţie $\vec{r}_0=2\vec{i}-\vec{j}$ iar componentele vectorului viteză pe axele de coordonate sunt $v_x=-4$ m/s şi $v_y=3$ m/s. Să se afle:
a. modulul vitezei punctului material şi vectorul viteză
b. vectorul de poziţie
c. deplasarea mobilului în intervalul de timp $t_1=2$s şi $t_2=4$s
d. ecuaţia traiectoriei



7. În figura alăturată este redată traiectoria curbilinie plană descrisă de un punct material în sistemul de axe xOy. Iniţial, mobilul se află în punctul A. Durata mişcării este $\Delta t=1$ min. Să se afle:
a. coordonatele mobilului atunci când acesta se află în punctul C

b. modulul vectorului de poziție al mobilului atunci când acesta se află în punctul A
c. modulul vectorului viteză medie cu care s-a deplasat mobilul între punctele A și D

8. Un mobil descrie o mișcare rectilinie caracterizată de legea de mișcare $x=2t^2-3t+5$ (m). Să se afle:
a. modul cum variază viteza instantanee a mobilului în funcție de timp
b. reprezentarea grafică a legii vitezei
c. accelerația mobilului

9. Un mobil se mișcă rectiliniu uniform încetinit cu modulul accelerației $|a|=2$ m/s^2 și cu viteza inițială $v_0=10$ m/s. Să se afle:
a. viteza mobilului după trei secunde de la începerea mișcării
b. momentul de timp la care mobilul se oprește
c. viteza medie a mobilului calculată de la începutul mișcării până în momentul opririi
d. distanța parcursă de mobil până la oprire

10. Un tren accelerează uniform pornind din repaus până la viteza $v=90$ km/h într-un interval de timp de $\Delta t=10$ s. Să se afle:
a. accelerația în această mișcare
b. viteza medie în acest intervalul de timp considerat
c. distanța parcursă de mobil în acest interval de timp

11. O mașină care are la un moment dat $v_0=54$ km/h vede un stop roșu și frânează uniform într-un interval de timp de $\Delta t=15$ s. Să se afle:
a. accelerația în această mișcare
b. viteza medie în acest interval de timp considerat
c. distanța parcursă de mobil în acest interval de timp

12. Un șofer care se deplasează rectiliniu și uniform cu viteza $v_0=72$ km/h intră într-o depășire și își crește viteza în fiecare secundă în mod uniform cu 1 m/s. Depășirea durează un interval de timp $\Delta t=20$ s. Să se afle:
a. accelerația în această mișcare
b. viteza medie în acest intervalul de timp considerat
c. distanța parcursă de mobil în acest interval de timp

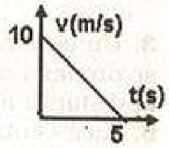
13. Un biciclist are la un moment dat viteza $v_0=2$ m/s și frânează uniform până la viteza $v=1$ m/s într-un interval de timp $\Delta t=10$ s. Să se afle:
a. accelerația în această mișcare
b. viteza medie în intervalul de timp considerat
c. distanța parcursă de mobil în acest interval de timp
d. timpul după care se oprește bicilistul și distanța parcursă până la oprire

14. Una dintre etapele turului ciclist al României s-a desfășurat între localitățile Piatra Neamț și Miercurea Ciuc, pe distanța totală $D=150$ km. Startul s-a dat la ora 9. La ora 12:20, când cel mai rapid ciclist a trecut linia de sosire, distanța dintre primul și ultimul ciclist era $d=6$ km. Din acest moment ultimul ciclist își menține constantă viteza $v_0=11$ m/s pe distanța $d_1=5500$ m. Pe ultimii $d_2=500$ m, încurajat de spectatori, acesta se deplasează cu accelerație constantă și trece linia de sosire cu viteza $v=13$ m/s. Să se afle:
a. viteza medie a celui mai rapid ciclist

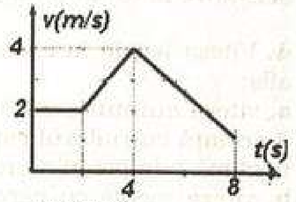
b. valoarea accelerației ultimului ciclist în timpul parcurgerii distanței d_2=500 m înaintea liniei de sosire
c. ora la care ultimul ciclist a trecut linia de sosire

15. Un mobil se deplasează pe o suprafață orizontală astfel că viteza variază în funcție de timp după legea $v=12-4t$. Să se afle:
a. momentul de timp la care corpul se oprește
b. accelerația instantanee a corpului
c. distanța parcursă de corp până la oprire

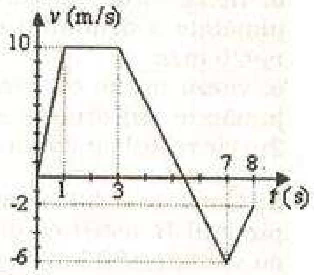
16. Reprezentarea grafică din figura alăturată a vitezei unui mobil în funcție de timp este o linie dreaptă. Să se afle:
a. accelerația mobilului
b. spațiul parcurs de mobil între momentele de timp t_1=2s și t_2=4s
c. viteza medie a mobilului în intervalul de timp (t_1, t_2)
d. spațiul parcurs de mobil până la oprire



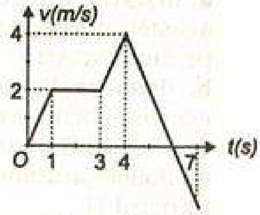
17. Un corp se mișcă pe o traiectorie rectilinie cu o viteză care variază conform graficului. Să se afle:
a. valoarea maximă a modulului accelerației în decursul mișcării
b. distanța parcursă în intervalul $t\in(0,4)$s
c. viteza medie a corpului în intervalul $t\in(0,8)$s



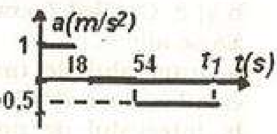
18. Un mobil pornește în sensul pozitiv al axei de coordonate Ox din originea acesteia. Viteza depinde de timp conform graficului alăturat. Să se afle:
a. viteza medie a mobilului în intervalul de timp $t\in(0;3)$s
b. modulul maxim al accelerației în timpul mișcării
c. viteza medie în intervalul de timp $t\in(0;8)$s
d. viteza în modul medie în intervalul de timp $t\in(0;8)$s



19. Este reprezentată grafic dependența vitezei în funcție de timp. Coordonata inițial este nulă. Să se afle:
a. viteza medie a mobilului în intervalul de timp $t\in(0;1)$s
b. viteza medie a mobilului în intervalul de timp $t\in(0;6)$s
c. accelerația pentru intervalul de timp $t\in(4;7)$s și să se precizeze caracterul mișcării
d. valoarea vitezei instantanee la momentul t_7=7 s



20. În graficul alăturat este reprezentată dependența de timp a accelerației unui metrou pe durata deplasării rectilinii între două stații de la pornirea din repaus până la oprirea la momentul t_1. Să se afle:
a. viteza maximă atinsă de metrou
b. durata călătoriei între cele între cele două stații
c. distanța parcursă de metrou între cele două stații
d. viteza medie a metroului pe întreaga durată a călătoriei



2.1.1. Mişcarea rectilinie şi uniformă a punctului material

1. Un sonar lansează un semnal sonor care se propagă prin apă mării cu viteza v=1500 m/s. Semnalul sonor se reflectă pe obiect şi este recepţionat după Δt=10s. Să se afle la ce distanţă de sonar se situează obiectul detectat.

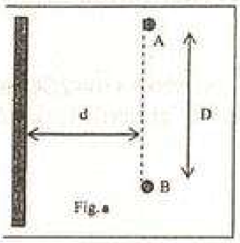
2. Un radiolocator care are scopul să localizeze obiecte în spaţiul cosmic prin utilizarea semnalelor radio. Undele radio se propagă prin spaţiu cosmic cu viteza $c=3\cdot10^8$ m/s, se reflectă după ce ating obiectul respectiv şi se întorc pe aceaşi direcţie. Se măsoară timpul dintre momentul emisiei şi momentul recepţionării undelor radio Δt=2 min. Să se afle distanţa la care se află acest obiect faţă de Pământ.

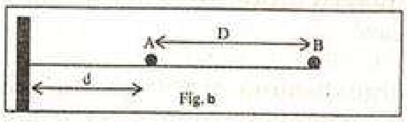
3. Un elev vede lumina emisă de un fulger şi după Δt=3 s aude tunetul. Sunetul se propagă prin aer cu viteza v=340 m/s. Să se afle:
a. distanţa faţă de elev la care a fulgerat
b. dacă centrul furtunii se apropie sau se depărtează de elev, dacă după un timp acesta vede un nou fulger şi aude tunetul după $\Delta t'$=2 s

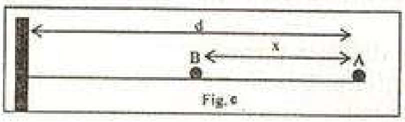
4. Viteza legală în afara localităţilor pentru autoturisme este v_1=90 km/h. Să se afle:
a. viteza autoturismului, dacă în intervalul de timp t=1/50 s deplasarea acestuia detectată cu radarul este d=60 cm şi precizaţi dacă autoturismul a depăşit viteza maximă admisă în afara localităţilor
b. viteza medie cu care s-a deplasat autoturismul, dacă acesta parcurge prima jumătate a drumului său total cu viteza legală, iar cealaltă jumătate cu viteza v_2=20 m/s
c. viteza medie cu care s-a deplasat autoturismul, dacă acesta parcurge prima jumătate din drumul său total cu viteza $4v$, următorul sfert de drum cu viteza $2v$, iar restul cu viteza v

5. Un automobil se mişcă uniform cu viteza v_1=72 km/h din punctul A spre punctul B, astfel că distanţa AB=100 km. Un al doilea automobil se deplasează cu viteza v_2=90 km/h. Să se afle:
a. distanţa dintre cele două automobile după t=1 h de la începerea mişcării, dacă acestea pornesc simultan, iar al doilea automobil porneşte din B, perpendicular pe direcţia AB
b. distanţa la care se întâlnesc cele două automobile faţă de oraşul A, dacă acestea pornesc unul spre celălalt simultan
c. intervalul de timp Δt de la plecarea primului automobil după care porneşte un al doilea automobil din acelaşi loc, astfel că cele două se întâlnesc chiar în punctul B

6. Doi copii A şi B sunt aşezaţi la distanţa D=120 m unul de celălalt, în apropierea unui zid lung şi drept. Copii se află aşezaţi faţă de zid ca în figurile a, b şi c. Copilul A emite un sunet scurt. Sunetul se propagă cu viteza c=340 m/s. Să se afle:
a. intervalul de timp dintre momentele recepţionării sunetelor de către B, în cazul a, dacă d=80 m
b. intervalul de timp dintre momentele recepţionării sunetelor de către B, în cazul b, dacă d=80 m
c. durata unui semnal lung emis de copilul A astfel ca copilul B să perceapă un sunet de două ori mai lung în cazul c, dacă d=80 m şi x=40 m







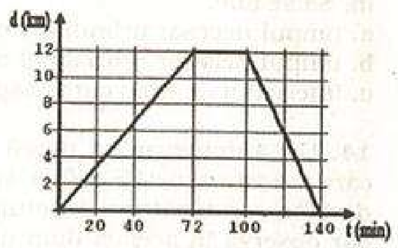
7. Distanța dintre două porturi este d=80 km. O șalupă se deplasează în sensul curentului în timpul t_1=4 h iar împotriva curentului în timpul t_2=8 h cu aceeași viteză față de apă. Să se afle:

a. viteza de curgere a apei

b. viteza șalupei față de apă

c. timpul în care apa deplasează șalupa între porturi dacă motorul acesteia nu funcționează

8. Apa unui fluviu curge cu viteză constantă între două porturi A și B. Dependența de timp a coordonatei d a unei șalupe, măsurată față de portul A, este redată în figura alăturată. Șalupa pornește din A, ajunge în B unde staționează și se întoarce în A. Viteza șalupei față de apă se consideră constantă pe tot parcursul mișcării. Să se afle:



a. viteza șalupei față de apă

b. durata deplasării șalupei pe drumul A-B-A dacă șalupa nu ar staționa în B

c. distanța față de portul B la care se întâlnesc două șalupe, presupunând că ele pornesc simultan din B și din A cu aceeași viteză față de apă ca la **a.**

d. reprezentarea grafică a dependenței de timp a coordonatei d a șalupei (la deplasările $A \rightarrow B$ și $B \rightarrow A$) în condițiile în care apa ar fi stătătoare și șalupa nu ar staționa în B

9. Pe o scară rulantă cu lungimea ℓ=10 m, aflată în mișcare, un om în vârstă urcă scara în timpul t_1=10 s. Pe scara imobilă omul urcă scara în timpul t_2=14 s. Știind că omul se mișcă cu aceeași viteză față de scară, să se afle:

a. viteza omului față de scară

b. viteza scării rulante

c. timpul în care ridică scara omul dacă acesta stă pe ea

10. O platformă de tren cu lungimea ℓ=14 m se deplasează rectiliniu cu viteza v_0=12 m/s. Un ceferist se mișcă de-a lungul platformei inițial în sensul mișcării platformei, plecând de la unul din capete, dus-întors cu viteza v=2 m/s față de aceasta. Să se afle:

a. vitezele ceferistului față de sol la dus și la întors

b. timpul în care ceferistul revine la capătul platformei de unde a plecat

c. distanța parcursă de ceferist față de sol în situația de la punctul **b.**

11. Un vâslaș care se mișcă cu viteza u=0,5 m/s față de râul care curge cu viteza v=0,3 m/s dorește să traverseze râul pe drumul cel mai scurt. Lățimea râului este ℓ=50 m. Să se afle:

a. cum trebuie să orienteze barca, pentru a ajunge pe malul opus?

b. timpul necesar pentru traversarea râului

c. timpul necesar pentru traversarea unui lac cu aceeaşi lăţime, dacă viteza vâslaşului se păstrează

12. Un avion parcurge distanţa d=200 km dus-întors cu viteza u=200 m/s faţă de vânt. Vântul bate cu viteza v=20 m/s. Să se afle durata zborului, dacă vântul suflă:
a. perpendicular pe direcţia parcursă
b. de-a lungul direcţiei parcurse
c. când nu suflă vântul

13. Doi vâslaşi pornesc simultan din acelaşi punct de pe un mal spre un punct de pe malul opus aflat perpendicular pe direcţia de curgere, mişcându-se astfel: primul îşi orientează barca asfel încât un om de pe sol să-l vadă deplasându-se perpendicular pe maluri, în timp ce al doilea îşi orientează barca perpendicular pe maluri, iar când atinge malul opus se deplasează în sens contrar curgerii râului. Apa curge cu viteza v_a=1 m/s, iar vâslaşii se deplasează cu viteza v=2 m/s aceeaşi tot timpul faţă de apă. Distanţa dintre cele două maluri este ℓ=20 m. Să se afle:
a. timpul necesar primului vâslaş ca să traverseze râul
b. timpul necesar celui de-al doilea vâslaş ca să traverseze râul
c. intervalul de timp care desparte sosirea vâslaşilor în punctul de pe malul opus

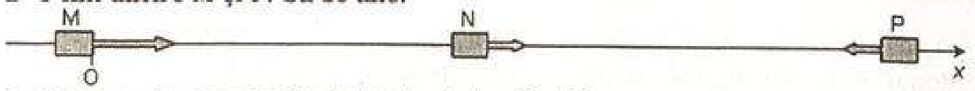
14. Un autoturism se mişcă cu viteza v_1=25 m/s în spatele unui autocamion care are viteza v_2=15 m/s. Când distanţa dintre autoturism şi autocamion devine d_1=20m conducătorul autoturismului se angajează în depăşirea autocamionului, dar observă în acelaşi timp un autobuz venind din sensul opus cu viteza v_3=20 m/s. Pentru a efectua în siguranţă manevra de depăşire, autoturismul trebuie să fie la distanţa d_2=30 m în faţa autocamionului. Să se afle:
a. distanţa minimă d_3 care trebuie asigurată între autobuz şi autoturism
b. timpul necesar depăşirii
c. distanţele parcurse de cele trei vehicule în timpul manevrei de depăşire

15. Un pescar merge cu barca în susul râului şi scapă în dreptul unui pod un colac în apă. După un timp Δt=1/2 h pescarul îşi dă seama că a scăpat colacul, se întoarce şi găseşte colacul la distanţa d=5 km mai departe de pod. Pescarul vâsleşte mereu cu aceeaşi viteză faţă de apă. Să se afle:
a. timpul după care pescarul recuperează colacul din momentul pierderii acestuia
b. viteza apei
c. viteza colacului faţă de maluri, dacă mişcarea acestuia este barată de un cablu rigid AB legat între cele două maluri şi care formează cu un mal un unghi $\alpha=60^0$

16. Două trenuri au lungimile ℓ_1=60 m şi respectiv ℓ_2=90 m. Cele două trenuri se deplasează pe direcţii paralele cu vitezele v_1=15 m/s şi respectiv v_2=25 m/s. Să se afle:
a. timpul cât durează trecerea unui tren prin dreptul celuilalt, dacă trenurile se deplasează în acelaşi sens
b. timpul cât durează trecerea unui tren prin dreptul celuilalt, dacă trenurile se deplasează în sensuri contrare
c. timpul cât vede un om aflat în primul tren trecând prin dreptul lui trenul al doilea, dacă trenurile se mişcă în acelaşi sens

17. Un călător se află într-un tren care se deplasează cu viteza constantă v_1=50 km/h. La un moment dat începe să plouă şi călătorul observă că picăturile de ploaie lasă urme pe fereastra trenului înclinate cu unghiul α=30° faţă de verticală. Să se afle:
a. viteza picăturilor de ploaie
b. viteza celui de-al doilea tren, dacă în timpul t=30 s călătorul din primul tren vede trecând trenul al doilea cu lungimea ℓ=300 m în acelaşi sens pe o linie paralelă
c. timpul cât vede un om aflat în al doilea tren trecând prin dreptul lui primul tren cu lungimea ℓ_1=200 m, dacă trenurile se mişcă în sensuri contrare şi trenul al doilea are viteza v_2=30 km/h

18. Trei automobile, M, N şi P se deplasează uniform, cu vitezele $v_M=3v_N=2v_P$=108 km/h pe o autostradă dreaptă. La ora 11:58:55, N se află la mijlocul distanţei D=9 km dintre M şi P. Să se afle:



a. viteza v_1 cu care scade distanţa dintre M şi N
b. ora hh:mm:ss la care automobilul M va ajunge din urmă automobilul N
c. distanţa parcursă de fiecare automobil în intervalul de timp cuprins între ora 11:58:55 şi ora hh:mm:ss la care M l-a ajuns din urmă pe N
d. reprezentarea grafică a dependenţei de timp a coordonatei automobilului P, alegând axa Ox ca în figură, considerând originea timpului la ora 11:58:55 şi intervalul de timp dintre 11:58:55 şi ora la care P ajunge în originea O

19. Doi înotători parcurg un bazin de lungime ℓ=50 m, cu vitezele v_1=3,6 m/s şi respectiv, v_2=2,8 m/s. Cei doi înotători pleacă în acelaşi moment de la acelaşi capăt al bazinului. Presupunând că întoarcerile de la capetele bazinului sunt considerate instantanee, să se afle:
a. momentul de timp la care se vor întâlni prima dată
b. distanţa unde se vor întâlni prima dată faţă de punctul de plecare
c. timpul după care primul înotător va parcurge mai mult decât al doilea o lungime de bazin

20. Mişcarea rectilinie şi uniformă a unui mobil este descrisă de ecuaţia de mişcare $x=3t-2$ (m), unde timpul este exprimat în secunde. Să se afle:
a. reprezentarea grafică a legii de mişcare
b. ce reprezintă punctele de intersecţie ale graficului cu axele de coordonate?
c. viteza mobilului

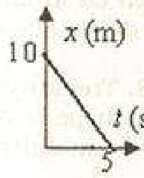
21. Un mobil execută o mişcare rectilinie uniformă cu viteza v=−2 m/s de-a lungul axei de coordonate Ox şi porneşte din punctul de coordonată x_0=4 m. Să se afle:
a. ecuaţia coordonatei a mobilului
b. momentul de timp când mobilul trece prin originea axei de coordonate
c. distanţa parcursă de mobil în primele 10 s de la începerea mişcării

22. Mişcările rectilinii a două mobile sunt descrise de legile de mişcare $x_1=3t$ şi $x_2=10-2t$, unde x este exprimat în metri şi t în secunde. Mobilele pornesc simultan la momentul t_0=0 s. Să se afle:
a. reprezentarea grafică în coordonate (x,t), a legilor de mişcare ale mobilelor
b. timpul după care se întâlnesc mobilele şi locul unde se întâlnesc
c. viteza cu care trec mobilele unul pe lângă celălalt în momentul întâlnirii

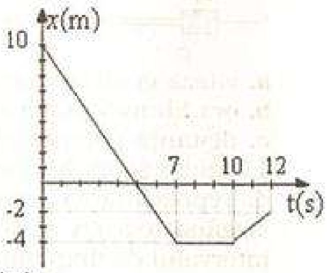
d. distanța dintre mobile după t=6 s de la începerea mișcărilor

23. Mișcările rectilinii a două mobile sunt descrise de legile: $x_1=2+2t$ (m) și $x_2=4-t$ (m) unde t este exprimat în secunde. Să se afle:
a. reprezentarea grafică a legii de mișcare a mobilului (2) în raport cu un sistem de referință legat de mobilul (1)
b. momentul întâlnirii celor două mobile
c. viteza relativă cu care trec mobilele unul pe lângă celălalt în momentul întâlnirii

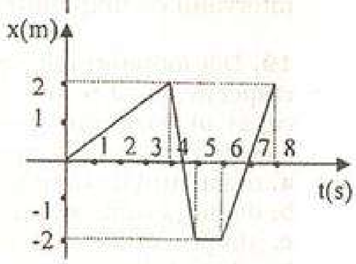
24. Reprezentarea grafică a legii de mișcare a unui mobil este redată în figura alăturată. Să se afle:
a. viteza mobilului
b. ecuația de mișcare a mobilului
c. coordonata la momentul t=3 s



25. Un mobil se deplasează de-a lungul axei de coordonate Ox. În figura alăturată este reprezentată grafic coordonata mobilului de timp. Să se afle:
a. viteza mobilului când $t\in(0,7)$s
b. caracterul mișcării mobilului când $t\in(7,10)$s
c. viteza medie a mobilului când $t\in(0,12)$s
d. momentul de timp în care mobilul trece prin originea axei de coordonate



26. În graficul din figură este reprezentată legea de mișcare a unui mobil care se deplasează rectiliniu. Să se afle:
a. vitezele de mișcare ale mobilului în cele patru etape distincte de mișcare
b. distanța totală parcursă
c. viteza medie pe întregul interval de timp



2.1.2. Mișcare rectilinie uniform variată a punctului material

1. Legea de mișcare a unui mobil este $x=-t^2+3t+4$ (m). Să se afle:
a. accelerația mobilului și viteza inițială a acestuia
b. coordonata la momentul t=1 s
c. momentul de timp la care mobilul trece prin originea axelor de coordonate

2. Legea de mișcare a unui mobil este $x=-2t^2+5t+3$ (m). Să se afle:
a. ecuația vitezei și să se reprezinte grafic
b. ce reprezintă fizic intersecțiile curbei vitezei cu axele de coordonate?
c. ce reprezintă fizic aria cuprinsă între curba vitezei, axa timpului și axa vitezei?

3. Un corp are o mișcare descrisă de ecuația de mișcare $x=3t+t^2$, unde x este exprimat în metri și t în secunde. Să se afle:
a. viteza corpului după 3 s de la începerea mișcării
b. distanța parcursă în a cincea-a secundă de la lansare
c. forța care acționează asupra corpului cu masa m=200 g

4. Un mobil se mişcă uniform variat din originea axei Ox cu viteza iniţială v_0=20 m/s la t_0=0 s. Prin punctul de abscisă x=150 m mobilul trece la momentul t cu viteza v=−10 m/s. Să se afle:
a. acceleraţia mobilului
b. momentul de timp la care mobilul trece prin punctul de coordonată x
c. viteza medie a mobilului în intervalul de timp $(0, t)$
d. distanţa parcursă de mobil în intervalul de timp $(0, t)$
e. viteza în modul medie a mobilului în intervalul de timp $(0, t)$

5. Un automobil pornind din repaus atinge, în mişcare uniform accelerată, viteza v_1=18 km/h, după ce a parcurs d_1=10 m. Să se afle:
a. timpul după care automobilul ajunge la v_1
b. distanţa parcursă din momentul pornirii până în momentul în care a atins viteza v_2=72 km/h
c. viteza medie a mobilului după ce acesta parcurge distanţa d_3=40 m

6. Un tren electric se mişcă cu viteza v_0=108 km/h. În urma unei pene de curent electric, trenul se opreşte într-un interval de timp Δt=30 s. Să se afle:
a. acceleraţia trenului
b. distanţa parcusă de tren până la oprire
c. viteza medie până la oprire

7. O sanie coboară liber, uniform accelerat, pe un deal cu lungimea ℓ=60 m într-un timp t=10 s. Să se afle:
a. acceleraţia cu care coboară sania dealul
b. viteza pe care o are sania la baza dealului
c. distanţa parcursă în virtutea inerţiei, dacă mişcarea saniei se continuă pe un plan orizontal cu acceleraţia a_1=−9 m/s^2

8. Un mobil porneşte uniform accelerat cu viteza iniţială v_0=4 m/s şi ajunge în punctul de abscisă x=400 m după un timp t=40 s. Să se afle:
a. acceleraţia mobilului
b. viteza mobilului la momentul de timp t
c. viteza medie când mobilul se află în punctul de abscisă x_1=93,75 m

9. În urma străpungerii unui blindaj, viteza unui proiectil scade de la valoarea v_0=500 m/s la valoarea v=300 m/s, dacă grosimea stratului de blindaj este d=0,2 m. Să se afle:
a. acceleraţia cu care se mişcă proiectilul în blindaj
b. timpul în care proiectilul a străpuns blindajul
c. grosimea maximă a stratului de blindaj pe care-l poate străpunge proiectilul

10. Un corp frânează uniform cu acceleraţia a=0,5 m/s^2 pornind la momentul iniţial cu viteza v_0=10 m/s. Să se afle:
a. distanţa parcursă de corp până la oprire şi timpul după care se opreşte acesta
b. distanţa parcursă după t=5 s de la începerea mişcării
c. distanţa parcursă de corp în a patra secundă de la începerea mişcării

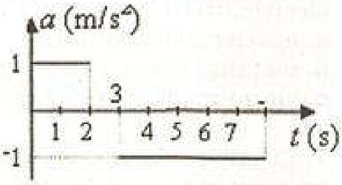
11. O maşină se mişcă uniform încetinit. După ce parcurge distanţa d_1=10 m faţă de punctul de plecare maşina are viteza v_1=12 m/s, iar după parcurgerea distanţei d_2=15 m faţă de acelaşi punct viteza maşinii este v_2=8 m/s. Să se afle:
a. viteza iniţială şi acceleraţia maşinii

b. timpul necesar maşinii să parcurgă distanţa dintre cele două puncte
c. timpul şi distanţa parcursă până la oprire

12. Un mobil parcurge prima jumătate din drumul său d=450 m în timpul t_1=25 s, iar cealaltă jumătate în t_2=20 s. Să se afle:
a. acceleraţia mobilului
b. viteza iniţială a mobilului
c. viteza medie a mobilului

13. Metroul parcurge distanţa dintre două staţii consecutive în t=2 min. Dacă acceleraţia iniţială este egală cu modulul acceleraţiei finale, a=1 m/s^2 şi viteza maximă la care ajunge trenul este v_m=108 km/h să se afle:
a. distanţa pe care accelerează metroul
b. distanţa parcursă de metrou în mod uniform
c. distanţa dintre cele două staţii.

14. Graficul din figura alăturată reprezintă dependenţa acceleraţiei unui mobil care porneşte din repaus în funcţie de timp. Să se afle:
a. dependenţa vitezei în funcţie de timp pe parcursul întregii mişcări
b. coordonata finală a mobilului
c. distanţa parcursă de mobil în decursul mişcării



15. Două mobile se deplasează în lungul axei Ox după legile de mişcare $x_1=t^2-10t+8$ şi $x_2=2+4t-3t^2$, unde x este exprimat în metri şi t în secunde. Să se afle:
a. momentele de timp la care mobilele se întâlnesc şi să se interpreteze rezultatul
b. valorile coordonatelor în momentele întâlnirii
c. momentul de timp la care vitezele instantanee ale celor două mobile devin egale

16. O maşină porneşte de la stop cu acceleraţia a=1 m/s^2. În acelaşi moment în spatele stopului la d=8 m, se află o altă maşină în mişcare rectilinie şi uniformă cu viteza v=5 m/s. Să se afle:
a. momentele de timp la care se întâlnesc maşinile şi să se interpreteze rezultatul
b. distanţa măsurată de la stop la care se întâlnesc maşinile
c. valorea vitezei relative cu care se depăşesc maşinile

17. Două maşini trec prin dreptul unui stop în mişcare rectilinie astfel: prima uniform accelerat cu a=2 m/s^2 şi viteza iniţială v_0=5 m/s, iar a doua uniform cu v=15 m/s, dar cu o întârziere Δt=1 s faţă de prima. Să se afle:
a. momentele de timp la care se întâlnesc maşinile şi să se interpreteze rezultatul
b. distanţa măsurată de la stop la care se întâlnesc maşinile
c. după ce interval de timp trebuie să treacă prin dreptul stopului maşina a doua pentru a se întâlni o singură dată

18. Două mobile pornesc din două puncte aflate la distanţa d=426 m unul spre celălalt. Dintr-un punct se deplasează un mobil uniform accelerat cu acceleraţia a_1=2 m/s^2 şi cu viteza iniţială v_{01}=40 m/s, iar din celălalt punct cu o întârziere

Δt=2 s, un mobil într-o mişcare uniform încetinită cu acceleraţia a_2=1 m/s^2 şi cu viteza iniţială v_{02}=10 m/s. Să se afle:
a. momentul de timp la care se întâlnesc mobilele
b. vitezele în momentul întâlnirii
c. vitezele medii şi viteza relativă în momentul întâlnirii
d. distanţa dintre mobile în momentul opririi celui de-al doilea mobil

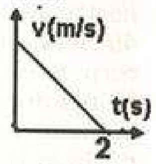
2.1.3. Mişcarea punctului material sub acţiunea greutăţii

1. O piatră cade liber de la înălţimea h=80 m. Să se afle:
a. timpul de coborâre
b. viteza cu care atinge piatra solul
c. spaţiul parcurs în ultima secundă de cădere

2. Un corp cade liber de la înălţimea h=2000 m. Să se afle:
a. intervalul de timp în care sunt parcuşi ultimii h_1=720 m
b. spaţiul parcurs în a doua secundă de cădere

3. Un mobil este aruncat vertical în sus de la sol cu viteza iniţială v_0=35 m/s. Neglijăm forţele de frecare cu aerul. Să se afle:
a. înălţimea maximă la care urcă corpul
b. timpul după care corpul se întoarce pe Pământ
c. distanţa parcursă de corp în secunda a patra de mişcare

4. Graficul redă dependenţa vitezei unui mobil care se mişcă fără frecare sub acţiunea greutăţii în funcţie de timp. Neglijăm frecarea cu aerul. Să se afle:
a. viteza iniţială a mobilului
b. înălţimea maximă la care se ridică mobilul
c. timpul de mişcare şi viteza cu care corpul revine în punctul de lansare



5. Un corp este aruncat vertical în sus de la sol şi revine pe Pământ după Δt=6 s din momentul aruncării. Se neglijează frecarea cu aerul. Să se afle:
a. viteza iniţială a corpului
b. înălţimea maximă la care a urcat corpul

6. O minge este aruncată pe verticală de jos în sus cu viteza iniţială v_0=10 m/s. Neglijăm forţele de frecare cu aerul. Să se afle:
a. momentele de timp la care mingea trece printr-un punct situat la jumătate din valoarea maximă a înălţimii şi să se interpreteze rezultatul obţinut
b. vitezele mingii în momentele de timp calculate la punctul **a.**
c. viteza medie şi viteza în modul medie a mingii în intervalul de timp din momentul plecării până la întoarcerea prin punctul $h=h_{max}/2$

7. Un mobil este aruncat pe verticală în sus cu viteza iniţială v_0=40 m/s. Se neglijează frecarea cu aerul. Să se afle:
a. momentul de timp la care viteza mobilului este jumătate din cea iniţială
b. distanţa parcursă de mobil până în momentul calculat la punctul **a.**
c. distanţa parcursă de mobil în a treia secundă de lansare

8. Un om se află pe o platformă orizontală şi vede un corp întorcându-se prin faţa lui după un timp Δt_1=2 s, măsurat din momentul urcării. Un al doilea om este situat mai jos decât primul, pe o altă platformă orizontală şi vede acelaşi

corp coborând prin fața lui după un timp $\Delta t_2=6$ s măsurat din momentul urcării. Se neglijează frecarea cu aerul. Să se afle:
a. viteză cu care trece corpul prin fața omului aflat pe platforma superioară
b. distanța dintre platforma inferioară și cea superioară

9. Din același punct cad succesiv două picături de apă. Se constată că viteza de deplasare a primei picături față de a doua este constantă și are valoarea $v_r=10$ m/s. Neglijăm forțele de frecare cu aerul. Să se afle:
a. intervalul de timp care desparte lansările celor două picături
b. momentul de timp la care viteza primei picături de apă este dublul vitezei celei de-a doua picături
c. distanța care desparte picăturile în condițiile punctului **b.**

10. Un circar aruncă o bilă vertical în sus cu viteza $v_{01}=10$ m/s. După un interval de timp egal cu $\Delta t=1$ s circarul aruncă din același punct o a doua bilă tot vertical în sus cu viteza $v_{02}=20$ m/s. Neglijăm forțele de frecare cu aerul. Să se afle:
a. momentul de timp măsurat din momentul aruncării primei bile la care se întâlnesc bilele
b. distanța față de punctul de lansare la care se întâlnesc bilele
c. intervalul de timp care desparte sosirea bilelor în punctul de lansare
d. care sunt limitele permise ale intervalului de timp Δt pentru ca cele două bile să se întâlnească în aer deasupra punctului de lansare, dacă bila a doua este lansată cu $v_{02}=5$ m/s

11. Un corp este aruncat vertical în sus cu viteza inițială $v_0=40$ m/s. Se neglijează forțele de frecare cu aerul. Concomitent de la o înălțime h egală cu 3/4 din înălțimea maximă la care poate ajunge primul corp se lasă liber un doilea corp. Să se afle:
a. înălțimea maximă la care poate ajunge primul corp și timpul de urcare
b. momentul de timp și înălțimea la care se întâlnesc corpurile
c. viteza relativă cu care trec corpurile unul pe lângă celălalt

12. Un corp cade liber de la înălțimea $h=20$ m, iar al doilea corp este lansat simultan pe verticală de la suprafața Pământului. Se neglijează frecarea cu aerul. Știind că cele două corpuri ajung simultan pe sol, să se afle:
a. viteza inițială cu care se aruncă corpul al doilea
b. înălțimea maximă atinsă de corpul al doilea
c. vitezele cu care sosesc corpurile la sol

13. Un corp cade liber dintr-un punct aflat la o înălțime $h_1=50$ m. Simultan dintr-un punct situat cu $h_2=10$ m mai jos de punctul de unde este lăsat liber primul corp este aruncat vertical în sus un al doilea corp. Să se afle:
a. timpul după care ajunge primul corp la sol
b. viteza inițială cu care a fost lansat corpul al doilea dacă cele două corpuri ajung simultan pe Pământ
c. vitezele cu care ajung corpurile la sol

14. De la înălțimea $h=40$ m față de sol se aruncă vertical în sus un corp cu viteza $v_0=10$ m/s. Neglijăm forțele de frecare cu aerul. Să se afle:
a. timpul după care corpul ajunge la sol
b. intervalul de timp după care trebuie lăsat liber din același punct un al doilea corp astfel încât cele două corpuri să ajungă simultan la sol

c. vitezele cu care ajung cele două corpuri la sol

15. Se aruncă pe verticală în sus un corp de la sol cu viteza inițială v_{01}=45 m/s. Concomitent de la o înălțime h şi de pe verticala punctului de lansare a primului corp, se aruncă vertical în jos un al doilea corp. Viteza inițială a celui de-al doilea corp este v_{02}=5 m/s. Să se afle:
a. înălțimea h de la care a fost aruncat al doilea corp dacă în momentul întâlnirii aceste corpuri aveau valorile vitezelor egale
b. intervalul de timp care desparte sosirea mobilelor pe sol
c. vitezele cu care cad corpurile pe sol

16. Un copil împinge cu viteza v_0=1 m/s, o carte aflată pe o masă cu înălțimea h=80 cm. Se neglijează frecarea cu aerul. Să se afle:
a. traiectoria corpului
b. timpul în care ajunge cartea la sol
c. distanța unde cade cartea pe podea față de marginea mesei

17. O piatră este aruncată pe orizontală cu viteza v_0=15 m/s de pe acoperişul unui bloc, cade pe sol sub unghiul α=60° față de orizontală. Se neglijează frecarea cu aerul. Să se afle:
a. timpul de mişcare al pietrei şi înălțimea blocului
b. viteza cu care ajunge piatra la sol
c. distanța față de bloc unde cade piatra

18. Dacă se aruncă orizontal din acelaşi punct aflat la înălțimea $h=2v_{01}^2/g$, două corpuri al doilea având viteza inițială $v_{02}=4v_{01}$, să se afle:
a. de câte ori se modifică timpul de cădere al corpului al doilea față de timpul de cădere al primului corp?
b. de câte ori se modifică bătaia corpului al doilea față de bătaia primului corp?
c. de câte ori se modifică viteza corpului al doilea față de viteza primului corp la sol?

19. Se aruncă de pe Pământ sub un unghi α=60° un corp cu viteza $v_0=10\sqrt{3}$ m/s. Să se afle, dacă neglijăm efectul forțelor de frecare cu aerul:
a. traiectoria pietrei
b.distanța la care loveşte piatra Pământul măsurată din punctul de aruncare
c. înălțimea maximă la care urcă piatra
d. valoarea vitezei pietrei la momentul t=1 s

20. Se aruncă oblic un proiectil cu viteza inițială $v_0=10\sqrt{17}$ m/s, astfel încât înălțimea maximă la care ajunge proiectilul să fie egală cu bătaia sa. Să se afle, dacă neglijăm efectul forțelor de frecare cu aerul:
a. cosinusul unghiul format de vectorul viteză inițială cu orizontala
b. înălțimea maximă la care urcă proiectilul
c. timpul de zbor

21. Doi copii cu înălțimea de h=1,2 m fiecare se joacă cu mingea arucând-o unul altuia. Ştiind că mingea zboară de la un copil la altul, să se afle, dacă neglijăm frecarea cu aerul:
a. înălțimea maximă măsurată față de sol atinsă de minge în timpul jocului, dacă mingea zboară de la un copil la altul timp de t=2 s

b. distanța maximă la care se pot afla copii, dacă viteza cu care este aruncată inițial mingea este v_0=10 m/s și unghiul sub care trebuie aruncată mingea
c. timpul de zbor al mingii în condițiile punctului **b.**

22. Dintr-un turn cu înălțimea h=10 m se aruncă deasupra orizontalei un corp cu viteza inițială v_0=20 m/s sub unghiul α=30° față de orizontală. Să se afle, dacă neglijăm efectul forțelor de frecare cu aerul:
a. înălțimea maximă la care urcă corpul
b. timpul de zbor al corpului
c. distanța măsurată față de baza turnului la cade corpul
d. viteza cu care ajunge corpul la baza turnului și unghiul față de orizontală cu care lovește solul

23. Din vârful unui stâlp cu înălțimea h=10 m își ia zborul orizontal o pasăre cu viteza v_1=14,05 m/s. Concomitent un copil lansează din imediata vecinătate a solului o piatră spre pasăre cu viteza inițială v_2=30 m/s sub unghiul α=30° față de orizontală. Piatra lovește pasărea. Să se afle:
a. momentele de timp după care piatra poate lovi pasărea
b. distanțele de la care trebuie aruncată piatra, măsurate de la baza stâlpului
c. vitezele pietrei când aceasta lovește pasărea

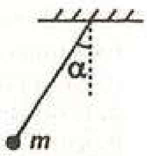
24. O pușcă este orientată către o țintă aflată la înălțimea h=50 m deasupra solului sub unghiul α=30° față de orizontală, sub care pușcașul vede ținta. În momentul tragerii glontelui către țintă, aceasta se lasă liberă. Să se arate că glontele lovește întotdeauna ținta și să se afle după cât timp lovește glontele ținta dacă viteza acestuia este v_0=400 m/s.

2.2. Principiile mecanicii

1. Un corp cu masa m=2 kg este ridicat accelerat cu accelerația $a=2g$. Firul de susținere rezistă la o tensiune maximă T_{max}=80 N. Să se afle:
a. tensiunea în firul de susținere
b. accelerația maximă cu care trebuie ridicat accelerat corpul pentru ca firul să se rupă

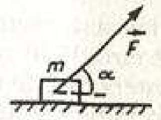
2. Într-un lift care urcă frânat cu accelerația a=1 m/s² se află un om cu masa m=100 kg. Să se afle:
a. valoarea forței cu care apasă omul pe podeaua liftului
b. valoarea maximă a accelerației cu care coboară liftul, astfel încât omul să mai apese pe podea

3. De un fir este prins un corp cu masa m=0,5 kg. Corpul și firul se află într-un vagon care pornește accelerat pe orizontală. Pendulul deviază față de verticală cu unghiul α=30° ca în figură. Să se afle accelerația vagonului și tensiunea în fir în poziție finală.



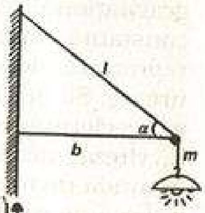
4. Un corp cu masa m=200 g este suspendat de un fir și se află într-un tren care se mișcă rectiliniu și uniform. Mecanicul trenului începe să frâneze cu accelerația $a=10/\sqrt{3}$ m/s². Să se afle unghiul cu care deviază pendulul și tensiunea din fir.

5. Asupra unui corp cu masa m=2 kg acţionează sub unghiul α=60° o forţă F ca în figură. Mişcarea corpului se face fără frecare cu acceleraţia a=1 m/s². Să se afle valoarea forţei F şi valoarea forţei cu care corpul apasă pe plan.



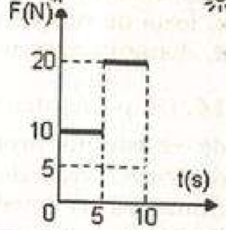
6. De tavanul unei camere este suspendată o lustră cu masa M=4 kg. O pisică cu masa m=2 kg sare şi se agaţă de lustră, dar în acelaşi moment lustra se desprinde şi cade şi atunci pisica se caţără pe lustră, astfel că rămâne la aceeaşi înălţime faţă de podea. Să se afle acceleraţia cu care cade lustra şi forţa cu care pisica împinge lustra în jos.

7. O lampă cu masa m=6 kg este suspendată ca în figură. Cunoscând lungimea cablului ℓ=0,5 m şi lungimea tijei b=0,4 m să se afle tensiunile din cablu şi din tijă.



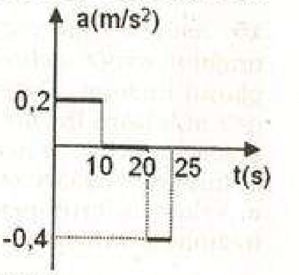
8. Asupra unui corp cu masa m=5 kg aflat iniţial în repaus pe o suprafaţă orizontală se acţionează cu o forţă orizontală care variază cu timpul ca în figură. Corpul se mişcă fără frecare. Să se afle:

a. reprezentarea grafică a dependenţei vitezei în raport cu timpul
b. distanţa parcursă de corp în timpul t_1=5 s
c. viteza medie în intervalul (0,10)s



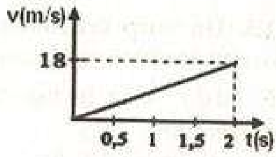
9. În figura alăturată este reprezentată dependenţa de timp a acceleraţiei unui lift cu masa m=500 kg care este ridicat vertical, pornind din repaus, cu ajutorul unui cablu inextensibil şi de masă neglijabilă. Mişcarea liftului se realizează în timpul de 25 s. Să se afle:

a. forţa de tensiune din cablu în fiecare dintre cele trei intervale de mişcare
b. reprezentarea grafică a vitezei liftului în funcţie de timp în intervalul $t\in$ (0;25)s
c. viteza liftului la momentul t=15 s
d. viteza medie a liftului în intervalul de timp $t\in$ (0;10)s



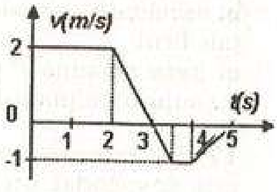
10. În figura alăturată este redată dependenţa de timp a vitezei unui corp cu masa m=100 g, care cade vertical de la o înălţime. Să se afle:

a. acceleraţia corpului
b. forţa de rezistenţă întâmpinată de corp
c. distanţa parcursă de corp între momentele de timp t_1=0,5 s şi t_2=1,5 s



11. În figura alăturată este reprezentată dependenţa de timp a vitezei unui corp cu masa m=10 kg. Să se afle:

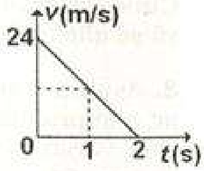
a. distanţa parcursă de corp în primele t_1=3 s
b. viteza în modul medie a mobilului în Δt=5 s
c. reprezentarea grafică a forţei rezultante care se exercită asupra corpului în primele 5 s



12. Un ciclist cu masa de M=80 kg porneşte din repaus pe un drum orizontal şi parcurge o distanţă d cu acceleraţia a=0,25 m/s², atingând viteza v=18 km/h. Masa bicicletei este m=20 kg. Forţa de tracţiune dezvoltată este de n=5 ori mai mare decât forţa de rezistenţă la înaintare. După atingerea vitezei v, ciclistul se

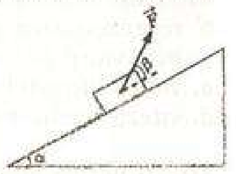
deplasează rectiliniu uniform şi este depăşit de un camion de lungime ℓ=10 m care circulă în sens contrar, cu viteza v_c=54 km/h. Să se afle:
a. intervalul de timp necesar atingerii vitezei v
b. forţa de tracţiune dezvoltată de ciclist
c. graficul vitezei ciclistului în funcţie de timp în primele 25 s de mişcare
d. intervalul de timp Δt în care camionul depăşeşte ciclistul, dacă lungimea bicicletei este ℓ_1=2 m

13. Un corp cu masa m=100 g este aruncat pe verticală de jos în sus în câmp gravitaţional terestru. Corpul întâmpină din partea aerului o forţă de rezistenţă constantă orientată pe direcţia de mişcare a corpului. Graficul alăturat reprezintă dependenţa vitezei corpului, funcţie de timp, pentru porţiunea de urcare. Să se afle:
a. acceleraţia corpului
b. viteza medie de deplasare a corpului în prima jumătate de secundă de mişcare
c. forţa de rezistenţă întâmpinată de corp din partea aerului
d. distanţa parcursă de corp la urcare

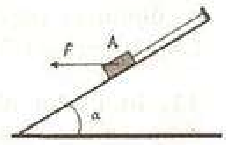


14. Un paraşutist cu masa m=80 kg întâmpină în cădere datorită aerului o forţă de rezistenţă proporţională cu viteza instantanee $\vec{F}=-k\vec{v}$. Paraşutistul sare dintr-un avion de la o înălţime foarte mare şi îşi deschide imediat paraşuta. Ştiind că în imediata vecinătate a Pământului paraşutistul cade cu o viteză limită v_0=4 m/s, să se afle:
a. constanta de proporţionalitate k
b. acceleraţia paraşutistului când viteza acestuia este v=2 m/s

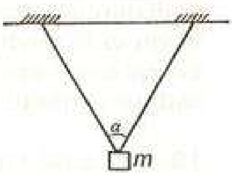
15. Asupra unui corp cu masa m=1kg aflat în mişcare pe un plan înclinat cu unghiul α=30° acţionează o forţă F ca în figură sub un unghi β=45° faţă de planul înclinat. Corpul urcă pe planul înclinat cu acceleraţia a=2 m/s² fără frecare. Să se afle:
a. forţa cu care se acţionează asupra corpului
b. forţa de apăsare exercitată de corp asupra planului
c. valoarea forţei pentru care corpul nu mai apasă pe planul înclinat şi valoarea corespunzătoare a acceleraţiei



16. Un corp cu masa m=4 kg este menţinut în repaus pe un plan înclinat cu unghi α=30° cu ajutorul unui fir. Asupra corpului acţionează o forţă orizontală $F=10\sqrt{3}$ N ca în figură. Neglijând frecarea dintre corp şi plan, să se afle:
a. tensiunea din fir
b. acceleraţia cu care coboară corpul pe planul înclinat dacă se taie firul
c. forţa maximă F pentru care corpul mai rămâne în contact cu suprafaţa planului inclinat



17. De tavanul unui vagon care se mişcă în plan orizontal este suspendat un corp cu masa m=3 kg, prin intermediul a două fire de aceeaşi lungime aşezate simetric în planul vertical al mişcării ca în figura alăturată. Tensiunea de rupere a firelor este F=30 N. Unghiul dintre cele două fire este α=60°. Să se afle:
a. tensiunile din cele două fire când acceleraţia vagonului este a=1 m/s²

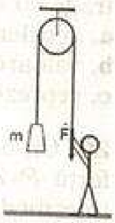


b. care fir se va rupe primul?
c. valoarea accelerației la care se rupe un fir

18. Un corp cu masa m=1 kg se află pe un plan înclinat cu unghiul α=45°, fără frecări. Se împinge accelerat planul înclinat pe orizontală cu accelerația a_0=2 m/s². Să se afle:
a. accelerația cu care va aluneca liber corpul de-a lungul planului înclinat, dacă planul este deplasat spre dreapta
b. accelerația cu care va aluneca liber corpul de-a lungul planului înclinat, dacă planul este deplasat spre stânga
c. valoarea maximă accelerației și sensul deplasării planului, dacă corpul nu mai apasă pe planul înclinat

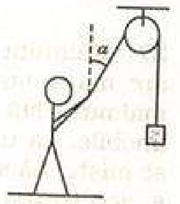
19. Într-un lift care se mișcă cu o accelerație a_0=4 m/s² în sus se află pe podeaua acestuia un plan înclinat cu unghiul α=30°. Pe acest plan înclinat alunecă fără frecare un corp cu masa m=2 kg. Să se afle:
a. accelerația cu care va aluneca liber corpul de-a lungul planului înclinat
b. forța de apăsare exercitată de corp asupra planului înclinat
c. accelerația cu care va aluneca liber corpul de-a lungul planului înclinat și forța de apăsare exercitată de corp dacă accelerația liftului este în jos

20. Un muncitor având greutatea G_1=1000 N ridică un sac de masă m=80 kg prin intermediul unui cablu trecut peste un scripete ca în figura alăturată. Muncitorul acționează asupra firului cu o forță constantă F=900 N. Să se afle:



a. accelerația sacului
b. forța de apăsare exercitată de om asupra planului orizontal
c. accelerația maximă cu care poate fi ridicat sacul fără ca muncitorul să se ridice de pe sol
d. forța de tensiune din cablu, știind că un alt sac cu masa m'=40 kg este ridicat cu aceeași accelerație ca la punctul **a.**

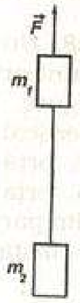
21. Un om cu masa M=80 kg susține un balot cu masa m=10 kg cu ajutorul unui fir inextensibil trecut peste un scripete fix ca în figura alăturată. Să se afle:



a. tensiunea în firul de susținere
b. forța de apăsare exercitată de acel om pe suprafața de sprijin, dacă firul este înclinat cu α=30° față de verticală
c. forța exercitată de om asupra suprafeței de sprijin

22. Pe o masa orizontală se află două corpuri cu masele M=4 kg și m=1kg legate prin intermediul unui fir inextensibil. Se trage corpul M cu o forță orizontală F=15 N, mișcarea corpurilor făcându-se fără frecare. Să se afle:
a. accelerația sistemului
b. tensiunea din fir
c. accelerația sistemului și tensiunea din fir, dacă forța F formează cu orizontala un unghi α=60°

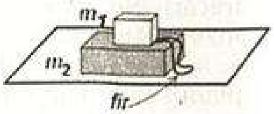
23. Un corp cu masa m_1=1 kg este prins cu un fir de un alt doilea corp cu masa m_2=3 kg. Cele două corpuri sunt ridicate pe verticală în sus cu o accelerație a=2 m/s² de o forță F aplicată corpului 1 ca în figura alăturată. Să se afle:



a. forța necesară ridicării celor două corpuri
b. tensiunea în firul de susținere

c. forţa necesară ridicării celor două corpuri uniform
d. forţa maximă necesară ridicării celor două corpuri, dacă firul se rupe la valoarea tensiunii T_{max}=45 N

24. În figura alăturată sunt reprezentate două corpuri cu masele m_1=60 kg şi respectiv m_2, aşezate unul peste altul şi legate între ele cu un fir inextensibil şi de masă neglijabilă. Corpul 2 este aşezat pe suprafaţa orizontală a unei mese. De corpul 1 se trage vertical în sus cu o forţă F a cărei valoare poate fi modificată. Să se afle:



a. forţa de apăsare exercitată de corpul 1 asupra corpului 2 atunci când F=300N
b. forţa de apăsare exercitată de corpul 2 asupra suprafeţei în condiţiile punctului anterior dacă m_2=40 kg
c. masa corpului m_2 dacă acceleraţia sistemului este a=2 m/s^2 când asupra corpului 1 acţionează o forţă verticală, în sus, de valoare F=1,2 kN şi firul dintre corpuri este întins
d. forţa de tensiune din fir în condiţiile de la punctul **c.**

25. De un corp cu masa m=1 kg este legat cu un cablu care are masa m_0=0,6 kg şi lungimea ℓ=1 m. Masa cablului se consideră uniform distribuită de-a lungul acestuia. De capătul superior al cablului se trage cu o forţă F=20 N ca în figura alăturată. Să se afle:

a. acceleraţia cu care se mişcă sistemul
b. valoarea tensiunii într-un punct aflat la distanţa $x=\ell/3$
c. reprezentarea grafică a tensiunii din fir în funcţie de distanţa x

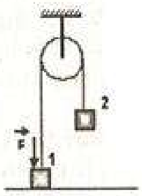
26. Un corp cu masa m_1=1 kg este tras în sus ca în figura alăturată cu o forţă F=72 N. De corpul m_1 este prins un corp cu masa m_2=3 kg prin intermediul unui lanţ cu masa m_0=2 kg şi cu lungimea ℓ. Să se afle:

a. acceleraţia cu care se mişcă sistemul
b. tensiunea într-un punct aflat la distanţa $x=f\ell$, unde f=0,6
c. forţa pentru care sistemul coboară cu acceleraţia a=2 m/s^2

27. Maimuţa din figură are masa m_1=60 kg, iar ciorchinele de banane are masa m_2=40 kg. Ciorchinele este legat de un capăt al firului, iar maimuţa stă nemişcată şi prinsă de fir. Firul şi scripetele sunt iniţial imobile. La un moment dat, scripetele se deblochează şi firul începe să se mişte. Să se afle:

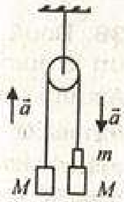
a. acceleraţia cu care se mişcă corpurile şi valoarea tensiunii din fir
b. forţa exercitată de scripete asupra tavanului de susţinere
c. viteza maimuţei după o secundă de la deblocarea firului
d. acceleraţia ciorchinelui, dacă maimuţa coboară de pe fir şi trage de acesta în jos cu greutatea ei

28. Un sistem mecanic este alcătuit dintr-un fir la capetele căruia sunt prinse două corpuri de mase m_1=100 g, respectiv m_2=300 g ca în figură. Pentru a menţine corpul 1 pe suprafaţa orizontală, apăsăm vertical în jos cu o forţă de valoare F=5 N. Să se afle:



a. forţa de reacţiune din axul scripetelui
b. forţa de reacţiune normală care acţionează asupra corpului 1 din partea suprafeţei
c. distanţa parcursă de corpuri în timpul t=1 s de la lăsarea liberă a sistemului

29. Peste un scripete ideal este trecut un fir inextensibil care susține două corpuri cu mase egale M=800 g ținute inițial în repaus. Se așază pe unul din cele două corpuri un mic corp cu masa m. Se lasă liber sistemul și se constată că sistemul se mișcă accelerat cu accelerația a=2 m/s^2. Să se afle:

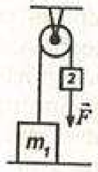


a. tensiunea în firul de susținere
b. masa corpului mic
c. forța cu care corpul m apasă pe corpul cu masa M

30. De tavanul unui lift este agățat un scripete ideal prin intermediul unui cablu. Peste scripete este trecut un fir cu două corpuri la capete m_1=500 g și m_2=300 g. Liftul urcă accelerat cu accelerația a=2 m/s^2. Să se afle:
a. accelerația cu care se mișcă corpurile față de lift
b. tensiunea în firul de susținere
c. forța din cablu

31. Un lanț de lungime ℓ=20 m și masă m=6 kg este trecut peste un scripete ideal. În momentul în care de o parte a scripetelui atârnă o lungime de lanț $\ell_0=f\ell$, cu f=80% să se afle:
a. accelerația lanțului în acest moment
b. tensiunea din mijlocul lanțului în condițiile punctului **a.**
c. reprezentarea grafică a accelerației lanțului în funcție de fracțiunea f a lanțului care atârnă

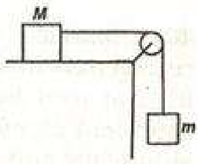
32. Fie sistemul din figură. Corpurile de la capetele firului au masele m_1=6 kg, m_2=2 kg și F=10 N. Să se afle:



a. forța normală de reacțiune din partea suprafeței orizontale
b. forța verticală cu care trebuie să se tragă de corpul m_2, astfel ca sistemul să se miște accelerat cu a=2 m/s^2
c. forța cu care sistemul de corpuri acționează asupra sistemului de prindere în condițiile punctului **b.**

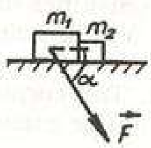
33. Pe un plan înclinat cu unghiul α=30° se află un corp cu masa m=500 g. Se lasă liber corpul. Se neglijează frecarea dintre corp și plan. Să se afle:
a. accelerația cu care coboară liber corpul pe plan și forța cu care acesta apasă pe plan
b. accelerația cu care trebuie împins planul înclinat astfel încât corpul să rămână în repaus față de plan
c. forța cu care corpul apasă pe plan în condițiile punctului **b.**

34. De un corp așezat pe o masă orizontală fără frecări și cu masa M=1 kg se prinde un fir inextensibil care trece peste un scripete ideal și susține un corp vertical cu masa m=2 kg ca în figură. Se lasă sistemul liber. Să se afle:



a. accelerația sistemului
b. tensiunea în firul de susținere
c. reacțiunea în axul scripetelui

35. Pe un plan orizontal fără frecare se află în contact două corpuri cu masele m_1=3 kg și m_2=1 kg. Se împinge sub un unghi α=60° față de orizontală corpul 1 cu o forță F=40 N ca în figură. Să se afle:

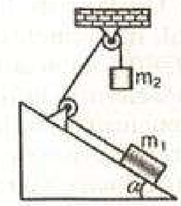


a. accelerația cu care se deplasează sistemul de corpuri
b. forța cu care apasă corpul 1 asupra planului
c. forța cu care corpul 1 împinge corpul 2

36. Două corpuri de mase m_1=12 kg respectiv m_2=8 kg sunt legate între ele cu un fir inextensibil de masă neglijabilă şi sunt aşezate pe o suprafaţă orizontală. Asupra corpului de masă m_1 acţionează forţa $F_1=20\sqrt{3}$ N a cărei direcţie formează cu orizontala unghiul $\alpha_1=30^0$, iar asupra corpului de masă m_2 acţionează forţa $F_2=20\sqrt{2}$ N a cărei direcţie formează cu orizontala unghiul $\alpha_2=45^0$, ca în figura alăturată. Frecarea dintre corpuri şi suprafaţa orizontală se neglijează. Să se afle:

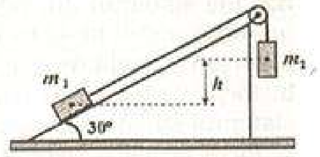
a. acceleraţia corpurilor
b. valoarea minimă a forţei F_1, pentru care apăsarea exercitată pe suprafaţa orizontală de corpul cu masa m_1 este nulă
c. raportul dintre valorile forţelor F_2 şi F_1 astfel încât sistemul de corpuri se deplasează orizontal cu viteză constantă

37. Fie sistemul din figură. Se cunosc masele m_1=1 kg, m_2=0,4 kg, unghiul planului înclinat fix $\alpha=30^0$ şi se neglijează frecarea. Se lasă libere cele două corpuri. Să se afle:



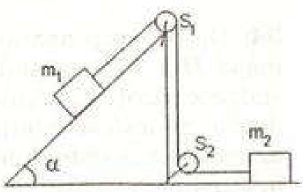
a. acceleraţia corpurilor
b. valorile masei m_2 pentru care acceleraţia sistemului este a=2 m/s²
c. masa m_1 pentru care sistemul rămâne în repaus

38. Corpurile cu masele m_1 şi m_2 se află iniţial în repaus pe un plan înclinat ca în figura alăturată. Se neglijează frecările. Să se afle:



a. raportul m_1/m_2
b. timpul după care cele două corpuri ajung la acelaşi nivel dacă corpurile pornesc din repaus, iar h=1,5 m şi $m_2=2m_1$
c. viteza sistemului la momentul de timp calculat la punctul **b.**

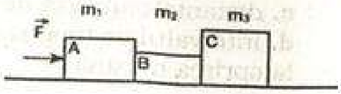
39. Se consideră dispozitivul din problema precedentă. Corpurile cu masele m_1 şi m_2 se află într-un raport astfel încât sistemul de corpuri se află în repaus. Se neglijează frecările. Se cunosc m_1=2 kg şi $\alpha=30^0$. Să se afle:
a. valoarea masei m_2 astfel încât sistemul de corpuri să rămână în echilibru
b. valoarea masei adiţionale adăugată pe corpul m_2 astfel încât acesta să se mişte în jos cu acceleraţia a=2 m/s²
c. forţa cu care apasă corpul adăugat pe corpul de masă m_2



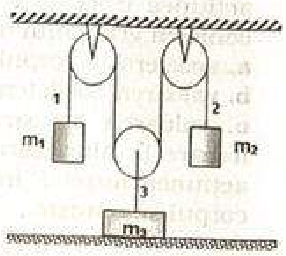
40. Masele corpurilor care alcătuiesc sistemul reprezentat în figură sunt m_1=6 kg şi m_2=2 kg. Planul înclinat fixat formează unghiul $\alpha=30^0$ cu orizontala. Se consideră că efectele frecării sunt neglijabile, firul ideal şi lungime suficientă, iar scripeţii sunt ideali. Iniţial corpurile sunt menţinute în repaus. Să se afle:
a. acceleraţia sistemului
b. tensiunea din fir
c. forţa de reacţiune din axul scripetelui S_2

41. Trei corpuri cu masele m_1=5 kg, m_2=3 kg şi m_3=2 kg sunt împinse ca în figură pe o masă orizontală netedă fără frecări de o forţă F=15 N. Să se afle:

a. accelerația sistemului de corpuri
b. forța cu care corpul cu masa m_2 împinge corpul cu masa m_3
c. forța cu care corpul cu masa m_1 împinge corpul cu masa m_2



42. Prin intermediul unui sistem de scripeți ideali sunt suspendate trei corpuri cu masele $m_1=m_2$ și m_3=30 kg ca în figura alăturată. Sistemul se află în repaus. Forța normală de reacțiune este N=180 N. Să se afle:
a. tensiunea din firul care susține corpul cu masa m_3
b. tensiunile din firele care susțin corpurile cu masele m_1 și m_2
c. masele corpurilor m_1 și m_2

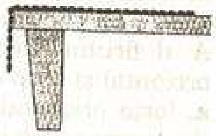


43. O locomotivă cu masa M=40 t tractează, pe o cale ferată rectilinie orizontală, trei vagoane de masă m=20 t fiecare. Forța de rezistență la înaintare care acționează asupra fiecărui vagon este de 2000 N, iar forța de rezistență la înaintare care acționează asupra locomotivei este de 5000 N. Aceste forțe de rezistență sunt considerate constante pe tot parcursul deplasării. Să se afle:
a. forța de tracțiune dezvoltate de motorul locomotivei pentru deplasarea trenului cu viteză constantă
b. accelerația trenului, dacă forța de tracțiune dezvoltată de motorul locomotivei are valoarea de 46 kN
c. forța de tensiune dezvoltată în cuplajul dintre ultimele două vagoane în situația specificată la punctul **b.**
d. viteza v, dacă în momentul în care viteza trenului este v, mecanicul oprește motorul iar trenul se oprește după un interval de timp Δt=100 s

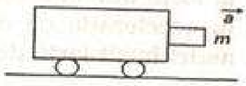
2.3. Forța de frecare

1. Coeficientul de frecare la alunecare a unui corp pe o suprafață orizontală este μ=0,1. Corpul are masa m=1 kg, iar legea de mișcare este $x=4+2t+t^2$ (m). Să se afle valoarea forței de tracțiune.

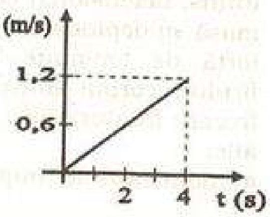
2. Un lanț omogen este așezat pe o masă, astfel încât o parte a sa atârnă liber ca în figură. Lanțul începe să alunece în momentul în care partea atârnată constituie o fracțiune f=0,2 din lungimea lanțului. Să se afle coeficientul de frecare la alunecare dintre lanț și suprafața orizontală.



3. Căruciorul din figura alăturată se deplasează cu accelerația a=20 m/s². Să se afle valoarea coeficientului de frecare al corpului aflat în contact cu căruciorul, dacă acest corp nu cade.

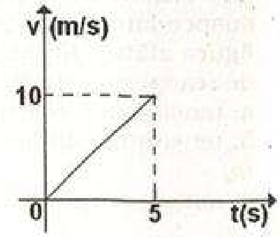


4. Pentru a pune în mișcare o mașină cu masa m=800 kg, care nu poate porni, acționează doi oameni care împing cu forțele paralel cu solul F_1=330 N și F_2=410 N un interval de timp t=4 s. Mașina întâmpină o forță de frecare cu solul care se consideră constantă. Variația vitezei mașinii în funcție de timp pe durata acestei operațiuni este redată în graficul alăturat. Să se afle:
a. accelerația mașinii



b. forța de frecare
c. distanța parcursă de mașină în timpul t=4 s
d. intervalul de timp scurs din momentul încetării acțiunii celor doi oameni până la oprirea mașinii

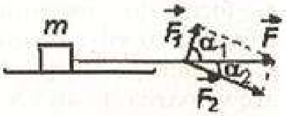
5. Un corp de masă m=2 kg se deplasează rectiliniu pe un plan orizontal sub acțiunea unei forțe F=10 N paralelă cu planul. Viteza corpului variază în timp conform graficului din figura alăturată. Să se afle:



a. accelerația corpului
b. valoarea coeficientului de frecare la alunecare
c. valoarea pe care ar trebui să o aibă coeficientul de frecare la alunecare începând din momentul t_1=5 s, când acțiunea forței F încetează, știind că la momentul t_2=7 s, corpul se oprește

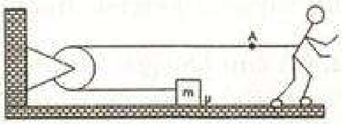
6. Un corp se mișcă pe o suprafață orizontală cu frecări, astfel că legea de mișcare este v=8-4t. Să se afle:
a. accelerația corpului
b. coeficientul de frecare dintre corp și suprafață
c. distanța parcursă de corp până la oprire

7. Un corp cu masa m=100 kg se deplasează pe un plan orizontal fiind tras de două forțe concurente F_1=150 N și F_2 prin intermediul unui fir. Cele două forțe sunt orientate în plan vertical și formează între ele un unghi de 90°, ca în figura alăturată. Rezultanta celor două forțe este paralelă cu planul orizontal. Sub acțiunea acestor forțe și a forței de frecare (μ=0,2), corpul are o mișcare uniform accelerată cu accelerația a=1m/s². Să se afle:



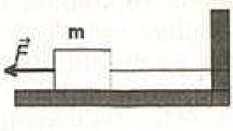
a. modulul rezultantei forțelor F_1 și F_2
b. unghiurile α_1 și α_2 formate de forțele F_1 și respectiv F_2 cu orizontala și valoarea forței F_2
c. noua valoare a accelerației corpului, dacă la un moment dat acțiunea forțelor F_1 și F_2 încetează iar corpul își continuă mișcarea pe planul orizontal

8. Pe un plan orizontal se află un corp cu masa m=20 kg legat de un fir trecut peste un scripete ideal ca în figura alăturată. Un om trage de capătul A al firului. Coeficientul de frecare dintre planul orizontal și corp este μ=0,2. Să se afle:



a. forța orizontală cu care trebuie să tragă omul de fir astfel încât corpul să se deplaseze cu viteză constantă
b. forța din axul scripetelui în condițiile deplasării uniforme a omului
c. accelerația cu care se deplasează corpul de masă m dacă omul trage de fir astfel încât forța de tensiune din acesta să devină T_1=60 N

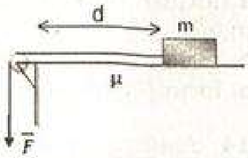
9. Un corp de masă m=50 kg aflat inițial în repaus pe o suprafață orizontală fără frecare, este legat de un suport fix printr-un fir orizontal de masă neglijabilă, întins, netensionat ca în figura alăturată. Forța ce acționează asupra corpului de masă m depinde de timp conform relației $F(t)$=10t+10 (N), iar firul se rupe la o forță de tensiune T_{max}=100 N. Imediat după ruperea firului, corpul intră într-o zonă în care coeficientul de frecare la alunecare dintre corp și plan este μ=0,2. Să se afle:



a. momentul de timp la care se rupe firul

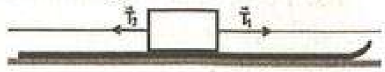
b. reprezentarea grafică a forței de tensiune din fir în funcție de timp, în primele 9 s de la începutul acțiunii forței F
c. accelerația pe care o are corpul la momentul t=10 s

10. Un corp cu masa m=100 g aflat inițial în repaus pe o suprafață orizontală, la distanța d=1m față de marginea suprafeței, este legat de capătul unui fir ideal trecut peste un scripete, ca în figura alăturată. Se acționează cu o forță F=0,2 N asupra capătului liber al firului un timp Δt_l=1s, după care acțiunea ei încetează. Coeficientul de frecare la alunecare dintre corp și suprafața orizontală este μ=0,1. Să se afle:



a. forța care apasă asupra axului scripetelui în intervalul de timp Δt_l
b. accelerația corpului în intervalul de timp Δt_l
c. viteza corpului la sfârșitul intervalului de timp Δt_l
d. durata totală a mișcării corpului pe suprafața orizontală

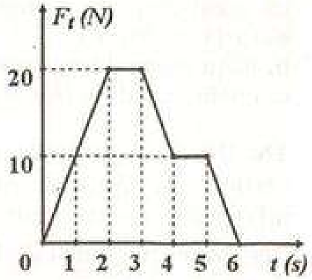
11. Performanțele realizate în probele de schi alpin sunt influențate și de caracteristicile tehnice ale echipamentului folosit. Pentru alegerea materialelor corespunzătoare este necesară măsurarea coeficientului de frecare la alunecare. În acest scop se folosește un dispozitiv fixat pe schiuri, care înregistrează atât valorile forțelor de tensiune din cablurile cu care se acționează asupra sistemului (dispozitiv și schiuri), cât și accelerația sistemului. Schiurile se află pe suprafața orizontală a zăpezii, ca în figura alăturată. În tabel este prezentat unul dintre seturile de date înregistrate.



T_1(N)	T_2(N)	a(m/s²)
165	120	0,5

Masa totală a sistemului este m=50 kg, iar deplasarea are loc în sensul forței T_1. Să se afle:
a. coeficientul de frecare la alunecare între schiuri și zăpadă
b. valoarea vitezei atinse după t=2 s de la plecarea din repaus, dacă accelerația se menține constantă la valoarea indicată în tabel
c. viteza pe care ar atinge-o pe aceste schiuri un sportiv care coboară o pantă acoperită de zăpadă, înclinată cu α=30° față de orizontală cu același coeficient de frecare de la punctul **a.**, după parcurgerea unei diferențe de nivel h=30 m față de punctul din care a plecat din repaus

12. Un bloc de beton de masă m=10 kg, aflat inițial în repaus pe o suprafață plană și orizontală, este supus unei forțe de tracțiune paralelă cu suprafața orizontală. Forța de tracțiune își păstrează direcția, iar modulul ei se modifică în timp conform graficului din figura alăturată. Coeficientul de frecare dintre blocul de beton și suprafața plană este μ=0,1. Să se afle:



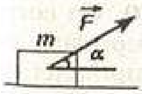
a. viteza blocului de beton în intervalul de timp $t\in$ [0;1]s
b. accelerația blocului de beton în intervalul de timp $t\in$ [2;3]s
c. forța de frecare dintre blocul de beton și suprafața orizontală în intervalul de timp $t\in$ [1;6]s și la momentul t=0,3 s
d. forța rezultantă ce acționează asupra blocului în intervalul de timp $t\in$ [4;5]s

13. Pentru a pune în mişcare un corp cu masa m=3 kg aflat pe o suprafaţă orizontală trebuie să tragem cu o forţă F care face cu orizontala un unghi α=60° ca în figura alăturată. Cunoscând coeficientul de frecare μ=0,1, să se afle:

a. forţa F pentru care corpul se mişcă accelerat cu acceleraţia a=2 m/s²

b. forţa cu care corpul apasă pe suprafaţă

c. forţa F pentru care corpul se mişcă uniform



14. Asupra unui corp de masă m=2 kg, aflat iniţial în repaus pe o suprafaţă orizontală, acţionează o forţă constantă F=13,56 N care face unghiul α=60° cu orizontala un timp t=15 s, ca în figura precedentă. Coeficientul de frecare la alunecare dintre corp şi suprafaţa orizontală este $\mu = 1/\sqrt{3}$. Să se afle:

a. acceleraţia corpului:

b. viteza corpului imediat după încetarea acţiunii forţei

c. intervalul de timp Δt_{op}, măsurat după încetarea acţiunii forţei F, în care corpul se opreşte

15. Pe un plan orizontal se află o sanie cu masa m=2 kg. Asupra acesteia un copil apasă cu o forţă F sub un unghi α=60° cu orizontala astfel că sania se mişcă cu frecare, coeficientul de frecare fiind μ=0,1. Să se afle:

a. forţa F, dacă sania se mişcă accelerat cu acceleraţia a=1 m/s²

b. forţa cu care apasă sania pe planul orizontal

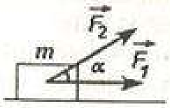
c. forţa F, cu care trage copilul sania sub unghiul α=60° cu orizontala, astfel încât sania să nu apese asupra planului

16. Un corp cu masa m=6 kg se află pe un plan orizontal pe care se poate deplasa cu frecare. Asupra corpului acţionează simultan ca în figură forţele F_1=20 N şi $F_2=10\sqrt{3}$ N şi α=30°. Să se afle:

a. forţa de apăsare normală

b. valoarea minimă a coeficientului de frecare dintre corp şi planul orizontal pentru care corpul mai rămâne în repaus

c. acceleraţia corpului dacă coeficientul de frecare are valoarea μ=0,34

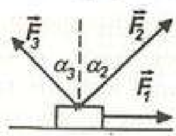


17. Asupra unui corp cu masa m=2 kg acţionează trei forţe F_1=12 N, $F_2=4\sqrt{3}$ N $F_3=8\sqrt{2}$ N ca în figură. Cunoscând valoarea unghiului α_2=30° şi α_3=45° şi ştiind că acest corp are o mişcare accelerată cu a=2 m/s², să se afle:

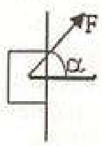
a. forţa de frecare

b. forţa normală de reacţiune din partea suprafeţei

c. coeficientul de frecare la alunecare



18. Un corp cu masa m=3 kg este menţinut în repaus pe un perete vertical cu ajutorul unei forţe care formează un unghi α=30° cu orizontala ca în figura alăturată. Dacă între corp şi plan există frecare, coeficientul de frecare fiind $\mu = 1/(2\sqrt{3})$, să se afle:



a. valoarea minimă a acestei forţe

b. forţa de apăsare exercitată de corp asupra peretelui

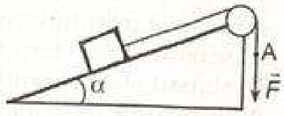
c. valoarea forţei pentru care corpul urcă accelerat cu acceleraţia a=1 m/s²

19. Un snowmobil cu masa m=800 kg având iniţial viteza v_0=10 m/s coboară pe un plan înclinat cu unghiul α=30° şi atinge viteza v=25 m/s după un interval de timp egal cu t=5 s. Să se afle:

a. accelerația snowmobilului
b. forța de frecare
c. coeficientul de frecare

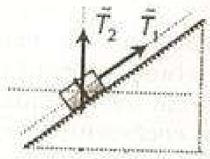
20. Pe o scândură orizontală se află un corp cu masa m=500 g. Scândura începe să se încline și când unghiul făcut de scândură cu orizontala este de $\alpha=30^0$, corpul începe să alunece uniform. Apoi scândura se înclină cu unghiul $\beta=60^0$. Să se afle:
a. valoarea coeficientul de frecare dintre corp și scândură
b. forța paralelă cu planul astfel încât corpul să urce accelerat cu accelerația a=2 m/s^2 când $\beta=60^0$
c. distanța parcursă de corp în Δt=2 s sub acțiunea forței de la punctul **b.**, dacă corpul pornește din repaus

21. Sub acțiunea forței F=15,2 N, care are punctul de aplicație în A, corpul de masă m=2 kg este ridicat uniform pe planul înclinat față de orizontală cu un unghi α, pentru care sinα=0,6 ca în figura alăturată. Să se afle:



a. coeficientul de frecare la alunecarea corpului pe planul înclinat
b. accelerația cu care coboară corpul dacă forța are valoarea F=8 N
c. viteza corpului la baza planului înclinat dacă durata coborârii este Δt=2 s în condițiile punctului **b.** dacă corpul pornește din repaus

22. O ladă cu masa totală m=2500 kg este urcată uniform la înălțimea h=3 m pe un plan înclinat cu lungimea ℓ=5 m, cu ajutorul a două cabluri: unul menținut mereu paralel cu planul înclinat și altul menținut mereu vertical, ca în figură. Tensiunile în cabluri au valorile: T_1=16 kN, respectiv T_2=5 kN. Apoi, după ce este golită, lada este lăsată să alunece liber pe planul înclinat. Să se afle:

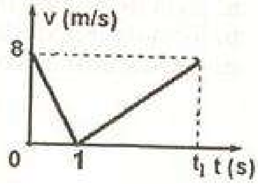


a. forța de frecare
b. coeficientul de frecare la alunecare
c. accelerația cu care coboară lada goală pe planul înclinat

23. Pe un plan înclinat cu unghiul $\alpha=60^0$ cu orizontala se aruncă de jos în sus de-a lungul planului un corp cu viteza inițială v_0=9,9 m/s. Mișcarea corpului se face cu frecare, coeficientul de frecare fiind μ=0,25. Să se afle:
a. accelerația cu care urcă corpul pe planul înclinat
b. timpul după care se oprește corpul
c. distanța parcursă de corp până la oprire

24. Un corp cu masa m=2 kg se lasă liber pe un plan înclinat cu unghiul $\alpha=30^0$. Corpul se mișcă cu frecare, coeficientul de frecare fiind μ=0,25. Planul înclinat se continuă cu un plan orizontal pe care mișcarea corpului se face cu același coeficient de frecare. Să se afle:
a. accelerația cu care coboară corpul pe planul înclinat
b. accelerația cu care se mișcă corpul pe planul orizontal
c. forța paralelă cu planul înclinat cu care se acționează asupra corpului pentru ca acesta să urce uniform pe plan

25. Pe un plan înclinat cu unghiul α (sinα=0,6) este lansat dintr-un punct de-a lungul planului un corp. Reprezentarea grafică a vitezei corpului în funcție de timp este redată în figura alăturată. Să se afle:



a. distanța parcursă de corp până la oprire
b. coeficientul de frecare
c. valoarea t_1 după care corpul revine la coborâre la valoarea inițială a vitezei
d. distanța totală parcursă de corp până când viteza revine la valoarea inițială

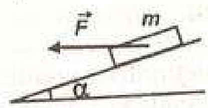
26. Pe o pârtie înclinată cu unghiul $\alpha=30^0$ un copil trage în sus o sanie cu masa m=2 kg din repaus și cu frecare, coeficientul de frecare fiind $\mu=1/\sqrt{3}$ un timp t=6 s, acționând cu o forță de-a lungul pârtiei F=21 N. Apoi acțiunea forței F încetează. Să se afle:
a. accelerația saniei când acționează forța F
b. distanța parcursă de sanie până când forța F încetează să acționeze
c. distanța parcursă de sanie până la oprire după încetarea acțiunii forței F

27. De un corp cu masa m=1 kg, care se află pe un plan înclinat cu unghiul $\alpha=30^0$ mișcându-se cu frecare cu coeficientul $\mu=1/(2\sqrt{3})$, se trage în sus paralel cu planul prin intermediul unui fir. Să se afle:
a. sensul și accelerația cu care se mișcă corpul dacă tensiunea este T=15 N
b. sensul și accelerația cu care se mișcă corpul dacă tensiunea este T=2 N
c. tensiunile în fir pentru ca acest corp să urce, respectiv să coboare uniform

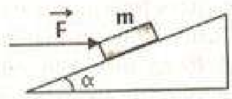
28. Pentru a menține în repaus un corp pe un plan înclinat cu unghiul $\alpha=45^0$ trebuie aplicată o forță minimă în sus de-a lungul planului F_1=5 N, iar pentru a-l trage uniform în sus de-a lungul planului trebuie aplicată o forță în sus de-a lungul planului F_2=15 N. Să se afle:
a. masa corpului
b. coeficientul de frecare
c. tangenta unghiului de frecare

29. Pentru a menține în echilibru un corp pe un plan înclinat cu unghiul $\alpha=45^0$ trebuie aplicată corpului o forță minimă normală pe plan de n=3 ori mai mare decât o forță minimă orizontală. Să se afle:
a. coeficientul de frecare
b. viteza atinsă de corp după un interval de timp t=2 s, dacă acesta este lăsat liber
c. distanța parcursă de corp în condițiile punctului **b.**

30. Asupra unui corp cu masa m=2 kg aflat pe un plan înclinat cu unghiul $\alpha=30^0$ se trage orizontal cu o forță F=2 N ca în figura alăturată. Mișcarea corpului se face cu frecare, coeficientul de frecare fiind $\mu=1/(4\sqrt{3})$. Să se afle:
a. accelerația cu care coboară corpul pe planul înclinat
b. forța cu care apasă corpul pe plan
c. forța F pentru care corpul nu mai apasă pe plan



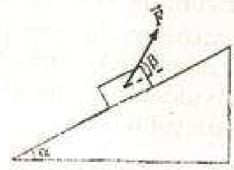
31. Sub acțiunea unei forțe orizontale $F=30\sqrt{3}$ N, un corp de masă m=4 kg coboară uniform cu frecare pe un plan înclinat fix de unghi $\alpha=60^0$, ca în figura alăturată. Să se afle:
a. forța de apăsare normală la suprafața planului înclinat
b. forța de frecare la alunecare dintre corp și plan
c. coeficientul de frecare la alunecare



32. Asupra unui corp cu masa m=2 kg aflat pe un plan inclinat cu unghiul α=30° acționează o forță orizontală F=30 N, ca în figura de la problema precedentă. Coeficientul de frecare pe planul înclinat este $\mu = 1/(2\sqrt{3})$. Să se afle:

a. accelerația corpului pe plan
b. forța pentru care corpul urcă uniform
c. accelerația minimă orizontală cu care trebuie împins planul înclinat pentru ca acest corp să înceapă să urce uniform pe plan în lipsa forței F

33. Un corp cu masa m=1 kg este așezat pe un plan înclinat cu unghiul α=30° și este tras cu o forță F care formează unghiul β=45° cu planul înclinat ca în figură. Acest corp se mișcă uniform de-a lungul planului în sus, cu frecare. Cunoscând coeficientul de frecare la alunecare este $\mu = 1/\sqrt{3}$, să se afle:

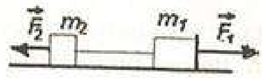


a. forța F
b. forța de apăsare normală
c. forța F și forța de apăsare normală dacă corpul se mișcă accelerat în sus de-a lungul planului cu accelerația a=1 m/s²
d. valoarea forței F, astfel încât corpul să nu mai apese pe planul înclinat

34. Două corpuri cu masele m_1=2 kg și m_2=0,5 kg sunt așezate pe un plan orizontal cu frecare și sunt legate între ele printr-un fir inextensibil. De corpul cu masă m_1 se trage orizontal cu forța F=10 N. Coeficientul de frecare la alunecare are valoarea μ=0,2. Să se afle:

a. accelerația cu care se mișcă corpurile
b. tensiunea din firul de legătură
c. viteza și distanța parcursă de corp în primele t=4 secunde de mișcare

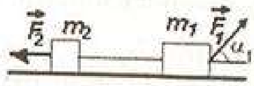
35. Asupra sistemului din figura alăturată format din corpurile cu masele m_1=8 kg, m_2=12 kg încep să acționeze simultan forțele F_1=70 N, F_2=20 N. Inițial sistemul se afla în repaus. Mișcarea corpurilor decurge cu frecare, μ=0,2. După un interval de timp forța F_2 încetează să acționeze. Să se afle:



a. accelerația cu care se mișcă inițial corpurile
b. tensiunea din firul de legătură când acționează ambele forțe
c. tensiunea din firul de legătură imediat când F_1 încetează să acționeze

36. Fie sistemul de corpuri din figura alăturată. Se cunosc m_1=4 kg, m_2=2 kg, F_1=30 N, F_2=10,95 N, α=30° și μ=0,2. Să se afle:

a. accelerația cu care se mișcă corpurile
b. tensiunea din firul de legătură
c. forța F_1 pentru care sistemul se mișcă uniform spre dreapta

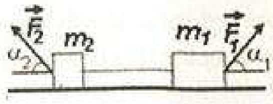


37. Corpurile de mase m_1=2 kg și m_2=1 kg se află pe o suprafață orizontală cu frecare și sunt legate printr-un fir inextensibil, ca în figură. Coeficientul de frecare este același pentru ambele corpuri și are valoarea μ=0,6. Asupra corpului m_1 acționează o forță F=20 N a cărei direcție formează cu orizontala unghiul α. Dacă forțele normale de apăsare exercitate de cele două corpuri asupra suprafeței de contact sunt egale, să se afle:

a. unghiul α
b. forțele de frecare care acționează asupra corpurilor
c. accelerația sistemului format din cele două corpuri

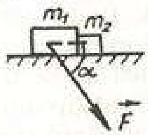
d. forța de tensiune din firul de legătură

38. Două corpuri de mase m_1=6 kg respectiv m_2=4 kg sunt legate între ele cu un fir inextensibil de masă neglijabilă și sunt așezate pe o suprafață orizontală. Asupra corpului de masă m_1 acționează forța $F_1=30\sqrt{2}$ N a cărei direcție formează cu orizontala unghiul $\alpha_1=45^0$, iar asupra corpului de masă m_2 acționează forța F_2=5 N a cărei direcție formează cu orizontala unghiul $\alpha_2=30^0$, ca în figura alăturată. Coeficienții de frecare dintre corpuri și suprafața orizontală sunt $\mu_1=1/(2\sqrt{2})$ și $\mu_2=1/(5\sqrt{3})$. Să se afle:

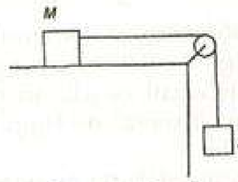


a. accelerația corpurilor
b. distanța parcursă de cele două corpuri în intervalul de timp t=10 s
c. valoarea forței F_1 astfel ca sistemul să se miște uniform în același sens ca la punctul **a.**

39. Două corpuri cu masele m_1=300 g și m_2=200 g sunt așezate pe un plan orizontal și se află în contact. Se împinge în jos asupra corpului cu masa m_1 cu o forță F=5 N sub un unghi $\alpha=30^0$ cu orizontala ca în figură. Corpurile se pot deplasa cu frecare, coeficientul de frecare fiind același μ=0,2. Să se afle:
a. accelerația cu care se deplasează sistemul de corpuri
b. forța cu care m_1 acționează asupra corpului m_2
c. forța de apăsare normală exercitată de corpul 1 asupra planului orizontal

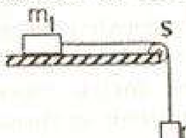


40. Un corp cu masa M=3 kg este așezat pe un plan orizontal. De acest corp este legat un fir ideal trecut peste un scripete ideal și având la capăt un corp cu masa m=2 kg ca în figură. Coeficientul de frecare la alunecare are valoarea μ=0,2. Să se afle:
a. accelerația cu care se mișcă corpurile
b. tensiunea din firul de legătură
c. reacțiunea în axul scripetelui



41. Două corpuri identice cu masa m=2 kg sunt așezate ca în figura precedentă. Lăsat liber sistemul din repaus corpurile se mișcă cu accelerația a=2 m/s^2. Pe masa orizontală mișcarea se efectuează cu frecare. Să se afle:
a. coeficientul de frecare la alunecare
b. forța orizontală care trebuie să acționeze asupra corpului de pe plan, dacă sistemul se mișcă în sens contrar cu aceeași accelerație
c. tensiunea din firul de legătură în cazul **b.**

42. Un corp cu masa m_1 este așezat pe un plan orizontal. De acest corp este legat un fir ideal trecut peste un scripete și având la capăt un corp cu masa $m_2=4m_1$=4 kg. Coeficientul de frecare la alunecare are valoarea μ=0.1. Sistemul se mișcă accelerat cu accelerația a_1. Dacă se schimbă corpurile între ele, sistemul se mișcă cu accelerația a_2, în condițiile în care coeficientul de frecare dintre corpul m_2 și plan are aceeași valoare. Să se afle:



a. raportul accelerațiilor corpurilor
b. masa suplimentară care trebuie așezată deasupra corpului de masă m_1, în situația din figură, pentru ca sistemul de corpuri să se deplaseze cu viteză constantă
c. forța orizontală care trage de corpul cu masă m_1 astfel ca sistemul de copuri să se miște accelerat cu accelerația a=1 m/s^2 iar m_2 să urce

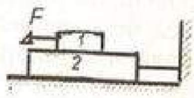
d. accelerația sistemului în timpul urcării corpului de masă m_2, dacă printr-un impuls, se imprimă corpului de masă m_1 o viteză mică v orizontal spre stânga

43. Un elev transportă pe o săniuță cu masa M=10 kg un colet cu masa m=5kg. Sfoara care trage de săniuță formează cu orizontala un unghi $\alpha=30^0$. Săniuța pornește din repaus și se deplasează cu frecare, coeficientul de frecare fiind $\mu=1/\sqrt{3}$. Săniuța parcurge distanța d=400 m într-un interval de timp t=20s. Să se afle:

a. accelerația săniuței
b. forța de frecare dintre colet și sanie
c. forța de tracțiune exercitată de elev

44. Se trage orizontal cu forța F constantă de corpul 1 cu masa m_1=10 kg ca în figură. Coeficientul de frecare dintre corpuri este μ=0,75 și se neglijează frecarea între corpul 2 cu masa m_2=20 kg și suportul orizontal. Firul care leagă corpul 2 de suportul vertical suportă o tensiune maximă T_{max}=80 N. Să se afle:

a. forța F necesară deplasării corpului 1 față de corpul 2
b. tensiunea în fir în condițiile punctului **a.**
c. dacă firul rezistă la solicitare și justificarea acestui fapt



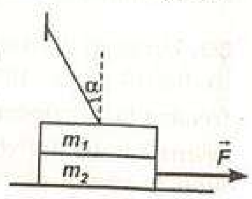
45. Pe o scândură aflată pe un plan orizontal cu masa m_1=2,5 kg este așezat un corp cu masa m_2=0,5 kg. Coeficientul de frecare dintre corp și scândură este μ_2=0,2, iar coeficientul de frecare la alunecare între plan și scândură este μ_1=0,1. Să se afle care este valoarea minimă a forței cu care se trage de scândură pentru ca acel corp aflat pe ea să înceapă să alunece.

46. Un corp cu masa m_1=1 kg se află pe o scândură suficient de lungă cu masa m_2=4 kg, care la rândul ei se află pe o masă orizontală fără frecări. Coeficientul de frecare la alunecare dintre corp și scândură este μ=0,2. Asupra scândurii se exercită o forță orizontală $F=c\cdot t$, unde c=5 N/s, iar t este timpul. Să se afle:

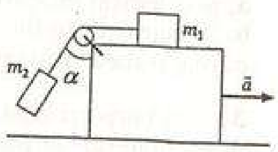
a. accelerația cu care se mișcă corpurile împreună în funcție de timp
b. momentul de timp la care corpurile încep să se miște independent
c. accelerațiile cu care se mișcă corpurile după ce acestea încep să se miște independent

47. Pe un plan orizontal se află două cărămizi, cea inferioară are masa m_2=2 kg, iar cea superioară are masa m_1=1 kg. Cărămida superioară este legată de un perete vertical cu un cablu care formează cu verticala unghiul $\alpha=45^0$ ca în figură. Între cărămizi există frecare, coeficientul de frecare la alunecare fiind μ=0,2. Se neglijează frecarea dintre cărămida inferioară și plan. Cărămida inferioară este trasă de o forță F pentru a o scoate de sub cea superioară. Să se afle:

a. tensiunea în fir
b. forța minimă F cu care trebuie trasă cărămida inferioară
c. forța cu care apasă cărămida inferioară pe planul orizontal

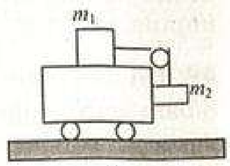


48. Un corp cu masa m_1=500 g se află pe o platformă care se poate deplasa fără frecare în plan orizontal cu accelerația a=4 m/s^2. Corpul cu masa m_1 este legat printr-un fir trecut peste un scripete de corpul m_2=100g ca în figură Corpurile nu se deplasează față de platformă. Să se afle:



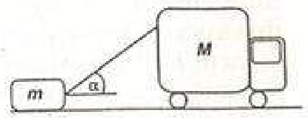
a. tensiunea în firul care leagă cele două corpuri
b. cosinusul unghiul cu care deviază corpul m_2 față de verticală
c. coeficientul de frecare dintre corpul m_1 și platformă

49. Corpurile din figură sunt legate printr-un fir ideal şi au masele m_1=10 kg şi m_2=2,5 kg. Ele sunt în repaus pe căruciorul aflat în mişcare rectilinie şi uniformă. Să se afle:



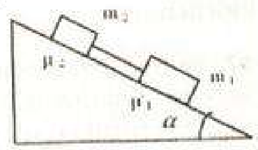
a. tensiunea în firul de legătură
b. valoarea coeficientului de frecare μ
c. acceleraţia care trebuie imprimată căruciorului, astfel încât dacă schimbăm locul corpurilor între ele, acestea să rămână în echilibru pe cărucior, dacă coeficientul de frecare μ este acelaşi pentru ambele corpuri

50. O maşină cu masa M=1500 kg se deplasează rectiliniu şi uniform pe un drum orizontal tractând o ladă cu masa m=100 kg prin intermediul unui cablu orientat la un unghi α=60° faţă de orizontală ca în figură. Coeficientul de frecare dintre ladă şi şosea este μ_1=0,8. Să se afle:
a. tensiunea din cablu
b. coeficientul de frecare dintre roţile maşinii şi asfalt
c. forţa de frecare care se exercită asupra fiecărei roţii, dacă se consideră că toate roţile sunt motoare şi toate apasă la fel asupra şoselei



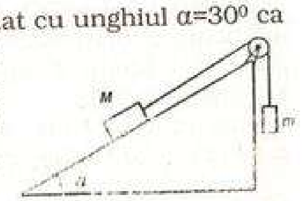
51. Un autocamion cu masa M=4 t de care este legată, printr-o bară rigidă, o remorcă cu masa m=1 t, se deplasează uniform cu viteza iniţială v_0=16 m/s. La un moment dat este acţionată frâna care blochează numai roţile autocamionului, odată cu încetarea acţiunii forţei de tracţiune dezvoltată de motor. Coeficientul de frecare la alunecare este μ=0,8. Să se afle:
a. acceleraţia cu care se mişcă autocamionul şi remorca, după ce încetează forţa de tracţiune dezvoltată de motor
b. forţa cu care este împins autocamionul de remorcă în timpul frânării
c. spaţiul parcurs de corpuri până la oprire din momentul acţionării frânei

52. Două corpuri cu masele m_1=4 kg şi m_2=8 kg legate printr-o tijă rigidă, alunecă liber pe un plan înclinat cu unghiul α=30° faţă de orizontală. Mişcarea se efectuează cu frecare, coeficientul de frecare fiind pentru primul corp $\mu_1 = 1/\left(2\sqrt{3}\right)$, iar pentru al doilea $\mu_2 = 1/(5\sqrt{3})$. Să se afle:



a. acceleraţia sistemului de corpuri
b. tensiunea din tijă
c. tensiunea din tijă în absenţa frecării între corpuri şi suprafaţa planului înclinat

53. Un corp cu masa M=3 kg este aşezat pe un plan înclinat cu unghiul α=30° ca în figură şi se poate mişca cu frecare, coeficientul de frecare la alunecare este $\mu = 1/\left(5\sqrt{3}\right)$. De corp este legat printr-un fir inextensibil trecut peste un scripete ideal aflat în vârful planului înclinat un alt corp cu masa m=1 kg. Să se afle:



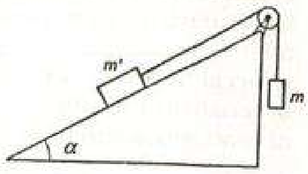
a. acceleraţia cu care se mişcă sistemul
b. tensiunea din fir
c. reacţiunea din axul scripetelui

54. Un corp cu masa M=1 kg este aşezat pe un plan înclinat suficient de lung, cu unghiul α=60° şi poate mişca cu frecare, coeficientul de frecare la alunecare este μ=0,2. De corp este legat printr-un fir inextensibil trecut peste un scripete ideal

aflat în vârful planului înclinat un alt corp cu masa m=5 kg ca în figura precedentă. Sistemul porneşte din repaus. Să se afle:
a. acceleraţia cu care se mişcă sistemul
b. tensiunea din fir
c. distanţa parcursă de sistemul de corpuri în timpul t=2 s
d. masa m pentru care corpul M urcă uniform pe planul înclinat

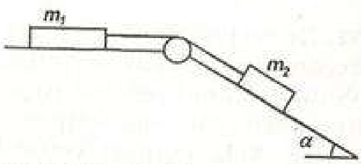
55. Pe un plan înclinat cu lungimea ℓ=10 m şi înălţimea h=6 m se află un corp cu masa m legat printr-un fir inextensibil de un taler cu masă neglijabilă. Corpul rămâne în echilibru pe planul înclinat dacă pe taler se aşază mase cuprinse între m_1=10 kg şi m_2=20 kg. Să se afle:
a. masa corpului m
b. coeficientul de frecare dintre corp şi plan
c. acceleraţia cu care coboară corpul cu masa m, dacă se dezleagă corpul cu masa m_1 şi se trage cu o forţă egală cu jumătate din greutatea acestui corp

56. În sistemul reprezentat în figura alăturată unghiul planului înclinat este α=30°. Valoarea masei corpului atârnat pentru care corpul de pe plan coboară cu viteză constantă pe plan este m_1=0,35 kg. Dacă masa corpului atârnat este m_2=0,65 kg, celălalt corp aflat pe plan urcă uniform pe acesta. Să se afle:



a. forţa de reacţiune care acţionează asupra axului scripetelui în timpul coborârii uniforme a corpului aflat pe planul înclinat
b. masa corpului de pe planul înclinat
c. coeficientul de frecare la alunecare dintre corpul aflat pe plan şi planul înclinat

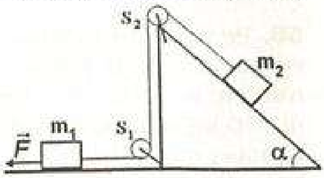
57. Pe un plan orizontal se află un corp cu masa m_1=100 g care se poate mişca cu frecare, coeficientul de frecare la alunecare fiind μ=0,2. De acest corp este prins printr-un fir ideal ce trece peste un scripete ideal un al doilea corp cu masa m_2=400 g aflat pe un plan înclinat cu unghiul α=30° ca în figură. Mişcarea corpului al doilea se face cu acelaşi coeficient de frecare. Să se afle:



a. acceleraţia cu care se mişcă sistemul
b. tensiunea din fir
c. reacţiunea din axul scripetelui
d. masa corpului m_1 pentru care sistemul se mişcă uniform

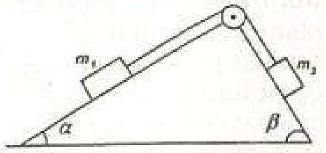
58. Sistemul din figură, format din corpuri identice având masele m_1=m_2=2 kg, sub acţiunea forţei constante F=27,2 N, orientată paralel cu suprafaţa planului înclinat. Deplasarea corpului de masă m_1 are loc în sensul forţei F. Corpurile sunt legate prin intermediul unui fir inextensibil şi de masă neglijabilă. Unghiul format de planul înclinat cu orizontala este $\alpha \approx 37°$(sinα=0,6), iar coeficientul de frecare la alunecare dintre corpuri şi suprafeţe este acelaşi, având valoarea μ=0,2. Să se afle:
pentru ca în timpul mişcării corpul de masă m_2 să nu atingă scripetele.
a. acceleraţia sistemului de corpuri
b. tensiunea din fir
c. reacţiunea în axul scripetelui
d. intervalul de timp necesar sistemului de corpuri pentru a parcurge distanţa d=1,44 m

59. Un sistem format din două corpuri de mase m_1=2 kg şi m_2=0,5 kg, legate printr-un fir inextensibil şi de masă neglijabilă, se poate deplasa cu frecare sub acţiunea forţei de tracţiune F=10 N, paralelă cu suprafaţa orizontală, ca în figură. Coeficienţii de frecare la alunecare ai celor două corpuri cu suprafaţa orizontală, respectiv cu suprafaţa planului înclinat au aceeaşi valoare, μ=0,2. Unghiul planului înclinat este α=45°. Să se afle:



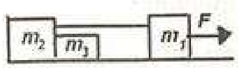
a. acceleraţia sistemului
b. forţa de tensiune din fir
c. forţa exercitată asupra axului scripetelui S_1
d. forţa F astfel ca sistemul să se deplaseze uniform în acelaşi sens ca la punctul **a.**

60. Pe două plane înclinate cu unghiurile α=60° şi β=30° se află două corpuri cu masele m_1=1 kg şi m_2=7 kg legate printr-un fir inextensibil trecut peste un scripete ideal fixat în vârful planelor comune ca în figură. Coeficienţii de frecare la alunecare sunt μ_1=0,1 şi respectiv μ_2=0,2. Să se afle:

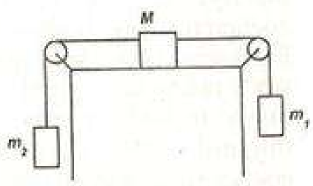


a. acceleraţia cu care se mişcă sistemul
b. tensiunea din fir
c. reacţiunea din axul scripetelui

61. Corpurile au masele m_1=5 kg, m_2=1 kg şi m_3=2 kg. De corpul m_1 se trage cu o forţă F=28 N ca în figură. Între toate corpurile şi suprafaţa orizontală coeficientul de frecare are aceeaşi valoare μ=0,25. Să se afle:
a. acceleraţia fiecărui corp
b. tensiunea din firul ce leagă corpurile
c. forţa cu care corpul m_2 împinge corpul m_3



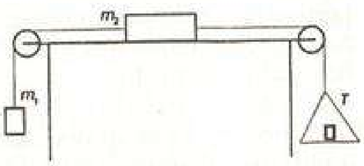
62. De corpul cu masa M=4 kg care se poate deplasa cu frecare pe un plan orizontal, coeficientul de frecare la alunecare fiind μ=0,25 sunt prinse două fire ideale ce trec peste câte un scripete ideal. De aceste fire sunt prinse două corpuri verticale cu masele m_1=5 kg şi m_2=1 kg ca în figură. Să se afle:



a. acceleraţia cu care se mişcă sistemul
b. tensiunile din cele două fire de legătură
c. masa m_1 pentru care sistemul se mişcă uniform în acelaşi sens ca la punctul

63. Corpul cu masa M=4 kg este legat prin intermediul a două fire ideale ca în figura precedentă de corpurile cu masele m_1 şi m_2=2 kg. Corpul cu masa M se deplasează cu frecare, iar coeficientul de frecare este μ=0,25. Ansamblul de corpuri porneşte din repaus. Sistemul se deplasează spre dreapta cu acceleraţia a=2 m/s². Să se afle:
a. masa m_1
b. raportul tensiunilor din cele două fire în condiţiile punctului **a.**
c. coeficientul de frecare, dacă m_1=4 kg şi sistemul se deplasează spre dreapta cu acceleraţia a_1=1,2 m/s²

64. Un elev realizează dispozitivul din figură. Corpurile au masele m_1=3 kg şi m_2=8 kg iar talerul are masa neglijabilă. Elevul observă că dacă pune un cubuleţ pe taler, corpul m_1 începe să coboare uniform, iar dacă mai adaugă încă 4



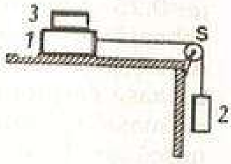
cubulețe identice pe taler, corpul m_1 începe să urce uniform. Să se afle:

a. coeficientul de frecare la alunecare dintre corpul m_2 și suprafața plană

b. masa unui cubuleț

c. accelerația sistemului dacă pe taler elevul așază 3 cubulețe identice fiecare cu masa m=200 g

65. În sistemul reprezentat în figura alăturată, de corpul 1 de masă m_1=800 g este prins un corp 2 cu masa m_2=200 g. Peste corpul 1 este așezat corpul 3 cu masa m_3=200 g. Sistemul se deplasează cu viteză constantă, iar corpul 3 rămâne în repaus față de corpul 1. Să se afle:



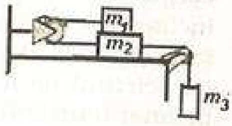
a. coeficientul de frecare la alunecare dintre corpul 1 și planul orizontal

b. accelerația sistemului nou format dacă corpul 3 este luat de pe corpul 1 și legat de corpul 2

c. forța de apăsare în scripetele S în condițiile punctului anterior

d. tensiunea din firul care leagă corpurile 2 și 3

66. Fie copurile cu masele m_1=2 kg, m_2=3 kg și m_3=10 kg din desenul alăturat. Între cele două corpuri aflate pe suprafața orizontală este frecare cu μ_1=0,2 și între corp și masă este frecare cu μ_2=0,1. Să se afle:

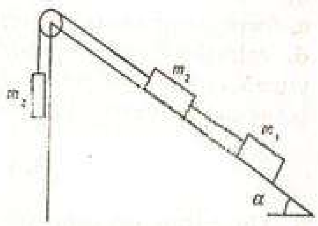


a. accelerația sistemului de corpuri

b. tensiunile din fire

c. masa m_3 care determină deplasarea uniformă a sistemului în același sens

67. Un plan înclinat formează cu orizontala un unghi α=60⁰. Trei corpuri cu masele m_1=1 kg, m_2=2 kg și m_3=5 kg sunt legate între ele cu ajutorul unor fire ideale ca în figură. Corpurile aflate pe planul înclinat se deplasează cu frecare, coeficientul de frecare la alunecare fiind același μ=0,2. Să se afle:

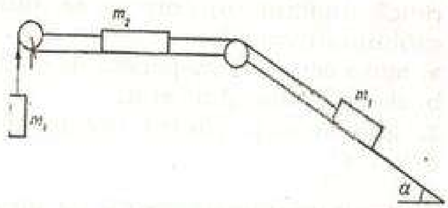


a. accelerația cu care se mișcă sistemul

b. tensiunea din firul ce leagă corpul 3 de corpul 2

c. tensiunea din firul ce leagă corpul 2 de corpul 1

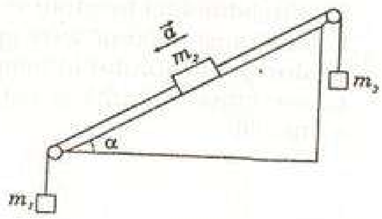
68. Pe un plan orizontal se află un corp cu masa m_2=2 kg care se poate deplasa cu frecare, cu coeficientul de frecare la alunecare fiind μ_2=0,2. De acest corp sunt prinse două fire, unul de un corp aflat pe verticală cu masa m_3=1 kg trecut peste un scripete ideal și celălalt de un corp cu masa m_1=5 kg aflat pe un plan înclinat cu un unghiul α=30⁰ tot cu ajutorul altui scripete ca în figură. Corpul cu masa m_1 se deplasează cu frecare, coeficientul de frecare la alunecare fiind μ_1=0,1. Să se afle:



a. accelerația cu care se mișcă sistemul

b. tensiunile din cele două fire de legătură

69. La capetele unui plan înclinat cu unghiul α=30⁰ se află doi scripeți peste care este trecut câte un fir iar la extremitățile acestor fire sunt atârnate corpurile cu masele m_1=4 kg și m_3=2 kg ca în figură. Pe plan se află un corp cu masa m_2=2 kg care se



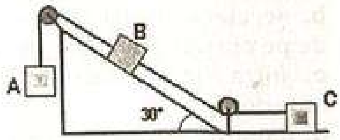
poate deplasa cu frecare, coeficientul de frecare la alunecare fiind μ=0,2. Să se afle:

a. accelerația cu care se mişcă sistemul

b. tensiunile din cele două fire de legătură

c. accelerația sistemului de corpuri m_1 şi m_2 dacă se rupe firul care leagă corpul m_3 de corpul m_2

70. Corpurile *A*, *B* şi *C* sunt plasate ca în figură şi legate prin fire care trec peste doi scripeţi ideali. Atât pe planul înclinat cât şi pe cel orizontal mişcarea se efectuează cu frecare, coeficienţii de frecare la alunecare fiind $\mu_B=1/(2\sqrt{3})$ şi μ_C=0,25. Corpurile *B* şi *C* au fiecare greutatea egală cu 40 N, iar corpul *A* coboară cu viteză constantă. Să se afle:

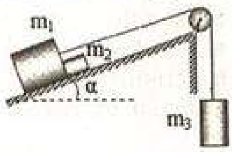


a. forțele de tensiune din fire

b. masa corpului *A*

c. masa corpului *A* pentru care tot sistemul se mişcă accelerat cu accelerația a=2 m/s²

71. În sistemul de corpuri reprezentat schematic în figura alăturată, masele corpurilor sunt $m_1=m_2$=1 kg, respectiv m_3=3 kg. Unghiul format de planul înclinat cu orizontala este $\alpha \approx 37^0$(sinα=0,6). Sistemul este lăsat liber din repaus, iar corpurile de mase m_1 şi m_2 se deplasează cu frecare, coeficientul de frecare la alunecare dintre acestea si planul înclinat fiind μ=0,5. Să se afle:



a. accelerația sistemului de corpuri

b. forța cu care corpul de masă m_1 împinge corpul de masă m_2

c. forța de apăsare pe scripete

d. valorile forței *F* pentru care sistemul de corpuri m_1 şi m_2 se deplasează cu viteză constantă pe planul înclinat, dacă se dezleagă corpul de masă m_3 şi se trage de fir, vertical în jos, cu forța *F*

2.4. Legea lui Hooke. Forța elastică

1. Un cablu de oțel are lungimea nedeformată ℓ_0=20 m şi diametrul d=1 mm. Modulul de elasticitate al lui Young pentru acest oțel $E=2,15\cdot10^{11}$ N/m². Cablul ridică uniform un corp şi se alungeşte cu $\Delta\ell$=1,77 mm. Se neglijează masa cablului. Să se afle:

a. masa corpului suspendat de cablu

b. efortul unitar din cablu

c. alungirea şi efortul unitar, dacă cablul se ridică vertical cu accelerația a=2m/s²

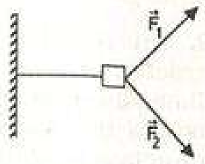
2. Un lift cântăreşte m=976 kg, iar cablul său de acționare, din oțel, cu lungimea maximă verticală ℓ=30 m şi secțiunea S=3 cm² cântăreşte pe fiecare metru m_0=1,6 kg. La pornirea accelerată de la parter accelerația este a=1,5 m/s². Pentru oțel modulul de elasticitate al lui Young $E=2\cdot10^{11}$ N/m², iar efortul unitar maxim admisibil în cablu este $\sigma=5,75\cdot10^7$ N/m². Să se afle:

a. tensiunea maximă care apare în cablu la pornirea accelerată a liftului

b. alungirea cablului în momentul pornirii

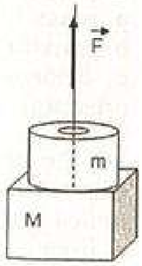
c. secțiunea minimă a cablului pentru a nu se depăşi efortul unitar maxim admisibil

3. Două forțe de valori egale $F_1=F_2=2\sqrt{2}$ N având direcții perpendiculare într-un plan orizontal, acționează asupra unui corp cu masa m=2 kg, legat printr-un fir de lungime ℓ_0=0,5 m și secțiune S=1 mm² de un perete fix. La un moment dat se taie firul, corpul deplasându-se fără frecare pe planul orizontal sub acțiunea rezultantei forțelor. Să se afle:



a. rezultanta celor două forțe
b. modulul de elasticitate al firului, știind că alungirea sa sub acțiunea forței rezultante este $\Delta\ell$=20 μm
c. viteza corpului după t=2 s de la tăierea firului

4. Un bloc de lemn cu masa M=5 kg este suspendat de un fir de oțel. Peste bloc este așezat un manșon de fier cu masa m=3 kg. De firul de oțel, care traversează manșonul de-a lungul axei acestuia, fără să-l atingă, se trage vertical în sus cu o forță constantă F=96 N. Să se afle:



a. forța cu care blocul împinge manșonul
b. intervalul de timp în care viteza sistemului variază cu Δv=6 m/s
c. efortul unitar din fir, dacă secțiunea acestuia are diametrul $d=1/\pi$ mm

5. Un corp cu masa m=20 kg este tras uniform pe o suprafață plană și orizontală, având coeficientul de frecare la alunecare, $\mu=\sqrt{3}/4$, prin intermediul unui cablu elastic, de masă neglijabilă, ce formează unghiul $\alpha=30^0$ cu orizontala. Diametrul cablului este $d=\sqrt{2/\pi}$ mm, iar alungirea relativă a acestuia este ε=2%. Să se afle:
a. forța de tracțiune
b. modulul de elasticitate longitudinală al materialului cablului
c. forța de reacțiune normală la suprafață

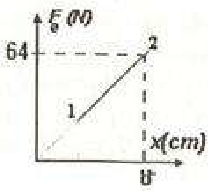
6. Două cabluri metalice de oțel cu secțiunile egale S=1 cm² sunt fixate de câte un zid, iar capetele libere ale lor se prind împreună în prelungire. Distanța dintre ziduri este ℓ=15 m, iar lungimile cablurilor nedeformate sunt ℓ_1=7,25 m și ℓ_2=7,55 m. Cunoscând modulul de elasticitate al lui Young $E=2\cdot10^{11}$ N/m², să se afle:
a. tensiunile din cele două cabluri
b. alungirile absolute ale cablurilor
c. eforturile unitare la care sunt supuse cablurile

7. Datele din tabelul atașat au fost obținute într-un experiment de studiere a deformării unei corzi elastice. Coarda a fost utilizată pentru a trage uniform și orizontal, pe o suprafață orizontală, un corp de masă m=2,5 kg cu frecare, (μ=0,2). Se neglijează greutatea corzii. Să se afle:

F(N)	0	5	10	15	20	25	30
ℓ(cm)	340	340,6	341,2	341,8	342,4	343,1	344,1

a. domeniul de valori pentru care este valabilă legea lui Hooke
b. constanta elastică a corzii
c. alungirea absolută a corzii în timpul deplasării uniforme a corpului

8. Graficul din figura alăturată indică dependența forței elastice de alungirea resortului. Un corp cu masa m=200 g este suspendat la capătul inferior al resortului elastic vertical fixat la capătul superior. Să se afle:



a. constanta elastică a resortului

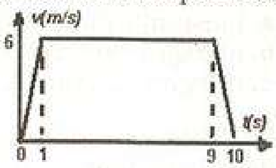
b. alungirea absolută a resortului în situaţia în care corpul suspendat la capătul resortului este în echilibru
c. alungirea resortului, dacă se fixează capătul superior al resortului de tavanul unui cărucior care se deplasează orizontal cu acceleraţia a=4,582 m/s²

9. Un resort suspendat vertical are masa neglijabilă şi lungimea în stare nedeformată ℓ_0=20 cm. Prinzând de capătul liber al resortului o bilă de mici dimensiuni, la echilibru, lungimea acestuia creşte cu f=5%. Dacă se acţionează asupra bilei prinse de resort cu o forţă verticală de modul F_1=5 N, la echilibru, alungirea resortului se dublează. Să se afle:
a. masa bilei
b. constanta elastică a resortului
c. deformarea resortului, dacă forţa F_1 este înlocuită de o altă forţă orientată orizontal, de modul F_2=3,32 N

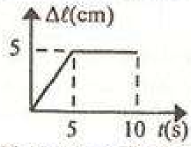
10. De tavanul unui lift este suspendat un dinamometru (resort) cu constanta elastică k=200 N/m de care atârnă un corp cu masa m=1 kg. Să se afle ce forţă indică dinamometrul dacă liftul:
a. urcă cu acceleraţia a=0,8 m/s²
b. coboară accelerat cu acceleraţia a=0,8 m/s²
c. se deplasează uniform

11. Când un copil se cântăreşte pe un cântar resortul cântarului se deformează cu x=2 cm, iar acul indică m=30 kg. Apoi pe cântar se urcă un adult cu masa M=90 kg. Să se afle:
a. constanta elastică a resortului cântarului
b. deformaţia resortului dacă în locul copilului pe cântar se urcă adultul
c. masa indicată de acul cântarului când adultul se află pe acesta şi cântarul se află într-un lift care coboară frânat cu acceleraţia a=0,6 m/s²

12. De tavanul unui ascensor este suspendat prin intermediul unui resort un corp de iluminat cu masa m=500 g. Lungimea nedeformată a resortului este ℓ_0=20 cm. Graficul alăturat reprezintă viteza ascensorului în timpul mişcării de la parter până la ultimul etaj. Să se afle:
a. constanta elastică a resortului dacă deformarea datorată atârnării corpului de iluminat este $\Delta\ell$=1 cm când $t\in$ (1,9) s
b. lungimea deformată a resortului în cea de-a treia etapă a mişcării
c. numărul de nivele ale clădirii dacă distanţa dintre două etaje succesive este h_0=3 m



13. Un corp cu masa m=5 kg este tras cu frecare pe o suprafaţă orizontală, prin intermediul unui resort cu constanta elastică k=200 N/m, paralel cu suprafaţa. Deformarea resortului în funcţie de timp este reprezentată în figura alăturată. Să se afle:
a. forţa elastică la momentul t=3 s
b. forţa de frecare când $\Delta\ell$=2 cm
c. coeficientul de frecare la alunecare

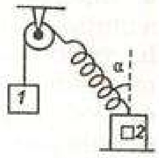


14. Asupra unui corp de masă m=1 kg se exercită forţele F_1=7 N şi F_2=4 N ca în figură. Unghiul dintre direcţia forţei F_2 şi orizontală este α=30°. Mişcarea corpului pe planul orizontal se face cu frecare (μ=0,2), iar constanta elastică a resortului este k=100 N/m. Să se afle:

a. alungirea resortului
b. valoarea accelerației corpului
c. valoarea minimă a forței F_2 pentru care corpul aflat în situația de mai sus nu mai apasă pe planul orizontal, dacă menține nemodificat unghiul α făcut cu suprafața orizontală

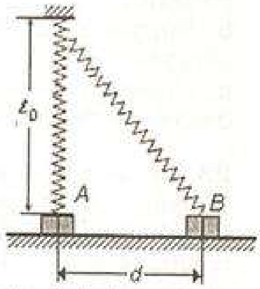
15. Un corp cu masă m=500 g aflat pe un plan orizontal este pus în mişcare rectilinie uniformă prin tragere cu ajutorul unui resort orizontal care are constanta elastică k=50 N/m şi este întins cu x_0=1 cm. Să se afle:
a. coeficientul de frecare
b. accelerația corpului când alungirea resortului este $x=3x_0$
c. alungirea resortului, dacă corpul este tras accelerat pe acelaşi plan orizontal cu accelerația a_1=0,83 m/s^2 cu ajutorul resortului care formează cu orizontala un unghi $\alpha=30^0$

16. Fie sistemul din figură. Se cunosc m_1=3 kg, $\alpha=60^0$ şi k=500 N/m. Corpul 2 este un cub cu densitatea ρ=8000 kg/m^3 şi latura ℓ=10 cm are un gol de formă cubică cu latura ℓ_1=4 cm. Să se afle:
a. alungirea resortului
b. forța cu care cubul apasă pe suprafața plană
c. coeficientul de frecare minim dintre corpul 2 şi suprafața orizontală, dacă acesta nu alunecă pe suprafață



17. Un corp cu masa m=50 g este suspendat de un resort cu constanta elastică k=100 N/m. Să se afle:
a. alungirea resortului
b. alungirea resortului şi valoarea forței F, dacă se trage de corp cu o forță orizontală F până când resortul formează cu verticala un unghi $\alpha=60^0$
c. alungirea resortului dacă se trage de corp cu forța cu valoarea de la punctul **b.**, până când resortul devine orizontal şi sinusul unghiului format de forța F cu orizontala

18. Un corp cu masa m=1,115 kg este aşezat pe o scândură orizontală şi în acelaşi timp suspendat printr-un resort vertical nedeformat de lungime ℓ_0=10 cm şi constantă elastică k=50 N/m (poziția A). Scândura este suficient de lungă şi este trasă orizontal, iar când resortul deviază cu unghiul $\alpha=60^0$ față de verticală (poziția B) corpul începe să se deplaseze. Să se afle:

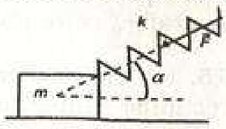


a. coeficientul de frecare la alunecare dintre corp şi scândură
b. forța cu care corpul apasă asupra scândurii când resortul este deviat
c. accelerația corpului în momentul trecerii acestuia prin poziția A, dacă scândura este trasă mult iar corpul alunecă spre A depăşind această poziție

19. Un corp de masă m=1 kg este aşezat pe o suprafață orizontală şi este în acelaşi timp legat de un resort cu masa neglijabilă, vertical, de lungime nedeformată ℓ_0=12 cm şi de constantă elastică k=260 N/m, ca în poziția A din figura precedentă în care resortul este nedeformat. Corpul este adus în poziția B din figură ($AB=d$=9 cm), de o forță orizontală, după care este eliberat. Între corp şi suprafața orizontală există frecare, coeficientul de frecare la alunecare fiind μ=0,1. Să se afle:
a. valoarea forței elastice care acționează asupra corpului în poziția B
b. forta orizontală care ține corpul în repaus în punctul B

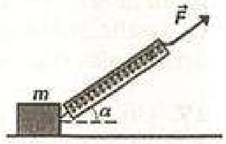
c. accelerația corpului în momentul în care este eliberat în poziția B

20. Un corp cu masa m=300 g, așezat pe un plan orizontal, este împins uniform ca în figură de un resort cu constanta elastică k=30 N/m. Axa resortului comprimat formează cu orizontala un unghi α=45°. Coeficientul de frecare dintre corp și plan este μ=0,2. Să se afle:

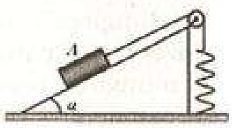


a. valoarea comprimării resortului
b. forța elastică dacă comprimarea resortului crește de $\sqrt{2}$ ori
c. accelerația corpului în condițiile punctului **b.**

21. Un corp de masă m=0,5 kg se poate deplasa cu frecare pe o suprafață orizontală, sub acțiunea unei forțe orientate sub unghiul α=45° față de orizontală, ca în figura alăturată. Când dinamometrul indică forța $F_1=\sqrt{2}$ N corpul se deplasează uniform, iar când dinamometrul indică forța $F_2=1{,}2\sqrt{2}$ N corpul se deplasează accelerat. Să se afle:
a. raportul dintre alungirea resortului dinamometrului în cazul mișcării sub acțiunea forței F_2 și alungirea resortului în cazul mișcării sub acțiunea forței F_1
b. coeficientul de frecare la aluncare dintre corp și suprafața orizontală
c. accelerația a
d. valoarea minimă a forței F_3 indicate de dinamometru în cazul în care corpul nu mai apasă pe suprafață

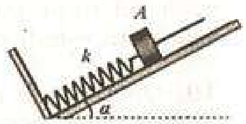


22. Corpul A cu masa m=2 kg este așezat pe un plan înclinat cu unghiul α=30° față de orizontală. De corp este prins un fir ideal care la celălalt capăt este legat de un resort ca în figură. Resortul are lungimea nedeformată ℓ_0=80 cm și constanta elastică k=100 N/m. Să se afle:

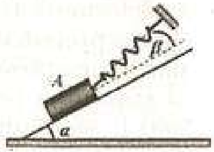


a. lungimea resortului, dacă se neglijează frecarea corpului cu planul
b. lungimea resortului, dacă coeficientul de frecare dintre corp și plan este μ=0,346
c. alungirea resortului astfel încât corpul să urce uniform cu frecare μ=0,346, dacă se dezleagă capătul resortului legat de planul orizontal și se trage de acesta

23. De un resort elastic ideal, suspendat vertical, având constanta elastică k și lungimea nedeformată ℓ_0=12 cm, se atașează un corp solid A de masă m=100 g. La echilibru, lungimea resortului este ℓ_1=13 cm. Corpul solid A, atașat de același resort, este apoi așezat de-a lungul unui plan înclinat de unghi α, ca în figura alăturată. Lungimea resortului în noua poziție de echilibru este ℓ_2=11,5 cm. Se neglijează forțele de frecare. Să se afle:
a. constanta elastică a resortului k
b. forța elastică din resort când corpul este pe plan
c. valoarea unghiului α



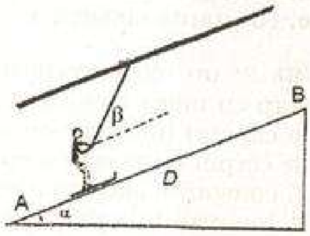
24. Un corp A cu masa m=300 g este menținut în echilibru pe un plan înclinat care formează unghiul α=45° cu orizontala cu ajutorul unui resort elastic ca în figura alăturată. Se cunosc β=30°, constanta elastică a resortului k=100 N/m și coeficientul de frecare μ=0,141. Să se afle:



a. forța care apare în resort

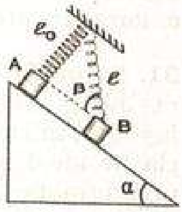
b. alungirea resortului
c. forța de apăsare normală

25. Un schior cu masa m=80 kg urcă cu o viteză constantă v=2 m/s pe o pârtie AB acoperită cu zăpadă pe fiind tractat de un cablu elastic cu constanta elastică k=6970 N/m conectat la cablul de teleschii ca în figură. Cunoscând unghiul pârtiei α ($\sin\alpha$=0,6), unghiul dintre cablu și direcția pârtiei $\beta=45^0$, coeficientul de frecare la alunecare dintre schiuri și pârtie μ=0,1 și lungimea pârtiei D=41,6 m, să se afle:



a. alungirea cablului elastic
b. apăsarea schiorului asupra pârtiei la urcare
c. timpul necesar urcării pârtiei
d. alungirea cablului elastic dacă pe pârtie teleschiul se oprește datorită unei defecțiuni

26. Un corp cu masa m=400 g este atârnat de un resort cu masa neglijabilă, fiind menținut în repaus în poziția A, ca în figura alăturată. În poziția A resortul este nedeformat, are lungimea ℓ_0=0,4 m și este perpendicular pe planul înclinat. Corpul este lăsat să alunece pe plan. În momentul în care corpul trece, în timpul coborârii, prin punctul B, accelerația acestuia este nulă. În poziția B resortul formează unghiul $\beta=45^0$ cu direcția planului înclinat. Coeficientul de frecare dintre corp și suprafața planului este egal cu μ=0,2, iar unghiul de înclinare al planului este α ($\sin\alpha$=0,6). Să se afle:



a. alungirea resortului în momentul trecerii corpului prin poziția B
b. forța elastică exercitată asupra resortului în poziția B
c. constanta elastică a resortului
d. forța de apăsare exercitată de corp în poziția B

27. Două resorturi cu aceeași lungime inițială au constantele elastice k_1=10 N/m și k_2=30 N/m. Să se afle:
a. constanta resortului echivalent, dacă resorturile se leagă în serie
b. constanta resortului echivalent, dacă resorturile se leagă în paralel
c. reprezentarea grafică a constantei elastice k, a sistemului format prin legarea a n părți identice în paralel, dacă aceste părți provin din tăierea primului resort în n părți identice, în funcție de numărul părților tăiate n

28. Un gândăcel se află pe o masă orizontală și trage paralel cu masa de un inelus elastic foarte fin, agățat de un cui înfipt în masă. Din momentul în care inelușul începe să opună rezistență, gândăcelul mai face n_1=10 pași până când începe să alunece pe masă. Dacă trage din nou dar având și un bob de orez în brațe cu masa m_0=0,05 g se poate deplasa n_2=14 pași până când începe să alunece. Dacă gândăcelul se lasă să atârne la marginea mesei suspendat de cui prin intermediul inelușului, acesta se deformează elastic pe o distanță echivalentă cu n_0=25 de pași ai gândăcelului. Să se afle:

a. masa gândăcelului
b. coeficientul de frecare dintre gândăcel și masă
c. numărul de pași făcuți de gândăcel din momentul tensionării firului elastic până la începerea alunecării, dacă inelușul elastic este tăiat într-un punct și rămâne fixat de cui ca în figură

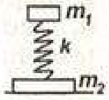
29. Două discuri de mase m_1=100 g și m_2=300 g sunt prinse între ele cu un resort de masă neglijabilă. Suspendând de un fir sistemul de discul superior, de masă m_2, resortul are lungimea ℓ_1=40 cm. Așezând sistemul vertical pe o masă cu discul cu masa m_1 în partea inferioară, lungimea resortului devine ℓ_2=20 cm. Să se afle:

a. tensiunea din firul de care este prins discul m_2

b. lungimea resortului nedeformat

c. constanta elastică a resortului

30. Pe un resort vertical așezat ca în figură se află prins la capătul superior un corp cu masa m_1=250 g care comprimă resortul cu x=1 cm. Masa corpului prins la capătul inferior este m_2=500 g. La un anumit moment se trage vertical în sus de corpul cu masă m_1 cu viteza constantă v=2 mm/s. Să se afle:

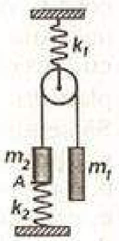


a. constanta elastică a resortului

b. intervalul de timp măsurat din momentul tragerii după care corpul inferior se desprinde de suprafață

c. forța cu care se trage vertical la momentul t=10 s

31. De un fir trecut peste un scripete ideal sunt legate două corpuri cu masele m_1=300 g și m_2=100 g prin intermediul unui resort ideal și cu constanta elastică k_1=50 N/m ca în figură. Corpul de masă m_2 este legat, în punctul A, de un resort elastic ideal prins de un suport fix cu lungimea resortului în stare nedeformată ℓ_0=25 cm și constanta elastică de k_2=100 N/m. În aceste condiții, sistemul este în echilibru. Se desface apoi legătura din punctul A dintre resort și corpul m_2 și se lasă sistemul liber. Să se afle:



a. lungimea resortului prins în punctul A în starea de echilibru

b. accelerația sistemului de corpuri după ce sistemul se lasă liber

c. tensiunea din fir după ce sistemul se lasă liber

d. alungirea resortului cu constanta k_1 după ce sistemul se lasă liber

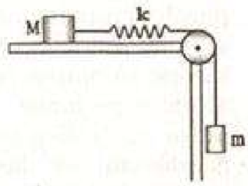
32. Pe o suprafață orizontală se află două corpuri cu masele m_1=200 g și m_2=400 g legate cu ajutorul unui resort cu constanta elastică k=100 N/m. Coeficientul de frecare dintre cele două corpuri și planul orizontal este μ=0,4. Corpul 2 este prins de un perete vertical cu ajutorul unui fir orizontal care poate rezista la o forță de rupere F=2 N. Să se afle:

a. forța minimă orizontală care acționând asupra primului corp rupe firul

b. forța minimă orizontală care acționând asupra primului corp asigură deplasarea uniformă a sistemului de corpuri după ruperea firului

c. alungirea resortului în condițiile punctului **b.**

33. Un corp cu masa M=2 kg se află pe un plan orizontal pe care se poate mișca cu frecare, coeficientul de frecare fiind μ=0,2. Corpul este prins de un fir cu un alt corp cu masa m=4 kg, care este trecut peste un scripete și atârnă vertical. Dacă în fir este inserat un resort cu constanta elastică k=500 N/m. Să se afle:



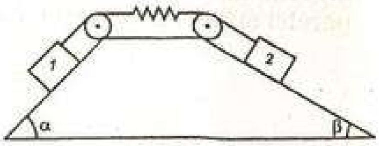
a. accelerația sistemului de corpuri

b. alungirea resortului

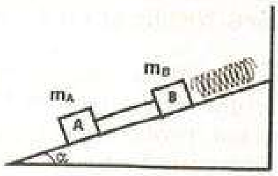
c. reacțiunea în axul scripetelui

34. Fie sistemul din figură. Se cunosc m_1=1 kg, lungimea resortului nedeformat ℓ_0=80 cm, constanta elastică a resortului k=100 N/m, α=45°, β=30° și se neglijează frecările. Să se afle:

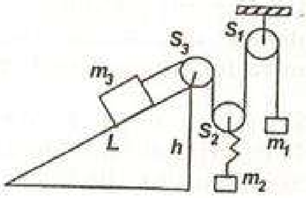
a. masa corpului 2, astfel ca sistemul să se afle în echilibru
b. lungimea finală a resortului
c. lungimile finale ale resortului, astfel ca sistemul să se afle în echilibru dacă coeficientul de frecare este același μ=0,2 iar masa corpului 2 este aleasă convenabil în fiecare caz



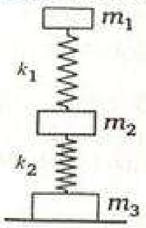
35. Două corpuri *A* și *B* cu masele m_A=2 kg și m_B=1 kg, legate între ele printr-un fir inextensibil și de masă neglijabilă, se află pe un plan înclinat cu unghiul α=30^0 față de orizontală, ca în figura alăturată. Corpurile sunt prinse de un perete vertical prin intermediul unui resort fără masă, cu constanta de elasticitate k=150 N/m. Între corpuri și suprafața planului există frecări (μ=0,173), iar sistemul se află în echilibru. Să se afle:
a. forța de tensiune din firul care leagă corpurile
b. alungirea resortului care susține sistemul de corpuri
c. dacă alungirea resortului se modifică în situația în care se schimbă între ele pozițiile celor două corpuri. Justificați răspunsul.



36. Fie sistemul mecanic din figură. Lungimea planului înclinat este L=4 m și înălțimea planului înclinat este h=2 m. Forța de frecare dintre corpul m_3 și plan este F_f=2 N. Să se afle:
a. valorile minime ale maselor m_1 și m_2 pentru care sistemul se află în echilibru, dacă m_3=3 kg
b. constanta elastică a resortului dacă acesta se alungește cu $\Delta\ell$=1,3 cm
c. valorile maselor m_1 și m_2 pentru care corpul m_3=3 kg urcă uniform pe plan



37. Un corp cu masa m_3=500 g se sprijină pe o suprafață plană. De acest corp este prins un resort vertical (2) cu constanta elastică k_2=60 N/m peste care se află un alt corp cu masa m_2=300 g. De corpul al doilea este prins un al doilea resort vertical (1) cu constanta elastică k_1=20 N/m, pe care se așază un corp cu masa m_1=200 g ca în figură. Să se afle:
a. raportul comprimărilor $\Delta\ell_1/\Delta\ell_2$
b. valoarea forței cu care trebuie apăsat vertical corpul superior m_1 pentru ca acest raport să devină egal cu 2
c. valoarea forței de apăsare exercitată de corpul m_3 asupra suprafeței de sprijin în condițiile de la punctul precedent



38. Trei discuri identice fiecare cu masa m=3 kg sunt legate cu două resorturi elastice identice și se află pe o suprafață orizontală ca în figura precedentă. Lungimile resorturilor sunt ℓ_1=12 cm și respectiv ℓ_2=18 cm. Să se afle:
a. lungimea nedeformată a unui resort
b. constanta elastică a unui resort
c. valoarea forței de reacțiune normală cu care suprafața orizontală acționează asupra discului inferior

39. Trei corpuri identice sunt agățate de trei resorturi elastice identice ideale cu constantele elastice k=200 N/m, ca în figura alăturată. Suma alungirilor celor trei resorturi este $\Delta\ell$=12 cm. Să se afle:
a. alungirea resortului inferior
b. forța elastică care se exercită în resortul din mijloc

c. constanta elastică a resortului echivalent, dacă două resorturi se leagă în paralel şi apoi gruparea lor se leagă în serie cu al treilea

2.5. Legea atracţiei universale

Constante utilizate: constanta atracţiei universale $k=6,67\cdot10^{-11}$ Nm^2/kg^2, raza medie a Pământului $R_P=6370$ km şi acceleraţia gravitaţională medie la suprafaţa Pământului $g_0=9,8$ m/s^2.

1. Să se afle valoarea forţei de atracţie dintre două corpuri cu masele $m_1=m_2=80$ kg, dacă distanţa dintre centrele lor este $r=1$ m.

2. Să se calculeze forţa de atracţie gravitaţională exercitată asupra Pământului de către Soare, dacă masa Soarelui este $M=2\cdot10^{30}$ kg, masa Pământului este $m=6\cdot10^{24}$ kg şi raza medie a orbitei Pământului faţă de Soare este $R_{P-S}=1,5\cdot10^{11}$m.

3. Se ştie că electronul se roteşte în atomul de hidrogen în jurul protonului pe o orbită cu raza $r=5,3\cdot10^{-10}$ m. Se cunosc masa electronului $m_e=9,1\cdot10^{-31}$ kg şi iar masa protonului $m=1840m_e$. Să se calculeze forţa de atracţie gravitaţională dintre un electron şi proton.

4. Să se afle greutatea unui cosmonaut care pe Pământ are masa $m=80$ kg pe o planetă, dacă masa planetei este de nouă ori mai mică decât masa Pământului iar raza planetei este de patru ori mai mică decât raza Pământului.

5. Distanţa dintre Pământ şi Lună este $d=3,8\cdot10^5$ km. Masa Pământului este de 81 de ori mai mare decât a Lunii. Să se afle distanţa faţă de Pământ la care un cosmonaut de află în imponderabilitate.

6. Să se afle altitudinea faţă de suprafaţa Pământului la care acceleraţia gravitaţională se reduce la jumătate din valoarea de la suprafaţa Pamântului.

7. Masa Lunii este de 81 ori mai mică decât masa Pământului. Diametrul Lunii este 3/11 din diametrul mediu al Pământului. Să se afle acceleraţia gravitaţională medie de la nivelul Lunii.

8. Să se afle raportul acceleraţiilor gravitaţionale la suprafeţele a două planete g_1/g_2, dacă raportul maselor celor două planete este $M_1/M_2=1/8$, iar raportul razelor $R_1/R_2=1/2$.

9. Să se afle densitatea medie a Pământului.

10. Dacă acceleraţia gravitaţională medie la suprafaţa unei planete depărtate este de 2,5 ori mai mare decât acceleraţia gravitaţională medie de la suprafaţa Pământului, să se afle raportul dintre densitatea medie a planetei şi cea a Pământului, ştiind că planeta are un diametru de trei ori mai mare decât diametrul Pământului.

11*. Ştiind că pe o planetă acceleraţia gravitaţională la suprafaţa planetei este de 15 ori mai mică decât la suprafaţa Pământului, de câte ori este mai înaltă o detentă a aceluiaşi om pe planetă decât pe Pământ?

12*. Să se afle masa Soarelui, dacă viteza liniară de rotaţie a Pământului în jurul Soarelui este $v=30$ km/s, constanta atracţiei universale $k=6,67\cdot10^{-11}$ Nm^2/kg^2 iar raza orbitei Pământului este $R=1,5\cdot10^{11}$ km.

13*. Să se afle valoarea vitezei pe o orbită cu raza $r=2R_P$ a unei nave cosmice care se roteşte în jurul Pământului. Se cunosc raza medie a Pământului R_P=6400 km şi acceleraţia gravitaţională medie la suprafaţa Pământului g_0=9,8 m/s^2.

14*. Să se afle la ce distanţă de centrul Pământului trebuie plasat un satelit geostaţionar, care se mişcă pe o traiectorie circulară în planul ecuatorial al Pământului, dacă se cunosc acceleraţia gravitaţională la suprafaţa Pământului g_0=9,81 m/s^2, raza Pământului R_P=6370 km, perioada de rotaţie a Pământului T=24 h şi constanta atracţiei universale $k=6{,}67\cdot10^{-11}$ Nm^2/kg^2.

2.6. Mişcarea circular uniformă. Forţa centripetă*

1. O curea de transmisie de la bicicletă antrenează două roţi. O roată mare are raza R_1=30 cm, iar cealaltă R_2=5 cm. Roata mică este pusă în mişcare de rotaţie de pedalele bicicletei, cu viteza unghiulară ω_2=30 rad/s. Să se afle viteza unghiulară a roţii mari.

2. Pământul se roteşte în jurul propriei axe într-un interval de timp T=24 h. Cunoscând raza medie a Pământului R_P=6400 km, să se afle viteza unghiulară de rotaţie a Pământului şi viteza periferică a acestuia.

3. La un spectacol aeronautic, un avion execută un „loop" (un cerc în plan vertical), cu raza R=1 km. Viteza avionului este v=800 m/s. Să se afle viteza unghiulară a avionului şi distanţa parcursă de acesta la un „loop" total.

4. Un polizor are raza R=25 cm. Polizorul se roteşte cu viteza liniară maximă v=7,85 m/s. Să se afle frecvenţa maximă cu care se poate roti polizorul.

5. Să se afle viteza unghiulară a unei roţi de maşină care efectuează N=100 rotaţii într-un timp t=50 s.

6. Un minutar are lungimea ℓ=4 cm. Să se afle cu cât s-a deplasat într-un sfert de minut.

7. Un avion zboară deasupra ecuatorului spre vest la înălţimea h=30 km faţă de suprafaţa Pământului. Să se afle viteza cu care trebuie să zboare acest avion pentru a vedea Soarele staţionar, dacă raza medie a Pământului este R_P=6370 km.

8. Să se afle viteza maximă cu care poate să efectueze o maşină un viraj cu raza R=100 m pentru ca aceasta să nu derapeze, dacă coeficientul de frecare dintre şosea şi anvelope este μ=0,25.

9. Să se afle unghiul faţă de verticală cu care trebuie să se încline un motociclist la o curbă cu raza R=69,2 m, pentru a nu cădea, dacă acesta intră în curbă cu viteza v=72 km/h.

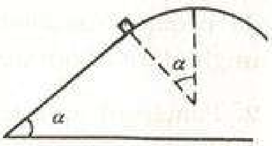
10. Într-un vagon care execută o curbă cu raza R=50 m, în plan orizontal, cu viteza v=54 km/h este cântărit un corp. Să se afle cu cât la sută este mai mare greutatea aparentă decât greutatea reală.

11. Pentru determinarea vitezei unui glonţ se ulilizează două discuri de carton, care se aşază pe acelaşi ax la distanţa d=25 cm între ele. Se pune sistemul în rotaţie cu turaţia n=800 rot/min şi se trage glontele paralel cu axul. Ştiind că orificiul din al doilea disc este deplasat cu $\alpha=4^0$ față de orificiul din primul disc, să se afle viteza glontelui.

12. Pe un disc orizontal care se rotește în jurul axului central este legat de ax, prin intermediul unui resort, un corp. Lungimea nedeformată a resortului este $\ell_0=25$ cm. Discul se rotește cu viteza unghiulară $\omega=4$ rad/s. Să se afle raportul alungirilor resortului în cazul când între disc și corp nu există frecare și în cazul în care există, dacă coeficientul de frecare la alunecare în acest ultim caz este $\mu=0,1$.

13. Un camion cu masa $m=5$ t merge cu viteza $v=54$ km/h peste un pod curbat cu raza $R=100$ m. Să se afle apăsarea exercitată de camion asupra drumului în punctul superior, dacă podul este convex și în punctul inferior, dacă podul este concav.

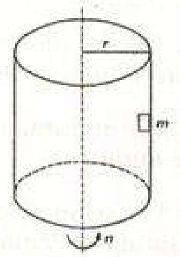
14. O bandă rulantă urcă niște semințe sub unghiul $\alpha=60^0$ ca în figură. Să se afle cu ce viteză maximă trebuie să urce banda rulantă astfel încât semințele să nu se desprindă de bandă în punctul de contact al bandei cu tamburul superior cu raza $R=20$ cm.



15. Un pilot cu masa $m=80$ kg execută un „loop" cu raza $R=800$ m în plan vertical cu viteza $v=720$ km/h. Să se afle forțele cu care apasă pilotul asupra scaunului în punctul inferior și în punctul superior al traiectoriei.

16. La periferia unei platforme orizontale rotunde cu raza $R=5$ m, care se rotește cu turația $n=10$ rot/min, merge un motociclist cu viteza $u=3,6$ km/h față de platformă. Să se afle valoarea coeficientul de frecare la alunecare, pentru ca motociclistul să nu alunece.

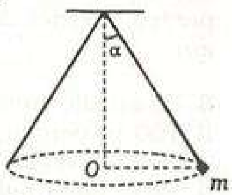
17. Să se afle frecvența cu care trebuie rotit un cilindrul din figură cu raza $r=50$ cm în jurul axei sale verticale, pentru ca un corp așezat pe peretele interior al cilindrului să rămână în repaus față de cilindru, dacă coeficientul de frecare la alunecare dintre corp și cilindru este $\mu=0,5$.



18. Un corp punctiform cu masa $m=100$ g este suspendat de un fir cu lungimea $\ell=30$ cm. Corpul este pus să descrie un cerc în plan orizontal ca în figură, unghiul făcut de fir cu verticala în timpul mișcării este $\alpha=60^0$. Să se afle:

a. perioada de rotație a corpului

b. tensiunea din fir



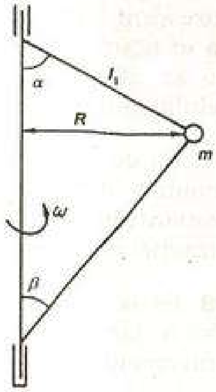
19. Un copil rotește o găleată cu apă cu masa totală $m=4$ kg prinsă de o sfoară cu lungimea $\ell=50$ cm în plan vertical. Să se afle:

a. frecvența minimă de rotație pentru ca apa să nu curgă

b. tensiunea din sfoară în punctul inferior al traiectoriei în condițiile punctului anterior

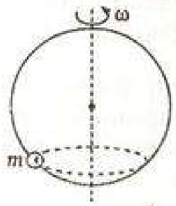
c. tensiunea în sfoară în punctul superior al traiectoriei, dacă frecvența cu care se rotește sistemul se dublează

20. De o tijă verticală cu sunt pinse două cabluri care susțin un corp cu masa m=200 g. Primul cablu are lungimea ℓ_1=30 cm. Se pune sistemul într-o mişcare de rotație ca în figura alăturată cu viteza unghiulară ω=10 rad/s, astfel încât cablul superior formează cu tija un unghi α=60° iar cablul inferior formează cu tija un unghi β=30°. Să se afle tensiunile în cele două cabluri.

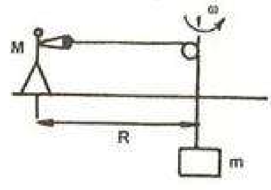


21. De un fir elastic cu lungimea nedeformată ℓ_0=40 cm şi constanta elastică k=20 N/m este prins un corp cu masa m=100 g. Să se afle viteza unghiulară a sistemului, dacă pus în mişcare de rotație firul elastic deviază cu un unghi α=60° față de verticală.

22. Pe un inel de sârmă cu raza R=80 cm aflat în plan vertical ca în figura alăturată, poate aluneca fără frecare o bilă. Inelul este pus în mişcare de rotație în jurul axei sale verticale cu viteza unghiulară constantă ω=5 rad/s. Să se afle unghiul pe care il face în timpul mişcării axa de rotație cu direcția obținută prin unirea centrului inelului cu bila.

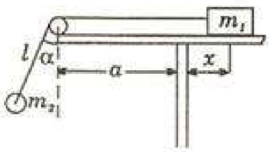


23. Un om cu masa M=80 kg se află pe o platformă care se roteşte cu viteza unghiulară ω=2 rad/s, în jurul unui ax, la distanța R=50 cm de axa de rotație. Omul ridică o masă m=4 kg cu ajutorul unei frânghii care trece peste un scripete fix ca în figură. Coeficientul de frecare la alunecare dintre om şi platformă este μ=0,1. Să se afle între ce limite poate să varieze accelerația cu care omul ridică masa m, pentru ca el să rămână în repaus față de platformă.



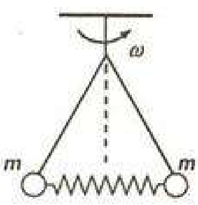
24. Pe un „zid al morții" înclinat față de orizontală cu unghiul α=45° se roteşte un motociclist descriind un cerc în plan orizontal cu raza R=2 m. Ştiind că mişcarea se face cu frecare, coeficientul de frecare la alunecare este μ=0,2, să se afle viteza unghiulară de rotație a motociclistului şi accelerația centripetă a acestuia.

25. Pe o tijă verticală care se roteşte este aşezată o scândură orizontală pe care se află la distanța x de axa de rotație un corp cu masa m_1=200 g. Coeficientul de frecare la alunecare al corpului m_1 față de scândură este μ=0,2. De corp este prins un fir ideal trecut peste un scripete aflat la distanța a=20 cm de axa de rotație. De capătul celălalt al firului este prins un corp cu masa m_2=100 g. În timpul rotației firul care susține corpul cu masa m_2 formează cu verticala un unghi α=60° ca în figură. Lungimea firului este ℓ=40 cm. Să se afle:



a. tensiunea în fir şi reacțiunea în axul scripetelui
b. viteza unghiulară
c. limitele între care poate fi cuprinsă valoarea x, astfel ca sistemul să se afle în echilibru

26. Două bare verticale care formează între ele un unghi 2α=60° sunt situate simetric față de verticală şi se rotesc în jurul verticalei cu viteza unghiulară ω=30 rad/s. Pe fiecare bară alunecă fără frecare două bile identice găurite cu masa m=50 g



care sunt legate între ele cu ajutorul unui resort cu constanta elastică k=50 N/m ca în figura alăturată. Lungimea inițială a resortului nedeformat este ℓ_0=40 cm. Să se afle la ce înălțime măsurată față de punctul de prindere, se află în echilibru bilele.

27. La ce altitudine deasupra unui pol greutatea unui corp este aceeaşi ca la ecuator, dacă se cunosc raza medie a Pământului R_P=6370 km, densitatea Pământului ρ=5,5 g/cm^3, perioada proprie de rotație T=24 h şi constanta atracției universale k=6,67·10^{-11} Nm^2/kg^2.

28. Să se afle densitatea unui asteroid, dacă perioada de rotație a acestuia este T=3 h, iar la ecuatorul asteoidului corpurile nu au greutate. Constanta atracției universale este k=6,67 10^{-11} Nm^2/kg^2.

29. Să se afle prima viteză cosmică a unui satelit care se roteşte la suprafața Pământului, dacă se cunosc accelerația gravitațională medie la suprafața Pământului g=9,81 m/s^2 şi raza medie a Pământului R_P=6370 km.

30. O navă cosmică se mişcă cu viteza v=10 km/s la altitudinea h=1000 km de suprafața unei planete. Să se afle ce valoare are accelerația gravitațională la suprafața planetei, dacă raza ei este R=8000 km.

3. Teoreme de variaţie şi legi de conservare în mecanică
3.1. Lucrul mecanic şi puterea mecanică

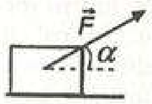
1. O maşină de spălat cu masa m=80 kg se deplasează orizontal cu frecare, coeficientul de frecare μ=0,1, pe distanţa d=30 m sub acţiunea unei forţe orizontale de împingere. Să se afle:
a. lucrul mecanic efectuat de forţa de greutate a maşinii
b. lucrul mecanic efectuat de forţa de împingere
c. lucrul mecanic efectuat de forţa de frecare şi să se compare cu lucrul mecanic efectuat de forţa de împingere

2. Un corp cu masa m=500 g se deplasează cu frecare pe un plan orizontal, coeficientul de frecare μ=0,1 sub acţiunea unei forţe constante F=2,5 N paralelă cu planul un timp t=2 s. Corpul porneşte din repaus. Să se afle:
a. lucrul mecanic efectuat de forţa F
b. lucrul mecanic efectuat de forţa de frecare
c. puterea mecanică instantanee a forţei F la momentul t_1=2 s

3. Două corpuri cu masele m_1 şi m_2=2m_1 sunt lăsate să cadă liber. Primul corp se află în cădere un timp t_1, iar al doilea corp t_2=2t_1. Să se afle:
a. raportul lucrurilor mecanice L_1/L_2, efectuate de greutăţile celor două corpuri în timpul căderilor lor
b. raportul puterilor mecanice medii ale celor două greutăţi P_{m1}/P_{m2}
c. lucrul mecanic total al greutăţii corpului care acţionează asupra corpului m_1, dacă în urma contactul cu suprafaţa acesta se întoarce în punctul de unde a plecat

4. Un lift cu masa maximă m=320 kg prins cu un cablu se mişcă vertical în sus cu acceleraţia a=1 m/s^2 de la parter până la etajul 5. Înălţimea medie a unui etaj este de h=2,5 m. Să se afle:
a. lucrul mecanic efectuat de tensiunea din cablul care prinde cabina liftului
b. lucrul mecanic efectuat de forţa de greutate a liftului
c. puterea medie a tensiunii

5. Un corp cu masa m=1 kg se deplasează cu frecare pe un plan orizontal, coeficientul de frecare fiind μ=0,1 sub acţiunea unei forţe constante F care formează cu orizontala un unghi α=30^0 ca în figura alăturată, astfel încât corpul va avea acceleraţia a=1 m/s^2. Să se afle:
a. lucrul mecanic al forţei F pe distanţa d_1=5 m
b. lucrul mecanic al normalei pe distanţa d_2=2 m
c. lucrul mecanic al forţei de frecare pe distanţa d_3=3 m

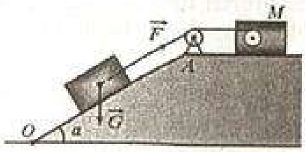


6. Asupra unui corp cu masa m=4 kg aflat pe o suprafaţă orizontală acţionează o forţă F=60 N care îşi deplasează punctul de aplicaţie pe distanţa d=4 m, astfel că unghiul făcut de forţă cu direcţia de deplasare este α=30^0 (figura precedentă). Corpul porneşte din repaus şi se deplasează cu frecare, coeficientul de frecare fiind μ=0,2. Să se afle:
a. lucrul mecanic efectuat de forţa F
b. lucrul mecanic efectuat de forţa de frecare pe aceeaşi distanţă
c. puterea medie dezvoltată de forţa F

7. Un corp cu masa m=500 g este aruncat pe un plan inclinat sub un unghi α=30^0 cu o viteză iniţială de jos în sus. Mişcarea corpului se face cu frecare coeficientul de frecare fiind descrescător în mod uniform de la valoarea μ_1=0,3 până la valoarea μ_2=0,1 când corpul se oprește la o distanță d=10 m de punctul de lansare. Să se afle:

a. lucrul mecanic efectuat de forța de frecare
b. lucrul mecanic efectuat de forța de greutate
c. lucrul mecanic efectuat de forța de apăsare

8. Un bloc de piatră de greutate G=3000 N este tras uniform, cu viteza constantă v=5 m/s, pe panta OA de unghi α=30°, cu ajutorul unui cablu acționat de motorul M, ca în figura alăturată. Cablul exercită asupra blocului forța F=4000 N, a cărei direcție de acțiune este paralelă cu planul înclinat format de pantă. Să se afle:



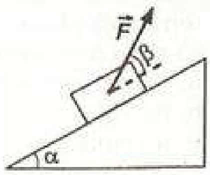
a. puterea furnizată de motor
b. lucrul mecanic efectuat de forța de frecare în timpul deplasării blocului de piatră cu d=8 m de-a lungul pantei
c. lucrul mecanic efectuat de forța rezultantă care acționează asupra blocului pe distanța OA

9. Un corp cu masa m=1 kg se găsește la baza unui plan înclinat care formează unghiul α=30° cu orizontala. Înălțimea planului înclinat este h=50 cm iar coeficientul de frecare la alunecare este $\mu=\sqrt{3}/6$. Să se afle:

a. puterea necesară ridicării corpului de-a lungul planului, cu viteza constantă v=30 m/min
b. lucrul mecanic efectuat de greutatea corpului la ridicarea corpului până în vârful planului înclinat
c. lucrul mecanic efectuat de forța de frecare la urcarea corpului până în vârful planului înclinat

10. Un corp de masă m=2 kg se află la baza unui plan înclinat de unghi α=30°. Sub acțiunea unei forțe constante F orientată sub unghiul β=30° ca în figură față de planul înclinat, corpul este ridicat uniform pe plan pe distanța d=0,2 m. Coeficientul de frecare la alunecare dintre corp și planul înclinat este $\mu=1/(2\sqrt{3})$. Să se afle:

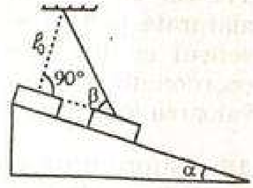
a. lucrul mecanic efectuat de forța F
b. lucrul mecanic efectuat de greutate
c. lucrul mecanic efectuat de forța de frecare pe aceeași distanță, în situația în care corpul urcă sub acțiunea unei forțe de tracțiune paralelă cu planul



11. Un corp cu masa m=2 kg se deplasează cu frecare pe un plan înclinat cu unghiul α=30°, coeficientul de frecare fiind μ=0,1 sub acțiunea unei forțe constante F care formează cu planul un unghi β=45° ca în figura anterioară. Corpul se deplasează accelerat cu accelerația a=2 m/s² pe distanța d=5 m în sus. Să se afle:

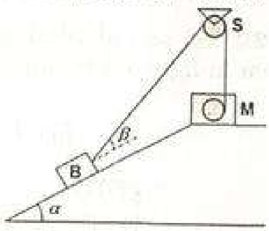
a. lucrul mecanic al forței de tracțiune F
b. lucrul mecanic al normalei
c. lucrul mecanic al forței de frecare

12. Un corp cu masa m=1 kg este menţinut în vârful unui plan înclinat cu unghiul α=30°, poziţie în care firul elastic de susţinere este nealungit, iar lungimea lui este ℓ_0=0,5 m. Corpul alunecă spre baza planului, oprindu-se atunci când firul formează unghiul β=45° cu direcţia planului. Cunoscând constanta elastică a resortului k=20 N/m, să se afle:



a. alungirea firului în poziţia de echilibru
b. lucrul mecanic al greutăţii corpului
c. reacţiunea normală a planului când corpul se opreşte
d. coeficientul de frecare

13. Un bloc de beton B cu masa m=300 kg este ridicat cu viteza constantă v=0,4 m/s de-a lungul unei rampe ce formează unghiul $\alpha \approx 37°(\sin\alpha=0,6)$.) cu orizontala. Forţa de tracţiune este exercitată asupra blocului de beton prin intermediul unui cablu inextensibil acţionat de către un motor M, fixat în vârful rampei. Cablul este trecut peste un scripete fix, ca în figura alăturată. La un moment t_1 cablul formează cu suprafaţa rampei unghiul $\alpha=\beta$, iar forţa de tracţiune are valoarea F=2,5 kN. Să se afle:

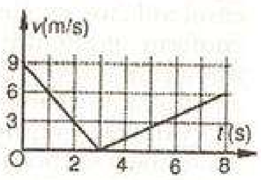


a. forţa de apăsare a blocului de beton pe suprafaţa rampei la momentul t_1
b. coeficientul de frecare la alunecare dintre blocul de beton şi rampă
c. puterea dezvoltată de motor la momentul t_1

14. Pe o rampă înclinată cu unghiul α=30° faţă de orizontală şi având lungimea ℓ=5 m, este ridicată uniform într-un interval de timp Δt=20 s cu ajutorul unei forţe paralele cu planul, o ladă de masă m=100 kg. Coeficientul de frecare la alunecare dintre ladă şi rampă este $\mu=1/(2\sqrt{3})$. Să se afle:
a. lucrul mecanic efectuat de forţa de frecare la ridicarea lăzii pe rampă
b. randamentul rampei
c. puterea medie necesară ridicării uniforme a lăzii pe rampă

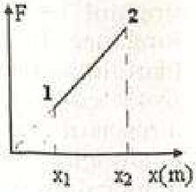
15. Lucrul mecanic util pentru urcarea uniformă a unui corp de masă m=10 kg pe planul înclinat din punctul cel mai de jos în punctul cel mai de sus, este L_u=2000 J, iar lucrul mecanic efectuat de forţa de frecare este L_f=−500J. Să se afle:
a. lucrul mecanic consumat
b. randamentul η al planului înclinat
c. înălţimea la care urcă corpul pe planul înclinat

16. Un corp cu masa m=100 g este lansat dintr-un punct al planului de-a lungul acestui plan înclinat, alunecă pe acesta mai întâi spre vârful acestuia şi apoi revine la baza planului înclinat. Dependenţa de timp a modulului vitezei corpului în primele 8 secunde este redată în figura alăturată. Să se afle:



a. sinusul unghiului format de plan cu orizontala
b. coeficientul de frecare
c. lucrul mecanic efectuat de forţa de frecare în intervalul de timp $t\in$ (0s, 8s)

17. Să se afle lucrul mecanic efectuat de forța din figura alăturată pentru a-și deplasa punctul de aplicație în direcția și sensul ei din punctul de coordonată $x_1=1$ cm în punctul de coordonată $x_2=5$ cm, dacă în punctul de coordonată $x_1=1$ cm valoarea forței este $F_1=10$ N.

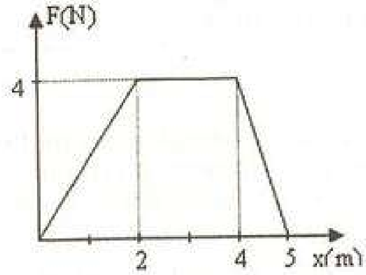


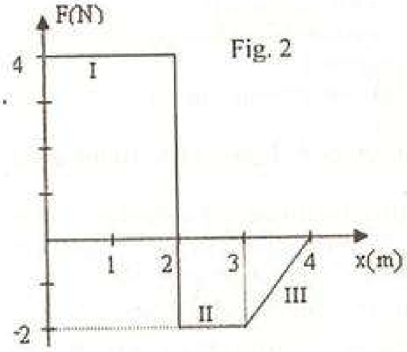
18. Asupra unui corp acționează o forță care depinde de coordonată după legea $F=10-2x$, unde F și x sunt exprimate în S.I. Să se afle lucrul mecanic al acestei forțe când acest corp își deplasează punctul de aplicație în direcția și sensul forței de la $x_1=1$ m până în punctul $x_2=4$ m.

19. Să se afle lucrul mecanic total efectuat de o forță care depinde de coordonată conform graficului din figura 1 când coordonata ia valori de la 0 la 5 m.

20. Să se calculeze lucrul mecanic efectuat de o forță $F=f(x)$ reprezentată grafic ca în figura 2 în situația în care coordonata ia valori de la 0 la 4 m.

Fig. 1





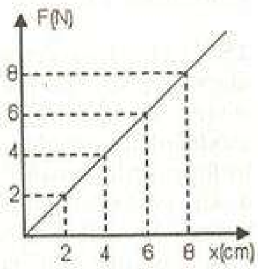
21. O scândură omogenă, de masă $m=500$ g și lungime $\ell=18$ cm, este deplasată orizontal, pe gheață ($\mu_g=0$), de către un elev. La un moment dat scândura pătrunde pe asfalt, unde coeficientul de frecare este $\mu=0,6$. Din acest moment, elevul deplasează uniform scândura cu ajutorul unei forțe orizontale. Să se afle lucrul mecanic efectuat de elev din momentul în care scândura atinge asfaltul și până când pătrunde:

a. pe o treime din asfalt

b. în întregime pe asfalt

c. pe o lungime 2ℓ pe asfalt

22. Un corp de masă $m=2$ kg se află inițial în repaus pe o suprafață orizontală. Asupra corpului se aplică, prin intermediul unui resort orizontal, o forță de tracțiune F, a cărei valoare crește lent și determină alungirea resortului conform graficului alăturat. Coeficientul de frecare la alunecare are valoarea $\mu=0,2$. Să se afle:



a. constanta elastică a resortului

b. valoarea alungirii resortului în timpul deplasării uniforme a corpului

c. lucrul mecanic efectuat de forța F care trage de resort, în timpul deformării resortului de la $x_1=2$ cm la $x_2=4$ cm

23. Să se afle de câte ori este mai mic lucrul mecanic efectuat la alungirea unui resort pe prima treime din alungire față de lucrul mecanic efectuat pentru alungirea cu restul de două treimi din alungire.

24. Să se afle ce lucrul mecanic suplimentar trebuie efectuat pentru a mări alungirea unui resort de la $\Delta\ell=1$ cm la $3\Delta\ell$, dacă pentru a alungi resortul cu $\Delta\ell$ se acționează cu o forță $F=2$ N.

25. Un autoturism cu masa $m=1$ t se deplasează pe un drum rectiliniu și orizontal. Puterea dezvoltată de forța de tracțiune este constantă, având valoarea $P=60$ kW. Când viteza autoturismului este $v_1=36$ km/h, rezultanta forțelor care se opun mișcării are valoarea $R_1=1$ kN. Când viteza autoturismului are valoarea $v_2=54$ km/h accelerația autoturismului este $a_2=2$ m/s^2, iar când viteza autoturismului atinge valoarea maximă v_3, rezultanta forțelor care se opun mișcării devine $R_3=3$ kN. Să se afle:

a. accelerația a_1 a autoturismului când viteza are valoarea v_1

b. rezultanta R_2 a forțelor care se opun mișcării când viteza autoturismului este v_2

c. valoarea v_3 a vitezei maxime a autoturismului

26. Un camion având greutatea G se deplasează pe o șosea cu viteza menținută tot timpul constantă v_0. Rezistența la înaintare R depinde numai de viteza camionului. Când camionul urcă pe un drum de pantă $p=\sin\alpha$ (unde α este unghiul făcut de drum cu planul orizontal), puterea camionului este $P_1=124$ kW. Când camionul coboară pe același drum, puterea camionului este $P_2=112$ kW. Să se afle:

a. relația dintre rezistența la înaintare R, puterea P_0 și viteza v_0 în cazul în care drumul este orizontal

b. relația dintre rezistența la înaintare R, puterea P_1, greutatea G, panta p și viteza v_0 în cazul în care camionul urcă drumul de pantă p

c. relația dintre rezistența la înaintare R, puterea P_2, greutatea G, panta p și viteza v_0 în cazul în care camionul coboară drumul de pantă p

d. puterea camionului pe drum orizontal

27. La aceeași putere P dezvoltată de un motor, o mașină urcă și coboară o pantă cu unghiul foarte mic, cu vitezele constante $v_1=10$ m/s și respectiv $v_2=15$ m/s și se deplasează pe orizontală cu viteza v_3. Considerând că pe tot parcursul mișcării coeficientul de frecare este același, să se afle:

a. relația dintre puterea mașinii P, masa ei m, viteza v_1, unghiul pantei α și coeficientul de frecare μ la urcarea pantei

b. relația dintre puterea mașinii P, masa ei m, viteza v_2, unghiul pantei α și coeficientul de frecare μ la coborârea pantei

c. viteza cu care se mișcă mașina pe orizontală

28. Un camion tractează pe un drum orizontal o remorcă de masă $m=1000$ kg cu viteza constantă $v=36$ km/h. Forța de tensiune care apare în sistemul de cuplaj are valoarea $T=600$ N. La un moment dat, menținându-și aceeași viteză, camionul începe să urce o pantă înclinată față de orizontală cu unghiul α pentru care $\sin\alpha=0,1$. Să se afle:

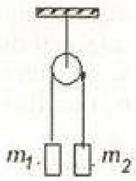
a. puterea necesară pentru a tracta remorca pe drumul orizontal

b. lucrul mecanic efectuat de forța de rezistență care acționează asupra remorcii în timpul deplasării pe o distanță $d=10$ m pe porțiunea orizontală

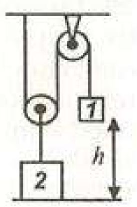
c. puterea necesară pentru a tracta remorca pe pantă considerând că forța de rezistență la înaintare are aceeași valoare ca și la deplasarea pe drumul orizontal

29. Un cal trage o sanie cu masa m=10 kg uniform cu viteza v=4 m/s pe un plan înclinat cu unghiul α=45°, cu o forţă de tracţiune F paralelă cu planul înclinat şi coeficientul de frecare la alunecare μ=0,2. Să se afle:
a. puterea activă dezvoltată de cal
b. bilanţul puterilor
c. cât reprezintă puterea consumată pentru învingerea frecărilor la ridicarea saniei din puterea activă?

30. Peste un scripete ideal este trecut un fir inextensibil care susţine două corpuri cu mase m_1=2 kg şi m_2=4 kg ţinute iniţial în repaus la aceeaşi înălţime faţă de sol H=0,6 m ca în figură. Se lasă liber sistemul. Să se afle:
a. lucrul mecanic efectuat de tensiunea din firul care susţine corpul cu masa m_1, când sistemul se deplasează pe distanţa h=0,3 m
b. lucrul mecanic total al greutăţilor corpurilor când corpul mai greu ajunge la sol, dacă se consideră firul suficient de lung, astfel încât corpul 1 să nu ajungă la scripete
c. puterea mecanică totală medie a sistemului de corpuri calculată între momentul plecării şi cel ajungerii pe sol a lui m_2



31. Fie sistemul de corpuri din figură cu masele m_2=100 kg şi m_1=30 kg aflat iniţial în echilibru. Primul corp se află faţă de sol la înălţimea h=2 m. Se acţionează vertical în jos asupra corpului 1 cu o forţă F, astfel că sistemul se mişcă uniform. Coborârea uniformă a corpului 1 până la sol se realizează într-un timp t=20 s. Să se afle:
a. forţa verticală care acţionează asupra corpului 1
b. puterea dezvoltată de forţa F
c. viteza cu care coboară corpul 1



3.2. Energia cinetică şi potenţială*

1. Un sportiv cu masa m_1 aleargă de două ori mai încet decât un alt sportiv a cărui masă este m_2. Să se afle relaţia dintre masele celor doi sportivi dacă energiile lor cinetice sunt egale.

2. Un corp are la un anumit moment viteza v_0=20 m/s şi în acelaşi moment energia cinetică a corpului este E_c=800 J. Să se afle masa corpului.

3. O săgeată cu masa m=40 g este lansată dintr-un arc cu viteza v_0=20 m/s, pe verticală în sus. Să se afle energia cinetică a săgeţii după o secundă de la lansare.

4. Un corp cu masa m=1 kg se mişcă uniform accelerat fără viteză iniţială parcurgând în prima secundă distanţa d_1=1 m. Să se afle energia cinetică a corpului după două secunde.

5. Un corp cu masa m=500 g este lansat pe o suprafaţă orizontală cu viteza iniţială v_0=20 m/s. Corpul se mişcă cu frecare, coeficientul de frecare fiind μ=0,05. Să se afle energia cinetică după t=4 s de la lansare.

6. Dacă un corp cu masa m=100 g cade liber de la înălţimea h=20 m. Să se afle energia potenţială gravitaţională la o pătrime din distanţa faţă de sol, dacă la sol E_P=0.

7. De la aceeaşi înălţime se lasă să cadă două corpuri cu masele m_1 şi m_2=4m_1. Să se afle raportul energiilor potenţiale ale celor două corpuri E_{P2}/E_{P1}.

8. Dintr-un punct se aruncă pe verticală în sus un corp cu masa m=200 g cu o viteză inițială v_0=20 m/s. Să se afle la jumătatea înălțimii maxime valoarea energiei potențiale gravitaționale a corpului, dacă în punctul de aruncare E_P=0.

9. În graficul din figura 1 este reprezentată energia potențială gravitațională a unui corp în funcție de înălțimea la care se află acesta. Să se afle masa corpului.

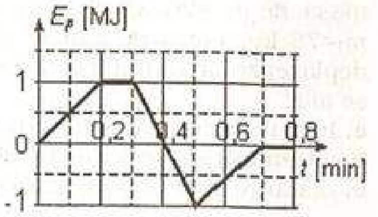
10. Un camion cu masa m=10 t se deplasează cu viteza constantă v_0=45 km/h pe un drum dintr-o regiune deluroasă. În graficul alăturat este reprezentată energia potențială E_p a sistemului format din camion și Pământ, în funcție de durata mișcării în intervalul de timp [0; 0,8]min. Să se afle:

a. intervalele de timp în care drumul este orizontal

b. diferența de nivel dintre punctul din care a plecat camionul și punctul din care acesta începe să coboare

c. reprezentarea grafică a energiei potențiale E_p a camionului, în funcție de distanța parcursă d

d. variația energiei potențiale a camionului din momentul plecării și până în momentul în care se află la 375 m de punctul de pornire



11*. Un resort este comprimat cu x=5 cm fiind menținut în această stare de o forță F=20 N. Să se afle energia potențială a sistemului corp-resort.

12*. În graficul din figura 2 este reprezentată energia potențială elastică în funcție de pătratul deformației. Să se afle ce reprezintă panta graficului din figură.

Fig..1

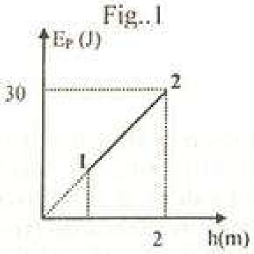


Fig.2

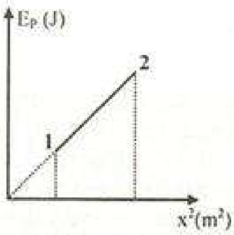
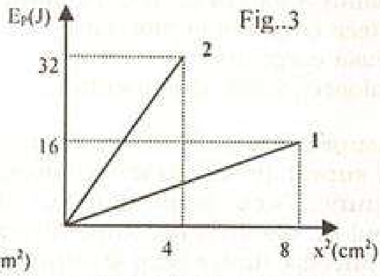


Fig..3



13*. Două resorturi cu constantele elastice k_1=40 N/m și, respectiv, k_2=80 N/m legate în serie susțin un corp. Să se afle raportul energiilor potențiale de deformare ale resorturilor E_{P1}/E_{P2}.

14*. Două resorturi cu aceeași lungime inițială se leagă în paralel și sunt alungite de o forță F. Știind că cele două constante elastice ale celor două resorturi sunt k_1=20 N/m și k_2=60 N/m să se afle raportul energiilor potențiale elastice E_{P1}/E_{P2}.

15*. În graficul din figura 3 este reprezentată energia potențială de deformare a unui resort în funcție de x^2, unde x reprezintă deformația resortului. Să se afle:

a. constantele elastice ale resorturilor

b. alungirea resortul 2, dacă resorturile se leagă în serie și se alungesc cu x=20 cm

3.3. Teorema de variaţie a energiei cinetice

1. O maşină cu masa m=500 kg se deplasează pe un drum orizontal cu viteza v=20 m/s. După începerea frânării în mod uniform, maşina se opreşte în timpul Δt=20 s. Să se afle:
a. lucrul mecanic efectuat de forţa de frânare până la oprirea maşinii
b. forţa de frânare
c. distanţa parcursă de maşină până la oprire

2. Un pescar împinge o barcă aflată iniţial în repaus cu o forţă orizontală de valoare F=180 N. În barcă se află un prieten cu masa de m_1=90 kg, fetiţa sa cu masa de m_2=20 kg şi soţia cu masa de m_3=65 kg. Masa bărcii goale este de m_4=75 kg. Forţa de rezistenţă întâmpinată de barcă este de F_r=80 N. Barca se deplasează orizontal, pe distanţa d=1 m, după care acţiunea forţei încetează. Să se afle:
a. lucrul mecanic efectuat de pescar pe distanţa d
b. viteza atinsă de barcă imediat după încetarea acţiunii forţei
c. distanţa parcursă de barcă până la oprire, după încetarea acţiunii forţei F

3. Asupra unui corp, aflat iniţial în repaus pe un plan orizontal pe care se poate mişca fără frecare, acţionează pe direcţie orizontală o forţă constantă F=4 N. După un timp Δt=2 s, energia cinetică a corpului are valoarea E_c=8 J. La momentul t=2 s asupra corpului începe să acţioneze o forţă orizontală suplimentară care determină oprirea corpului. Din momentul aplicării forţei şi până la oprire corpul parcurge distanţa D=0,5 m. Să se afle:
a. distanţa parcursă de corp în intervalul de timp Δt
b. viteza corpului la momentul t=2 s
c. masa corpului
d. valoarea forţei suplimentare

4. Asupra unui corp de masă m=2 kg care se deplasează cu frecare de-a lungul unei suprafeţe orizontale acţionează, un timp Δt, pe direcţie orizontală, o forţă de tracţiune. Viteza corpului creşte de la valoarea v_1=2 m/s la valoarea v_2=6 m/s în timpul Δt, distanţa parcursă de corp în acest timp fiind d=20 m. Forţa de frecare la alunecare dintre corp şi suprafaţa orizontală are valoarea F_f=2 N. Să se afle:
a. lucrul mecanic efectuat forţa de tracţiune în timpul Δt
b. puterea medie dezvoltată de forţa de tracţiune şi intervalul de timp Δt
c. coeficientul de frecare la alunecare dintre corp şi suprafaţa orizontală

5. Un autoturism având masa m=800 kg se deplasează cu viteza constantă v=54 km/h pe o şosea orizontală, dezvoltând o putere P=15 kW. La un moment dat motorul se opreşte şi autoturismul îşi continuă deplasarea cu motorul oprit, fără a frâna. Considerând că forţele de rezistenţă la înaintare sunt constante să se afle:
a. lucrul mecanic efectuat de forţele de rezistenţă la înaintare din momentul opririi motorului până la oprirea autoturismului
b. distanţa parcursă din momentul opririi motorului până la oprirea autoturismului
c. intervalul de timp în care autoturismul se opreşte

6. Un tren de masă totală m=200 t se deplasează orizontal cu viteză constantă. Puterea mecanică dezvoltată de locomotivă este P=400 kW iar forţele de

rezistență care acționează asupra trenului reprezintă o fracțiune f=0,01 din greutatea acestuia. Să se afle:
a. lucrul mecanic efectuat de forțele de rezistență la deplasarea trenului pe distanța d=1200 m
b. viteza trenului și lucrul mecanic efectuat de locomotivă într-un interval de timp Δt=2 min
c. distanța parcursă de vagon din momentul desprinderii până în momentul opririi, dacă la un moment dat este decuplat ultimul vagon și se consideră că forțele de rezistență care acționează asupra acestuia reprezintă o fracțiune f=0,01 din greutatea acestuia.

7. Un automobil cu masa m=1000 kg pornește din repaus și se deplasează pe o șosea orizontală. Asupra automobilului acționează o forță de rezistență la înaintare direct proporțională cu greutatea acestuia. Coeficientul de proporționalitate are valoarea f=0,1. Puterea dezvoltată de motorul automobilului este constantă, având valoarea P=35 kW. Să se afle:
a. forța de tracțiune exercitată asupra automobilului, în momentul în care viteza sa este υ=7m/s·
b. accelerația imprimată automobilului în condițiile de la punctul anterior
c. viteza maximă pe care o poate atinge automobilul
d. variația energiei cinetice a automobilului, de la plecare până la atingerea vitezei maxime

8. Un tren cu masa M=210 t se deplasează uniform, pe o linie orizontală, cu viteza υ=108 km/h, sub acțiunea unei forțe de tracțiune constante F=42 kN. La un moment dat, ultimul vagon de masă m=10t este decuplat, trenul continuându-și mișcarea sub acțiunea aceleiași forțe de tracțiune. Se consideră că toate forțele de rezistență sunt direct proporționale cu greutățile: $F_r=k\,G$. Să se afle:
a. puterea mecanică dezvoltată de tren în timpul mișcării sale uniforme
b. energia cinetică a trenului înainte de decuplarea vagonului
c. accelerația cu care se va mișca trenul după decuplarea ultimului vagon
d. distanța parcursă de vagonul desprins, din momentul desprinderii până în momentul opririi acestuia

9. O camionetă de masă m=1,6 t se deplasează pe un drum orizontal, astfel încât viteza acesteia crește liniar în timp. La momentul t_1 viteza sa este υ_1=18 km/h, iar la un moment ulterior t_2, devine υ_2=20 m/s. În intervalul de timp $\Delta t=t_2-t_1$, forța de tracțiune produsă de motorul camionetei efectuează un lucru mecanic L=375 kJ, dezvoltând o putere medie P=75 kW. Să se afle:
a. lucrul mecanic efectuat de forțele de rezistență în intervalul de timp Δt
b. forța de tracțiune dezvoltată de motor și forța de rezistență
c. distanța parcursă de camionetă în intervalul de timp Δt

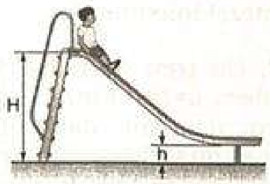
10. Un tren electric cu masa m=100 t care se deplasează cu viteza υ_0=108 km/h se apropie de o stație în care urmează să se oprească. Mecanicul mai întâi oprește alimentarea cu energia electrică la distanța d=900 m de stație, apoi este pus în funcțiune sistemul de frânare. Rezistența la înaintare opusă de-a lungul drumului este permanent f_1=1/100 din greutatea trenului, iar forța de frânare este f_2=1/8 din greutatea trenului. Să se afle:
a. distanța față de stație de la care începe frânarea
b. lucrul mecanic efectuat de forța de frânare din momentul punerii în acțiune a sistemului de frânare până la oprire

c. viteza trenului după ce acesta parcurge distanța d_1=800 m după oprirea alimentării cu energia electrică

11. Un corp având masa m=20 g este lansat pe suprafața orizontală a gheții cu viteza inițială v_0=7,2 km/h. Sub acțiunea forței de frecare, el se oprește după un interval de timp t_{op}=10 s. Să se afle:
a. energia cinetică a corpului în momentul lansării
b. lucrul mecanic efectuat de forța de frecare până la oprirea corpului
c. distanța parcursă de corp până la oprire
d. modulul forței de frecare

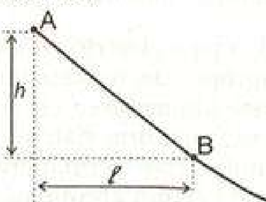
12. Un corp având masa m=2 kg este lansat pe o suprafață orizontală și sub acțiunea forței de frecare, el se oprește după un interval de timp t_{op}=10 s. Știind că lucrul mecanic al forței de frecare în procesul de oprire este L=−400 J, să se afle:
a. viteza inițială a corpului
b. coeficientul de frecare dintre corp și suprafața orizontală
c. spațiul de oprire al corpului
d. energia cinetică a corpului după t_1=3 s din momentul lansării

13. Un copil cu masa m=36 kg, aflat inițial la baza scărilor unui tobogan, urcă până în vârful acestuia, la înălțimea H=2,5 m, în timpul Δt=10 s. După alunecare, copilul iese de pe tobogan cu viteza v=3 m/s, la înălțimea h=0,5 m față de sol, ca în figura alăturată. Considerând că alunecarea a avut loc fără viteză inițială, să se afle:



a. energia mecanică a copilului la ieșirea de pe tobogan, dacă se consideră la baza scărilor valoarea nulă pentru energia potențială
b. lucrul mecanic efectuat de copil pentru a urca până în vârful toboganului cu viteză constantă
c. puterea medie dezvoltată de copil în timpul urcării toboganului
d. lucrul mecanic efectuat de forțele de frecare ce acționează asupra copilului în timpul alunecării pe tobogan

14. Porțiunea superioară a unei trambuline pentru sărituri cu schiurile poate fi considerată un plan înclinat cu înălțimea h=47 m, a cărui proiecție în plan orizontal are lungimea ℓ=50 m, ca în figura alăturată. Un schior cu masa m=80 kg pornește din repaus din vârful A al trambulinei și trece prin punctul B aflat la baza porțiunii de trambulină considerate cu viteza v=108 km/h. Energia potențială gravitațională este considerată nulă în punctul B. Să se afle:
a. energia mecanică a schiorului aflat în vârful A al trambulinei
b. energia cinetică a schiorului în momentul trecerii prin punctul B
c. lucrul mecanic efectuat de forța de frecare în timpul coborârii porțiunii de trambulină considerate
d. coeficientul de frecare la alunecare între schiuri și zăpadă



15. Un avion de masă m=2,5 t, cu motorul oprit, planează cu viteza constantă v=144 km/h într-o atmosferă liniștită și coboară de la înălțimea h_1=2 km până la înălțimea h_2=1 km, între două puncte A și B aflate la distanța $d=AB$=10 km unul de altul. Să se afle:

a. lucrul mecanic efectuat de forțele de rezistență în timpul planării
b. lucrul mecanic dezvoltat de motor la întoarcerea avionului pe același drum cu aceeași viteză, dacă lucrul mecanic efectuat de forțele de rezistență are valoarea de la punctul **a.**
c. puterea dezvoltată de motor în situația descrisă la punctul **b.**

16. O jucărie-elicopter telecomandată, cu masa m=50 g, poate dezvolta, datorită motorașului electric, o forță de tracțiune verticală constantă F=1 N. La înălțimea H=9 m față de nivelul solului se suspendă de aceasta o altă jucărie cu masa M=150 g, iar sistemul nou format va începe să zboare vertical, pornind din repaus. După un astfel de zbor pe distanța h=4 m, jucăria-elicopter scapă obiectul suspendat. Să se afle:
a. lucrul mecanic efectuat de greutatea jucăriei suspendate pe toată durata mișcării ei până la căderea pe sol
b. viteza pe care o are elicopterul în momentul în care scapă jucăria suspendată
c. energia potențială minimă a elicopterului, dacă se consideră la nivelul solului energia potențială nulă

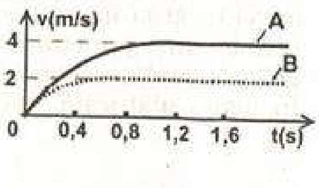
17. Un glonț cu masa m=50 g se trage dintr-o armă cu viteza inițială v_0=500 m/s. Glonțul străbate un bloc cubic de lemn cu lungimea ℓ=2 m și întâmpină o forță de frecare F_f=1124,5 N. Să se afle viteza cu care iese glonțul:
a. dacă glonțul este tras pe verticală de jos în sus
b. dacă glonțul este tras pe verticală de sus în jos
c. dacă glonțul este tras pe orizontală

18. Asupra unei bile de masă m=400 g, aflată inițial în repaus la înălțimea h_0=1 m deasupra solului, acționează o forță constantă F orientată vertical în sus. Acțiunea forței încetează în momentul în care bila atinge viteza v=4 m/s. Știind că forța F efectuează un lucru mecanic L=16 J, să se afle:
a. înălțimea la care se află bila față de sol în momentul în care încetează acțiunea forței F
b. înălțimea maximă față de sol la care ajunge bila
c. viteza cu care trece bila în cădere prin punctul în care s-a aflat inițial

19. Două corpuri cu masele m_1=2 kg, respectiv m_2=4 kg se află la momentul inițial deasupra solului la înălțimile h_1=10 m, respectiv h_2=5 m. Corpurile sunt lăsate să cadă simultan fără viteză inițială. Presupunând că frecarea cu aerul este neglijabilă, să se afle:
a. variația energiei potențiale a corpului 2 la căderea corpului de la înălțimea h_2 până la atingerea solului
b. raportul v_1/v_2 al vitezelor cu care cele două corpuri ating solul
c. raportul $\Delta t_1/\Delta t_2$ al intervalelor de timp după care cele două corpuri ating solul

20. Dintr-un turn cu înălțimea H=100 m este lăsat să cadă vertical, fără viteză inițială, un corp cu masa m=3 kg. Energia mecanică totală pe care o are corpul imediat înaintea impactului cu solul reprezintă o fracțiune f=90% din energia mecanică inițială. Să se afle:
a. lucrul mecanic al forței de rezistență la înaintare în timpul căderii corpului
b. viteza corpului la atingerea solului
c. forța medie de rezistență la înaintare întâmpinată de corp în timpul căderii

21. Într-un experiment s-a studiat căderea a două corpuri în câmpul gravitațional terestru. Cele două corpuri au aceeași formă și aceleași dimensiuni, dar au



mase diferite. Masa corpului A este m_A=50 g. Pe baza datelor obținute de la un senzor de mișcare a fost trasat graficul alăturat, în care este redată dependența de timp a vitezei corpului A, respectiv B. Această dependență a vitezei de timp poate fi explicată dacă admitem că forța de rezistență la înaintare este direct proporțională cu viteza $F_r=kv$. Valoarea coeficientului de proporționalitate k depinde doar de forma și dimensiunile corpului. Să se afle:

a. viteza maximă v_{max} atinsă de corpul A în timpul căderii

b. valoarea coeficientului de proporționalitate k

c. masa corpului B

d. lucrul mecanic efectuat de forța de rezistență la înaintare asupra corpului A în timpul t=1,4 s în care corpul a căzut, pornind din repaus, pe distanța d=4 m

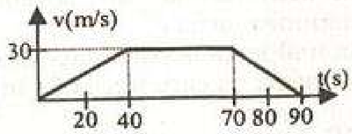
22. Într-un sport olimpic de iarnă un bloc de piatră cu masa m=10 kg este lansat, pe suprafața gheții, cu scopul parcurgerii unei anumite distanțe până la o țintă. Suprafața gheții este plană și orizontală. Jucătorii perie suprafața gheții din fața blocului de piatră în scopul micșorării frecărilor. Un astfel de bloc, de dimensiuni neglijabile, este lansat către o țintă situată la distanța d=20 m, de locul lansării. Prin perierea suprafeței gheții coeficientul de frecare la alunecare dintre blocul de piatră și suprafața gheții, scade liniar de la valoarea μ_1=0,06 în locul de lansare la valoarea μ_2=0,02 lângă țintă. Să se afle:

a. lucrul mecanic al forței de frecare la alunecare, dintre blocul de piatră și suprafața gheții, pe distanța d

b. viteza cu care trebuie lansat blocul de piatră pentru a se opri la țintă

c. viteza pe care o are blocul la distanța d_1=5 m de punctul de lansare, dacă viteza de lansare este cea de la punctul precedent

23. Un corp cu masa m=10 kg se mişcă rectiliniu sub acțiunea unei forțe aplicată pe direcția de mişcare. Viteza sa la diferite momente de timp este redată în graficul din figura alăturată. Să se afle:

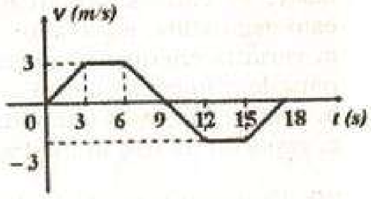


a. lucrul mecanic total efectuat asupra corpului pe durata primelor 40 s

b. forța rezultantă medie care se exercită asupra corpului în primele 40 s

c. lucrul mecanic total efectuat asupra corpului pe durata celor 90 s

24. Un corp cu masa m=100 g porneşte din originea axei Ox şi descrie o mişcare rectilinie, astfel că viteza acestuia depinde de timp ca în figură. Să se afle:

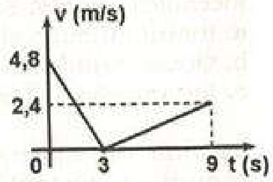


a. reprezentarea grafică a accelerației corpului pe durata întregii mişcări

b. distanța parcursă de corp pe durata întregii mişcări

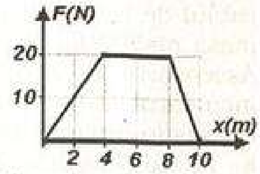
c. lucrul mecanic efectuat de forța rezultantă ce acționează asupra corpului pe direcția axei Ox în intervalul de timp $t\in$ (3, 9)s

25. De la baza unui plan înclinat suficient de lung, se lansează în lungul planului un corp cu masa m=1 kg. Mişcarea corpului pe planul înclinat se face cu frecare, astfel încât la un moment dat corpul se oprește, după care revine în punctul de lansare. Energia potențială gravitațională se consideră nulă la baza planului înclinat. În figura alăturată, este reprezentată grafic dependența de timp a modulului



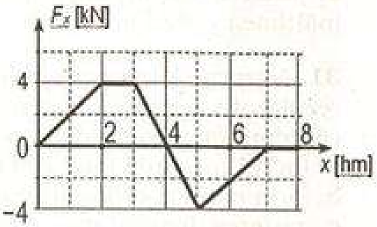
vitezei corpului de la începutul mişcării sale şi până în momentul în care corpul revine în punctul de lansare. Să se afle:
a. energia cinetică iniţială a corpului
b. lucrul mecanic efectuat de forţa de frecare în intervalul de timp dintre momentele t_0=0 s şi t_1=9 s
c. modulul forţei de frecare la alunecare pe planul înclinat
d. energia mecanică la momentul t=3 s

26. Un corp cu masa m=2 kg se află în repaus în originea axei Ox, orientate în lungul unui plan orizontal fără frecări. Asupra punctului material acţionează, pe direcţia axei Ox, o forţă orizontală variabilă conform graficului alăturat. Să se afle:



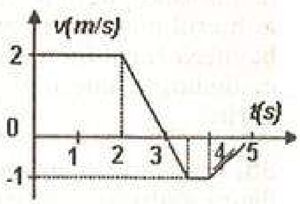
a. lucrul mecanic efectuat de forţa F pe primii 10 m
b. forţa medie pe primii 10 m
c. viteza corpului în punctul de coordonată x_1=4 m
d. intervalul de timp necesar deplasării corpului din punctul x_1=4 m în punctul x_2=8 m

27. Un automobil cu masa m=1000 kg porneşte din repaus şi se deplasează rectiliniu pe o autostradă orizontală. În graficul alăturat este reprezentată proiecţia forţei rezultante care se exercită asupra automobilului pe direcţia mişcării, F_x în funcţie de coordonata x. Să se afle:



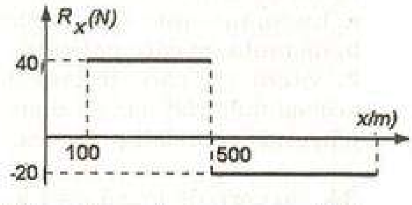
a. reprezentarea grafică a proiecţiei acceleraţiei a_x pe direcţia mişcării automobilului, în funcţie de coordonata x, pentru primii 200 m
b. coordonata x_m a automobilului în momentul în care viteza sa a atins valoarea maximă şi justificaţi răspunsul
c. lucrul mecanic efectuat de forţa rezultantă în timpul în care automobilul parcurge primii 300 m
d. valoarea v_1 a vitezei automobilului în momentul în care acesta se află în punctul de coordonată x_1=300 m

28. În figură este reprezentată variaţia dependenţei de timp a vitezei unui corp cu masa m=10 kg. Să se afle:



a. viteza medie în intervalul $t\in$ (0,5)s
b. reprezentarea grafică a acceleraţiei în funcţie de timp în intervalul $t\in$ (0,6)s
c. lucrul mecanic al rezultantei forţelor ce au acţionat, pe direcţia de mişcare, asupra corpului între momentele de timp t_1=2 s şi t_2=3,5 s

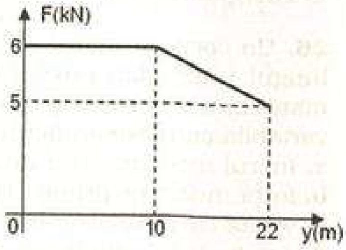
29. Un corp cu masa m=5 kg, aflat iniţial în repaus, începe să alunece cu frecare de-a lungul axei Ox, din punctul de coordonată x_0=100 m, sub acţiunea unei forţe de tracţiune orientate în lungul acestei axe. Când corpul ajunge în punctul de coordonată x_1=500 m, forţa de tracţiune îşi încetează acţiunea. Forţa de frecare este constantă în tot cursul mişcării. În figura alăturată este reprezentată dependenţa de coordonata x a rezultantei R_x a forţelor ce acţionează pe direcţia mişcării. Să se afle:



a. forţa de tracţiune dezvoltată de motor

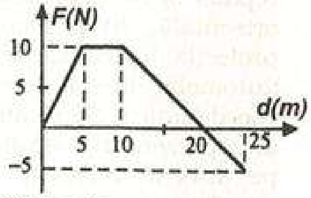
b. viteza v_1 a corpului în momentul încetării acțiunii forței de tracțiune
c. puterea medie dezvoltată de motor
d. durata acțiunii forței de tracțiune
e. viteza v_2 a corpului în momentul în care acesta se află în punctul de coordonată x_2=850 m

30. În figura alăturată este reprezentată dependența de înălțime a modulului forței cu care acționează cablul de tracțiune asupra cabinei unui ascensor cu masa m=500 kg aflat într-o clădire de înălțime mare. Ascensorul urcă de-a lungul axei verticale Oy. La momentul inițial t_0=0 cabina ascensorului se afla în repaus în originea axei Oy. Să se afle:



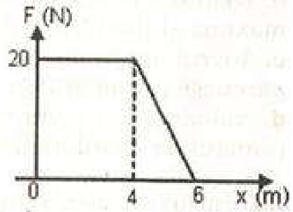
a. lucrul mecanic cheltuit de motorul care ridică ascensorul până când acesta atinge înălțimea y_1=10 m
b. viteza cabinei ascensorului când ascensorul se află la y_1=10 m
c. puterea instantanee a motorului în momentul în care ascensorul se află la înălțimea y_2=22 m

31. Asupra unui corp cu masa m=2 kg acționează o forță rezultantă pe direcția axei Ox, a cărei dependență de coordonata x este redată în graficul alăturat. Să se afle:



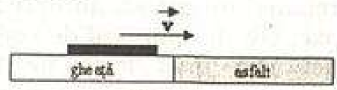
a. lucrul mecanic total efectuat de forță când $x \in$ (0,25m)
b. forța când coordonata este x_1=12 m
c. puterea instantanee când coordonata este x_1=12 m, dacă în punctul de coordonată x_0=0, corpul are viteza v_0=2,645 m/s

32. Un corp de masă m=5 kg pornește din repaus și se deplasează cu frecare, pe o suprafață orizontală, sub acțiunea unei forțe de tracțiune orizontale F. Dependența valorii forței F de coordonata corpului este reprezentată în graficul alăturat. Coeficientul de frecare la alunecare fiind μ=0,2, să se afle:

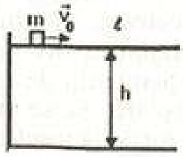


a. lucrul mecanic efectuat de forța F pe distanța de 6m
b. viteza corpului în punctul de coordonată x=6 m
c. distanța parcursă de corp din momentul încetării acțiunii forței F până la oprire

33. O scândură cu lungimea ℓ=1 m și masa m=2 kg este lansată pe asfalt, ca în figura alăturată, cu viteza v_0=1 m/s orientată pe lungimea ei, de pe gheață unde frecarea este neglijabilă, astfel că pătrunde parțial pe asfalt, oprindu-se din cauza frecării. Coeficientul de frecare pe asfalt este μ=0,4. Să se afle:
a. lucrul mecanic al forței de frecare la pătrunderea pe asfalt
b. distanța pe care pătrunde scândura pe asfalt
c. viteza cu care trebuie lansată o scândură din același material dar de două ori mai lungă, pentru a pătrunde pe asfalt pe aceeași distanță ca și prima



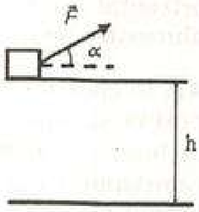
34. Un corp de masă m=4 kg, este așezat la o distanță ℓ=1,1 m de capătul liber al unei platforme orizontale fixe, aflată la înălțimea h=1,2 m față de sol. Corpului i se imprimă o viteza inițială orizontală v_0=6 m/s, orientată către capătul liber al platformei, ca în figura alăturată. Coeficientul de frecare la



alunecare dintre corp şi platformă este μ=0,5. Să se afle:
a. energia cinetică a corpului în momentul iniţial
b. viteza corpului în momentul în care se află la capătul liber al platformei
c. viteza corpului în momentul în care acesta atinge solul

35. Pe un plan orizontal se află iniţial în repaus un corp cu masa m=2 kg supus acţiunii unei forţe F=15 N, care acţionează ca în figură sub un unghi α=30°. Mişcarea se face cu frecare coeficientul de frecare fiind μ=0,2. Să se afle, după parcurgerea distanţei d=2 m:
a. viteza corpului
b. energia cinetică a corpului în condiţiile punctului **a.**
c. puterea medie dezvoltată de forţă în timpul mişcării

36. Asupra unui corp cu masa m=2 kg, care se află iniţial în repaus pe o masă orizontală la înălţimea h=1 m faţă de podea, începe să acţioneze o forţă constantă $F=10\sqrt{2}$ N, care face un unghi α=45° cu direcţia mişcării, ca în figura alăturată. Corpul se deplasează cu frecare, coeficientul de frecare fiind μ=0,2, iar când ajunge la capătul mesei acţiunea forţei încetează şi corpul cade de la înălţimea h. Pentru a deplasa corpul pe toată lungimea mesei, forţa efectuează lucrul mecanic L=20 J. Să se afle:



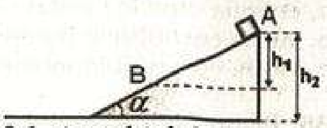
a. distanţa parcursă de corp pe suprafaţa mesei
b. lucrul mecanic efectuat de forţa de frecare pe durata mişcării
c. puterea medie dezvoltată de forţa F şi intervalul de timp cât se deplasează corpul pe masă
d. energia cinetică a corpului când acesta ajunge la suprafaţa Pământului

37. Un corp este lansat pe un plan înclinat cu unghiul α=30° cu o viteză iniţială v_0. Acest corp urcă cu frecare, coeficientul de frecare fiind $\mu=1/(3\sqrt{3})$, astfel încât corpul se opreşte după ce parcurge pe plan o lungime ℓ=15 m. Să se afle:
a. viteza iniţială v_0 cu care porneşte corpul de la baza planului înclinat
b. viteza cu care revine corpul la baza planului înclinat
c. distanţa parcursă de corp până la oprire pe un plan orizontal cu care se continuă planul înclinat, dacă se consideră că mişcarea se efectuează pe planul orizontal cu coeficientul de frecare μ'=0,1

38. O sanie cu masa m=4 kg coboară liber pe o pârtie înclinată cu unghiul α=14° ($tg\alpha \approx 0{,}25$) şi îşi continuă apoi drumul pe un plan orizontal până la oprire. Înălţimea pârtiei este h=10 m, iar proiecţia pe orizontală a întregii traiectorii a saniei este d=50 m. Coeficientul de frecare la alunecare are aceeaşi valoare pe tot parcursul mişcării. Să se afle:
a. coeficientul de frecare la alunecare
b. viteza saniei la baza pârtiei
c. puterea medie a forţei de frecare la coborârea saniei pe pârtie

39. O cărămidă cu masa m=2 kg alunecă accelerat pe o scândură înclinată faţă de planul orizontal cu unghiul α=45°. Dacă cărămida este lansată de jos în sus de-a lungul scândurii cu viteza v_0=4 m/s, aceasta urcă cu o acceleraţie dublă în modul. Să se afle:
a. coeficientul de frecare la alunecare
b. spaţiul parcurs de cărămidă până la oprirea pe scândură
c. randamentul scândurii înclinate

40. Un corp cu masa m=1 kg, aflat în vârful A al unui plan înclinat alunecă fără viteză inițială spre baza planului. Se cunosc: diferența de nivel dintre punctele A și B, h_1=2 m, coeficientul de frecare la alunecare dintre corp și suprafața planului înclinat μ=0,1 și unghiul de înclinare a suprafeței planului față de orizontală α=45°. Să se afle:



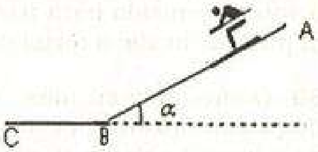
a. lucrul mecanic efectuat de forța de frecare pe distanța AB
b. viteza corpului în momentul în care acesta trece prin punctul B
c. înălțimea h_2 a planului înclinat, dacă viteza corpului la baza planului are valoarea v=7,5 m/s
d. distanța totală parcursă de corp de la pornire și până la oprirea sa pe planul orizontal cu care se continuă planul înclinat, dacă coeficientul de frecare la alunecare pe planul orizontal este μ_1=0,25

41. În cadrul unui experiment se determină, cu ajutorul unui senzor de mișcare, poziția și viteza unui corp la diferite momente în timpul coborârii pe un plan înclinat cu unghiul α=30° față de orizontală. Poziția este indicată cu ajutorul coordonatei x măsurată față de punctul din care începe coborârea corpului, de-a lungul planului înclinat. Datele experimentale culese sunt prezentate în tabelul alăturat. Masa corpului este m=0,50 kg, iar coeficientul de frecare la alunecare este μ. Să se afle:
a. dependența energiei cinetice E_C de coordonata la care se găsește corpul, $E_C=f(x)$ folosind teorema variației energiei cinetice
b. graficul $E_C=f(x)$ pentru x€[0 m; 1 m] folosind rezultatele experimentale
c. coeficientul de frecare la alunecare între corp și planul înclinat

x(m)	0	0,25	0,5	0,75	1
v(m/s)	0	1	1,41	1,73	2

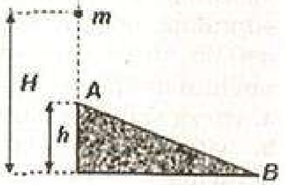
42. Un corp, lansat în sus de la baza unui plan înclinat cu unghiul α=14° ($tg\alpha \approx 0{,}25$) față de orizontală, are în momentul lansării energia cinetică E_{C0}=500J. După ce parcurge o anumită distanță pe planul înclinat, corpul se oprește și apoi revine la baza planului. Coeficientul de frecare la alunecare dintre corp și suprafața planului este μ=0,15. Considerând că energia potențială gravitațională a sistemului corp-Pământ este nulă în punctul din care este lansat corpul, să se afle:
a. lucrul mecanic efectuat de greutatea corpului de la lansarea corpului până la revenirea acestuia în locul de lansare
b. energia potențială gravitațională a sistemului corp-Pământ în momentul opririi corpului pe planul înclinat
c. lucrul mecanic efectuat de forța de frecare la alunecare între momentul lansării și momentul opririi corpului pe planul înclinat
d. energia cinetică pe care o are corpul în momentul revenirii sale în poziția din care a fost lansat

43. O pistă de schi, reprezentată în figura alăturată, se compune dintr-o pantă AB continuată cu o porțiune orizontală BC. Un schior, a cărui masă totală este m=70 kg, coboară, fără viteză inițială, din vârful A al pantei. Panta AB are lungimea ℓ=100 m și formează cu orizontala unghiul α (sinα=0,6). Din punctul B, situat la baza pantei, schiorul își continuă mișcarea pe porțiunea orizontală oprindu-se într-un punct C situat la distanța $BC=d$=80 m de baza pantei. Coeficientul de frecare la alunecare are aceeași

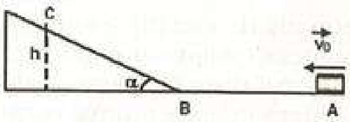


valoare pe pantă şi pe porţiunea orizontală. Energia potenţială gravitaţională se consideră nulă la baza pantei. Să se afle:
a. energia mecanică a schiorului în vârful A al pantei
b. coeficientul de frecare la alunecare dintre schior şi pistă
c. valoarea vitezei schiorului la baza pantei
d. puterea dezvoltată de motorul unui teleschi pentru a deplasa schiorul pe pistă, cu viteză constantă, din C în A, într-un interval de timp Δt=4 min, dacă se consideră că forţa de tracţiune care acţionează asupra schiorului este paralelă permanent cu direcţia deplasării schiorului

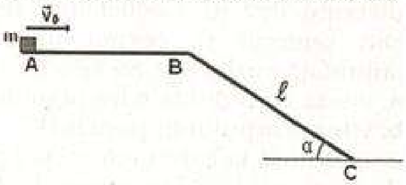
44. De la înălţimea H=10 m cade liber un corp de masă m=2 kg, ca în figura alăturată. La înălţimea h=2 m faţă de sol corpul ciocneşte un plan înclinat de lungime $\ell=AB$=4 m, de-a lungul căruia alunecă, fără să se desprindă de acesta. În urma ciocnirii, corpul pierde f=75% din energia cinetică pe care o avea înainte de ciocnire. Forţa de frecare la alunecarea pe planul înclinat este F_f=4 N. Se consideră nulă energia potenţială la baza planului. Să se afle:
a. energia cinetică a corpului imediat înainte de ciocnirea cu planul înclinat
b. energia mecanică totală a corpului la înălţimea h, imediat după ciocnirea acestuia cu planul înclinat
c. viteza corpului în punctul B
d. coeficientul de frecare



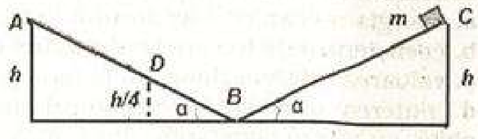
45. Un corp de masă m=5 kg este lansat cu viteza iniţială v_0=10 m/s din punctul A, pe o suprafaţă orizontală, ca în figura alăturată. După ce parcurge distanţa $AB=d$=5 m pe planul orizontal, corpul intră pe un plan înclinat care face unghiul $\alpha=30^0$ cu orizontala şi urcă pe acesta până în punctul C, unde se opreşte. Atât pe planul orizontal cât şi pe cel înclinat mişcarea are loc cu frecare, coeficientul de frecare fiind μ_1=0,5 pe planul orizontal şi $\mu_2=1/\sqrt{3}$ pe planul înclinat. Să se afle:
a. lucrul mecanic efectuat de forţa de frecare pe distanţa AB
b. energia cinetică în punctul B
c. înălţimea maximă la care ajunge corpul pe planul înclinat
d. randamentul planului înclinat



46. Pe o suprafaţă orizontală AB se lansează din punctul A, cu viteza iniţială v_0=20 m/s, un corp cu masa m=2 kg (vezi figura). Corpul ajunge în punctul B cu o viteză egală cu jumătate din valoarea vitezei iniţiale, după care începe să coboare pe o pantă de lungime $\ell=BC$=30 m, care formează un unghi α ($\sin\alpha$=0,6) cu orizontala. Corpul ajunge la baza pantei cu viteza v_0, egală cu viteza iniţială. Pe toată distanţa mişcarea se face cu frecare, coeficientul de frecare având aceeaşi valoare peste tot. Să se afle:
a. lucrul mecanic efectuat de forţele de frecare pe toată durata deplasării, între punctul de lansare şi baza pantei
b. coeficientul de frecare
c. lungimea porţiunii AB
d. variaţia energiei mecanice totale a corpului între punctele B şi C. Justificaţi valoarea.

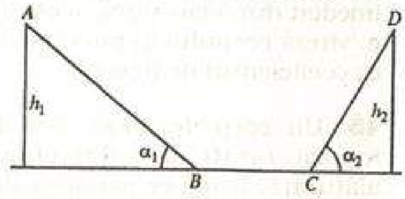


47. Un corp cu masa m=2 kg este lansat din punctul C de-a lungul planului în jos cu o viteză inițială de la înălțimea h=4 m pe un plan înclinat cu unghiul α=30° ca în figură. Știind că deplasarea corpului se realizează cu frecare, coeficientul de frecare fiind $\mu=\sqrt{3}/10$ peste tot iar planele sunt identice, să se afle:



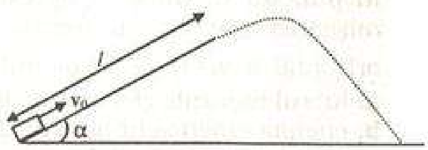
a. lucrul mecanic al forțelor de frecare la deplasarea corpului din C în A
b. viteza minimă a corpului în punctul C astfel încât acesta să ajungă la aceeași înălțime pe al doilea plan înclinat
c. variația energiei mecanice a corpului între punctele A și D, dacă punctul D este situat la înălțimea $h/4$

48. O sanie alunecă liber din vârful unui derdeluș de înălțime h_1=7,2 m. Mișcarea pe primul derdeluș se face fără frecare. Sania parcurge apoi o suprafață orizontală cu lungimea ℓ=23 m pe care se deplasează cu frecare, μ=0,05, după care sania urcă până la înălțime h_2=5 m pe un alt derdeluș cu unghiul α=45°. Să se afle:



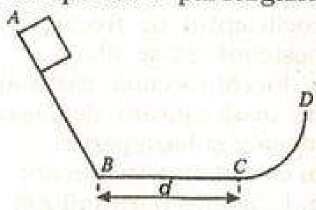
a. viteza saniei la baza primului derdeluș
b. viteza saniei la baza celui de-al doilea derdeluș
c. coeficientul de frecare pe al doilea derdeluș
d. viteza cu care revine la baza primului derdeluș

49. Un corp cu masa m=2 kg este aruncat de la sol pe un plan înclinat cu unghiul α=30° și lungimea ℓ=3 m, cu viteza inițială v_0=10 m/s. Mișcarea se face cu frecare, coeficientul de frecare fiind $\mu = 1/(5\sqrt{3})$. Să se afle, utilizând teorema de variație a energiei cinetice:



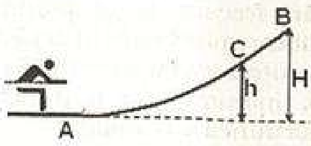
a. viteza cu care ajunge corpul în vârful planului înclinat
b. lucrul mecanic efectuat de forța de frecare pe planul înclinat
c. viteza cu care ajunge corpul în planul orizontal al punctului de lansare
d. lucrul mecanic efectuat de greutatea corpului de la lansare până la atingerea solului

50. Un corp cu masa m=2 kg coboară fără frecare pe un plan înclinat cu înălțimea h=1 m ca în figura alăturată. Ajugând la baza planului, corpul se deplasează cu frecare pe o suprafață plană până într-un punct C parcurgând distanța d=2 m. Coeficientul de frecare este μ=0,3. Din punctul C, corpul urcă fără frecare pe o suprafață curbă CD. Să se afle:



a. viteza corpului la baza planului înclinat
b. viteza corpului în punctul C
c. înălțimea la care urcă corpul pe suprafața CD
d. distanța față de punctul B la care se oprește corpul pe porțiunea BC

51. La o competiție de schi, sportivul aflat în poziția A trebuie să aibă o viteză minimă pentru a putea ajunge până în poziția B (vezi figura alăturată) situată la înălţimea H=3,2 m faţă de porţiunea orizontală a pistei. Masa sistemului sportiv-schiuri este M=90 kg. Să se afle:

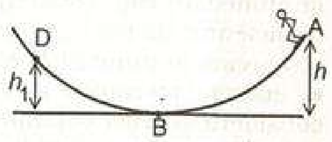


a. viteza minimă pe care trebuie să o aibă sportivul în punctul A pentru a ajunge în B, dacă s-ar neglija forţele de rezistenţă la înaintare

b. înălţimea h la care se află punctul C în care sportivul se opreşte, dacă viteza sportivului în punctul A este v_A=8 m/s iar lucrul mecanic efectuat de rezultanta forţelor de rezistenţă întâmpinate de sportiv în deplasarea sa reprezintă o fracţiune f=10% din lucrul mecanic al greutăţii sportiv-schiuri la deplasarea din A în C

c. lucrul mecanic efectuat de forţele de rezistenţă până când sportivul ajunge la înălţimea h_D=2 m, unde viteza sa devine v_D=4 m/s dacă sportivul are în punctul A viteza v_A=8 m/s

52. În figura alăturată este reprezentată o pistă de skateboard pe care se află un sportiv având masa m=80 kg. Pornind din repaus din punctul A situat la înălţimea h=2 m faţă de baza pistei, sportivul trece prin punctul B al pistei cu viteza $v \approx 5{,}66$ m/s şi se opreşte prima dată în punctul D situat la înălţimea h_1=1,5 m faţă de baza pistei. Să se afle:



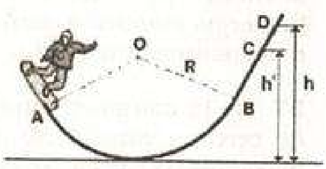
a. lucrul mecanic efectuat de greutate din punctul A până în punctul D

b. lucrul mecanic efectuat de forţa de frecare pe toată durata mişcării din punctul A până în punctul D

c. viteza cu care trebuie lansat sportivul în punctul A pentru a ajunge la aceeaşi înălţime h pe porţiunea BD dacă forţa de frecare pe porţiunea AB este egală cu cea pe porţiunea BC, C fiind punctul unde se opreşte corpul

d. puterea medie a forţei de greutate de la punctul A la punctul B, dacă sportivul coboară între cele două puncte în intervalul de timp Δt=0,5 s

53. Pe o pistă de snowboard se află un sportiv cu masa M=70 kg care are o placă cu masa m=5 kg. În partea inferioară arcul AB este egal cu 1/3 dintr-un cerc cu raza R=4 m. Să se afle:

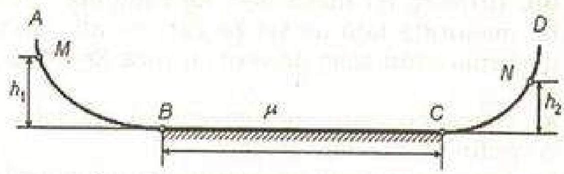


a. viteza minimă pe care trebuie să o aibă sportivul în punctul A pentru a putea ajunge în punctul D situat la înălţimea h=3 m dacă mişcarea decurge fără frecare

b. viteza minimă pe care trebuie să o aibă sportivul în punctul A pentru a putea ajunge în punctul B aflat la aceeaşi înălţime, dacă lucrul mecanic al forţei de frecare este L_{Ff}=−2400 J

c. lucrul mecanic efectuat de forţa de frecare dintre talpa snowboardului şi zăpadă la deplasarea din punctul A până în punctul C, dacă în punctul A sportivul are viteza iniţială v_0=8 m/s şi se opreşte într-un punct C situat la înălţimea h'=2,5 m

54. O pistă de snowboard are forma din figură: două porţiuni curbe AB şi CD, separate de o porţiune orizontală BC=d=12 m. Un sportiv cu masa m=70 kg coboară liber pe un snowboard, din punctul M al porţiunii curbe AB a pistei, punctul M aflându-se la înălţimea h_1=2,45 m. Admiţând că mişcarea pe cele două porţiuni curbe AB şi CD se face



fără frecare, că pe porțiunea orizontală BC coeficientul de frecare la alunecare dintre snowboard și zăpadă este $\mu=0,1$. Să se afle:

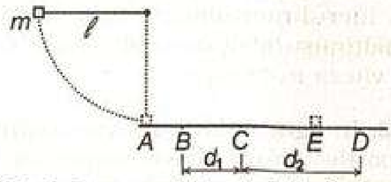
a. viteza v_C cu care trece prima dată sportivul prin punctul C

b. înălțimea h_2 a punctului N în care se oprește prima dată sportivul pe porțiunea CD a pistei

c. lucrul mecanic efectuat de forțele de frecare de la începutul mișcării sportivului și până la oprirea sa definitivă

d. distanța dintre punctul B și punctul în care se va opri definitiv sportivul

55. Un corp cu masa $m=80$ g este legat de un fir și lungimea $\ell=0,8$ m. În poziția inițială firul este întins și orizontal, ca în figura alăturată. Corpul este lăsat liber. Când ajunge în poziție verticală, firul se rupe și corpul își continuă mișcarea pe suprafața orizontală. Pe porțiunea



AB mișcarea are loc fără frecare, pe porțiunea $BC=d_1=1$ m coeficientul de frecare la alunecare este constant și are valoarea $\mu_1=0,3$, iar pe porțiunea $CD=d_2=5$ m coeficientul de frecare crește liniar de la valoarea $\mu=0$ în C la $\mu_2=0,8$ în D. Corpul se oprește în punctul E. Să se afle:

a. energia mecanică a corpului în momentul în care este lăsat liber, dacă se consideră energia potențială gravitațională nulă la nivelul suprafeței orizontale

b. viteza corpului când firul ajunge în poziție verticală

c. viteza corpului în punctul C

d. distanța CE parcursă de corp până la oprire

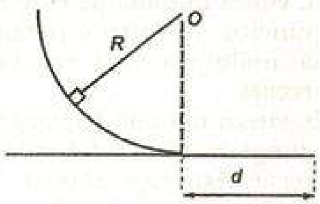
56. Un corp cu masa $m=200$ g se prinde de un fir inextensibil de lungime $\ell=40$ cm. Se scoate corpul din poziția de echilibru până când firul formează un unghi $\alpha=60^0$ cu verticala și se lasă liber corpul. Să se afle:

a. viteza cu care trece corpul prin poziția verticală

b. energia cinetică a corpului când firul formează un unghi $\beta=30^0$ cu verticala

c*. tensiunea maximă pe care o suportă firul, dacă acesta nu se rupe

57. De la marginea superioară a unui jgheab circular vertical de forma uni sfert de cerc cu raza $R=30$ cm se lasă liber un corp cu masa $m=100$ g ca în figură. Pe jgheab mișcarea se face cu frecare iar lucrul mecanic total al acestor forțe de frecare este $L_{Ff}=-0,1$ J. Mișcarea corpului continuă pe un plan orizontal cu frecare, coeficientul de frecare fiind pe plabul orizontal $\mu=0,1$. Să se afle:

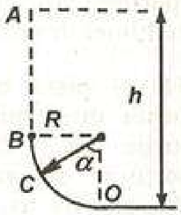


a. viteza corpului la marginea inferioară a jgheabului

b*. forța cu care apasă corpul pe jgheab în poziția inferioară a traiectoriei

c. distanța parcursă de corp pe planul orizontal până la oprire

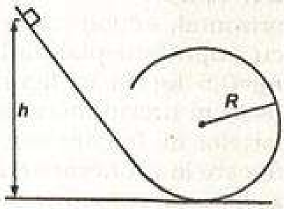
58. Un corp cu masa $m=1$ kg cade liber de la înălțimea $h=1,5$ m, măsurată față de sol pe care se află un jgheab circular BO de forma unui sfert de cerc cu raza $R=50$ cm ca în figură. Să se afle:



a. viteza cu care ajunge corpul pe jgheab, dacă mișcarea corpului se face fără frecare

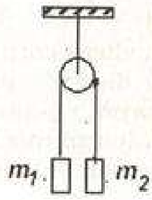
b*. forța cu care apasă corpul asupra jgheabului când poziția corpului formează unghiul $\alpha=60^0$ cu verticala și valoarea maximă a foței de apăsare, dacă mișcarea corpului pe jgheab se face fără frecare

c. lucrul mecanic al forței de frecare pe jgheab, astfel că în punctul O al jgheabului corpul se oprește

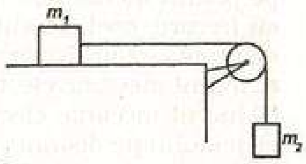


59*. Se lasă liber un corp cu masa m=200 g pe un jgeab ca în figură. Se neglijează efectul forțelor de frecare. Bucla circulară are raza R=50 cm.Să se afle:
a. viteza corpului în punctul cel mai de sus al buclei, dacă acesta nu apasă asupra jgheabului
b. înălțimea minimă de unde trebuie lăsat liber corpul pentru a putea descrie bucla
c. lucrul mecanic al unor forțe de frecare dacă corpul se lasă liber de la înălțimea H=2,5 m, iar în punctul superior corpul nu apasă asupra jgheabului

60. Un corp cu masa m=800 kg se deplasează fără frecare sub acțiunea unei forțe F, orientată pe direcția și în sensul vitezei inițiale v_0=10 m/s a corpului. Puterea dezvoltată de forța F rămâne constantă, egală cu P=4 kW. Să se afle:
a. timpul t după care viteza corpului crește de n=4 ori
b. valoarea forței F la momentul t
c. reprezentările grafice ale dependențelor forței de viteză, respectiv a vitezei de timp



61. Două corpuri cu masele m_1=400 g și m_2=600 g se află la aceeași înălțime h=1 m față de sol fiind prinse cu un fir inextensibil cu lunginea ℓ=2,5 m trecut peste un scripete ca în figură. Se lasă sistemul de corpuri liber. Să se afle:
a. energia cinetică a sistemului de corpuri, dacă sistemul se mișcă pe distanța h_1=40 cm
b. viteza cu care corpul de masă m_2 lovește solul
c. înălțimea maximă măsurată față de sol la care ajunge corpul cu masa m_1



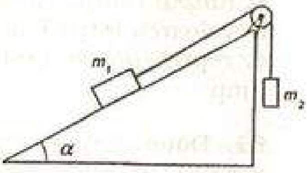
62. Pe o suprafață orizontală se deplasează cu frecare (μ=0,2) un corp cu masa m_1=5 kg. Corpul cu masă m_1 se leagă printr-un fir inextensibil trecut peste un scripete ca în figură de un corp cu masă m_2=3 kg. Cele două corpuri se mișcă împreună pornind din repaus pe distanța d=0,5 m și apoi firul care le leagă se rupe. Să se afle:
a. viteza sistemului înainte de ruperea firului
b. distanța parcursă până la oprire de corpul m_1 măsurată din momentul pornirii, dacă distanța de la el până la scripete este suficient de mare
c. viteza cu care ajunge la sol corpul m_2, dacă în momentul ruperii firului, acesta se află la înălțimea h=1,2 m față de sol

63. Fie sistemul din figura anterioară. Dacă se imprimă o viteză sistemului de corpuri printr-un impuls aplicat corpului cu masa m_2=20 g în jos, acesta coboară pe distanța h_1=25 cm. Dacă imprimăm sistemului aceeași viteză, imprimând un impuls corpului cu masa m_1=100 g spre stânga, corpul cu masa m_2 urcă pe distanța h_2=5 cm. Să se afle:
a. coeficientul de frecare la alunecare
b. raportul lucrurilor mecanice ale forțelor de frecare
c. spațiul până la oprire, dacă viteza inițială imprimată sistemului este v_0=5m/s iar m_1 se mișcă spre stânga

64. Asupra unui corp cu masa m_1=2 kg aflat inițial în repaus, pe un plan orizontal, acționează o forță constantă F, a cărei direcție formează unghiul α=30° cu suprafața planului. Corpul este în contact cu un al doilea corp, de masă m_2=0,5 kg ca în figura alăturată. Pentru deplasarea sistemului pe o distanță d=10 m lucrul mecanic efectuat de forța de tracțiune este de L_F=173 J, iar cel al forțelor de frecare este egal cu L_{Ff}=−15J. Ambele corpuri au același coeficient de frecare la alunecare cu planul orizontal. Să se afle:

a. forța de tracțiune
b. coeficientul de frecare la alunecare dintre corpuri și suprafața orizontală
c. puterea medie disipată prin frecare de corpul cu masa m_2 pe distanța d
d. viteza sistemului de corpuri după parcurgerea unei distanțe D=20 m din momentul aplicării forței F

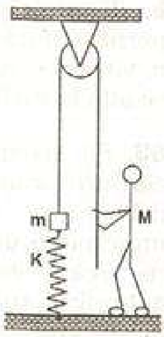
65. Fie sistemul de corpuri cu masele m_1=2 kg și m_2=4 kg din figură. Inițial corpul m_2 se află la înălțimea h=60 cm de sol, iar planul cu unghiul α=30° se consideră suficient de lung. Corpurile pornesc din repaus, mișcarea corpului m_1 făcându-se cu frecare, coeficientul de frecare fiind $\mu = 1/(3\sqrt{3})$. Să se afle:



a. viteza corpurilor când corpul m_2 ajunge la sol
b. distanța parcursă până la oprire de corpul aflat pe planul înclinat după ce corpul m_2 ajunge pe sol măsurată față de punctul de pornire
c. lucrul mecanic total efectuat de forța de frecare ce acționează asupra corpului m_1 până la oprire

66. Fie sistemul de corpuri cu masele m_1=4 kg și m_2=2 kg aflat inițial în repaus pe planul înclinat cu unghiul α=60° ca în figura precedentă. Corpul m_1 se mișcă cu frecare, coeficientul de frecare fiind μ=0,2. Lăsat liber sistemul se mișcă pe o distanță ℓ=2 m. Să se afle:
a. lucrul mecanic efectuat de forța de frecare
b. lucrul mecanic efectuat de forța de greutate a corpului m_2 în timpul mișcării sistemului pe distanța ℓ
c. viteza corpurilor după parcurgerea distanței ℓ

67. Un om cu masa M=80 kg menține în repaus o ladă cu masa m=20 kg prin intermediul unui fir ideal trecut peste un scripete fix, ca în figură. Între ladă și podeaua pe care stă omul este legat un resort nedeformat având constanta de elasticitate k=200 N/m. Omul trage de sfoară în jos cu scopul de a ridica lada cât mai sus. Să se afle:



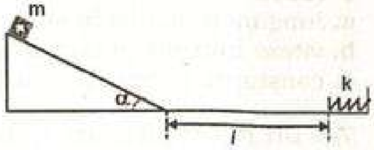
a. variația energiei potențiale gravitaționale a sistemului ladă-Pământ când aceasta este ridicată pe verticală pe o distanță h=0,5 m
b. lucrul mecanic efectuat de forța elastică la alungirea resortului cu h
c. lucrul mecanic efectuat de om pentru a ridica lada legată de resort, cu viteză constantă, pe distanța h=0,5 m
d. deformarea maximă a resortului considerând că lada este ridicată cu viteză constantă foarte mică, omul nu se desprinde de sol și scripetele se află suficient de sus, iar deformațiile se consideră elastice. Interpretați rezultatul practic.

68. Un corp de masă m=1 kg, aflat inițial în repaus, alunecă fără frecare din vârful unui plan înclinat de unghi α=30° și lungime d=10 m. Mișcarea se continuă cu frecare pe un plan orizontal, coeficientul de frecare fiind μ=0,25. După ce corpul parcurge distanța ℓ=10 m, lovește un resort de constantă de elasticitate k=5000 N/m pe care îl comprimă și se oprește. Să se afle:

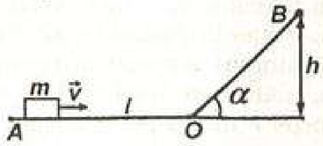
a. energia cinetică a corpului la baza planului înclinat

b. viteza corpului imediat înainte ca acesta să atingă resortul

c. comprimarea maximă a resortului, neglijând frecarea pe timpul comprimării



69. Un resort cu constanta elastică k=4 kN/m comprimat cu x=5 cm se decomprimă și lansează un corp cu masa m=100 g. Corpul își continuă mișcarea pe un plan orizontal cu lungimea ℓ=3 m și apoi pe un plan înclinat cu unghiul α=30°. Mișcarea se face cu frecare după decomprimarea resortului, coeficientul de frecare fiind peste tot μ=0,6. Să se afle:



a. viteza cu care pornește corpul după decomprimarea resortului

b. înălțimea la care urcă corpul pe planul înclinat

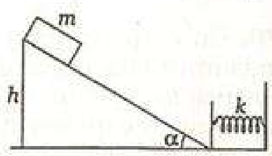
c. lucrul mecanic total al forței de frecare

70. Pe un plan înclinat cu un unghi α=30° față de orizontală alunecă liber un corp cu masa m=200 g, de la o înălțime h=2 m față de sol. Mișcarea corpului pe planul înclinat se face cu frecare, coeficientul de frecare fiind $\mu = 1/(2\sqrt{3})$ și fără frecare pe planul orizontal La baza planului înclinat se află un resort, inițial nedeformat, cu constanta elastică k=400 N/m. Să se afle:

a. viteza corpului la baza planului înclinat

b. comprimarea maximă a resortului

c. lucrul mecanic al forței elastice



71. Un vagon de masă m=5 t se desprinde de trenul care mergea cu viteza v_0=4 m/s. După un anumit timp el se ciocnește cu tamponul unui opritor al cărui resort se comprimă cu x=10 cm. Cunoscând constanta elastică k=2 MN/m a resortului și coeficientul de frecare între șine și roțile vagonului μ=0,01, să se afle:

a. distanța totală parcursă de vagon de la desprindere până la oprire

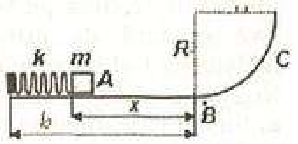
b. viteza corpului imediat înaintea ciocnirii resortului

c. viteza imprimată vagonului după decomprimarea resortului

72. Un resort elastic orizontal cu constanta elastică k=100 N/m este comprimat cu x=20 cm de corpul cu masa m=2 kg ca în figura alăturată. Se lasă liber sistemul și se neglijează toate frecările. Suprafața sferică are raza R=20 cm. Să se afle:

a. viteza imprimată corpului când resortul se destinde complet

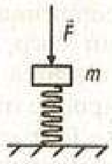
b. unghiul format cu verticala de raza construită în punctul până la care urcă corpul pe suprafața sferică



c. valoarea coeficientului de frecare cu suprafața orizontală, dacă corpul urcă fără frecare numai pe suprafața sferică pe înălțimea h=5 cm

73. De pe podul de peste un râu un adept al sporturilor extreme cade liber de la înălțimea H=30 m, fiind legat de picioare cu o coardă elastică care are celălalt capăt fixat de pod. Sportivul își alege coarda elastică astfel încât viteza lui să fie nulă la înălțimea h_1=2 m deasupra apei și să fie în echilibru după amortizarea oscilațiilor la înălțimea h=10 m. Să se afle:
a. lungimea coardei în stare nedeformată
b. viteza maximă pe care o atinge sportivul
c. constanta elastică a coardei, dacă sportivul are masa m=60 kg

74. Un resort ideal are constanta elastică k=500 N/m și lungimea nedeformată ℓ_0=1 m. Resortul este comprimat de un corp cu masa m=1 kg așezat peste el ca în figură și de o forță verticală F=30 N. Să se afle:
a. forța elastică exercitată în resort
b. lungimea resortului comprimat
c. înălțimea maximă față de sol la care va urca corpul dacă acțiunea forței F încetează și corpul este aruncat din poziția în care resortul nu mai este deformat

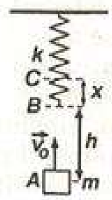


75. O bilă cu masa m=200 g se află pe un resort vertical ca în figura de la problema precedentă. Resortul este comprimat cu x=2 cm. Dacă se apasă resortul cu o forță verticală F comprimarea resortului devine de două ori mai mare decât la început. Să se afle:
a. constanta elastică a resortului
b. valoarea forței F
c. înălțimea la care se va ridica bila după încetarea acțiunii forței F față de poziția cea mai joasă

76. Un corp cu masa m=100 g se lasă să cadă liber de la o înălțime h=40 cm măsurată față de capătul superior al unui resort vertical și ideal cu constanta elastică k=30 N/m așezat pe o masă. Să se afle:
a. viteza cu care lovește corpul resortul
b. comprimarea maximă a resortului
c. lucrul mecanic al forței elastice

77. O bilă cu masa m=100 g este prinsă la un capăt al unui fir elastic cu lungimea nedeformată ℓ_0=40 cm și constanta elastică k=100 N/m. Celălalt capăt al firului este prins într-un punct A. Bila este ridicată în punctul A și i se dă drumul să cadă la momentul t_0=0 s. Să se afle:
a. intervalul de timp după care firul începe să se alungească
b. alungirea maximă atinsă de firul elastic în timpul căderii bilei
c. reprezentarea grafică a dependenței modulului forței elastice din fir de alungirea acestuia până când firul se alungește la maximum

78. Un corp cu masa m=1 kg este aruncat din punctul A cu viteza inițială v_0=7 m/s pe verticală în sus. În punctul B aflat la înălțimea h=2 m față de punctul A, corpul ciocnește un resort elastic, nedeformat și cu constanta elastică k=200 N/m, pe care îl comprimă. Neglijând frecările, să se afle:
a. lucrul mecanic efectuat de greutatea corpului pe distanța AB
b. timpul în care corpul a străbătut distanța AB
c. comprimarea maximă a resortului în urma ciocnirii



3.4. Conservarea energiei mecanice

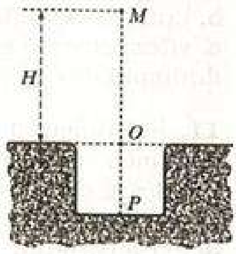
1. Un lanț de lungime ℓ=96 cm și cu masa m=2 kg se află ținut pe o masă orizontală, astfel că o pătrime din lungimea lui atârnă. Să se afle, dacă se lasă liber lanțul și se neglijează frecările lanțului cu masa:
a. viteza cu care părăsește lanțul masa
b. lucrul mecanic necesar urcării porțiunii de lanț care atârnă

2. Un corp cade liber fără frecare de la înălțimea h=100 m. Să se afle:
a. înălțimea la care energia sa cinetică este de patru ori mai mică decât energia potențială a corpului în punctul respectiv
b. viteza corpului când acesta se află la înălțimea h_C=20 m
c. înălțimea la care se ridică din nou corpul, dacă imediat după ciocnirea cu solul, energia cinetică a corpului reprezintă o fracțiune f=40% din valoarea energiei cinetice imediat înainte de ciocnire

3. O minge cu masa m=500 g aruncată vertical în sus de la sol, ajunge la înălțimea maximă h=1 m. Se neglijează efectul forțelor de frecare. Să se afle:
a. viteza inițială a mingii
b. energia mecanică a mingii la 1/4 din înălțimea maximă h, dacă la sol E_P=0
c. cu cât se va ridica mai mult mingea, dacă viteza sa inițială crește de 2 ori?

4. Un copil aruncă pe verticală, de jos în sus cu viteza inițială v_0=4 m/s o minge cu masa m=100 g de la înălțimea h=5 m. Se neglijează efectul forțelor de frecare. Considerând că energia potențială gravitațională este nulă la nivelul solului, să se afle:
a. înălțimea maximă măsurată față de sol la care se ridică mingea
b. valoarea energiei cinetice a corpului la o pătrime din înălțimea maximă la care se ridică corpul
c. viteza cu care corpul ajunge pe sol

5. O piatră de masă m=200 g, lansată vertical în sus din punctul O aflat la nivelul solului, atinge în punctul M înălțimea maximă H=20 m, iar apoi cade într-o groapă de adâncime h=10 m, ca în figura alăturată. Frecările cu aerul se neglijează. Considerând că la nivelul solului (în punctul O) energia potențială gravitațională este nulă, să se afle:
a. viteza pietrei în momentul lansării
b. viteza pietrei atunci când piatra atinge punctul P
c. lucrul mecanic efectuat de forța de greutate pe toată durata deplasării pietrei



6. Un corp de masă m=0,5 kg este lansat de la nivelul solului, vertical în sus, cu viteza inițială v_0=8 m/s fără frecare cu aerul. Energia potențială gravitațională este considerată nulă la nivelul solului. Să se afle:
a. înălțimea maximă măsurată față de sol atinsă de corp
b. viteza corpului în momentul în care energia sa cinetică este de trei ori mai mică decât cea potențială în punctul respectiv
c. dacă viteza cu care corpul ar atinge solul la coborâre ar fi mai mare, mai mică, sau egală cu viteza inițială v_0, dacă frecarea cu aerul nu ar fi neglijabilă și să se justifice răspunsul

7. Un om aruncă unui copil un ghiozdan cu masa m=4 kg de la înățimea h=7 m pe verticală de sus în jos cu viteza inițială v_0=2 m/s. Neglijând frecarea cu aerul și considerând la sol E_p=0, să se afle:
a. energia mecanică a ghiozdanului
b. viteza cu care ajunge ghiozdanul la sol
c. înălțimea de la care ar trebui să fie lăsat liber ghiozdanul dacă ajunge la sol cu aceeași viteză

8. Din vârful unui turn cu înălțimea h=75 m este aruncat în sus un corp cu masa m=2 kg și cu viteza inițială v_0=10 m/s. Considerând nivelul de referință al sistemului corp-Pământ pe sol și neglijând efectul forțelor de frecare, să se afle:
a. energia potențială corespunzătoare înălțimii maxime
b. înălțimea la care energia cinetică a corpului este de 3 ori mai mare decât energia sa potențială în punctul respectiv
c. viteza cu care corpul va atinge solul

9. Un elicopter zboară deasupra solului la înălțimea h=160 m cu viteza orizontală v_0=20 m/s. Din elicopter se lasă să cadă vertical un pachet cu masa m=1 kg. Se neglijează efectul forțelor de frecare. Să se afle:
a. reprezentarea grafică a dependenței energiei potențiale gravitaționale a pachetului în funcție de înălțimea h, dacă la sol E_p=0
b. viteza cu care lovește pachetul solul
c. viteza cu care lovește pachetul solul, dacă pachetul se aruncă oblic în jos sub unghiul α=30° față de orizontală

10. În timpul construirii unei clădiri, o macara ridică un colet cu materiale având masa m=1 t de la nivelul solului până la înălțimea h=10 m, cu viteza constantă v=0,2 m/s. Ulterior, din coletul aflat în repaus se desprinde o piesă care cade pe sol de la înălțimea h. Să se afle:
a. timpul în care este ridicat coletul, de pe sol până la înălțimea h
b. puterea dezvoltată de macara pentru ridicarea coletului cu materiale
c. viteza cu care ajunge pe sol piesa desprinsă din colet
d. timpul de cădere a piesei desprinse din colet

11. În graficul 1 este reprezentată energia cinetică a unui corp în funcție de înălțimea corpului lansat pe verticală de la sol de jos în sus. Să se afle, dacă se neglijează efectul forțelor de frecare:
a. energia potențială maximă a corpului
b. masa corpului
c. viteza corpului la înălțimea de h_1=5,2 m

12. În graficul 2 este reprezentată energia potențială a unui corp în funcție de înălțimea corpului lansat pe verticală de la sol de jos în sus. Să se afle, dacă se neglijează efectul forțelor de frecare:
a. valoarea energiei cinetice la sol
b. înălțimea la care energia cinetică este o treime din valoarea energiei potențiale în acel punct
c. viteza corpului la înălțimea de la punctul **b.**

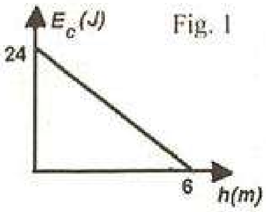


Fig. 1

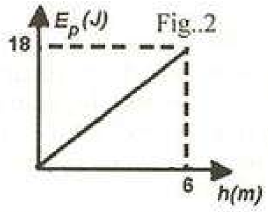


Fig..2

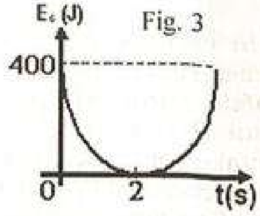
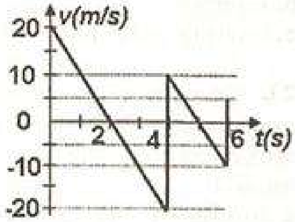


Fig. 3

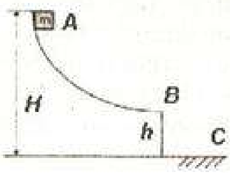
13. Un corp de masă m este lansat vertical în câmp gravitațional, de jos în sus, de la nivelul solului. Energia sa cinetică variază în timp conform graficului din figura 3. Energia potențială gravitațională se consideră nulă la nivelul solului. Să se afle în lipsa frecărilor cu aerul:
a. viteza inițială a corpului
b. masa corpului
c. înălțimea maximă la care urcă corpul
d. viteza la care energia cinetică a corpului reprezintă o fracțiune f=20% din energia sa potențială în punctul respectiv

14. O bilă cu masa m=400 g este lăsat să cadă fără viteza inițială de la o înălțime h_0=1 m. Neglijăm frecările cu aerul. La ciocnirea cu o suprafață plană de oțel bila pierde f=10% din energia sa mecanică. Să se afle:
a. înălțimea h_1 la care se ridică bila după prima ciocnire
b. viteza v_2 a bilei imediat după cea de-a doua ciocnire
c. energia mecanică după cea de-a treia ciocnire

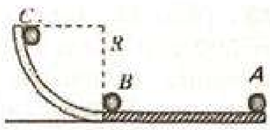
15. În figura alăturată este reprezentată grafic viteza unui corp cu masa m=200 g aruncat vertical de jos în sus în funcție de timp. La revenire corpul ciocnește o suprafață. Se neglijează frecările cu aerul. Să se afle:
a. înălțimea la care ajunge corpul prima dată
b. fracțiunea din energia mecanică pierdută după prima ciocnire
c. pierderea de energie mecanică după cea de-a de-a doua ciocnire



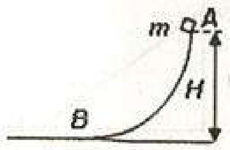
16. Pe un jgheab lucios este lăsat liber de la înălțimea H=8 m un corp cu masa m=2 kg ca în figură. În punctul cel mai coborât al jgheabului corpul părăsește jgheabul la înălțimea h=3 m. Să se afle:
a. viteza corpului în punctul cel mai coborât al jgheabului
b. viteza corpului la sol
c. viteza corpului la o înălțime egală cu f=20% din înălțimea H



17. O bilă cu masa m=200 g este lansată din punctul A cu viteza inițială v_0=6 m/s pe o pistă ca în figura alăturată. Pe porțiunea orizontală AB=ℓ=3 m mișcarea decurge cu frecare, μ=0,1. Pe porțiunea circulară BC cu raza R=50 cm mișcarea se face fără frecare. Să se afle:
a. viteza bilei în punctul B
b. viteza cu care bila ajunge în punctul C
c. înălțimea măsurată față de punctul B la care se ridică bila



18. Un corp de masă m=1 kg, aflat inițial în repaus la înălțimea H=5 m, este lăsat să alunece liber fără frecare pe o suprafață curbă AB, ca în figura alăturată. Începând din punctul B el își continuă mișcarea cu frecare pe planul orizontal, coeficientul de frecare fiind μ=0,2. Să se afle:



a. viteza corpului în punctul B
b. lucrul mecanic efectuat de greutatea corpului la mișcarea între punctele A și B
c. distanța BC, astfel încât în punctul de pe suprafața orizontală C energia mecanică totală a acestuia este egală cu un sfert din energia mecanică totală inițială

19. Un corp se aruncă de la sol sub un unghi $\alpha=30^0$ cu viteza inițială v_0=10 m/s. Să se afle:
a. componentele vectorului viteză pe axele de coordonate Ox (orizontală) și Oy (verticală)
b. înălțimea maximă la care poate ajunge corpul
c. viteza corpului în punctul cel mai înalt al traiectoriei
d. lucrul mecanic al forței de greutate din momentul lansării și până când corpul atinge solul

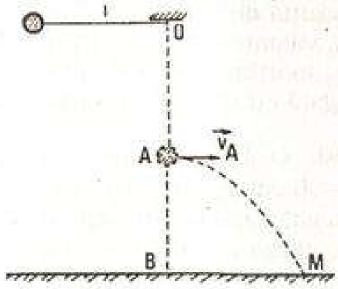
20. O minge este aruncată sub unghiul $\alpha=45^0$ și are energia cinetică în punctul cel mai înalt al traiectoriei E_C=45 J. Neglijând efectul forțelor de frecare cu aerul, să se afle:
a. energia cinetică în punctul de lansare
b. energia cinetică când mingea formează cu orizontala un unghi $\beta=30^0$
c. energia potențială când mingea formează cu orizontala un unghi $\beta=30^0$

21. Un corp este aruncat în câmp gravitațional cu viteza inițială v_0=6 m/s sub un unghi $\alpha=60^0$. Presupunând că mișcarea se produce fără frecare, să se afle atunci când energia cinetică reprezintă fracțiunea f=0,64 din energia cinetică inițială:
a. înălțimea A la care se află corpul
b. cosinusul unghiului β făcut de vectorul viteză cu orizontala în punctul A
c. energia potențială maximă, dacă masa corpului este m=500 g

22. De la înălțimea h=30 m se aruncă orizontal un corp cu masa m=200 g și viteza inițială v_0=10 m/s. Neglijând efectul forțelor de frecare cu aerul și considerând la sol valoarea zero pentru energia potențială, să se afle:
a. energia totală a corpului
b. energia cinetică și energia potențială când viteza corpului formează cu orizontala un unghi $\alpha=60^0$
c. viteza cu care corpul lovește solul

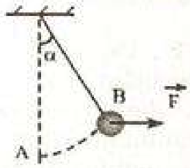
23. Dintr-un turn cu înălțimea h=15 m se lansează un corp cu masa m=500 g și viteza inițială v_0=10 m/s sub un unghi $\alpha=30^0$ față de orizontală și deasupra acesteia. Să se afle, dacă neglijăm efectul forțelor de frecare cu aerul și dacă se consideră la sol valoarea zero pentru energia potențială:
a. energia totală a corpului
b. înălțimea maximă la care urcă corpul
c. viteza cu care corpul lovește solul
d. cosinusul unghiului format de vectorul viteză și orizontală când corpul ajunge la sol

24. Un corp cu masa m=1 kg este legat de un fir inextensibil cu lungimea ℓ=80 cm şi deviat faţă de verticală cu un unghi α=90° ca în figură, după care se lasă liber. Se neglijează efectul forţelor de frecare. Punctul de suspensie a firului se află la înălţimea h=1,8 m faţă de sol. În momentul trecerii prin poziţia verticală *OA* firul se rupe. Să se afle, dacă se consideră că la sol corpul nu are energie potenţială:



a. energia mecanică a corpului
b. energia cinetică la trecerea prin poziţia verticală
c. viteza cu care loveşte corpul solul
d*. tensiunea de rupere

25. La capătul unui fir inextensibil de lungime ℓ=20 cm este fixată o bilă cu masa m=50 g. Se acţionează asupra bilei cu o forţă F orizontală, astfel încât bila este adusă din poziţia A, în poziţia B conform figurii alăturate. În poziţia B bila este în repaus iar firul formează cu verticala unghiul α=60°. Să se afle:



a. forţa F necesară menţinerii bilei în poziţia B
b. tensiunea din firul de care este legată bila în poziţia B
c. viteza cu care trece bila prin poziţia A, după ce este lăsată liber din poziţia B

26. De un fir inextensibil cu lungimea ℓ=45 cm este prins un corp cu masa m=200 g care se află iniţial în poziţie verticală. Se imprimă corpului o viteză perpendiculară pe fir v_0=5 m/s. Neglijând efectul forţelor de frecare, să se afle:
a. viteza avută de corp când firul devine orizontal
b. înălţimea la care se ridică corpul dacă firul se rupe când firul devine orizontal, măsurată faţă de poziţia iniţială
c. lucrul mecanic efectuat de forţa de tensiune şi de forţa de greutate în timpul mişcării corpului

27. Un corp cu masa m=100 g este suspendat de un fir cu lungimea ℓ=40 cm şi deviat faţă de verticală cu un unghi α=60°. I se imprimă corpului în acel punct o viteză perpendiculară pe fir astfel încât corpul să se poată ridica până în dreptul punctului de suspensie. Neglijând efectul forţelor de frecare, să se afle:
a. viteza imprimată corpului iniţial
b. viteza cu care trece corpul prin poziţia verticală
c. energia iniţială a corpului

28. Un corp punctiform cu masa m=100 g este suspendat de un fir inextensibil cu lungimea ℓ=40 cm. Firul este menţinut deviat faţă de verticală cu unghiul α=60°. Pe verticala de susţinere se aşază o piedică. Se neglijează frecarea cu aerul. Să se afle:
a. înălţimea măsurată faţă de punctul de susţinere la care trebuie pusă piedica, pentru ca atunci când se eliberează corpul, firul să poată să devină orizontal
b. viteza cu care trece corpul prin poziţia verticală
c.lucrul mecanic efectuat de forţa de greutate pe parcursul mişcării corpului

29. Un corp cu masa m=1 kg, aflat iniţial în repaus, este suspendat de un fir inextensibil şi de masă neglijabilă având lungimea ℓ=1 m. Firul este scos din poziţia de echilibru şi adus sub un unghi α=60° faţă de verticală, după care este lăsat liber. Se consideră că energia potenţială gravitaţională este nulă în poziţia de echilibru. Să se afle:

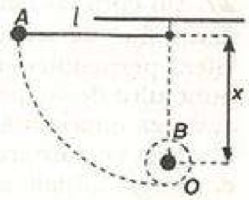
a. lucrul mecanic efectuat de forța de greutate în timpul revenirii corpului în poziția de echilibru
b. valoarea vitezei corpului la trecerea prin poziția de echilibru
c. înălțimea față de poziția de echilibru la care energia cinetică a corpului este egală cu energia sa potențială gravitațională

30. O bilă cu masa m=100 g suspendată pe un fir vertical cu lungimea ℓ=90 cm este deviată cu un unghi α=60° față de verticală. Se lasă liberă bila și se neglijează efectul forțelor de frecare. Să se afle:
a. viteza cu care trece bila prin poziția de echilibru
b. viteza bilei când firul formează cu verticala unghiul β=30°
c*. tensiunea în fir atunci când firul formează cu verticala unghiul β și să se particularizeze pentru β=60°, 30° și 0°

31*. De cablul unei macarale se află suspendat un corp cu masa m=20 kg. Neglijăm efectul forțelor de frecare. Dacă începe să bată vântul, să se afle:
a. viteza maximă a corpului în poziția verticală, dacă tensiunea de rupere este dublul greutății corpului și lungimea cablului este ℓ=10 m
b. unghiul maxim format de cablul care susține corpul cu verticala în condițiile punctului **a.**
c. tensiunea minimă în cablul de susținere când firul trece prin poziția de echilibru, dacă corpul reușește să realizeze o mișcare circulară în planul vertical

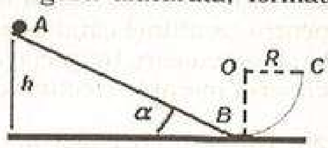
32. Unui fir cu lungimea ℓ=50 cm aflat în poziție verticală de care este suspendat un corp cu masa m=200 g i se imprimă perpendicular pe fir o viteză v_0=10 m/s. Corpul este capabil să descrie un cerc în plan vertical. Se neglijează frecarea cu aerul și se consideră nulă energia potențială în poziția inițială. Să se afle:
a. energia inițială a corpului
b. viteza corpului în poziția verticală superioară a traiectoriei
c*. tensiunea în fir în poziția superioară a traiectoriei

33*. Un corp de masă m=1 kg este suspendat de un fir inextensibil de lungime ℓ=45 cm. Se scoate corpul din poziția de echilibru și se aduce firul orizontal ca în figura alăturată. Apoi se lasă liber corpul. Se neglijează frecarea cu aerul. Să se afle:



a. viteza cu care corpul trece prin poziția verticală
b. la ce distanță x, măsurată pe verticală față de punctul de suspensie, trebuie imobilizat firul, astfel încât corpul să fie capabil să descrie un cerc cu raza ℓ-x în plan vertical
c. lucrul mecanic efectuat de forța de greutate din punctul de plecare până când corpul ajunge în punctul superior al traiectoriei circulare

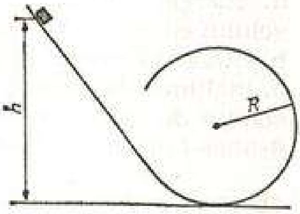
34. Un corp de masă m=500 g parcurge traseul din figura alăturată, format dintr-o porțiune rectilinie AB, înclinată față de orizontală sub un unghi α=45°, racordată lin cu o porțiune circulară BC de rază R=1 m. Corpul pornește din repaus, mișcarea are loc fără frecare, lungimea porțiunii liniare este $AB=4\sqrt{2}$ m, iar porțiunea circulară are forma unui sfert de cerc. Energia potențială gravitațională se consideră nulă în punctul B. Să se afle:



a. viteza v_B a corpului în punctul B

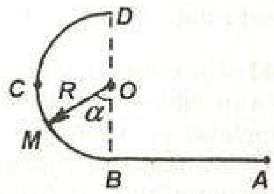
b. lucrul mecanic efectuat de greutatea corpului la deplasarea acestuia între punctele A şi C
c. energia cinetică a corpului când acesta ajunge în punctul C
d. înălţimea, măsurată faţă de punctul B, la care energia cinetică este egală cu energia potenţială

35*. Un montagne-rousse cu masa m=820 kg ajunge în vârful unui dâmb. De acolo coboară fără frecare pe un jgheab şi descrie o buclă în plan vertical cu raza R=4 m mişcându-se fără frecare ca în figură. Să se afle:



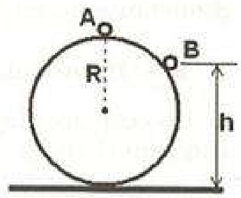
a. înălţimea minimă de la care trebuie să coboare corpul pentru ca să poată să descrie jgeabul
b. viteza montagne-rousse-ului în punctul cel mai înalt al traiectoriei circulare, dacă în vârful dâmbului viteza acestuia este v=3 m/s
c. apăsarea exercitată de montagne-rousse în punctul superior al traiectoriei circulare, în condiţiile punctului **b.**

36*. Un jgheab orizontal se continuă cu un alt jgheab semicircular vertical BCD de rază R=50 cm, situat în plan vertical. Se trimite din punctul A, ca în figura alăturată, în direcţie orizontală un corp de masă m=200 g. Mişcarea se face fără frecare. Să se afle:



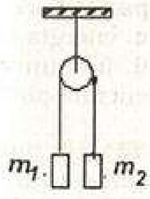
a. viteza pe care trebuie să o aibă corpul în A pentru a fi capabil să descrie semicercul BCD
b. forţa de apăsare exercitată de corp asupra jgheabului într-un punct în care poziţia corpului formează unghiul α=60^0 cu verticala
c. viteza cu care loveşte corpul jgheabul orizontal după desprinderea de jgheabul semicircular
d. cosinusul unghiului pe care vectorul viteză îl formează cu orizontala când corpul loveşte jgheabul orizontal

37. Un corp de mici dimensiuni, cu masa m=20 g, este lăsat să alunece liber, din punctul cel mai înalt A al unei sfere fixe cu raza de R=48 cm, ca în figura alăturată. În punctul B, situat la înălţimea h=80 cm faţă de sol, corpul încetează să mai apese asupra sferei şi îşi continuă căderea spre suprafaţa solului. Energia potenţială gravitaţională se consideră nulă la nivelul solului. Neglijând frecările, să se afle:



a. lucrul mecanic efectuat de greutate la deplasarea corpului din A în B
b. viteza corpului în momentul desprinderii de sferă
c. viteza corpului în momentul în care acesta atinge solul
d. energia totală a corpului când acesta se află faţă de sol la o înălţime egală cu raza sferei

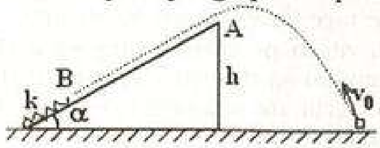
38*. Din vârful unei sfere care se sprijină pe sol, cu raza R=1,2 m se lasă liber un corp de mici dimensiuni care alunecă pe sferă fără frecare ca în figura precedentă. La un moment dat corpul se desprinde de pe sferă. Să se afle:
a. viteza corpului în momentul desprinderii de pe sferă
b. înălţimea faţă de suprafaţa de sprijin a sferei la care se desprinde corpul
c. viteza corpului în momentul în care acesta atinge solul



39. Peste un scripete ideal este trecut un fir inextensibil care susține două corpuri cu masele m_1=4 kg și m_2=6 kg ținute inițial în repaus la aceeași înălțime față de sol H=1 m ca în figură. Se lasă liber sistemul și se consideră firul suficient de lung, astfel încât corpul 1 să nu ajungă la scripete. Să se afle:
a. energia inițială a sistemului dacă se consideră că la nivelul solului energia potențială este nulă
b. viteza sistemului în momentul când corpul mai greu atinge solul
c. înălțimea la care se oprește corpul 1 față de sol, dacă din momentul atingerii solului de către corpul 2, corpul 1 își continuă mișcarea pe verticală după ce firul ce-l prinde se desface

40. Sub acțiunea unei forțe elastice F_1=50 N un resort se comprimă cu x_1=10 cm. Să se afle:
a. constanta elastică a resortului
b. lucrul mecanic efectuat de forța elastică în procesul comprimării cu x_1
c. viteza unui corp cu masa m=50 g, dacă acest corp este pus în mișcare pe o suprafață fără frecări prin destinderea completă a resortului

41. Un corp cu masa m=100 g este lansat de pe un plan orizontal sub un unghi ca în figura alăturată și cu viteza inițială v_0=10 m/s. Corpul ajunge pe un plan inclinat cu unghiul α=30^0 și cu înălțimea h=3 m. La baza planului se află un resort inițial necomprimat cu lungimea inițială ℓ_0=1,2 m și cu constanta elastică k=1 kN/m care oprește corpul. Mișcarea corpului pe planul înclinat se efectuează cu frecare până când corpul lovește resortul, coeficientul de frecare fiind $\mu=1/(2\sqrt{3})$, și apoi se efectuează fără frecare. Să se afle:



a. viteza corpului în punctul A
b. viteza corpului în punctul B în care corpul lovește resortul
c. lungimea resortului comprimat
d. distanța parcursă de corp pe planul înclinat după destinderea resortului

3.4. Impulsul punctului material. Teorema de variație a impulsului

1. Un corp are energia cinetică este E_c=8 J și impulsul p=1,6 Ns. Să se afle masa corpului și viteza acestuia.

2. O particulă în mișcare are impulsul p și energia cinetică E_C. Să se afle de câte ori crește energia cinetică a particulei dacă se triplează impulsul particulei.

3. Viteza unui corp cu masa m=500 g depinde de timp după legea v=20-5t, unde timpul t este în secunde și viteza v în m/s. Să se afle după t_1=2 s de la începerea mișcării impulsul corpului și variația corespunzătoare a impulsului acestuia.

4. Legea de mișcare a unui corp cu masa m=1 kg este x(m)=4−8t+6t^2, iar t în secunde. Să se afle variația impulsului după t=2 s de la începerea mișcării.

5. Un corp cu masa m=200 g pornește cu viteza inițială v_0=2 m/s într-o mișcare uniform accelerată cu accelerația a=2 m/s^2. Să se afle impulsul corpului după t=4 s de la începerea mișcării.

6. O minge cu masa m=400 g cade liber de la înălţimea h=5 m. Să se afle impulsul cu care loveşte mingea solul. Se neglijează frecarea cu aerul.

7. O minge de ping-pong cu masa m=14,1 g este lansată vertical în sus cu viteza iniţială v_0=17,3 m/s. Să se afle impulsul mingii la 1/3 din înălţimea maximă la care poate ajunge aceasta. Se neglijează frecarea cu aerul.

8. De pe o masă orizontală cade un pahar cu masa m=200 g împins de un copil cu viteza v_0=2 m/s. Să se afle impulsul corpului după t=0,1 s de la desprinderea de masă.

9. O ventuză jucărie cu masa m=50 g este lansată sub un unghi α=60° faţă de orizontală de la sol cu viteza iniţială v_0=10 m/s. Să se afle impulsul ventuzei după trecerea unei secunde de la începerea mişcării.

10. Un atlet cu masa m=80kg aleargă cu viteza v=8 m/s pe o pistă circulară. Să se afle variaţia impulsului său între două puncte diametral opuse ale pistei şi între două puncte după ce atletul a parcurs un sfert de pistă.

11. Asupra unui corp cu masa m=1 kg aflat pe o suprafaţă pe care se poate mişca fără frecare, acţionează o forţă care depinde de timp conform graficului din figura 1. Să se afle viteza corpului la sfârşitul celei de-a patra secunde de la începerea mişcării dacă corpul porneşte din repaus.

12. În graficul din figura 2 forţa depinde de timp. Această forţă acţionează asupra unui corp cu masa m=2 kg şi care are viteza iniţială v_0=5 m/s pe direcţia şi în sensul vitezei. Să se afle valoarea finală a vitezei după trecerea timpului t=5s.

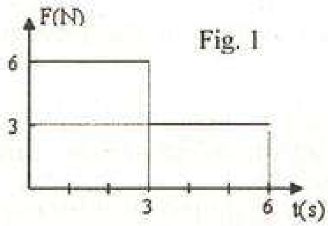


Fig. 1

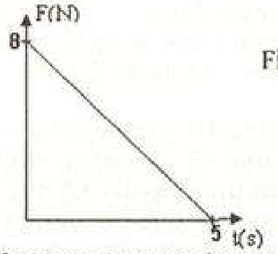


Fig. 2

13. Asupra unui corp se produce o variaţie de impuls de Δp=800 kgm/s sub acţiunea unei forţe F=50 N. Să se afle timpul în care trebuie să acţioneze această forţă pentru a se produce această variaţie de impuls.

14. O minge aflată iniţial în repaus, cu masa m=1 kg are după lovire o viteză v=10 m/s. Să se afle forţa medie de lovire, dacă durata lovirii este Δt=0,1 s.

15. Un glonte cu masa m=50 g se trage dintr-o armă cu viteza iniţială v_0=400 m/s. Să se afle forţa medie de rezistenţă întâmpinată de glonte, dacă glontele străbate substanţa pe orizontală şi iese cu viteza v=100 m/s după un timp t=20ms.

16. Să se afle forţa de frânare ce trebuie aplicată unui tren cu masa m=800t, care se mişcă cu viteza v_0=54 km/h pentru a-l opri în timpul Δt=60 s.

17. O maşină cu masa m=800 kg frânează într-un interval de timp Δt=20 s, pornind de la viteza iniţială v_0=108 km/h şi ajungând la viteza v=36 km/h pentru a intra într-o curbă. Să se afle valoarea medie a forţei de frânare.

18. Un corp cu masa m=400 g este lansat pe un plan orizontal cu frecare, coeficientul de frecare fiind μ=0,1, cu viteza inițială v_0=10 m/s. Să se afle impulsul corpului după t=6 s de la începerea mişcării.

19. Un corp cu masa m=100 g cade liber un sfert de minut de la o înălțime convenabilă. Să se afle variația impulsului corpului.

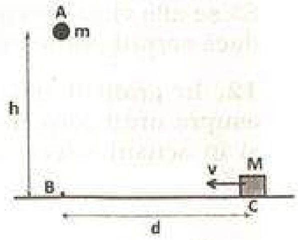
21. Asupra unui corp care se deplasează cu viteza constantă v_0=1 m/s pe un plan orizontal fără frecare începe să acționeze pe direcția vitezei şi în sensul mişcării forța constantă F=1 N. După intervalul de timp Δt=2 s energia cinetică a corpului creşte cu ΔE_c=4 J. Să se afle:

a. viteza corpului după Δt de la începerea mişcării

b. masa corpului

c. variația impulsului corpului în intervalul de timp Δt după începerea acțiunii forței

22. Doi elevi efectuează un experiment. Unul dintre ei lasă să cadă liber din punctul A, aflat la o înălțimea h=20 m deasupra punctului B, aflat pe sol, o bilă cu masa m=0,2 kg. Celălalt imprimă unei cutii aflate pe sol în punctul C, la distanța d=4 m de punctul B, o viteză orizontală astfel încât cutia să se deplaseze pe suprafața solului, să se oprească în punctul B, iar bila să cadă în cutie. Masa cutiei este M=1 kg iar coeficientul de frecare la alunecare între cutie şi sol este μ=0,2. Să se afle:



a. viteza cu care ajunge bila la nivelul solului

b. lucrul mecanic efectuat de forța de frecare care acționează asupra cutiei din punctul C până în punctul B

c. viteza imprimată cutiei în punctul C

d. modulul forței exercitate de cutie asupra corpului cu masa m, dacă durata interacțiunii până la oprirea lui m este Δt=1 ms

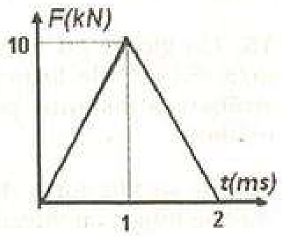
23. Un copil loveşte perfect elastic podeaua cu o minge cu masa m=2 kg şi cu viteza v_0=5 m/s. Considerând că valoarea vitezei mingii se păstrează după ciocnire, iar ciocnirea durează un timp Δt=0,5 ms, să se afle:

a. forța medie cu care podeaua acționează asupra mingii în timpul ciocnirii dacă mingea loveşte perpendicular podeaua şi se întoarce pe aceeaşi direcție

b. forța medie cu care podeaua acționează asupra mingii în timpul ciocnirii, dacă mingea loveşte oblic podeaua sub un unghi α=30° față de ea şi ricoşează sub acelaşi unghi

3.6. Ciocniri plastice şi elastice

1. Un corp cu masa m=1 kg şi viteza v=15 m/s loveşte un corp cu masa M=5 kg aflat inițial în repaus. Ciocnirea este unidimensională, iar forța de interacțiune dintre corpuri este reprezentată în figura alăturată. Să se afle:



a. energia cinetică inițială a sistemului

b. vitezele corpurilor imediat după ciocnire

c. piederea de energie cinetică a sistemului

2. Două corpuri cu masele m_1=4 kg şi m_2=2 kg se mişcă unul spre celălalt cu vitezele imediat înainte de ciocnire v_1=4 m/s şi v_2=2 m/s. După ciocnire

8. Dintr-un punct se aruncă pe verticală în sus un corp cu masa m=200 g cu o viteză inițială v_0=20 m/s. Să se afle la jumătatea înălțimii maxime valoarea energiei potențiale gravitaționale a corpului, dacă în punctul de aruncare E_p=0.

9. În graficul din figura 1 este reprezentată energia potențială gravitațională a unui corp în funcție de înălțimea la care se află acesta. Să se afle masa corpului.

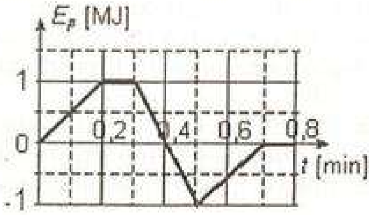
10. Un camion cu masa m=10 t se deplasează cu viteza constantă v_0=45 km/h pe un drum dintr-o regiune deluroasă. În graficul alăturat este reprezentată energia potențială E_p a sistemului format din camion și Pământ, în funcție de durata mișcării în intervalul de timp [0; 0,8]min. Să se afle:

a. intervalele de timp în care drumul este orizontal

b. diferența de nivel dintre punctul din care a plecat camionul și punctul din care acesta începe să coboare

c. reprezentarea grafică a energiei potențiale E_p a camionului, în funcție de distanța parcursă d

d. variația energiei potențiale a camionului din momentul plecării și până în momentul în care se află la 375 m de punctul de pornire



11*. Un resort este comprimat cu x=5 cm fiind menținut în această stare de o forță F=20 N. Să se afle energia potențială a sistemului corp-resort.

12*. În graficul din figura 2 este reprezentată energia potențială elastică în funcție de pătratul deformației. Să se afle ce reprezintă panta graficului din figură.

Fig..1

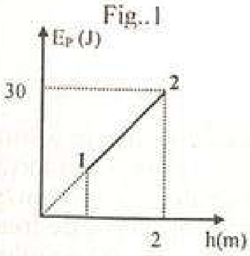


Fig.2

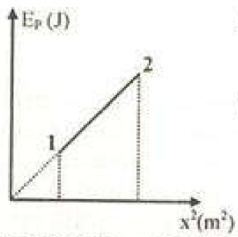
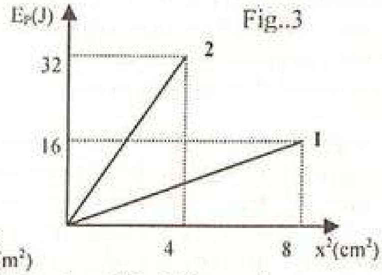


Fig..3



13*. Două resorturi cu constantele elastice k_1=40 N/m și, respectiv, k_2=80 N/m legate în serie susțin un corp. Să se afle raportul energiilor potențiale de deformare ale resorturilor E_{P1}/E_{P2}.

14*. Două resorturi cu aceeași lungime inițială se leagă în paralel și sunt alungite de o forță F. Știind că cele două constante elastice ale celor două resorturi sunt k_1=20 N/m și k_2=60 N/m să se afle raportul energiilor potențiale elastice E_{P1}/E_{P2}.

15*. În graficul din figura 3 este reprezentată energia potențială de deformare a unui resort în funcție de x^2, unde x reprezintă deformația resortului. Să se afle:

a. constantele elastice ale resorturilor

b. alungirea resortul 2, dacă resorturile se leagă în serie și se alungesc cu x=20 cm

3.3. Teorema de variaţie a energiei cinetice

1. O maşină cu masa m=500 kg se deplasează pe un drum orizontal cu viteza v=20 m/s. După începerea frânării în mod uniform, maşina se opreşte în timpul Δt=20 s. Să se afle:
a. lucrul mecanic efectuat de forţa de frânare până la oprirea maşinii
b. forţa de frânare
c. distanţa parcursă de maşină până la oprire

2. Un pescar împinge o barcă aflată iniţial în repaus cu o forţă orizontală de valoare F=180 N. În barcă se află un prieten cu masa de m_1=90 kg, fetiţa sa cu masa de m_2=20 kg şi soţia cu masa de m_3=65 kg. Masa bărcii goale este de m_4=75 kg. Forţa de rezistenţă întâmpinată de barcă este de F_r=80 N. Barca se deplasează orizontal, pe distanţa d=1 m, după care acţiunea forţei încetează. Să se afle:
a. lucrul mecanic efectuat de pescar pe distanţa d
b. viteza atinsă de barcă imediat după încetarea acţiunii forţei
c. distanţa parcursă de barcă până la oprire, după încetarea acţiunii forţei F

3. Asupra unui corp, aflat iniţial în repaus pe un plan orizontal pe care se poate mişca fără frecare, acţionează pe direcţie orizontală o forţă constantă F=4 N. După un timp Δt=2 s, energia cinetică a corpului are valoarea E_c=8 J. La momentul t=2 s asupra corpului începe să acţioneze o forţă orizontală suplimentară care determină oprirea corpului. Din momentul aplicării forţei şi până la oprire corpul parcurge distanţa D=0,5 m. Să se afle:
a. distanţa parcursă de corp în intervalul de timp Δt
b. viteza corpului la momentul t=2 s
c. masa corpului
d. valoarea forţei suplimentare

4. Asupra unui corp de masă m=2 kg care se deplasează cu frecare de-a lungul unei suprafeţe orizontale acţionează, un timp Δt, pe direcţie orizontală, o forţă de tracţiune. Viteza corpului creşte de la valoarea v_1=2 m/s la valoarea v_2=6 m/s în timpul Δt, distanţa parcursă de corp în acest timp fiind d=20 m. Forţa de frecare la alunecare dintre corp şi suprafaţa orizontală are valoarea F_f=2 N. Să se afle:
a. lucrul mecanic efectuat forţa de tracţiune în timpul Δt
b. puterea medie dezvoltată de forţa de tracţiune şi intervalul de timp Δt
c. coeficientul de frecare la alunecare dintre corp şi suprafaţa orizontală

5. Un autoturism având masa m=800 kg se deplasează cu viteza constantă v=54 km/h pe o şosea orizontală, dezvoltând o putere P=15 kW. La un moment dat motorul se opreşte şi autoturismul îşi continuă deplasarea cu motorul oprit, fără a frâna. Considerând că forţele de rezistenţă la înaintare sunt constante să se afle:
a. lucrul mecanic efectuat de forţele de rezistenţă la înaintare din momentul opririi motorului până la oprirea autoturismului
b. distanţa parcursă din momentul opririi motorului până la oprirea autoturismului
c. intervalul de timp în care autoturismul se opreşte

6. Un tren de masă totală m=200 t se deplasează orizontal cu viteză constantă. Puterea mecanică dezvoltată de locomotivă este P=400 kW iar forţele de rezistență care acționează asupra trenului reprezintă o fracțiune f=0,01 din greutatea acestuia. Să se afle:

a. lucrul mecanic efectuat de forțele de rezistență la deplasarea trenului pe distanța d=1200 m

b. viteza trenului și lucrul mecanic efectuat de locomotivă într-un interval de timp Δt=2 min

c. distanța parcursă de vagon din momentul desprinderii până în momentul opririi, dacă la un moment dat este decuplat ultimul vagon și se consideră că forțele de rezistență care acționează asupra acestuia reprezintă o fracțiune f=0,01 din greutatea acestuia.

7. Un automobil cu masa m=1000 kg pornește din repaus și se deplasează pe o șosea orizontală. Asupra automobilului acționează o forță de rezistență la înaintare direct proporțională cu greutatea acestuia. Coeficientul de proporționalitate are valoarea f=0,1. Puterea dezvoltată de motorul automobilului este constantă, având valoarea P=35 kW. Să se afle:

a. forța de tracțiune exercitată asupra automobilului, în momentul în care viteza sa este v=7m/s·

b. accelerația imprimată automobilului în condițiile de la punctul anterior

c. viteza maximă pe care o poate atinge automobilul

d. variația energiei cinetice a automobilului, de la plecare până la atingerea vitezei maxime

8. Un tren cu masa M=210 t se deplasează uniform, pe o linie orizontală, cu viteza v=108 km/h, sub acțiunea unei forțe de tracțiune constante F=42 kN. La un moment dat, ultimul vagon de masă m=10t este decuplat, trenul continuându-și mișcarea sub acțiunea aceleiași forțe de tracțiune. Se consideră că toate forțele de rezistență sunt direct proporționale cu greutățile: $Fr=k\ G$. Să se afle:

a. puterea mecanică dezvoltată de tren în timpul mișcării sale uniforme

b. energia cinetică a trenului înainte de decuplarea vagonului

c. accelerația cu care se va mișca trenul după decuplarea ultimului vagon

d. distanța parcursă de vagonul desprins, din momentul desprinderii până în momentul opririi acestuia

9. O camionetă de masă m=1,6 t se deplasează pe un drum orizontal, astfel încât viteza acesteia crește liniar în timp. La momentul t_1 viteza sa este v_1=18 km/h, iar la un moment ulterior t_2, devine v_2=20 m/s. În intervalul de timp $\Delta t=t_2-t_1$, forța de tracțiune produsă de motorul camionetei efectuează un lucru mecanic L=375 kJ, dezvoltând o putere medie P=75 kW. Să se afle:

a. lucrul mecanic efectuat de forțele de rezistență în intervalul de timp Δt

b. forța de tracțiune dezvoltată de motor și forța de rezistență

c. distanța parcursă de camionetă în intervalul de timp Δt

10. Un tren electric cu masa m=100 t care se deplasează cu viteza v_0=108 km/h se apropie de o stație în care urmează să se oprească. Mecanicul mai întâi oprește alimentarea cu energia electrică la distanța d=900 m de stație, apoi este pus în funcțiune sistemul de frânare. Rezistența la înaintare opusă de-a lungul drumului este permanent f_1=1/100 din greutatea trenului, iar forța de frânare este f_2=1/8 din greutatea trenului. Să se afle:

a. distanța față de stație de la care începe frânarea

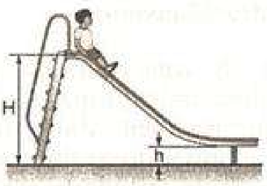
b. lucrul mecanic efectuat de forța de frânare din momentul punerii în acțiune a sistemului de frânare până la oprire

c. viteza trenului după ce acesta parcurge distanța d_1=800 m după oprirea alimentării cu energia electrică

11. Un corp având masa m=20 g este lansat pe suprafața orizontală a gheții cu viteza inițială v_0=7,2 km/h. Sub acțiunea forței de frecare, el se oprește după un interval de timp t_{op}=10 s. Să se afle:
a. energia cinetică a corpului în momentul lansării
b. lucrul mecanic efectuat de forța de frecare până la oprirea corpului
c. distanța parcursă de corp până la oprire
d. modulul forței de frecare

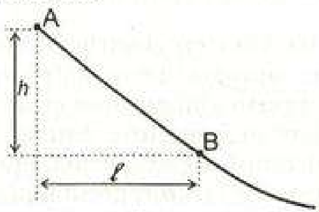
12. Un corp având masa m=2 kg este lansat pe o suprafață orizontală și sub acțiunea forței de frecare, el se oprește după un interval de timp t_{op}=10 s. Știind că lucrul mecanic al forței de frecare în procesul de oprire este L=-400 J, să se afle:
a. viteza inițială a corpului
b. coeficientul de frecare dintre corp și suprafața orizontală
c. spațiul de oprire al corpului
d. energia cinetică a corpului după t_1=3 s din momentul lansării

13. Un copil cu masa m=36 kg, aflat inițial la baza scărilor unui tobogan, urcă până în vârful acestuia, la înălțimea H=2,5 m, în timpul Δt=10 s. După alunecare, copilul iese de pe tobogan cu viteza v=3 m/s, la înălțimea h=0,5 m față de sol, ca în figura alăturată. Considerând că alunecarea a avut loc fără viteză inițială, să se afle:



a. energia mecanică a copilului la ieșirea de pe tobogan, dacă se consideră la baza scărilor valoarea nulă pentru energia potențială
b. lucrul mecanic efectuat de copil pentru a urca până în vârful toboganului cu viteză constantă
c. puterea medie dezvoltată de copil în timpul urcării toboganului
d. lucrul mecanic efectuat de forțele de frecare ce acționează asupra copilului în timpul alunecării pe tobogan

14. Porțiunea superioară a unei trambuline pentru sărituri cu schiurile poate fi considerată un plan înclinat cu înălțimea h=47 m, a cărui proiecție în plan orizontal are lungimea ℓ=50 m, ca în figura alăturată. Un schior cu masa m=80 kg pornește din repaus din vârful A al trambulinei și trece prin punctul B aflat la baza porțiunii de trambulină considerate cu viteza v=108 km/h. Energia potențială gravitațională este considerată nulă în punctul B. Să se afle:
a. energia mecanică a schiorului aflat în vârful A al trambulinei
b. energia cinetică a schiorului în momentul trecerii prin punctul B
c. lucrul mecanic efectuat de forța de frecare în timpul coborârii porțiunii de trambulină considerate
d. coeficientul de frecare la alunecare între schiuri și zăpadă



15. Un avion de masă m=2,5 t, cu motorul oprit, planează cu viteza constantă v=144 km/h într-o atmosferă liniștită și coboară de la înălțimea h_1=2 km până la înălțimea h_2=1 km, între două puncte A și B aflate la distanța d=AB=10 km unul de altul. Să se afle:

a. lucrul mecanic efectuat de forțele de rezistență în timpul planării
b. lucrul mecanic dezvoltat de motor la întoarcerea avionului pe același drum cu aceeași viteză, dacă lucrul mecanic efectuat de forțele de rezistență are valoarea de la punctul **a.**
c. puterea dezvoltată de motor în situația descrisă la punctul **b.**

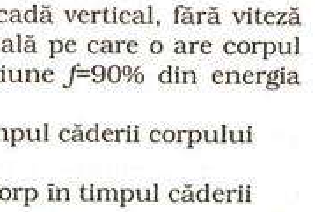
16. O jucărie-elicopter telecomandată, cu masa m=50 g, poate dezvolta, datorită motorașului electric, o forță de tracțiune verticală constantă F=1 N. La înălțimea H=9 m față de nivelul solului se suspendă de aceasta o altă jucărie cu masa M=150 g, iar sistemul nou format va începe să zboare vertical, pornind din repaus. După un astfel de zbor pe distanța h=4 m, jucăria-elicopter scapă obiectul suspendat. Să se afle:
a. lucrul mecanic efectuat de greutatea jucăriei suspendate pe toată durata mișcării ei până la căderea pe sol
b. viteza pe care o are elicopterul în momentul în care scapă jucăria suspendată
c. energia potențială minimă a elicopterului, dacă se consideră la nivelul solului energia potențială nulă

17. Un glonț cu masa m=50 g se trage dintr-o armă cu viteza inițială v_0=500 m/s. Glonțul străbate un bloc cubic de lemn cu lungimea ℓ=2 m și întâmpină o forță de frecare F_f=1124,5 N. Să se afle viteza cu care iese glonțul:
a. dacă glonțul este tras pe verticală de jos în sus
b. dacă glonțul este tras pe verticală de sus în jos
c. dacă glonțul este tras pe orizontală

18. Asupra unei bile de masă m=400 g, aflată inițial în repaus la înălțimea h_0=1 m deasupra solului, acționează o forță constantă F orientată vertical în sus. Acțiunea forței încetează în momentul în care bila atinge viteza v=4 m/s. Știind că forța F efectuează un lucru mecanic L=16 J, să se afle:
a. înălțimea la care se află bila față de sol în momentul în care încetează acțiunea forței F
b. înălțimea maximă față de sol la care ajunge bila
c. viteza cu care trece bila în cădere prin punctul în care s-a aflat inițial

19. Două corpuri cu masele m_1=2 kg, respectiv m_2=4 kg se află la momentul inițial deasupra solului la înălțimile h_1=10 m, respectiv h_2=5 m. Corpurile sunt lăsate să cadă simultan fără viteză inițială. Presupunând că frecarea cu aerul este neglijabilă, să se afle:
a. variația energiei potențiale a corpului 2 la căderea corpului de la înălțimea h_2 până la atingerea solului
b. raportul v_1/v_2 al vitezelor cu care cele două corpuri ating solul
c. raportul $\Delta t_1/\Delta t_2$ al intervalelor de timp după care cele două corpuri ating solul

20. Dintr-un turn cu înălțimea H=100 m este lăsat să cadă vertical, fără viteză inițială, un corp cu masa m=3 kg. Energia mecanică totală pe care o are corpul imediat înaintea impactului cu solul reprezintă o fracțiune f=90% din energia mecanică inițială. Să se afle:
a. lucrul mecanic al forței de rezistență la înaintare în timpul căderii corpului
b. viteza corpului la atingerea solului
c. forța medie de rezistență la înaintare întâmpinată de corp în timpul căderii

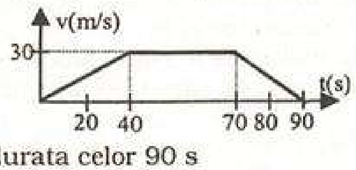


21. Într-un experiment s-a studiat căderea a două corpuri în câmpul gravitațional terestru. Cele două corpuri au aceeași formă și aceleași dimensiuni, dar au

mase diferite. Masa corpului A este m_A=50 g. Pe baza datelor obținute de la un senzor de mișcare a fost trasat graficul alăturat, în care este redată dependența de timp a vitezei corpului A, respectiv B. Această dependență a vitezei de timp poate fi explicată dacă admitem că forța de rezistență la înaintare este direct proporțională cu viteza $F_r=kv$. Valoarea coeficientului de proporționalitate k depinde doar de forma și dimensiunile corpului. Să se afle:
a. viteza maximă v_{max} atinsă de corpul A în timpul căderii
b. valoarea coeficientului de proporționalitate k
c. masa corpului B
d. lucrul mecanic efectuat de forța de rezistență la înaintare asupra corpului A în timpul t=1,4 s în care corpul a căzut, pornind din repaus, pe distanța d=4 m

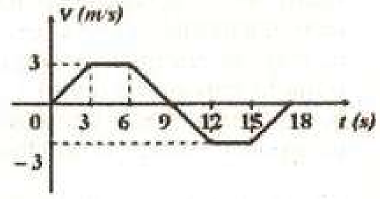
22. Într-un sport olimpic de iarnă un bloc de piatră cu masa m=10 kg este lansat, pe suprafața gheții, cu scopul parcurgerii unei anumite distanțe până la o țintă. Suprafața gheții este plană și orizontală. Jucătorii perie suprafața gheții din fața blocului de piatră în scopul micșorării frecărilor. Un astfel de bloc, de dimensiuni neglijabile, este lansat către o țintă situată la distanța d=20 m, de locul lansării. Prin perierea suprafeței gheții coeficientul de frecare la alunecare dintre blocul de piatră și suprafața gheții, scade liniar de la valoarea μ_1=0,06 în locul de lansare la valoarea μ_2=0,02 lângă țintă. Să se afle:
a. lucrul mecanic al forței de frecare la alunecare, dintre blocul de piatră și suprafața gheții, pe distanța d
b. viteza cu care trebuie lansat blocul de piatră pentru a se opri la țintă
c. viteza pe care o are blocul la distanța d_1=5 m de punctul de lansare, dacă viteza de lansare este cea de la punctul precedent

23. Un corp cu masa m=10 kg se mișcă rectiliniu sub acțiunea unei forțe aplicată pe direcția de mișcare. Viteza sa la diferite momente de timp este redată în graficul din figura alăturată. Să se afle:



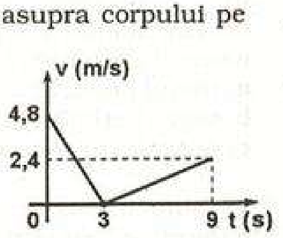
a. lucrul mecanic total efectuat asupra corpului pe durata primelor 40 s
b. forța rezultantă medie care se exercită asupra corpului în primele 40 s
c. lucrul mecanic total efectuat asupra corpului pe durata celor 90 s

24. Un corp cu masa m=100 g pornește din originea axei Ox și descrie o mișcare rectilinie, astfel că viteza acestuia depinde de timp ca în figură. Să se afle:



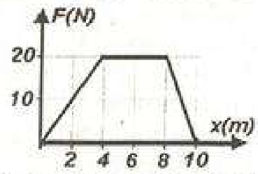
a. reprezentarea grafică a accelerației corpului pe durata întregii mișcări
b. distanța parcursă de corp pe durata întregii mișcări
c. lucrul mecanic efectuat de forța rezultantă ce acționează asupra corpului pe direcția axei Ox în intervalul de timp $t\in$ (3, 9)s

25. De la baza unui plan înclinat suficient de lung, se lansează în lungul planului un corp cu masa m=1 kg. Mișcarea corpului pe planul înclinat se face cu frecare, astfel încât la un moment dat corpul se oprește, după care revine în punctul de lansare. Energia potențială gravitațională se consideră nulă la baza planului înclinat. În figura alăturată, este reprezentată grafic dependența de timp a modulului



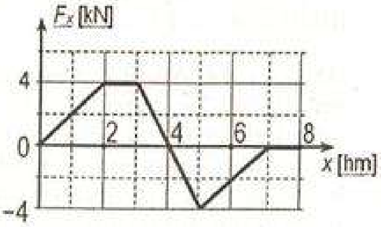
vitezei corpului de la începutul mişcării sale şi până în momentul în care corpul revine în punctul de lansare. Să se afle:
a. energia cinetică iniţială a corpului
b. lucrul mecanic efectuat de forţa de frecare în intervalul de timp dintre momentele t_0=0 s şi t_1=9 s
c. modulul forţei de frecare la alunecare pe planul înclinat
d. energia mecanică la momentul t=3 s

26. Un corp cu masa m=2 kg se află în repaus în originea axei Ox, orientate în lungul unui plan orizontal fără frecări. Asupra punctului material acţionează, pe direcţia axei Ox, o forţă orizontală variabilă conform graficului alăturat. Să se afle:



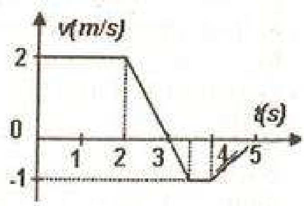
a. lucrul mecanic efectuat de forţa F pe primii 10 m
b. forţa medie pe primii 10 m
c. viteza corpului în punctul de coordonată x_1=4 m
d. intervalul de timp necesar deplasării corpului din punctul x_1=4 m în punctul x_2=8 m

27. Un automobil cu masa m=1000 kg porneşte din repaus şi se deplasează rectiliniu pe o autostradă orizontală. În graficul alăturat este reprezentată proiecţia forţei rezultante care se exercită asupra automobilului pe direcţia mişcării, F_x în funcţie de coordonata x. Să se afle:



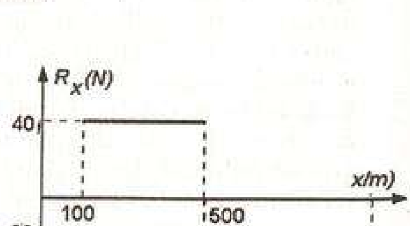
a. reprezentarea grafică a proiecţiei acceleraţiei a_x pe direcţia mişcării automobilului, în funcţie de coordonata x, pentru primii 200 m
b. coordonata x_m a automobilului în momentul în care viteza sa a atins valoarea maximă şi justificaţi răspunsul
c. lucrul mecanic efectuat de forţa rezultantă în timpul în care automobilul parcurge primii 300 m
d. valoarea v_1 a vitezei automobilului în momentul în care acesta se află în punctul de coordonată x_1=300 m

28. În figură este reprezentată variaţia dependenţei de timp a vitezei unui corp cu masa m=10 kg. Să se afle:



a. viteza medie în intervalul $t \in (0,5)$s
b. reprezentarea grafică a acceleraţiei în funcţie de timp în intervalul $t \in (0,6)$s
c. lucrul mecanic al rezultantei forţelor ce au acţionat, pe direcţia de mişcare, asupra corpului între momentele de timp t_1=2 s şi t_2=3,5 s

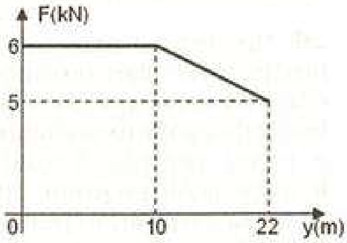
29. Un corp cu masa m=5 kg, aflat iniţial în repaus, începe să alunece cu frecare de-a lungul axei Ox, din punctul de coordonată x_0=100 m, sub acţiunea unei forţe de tracţiune orientate în lungul acestei axe. Când corpul ajunge în punctul de coordonată x_1=500 m, forţa de tracţiune îşi încetează acţiunea. Forţa de frecare este constantă în tot cursul mişcării. În figura alăturată este reprezentată dependenţa de coordonata x a rezultantei R_x a forţelor ce acţionează pe direcţia mişcării. Să se afle:



a. forţa de tracţiune dezvoltată de motor

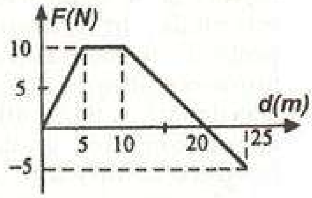
b. viteza v_1 a corpului în momentul încetării acțiunii forței de tracțiune
c. puterea medie dezvoltată de motor
d. durata acțiunii forței de tracțiune
e. viteza v_2 a corpului în momentul în care acesta se află în punctul de coordonată x_2=850 m

30. În figura alăturată este reprezentată dependența de înălțime a modulului forței cu care acționează cablul de tracțiune asupra cabinei unui ascensor cu masa m=500 kg aflat într-o clădire de înălțime mare. Ascensorul urcă de-a lungul axei verticale Oy. La momentul inițial t_0=0 cabina ascensorului se afla în repaus în originea axei Oy. Să se afle:



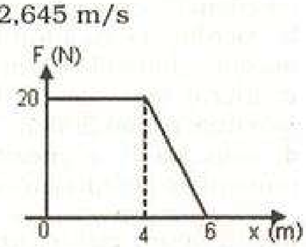
a. lucrul mecanic cheltuit de motorul care ridică ascensorul până când acesta atinge înălțimea y_1=10 m
b. viteza cabinei ascensorului când ascensorul se află la y_1=10 m
c. puterea instantanee a motorului în momentul în care ascensorul se află la înălțimea y_2=22 m

31. Asupra unui corp cu masa m=2 kg acționează o forță rezultantă pe direcția axei Ox, a cărei dependență de coordonata x este redată în graficul alăturat. Să se afle:



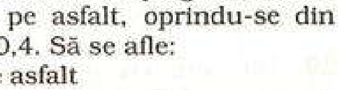
a. lucrul mecanic total efectuat de forță când $x \in$ (0,25m)
b. forța când coordonata este x_1=12 m
c. puterea instantanee când coordonata este x_1=12 m, dacă în punctul de coordonată x_0=0, corpul are viteza v_0=2,645 m/s

32. Un corp de masă m=5 kg pornește din repaus și se deplasează cu frecare, pe o suprafață orizontală, sub acțiunea unei forțe de tracțiune orizontale F. Dependența valorii forței F de coordonata corpului este reprezentată în graficul alăturat. Coeficientul de frecare la alunecare fiind μ=0,2, să se afle:

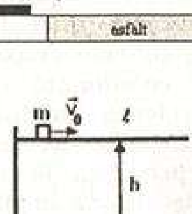


a. lucrul mecanic efectuat de forța F pe distanța de 6m
b. viteza corpului în punctul de coordonată x=6 m
c. distanța parcursă de corp din momentul încetării acțiunii forței F până la oprire

33. O scândură cu lungimea ℓ=1 m și masa m=2 kg este lansată pe asfalt, ca în figura alăturată, cu viteza v_0=1 m/s orientată pe lungimea ei, de pe gheață unde frecarea este neglijabilă, astfel că pătrunde parțial pe asfalt, oprindu-se din cauza frecării. Coeficientul de frecare pe asfalt este μ=0,4. Să se afle:
a. lucrul mecanic al forței de frecare la pătrunderea pe asfalt
b. distanța pe care pătrunde scândura pe asfalt
c. viteza cu care trebuie lansată o scândură din același material dar de două ori mai lungă, pentru a pătrunde pe asfalt pe aceeași distanță ca și prima

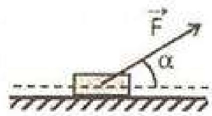


34. Un corp de masă m=4 kg, este așezat la o distanță ℓ=1,1 m de capătul liber al unei platforme orizontale fixe, aflată la înălțimea h=1,2 m față de sol. Corpului i se imprimă o viteza inițială orizontală v_0=6 m/s, orientată către capătul liber al platformei, ca în figura alăturată. Coeficientul de frecare la

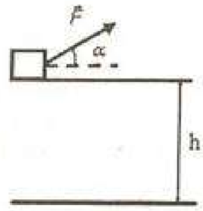


alunecare dintre corp şi platformă este μ=0,5. Să se afle:
a. energia cinetică a corpului în momentul inițial
b. viteza corpului în momentul în care se află la capătul liber al platformei
c. viteza corpului în momentul în care acesta atinge solul

35. Pe un plan orizontal se află inițial în repaus un corp cu masa m=2 kg supus acțiunii unei forțe F=15 N, care acționează ca în figură sub un unghi α=30°. Mişcarea se face cu frecare coeficientul de frecare fiind μ=0,2. Să se afle, după parcurgerea distanței d=2 m:
a. viteza corpului
b. energia cinetică a corpului în condițiile punctului **a.**
c. puterea medie dezvoltată de forță în timpul mişcării



36. Asupra unui corp cu masa m=2 kg, care se află inițial în repaus pe o masă orizontală la înălțimea h=1 m față de podea, începe să acționeze o forță constantă $F=10\sqrt{2}$ N, care face un unghi α=45° cu direcția mişcării, ca în figura alăturată. Corpul se deplasează cu frecare, coeficientul de frecare fiind μ=0,2, iar când ajunge la capătul mesei acțiunea forței încetează şi corpul cade de la înălțimea h. Pentru a deplasa corpul pe toată lungimea mesei, forța efectuează lucrul mecanic L=20 J. Să se afle:



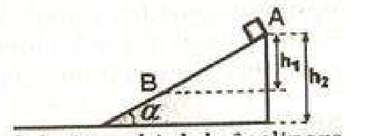
a. distanța parcursă de corp pe suprafața mesei
b. lucrul mecanic efectuat de forța de frecare pe durata mişcării
c. puterea medie dezvoltată de forța F şi intervalul de timp cât se deplasează corpul pe masă
d. energia cinetică a corpului când acesta ajunge la suprafața Pământului

37. Un corp este lansat pe un plan inclinat cu unghiul α=30° cu o viteză inițială v_0. Acest corp urcă cu frecare, coeficientul de frecare fiind $\mu=1/(3\sqrt{3})$, astfel încât corpul se opreşte după ce parcurge pe plan o lungime ℓ=15 m. Să se afle:
a. viteza inițială v_0 cu care porneşte corpul de la baza planului inclinat
b. viteza cu care revine corpul la baza planului înclinat
c. distanța parcursă de corp până la oprire pe un plan orizontal cu care se continuă planul înclinat, dacă se consideră că mişcarea se efectuează pe planul orizontal cu coeficientul de frecare μ'=0,1

38. O sanie cu masa m=4 kg coboară liber pe o pârtie înclinată cu unghiul α=14° ($tg\alpha \approx 0{,}25$) şi îşi continuă apoi drumul pe un plan orizontal până la oprire. Înălțimea pârtiei este h=10 m, iar proiecția pe orizontală a întregii traiectorii a saniei este d=50 m. Coeficientul de frecare la alunecare are aceeaşi valoare pe tot parcursul mişcării. Să se afle:
a. coeficientul de frecare la alunecare
b. viteza saniei la baza pârtiei
c. puterea medie a forței de frecare la coborârea saniei pe pârtie

39. O cărămidă cu masa m=2 kg alunecă accelerat pe o scândură înclinată față de planul orizontal cu unghiul α=45°. Dacă cărămida este lansată de jos în sus de-a lungul scândurii cu viteza v_0=4 m/s, aceasta urcă cu o accelerație dublă în modul. Să se afle:
a. coeficientul de frecare la alunecare
b. spațiul parcurs de cărămidă până la oprirea pe scândură
c. randamentul scândurii inclinate

40. Un corp cu masa m=1 kg, aflat în vârful A al unui plan înclinat alunecă fără viteză inițială spre baza planului. Se cunosc: diferența de nivel dintre punctele A și B, h_1=2 m, coeficientul de frecare la alunecare dintre corp și suprafața planului înclinat μ=0,1 și unghiul de înclinare a suprafeței planului față de orizontală α=45°. Să se afle:



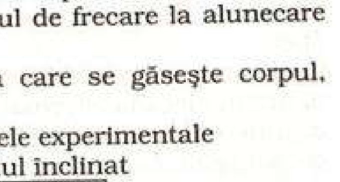
a. lucrul mecanic efectuat de forța de frecare pe distanța AB
b. viteza corpului în momentul în care acesta trece prin punctul B
c. înălțimea h_2 a planului înclinat, dacă viteza corpului la baza planului are valoarea v=7,5 m/s
d. distanța totală parcursă de corp de la pornire și până la oprirea sa pe planul orizontal cu care se continuă planul înclinat, dacă coeficientul de frecare la alunecare pe planul orizontal este μ_1=0,25

41. În cadrul unui experiment se determină, cu ajutorul unui senzor de mișcare, poziția și viteza unui corp la diferite momente în timpul coborârii pe un plan înclinat cu unghiul α=30° față de orizontală. Poziția este indicată cu ajutorul coordonatei x măsurată față de punctul din care începe coborârea corpului, de-a lungul planului înclinat. Datele experimentale culese sunt prezentate în tabelul alăturat. Masa corpului este m=0,50 kg, iar coeficientul de frecare la alunecare este μ. Să se afle:
a. dependența energiei cinetice E_c de coordonata la care se găsește corpul, E_c=$f(x)$ folosind teorema variației energiei cinetice
b. graficul E_c=$f(x)$ pentru x€[0 m; 1 m] folosind rezultatele experimentale
c. coeficientul de frecare la alunecare între corp și planul înclinat

x(m)	0	0,25	0,5	0,75	1
v(m/s)	0	1	1,41	1,73	2

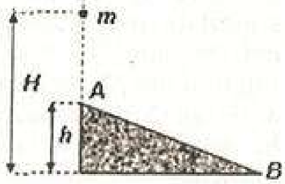
42. Un corp, lansat în sus de la baza unui plan înclinat cu unghiul α=14° ($tg\alpha \approx 0{,}25$) față de orizontală, are în momentul lansării energia cinetică E_{c0}=500J. După ce parcurge o anumită distanță pe planul înclinat, corpul se oprește și apoi revine la baza planului. Coeficientul de frecare la alunecare dintre corp și suprafața planului este μ=0,15. Considerând că energia potențială gravitațională a sistemului corp-Pământ este nulă în punctul din care este lansat corpul, să se afle:
a. lucrul mecanic efectuat de greutatea corpului de la lansarea corpului până la revenirea acestuia în locul de lansare
b. energia potențială gravitațională a sistemului corp-Pământ în momentul opririi corpului pe planul înclinat
c. lucrul mecanic efectuat de forța de frecare la alunecare între momentul lansării și momentul opririi corpului pe planul înclinat
d. energia cinetică pe care o are corpul în momentul revenirii sale în poziția din care a fost lansat

43. O pistă de schi, reprezentată în figura alăturată, se compune dintr-o pantă AB continuată cu o porțiune orizontală BC. Un schior, a cărui masă totală este m=70 kg, coboară, fără viteză inițială, din vârful A al pantei. Panta AB are lungimea ℓ=100 m și formează cu orizontala unghiul α (sinα=0,6). Din punctul B, situat la baza pantei, schiorul își continuă mișcarea pe porțiunea orizontală oprindu-se într-un punct C situat la distanța BC=d=80 m de baza pantei. Coeficientul de frecare la alunecare are aceeași

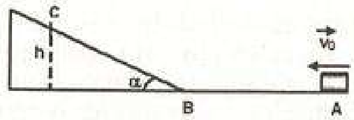


valoare pe pantă şi pe porţiunea orizontală. Energia potenţială gravitaţională se consideră nulă la baza pantei. Să se afle:
a. energia mecanică a schiorului în vârful A al pantei
b. coeficientul de frecare la alunecare dintre schior şi pistă
c. valoarea vitezei schiorului la baza pantei
d. puterea dezvoltată de motorul unui teleschi pentru a deplasa schiorul pe pistă, cu viteză constantă, din C în A, într-un interval de timp Δt=4 min, dacă se consideră că forţa de tracţiune care acţionează asupra schiorului este paralelă permanent cu direcţia deplasării schiorului

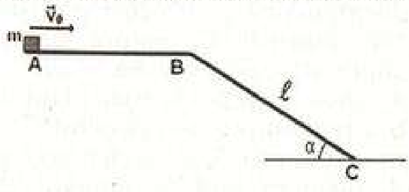
44. De la înălţimea H=10 m cade liber un corp de masă m=2 kg, ca în figura alăturată. La înălţimea h=2 m faţă de sol corpul ciocneşte un plan înclinat de lungime ℓ=AB=4 m, de-a lungul căruia alunecă, fără să se desprindă de acesta. În urma ciocnirii, corpul pierde f=75% din energia cinetică pe care o avea înainte de ciocnire. Forţa de frecare la alunecarea pe planul înclinat este F_f=4 N. Se consideră nulă energia potenţială la baza planului. Să se afle:
a. energia cinetică a corpului imediat înainte de ciocnirea cu planul înclinat
b. energia mecanică totală a corpului la înălţimea h, imediat după ciocnirea acestuia cu planul înclinat
c. viteza corpului în punctul B
d. coeficientul de frecare



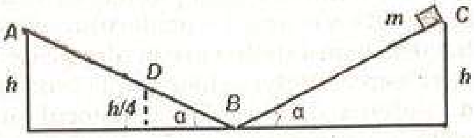
45. Un corp de masă m=5 kg este lansat cu viteza iniţială v_0=10 m/s din punctul A, pe o suprafaţă orizontală, ca în figura alăturată. După ce parcurge distanţa AB=d=5 m pe planul orizontal, corpul intră pe un plan înclinat care face unghiul α=30° cu orizontala şi urcă pe acesta până în punctul C, unde se opreşte. Atât pe planul orizontal cât şi pe cel înclinat mişcarea are loc cu frecare, coeficientul de frecare fiind μ_1=0,5 pe planul orizontal şi $\mu_2=1/\sqrt{3}$ pe planul înclinat. Să se afle:
a. lucrul mecanic efectuat de forţa de frecare pe distanţa AB
b. energia cinetică în punctul B
c. înălţimea maximă la care ajunge corpul pe planul înclinat
d. randamentul planului înclinat



46. Pe o suprafaţă orizontală AB se lansează din punctul A, cu viteza iniţială v_0=20 m/s, un corp cu masa m=2 kg (vezi figura). Corpul ajunge în punctul B cu o viteză egală cu jumătate din valoarea vitezei iniţiale, după care începe să coboare pe o pantă de lungime ℓ=BC=30 m, care formează un unghi α (sinα=0,6) cu orizontala. Corpul ajunge la baza pantei cu viteza v_0, egală cu viteza iniţială. Pe toată distanţa mişcarea se face cu frecare, coeficientul de frecare având aceeaşi valoare peste tot. Să se afle:
a. lucrul mecanic efectuat de forţele de frecare pe toată durata deplasării, între punctul de lansare şi baza pantei
b. coeficientul de frecare
c. lungimea porţiunii AB
d. variaţia energiei mecanice totale a corpului între punctele B şi C. Justificaţi valoarea.

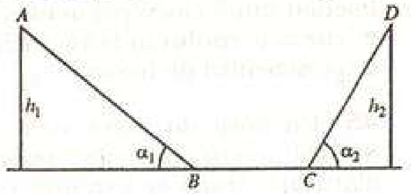


47. Un corp cu masa m=2 kg este lansat din punctul C de-a lungul planului în jos cu o viteză inițială de la înălțimea h=4 m pe un plan inclinat cu unghiul α=30^0 ca în figură. Știind că deplasarea corpului se realizează cu frecare, coeficientul de frecare fiind $\mu=\sqrt{3}/10$ peste tot iar planele sunt identice, să se afle:



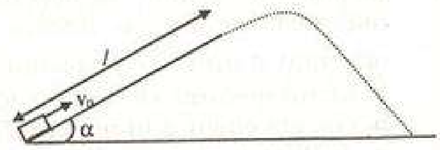
a. lucrul mecanic al forțelor de frecare la deplasarea corpului din C în A
b. viteza minimă a corpului în punctul C astfel încât acesta să ajungă la aceeași înălțime pe al doilea plan înclinat
c. variația energiei mecanice a corpului între punctele A și D, dacă punctul D este situat la înălțimea $h/4$

48. O sanie alunecă liber din vârful unui derdeluș de înălțime h_1=7,2 m. Mișcarea pe primul derdeluș se face fără frecare. Sania parcurge apoi o suprafață orizontală cu lungimea ℓ=23 m pe care se deplasează cu frecare, μ=0,05, după care sania urcă până la înălțime h_2=5 m pe un alt derdeluș cu unghiul α=45^0. Să se afle:



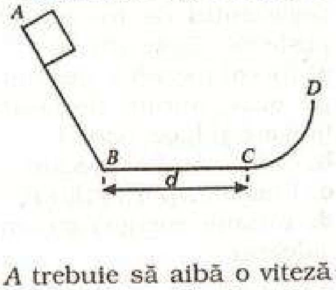
a. viteza saniei la baza primului derdeluș
b. viteza saniei la baza celui de-al doilea derdeluș
c. coeficientul de frecare pe al doilea derdeluș
d. viteza cu care revine la baza primului derdeluș

49. Un corp cu masa m=2 kg este aruncat de la sol pe un plan inclinat cu unghiul α=30^0 și lungimea ℓ=3 m, cu viteza inițială v_0=10 m/s. Mișcarea se face cu frecare, coeficientul de frecare fiind $\mu = 1/(5\sqrt{3})$. Să se afle, utilizând teorema de variație a energiei cinetice:



a. viteza cu care ajunge corpul în vârful planului înclinat
b. lucrul mecanic efectuat de forța de frecare pe planul înclinat
c. viteza cu care ajunge corpul în planul orizontal al punctului de lansare
d. lucrul mecanic efectuat de greutatea corpului de la lansare până la atingerea solului

50. Un corp cu masa m=2 kg coboară fără frecare pe un plan înclinat cu înălțimea h=1 m ca în figura alăturată. Ajugând la baza planului, corpul se deplasează cu frecare pe o suprafață plană până într-un punct C parcurgând distanța d=2 m. Coeficientul de frecare este μ=0,3. Din punctul C, corpul urcă fără frecare pe o suprafață curbă CD. Să se afle:



a. viteza corpului la baza planului înclinat
b. viteza corpului în punctul C
c. înălțimea la care urcă corpul pe suprafața CD
d. distanța față de punctul B la care se oprește corpul pe porțiunea BC

51. La o competiție de schi, sportivul aflat în poziția A trebuie să aibă o viteză minimă pentru a putea ajunge până în poziția B (vezi figura alăturată) situată la înălțimea H=3,2 m față de porțiunea orizontală a pistei. Masa sistemului sportiv-schiuri este M=90 kg. Să se afle:

a. viteza minimă pe care trebuie să o aibă sportivul în punctul A pentru a ajunge în B, dacă s-ar neglija forțele de rezistență la înaintare

b. înălțimea h la care se află punctul C în care sportivul se oprește, dacă viteza sportivului în punctul A este v_A=8 m/s iar lucrul mecanic efectuat de rezultanta forțelor de rezistență întâmpinate de sportiv în deplasarea sa reprezintă o fracțiune f=10% din lucrul mecanic al greutății sportiv-schiuri la deplasarea din A în C

c. lucrul mecanic efectuat de forțele de rezistență până când sportivul ajunge la înălțimea h_D=2 m, unde viteza sa devine v_D=4 m/s dacă sportivul are în punctul A viteza v_A=8 m/s

52. În figura alăturată este reprezentată o pistă de skateboard pe care se află un sportiv având masa m=80 kg. Pornind din repaus din punctul A situat la înălțimea h=2 m față de baza pistei, sportivul trece prin punctul B al pistei cu viteza $v \approx 5{,}66$ m/s și se oprește prima dată în punctul D situat la înălțimea h_1=1,5 m față de baza pistei. Să se afle:

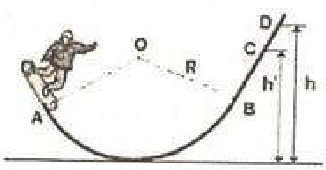
a. lucrul mecanic efectuat de greutate din punctul A până în punctul D

b. lucrul mecanic efectuat de forța de frecare pe toată durata mișcării din punctul A până în punctul D

c. viteza cu care trebuie lansat sportivul în punctul A pentru a ajunge la aceeași înălțime h pe porțiunea BD dacă forța de frecare pe porțiunea AB este egală cu cea pe porțiunea BC, C fiind punctul unde se oprește corpul

d. puterea medie a forței de greutate de la punctul A la punctul B, dacă sportivul coboară între cele două puncte în intervalul de timp Δt=0,5 s

53. Pe o pistă de snowboard se află un sportiv cu masa M=70 kg care are o placă cu masa m=5 kg. În partea inferioară arcul AB este egal cu 1/3 dintr-un cerc cu raza R=4 m. Să se afle:

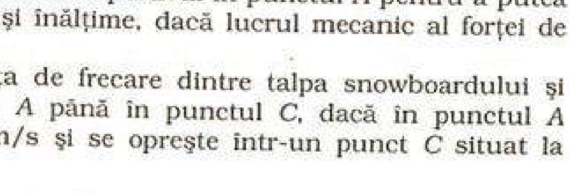


a. viteza minimă pe care trebuie să o aibă sportivul în punctul A pentru a putea ajunge în punctul D situat la înălțimea h=3 m dacă mișcarea decurge fără frecare

b. viteza minimă pe care trebuie să o aibă sportivul în punctul A pentru a putea ajunge în punctul B aflat la aceeași înălțime, dacă lucrul mecanic al forței de frecare este L_{Ff}=−2400 J

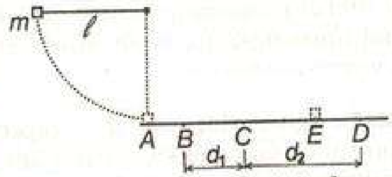
c. lucrul mecanic efectuat de forța de frecare dintre talpa snowboardului și zăpadă la deplasarea din punctul A până în punctul C, dacă în punctul A sportivul are viteza inițială v_0=8 m/s și se oprește într-un punct C situat la înălțimea h'=2,5 m

54. O pistă de snowboard are forma din figură: două porțiuni curbe AB și CD, separate de o porțiune orizontală BC=d=12 m. Un sportiv cu masa m=70 kg coboară liber pe un snowboard, din punctul M al porțiunii curbe AB a pistei, punctul M aflându-se la înălțimea h_1=2,45 m. Admițând că mișcarea pe cele două porțiuni curbe AB și CD se face



fără frecare, că pe porțiunea orizontală BC coeficientul de frecare la alunecare dintre snowboard și zăpadă este μ=0,1. Să se afle:
a. viteza v_C cu care trece prima dată sportivul prin punctul C
b. înălțimea h_2 a punctului N în care se oprește prima dată sportivul pe porțiunea CD a pistei
c. lucrul mecanic efectuat de forțele de frecare de la începutul mișcării sportivului și până la oprirea sa definitivă
d. distanța dintre punctul B și punctul în care se va opri definitiv sportivul

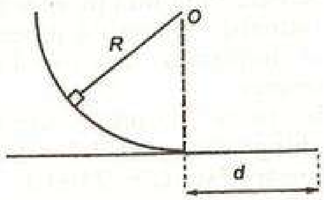
55. Un corp cu masa m=80 g este legat de un fir și lungimea ℓ=0,8 m. În poziția inițială firul este întins și orizontal, ca în figura alăturată. Corpul este lăsat liber. Când ajunge în poziție verticală, firul se rupe și corpul își continuă mișcarea pe suprafața orizontală. Pe porțiunea AB mișcarea are loc fără frecare, pe porțiunea $BC=d_1$=1 m coeficientul de frecare la alunecare este constant și are valoarea μ_1=0,3, iar pe porțiunea $CD=d_2$=5 m coeficientul de frecare crește liniar de la valoarea μ=0 în C la μ_2=0,8 în D. Corpul se oprește în punctul E. Să se afle:



a. energia mecanică a corpului în momentul în care este lăsat liber, dacă se consideră energia potențială gravitațională nulă la nivelul suprafeței orizontale
b. viteza corpului când firul ajunge în poziție verticală
c. viteza corpului în punctul C
d. distanța CE parcursă de corp până la oprire

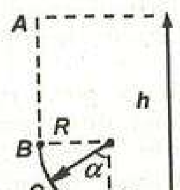
56. Un corp cu masa m=200 g se prinde de un fir inextensibil de lungime ℓ=40 cm. Se scoate corpul din poziția de echilibru până când firul formează un unghi α=60° cu verticala și se lasă liber corpul. Să se afle:
a. viteza cu care trece corpul prin poziția verticală
b. energia cinetică a corpului când firul formează un unghi β=30° cu verticala
c*. tensiunea maximă pe care o suportă firul, dacă acesta nu se rupe

57. De la marginea superioară a unui jgheab circular vertical de forma uni sfert de cerc cu raza R=30 cm se lasă liber un corp cu masa m=100 g ca în figură. Pe jgheab mișcarea se face cu frecare iar lucrul mecanic total al acestor forțe de frecare este L_{Ff}=−0,1 J. Mișcarea corpului continuă pe un plan orizontal cu frecare, coeficientul de frecare fiind pe plabul orizontal μ=0,1. Să se afle:



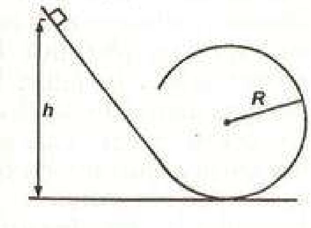
a. viteza corpului la marginea inferioară a jgheabului
b*. forța cu care apasă corpul pe jgheab în poziția inferioară a traiectoriei
c. distanța parcursă de corp pe planul orizontal până la oprire

58. Un corp cu masa m=1 kg cade liber de la înălțimea h=1,5 m, măsurată față de sol pe care se află un jgheab circular BO de forma unui sfert de cerc cu raza R=50 cm ca în figură. Să se afle:



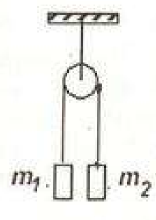
a. viteza cu care ajunge corpul pe jgheab, dacă mișcarea corpului se face fără frecare
b*. forța cu care apasă corpul asupra jgheabului când poziția corpului formează unghiul α=60° cu verticala și valoarea maximă a foței de apăsare, dacă mișcarea corpului pe jgheab se face fără frecare

c. lucrul mecanic al forței de frecare pe jgheab, astfel că în punctul O al jgheabului corpul se oprește

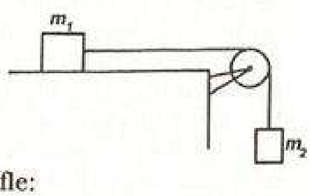


59*. Se lasă liber un corp cu masa m=200 g pe un jgeab ca în figură. Se neglijează efectul forțelor de frecare. Bucla circulară are raza R=50 cm.Să se afle:
a. viteza corpului în punctul cel mai de sus al buclei, dacă acesta nu apasă asupra jgheabului
b. înălțimea minimă de unde trebuie lăsat liber corpul pentru a putea descrie bucla
c. lucrul mecanic al unor forțe de frecare dacă corpul se lasă liber de la înălțimea H=2,5 m, iar în punctul superior corpul nu apasă asupra jgheabului

60. Un corp cu masa m=800 kg se deplasează fără frecare sub acțiunea unei forțe F, orientată pe direcția și în sensul vitezei inițiale v_0=10 m/s a corpului. Puterea dezvoltată de forța F rămâne constantă, egală cu P=4 kW. Să se afle:
a. timpul t după care viteza corpului crește de n=4 ori
b. valoarea forței F la momentul t
c. reprezentările grafice ale dependențelor forței de viteză, respectiv a vitezei de timp



61. Două corpuri cu masele m_1=400 g și m_2=600 g se află la aceeași înălțime h=1 m față de sol fiind prinse cu un fir inextensibil cu lunginea ℓ=2,5 m trecut peste un scripete ca în figură. Se lasă sistemul de corpuri liber. Să se afle:
a. energia cinetică a sistemului de corpuri, dacă sistemul se mișcă pe distanța h_1=40 cm
b. viteza cu care corpul de masă m_2 lovește solul
c. înălțimea maximă măsurată față de sol la care ajunge corpul cu masa m_1



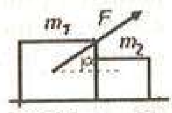
62. Pe o suprafață orizontală se deplasează cu frecare (μ=0,2) un corp cu masa m_1=5 kg. Corpul cu masă m_1 se leagă printr-un fir inextensibil trecut peste un scripete ca în figură de un corp cu masă m_2=3 kg. Cele două corpuri se mișcă împreună pornind din repaus pe distanța d=0,5 m și apoi firul care le leagă se rupe. Să se afle:
a. viteza sistemului înainte de ruperea firului
b. distanța parcursă până la oprire de corpul m_1 măsurată din momentul pornirii, dacă distanța de la el până la scripete este suficient de mare
c. viteza cu care ajunge la sol corpul m_2, dacă în momentul ruperii firului, acesta se află la înălțimea h=1,2 m față de sol

63. Fie sistemul din figura anterioară. Dacă se imprimă o viteză sistemului de corpuri printr-un impuls aplicat corpului cu masa m_2=20 g în jos, acesta coboară pe distanța h_1=25 cm. Dacă imprimăm sistemului aceeași viteză, imprimând un impuls corpului cu masa m_1=100 g spre stânga, corpul cu masa m_2 urcă pe distanța h_2=5 cm. Să se afle:
a. coeficientul de frecare la alunecare
b. raportul lucrurilor mecanice ale forțelor de frecare
c. spațiul până la oprire, dacă viteza inițială imprimată sistemului este v_0=5m/s iar m_1 se mișcă spre stânga

64. Asupra unui corp cu masa m_1=2 kg aflat inițial în repaus, pe un plan orizontal, acționează o forță constantă F, a cărei direcție formează unghiul α=30° cu suprafața planului. Corpul este în contact cu un al doilea corp, de masă m_2=0,5 kg ca în figura alăturată. Pentru deplasarea sistemului pe o distanță d=10 m lucrul mecanic efectuat de forța de tracțiune este de L_F=173 J, iar cel al forțelor de frecare este egal cu L_{Ff}=−15J. Ambele corpuri au același coeficient de frecare la alunecare cu planul orizontal. Să se afle:

a. forța de tracțiune

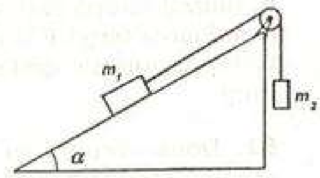
b. coeficientul de frecare la alunecare dintre corpuri și suprafața orizontală



c. puterea medie disipată prin frecare de corpul cu masa m_2 pe distanța d

d. viteza sistemului de corpuri după parcurgerea unei distanțe D=20 m din momentul aplicării forței F

65. Fie sistemul de corpuri cu masele m_1=2 kg și m_2=4 kg din figură. Inițial corpul m_2 se află la înălțimea h=60 cm de sol, iar planul cu unghiul α=30° se consideră suficient de lung. Corpurile pornesc din repaus, mișcarea corpului m_1 făcându-se cu frecare, coeficientul de frecare fiind $\mu = 1/\left(3\sqrt{3}\right)$. Să se afle:



a. viteza corpurilor când corpul m_2 ajunge la sol

b. distanța parcursă până la oprire de corpul aflat pe planul înclinat după ce corpul m_2 ajunge pe sol măsurată față de punctul de pornire

c. lucrul mecanic total efectuat de forța de frecare ce acționează asupra corpului m_1 până la oprire

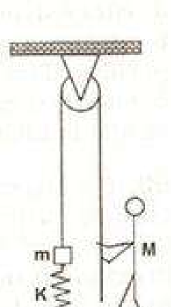
66. Fie sistemul de corpuri cu masele m_1=4 kg și m_2=2 kg aflat inițial în repaus pe planul înclinat cu unghiul α=60° ca în figura precedentă. Corpul m_1 se mișcă cu frecare, coeficientul de frecare fiind μ=0,2. Lăsat liber sistemul se mișcă pe o distanță ℓ=2 m. Să se afle:

a. lucrul mecanic efectuat de forța de frecare

b. lucrul mecanic efectuat de forța de greutate a corpului m_2 în timpul mișcării sistemului pe distanța ℓ

c. viteza corpurilor după parcurgerea distanței ℓ

67. Un om cu masa M=80 kg menține în repaus o ladă cu masa m=20 kg prin intermediul unui fir ideal trecut peste un scripete fix, ca în figură. Între ladă și podeaua pe care stă omul este legat un resort nedeformat având constanta de elasticitate k=200 N/m. Omul trage de sfoară în jos cu scopul de a ridica lada cât mai sus. Să se afle:



a. variația energiei potențiale gravitaționale a sistemului ladă-Pământ când aceasta este ridicată pe verticală pe o distanță h=0,5 m

b. lucrul mecanic efectuat de forța elastică la alungirea resortului cu h

c. lucrul mecanic efectuat de om pentru a ridica lada legată de resort, cu viteză constantă, pe distanța h=0,5 m

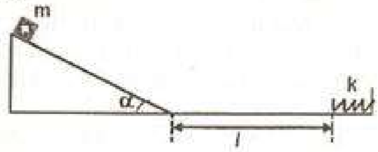
d. deformarea maximă a resortului considerând că lada este ridicată cu viteză constantă foarte mică, omul nu se desprinde de sol și scripetele se află suficient de sus, iar deformațiile se consideră elastice. Interpretați rezultatul practic.

68. Un corp de masă m=1 kg, aflat iniţial în repaus, alunecă fără frecare din vârful unui plan înclinat de unghi α=30° şi lungime d=10 m. Mişcarea se continuă cu frecare pe un plan orizontal, coeficientul de frecare fiind μ=0,25. După ce corpul parcurge distanţa ℓ=10 m, loveşte un resort de constantă de elasticitate k=5000 N/m pe care îl comprimă şi se opreşte. Să se afle:

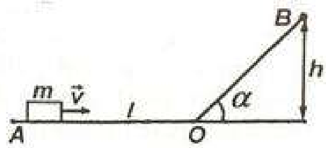
a. energia cinetică a corpului la baza planului înclinat

b. viteza corpului imediat înainte ca acesta să atingă resortul

c. comprimarea maximă a resortului, neglijând frecarea pe timpul comprimării



69. Un resort cu constanta elastică k=4 kN/m comprimat cu x=5 cm se decomprimă şi lansează un corp cu masa m=100 g. Corpul îşi continuă mişcarea pe un plan orizontal cu lungimea ℓ=3 m şi apoi pe un plan înclinat cu unghiul α=30°. Mişcarea se face cu frecare după decomprimarea resortului, coeficientul de frecare fiind peste tot μ=0,6. Să se afle:



a. viteza cu care porneşte corpul după decomprimarea resortului

b. înălţimea la care urcă corpul pe planul înclinat

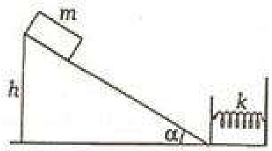
c. lucrul mecanic total al forţei de frecare

70. Pe un plan înclinat cu un unghi α=30° faţă de orizontală alunecă liber un corp cu masa m=200 g, de la o înălţime h=2 m faţă de sol. Mişcarea corpului pe planul înclinat se face cu frecare, coeficientul de frecare fiind $\mu = 1/(2\sqrt{3})$ şi fără frecare pe planul orizontal La baza planului înclinat se află un resort, iniţial nedeformat, cu constanta elastică k=400 N/m. Să se afle:

a. viteza corpului la baza planului înclinat

b. comprimarea maximă a resortului

c. lucrul mecanic al forţei elastice



71. Un vagon de masă m=5 t se desprinde de trenul care mergea cu viteza v_0=4 m/s. După un anumit timp el se ciocneşte cu tamponul unui opritor al cărui resort se comprimă cu x=10 cm. Cunoscând constanta elastică k=2 MN/m a resortului şi coeficientul de frecare între şine şi roţile vagonului μ=0,01, să se afle:

a. distanţa totală parcursă de vagon de la desprindere până la oprire

b. viteza corpului imediat înaintea ciocnirii resortului

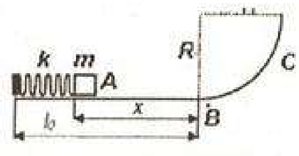
c. viteza imprimată vagonului după decomprimarea resortului

72. Un resort elastic orizontal cu constanta elastică k=100 N/m este comprimat cu x=20 cm de corpul cu masa m=2 kg ca în figura alăturată. Se lasă liber sistemul şi se neglijează toate frecările. Suprafaţa sferică are raza R=20 cm. Să se afle:

a. viteza imprimată corpului când resortul se destinde complet

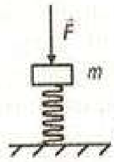
b. unghiul format cu verticala de raza construită în punctul până la care urcă corpul pe suprafaţa sferică

c. valoarea coeficientului de frecare cu suprafaţa orizontală, dacă corpul urcă fără frecare numai pe suprafaţa sferică pe înălţimea h=5 cm



73. De pe podul de peste un râu un adept al sporturilor extreme cade liber de la înălţimea H=30 m, fiind legat de picioare cu o coardă elastică care are celălalt capăt fixat de pod. Sportivul îşi alege coarda elastică astfel încât viteza lui să fie nulă la înălţimea h_1=2 m deasupra apei şi să fie în echilibru după amortizarea oscilaţiilor la înălţimea h=10 m. Să se afle:
a. lungimea coardei în stare nedeformată
b. viteza maximă pe care o atinge sportivul
c. constanta elastică a coardei, dacă sportivul are masa m=60 kg

74. Un resort ideal are constanta elastică k=500 N/m şi lungimea nedeformată ℓ_0=1 m. Resortul este comprimat de un corp cu masa m=1 kg aşezat peste el ca în figură şi de o forţă verticală F=30 N. Să se afle:
a. forţa elastică exercitată în resort
b. lungimea resortului comprimat
c. înălţimea maximă faţă de sol la care va urca corpul dacă acţiunea forţei F încetează şi corpul este aruncat din poziţia în care resortul nu mai este deformat

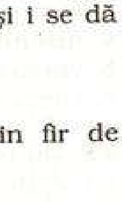


75. O bilă cu masa m=200 g se află pe un resort vertical ca în figura de la problema precedentă. Resortul este comprimat cu x=2 cm. Dacă se apasă resortul cu o forţă verticală F comprimarea resortului devine de două ori mai mare decât la început. Să se afle:
a. constanta elastică a resortului
b. valoarea forţei F
c. înălţimea la care se va ridica bila după încetarea acţiunii forţei F faţă de poziţia cea mai joasă

76. Un corp cu masa m=100 g se lasă să cadă liber de la o înălţime h=40 cm măsurată faţă de capătul superior al unui resort vertical şi ideal cu constanta elastică k=30 N/m aşezat pe o masă. Să se afle:
a. viteza cu care loveşte corpul resortul
b. comprimarea maximă a resortului
c. lucrul mecanic al forţei elastice

77. O bilă cu masa m=100 g este prinsă la un capăt al unui fir elastic cu lungimea nedeformată ℓ_0=40 cm şi constanta elastică k=100 N/m. Celălalt capăt al firului este prins într-un punct A. Bila este ridicată în punctul A şi i se dă drumul să cadă la momentul t_0=0 s. Să se afle:
a. intervalul de timp după care firul începe să se alungească
b. alungirea maximă atinsă de firul elastic în timpul căderii bilei
c. reprezentarea grafică a dependenţei modulului forţei elastice din fir de alungirea acestuia până când firul se alungeşte la maximum

78. Un corp cu masa m=1 kg este aruncat din punctul A cu viteza iniţială v_0=7 m/s pe verticală în sus. În punctul B aflat la înălţimea h=2 m faţă de punctul A, corpul ciocneşte un resort elastic, nedeformat şi cu constanta elastică k=200 N/m, pe care îl comprimă. Neglijând frecările, să se afle:
a. lucrul mecanic efectuat de greutatea corpului pe distanţa AB
b. timpul în care corpul a străbătut distanţa AB
c. comprimarea maximă a resortului în urma ciocnirii



3.4. Conservarea energiei mecanice

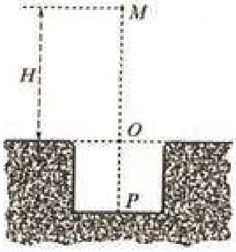
1. Un lanț de lungime ℓ=96 cm și cu masa m=2 kg se află ținut pe o masă orizontală, astfel că o pătrime din lungimea lui atârnă. Să se afle, dacă se lasă liber lanțul și se neglijează frecările lanțului cu masa:
a. viteza cu care părăsește lanțul masa
b. lucrul mecanic necesar urcării porțiunii de lanț care atârnă

2. Un corp cade liber fără frecare de la înălțimea h=100 m. Să se afle:
a. înălțimea la care energia sa cinetică este de patru ori mai mică decât energia potențială a corpului în punctul respectiv
b. viteza corpului când acesta se află la înălțimea h_C=20 m
c. înălțimea la care se ridică din nou corpul, dacă imediat după ciocnirea cu solul, energia cinetică a corpului reprezintă o fracțiune f=40% din valoarea energiei cinetice imediat înainte de ciocnire

3. O minge cu masa m=500 g aruncată vertical în sus de la sol, ajunge la înălțimea maximă h=1 m. Se neglijează efectul forțelor de frecare. Să se afle:
a. viteza inițială a mingii
b. energia mecanică a mingii la 1/4 din înălțimea maximă h, dacă la sol E_P=0
c. cu cât se va ridica mai mult mingea, dacă viteza sa inițială crește de 2 ori?

4. Un copil aruncă pe verticală, de jos în sus cu viteza inițială v_0=4 m/s o minge cu masa m=100 g de la înălțimea h=5 m. Se neglijează efectul forțelor de frecare. Considerând că energia potențială gravitațională este nulă la nivelul solului, să se afle:
a. înălțimea maximă măsurată față de sol la care se ridică mingea
b. valoarea energiei cinetice a corpului la o pătrime din înălțimea maximă la care se ridică corpul
c. viteza cu care corpul ajunge pe sol

5. O piatră de masă m=200 g, lansată vertical în sus din punctul O aflat la nivelul solului, atinge în punctul M înălțimea maximă H=20 m, iar apoi cade într-o groapă de adâncime h=10 m, ca în figura alăturată. Frecările cu aerul se neglijează. Considerând că la nivelul solului (în punctul O) energia potențială gravitațională este nulă, să se afle:
a. viteza pietrei în momentul lansării
b. viteza pietrei atunci când piatra atinge punctul P
c. lucrul mecanic efectuat de forța de greutate pe toată durata deplasării pietrei



6. Un corp de masă m=0,5 kg este lansat de la nivelul solului, vertical în sus, cu viteza inițială v_0=8 m/s fără frecare cu aerul. Energia potențială gravitațională este considerată nulă la nivelul solului. Să se afle:
a. înălțimea maximă măsurată față de sol atinsă de corp
b. viteza corpului în momentul în care energia sa cinetică este de trei ori mai mică decât cea potențială în punctul respectiv
c. dacă viteza cu care corpul ar atinge solul la coborâre ar fi mai mare, mai mică, sau egală cu viteza inițială v_0, dacă frecarea cu aerul nu ar fi neglijabilă și să se justifice răspunsul

7. Un om aruncă unui copil un ghiozdan cu masa m=4 kg de la înățimea h=7 m pe verticală de sus în jos cu viteza inițială v_0=2 m/s. Neglijând frecarea cu aerul și considerând la sol E_p=0, să se afle:
a. energia mecanică a ghiozdanului
b. viteza cu care ajunge ghiozdanul la sol
c. înălțimea de la care ar trebui să fie lăsat liber ghiozdanul dacă ajunge la sol cu aceeași viteză

8. Din vârful unui turn cu înălțimea h=75 m este aruncat în sus un corp cu masa m=2 kg și cu viteza inițială v_0=10 m/s. Considerând nivelul de referință al sistemului corp-Pământ pe sol și neglijând efectul forțelor de frecare, să se afle:
a. energia potențială corespunzătoare înălțimii maxime
b. înălțimea la care energia cinetică a corpului este de 3 ori mai mare decât energia sa potențială în punctul respectiv
c. viteza cu care corpul va atinge solul

9. Un elicopter zboară deasupra solului la înălțimea h=160 m cu viteza orizontală v_0=20 m/s. Din elicopter se lasă să cadă vertical un pachet cu masa m=1 kg. Se neglijează efectul forțelor de frecare. Să se afle:
a. reprezentarea grafică a dependenței energiei potențiale gravitaționale a pachetului în funcție de înălțimea h, dacă la sol E_p=0
b. viteza cu care lovește pachetul solul
c. viteza cu care lovește pachetul solul, dacă pachetul se aruncă oblic în jos sub unghiul α=30° față de orizontală

10. În timpul construirii unei clădiri, o macara ridică un colet cu materiale având masa m=1 t de la nivelul solului până la înălțimea h=10 m, cu viteza constantă v=0,2 m/s. Ulterior, din coletul aflat în repaus se desprinde o piesă care cade pe sol de la înălțimea h. Să se afle:
a. timpul în care este ridicat coletul, de pe sol până la înălțimea h
b. puterea dezvoltată de macara pentru ridicarea coletului cu materiale
c. viteza cu care ajunge pe sol piesa desprinsă din colet
d. timpul de cădere a piesei desprinse din colet

11. În graficul 1 este reprezentată energia cinetică a unui corp în funcție de înălțimea corpului lansat pe verticală de la sol de jos în sus. Să se afle, dacă se neglijează efectul forțelor de frecare:
a. energia potențială maximă a corpului
b. masa corpului
c. viteza corpului la înălțimea de h_1=5,2 m

12. În graficul 2 este reprezentată energia potențială a unui corp în funcție de înălțimea corpului lansat pe verticală de la sol de jos în sus. Să se afle, dacă se neglijează efectul forțelor de frecare:
a. valoarea energiei cinetice la sol
b. înălțimea la care energia cinetică este o treime din valoarea energiei potențiale în acel punct
c. viteza corpului la înălțimea de la punctul **b.**

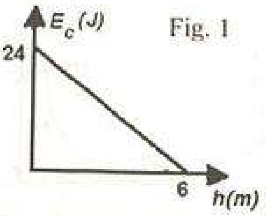


Fig. 1

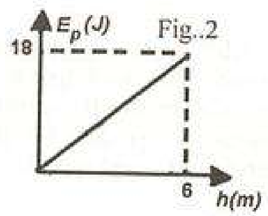


Fig..2

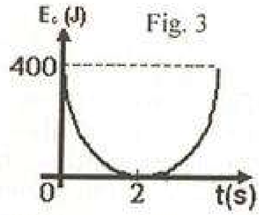


Fig. 3

13. Un corp de masă m este lansat vertical în câmp gravitaţional, de jos în sus, de la nivelul solului. Energia sa cinetică variază în timp conform graficului din figura 3. Energia potenţială gravitaţională se consideră nulă la nivelul solului. Să se afle în lipsa frecărilor cu aerul:

a. viteza iniţială a corpului

b. masa corpului

c. înălţimea maximă la care urcă corpul

d. viteza la care energia cinetică a corpului reprezintă o fracţiune f=20% din energia sa potenţială în punctul respectiv

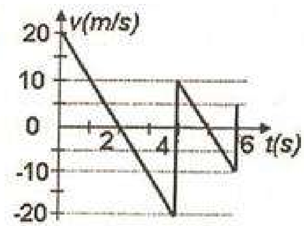
14. O bilă cu masa m=400 g este lăsat să cadă fără viteza iniţială de la o înălţime h_0=1 m. Neglijăm frecările cu aerul. La ciocnirea cu o suprafaţă plană de oţel bila pierde f=10% din energia sa mecanică. Să se afle:

a. înălţimea h_1 la care se ridică bila după prima ciocnire

b. viteza v_2 a bilei imediat după cea de-a doua ciocnire

c. energia mecanică după cea de-a treia ciocnire

15. În figura alăturată este reprezentată grafic viteza unui corp cu masa m=200 g aruncat vertical de jos în sus în funcţie de timp. La revenire corpul ciocneşte o suprafaţă. Se neglijează frecările cu aerul. Să se afle:

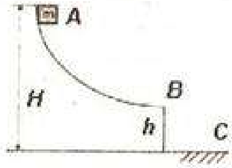


a. înălţimea la care ajunge corpul prima dată

b. fracţiunea din energia mecanică pierdută după prima ciocnire

c. pierderea de energie mecanică după cea de-a de-a doua ciocnire

16. Pe un jgheab lucios este lăsat liber de la înălţimea H=8 m un corp cu masa m=2 kg ca în figură. În punctul cel mai coborât al jgheabului corpul părăseşte jgheabul la înălţimea h=3 m. Să se afle:

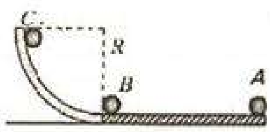


a. viteza corpului în punctul cel mai coborât al jgheabului

b. viteza corpului la sol

c. viteza corpului la o înălţime egală cu f=20% din înălţimea H

17. O bilă cu masa m=200 g este lansată din punctul A cu viteza iniţială v_0=6 m/s pe o pistă ca în figura alăturată. Pe porţiunea orizontală AB=ℓ=3 m mişcarea decurge cu frecare, μ=0,1. Pe porţiunea circulară BC cu raza R=50 cm mişcarea se face fără frecare. Să se afle:

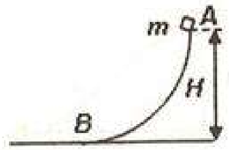


a. viteza bilei în punctul B

b. viteza cu care bila ajunge în punctul C

c. înălţimea măsurată faţă de punctul B la care se ridică bila

18. Un corp de masă m=1 kg, aflat inițial în repaus la înălțimea H=5 m, este lăsat să alunece liber fără frecare pe o suprafață curbă AB, ca în figura alăturată. Începând din punctul B el își continuă mișcarea cu frecare pe planul orizontal, coeficientul de frecare fiind μ=0,2. Să se afle:



a. viteza corpului în punctul B
b. lucrul mecanic efectuat de greutatea corpului la mișcarea între punctele A și B
c. distanța BC, astfel încât în punctul de pe suprafața orizontală C energia mecanică totală a acestuia este egală cu un sfert din energia mecanică totală inițială

19. Un corp se aruncă de la sol sub un unghi α=30° cu viteza inițială v_0=10 m/s. Să se afle:
a. componentele vectorului viteză pe axele de coordonate Ox (orizontală) și Oy (verticală)
b. înălțimea maximă la care poate ajunge corpul
c. viteza corpului în punctul cel mai înalt al traiectoriei
d. lucrul mecanic al forței de greutate din momentul lansării și până când corpul atinge solul

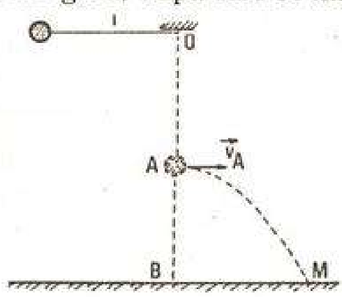
20. O minge este aruncată sub unghiul α=45° și are energia cinetică în punctul cel mai înalt al traiectoriei E_C=45 J. Neglijând efectul forțelor de frecare cu aerul, să se afle:
a. energia cinetică în punctul de lansare
b. energia cinetică când mingea formează cu orizontala un unghi β=30°
c. energia potențială când mingea formează cu orizontala un unghi β=30°

21. Un corp este aruncat în câmp gravitațional cu viteza inițială v_0=6 m/s sub un unghi α=60°. Presupunând că mișcarea se produce fără frecare, să se afle atunci când energia cinetică reprezintă fracțiunea f=0,64 din energia cinetică inițială:
a. înălțimea A la care se află corpul
b. cosinusul unghiului β făcut de vectorul viteză cu orizontala în punctul A
c. energia potențială maximă, dacă masa corpului este m=500 g

22. De la înălțimea h=30 m se aruncă orizontal un corp cu masa m=200 g și viteza inițială v_0=10 m/s. Neglijând efectul forțelor de frecare cu aerul și considerând la sol valoarea zero pentru energia potențială, să se afle:
a. energia totală a corpului
b. energia cinetică și energia potențială când viteza corpului formează cu orizontala un unghi α=60°
c. viteza cu care corpul lovește solul

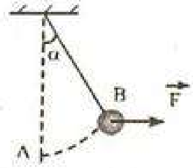
23. Dintr-un turn cu înălțimea h=15 m se lansează un corp cu masa m=500 g și viteza inițială v_0=10 m/s sub un unghi α=30° față de orizontală și deasupra acesteia. Să se afle, dacă neglijăm efectul forțelor de frecare cu aerul și dacă se consideră la sol valoarea zero pentru energia potențială:
a. energia totală a corpului
b. înălțimea maximă la care urcă corpul
c. viteza cu care corpul lovește solul
d. cosinusul unghiului format de vectorul viteză și orizontală când corpul ajunge la sol

24. Un corp cu masa m=1 kg este legat de un fir inextensibil cu lungimea ℓ=80 cm și deviat față de verticală cu un unghi α=90° ca în figură, după care se lasă liber. Se neglijează efectul forțelor de frecare. Punctul de suspensie a firului se află la înălțimea h=1,8 m față de sol. În momentul trecerii prin poziția verticală OA firul se rupe. Să se afle, dacă se consideră că la sol corpul nu are energie potențială:



a. energia mecanică a corpului
b. energia cinetică la trecerea prin poziția verticală
c. viteza cu care lovește corpul solul
d*. tensiunea de rupere

25. La capătul unui fir inextensibil de lungime ℓ=20 cm este fixată o bilă cu masa m=50 g. Se acționează asupra bilei cu o forță F orizontală, astfel încât bila este adusă din poziția A, în poziția B conform figurii alăturate. În poziția B bila este în repaus iar firul formează cu verticala unghiul α=60°. Să se afle:



a. forța F necesară menținerii bilei în poziția B
b. tensiunea din firul de care este legată bila în poziția B
c. viteza cu care trece bila prin poziția A, după ce este lăsată liber din poziția B

26. De un fir inextensibil cu lungimea ℓ=45 cm este prins un corp cu masa m=200 g care se află inițial în poziție verticală. Se imprimă corpului o viteză perpendiculară pe fir v_0=5 m/s. Neglijând efectul forțelor de frecare, să se afle:
a. viteza avută de corp când firul devine orizontal
b. înălțimea la care se ridică corpul dacă firul se rupe când firul devine orizontal, măsurată față de poziția inițială
c. lucrul mecanic efectuat de forța de tensiune și de forța de greutate în timpul mișcării corpului

27. Un corp cu masa m=100 g este suspendat de un fir cu lungimea ℓ=40 cm și deviat față de verticală cu un unghi α=60°. I se imprimă corpului în acel punct o viteză perpendiculară pe fir astfel încât corpul să se poată ridica până în dreptul punctului de suspensie. Neglijând efectul forțelor de frecare, să se afle:
a. viteza imprimată corpului inițial
b. viteza cu care trece corpul prin poziția verticală
c. energia inițială a corpului

28. Un corp punctiform cu masa m=100 g este suspendat de un fir inextensibil cu lungimea ℓ=40 cm. Firul este menținut deviat față de verticală cu unghiul α=60°. Pe verticala de susținere se așază o piedică. Se neglijează frecarea cu aerul. Să se afle:
a. înălțimea măsurată față de punctul de susținere la care trebuie pusă piedica, pentru ca atunci când se eliberează corpul, firul să poată să devină orizontal
b. viteza cu care trece corpul prin poziția verticală
c. lucrul mecanic efectuat de forța de greutate pe parcursul mișcării corpului

29. Un corp cu masa m=1 kg, aflat inițial în repaus, este suspendat de un fir inextensibil și de masă neglijabilă având lungimea ℓ=1 m. Firul este scos din poziția de echilibru și adus sub un unghi α=60° față de verticală, după care este lăsat liber. Se consideră că energia potențială gravitațională este nulă în poziția de echilibru. Să se afle:

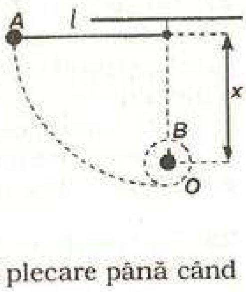
a. lucrul mecanic efectuat de forța de greutate în timpul revenirii corpului în poziția de echilibru
b. valoarea vitezei corpului la trecerea prin poziția de echilibru
c. înălțimea față de poziția de echilibru la care energia cinetică a corpului este egală cu energia sa potențială gravitațională

30. O bilă cu masa m=100 g suspendată pe un fir vertical cu lungimea ℓ=90 cm este deviată cu un unghi $\alpha=60^0$ față de verticală. Se lasă liberă bila și se neglijează efectul forțelor de frecare. Să se afle:
a. viteza cu care trece bila prin poziția de echilibru
b. viteza bilei când firul formează cu verticala unghiul $\beta=30^0$
c*. tensiunea în fir atunci când firul formează cu verticala unghiul β și să se particularizeze pentru $\beta=60^0$, 30^0 și 0^0

31*. De cablul unei macarale se află suspendat un corp cu masa m=20 kg. Neglijăm efectul forțelor de frecare. Dacă începe să bată vântul, să se afle:
a. viteza maximă a corpului în poziția verticală, dacă tensiunea de rupere este dublul greutății corpului și lungimea cablului este ℓ=10 m
b. unghiul maxim format de cablul care susține corpul cu verticala în condițiile punctului **a.**
c. tensiunea minimă în cablul de susținere când firul trece prin poziția de echilibru, dacă corpul reușește să realizeze o mișcare circulară în planul vertical

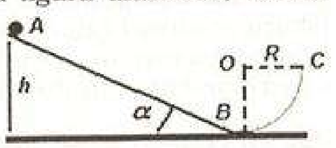
32. Unui fir cu lungimea ℓ=50 cm aflat în poziție verticală de care este suspendat un corp cu masa m=200 g i se imprimă perpendicular pe fir o viteză v_0=10 m/s. Corpul este capabil să descrie un cerc în plan vertical. Se neglijează frecarea cu aerul și se consideră nulă energia potențială în poziția inițială. Să se afle:
a. energia inițială a corpului
b. viteza corpului în poziția verticală superioară a traiectoriei
c*. tensiunea în fir în poziția superioară a traiectoriei

33*. Un corp de masă m=1 kg este suspendat de un fir inextensibil de lungime ℓ=45 cm. Se scoate corpul din poziția de echilibru și se aduce firul orizontal ca în figura alăturată. Apoi se lasă liber corpul. Se neglijează frecarea cu aerul. Să se afle:



a. viteza cu care corpul trece prin poziția verticală
b. la ce distanță x, măsurată pe verticală față de punctul de suspensie, trebuie imobilizat firul, astfel încât corpul să fie capabil să descrie un cerc cu raza ℓ-x în plan vertical
c. lucrul mecanic efectuat de forța de greutate din punctul de plecare până când corpul ajunge în punctul superior al traiectoriei circulare

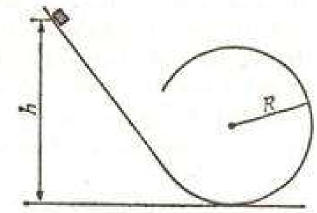
34. Un corp de masă m=500 g parcurge traseul din figura alăturată, format dintr-o porțiune rectilinie AB, inclinată față de orizontală sub un unghi $\alpha=45^0$, racordată lin cu o porțiune circulară BC de rază R=1 m. Corpul pornește din repaus, mișcarea are loc fără frecare, lungimea porțiunii liniare este $AB=4\sqrt{2}$ m, iar porțiunea circulară are forma unui sfert de cerc. Energia potențială gravitațională se consideră nulă în punctul B. Să se afle:



a. viteza v_B a corpului în punctul B

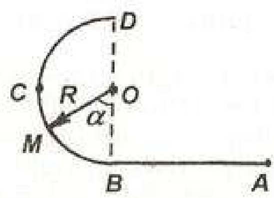
b. lucrul mecanic efectuat de greutatea corpului la deplasarea acestuia între punctele A şi C
c. energia cinetică a corpului când acesta ajunge în punctul C
d. înălţimea, măsurată faţă de punctul B, la care energia cinetică este egală cu energia potenţială

35*. Un montagne-rousse cu masa m=820 kg ajunge în vârful unui dâmb. De acolo coboară fără frecare pe un jgheab şi descrie o buclă în plan vertical cu raza R=4 m mişcându-se fără frecare ca în figură. Să se afle:



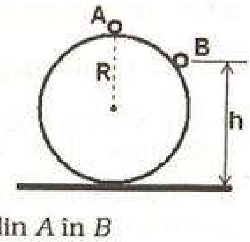
a. înălţimea minimă de la care trebuie să coboare corpul pentru ca să poată să descrie jgeabul
b. viteza montagne-rousse-ului în punctul cel mai înalt al traiectoriei circulare, dacă în vârful dâmbului viteza acestuia este υ=3 m/s
c. apăsarea exercitată de montagne-rousse în punctul superior al traiectoriei circulare, în condiţiile punctului **b.**

36*. Un jgheab orizontal se continuă cu un alt jgheab semicircular vertical BCD de rază R=50 cm, situat în plan vertical. Se trimite din punctul A, ca în figura alăturată, în direcţie orizontală un corp de masă m=200 g. Mişcarea se face fără frecare. Să se afle:



a. viteza pe care trebuie să o aibă corpul în A pentru a fi capabil să descrie semicercul BCD
b. forţa de apăsare exercitată de corp asupra jgheabului într-un punct în care poziţia corpului formează unghiul α=60° cu verticala
c. viteza cu care loveşte corpul jgheabul orizontal după desprinderea de jgheabul semicircular
d. cosinusul unghiului pe care vectorul viteză îl formează cu orizontala când corpul loveşte jgheabul orizontal

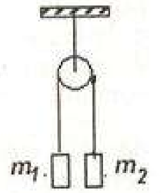
37. Un corp de mici dimensiuni, cu masa m=20 g, este lăsat să alunece liber, din punctul cel mai înalt A al unei sfere fixe cu raza de R=48 cm, ca în figura alăturată. În punctul B, situat la înălţimea h=80 cm faţă de sol, corpul încetează să mai apese asupra sferei şi îşi continuă căderea spre suprafaţa solului. Energia potenţială gravitaţională se consideră nulă la nivelul solului. Neglijând frecările, să se afle:



a. lucrul mecanic efectuat de greutate la deplasarea corpului din A în B
b. viteza corpului în momentul desprinderii de sferă
c. viteza corpului în momentul în care acesta atinge solul
d. energia totală a corpului când acesta se află faţă de sol la o înălţime egală cu raza sferei

38*. Din vârful unei sfere care se sprijină pe sol, cu raza R=1,2 m se lasă liber un corp de mici dimensiuni care alunecă pe sferă fără frecare ca în figura precedentă. La un moment dat corpul se desprinde de pe sferă. Să se afle:
a. viteza corpului în momentul desprinderii de pe sferă
b. înălţimea faţă de suprafaţa de sprijin a sferei la care se desprinde corpul
c. viteză corpului în momentul în care acesta atinge solul

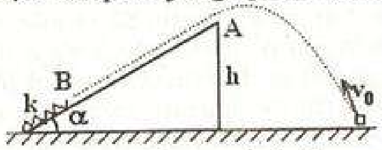
39. Peste un scripete ideal este trecut un fir inextensibil care susține două corpuri cu masele m_1=4 kg și m_2=6 kg ținute inițial în repaus la aceeași înălțime față de sol H=1 m ca în figură. Se lasă liber sistemul și se consideră firul suficient de lung, astfel încât corpul 1 să nu ajungă la scripete. Să se afle:



a. energia inițială a sistemului dacă se consideră că la nivelul solului energia potențială este nulă
b. viteza sistemului în momentul când corpul mai greu atinge solul
c. înălțimea la care se oprește corpul 1 față de sol, dacă din momentul atingerii solului de către corpul 2, corpul 1 își continuă mișcarea pe verticală după ce firul ce-l prinde se desface

40. Sub acțiunea unei forțe elastice F_1=50 N un resort se comprimă cu x_1=10 cm. Să se afle:
a. constanta elastică a resortului
b. lucrul mecanic efectuat de forța elastică în procesul comprimării cu x_1
c. viteza unui corp cu masa m=50 g, dacă acest corp este pus în mișcare pe o suprafață fără frecări prin destinderea completă a resortului

41. Un corp cu masa m=100 g este lansat de pe un plan orizontal sub un unghi ca în figura alăturată și cu viteza inițială v_0=10 m/s. Corpul ajunge pe un plan înclinat cu unghiul α=30° și cu înălțimea h=3 m. La baza planului se află un resort inițial necomprimat cu lungimea inițială ℓ_0=1,2 m și cu constanta elastică k=1 kN/m care oprește corpul. Mișcarea corpului pe planul înclinat se efectuează cu frecare până când corpul lovește resortul, coeficientul de frecare fiind $\mu=1/(2\sqrt{3})$, și apoi se efectuează fără frecare. Să se afle:



a. viteza corpului în punctul A
b. viteza corpului în punctul B în care corpul lovește resortul
c. lungimea resortului comprimat
d. distanța parcursă de corp pe planul înclinat după destinderea resortului

3.4. Impulsul punctului material. Teorema de variație a impulsului

1. Un corp are energia cinetică este E_c=8 J și impulsul p=1,6 Ns. Să se afle masa corpului și viteza acestuia.

2. O particulă în mișcare are impulsul p și energia cinetică E_C. Să se afle de câte ori crește energia cinetică a particulei dacă se triplează impulsul particulei.

3. Viteza unui corp cu masa m=500 g depinde de timp după legea v=20-5t, unde timpul t este în secunde și viteza v în m/s. Să se afle după t_1=2 s de la începerea mișcării impulsul corpului și variația corespunzătoare a impulsului acestuia.

4. Legea de mișcare a unui corp cu masa m=1 kg este $x(\mathrm{m})=4-8t+6t^2$, iar t în secunde. Să se afle variația impulsului după t=2 s de la începerea mișcării.

5. Un corp cu masa m=200 g pornește cu viteza inițială v_0=2 m/s într-o mișcare uniform accelerată cu accelerația a=2 m/s^2. Să se afle impulsul corpului după t=4 s de la începerea mișcării.

6. O minge cu masa m=400 g cade liber de la înălţimea h=5 m. Să se afle impulsul cu care loveşte mingea solul. Se neglijează frecarea cu aerul.

7. O minge de ping-pong cu masa m=14,1 g este lansată vertical în sus cu viteza iniţială v_0=17,3 m/s. Să se afle impulsul mingii la 1/3 din înălţimea maximă la care poate ajunge aceasta. Se neglijează frecarea cu aerul.

8. De pe o masă orizontală cade un pahar cu masa m=200 g împins de un copil cu viteza v_0=2 m/s. Să se afle impulsul corpului după t=0,1 s de la desprinderea de masă.

9. O ventuză jucărie cu masa m=50 g este lansată sub un unghi $\alpha=60^0$ faţă de orizontală de la sol cu viteza iniţială v_0=10 m/s. Să se afle impulsul ventuzei după trecerea unei secunde de la începerea mişcării.

10. Un atlet cu masa m=80kg aleargă cu viteza v=8 m/s pe o pistă circulară. Să se afle variaţia impulsului său între două puncte diametral opuse ale pistei şi între două puncte după ce atletul a parcurs un sfert de pistă.

11. Asupra unui corp cu masa m=1 kg aflat pe o suprafaţă pe care se poate mişca fără frecare, acţionează o forţă care depinde de timp conform graficului din figura 1. Să se afle viteza corpului la sfârşitul celei de-a patra secunde de la începerea mişcării dacă corpul porneşte din repaus.

12. În graficul din figura 2 forţa depinde de timp. Această forţă acţionează asupra unui corp cu masa m=2 kg şi care are viteza iniţială v_0=5 m/s pe direcţia şi în sensul vitezei. Să se afle valoarea finală a vitezei după trecerea timpului t=5s.

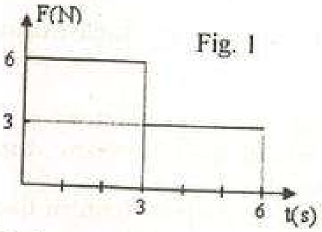


Fig. 1

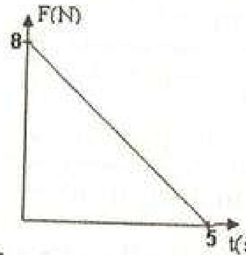


Fig. 2

13. Asupra unui corp se produce o variaţie de impuls de Δp=800 kgm/s sub acţiunea unei forţe F=50 N. Să se afle timpul în care trebuie să acţioneze această forţă pentru a se produce această variaţie de impuls.

14. O minge aflată iniţial în repaus, cu masa m=1 kg are după lovire o viteză v=10 m/s. Să se afle forţa medie de lovire, dacă durata lovirii este Δt=0,1 s.

15. Un glonte cu masa m=50 g se trage dintr-o armă cu viteza iniţială v_0=400 m/s. Să se afle forţa medie de rezistenţă întâmpinată de glonte, dacă glontele străbate substanţa pe orizontală şi iese cu viteza v=100 m/s după un timp t=20ms.

16. Să se afle forţa de frânare ce trebuie aplicată unui tren cu masa m=800t, care se mişcă cu viteza v_0=54 km/h pentru a-l opri în timpul Δt=60 s.

17. O maşină cu masa m=800 kg frânează într-un interval de timp Δt=20 s, pornind de la viteza iniţială v_0=108 km/h şi ajungând la viteza v=36 km/h pentru a intra într-o curbă. Să se afle valoarea medie a forţei de frânare.

18. Un corp cu masa m=400 g este lansat pe un plan orizontal cu frecare, coeficientul de frecare fiind μ=0,1, cu viteza inițială v_0=10 m/s. Să se afle impulsul corpului după t=6 s de la începerea mișcării.

19. Un corp cu masa m=100 g cade liber un sfert de minut de la o înălțime convenabilă. Să se afle variația impulsului corpului.

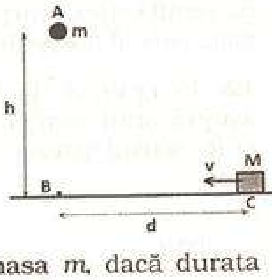
21. Asupra unui corp care se deplasează cu viteza constantă v_0=1 m/s pe un plan orizontal fără frecare începe să acționeze pe direcția vitezei și în sensul mișcării forța constantă F=1 N. După intervalul de timp Δt=2 s energia cinetică a corpului crește cu ΔE_c=4 J. Să se afle:

a. viteza corpului după Δt de la începerea mișcării

b. masa corpului

c. variația impulsului corpului în intervalul de timp Δt după începerea acțiunii forței

22. Doi elevi efectuează un experiment. Unul dintre ei lasă să cadă liber din punctul A, aflat la o înălțimea h=20 m deasupra punctului B, aflat pe sol, o bilă cu masa m=0,2 kg. Celălalt imprimă unei cutii aflate pe sol în punctul C, la distanța d=4 m de punctul B, o viteză orizontală astfel încât cutia să se deplaseze pe suprafața solului, să se oprească în punctul B, iar bila să cadă în cutie. Masa cutiei este M=1 kg iar coeficientul de frecare la alunecare între cutie și sol este μ=0,2. Să se afle:



a. viteza cu care ajunge bila la nivelul solului

b. lucrul mecanic efectuat de forța de frecare care acționează asupra cutiei din punctul C până în punctul B

c. viteza imprimată cutiei în punctul C

d. modulul forței exercitate de cutie asupra corpului cu masa m, dacă durata interacțiunii până la oprirea lui m este Δt=1 ms

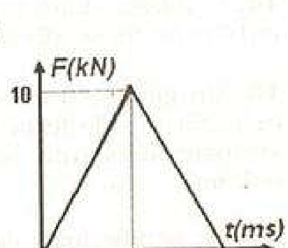
23. Un copil lovește perfect elastic podeaua cu o minge cu masa m=2 kg și cu viteza v_0=5 m/s. Considerând că valoarea vitezei mingii se păstrează după ciocnire, iar ciocnirea durează un timp Δt=0,5 ms, să se afle:

a. forța medie cu care podeaua acționează asupra mingii în timpul ciocnirii dacă mingea lovește perpendicular podeaua și se întoarce pe aceeași direcție

b. forța medie cu care podeaua acționează asupra mingii în timpul ciocnirii, dacă mingea lovește oblic podeaua sub un unghi α=30° față de ea și ricoșează sub același unghi

3.6. Ciocniri plastice și elastice

1. Un corp cu masa m=1 kg și viteza v=15 m/s lovește un corp cu masa M=5 kg aflat inițial în repaus. Ciocnirea este unidimensională, iar forța de interacțiune dintre corpuri este reprezentată în figura alăturată. Să se afle:



a. energia cinetică inițială a sistemului

b. vitezele corpurilor imediat după ciocnire

c. piederea de energie cinetică a sistemului

2. Două corpuri cu masele m_1=4 kg și m_2=2 kg se mișcă unul spre celălalt cu vitezele imediat înainte de ciocnire v_1=4 m/s și v_2=2 m/s. După ciocnire corpurile se mişcă împreună până la oprire, mişcarea făcându-se cu frecare (μ=0,1). Să se afle:

a. viteza corpului format imediat după ciocnire

b. căldura degajată în ciocnirea plastică

c. timpul de deplasare până la oprire măsurat din momentul formării corpului

3. Două corpuri cu mase egale m=4 kg se deplasează de-a lungul aceleaşi drepte orizontale unul spre celălalt cu viteze egale. Energia cinetică totală a mişcării lor relative este E_{Crel}=100 J. Corpurile se ciocnesc plastic. Să se afle:

a. viteza comună a corpului nou format după ciocnire

b. vitezele corpurilor imediat înainte de ciocnire

c. căldura degajată la ciocnirea corpurilor

4. Un glonte cu masa m=10 g care se deplasează pe orizontală cu viteza v_0=200 m/s intră şi rămâne într-un bloc de lemn cu masa M=990 g aflat iniţial în repaus. Coeficientul de frecare dintre bloc şi suprafaţa orizontală este μ=0,1. Să se afle:

a. viteza sistemului imediat după ciocnire

b. căldura degajată în urma ciocnirii

c. distanţa parcursă de sistem până la oprire

5. Un proiectil cu masa m_1=2 g deplasându-se pe orizontală cu viteza v_1=500 m/s străbate un bloc de lemn cu masa m_2=1 kg aflat iniţial în repaus pe o suprafaţă orizontală şi iese din acesta cu viteza v'_1=100 m/s. Considerând neglijabilă deplasarea blocului în timpul interacţiunii cu proiectilul şi ştiind că blocul alunecă până la oprire pe distanţa d=20 cm, să se afle:

a. coeficientul de frecare dintre bloc şi suprafaţă

b. energia cinetică pierdută de proiectil

c. energia cinetică a blocului imediat după trecerea proiectilului

6. Un vagon cu masa m_1=10 t se deplasează pe o cale ferată orizontală cu viteza iniţială v_0=7 m/s. După un timp Δt=10 s, vagonul se ciocneşte şi se cuplează cu un al doilea vagon cu masa m_2=20 t, aflat în repaus. În timpul mişcării, atât înainte cât şi după ciocnire, asupra vagoanelor se exercită forţe de frecare, coeficientul de frecare fiind μ=0,01. Să se afle:

a. viteza primului vagon imediat înainte de ciocnire

b. viteza comună a vagoanelor după cuplare şi căldura degajată prin ciocnire

c. spaţiul parcurs de vagoane până la oprire

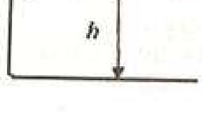
7. Două corpuri cu masele m_1=8 kg şi m_2=2 kg se află la distanţa d=112,5m unul de celălalt. Corpurile se deplasează unul spre celălalt pe o suprafaţă orizontală, cu frecare, coeficientul de frecare fiind μ=0,2. Se imprimă corpurilor simultan vitezele v_{01}=20 m/s şi v_{02}=30 m/s. Să se afle:

a. timpul după care se ciocnesc

b. distanţa parcursă de corpul nou format, dacă ciocnirea corpurilor a fost plastică

c. variaţia energiei cinetice produsă la ciocnirea corpurilor

8. Două corpuri cu masele m_1=1 kg şi m_2=250 g sunt aşezate la o distanţă ℓ=2,4 m unul de altul pe o platformă fixă, aflată la înălţimea h=ℓ de suprafaţa Pământului. Corpul cu masa m_2 se află exact la marginea platformei ca în figura alăturată. Primul corp porneşte cu viteza iniţială v_0=7 m/s spre corpul aflat la marginea platformei şi îl ciocneşte plastic. Coeficientul



de frecare la alunecare dintre corpul 1 și platformă este μ=0,5. Să se afle:
a. viteza primului corp imediat înainte de ciocnire
b. viteza corpului nou format prin ciocnire
c. impulsul noului corpul în momentul în care acesta atinge suprafața pământului

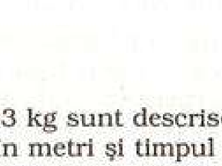
9. Un elev aflat într-un turn, la înălțimea h=20m față de sol, aruncă vertical în sus, cu viteza v_0=10m/s, un corp cu masa m=200 g. Energia potențială gravitațională a sistemului corp-Pământ se consideră nulă la nivelul solului. Să se afle:
a. momentul de timp la care impulsul corpului se anulează
b. lucrul mecanic efectuat de greutatea corpului din momentul aruncării acestuia și până la anularea impulsului
c. energia potențială gravitațională în momentul în care viteza corpului are valoarea v_1=20m/s
d. variația impulsului corpului din momentul aruncării și până la atingerea vitezei v_1

10. O broască cu masa m=200 g stă pe o scândură cu masa M=800 g care plutește pe un lac liniștit. La un moment dat broasca sare cu viteza v_0=10 m/s sub un unghi α=30^0 față de orizontală. Să se afle:
a. forța cu care apasă broasca pe scândură atunci când broasca sare, dacă durata săriturii broaștei este Δt=1 ms
b. viteza scândură imediat după ce sare broasca
c. energia cinetică a sistemului imediat după ce sare broasca

11. Mișcările rectilinii a două corpuri de mase m_1=1 kg și m_2=3 kg sunt descrise de legile $x_1=2+t$ și $x_2=4-3t$, unde coordonata x este exprimată în metri și timpul t este în secunde. Considerând că în momentul întâlnirii celor două corpuri acestea suferă o ciocnire plastică, să se afle:
a. vitezele corpurilor în momentul întâlnirii
b. energia cinetică a sistemului imediat după ciocnire
c. legea de mișcare a corpului nou format, timpul fiind măsurat din momentul formării corpului

12. Legile de mișcare rectilinii a două corpuri cu masele $m_1=m_2=m$=500 g sunt $x_1=10+2t$ și $x_2=-10+2t+5t^2$. Știind că cele două corpuri se ciocnesc plastic, să se afle:
a. vitezele corpurilor imediat înainte de ciocnire
b. viteza corpului nou format imediat după ciocnire
c. căldura degajată în ciocnire

13. Una din metodele utilizate în practică de măsurare a vitezei proiectilelor constă în folosirea unui pendul balistic. Acesta este un corp de lemn cu masa M suspendat cu ajutorul unui fir lung și inextensibil. Inițial pendulul se află în repaus. Un proiectil cu masa m lovește orizontal corpul din lemn și rămâne încastrat, făcând ca pendulul și proiectilul să se ridice la înălțimea h. Dacă M=2 kg, m=10 g, h=20 cm și negjijăm frecarea cu aerul, să se afle:
a. viteza sistemului imediat după ciocnirea proiectilului cu corpul
b. viteza inițială a proiectilului
c. căldura care se degajă în procesul ciocnirii



14. Un corp cu masa m_1=1 kg este legat de un fir inextensibil cu lungimea ℓ=40 cm şi deviat faţă de verticală cu un unghi α=60°, după care se lasă liber. Când trece prin poziţia verticală primul corp este ciocnit plastic de un corp cu masa m_2=0,5 kg, care se deplasează în sens opus ca în figură, astfel că după ciocnire corpul nou format rămâne în echilibru în poziţia verticală. Să se afle:

a. viteza cu care trece primul corp prin poziţia verticală

b. viteza corpului al doilea

c. căldura cedată în procesul ciocnirii plastice

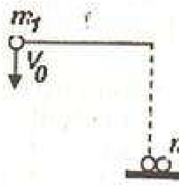
15. Un corp cu masa m_1=2 kg este suspendat de un fir cu lungimea ℓ=1,6 m. Firul este deviat cu unghiul α=60° faţă de verticală şi apoi este lăsat liber. Neglijăm efectul forţelor de frecare. Când sfera trece prin poziţia de echilibru ea se ciocneşte plastic cu un alt corp cu masa m_2=100 g care se deplasează în sens opus primului corp. După ciocnirea plastică corpurile deviază cu un unghi β=30° faţă de verticală. Să se afle:

a. viteza cu care trece primul corp prin poziţia verticală

b. viteza iniţială a celui de-al doilea corp

c. căldura degajată în procesul de ciocnire

16. Un corp cu masa m_1=800 g este suspendat de un fir inextensibil întins şi de lungime ℓ=1,6 m, aflat iniţial în poziţie orizontală ca în figură. După ce corpului cu masă m_1 i se imprimă o viteză iniţială verticală în jos, v_0=2 m/s acesta ciocneşte perfect plastic un corp cu masa m_2=400 g aflat iniţial în repaus. Să se afle:



a. viteza primului corp imediat înainte de ciocnire

b. unghiul pe care-l face firul cu verticala atunci când corpul format prin ciocnire ajunge la înălţimea maximă

c. raportul dintre energiilor mecanice ale sistemului înainte şi după ciocnire

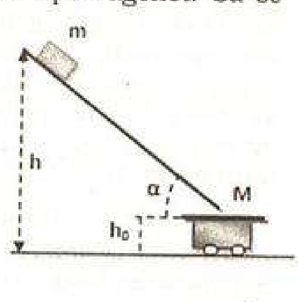
17. Un sac cu masa m=10 kg, aflat iniţial în repaus la înălţimea h=16 m faţă de suprafaţa solului, alunecă pe un jgheab înclinat cu unghiul α=30° faţă de orizontală. Capătul inferior al jgheabului se află la înălţimea h_0=1 m faţă de sol. La baza jgheabului se află un vagonet de masă M=50 kg, aflat iniţial în repaus, ca în figura alăturată. Când ajunge la baza jgheabului, cu viteza v=10 m/s, sacul cade pe platforma vagonetului. După impact sacul rămâne pe vagonet. Să se afle:

a. lucrul mecanic efectuat de forţa de frecare dintre sac şi jgheab

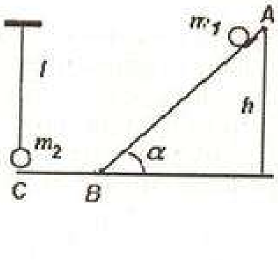
b. mărimea forţei de frecare la alunecare dintre sac şi jgheab

c. valoarea vitezei pe care o capătă vagonetul după căderea sacului pe platforma vagonetului

d. forţa dezvoltată de vagonet în timpul Δt=2 ms cât durează interacţiunea sac vagonet până la oprirea sacului

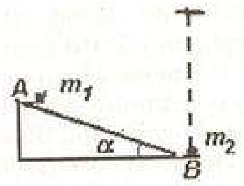


18. Din punctul de înălţime maximă al unui plan înclinat AB cu înălţimea h=0,8 m şi cu unghiul α=45° se lasă liber un corp cu masa m_1=2 kg ca în figură. Din punctul B corpul îşi continuă mişcarea pe suprafaţa orizontală până întâlneşte corpul C aflat în repaus şi cu masa m_2=3 kg. Ciocnirea corpurilor este



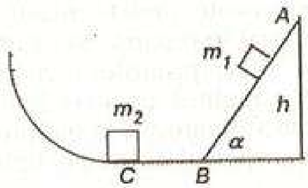
perfect plastică. Cunoscând lungimea firului ℓ=50 cm și neglijând efectele forțelor de frecare, să se afle:
a. viteza corpului imediat înainte de ciocnire
b. viteza corpului format imediat după ciocnire
c. cosinusul unghiului maxim la care este deviat firul față de verticală după ciocnire

19. Pe un plan înclinat cu lungimea ℓ=5 m și înățimea h=3 m se lansează de sus în jos de-a lungul planului un corp m_1=2 kg cu viteza $v_0=2\sqrt{5}$ m/s. Mișcarea corpului se face cu frecare, coeficientul de frecare fiind μ=0,2. La baza planului înclinat corpul m_1 ciocnește perfect plastic un corp cu masa $m_2=4m_1$ prins de un fir vertical cu lungimea ℓ'=1 m și aflat în repaus. Să se afle:



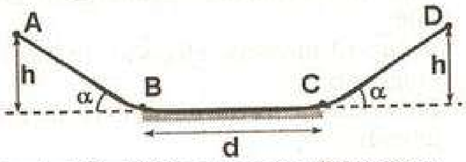
a. energia mecanică a corpului în vârful planului înclinat
b. energia mecanică a corpului m_1 la baza planului înclinat și justificați diferența față de cea de la punctul **a.**
c. viteza corpului nou format imediat după ciocnirea perfect plastică
d. înălțimea maximă la care se ridică corpul nou format

20. Din punctul de înălțime maximă al unui plan înclinat AB cu înălțimea h=3 m și cu unghiul $\alpha=30°$, se lasă liber un corp cu masa m_1=2 kg. Coeficientul de frecare la alunecare pe plan este $\mu_1=1/(2\sqrt{3})$. Din punctul B corpul m_1 își continuă mișcarea cu frecare pe planul orizontal BC=2 m, coeficientul de frecare la alunecare pe plan fiind μ_2=0,35. În punctul C ciocnirea corpului cu un alt corp cu masa m_2=3 kg aflat la baza unui jgheab circular este perfect plastică. Mișcarea sistemului de corpuri pe jgheab se face fără frecare. Să se afle:



a. viteza corpului imediat înainte de ciocnire
b. căldura degajată la ciocnirea celor două corpuri
c. înălțimea maximă la care se ridică sistemul de corpuri pe jgheab

21. Două plane înclinate de unghi $\alpha=30°$ sunt racordate la o suprafață orizontală, ca în figura alăturată. Din punctul A, situat la înălțimea h=1 m, se lasă liber, din repaus, un corp cu masa m care alunecă spre baza planului înclinat AB. Mișcarea pe planele înclinate AB și CD se face cu frecare cu coeficientul de frecare $\mu=0{,}2/\sqrt{3}$, iar pe porțiunea orizontală $BC=d$=1 m coeficientul de frecare la alunecare este μ'=0,1. În punctul B corpul cu masa m se cuplează plastic cu un alt corp cu masa $m'=m/3$ aflat inițial în repaus. Să se afle:

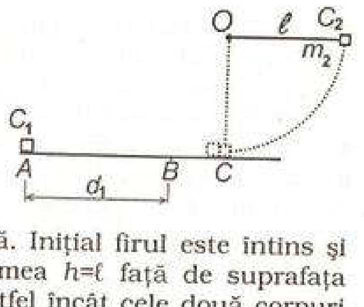


a. viteza corpului m la baza planului înclinat
b. viteza corpului nou format în punctul B
c. distanța pe care urcă corpul nou format pe planul înclinat CD
d. viteza minimă care trebuie imprimată corpului m în punctul A, orientată către punctul B, pentru ca acesta să poată ajunge în punctul D pe planul CD dacă acest corp nu suferă nicio ciocnire

22. În vârful unui plan înclinat cu unghiul $\alpha=30^0$ față de orizontală și având lungimea $\ell=0,8$ m, se află în repaus un corp cu masa $m_1=300$ g. Corpul coboară liber, cu frecare, și își continuă mișcarea pe un plan orizontal. După parcurgerea distanței d_1 corpul de masă m_1 lovește un corp de masă $m_2=2m_1$ aflat în repaus. După impact, cele două corpuri se cuplează și își continuă mișcarea împreună, parcurgând până la oprire distanța $d_2=18$ cm. Pe planul orizontal mișcarea are loc cu frecare, coeficientul de frecare între corpuri și suprafața orizontală fiind $\mu_2=0,1$. Energia potențială gravitațională se consideră nulă la baza planului înclinat. Știind că valoarea coeficientului de frecare la alunecare dintre corpul de masă m_1 și suprafața planului înclinat are valoarea $\mu_1 = 1/\left(2\sqrt{3}\right)$, să se afle:

a. energia mecanică a corpului de masă m_1 aflat în vârful planului înclinat
b. durata mișcării corpului de masă m_1 pe planul înclinat
c. viteza, imediat după impact, a corpului format
d. distanța d_1

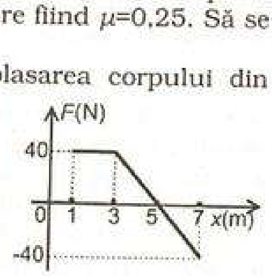
23. Un corp C_1, aflat în punctul A, este lansat spre punctul B cu viteza inițială $v_0=5$ m/s de-a lungul unei suprafețe orizontale, ca în figura alăturată. Mișcarea pe porțiunea AB, de lungime $d=2$ m, are loc cu frecare. Coeficientul de frecare la alunecare între corp și suprafața orizontală este $\mu=0,4$. Pe porțiunea BC frecarea este negijabilă. Un alt corp C_2 având masa $m_2=60$ g, este legat de un fir de lungime $\ell=0,8$ m, inextensibil și de masă neglijabilă. Inițial firul este întins și orizontal. Punctul de suspensie O se află la înălțimea $h=\ell$ față de suprafața orizontală. Corpul C_2 este lăsat liber din repaus, astfel încât cele două corpuri ajung simultan în punctul C. După impact, cele două corpuri rămân în repaus. Considerând că energia potențială gravitațională este nulă la nivelul suprafeței orizontale, să se afle:



a. viteza corpului C_1 în punctul B
b. energia mecanică inițială a corpului C_2
c. impulsul corpului C_2, imediat înainte de impact
d. masa corpului C_1

24. Un corp de mici dimensiuni având masa $m=400$ g, aflat inițial în repaus în punctul de coordonată $x_0=1$ m, se poate deplasa doar de-a lungul axei Ox. În figura alăturată este reprezentată dependența forței de tracțiune care acționează asupra corpului pe axa Ox în funcție de coordonata acestuia. Mișcarea corpului de-a lungul axei Ox se face cu frecare, coeficientul de frecare fiind $\mu=0,25$. Să se afle:

a. lucrul mecanic efectuat de forța de tracțiune la deplasarea corpului din punctul de coordonată $x_0=1$m în punctul de coordonată $x=7$ m



b. viteza corpului la trecerea prin punctul de coordonată $x=7$ m
c. viteza corpului nou format dacă atunci când corpul m ajunge în punctul de coordonată $x=7$ m, acesta se cuplează cu un corp cu masa $m_1=0,91m$ aflat în repaus
d. distanța parcursă de corpul nou format până la oprire dacă din momentul cuplării nu mai acționează forța de tracțiune

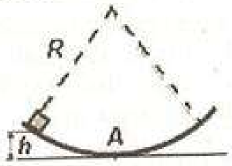
25. Un corp cu masa $M=0,2$ kg este lansat pe o suprafață orizontală cu viteza inițială $v_0=8$ m/s, având coeficientul de frecare la alunecare $\mu=0,1$. După ce parcurge distanța d=387,5 cm, corpul ciocnește plastic un corp cu masa m=0,1 kg, atârnat de un fir vertical de lungime ℓ=2,5 m și aflat în repaus. Se neglijează frecarea cu aerul. Să se afle:

a. viteza v_C a corpurilor imediat după ciocnirea plastică

b. unghiul maxim α, făcut de fir cu verticala, după ciocnirea corpurilor

c. tensiunea din fir când unghiul de deviere dintre fir și verticală este β=30^0

26. Un corp mic cu masa m=20 g alunecă pornind din repaus fără frecare în interiorul unui jgheab ca în figură. Jghebul este de forma unui sfert de cilindru cu raza $R=\sqrt{2}$ m. În punctul A se află în repaus un corp identic. Corpurile se ciocnesc plastic. Să se afle:

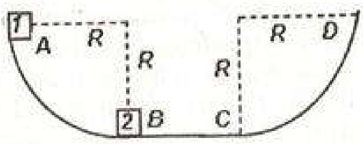


a. viteza corpului în punctul A imediat înainte de ciocnire

b. înălțimea maximă la care se ridică corpul nou format

c. căldura degajată în urma ciocnirii corpurilor

27. În jgheabul din figură se cunosc R=1 m și m=20 g. În absența frecărilor se lasă liber corpul din A. Acesta ciocnește perfect plastic corpul identic B aflat inițial în repaus. Să se afle:



a. viteza cu care ajunge corpul în B

b. viteza corpurilor după ciocnire

c. înălțimea la care ajunge sistemul format pe porțiunea ascendetă CD

28. O bilă cu masa m_1=1 kg este aruncată vertical în sus cu viteza inițială v_0=60 m/s de la sol. După două secunde de la începerea mișcării bila ciocnește plastic un corp cu masa m_2=3 kg aflat pe un suport inelar. Se neglijează forțele de frecare cu aerul. Să se afle:

a. viteza comună a corpurilor după ciocnirea plastică

b. căldura degajată în procesul ciocnirii

c. înălțimea maximă la care urcă corpurile măsurată față de sol

29. Un corp cu masa m_1=100 g este aruncat de jos în sus pe verticală cu viteza inițială v_0=40 m/s. În același moment de la înălțimea maximă la care poate ajunge primul corp este lăsat liber pe verticala primului corp cu masa m_2=60 g. Neglijând frecările, să se afle:

a. timpul după care se întâlnesc corpurile

b. viteza corpului format după ciocnirea plastică

c. căldura degajată în procesul ciocnirii

30. Un corp cu masa m=100 g este aruncat vertical în sus de la nivelul solului cu viteza v_0=20 m/s După Δt=2 s este aruncat din același punct un al doilea corp identic cu primul cu aceeași viteză inițială. Neglijând frecările să se afle:

a. timpul după care se întâlnesc corpurile

b. variația impulsului primului corp între momentul inițial și cel când se întâlnește cu cel de-al doilea corp

b. viteza corpului nou format dacă corpurile se ciocnesc plastic

c. căldura degajată în procesul ciocnirii plastice

31. Un corp cu masa m=2 kg și cu viteza inițială v_0=4 m/s este aruncat vertical în sus de la nivelul solului. Când acest corp ajunge la înălțimea maximă h, el este ciocnit perfect plastic de un alt corp identic cu el care a căzut de la înălțimea $2h$ față de sol. Neglijând frecările, să se afle:

a. viteza v_2 a corpului al doilea imediat înainte de ciocnire
b. viteza corpului nou format imediat după ciocnire
c. energia cinetică a corpului nou format în momentul atingerii solului

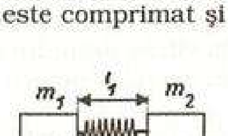
32. Se lasă liber un corp cu masa m_1=5 kg de la înălţimea h=80 m. În acelaşi moment de la sol se aruncă pe aceeaşi verticală în sus un alt corp cu masa m_2=3 kg. Se neglijează forţele de frecare cu aerul. Să se afle:
a. viteza iniţială a celui de-al doilea corp astfel încât în urma ciocnirii plastice cu primul corp viteza corpului rezultat să fie nulă
b. raportul energiilor cinetice ale mobilelor în momentul anterior ciocnirii
c. înălţimea la care s-a produs ciocnirea

33. Un corp cu masa m_1=3 kg este aruncat vertical în sus cu viteza iniţială v_0=30 m/s. Se neglijează forţele de frecare cu aerul. Când corpul ajunge la 3/4 din înălţimea maximă acesta este ciocnit plastic de un alt corp care are masa $m_2=m_1/3$, astfel că imediat după ciocnire corpurile se opresc. Să se afle:
a. viteza primului corp înainte de ciocnire
b. timpul de mişcare al primului corp până la ciocnire
c. viteza corpului al doilea înainte de ciocnire

34. De un aerostat, aflat în repaus în atmosferă, este legată de un cablu o scară pe care se află în repaus un om. Masa aerostatului cu scară este M=720 kg, iar a omului m=80 kg. Dacă omul începe să urce pe scară cu viteza u=0,4 m/s faţă de scară, să se afle:
a. viteza omului faţă de sol
b. viteza aerostatului faţă de sol
c. lucrul mecanic dezvoltat de om prin punerea sistemului în mişcare

35. Un patinator cu masa M=80 kg ţine în mâini un rucsac cu masa m=4 kg şi se află în repaus. La un moment dat patinatorul aruncă rucsacul cu viteza v=10 m/s faţă de sol. Mişcarea patinatorului pe gheaţă se face cu frecare, coeficientul de frecare fiind μ=0,001. Să se afle:
a. viteza patinatorului imediat după ce acesta aruncă rucsacul
b. lucrul mecanic efectuat de patinator la aruncarea rucsacului
c. distanţa parcursă de patinator până la oprire

36. De un resort care în stare nedeformată are lungimea ℓ=10 cm se agaţă un corp cu masa m=0,5 kg care îi produce o alungire x_0=1 cm. Acest resort este prins între corpuri cu masele m_1=1 kg şi m_2=2 kg aflate pe o masă orizontală fără frecări ca în figură. Iniţial corpurile sunt în repaus şi resortul este comprimat şi are lungimea ℓ_1=2 cm. Se lasă liber sistemul. Să se afle:
a. constanta elastică a resortului
b. energia potenţială a resortului comprimat
c. vitezele corpurilor după destinderea resortului



37. Un obuz cu masa M=100 kg zboară cu viteza v=400 m/s. La un moment dat el explodează în două fragmente. Unul dintre ele de masă m_1=20 kg continuă să se mişte înainte cu viteza v_1=500 m/s. Să se afle:
a. viteza celui de-al doilea fragment
b. energia degajată prin explozia obuzului
c. fracţiunea din energia iniţială degajată prin explozie

38. Pe un plan orizontal se lansează un corp care se mişcă cu frecare. Legea de mişcare a corpului este $x=10+20t-2,5t^2$ unde coordonata x este exprimată în metri şi timpul t este în secunde. Să se afle:

a. valoarea coeficientului de frecare

b. vitezele celor două fragmente, dacă după o secundă de la lansare corpul explodează în două fragmente a căror masă se află în raportul $m_1/m_2=1/3$, iar fragmentul mai mic se mişcă în sens contrar sensului iniţial de mişcare a corpului, cu viteza relativă $v_r=24$ m/s faţă de fragmentul mare

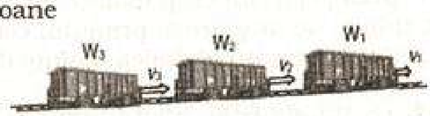
c. spaţiul dintre fragmente când acestea se opresc, dacă coeficientul de frecare la alunecare este acelaşi ca la punctul **a.**

39. Trei vagoane de tren W_1, W_2 şi W_3 cu masele $m_1=30$ t, $m_2=20$ t şi $m_3=50$ t se deplasează unul după altul pe aceeaşi linie cu vitezele $v_1=2$ m/s, $v_2=4,5$ m/s şi $v_3=5$ m/s orientate în acelaşi sens ca în figură. Se neglijează toate frecările. Să se afle:

a. energia cinetică iniţială a sistemului de vagoane

b. viteza comună a vagoanelor 1 şi 2 care se ciocnesc primele

c. viteza comună a sistemului de vagoane



40. Două bile cu masele $m_1=100$ g şi $m_2=300$ g se mişcă pe direcţii perpendiculare cu vitezele $v_1=10$ m/s, respectiv $v_2=5$ m/s. După ciocnire bila a doua se opreşte. Să se afle:

a. energia cinetică a sistemului imediat înainte de ciocnire

b. viteza primei bile imediat după ciocnire

c. variaţia energiei cinetice

41. De la înălţime $H=10$ m cade liber o sferă cu masa $M=900$ g. Când sfera ajunge la altitudinea $h=6$ m, ea este lovită plastic, orizontal cu viteza $v_0=10$ m/s de o bilă cu masa $m=100$ g. Se neglijează frecările cu aerul. Să se afle:

a. viteza sferei imediat înainte de ciocnire

b. viteza corpului format imediat după ciocnire

c. viteza cu care corpul nou format loveşte solul

42. Un corp cu masa $m_1=2,5$ kg se mişcă de-a lungul axei Ox după legea $x=-t^2+10t$, unde coordonata se măsoară în metrii şi timpul în secunde. După un timp egal cu $t_1=3$ s el ciocneşte central şi perfect elastic un al doilea corp cu masa $m_2=1,5$ kg aflat în repaus. Să se afle:

a. impulsul primului corp după timpul t_1

b. viteza primului corp imediat după ciocnire

c. energia cinetică a celui de-al doilea corp imediat după ciocnire

43. Două particule cu masele m_1 şi $m_2=3m_1$ se deplasează pe aceeaşi direcţie una spre cealaltă. Particula cu masa m are viteza $v_1=20$ m/s. Particulele se ciocnesc perfect elastic. Să se afle:

a. vitezele particulelor imediat după ciocnire, dacă viteza paticulei cu masa m_2 este $v_2=4$ m/s

b. viteza particulei cu masa m_2 dacă prima particulă se opreşte imediat după ciocnire

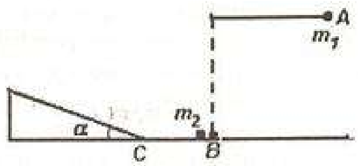
c. cu cât la sută se modifică energia cinetică a sistemului prin ciocnire dacă după ciocnire particula cu masa m_1 se deplasează în sensul vitezei iniţiale cu viteza $v'_1=5$ m/s

d. fracțiunea din energia cinetică inițială a primei particule care este transferată particulei a doua, dacă particula a doua se afla inițial în repaus

44. Un corp cu masa m=500 g se deplasează cu viteza v_0=5 m/s pe o suprafață orizontală și ciocnește central și perfect elastic un alt corp cu masa m=500 g aflat în repaus. Considerând că valoarea coeficientului de frecare la alunecare dintre corpuri și suprafața orizontală este μ=0,1, să se afle:
a. vitezele corpurilor imediat după ciocnire
b. căldura degajată prin frecare până când mișcarea încetează
c. distanțele parcurse de corpuri după ciocnire până la oprirea lor pe suprafața orizontală

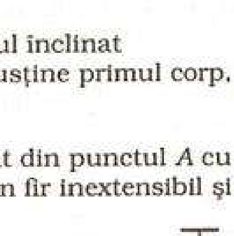
45. Un corp cu masa m_1=400 g și viteza v=5 m/s lovește perfect elastic și central un al doilea corp cu masa m_2=100 g, aflat inițial în repaus. Corpurile se mișcă cu frecare pe un plan orizontal cu coeficientul de frecare μ=0,1. Să se afle:
a. vitezele corpurilor după ciocnirea perfect elastică și să se interpreteze rezultatul
b. energia cinetică a sistemului de corpuri imediat după ciocnire
c. distanța dintre corpuri când acestea se opresc

46. Un corp cu masa m_1=4m_2 este legat la capătul unui fir inextensibil cu lungimea ℓ=0,8 m și este lăsat liber din poziția orizontală A ca în figura alăturată. Când ajunge în poziția verticală, acesta ciocnește perfect elastic un al doilea corp cu masa m_2=1 kg aflat în repaus. Se cunosc distanța BC=1 m, α=30°, coeficienții de frecare la alunecare μ_1=0,048 pe porțiunea BC și $\mu_2=1/\sqrt{3}$ pe planul înclinat. Să se afle:

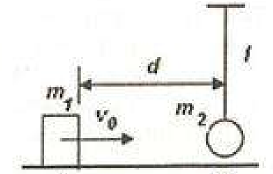


a. viteza corpului m_1 în poziția B
b. înălțimea maximă la care va ajunge corpul al doilea pe planul înclinat
c. cosinusul unghiului maxim format cu verticala de firul ce susține primul corp, după ciocnire

47. Un corp de mici dimensiuni și cu masa m_1=1 kg este lansat din punctul A cu viteza v_0=2 m/s către o bilă cu masa m_2=3 kg suspendată de un fir inextensibil și aflată la punctul B în repaus, ca în figura alăturată. Lungimea firului este ℓ=20 cm iar distanța AB este d=50 cm. Coeficientul de frecare la alunecare pe porțiunea AB este μ=0,3. Să se afle:
a. viteza corpului m_1 imediat înaintea ciocnirii cu bila m_2
b. viteza bilei imediat după ciocnirea elastică
c. înălțimea la care urcă bila după ciocnire



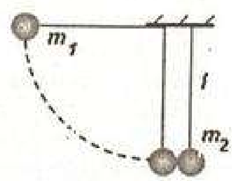
48. Două corpuri cu masele m_1=5 kg și m_2=10 kg pot aluneca pe suprafața ABC, unde AB are forma unui cerc cu raza R=2 m. Inițial corpurile sunt în repaus și se află situate ca în figură. Se lasă liber corpul m_1. Când ajunge în punctul B, acesta ciocnește perfect elastic corpul cu masă m_2. Pe suprafața AB nu există frecare, iar pe BC, coeficientul de frecare la alunecare este μ=0,2. Să se afle:



a. vitezele corpurilor după ciocnirea elastică
b. înălțimea la care urcă primul corp pe suprafața curbă după ciocnire

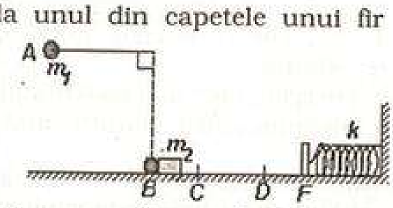
c. distanța parcursă de corpul m_2 până la oprire

49. Fie două bile de fildeș cu masele m_1=40 g și m_2=80 g suspendate prin două fire ideale cu lungimea ℓ=1 m fiecare. Bila cu masa m_1 este depărtată astfel încât firul de care este prinsă formează unghiul α=90° cu verticala ca în figură. Se lasă liberă bila. Bilele se ciocnesc perfect elastic. Neglijând frecările cu aerul, să se afle:



a. viteza primei bile imediat înainte de ciocnire
b. înălțimile la care se ridică bilele după ciocnire
c. raportul maselor m_1/m_2 astfel încât după ciocnire bilele să se ridice la aceeași înălțime

50. O bilă cu masa de m_1=100 g este legată la unul din capetele unui fir inextensibil cu lungimea ℓ=0,8 m și având celălalt capăt fixat. Firul întins este adus în poziție orizontală și lăsat liber ca în figură. Când firul ajunge în poziție verticală, bila ciocnește perfect elastic un corp de masă m_2=300 g aflat inițial în repaus. Corpul este pus în mișcare și alunecă fără frecare pe porțiunile *BC* și *DF* și cu frecare coeficientul de frecare fiind μ=0,1 pe porțiunea *CD*, care are lungimea ℓ'=0,3 m și ciocnește în punctul *F* un resort ideal. Resortul suferă o deformație maximă $\Delta\ell$=1 cm. Să se afle:



a. vitezele corpurilor imediat după ciocnire
b. cosinusul unghiului maxim cu care deviază firul după ciocnire
c. constanta elastică a resortului ideal

51. Un corp *A* cu masa *m* si viteza v_0 ciocnește perfect elastic și central un corp *B* cu masa 2*m*, fixat la capătul unui resort elastic nedeformat. Considerând că deplasările corpurilor se fac pe o suprafață orizontală fără frecare, să se afle:
a. raportul vitezelor corpurilor imediat după ciocnire
b. raportul energiilor cinetice E_{cA}/E_{cB} ale celor două corpuri, imediat după ciocnire
c. comprimare maximă a resortului, cunoscând energia cinetică a corpului *A* înainte de ciocnire E_0=36 mJ și constanta elastică a resortului k=40 N/m

52. Două bile cu masele $m_1=3m_2$=3 kg și m_2 sunt suspendate pe două fire paralele, astfel încât bilele se ating. Prima bilă este deviată până la o înălțime h=20 cm și lăsată liber. Se neglijează forțele de frecare cu aerul. Să se afle:
a. raportul înălțimilor la care se ridică bilele dacă ciocnirea este perfect elastică
b. înălțimea la care se ridică bilele dacă ciocnirea este perfect plastică
c. căldura degajată în cazul ciocnirii plastice

53. O particulă cu masa m_1 lovește o altă particulă cu masa $m_2=3m_1$ aflată în repaus. Ciocnirea este unidimensională. Să se afle fracțiunea din energia cinetică inițială a primei particulei care:
a. este transferată particulei a doua, dacă:ciocnirea este perfect elastică
b. este transferată particulei a doua, dacă:ciocnirea este plastică
c. se transformă în căldură în cazul ciocnirii plastice

54. O moleculă cu masa $m=5\cdot10^{-26}$ kg, aflată într-un cilindru cu piston, se mișcă cu viteza v_1=502 m/s și ajunge din urmă pistonul care se mișcă cu viteza v_2=2 m/s și de care se ciocnește frontal și perfect elastic. Să se afle în urma ciocnirii:

a. viteza moleculei imediat după ciocnire
b. variaţia impulsului moleculei
c. variaţia energiei cinetice a moleculei

55. Un corp cu masa m=2 kg se mişcă cu viteza v_1=3 m/s şi ajunge din urmă un perete cu masa M foarte mare (m<<M şi $M \rightarrow \infty$) care se deplasează cu o viteză v_2=1 m/s şi de care se ciocneşte perfect elastic. Durata ciocnirii este Δt=1 ms. Să se afle:
a. viteza corpului imediat după ciocnirea cu peretele
b. forţa medie cu care peretele acţionează asupra corpului în timpul ciocnirii
c. raportul v_1/v_2 pentru ca după ciocnire corpul cu masă m_1 să se oprească

56. O particulă cu masa m_1 ciocneşte perfect elastic o particulă cu masa m_2 aflată iniţial în repaus. Să se afle m_1/m_2, dacă:
a. ciocnirea este centrală iar particulele au viteze egale şi de sensuri opuse
b. direcţiile particulelor după ciocnire formează un unghi 2α=60° şi sunt simetrice în raport cu direcţia iniţială de mişcare a particulei cu masa m_1

57. Un neutron ciocneşte un alt neutron aflat iniţial în repaus. Să se afle:
a. unghiul format de direcţiile de mişcare ale celor doi neutroni după ciocnire, dacă cicocnirea este centrală şi perfect elastică
b. vitezele celor doi neutroni după ciocnire, dacă viteza neutronului incident este v_1=3,46·10⁴ m/s şi după ciocnire viteza lui formează un unghi α_1=30° cu direcţia iniţială de mişcare

58. O particulă cu masa m_1 ciocneşte perfect elastic o particulă cu masa m_2=4m_1 aflată iniţial în repaus. După ciocnire viteza primei particule formează un unghi drept cu direcţia iniţială de mişcare a ei ca în figură. Să se afle:

a. viteza particulelor imdediat după ciocnirea perfect elastică dacă viteza primei particule este v_1=20 m/s
b. a câta parte din energia cinetică iniţială a particulei cu masa m_1 este pierdută prin ciocnirea particulelor

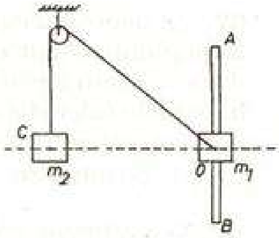
59. Un corp cu masa m_1=1 kg loveşte cu viteza v=10 m/s un alt corp cu masa m_2=2 kg aflat în repaus. După ciocnire direcţiile de mişcare ale corpurilor formează unghiurile α_1=30° şi respectiv α_2=45° cu direcţia iniţială de mişcare a primului corp. Să se afle:
a. vitezele corpurilor după ciocnire
b. raportul energiilor cinetice ale corpurilor după ciocnire E_{C1}/E_{C2}
c. căldura degajată prin ciocnirea corpurilor

4. Elemente de statică
4.1. Echilibrul de translație

1. Un corp cu masa m=500 g este suspendat de un fir ideal. Se acționează cu o forță orizontală până când corpul deviază față de verticală cu unghiul $\alpha=60^0$. Să se afle:
a. valoarea tensiunii în fir
b. valoarea forței

2. Un plug este tras uniform de două tractoare, astfel încât unghiul format dintre cablurile ce leagă cele două tractoare este $\alpha=60^0$. Tensiunea din fiecare cablu este T_l=15 kN. Să se afle forța de rezistență exercitată de sol.

3. Pentru a menține constantă viteza unei sănii pe un drum orizontal trebuie să se acționeze cu o forță F_1=120 N sub un unghi $\alpha=60^0$ față de orizontală sau cu o forță $F_2=50\sqrt{3}$ N sub un unghi $\beta=30^0$. Să se afle:
a. coeficientul de frecare dintre sanie și plan
b. masa saniei



4. Un cursor cu masa m_1 poate aluneca fără frecare de-a lungul unei bare verticale AB. De cursor este prins un fir trecut peste un scripete ideal, iar la capătul firului este prins un corp cu masa m_2. Știind că sistemul este în echilibru atunci când cele două mase se află pe același nivel orizontal, iar lungimea firului este de două ori mai mare decât distanța OC între corpuri să se afle raportul m_1/m_2.

5. Un corp cu greutatea $G=100\sqrt{2}$ N este suspendat ca în figura 1. Să se afle valoarea greutății G_1 care asigură echilibrul sistemului, dacă se cunoaște unghiul $\alpha=45^0$.

6. Un corp cu masa m=4 kg este suspendat prin intermediul a trei fire ca în fig. 2. Se cunosc valorile unghiurilor $\alpha_1=30^0$ și $\alpha_2=60^0$. Să se afle tensiunile din cele trei fire.

7. Un corp cu masa m =12 kg este suspendat de două grinzi ca în fig.3. Dacă se cunoaște unghiul $\alpha=30^0$ să se afle tensiunile din grinzi.

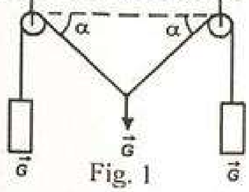


Fig. 1

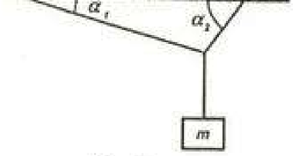


Fig. 2

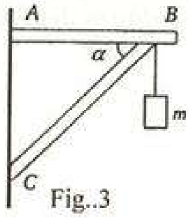


Fig..3

8. Un corp cu masa m=2 kg este suspendat de tavan ca în figura 4 printr-un cablu oblic care formează cu orizontala un unghi $\alpha=30^0$. Corpul este prins și de o grindă orizontală. Să se afle tensiunea din cablu și forța de reacțiune din grindă.

9. Un om cu masa m=80 kg se află pe o platformă cu masa M=40 kg ca în figura 5. Să se afle:
a. forța cu care trage omul sfoara pentru a se menține în echilibru
b. forța de apăsare exercitată de om asupra platformei pe care se află

10. De firul ACB este prinsă o masă m=16 kg ca în figura 6. În poziția de echilibru cablul CB este orizontal, iar cablul AC formează cu verticala un unghi α=30°. Să se afle valorile celor două tensiuni din cele două cabluri.

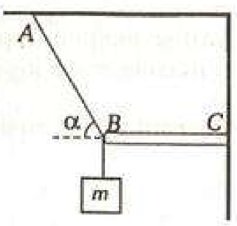


Fig. 4.

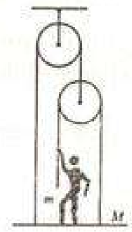


Fig.5

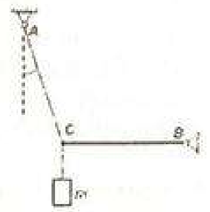
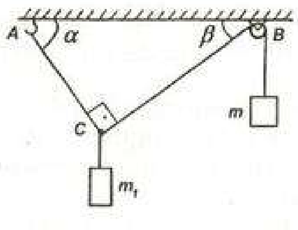


Fig. 6

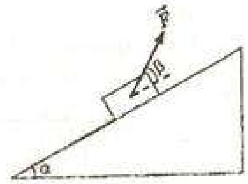
11. Un cablu este prins de cârligul A și este trecut peste un scripete fix B. La capătul liber al firului se suspendă un corp cu masa m=2 kg, iar în punctul C un alt un alt corp cu masa m_1 ca în figură. Firele AC și CB sunt perpendiculare. Sistemul se află în echilibru. Să se afle:



a. valoarea masei m_1, astfel încât tensiunea din firul AC este de două ori mai mare decât tensiunea din firul BC
b. valoarea tensiunii din firul AC
c. forța care acționează asupra scripetelui B

12. Un corp cu masa m=1 kg se află pe un plan orizontal, unde se poate mișca cu frecare, coeficientul de frecare fiind μ=0,3. Să se afle cu ce forță trebuie să se tragă de corp sub unghiul α=45° față de orizontală, astfel încât corpul să se miște uniform.

13. Pe un plan înclinat sub unghiul α=30° se pune un corp cu masa m=1 kg. Mișcarea corpului se face cu frecare coeficientul de frecare fiind μ=0,3. Asupra acestuia se trage cu o forță F sub un unghi β=30° ca în figură, astfel încât corpul să rămână în repaus pe plan. Să se afle:



a. forța F
b. forța de apăsare exercitată de corp asupra planului
c. forța F_1 care aplicată corpului sub același unghi β, determină urcarea uniformă a corpului pe plan
d. forța de apăsare exercitată de corp asupra planului, în condițiile de la punctul anterior

14. Un lanț omogen cu masa m=1 kg și cu lungimea ℓ=1 m este așezat pe o masă orizontală, astfel încât o bucată ℓ_1=60 cm atârnă vertical la capătul masei. Mișcarea lanțului se face cu frecare, coeficientul de frecare este μ=0,2. Să se afle cu ce forță orizontală trebuie să acționăm asupra lanțului, astfel încât acesta să se afle în echilibru pe masă.

15. Două corpuri cu masele m_1=200 g și m_2=300 g legate printr-un fir ideal și aflate pe un plan orizontal se pot mișca cu frecare, coeficienții de frecare fiind μ_1=0,2 și respectiv μ_2=0,4. Să se afle cu ce forță orizontală trebuie să tragem de primul corp astfel încât sistemul să se miște uniform.

16. Peste un scripete ideal prins cu ajutorul unui cablu de tavan se suspendă pe verticală prin intermediul unui fir inextensibil două corpuri cu masele m_1=5 kg și m_2=3 kg. Să se afle:

a. masa adițională care trebuie pusă pe un corp, astfel ca sistemul să se miște uniform

b. forța de apăsare a corpului adițional

c. forța de reacțiune în cablu în condițiile de la punctul **a.**

17. Să se afle masa m_1 ce trebuie suspendată, astfel încât masa m_2=10 kg din sistemul din figura 7 să rămână în echilibru.

18. Fie sistemul din figura 8. Se cunoaște m_1=8 kg. Să se afle valoarea masei m_2 care este menținută în repaus.

19. Un corp cu masa m_1=1 kg este tras vertical în sus uniform cu ajutorul unei forțe F ca în figura 9. De acest corp este prins un alt corp cu masa m_2=2 kg prin intermediul unui cablu omogen cu masa m_0=200 g și cu lungimea ℓ=1 m. Să se afle:

a. forța care sigură ridicarea uniformă a sistemului de corpuri

b. tensiunea în cablu la distanța ℓ_0=0,4 m de corpul cu masa m_2

20. Două corpuri cu masele m_1=3 kg și m_2=5 kg se află în contact ca în figura 10. Asupra corpului cu masa m_1 se trage cu o forță F sub un unghi α=30° față de orizontală. Mișcarea corpurilor se poate efectua cu frecare coeficienții de frecare ai corpurilor cu planul orizontal sunt μ_1=0,1 și respectiv μ_2=0,2. Să se afle:

a. forța maximă F cu care se trage pentru ca sistemul de corpuri să se mai afle în repaus

b. forța de apăsare exercitată de fiecare corp asupra planului orizontal

c. forțele de frecare care acționează asupra fiecărui corp

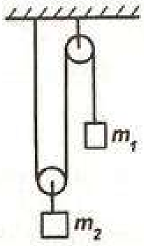


Fig. 7

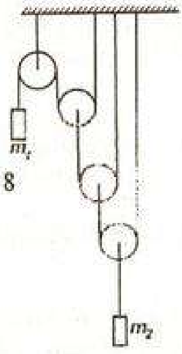


Fig. 8

Fig. 9

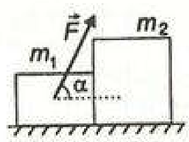
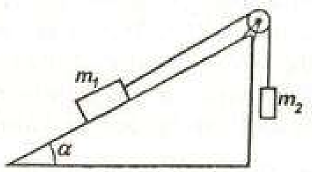


Fig. 10

21. Pe un plan înclinat cu unghiul α=60° se așază un corp cu masa m_1=2 kg legat de un al doilea corp cu masa m_2=4 kg prin intermediul unui fir ideal trecut peste un scripete aflat în vârful planului înclinat. Corpul aflat pe planul înclinat se poate mişca cu frecare cu coeficientul de frecare μ_1=0,2. Să se afle:



a. forţa orientată de-a lungul planului înclinat cu care trebuie să se acţioneze asupra corpului m_1 pentru ca sistemul să rămână în repaus pe plan

b. tensiunea din fir

c. reacţiunea în axul scripetelui

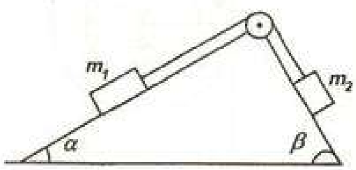
22. Pe un plan înclinat cu unghiul $\alpha=30^0$ se aşază un corp cu masa m_1=1 kg legat de un al doilea corp cu masa m_2 prin intermediul unui fir ideal trecut peste un scripete aflat în vârful planului înclinat ca în figura precedentă. Corpul aflat pe planul înclinat se poate mişca cu frecare cu coeficientul de frecare μ_1=0,1. Să se afle:

a. limitele intre care trebuie cuprinsă masa m_2 pentru ca sistemul de corpuri să se afle în repaus

b. valorile tensiunilor în fire în cele două cazuri extreme

c. reacţiunile din axul scripetelui în cele două cazuri extreme

23. Două corpuri cu masele m_1=5 kg şi m_2 sunt legate printr-un fir care trece peste un scripete ideal fixat în vârful comun a două plane înclinate ca în figură. Coeficienţii de frecare ale celor două corpuri sunt μ_1=0,1 şi respectiv μ_2=0,2. Unghiurile planelor sunt $\alpha=30^0$ şi $\beta=45^0$. Să se afle:



a. limitele între care trebuie cuprinsă masa m_2 pentru ca sistemul de corpuri să se afle în repaus

b. valorile tensiunilor în fire în cele două cazuri

c. reacţiunile din axul scripetelui în cele două cazuri

4.2. Echilibrul de rotaţie

1. O bară este menţinută în poziţie orizontală prin acţiunea unei forţe F=20 N la distanţa d=5 cm faţă de axa de rotaţie. Dacă direcţia forţei nu se schimbă, să se afle valoarea valoarea unei forţe F_1 aplicată la distanţa d_1=1 cm faţă de axa de rotaţie, pentru a menţine echilibrul barei.

2. O scândură cu masa neglijabilă se sprijină pe un punct O în jurul căruia se poate roti. La capătul A al barei aflat la distanţa ℓ_1=0,8 m faţă se punctul O se trage cu o forţă F_1=30 N aplicată normal pe scândură. Să se afle ce forţă normală trebuie aplicată la celălalt capăt B al scândurii aflat la la distanţa ℓ_2=1,2 m faţă se punctul O pentru ca acesta să rămână în echilibru.

3. O bară cu lungimea ℓ=1 m se sprijină în două puncte A şi B. La distanţa d=20 cm de capătul A se aşază un corp cu masa m=1 kg. Se neglijează greutatea barei. Să se afle cu ce forţe apasă bara asupra punctelor de sprijin.

4. O grindă omogenă AC orizontală cu masa m=10 kg se sprijină în două puncte A şi B aflate la distanţa d=0,8 m unul de celălalt. La capătul C al grinzii, aflat la distanţa ℓ=1 m de punctul A se atârnă o greutate cu masa m_1=4 kg. Să se afle forţele cu care grinda acţionează asupra punctelor de sprijin.

5. O scândură subţire şi fără masă AC cu lungimea ℓ=1,6 m se sprijină pe un suport O aflat la distanţa ℓ_1=0,6 m de capătul A. De capătul A al scândurii se prinde o masă m_1=800 g, iar la distanţa ℓ_2=1 m de capătul A se prinde o masă

m_2=400 g. Să se afle valoarea masei m_3 ce trebuie prinsă de capătul C al scândurii pentru ca aceasta să fie orizontală.

6. Un muncitor ridică o scândură cu masa m=5 kg până când scândura formează cu orizontala unghiul $\alpha=30^0$ acționând cu o forță perpendiculară pe scândură. Să se afle valoarea acestei forței.

7. Un scripete dublu are razele R_1=15 cm și R_2=3 cm. Se prinde de scripetele cu raza R_2 un corp cu masa m_1=2 kg ca în figura 1. Inițial scripetele este blocat. Să se afle valoarea masei corpului m_2, astfel încât scripetele să nu se rotească după prinderea acestui corp și deblocarea scripetelui.

8. Un corp prismatic cu baza un pătrat cu latura a=2 cm, înălțimea h=10 cm și cu masa m=1 kg se află pe un plan orizontal (fig 2). Să se afle:

a. valoarea minimă a forței orizontale care aplicată în partea superioară a corpului determină răsturnarea acestuia

b. valoarea minimă a unei forței care formează cu orizontala un unghi $\alpha=60^0$ care aplicată în partea superioară a corpului determină răsturnarea acestuia (fig 3)

Fig. 1

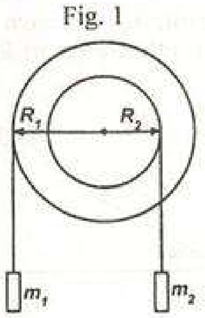


Fig. 2

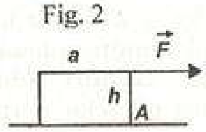
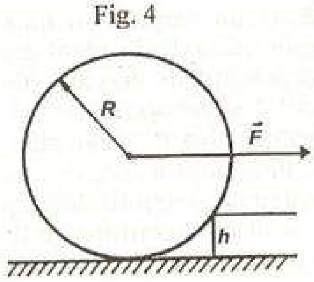


Fig. 3

Fig. 4

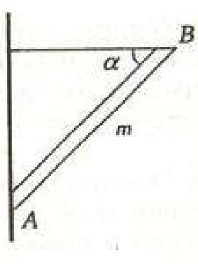


9. Să se afle valoarea minimă a forței F orizontale care trebuie aplicată unei roți cu masa m=5 kg și cu raza R=30 cm, pentru ca roata să urce treapta cu înălțimea h=10 cm. (fig.4)

10. O bară cilindrică cu lungimea ℓ=1 m este confecționată o pătrime din oțel cu densitatea ρ_1=7800 kg/m^3 și restul din aluminiu cu densitatea ρ_2=2700 kg/m^3. Să se afle unde trebuie suspendată bara pentru ca ea să rămână în echilibru dacă bara are peste tot aceeeași secțiune.

11. La volanul cu raza R=15 cm al unei mașini se aplică un moment M=4,5 Nm prin mânuirea volanului cu mâinile aflate în două puncte diametral opuse. Să se afle forța dezvoltată de mâna omului, dacă se presupune că omul trage cu aceeași forță cu ambele mâini, tangente pe volan.

12. O bară omogenă AB, cu masa m=200 kg se poate roti în jurul unui punct de sprijin A aflat pe sol. Bara este susținută sub un unghi cu orizontala $\alpha=30^0$ în repaus cu ajutorul unui cablu orizontal care este prins de capătul B al barei ca în figură. Să se afle:

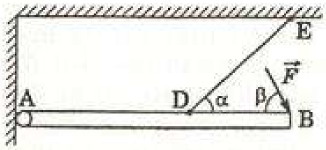


a. tensiunea în cablu

b. reacțiunea în articulație

c. tangenta unghiul format de reacțiunea din punctul A cu orizontala

13. O scândură orizontală AB cu lungimea ℓ=4 m şi masa m=20 kg este articulată în A şi legată cu ajutorul cablului DE, care face un unghi $\alpha=30^{0}$ cu orizontala. Punctul D se află la distanţa d=1,5 m de capătul B. Pentru a menţine scândura în poziţie orizontală în punctul B acţionează o forţă F=300 N, a cărei direcţie formează cu orizontala un unghi $\beta=45^{0}$ ca în figură. Să se afle:



a. tensiunea din cablul DE

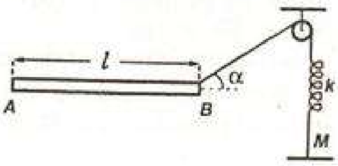
b. forţa de reacţiune în articulaţia A

14. O scândură orizontală AB cu lungimea ℓ=2 m şi masa m=20 kg este articulată în punctul A, iar celălalt capăt este prins cu ajutorul unui fir inextensibil trecut peste un scripete ideal, prin intermediul unui resort, de punctul M ca în figură. Constanta elastică a resortului este $k=2\ 10^{3}$ N/m, iar unghiul făcut de firul care leagă capătul B cu orizontala este $\alpha=60^{0}$. Ştiind că scândura este orizontală, să se afle:

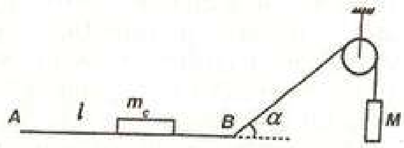
a. forţa de întindere a resortului şi alungirea acestuia

b. reacţiunea din articulaţia A

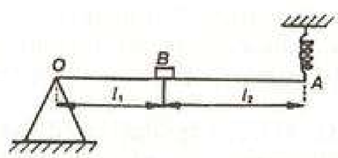
c. unghiul făcut de reacţiune cu orizontala



15. O bară cu masa m=1 kg şi lungimea ℓ=20 cm care se poate roti în jurul capătului A este ţinută în poziţie orizontală prin prinderea la celălalt capăt a unui corp cu masa M=5 kg cu ajutorul unui fir ideal trecut peste un scripete ca în figură. Firul formează cu orizontala un unghi $\alpha=30^{0}$. Să se afle distanţa faţă de capătul A al scândurii la care se află un corp cu masa m_c=10 kg aşezat pe scândură.



16. Pe o bară orizontală cu greutate neglijabilă se află un corp cu masa m=10 kg. Bara este prinsă cu un resort care se alungeşte cu x=2 cm. Se cunosc ℓ_1=1 m şi ℓ_2=3 m. Să se afle constanta elastică a resortului.



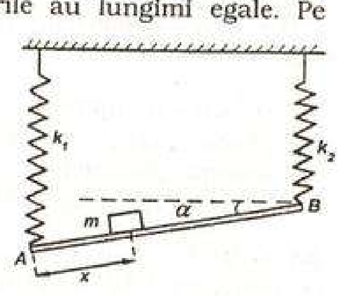
17. O scândură AB cu lungimea ℓ=20 cm şi cu greutatea neglijabilă este prinsă la capete cu ajutorul a două resorturi cu constantele elastice k_1=50 N/m şi k_2=150 N/m de tavan ca în figură. Iniţial resorturile au lungimi egale. Pe scândură se aşază un corp cu masa m=1 kg, astfel încât scândura se înclină faţă de orizontala cu unghiul $\alpha=30^{0}$. Să se afle:

a. deformaţiile resorturilor

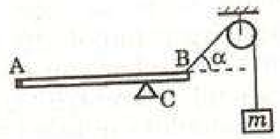
b. forţele elastice în cele două resorturi

c. distanţa măsurată faţă de capătul A la care se aşază corpul

d. distanţa măsurată faţă de de capătul A la care se aşază corpul astfel încât scândura să rămână orizontal

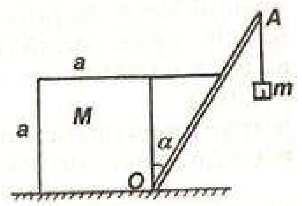


18. O bară cu lungimea ℓ=2 m şi masa m_b=32 kg este articulată în punctul A şi sprijinită în punctul C aflat faţă de capătul A la 3/4 din lungimea barei. Bara se află în poziţie orizontală prin prinderea capătului B al barei cu un corp cu masa m=2 kg cu ajutorul unui fir inextensibil ce trece peste un scripete ideal ca în figură. Firul formează cu orizontala un unghi α=30°. Să se afle:



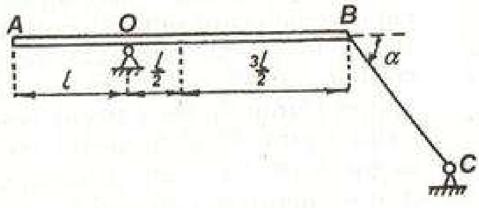
a. reacţiunea în reazemul C
b. forţa dezvoltată în articulaţie

19. O bară omogenă cu masa m=0,2 kg şi lungimea OA=ℓ=2 m este articulată de muchia unui bloc de forma unui cub cu latura a=10 cm şi cu masa M=5 kg. În punctul A este fixată greutatea G=4 N. Sistemul este ţinut în echilibru sub un unghi α cu ajutorul unui fir prins în punctul B care are direcţie orizontală ca în figură. Să se afle:



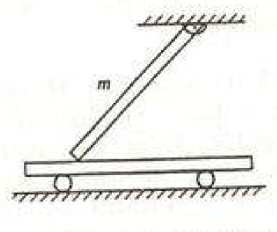
a. tensiunea din firul de legătură
b. sinusul unghiul α pentru care cubul nu se răstoarnă în jurul muchiei care trece prin punctul O

20. O bară omogenă AB=3ℓ are masa pe unitatea de lungime m/ℓ=1/3 kg/m. Bara este articulată în punctul O şi se află în echilibru în poziţie orizontală sub acţiunea unei forţe F=10 N aplicată vertical la capătul A al barei. Dacă la capătul B bara se prinde de un fir BC care formează cu orizontala unghiul α=30° ca în figură, să se afle:



a. tensiunea din firul BC
b. valoarea pe care trebuie să o aibă masa barei m, astfel ca tensiunea din fir să fie nulă, pentru cazul în care bara este orizontală

21. O bară omogenă cu masa m=2 kg este articulată la un capăt, iar celălalt capăt se sprijină pe un cărucior. Să se afle forţa necesară deplasării căruciorului, când bara formează cu verticala unghiul α=30°, iar coeficientul de frecare dintre bară şi cărucior este μ=0,4. Se neglijează frecarea dintre cărucior şi suprafaţa orizontală.



22. O scară neuniformă cu lungimea ℓ=1 m poate sta în echilibru sprijinită de un perete vertical până la un unghi maxim α=30°, format cu podeaua. Cunoscând coeficientul de frecare la alunecare cu peretele şi podeaua μ=0,4, să se afle înălţimea la care se află centrul de masă al scării.

23. O bară omogenă cu lungimea ℓ=1 m şi cu masa m=2 kg se sprijină cu frecare cu capătul A pe un plan orizontal şi cu capătul B tangent pe o suprafaţă circulară cu raza R=0,5 m cu centrul în O, fără frecare ca în figură. Să se afle coeficientul de frecare

dintre bară şi sol dacă bara se află în echilibru.

24*. Să se afle viteza minimă pe care trebuie să o aibă un autoturism care intră într-o curbă cu raza R=50 m pentru ca acesta să nu se răstoarne. Cunoaştem distanţa dintre roţile autoturismului d=1,2 m şi înălţimea la care se află centrul de greutate al autoturismului faţă de sol h=0,3 m.

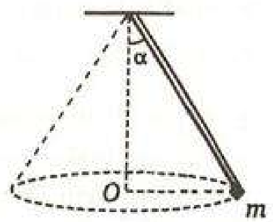
25*. O tijă subţire rigidă cu lungimea ℓ=1 m este articulată rigid, sub un unghi α=30°, de un ax vertical. La capătul tijei este prinsă o bilă cu masa m=200 g. Sistemul se roteşte cu turaţia n=120 rot/min ca în figură ($\pi^2=10$). Să se afle:

a. reacţiunea bilei asupra tijei

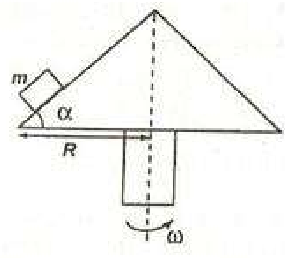
b. tangenta unghiul format de reacţiunea din tijă cu orizontala

c. momentul reacţiunii faţă de punctul de fixare de pe ax

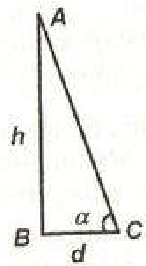
d. valoarea perioadei de rotaţie astfel încât momentul calculat la punctul **c.**, se anulează



26*. În partea inferioară a unei suprafeţe conice care formează cu orizontala unghiul α=30° se află un corp cu masa m=1 kg ca în figură. Conul se roteşte în jurul axei sale cu viteza unghiulară $\omega=\sqrt{5}$ rad/s. Raza la baza conului este R=30 cm. Să se afle coeficientul de frecare la alunecare pentru care corpul nu părăseşte suprafaţa conică.



1.1. Principiile opticii geometrice, reflexie, refracţie



1. Conform desenului din figură, ţinând cont că razele de lumină se propagă rectiliniu: $tg\,\alpha = \dfrac{h}{d} = 1{,}73 = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 60°$, faţă de Pământ razele cad sub un unghi de 60°.

2. Razele de lumină se propagă rectiliniu şi, utilizând un desen ca la problema 1 $\Rightarrow tg\,\alpha = \dfrac{h}{\ell} = \dfrac{H}{L} \Rightarrow L = \dfrac{H\ell}{h} \Rightarrow L = 45$ cm.

3. Omul se deplasează rectiliniu cu viteza v şi parcurge distanţa $AC = vt$. Pe baza propagării rectilinii a razelor de lumină, umbra omului este $CE = v_1 t$. Asemănăm triunghiurile DCE cu BAE (fig. 1) şi obţinem.

$$\frac{h_0}{h} = \frac{CE}{AE} \Rightarrow \frac{h_0}{h} = \frac{v_1 t}{vt + v_1 t} = \frac{v_1}{v + v_1} \Rightarrow v_1 = \frac{h_0 v}{h - h_0} = 29 \text{ cm/s}.$$

4. Deoarece lumânarea se consumă şi umbra flăcării se deplasează, utilizăm asemănarea triunghiurilor $AB'C'$ cu ABC (fig. 2):

$\dfrac{AB'}{AB} = \dfrac{AC'}{AC} \Rightarrow \dfrac{h - v_1 \cdot t}{h} = \dfrac{\ell - v_2 \cdot t}{\ell}$, unde v_2 este viteză cu care se deplasează umbra flăcării $\Rightarrow h \cdot v_2 = \ell \cdot v_1 \Rightarrow v_2 = \dfrac{\ell \cdot v_1}{h} = 0{,}5$ cm/min.

5. Razele de lumină se propagă rectiliniu şi pe tavan se va forma o pată luminoasă de aceeaşi formă cu fanta pătratică, conform desenului din fig. 3. Asemănăm laturile şi înălţimile piramidelor:

$$\frac{h}{H} = \frac{\ell}{L} \Rightarrow L = \frac{H\ell}{h} = 50 \text{ cm}.$$

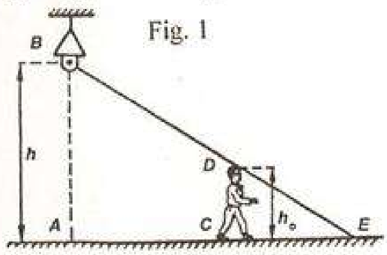


Fig. 1

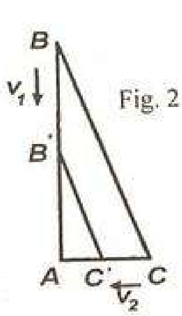


Fig. 2

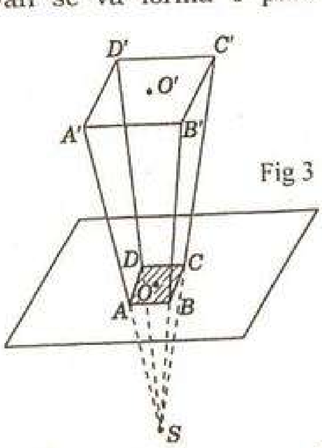
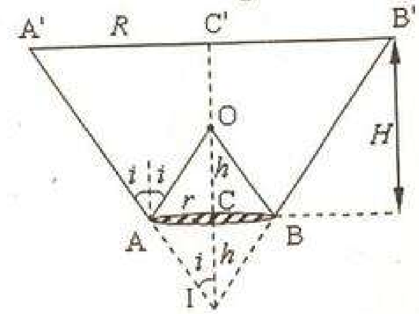


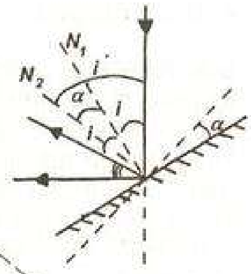
Fig 3

6. Lampa de lumină emite un fascicul divergent de lumină. Razele de lumină cad pe oglinda plană şi se reflectă cu respectarea legii reflexiei $i = r$. Razele reflectate cad apoi pe tavan producând o pată circulară asemănătoare cu oglinda. Razele de lumină reflectate de oglindă par a proveni dintr-o sursă I, care reprezintă imaginea virtuală a lampei obţinută de oglindă, imagine situată simetric în raport cu oglinda. Utilizăm asemănarea triunghiurilor: IAC cu



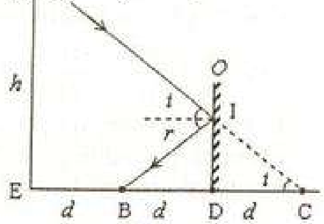
$IA'C' \Rightarrow \dfrac{h}{h+H}=\dfrac{r}{R} \Rightarrow R=\dfrac{r(h+H)}{h}=1{,}1\,\text{m}.$

7.a. Dacă oglinda plană se roteşte cu unghiul α faţă de poziţia anterioară şi normala N_2 se roteşte faţă de vechea normală N_1 tot cu unghiul α. Din desen se observă că i creşte la $i'=i+\alpha$ astfel că unghiul dintre raza incidentă şi cea reflectată $2i$ creşte la $2i'=2i+2\alpha$ şi, prin urmare, raza reflectată se roteşte cu 2α în acelaşi sens cu oglinda atunci când oglinda se roteşte cu unghiul α.

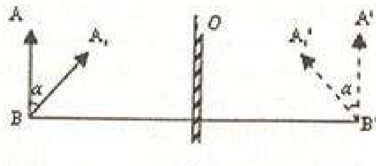


b. Raza de lumină care cade pe oglinda plană suferă fenomenul de reflexie, cu respectarea legii: $\hat{i}=\hat{r}$. Triunghiurile IBD şi IDC sunt egale. Asemănând triunghiurile IDC şi $AEC \Rightarrow \dfrac{ID}{h}=\dfrac{d}{3d} \Rightarrow ID=\dfrac{h}{3}=0{,}5$ m

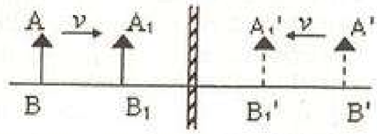
Prin urmare raza de lumină cade pe oglindă la înălţimea de 50 cm faţă de podea.



c. Într-o oglindă plană, imaginea unui obiect real este situată simetric faţă de oglindă şi este virtuală. Pentru a construi imaginea unui punct într-o oglindă plană trebuie să utilizăm două raze de lumină. Acestea se reflectă pe oglindă iar prelungirile lor se întâlnesc într-un punct în care se formează imaginea obiectului. Pe baza modului de construcţie al imaginilor în oglinzi plane se observă că dacă obiectul se roteşte cu unghiul α faţă de o oglindă plană, imaginea virtuală a acestuia se va roti în sens opus cu acelaşi unghi α. Astfel, unghiul dintre noua imagine şi noua poziţie a obiectului este $2\alpha=60°$.

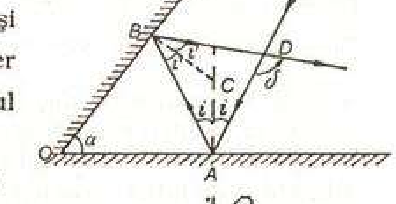


d. Imaginea persoanei se formează în oglinda plană simetric şi din această cauză imaginea se apropie de oglinda plană cu aceeaşi viteză cu care se apropie se apropie persoana de oglindă, adică cu viteza v=4 m/s. Imaginea se apropie de obiect cu viteza $2v$=8 m/s.

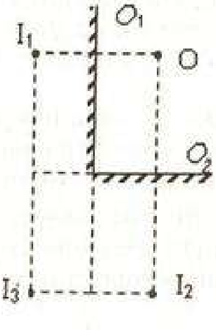


8.a. Conform legii reflexiilor $i=D\hat{A}C=C\hat{A}B$ şi $A\hat{B}C=C\hat{B}D=i'$. Deoarece $OBCA$ este patrulater inscriptibil, astfel că $\alpha+A\hat{C}B=180°$. În triunghiul CAB, $i+i'+A\hat{C}B=180^0 \Rightarrow i+i'=\alpha$.

Unghiul de deviaţie δ este exterior triunghiului DBA, şi deci $\delta=2i+2i'=2(i+i')=2\alpha$.



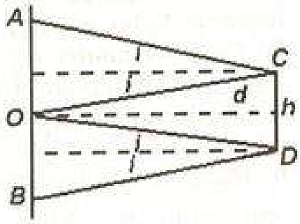
b. Conform desenului când $\alpha=90°$ se formează N=3 imagini. Se poate demonstra prin desene, că dacă două oglinzi plane formează între ele un unghi α care este divizor al unghiului de 360°, numărul de imagini ale unui punct obiect situat între cele două oglinzi este $N=\dfrac{360^0}{\alpha}-1$.

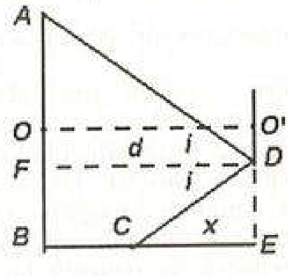


Observaţie: toate imaginile se află pe un cerc care are raza egală cu distanţa de la obiect la punctul de intersecţie al oglinzilor cu un plan ce conține punctul obiect și este situat perpendicular pe cele două oglinzi

c. În cazul când $\alpha=15^0$ se formează $N=23$ imagini.

9.a. Razele de lumină care pornesc din punctele A și B se reflectă pe oglindă și ajung la aparatul de fotografiat. Prin urmare se fotografiază porțiunea AB. Din legea reflexiei triunghiurile ACO și BDO sunt isoscele și egale, astfel că $AC=OC=OD=BD$. Deoarece $OC=OD$ înseamnă că și ΔCOD este isoscel. Din geometrie observăm că $\Delta ACO=\Delta COD=\Delta ODB$, astfel că $AO=CD=OB=h \Rightarrow AB=2h$. Fracțiune din înălțimea omului care apare pe fotografie este $f=\dfrac{AB}{H}=\dfrac{2h}{H}$=66,66%.

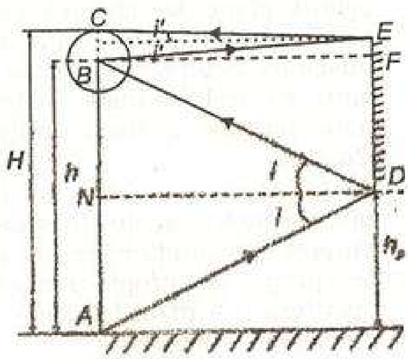




b. Raza de lumină pleacă de pe podea din punctul C, se reflectă pe oglindă la marginea ei inferioară D ca în figură și ajunge la ochiul observatorului în punctul A.

Din geometrie în ΔAFD $tgi=\dfrac{AF}{FD}=\dfrac{H+h}{2d}$, iar în ΔDCE

$tgi=\dfrac{DE}{CE}=\dfrac{H-h}{2x}$, astfel că $x=\dfrac{d(H-h)}{H+h}$=30 cm

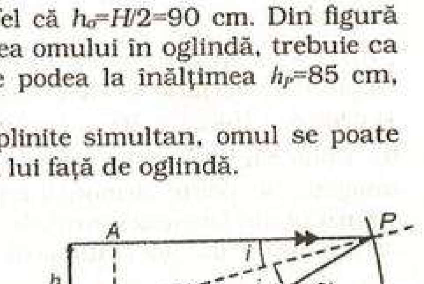


c. Pentru ca să se vadă în întregime în oglindă, omul trebuie să-și vadă picioarele și creștetul. Pentru ca omul să-și vadă picioarele, o rază de lumină pornește din punctul A, se reflectă pe oglindă la marginea ei inferioară D și ajunge la ochiul omului în B. Pentru ca omul să-și vadă creștetul, o rază de lumină pornește din punctul C, se reflectă pe oglindă la marginea ei superioară E și ajunge la ochiul omului în B. Astfel înălțimea minimă a oglinzii pentru ca omul să se privească în întregime este $ED=EF+FD$. Pe baza fenomenului de reflexie a luminii, ΔADB este isoscel, iar $FD=BN=AB/2$.

Deoarece ΔBEC este isoscel, $EF=BC/2 \Rightarrow ED=\dfrac{AB+BC}{2}=\dfrac{H}{2}$. Înălțimea minimă a oglinzii este jumătate din înălțimea omului, astfel că $h_o=H/2$=90 cm. Din figură rezultă că pentru a se forma în întregime imaginea omului în oglindă, trebuie ca marginea inferioară a oglinzii să se afle față de podea la înălțimea h_p=85 cm, adică la jumătatea distanței dintre podea și ochi.

Observăm că dacă cele două condiții sunt îndeplinite simultan, omul se poate vedea în întregime în oglindă indiferent de poziția lui față de oglindă.

10.a. Pe baza legii reflexiei raza AP, paralelă cu axul optic principal al oglinzii după reflexia pe oglindă taie axul optic principal în punctul B.



ΔCBP este isoscel, iar $V\hat{BP}=2i$ deoarece este unghi exterior triunghiului. Aplicăm teorema sinusurilor în triunghi.

$$\frac{CP}{\sin(180-2i)}=\frac{CB}{\sin i}\Rightarrow CB=\frac{R\sin i}{\sin 2i}=\frac{R}{2\cos i}$$. Dar în ΔCAP, $\sin i=\frac{h}{R}\Rightarrow$

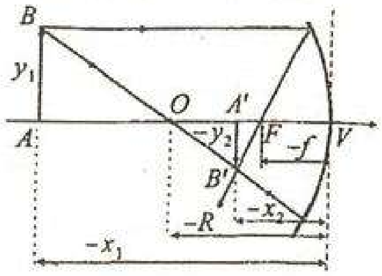
$$\cos i=\sqrt{1-\frac{h^2}{R^2}}\Rightarrow CB=\frac{R}{2\sqrt{1-\frac{h^2}{R^2}}}$$. Pentru prima rază h_1=0,5 cm astfel că

$CB_1\approx 2{,}5$ cm. Raza puțin depărtată de axul optic principal este o rază paraxială și în urma reflexiei pe oglinda concavă, raza reflectată trece prin focarul oglinzii.

b. Pentru raza a doua h_2=3 cm astfel că $CB_2\approx 3{,}125$ cm. Raza depărtată de axul optic principal după reflexia pe oglinda concavă taie acet ax mai departe decât focarul principal al oglinzii.

c. Distanța dintre punctele în care cele două raze taie axul optic principal este CB_2-CB_1=6,25 mm.

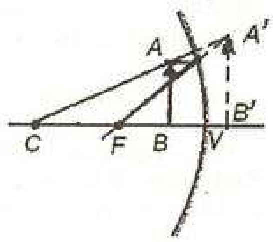
11.a. Utilizăm formula oglinzilor $\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_1}=\frac{2}{R}\Rightarrow$



$$x_2=\frac{Rx_1}{2x_1-R}=15\text{ cm}$$

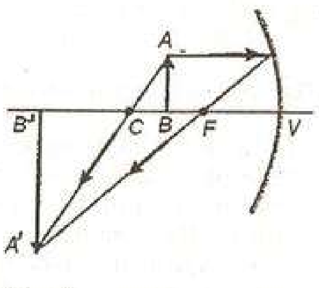
b. Din formula măririi liniare transversale $\beta=-\frac{x_2}{x_1}=\frac{R}{R-2x_1}=\frac{y_2}{y_1}$ obținem $y_2=\beta y_1=-3$ mm

c. Dacă obiectul se apropie de oglindă cu d=20 cm atunci $-x_1=-x_1'+d\Rightarrow x_1'=x_1+d=-5\text{cm}$, astfel că $\frac{1}{x_2'}+\frac{1}{x_1'}=\frac{2}{R}\Rightarrow x_2'=\frac{Rx_1'}{2x_1'-R}$=10 cm. Deoarece x_2' >0 imaginea este virtuală deoarece se formează în spatele oglinzii



12.a. Din formula oglinzilor $\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_1}=\frac{2}{R}\Rightarrow$

$$x_2=\frac{Rx_1}{2x_1-R}=-20\text{ cm}$$



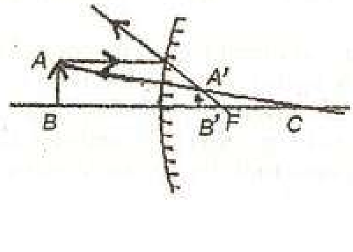
b. Mărirea liniară transversală este $\beta=-\frac{x_2}{x_1}=-3$

c. Deoarece imaginea este egală cu obiectul atunci $\beta'=-1$, astfel că $x_2'=-\beta' x_1'\Rightarrow-\frac{1}{\beta' x_1'}+\frac{1}{x_1'}=\frac{2}{R}\Rightarrow x_1'=\frac{R(\beta'-1)}{2\beta'}=R=-30$ cm

13.a. Din $R=2f$ obținem distanța focală a oglinzii $f=R/2$=20 cm

b. Utilizăm formula oglinzilor:

$$\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_1}=\frac{2}{R}\Rightarrow x_2=\frac{Rx_1}{2x_1-R}=10\text{ cm, cu }-x_1=d$$

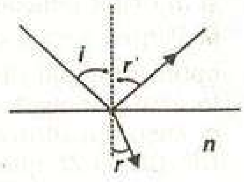


c. Mărirea liniară transversală este

$\beta = -\frac{x_2}{x_1} = \frac{1}{2}$.

14.a. Aplicăm legea refracției $n_1 \sin i = n_2 \sin r$ și obținem indicele de refracție relativ al celui de-al doilea mediu față de primul mediu: $n_{r_{21}} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin i}{\sin r} \approx 1{,}41$

b. Din legea refracției: $\sin i = n \sin r \Rightarrow \sin r = \frac{\sin i}{n} \Rightarrow r = 30°$.



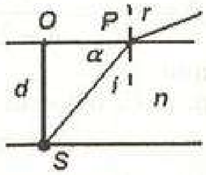
Astfel unghiul dintre raza reflectată și cea refractată este $180° - i - r = 180° - 45° - 30° = 105°$.

c. Deoarece raza reflectată este perpendiculară pe raza refractată, atunci $i + r = 90^0 \Rightarrow r = 90^0 - i$. Conform legii refracției $n_1 \sin i = n_2 \sin r \Rightarrow n_1 \sin i = n_2 \sin(90^0 - i) \Rightarrow n_1 \sin i = n_2 \cos i \Rightarrow$

$n_{r_{21}} = \frac{n_2}{n_1} = tg\, i \approx 1{,}73$.

d. Conform legii refracției $n_1 \sin i = n_2 \sin r \Rightarrow n_2 = \frac{n_1 \sin i}{\sin r}$. Deoarece din grafic $\sin i = 0{,}8$ și $\sin r = 0{,}6$ obținem $n_2=2$

15.a. În graficul alăturat este reprezentat mersul razei de lumină care ajunge la un observator plasat în aer deasupra feței superioare a plăcii.



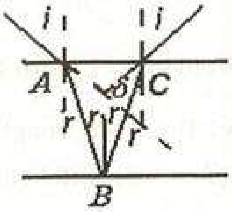
b. Unghiul de incidență este $i=90^0-\alpha=30^0$. Din legea refracției: $\sin i = n \sin r \Rightarrow \sin r = \frac{\sin i}{n} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow$ unghiul de refracție este $r=60^0$. Deoarece raza de lumină trece dintr-un mediu mai dens într-un mediu mai puțin dens es se depărtează de normală.

c. Distanța de la punctul *O* până la punctul *P* este:

$$tg\alpha = \frac{d}{OP} \Rightarrow OP = \frac{d}{tg\alpha} = 2 \text{ cm}$$

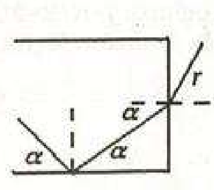
16.a. Aplicăm legea refracției: $\sin i = n \sin r \Rightarrow \sin r = \frac{\sin i}{n} \Rightarrow r=30^0$

b. Raza de lumină pătrunde în apă sub unghiul *r*, cade pe oglinda plană aflată pe fundul lichidului tot sub unghiul *r* și se reflectă în punctul *B* sub același unghi *r* ca în figura alăturată. Raza de lumină cade pe fața lichidului în punctul *C* sub unghiul de incidență *r* și iese în aer sub unghiul *i*. Unghiul de deviație al razei emergente față de raza incidentă este $\delta = 180 - 2i = 60^0$, deoarece deviația razei δ este unghi exterior triunghiului isoscel cu unghiurile egale 90-*i*.



c. Din $\sin i = n \sin r = 1$ obținem unghiul de incidență $i=90^0$.

17.a. Conform legii reflexiei raza se reflectă sub un unghi egal ca în figură. Raza reflectată cade pe fața laterală a cubului sub un unghi de incidență egal cu α. Cum $\alpha<\alpha_{max}$ raza iese în apă sub un unghi de emergență *r* mai mare decât α, astfel că raza este mai depărtată de normală.



b. Când unghiul de incidență devine α_{min} lumina nu mai intră în apă deşi întâlneşte fața laterală a cubului ceea ce înseamnă că pe fața laterală a cubului apare fenomenul de reflexie totală. Din legea refracției $n_s \sin\alpha_m = n_a$, deoarece r=90° obținem indicele de refracție al sticlei $n_s = \frac{n_a}{\sin\alpha_{max}}$ =1,54

c. Dacă apa se scoate din vas, raza iese din cubul de sticlă în aer. Pentru ca raza să nu mai poată să iasă în aer trebuie ca unghiul de refracție să devină r=90°, astfel că $n_s \sin\alpha'_m = n_a \Rightarrow \sin\alpha'_m = \frac{1}{n_a} \approx$ 0,65

18.a. Deoarece raza trece din aer în soluție, perpendicular pe suprafața de separare atunci i=0 şi din legea refracției $\sin i = n\sin r \Rightarrow \sin r = 0 \Rightarrow r$=0, iar din legea reflexiei $i = r'$ =0

b. Conform legii refracției $n\sin i = \sin 90 \Rightarrow \sin i = 1/n \approx$ =0,714. Unghiul limită pentru care raza se refractă sub un unghi de 90° este $\sin\ell$=0,714.

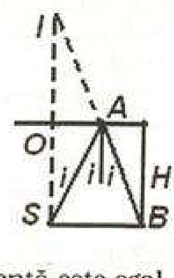
c. Deoarece $\cos r$=0,8 atunci $\sin r = \sqrt{1-\cos^2 r}$ =0,6 şi din legea refracției $\sin i = n\sin r$ =0,84

d. Pentru tg$x$ şi din $tgx = \frac{\sin x}{\sqrt{1-\sin^2 x}}$ sinusul unghiului de incidență este $\sin x = \frac{tgx}{\sqrt{1+tg^2 x}} \approx$ 0,768. Cum $\sin x > \sin\ell \Rightarrow x > \ell$, deoarece ungiul de incidență la suprafața de separare soluție-apă, este mai mare decât unghiul limită raza fasciculului laser suferă fenomenul de reflexie totală.

19.a. Scriem legea refracției pentru suprafața apă-aer: $n\sin i_{max} = \sin r_{max}$. Din geometrie presupunând că raza de lumină cade la marginea vasului, atunci

$$\sin i_{max} = \frac{\frac{D}{2}}{\sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 + H^2}}$$

. Obținem $\sin i_{max}$=0,6 $\Rightarrow \sin r_{max}$=0,8



b. Imaginea sursei obținută cu ajutorul oglinzii este virtuală situată simetric față de oglindă aflându-se la aceeaşi distanță ca şi obiectul, astfel că distanța dintre sursă şi imaginea sursei formată în oglindă este d=2H=80 cm

c. Din desen, deoarece raza SA se reflectă astfel că unghiul de incidență este egal cu unghiul de reflexie, ΔSAB este isoscel. Cum SA=AB, atunci OA=SB/2=D/2=30 cm

20.a. Din legea refracției scrisă pentru suprafața aer-lichid: $\sin i = n\sin r \Rightarrow \sin r = \frac{\sin i}{n}$=3/8

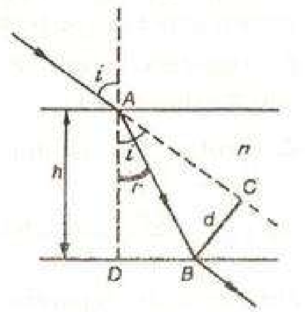
b. În urma reflexiei pe fundul vasului raza cade sub un unghi de incidență r venind din apă, astfel că raza iese din apă în aer sub unghiul i. Unghiul format de direcția fasciculului care iese din lichid cu suprafața lichidului este δ=90-i=60°

c. O rază de lumină care pătrunde în lichid parcurge distanța $d = AB + BD = 2AB$. Din ΔABD: $\cos r = \frac{h}{AB} \Rightarrow AB = \frac{h}{\cos r}$, astfel că:

$$d = \frac{2h}{\cos r} = \frac{2h}{\sqrt{1-\sin^2 r}} \approx 21{,}6 \text{ cm}$$

21.a. Conform legii refracției scrisă pentru prima față a lamei: $\sin i = n \sin r \Rightarrow \sin r = \frac{\sin i}{n} \Rightarrow r = 30^0$

b. Raza de lumină care cade pe fața superioară a lamei suferă fenomenul de refracție și se apropie de normală, pentru ca la refracția pe fața inferioară să emeargă din lamă sub același unghi sub care a intrat. Raza emergentă este paralelă cu cea incidentă, dar va fi deplasată față de aceasta.

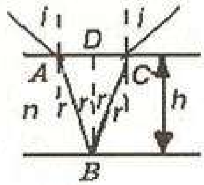


În ΔABC: $\sin(i-r) = \frac{BC}{AB} \Rightarrow BC = AB\sin(i-r)$, iar în ΔADB: $\cos r = \frac{h}{AB} \Rightarrow AB = \frac{h}{\cos r} \Rightarrow BC = \frac{h\sin(i-r)}{\cos r}$

Din $\sin i = n \sin r \Rightarrow \cos r = \sqrt{1 - \frac{\sin^2 i}{n^2}} = \frac{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}{n}$.

$$BC = h\frac{(\sin i \cos r - \cos i \sin r)}{\cos r} = h\left(\sin i - \frac{\cos i \sin i}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}\right).$$

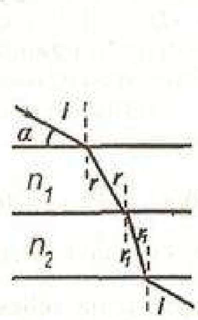
$$BC = h\sin i\left(1 - \frac{\sqrt{1-\sin^2 i}}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}\right) \approx 4{,}5 \text{ mm}.$$



c. Raza de lumină care cade pe fața inferioară a lamei se reflectă deoarece această față este argintată. Conform legii reflexiei raza se reflectă sub un unghi de reflexie egal cu unghiul de incidență pe fața inferioară *r*, ca în figura alăturată. Această rază cade pe fața superioară sub unghiul *r* și emerge sub unghiul *i*. Din geometrie $AC=2AD$. În ΔABD:

$$tgr = \frac{AD}{h} \Rightarrow AD = htgr \Rightarrow AC = 2htgr \approx 1{,}73 \text{ cm}$$

22.a. Din legea refracției: $\sin i = n_1 \sin r \Rightarrow \sin r = \frac{\sin i}{n_1}$.



Deoarece $i=90^0-\alpha=60^0$ astfel că obținem $\sin r \approx 0{,}65$

b. Din legea refracției: scrisă la fețele de separație aer-apă, apă-sticlă și sticlă-aer obținem:

$\sin i = n_1 \sin r = n_2 \sin r_1 = \sin i' \Rightarrow i = i'$. Prin urmare raza emergentă la ieșirea din cuvă prin fața inferioară este paralelă cu raza incidentă pe suprafața apei ca în figură.

c. Pe baza legii refracției scrisă la suprafața de separare sticlă-sticlă flint $n_2 \sin r_1 = n_3 \sin r_3$ și din $\sin i = n_2 \sin r_1$ obținem:

$$\sin i = n_3 \sin r_3 \Rightarrow \sin i = n_3 \sin r_3 \Rightarrow \sin r_3 = \frac{\sin i}{n_3} \Rightarrow r_3 = 30^0$$

23.a. Din legea refracției pentru suprafața de separație dintre aer și regiunea cu indicele de refracție n_1 obținem: $\sin i = n_1 \sin r_1 \Rightarrow \sin r_1 = \frac{\sin i}{n_1} \Rightarrow r_1 = 30^0$

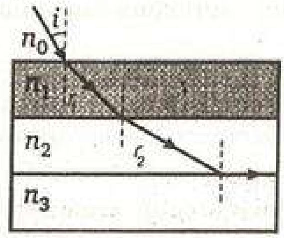
b. Din legea refracției pentru suprafața de separație dintre regiunile 1 și 2 obținem $n_1 \sin r_1 = n_2 \sin r_2 \Rightarrow n_1 \sin r_1 = \frac{n_1}{k} \sin r_2 \Rightarrow k = \frac{\sin r_2}{\sin r_1} \approx 1,73$

c. Aplicăm legea refracției succesiv, astfel că:

$n_0 \sin i = n_1 \sin r_1 = n_2 \sin r_2 = n_3 \sin 90°$.

Cum $n_3 = \frac{n_2}{k} = \frac{n_1}{k^2}$ obținem:

$n_0 \sin i = \frac{n_1}{k^2} \Rightarrow n_0 = \frac{n_1}{k^2 \sin i} \approx 1,81$



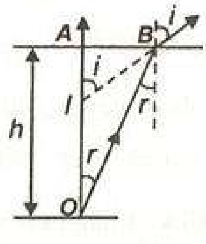
24.a. Pentru a construi imaginea punctului obiect O, sunt necesare două raze de lumină. O rază cade perpendicular pe suprafața apei și părăsește apa pe aceeași direcție și o altă rază de lumină care cade pe suprafața apei sub unghiul r și apoi se depărtează de normală în aer (deoarece raza iese în aer, un mediu mai puțin dens decât apa). Imaginea punctului obiect se formează în punctul I, unde se întâlnesc prelungirile razelor de lumină și este o imagine virtuală, fiind situată mai aproape de suprafața apei.

La suprafața de separare aer–apă legea refracției este:

$n \sin r = \sin i$. În ΔAOB: $tg\, r = \frac{AB}{h} \Rightarrow AB = h \cdot tg\, r$

$$tg r = \frac{\sin r}{\cos r} = \frac{\sin r}{\sqrt{1-\sin^2 r}} = \frac{\sin i}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}} \Rightarrow AB = \frac{h \sin i}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}$$

În ΔAIB: $tg\, i = \frac{AB}{AI} \Rightarrow AI = \frac{AB}{tg\, i} = \frac{h \cos i}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}} \approx 1,97$ m.



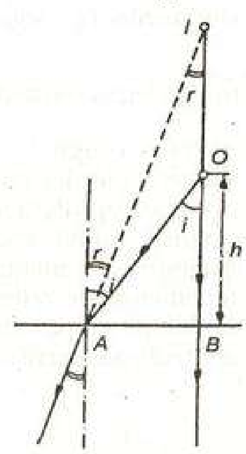
b. Distanța dintre piatră și imaginea ei este $OI = AO - AI$

$$OI = h\left(1 - \frac{\cos i}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}\right) \approx 2 \text{ m.}$$

c. Dacă omul privește perpendicular pe suprafața apei $i=0 \Rightarrow r=0 \Rightarrow AI = \frac{h}{n}$, iar

$OI = h\left(1 - \frac{1}{n}\right) = 1$ m. În cazul incidenței normale stratul de apă cu grosimea h și indicele de refracție n apropie imaginea de suprafața de separare aer–apă cu $d = h\left(1 - \frac{1}{n}\right)$.

25.a. Pentru a construi imaginea ochilor observatorului se utilizează două raze: o rază perpendiculară pe suprafața apei pătrunde în apă pe aceeași direcție și o rază care cade sub un unghi de incidență i și se refractă apropiindu-se de normală. Prelungirile celor două raze se întâlnesc, formând o imagine virtuală în punctul I.

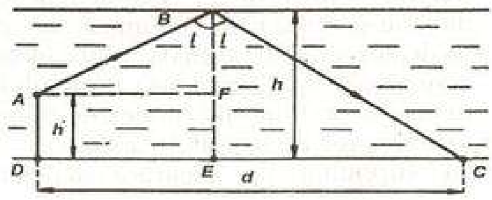


În ΔIAB: $tgr = \dfrac{AB}{IB} \Rightarrow IB = \dfrac{AB}{tgr}$ şi în ΔOAB: $tgi = \dfrac{AB}{h_1} \Rightarrow AB = h_1 tgi$ şi astfel $IB = h_1 \dfrac{tgi}{tgr}$. Cum scafandrul priveşte perpendicular, unghiurile sunt mici şi putem aproxima tangenta cu sinusul unghiului, astfel încât $IB \approx h_1 \dfrac{\sin i}{\sin r}$.

Din legea refracţiei $\sin i = n \sin r \Rightarrow IB = nh_1$ şi deci imaginea virtuală a ochilor observatorului se va forma mai departe decât sunt în realitate ochii acestuia

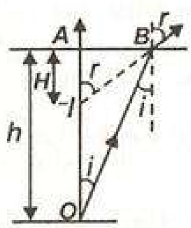
b. Deoarece observatorul vede ochii scafandrului atunci când priveşte normal imaginea acestora se află faţă de suprafaţa apei la distanţa $h'_{om} = h_{om} / n$ =45 cm, deoarece ochii scafandrului se află situaţi faţă de suprafaţa apei la distanţa $h_{om}=h-h'$=60 cm. Astfel distanţa dintre observator şi adâncimea la care vede observatorul ochii scafandrului este $d=h_1+h_{om}$=93 cm

c. Scafandrul vede imaginile obiectelor mai intens prin reflexie totală. Dacă un obiect se află la distanţa d de scafandru raza de lumină se propagă ca în figură. Astfel $d = DE + EC$. În ΔABF: $tg\ell = \dfrac{AF}{h-h'}$, iar în ΔBEC: $tg\ell = \dfrac{EC}{h}$, unde ℓ reprezintă



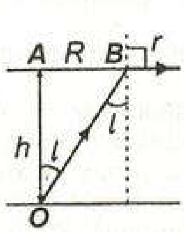
este unghiul limită, astfel că $d = (2h-h')\cdot tg\ell$. Conform legii refracţiei, ţinând cont că $n\sin\ell = 1$, atunci $tg\,\ell = \dfrac{1}{\sqrt{n^2-1}} \Rightarrow d = \dfrac{2h-h'}{\sqrt{n^2-1}} \approx 3{,}4$ m.

26.a. Imaginea sursei de lumină în situaţia când sursa este privită din afara bazinului, pe verticala ce trece prin sursă este virtuală ca în figură. Deoarece $tgr = \dfrac{AB}{H}$ şi $tgi = \dfrac{AB}{h}$ prin împărţirea relaţiilor obţinem $\dfrac{tgi}{tgr} = \dfrac{H}{h} \approx \dfrac{\sin i}{\sin r}$, deoarece unghiurile i şi r sunt foarte mici şi se aproximează tangenta cu sinusurile. Din legea refracţiei $n \sin i = \sin r \Rightarrow n = \dfrac{h}{H} = \dfrac{4}{3}$



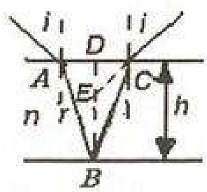
b. Din legea refracţiei $n \sin i = \sin r \Rightarrow \sin i = \dfrac{\sin r}{n}$=0,6

c. Dacă unghiul de refracţie devine r=90°, raza de lumină se refractă paralel cu suprafaţa apei. Orice rază de lumină care cade pe suprafaţa apei sub un unghi de incidenţă mai mic decât unghiul limită iese din apă, în timp ce razele incidente sub unghiuri de incidenţă mai mari decât unghiul limită suferă fenomenul de reflexie totală şi nu pot ieşi prin suprafaţa apei. Astfel pe suprafaţa apei se va observa un cerc luminos cu centrul pe verticala sursei. Din legea refracţiei la suprafaţa apei cu r=90°



obținem: $n\sin\ell = \sin 90° = 1 \Rightarrow \sin\ell = \frac{1}{n}$, astfel că $tg\ell = \frac{\sin\ell}{\sqrt{1-\sin^2\ell}}$. Din geometrie $tg\ell = \frac{R}{h} \Rightarrow R = htg\ell = \frac{h}{\sqrt{n^2-1}} \approx 1{,}36$ m.

27.a. Mersul razelor de lunimă este redat în figura alăturată.

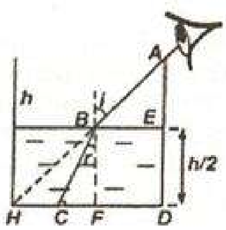


b. Din legea refracției scrisă pentru prima față a lamei: $\sin i = n\sin r \Rightarrow n = \frac{\sin i}{\sin r} \approx 1{,}73$

c. Din grafic $AC = 2AD$. Cum $tgr = \frac{AD}{h} \Rightarrow AC = 2htgr \approx 3{,}46$m

d. Adâncimea aparentă la care un observator din aer vede moneda este *DE*. Din triunghiul *DEC*: $tg(90-i) = \frac{h_{ap}}{DC} \Rightarrow h_{ap} = ACtg(90-i) = h(tgr)tg(90-i) = 1$m

28.a. Privind sub unghiul de incidență i, copilul vede fundul vasului în punctul H și nu în punctul C unde se află moneda. Când se toarnă apă, raza de lumină se propagă ca în figură, astfel că: *DC=DF+FC=BE+FC.*

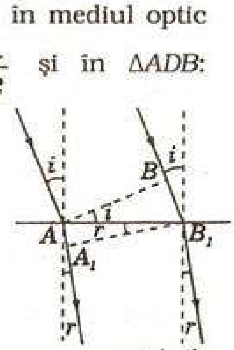


În ΔBCF: $tgr = \frac{CF}{DE} \Rightarrow CF = \frac{htgr}{2}$ și în ΔABE: $tgi = \frac{BE}{AE} \Rightarrow$ $BE = AEtgi = \frac{htgi}{2}$, astfel că obținem $DC = \frac{h}{2}(tgi + tgr)$.

Cum $\sin i = n\sin r$, conform legii refracției $\sin r = \frac{\sin i}{n}$.

Cum $\operatorname{tg} r = \frac{\sin i}{\sqrt{n^2-\sin^2 i}}$ obținem $DC = \frac{h}{2}\left(\operatorname{tg} i + \frac{\sin i}{\sqrt{n^2-\sin^2 i}}\right) \approx 1{,}73$cm.

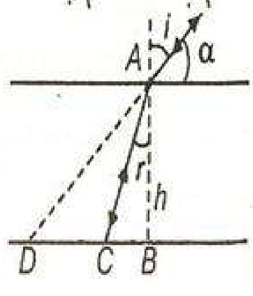
b. Din desen, pe baza legii refracției se observă că diametrul fasciculului în mediul optic mai dens (apă) este mai mare decât diametrul fasciculului în mediul optic mai puțin dens (aer). Din geometrie în ΔABC: $\cos i = \frac{d_{aer}}{AB}$ și în ΔADB: $\cos r = \frac{d_{apă}}{AB}$. Prin împărțirea celor două relații obținem: $\frac{\cos i}{\cos r} = \frac{d_{aer}}{d_{apa}} \Rightarrow d_{apa} = d_{aer}\frac{\cos r}{\cos i}$.



Pe baza legii refracției $\sin i = n\sin r$, astfel că:

$\cos r = \sqrt{1-\sin^2 r} = \sqrt{1-\frac{\sin^2 i}{n^2}} = \frac{\sqrt{n^2-\sin^2 i}}{n}$. Obținem:

$d_{apa} = \frac{d_{aer}\sqrt{n^2-\sin^2 i}}{n\cos i} \approx 4{,}28$ cm.

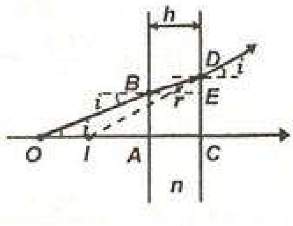


c. Bețișorul atinge fundul vasului în punctul *D*, deoarece copilul introduce bețișorul spre monedă sub unghiul sub care vede el moneda. Raza de lumină își schimbă direcția de propagare atunci când atinge suprafaţa apei datorită fenomenului de refracţie. Prin urmare raza de lumină atinge fundul vasului în punctul C. Conform legii refracţiei $\sin i = n\sin r \Rightarrow \sin r = \frac{\sin i}{n}$, cu i=30°.

În ΔABC: $tg\ r = \frac{CB}{h_1} \Rightarrow CB = h_1 \cdot tgr$ cu h_1=$h/2$ şi în ΔADB: $tg\ i = \frac{DB}{h_1} \Rightarrow DB = h_1 \cdot tgi$. Astfel distanţa dintre punctul unde va atinge un beţişor fundul vasului şi monedă este: $DC = DB - CB = h_1(tg\ i - tg\ r)$.

$tgr = \frac{\sin r}{\cos r} = \frac{\sin r}{\sqrt{1-\sin^2 r}} = \frac{\sin i}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}$. Distanţa dintre punctul unde va atinge un beţişor fundul vasului şi monedă este $DC = h_1(tg\ i - \frac{\sin i}{\sqrt{n^2-\sin^2 i}}) \approx 1.735$ cm

29.a. Pentru a construi imaginea punctului obiect utilizăm două raze de lumină. O rază cade perpendicular pe lamă şi se refractă pe aceeaşi direcţie, în timp ce a doua rază cade sub un unghi de incidenţă i şi emerge din lamă sub acelaşi unghi. Prelungirile cele două raze se intersectează în punctul I, unde se va forma imaginea virtuală a obiectului O.
Din desen: OI=OC–IC=OA+h–IC.



În ΔOBA: $tgi = \frac{AB}{OA} \Rightarrow OA = \frac{AB}{tgi}$ şi în ΔIDC: $tgi = \frac{DC}{IC} \Rightarrow IC = \frac{DC}{tgi} \Rightarrow OI = h - \frac{DC - AB}{tgi} = h - \frac{DE}{tgi}$

Dar în ΔBED: $tgr = \frac{DE}{h} \Rightarrow DE = h \cdot tg\ r \Rightarrow$

$OI = h\left(1 - \frac{tg\ r}{tg\ i}\right)$. Deoarece unghiurile i şi r sunt mici, putem aproxima tangenta cu sinusul, astfel că $OI \approx h\left(1 - \frac{\sin r}{\sin i}\right)$. Conform legii refracţiei $\sin i = n\sin r$ obţinem $OI = h\left(1 - \frac{1}{n}\right)$=1 cm. Deci o lamă cu feţe plan paralele de grosime h şi indice de refracţie n, apropie obiectul de lamă cu $h\left(1 - \frac{1}{n}\right)$, formându-i o imagine virtuală. Apropierea imaginii este independentă de poziţia obiectului.

b. Lama cu feţe plan.paralele formează pentru obiectul situat pe faţa ei inferioară o imagine virtuală situată mai aproape de faţa inferioară cu $h\left(1 - \frac{1}{n}\right)$, astfel că imaginea finală se formează faţă de faţa superioară la distanţa $h - h\left(1 - \frac{1}{n}\right) = \frac{h}{n}$=2 cm

c. Prima lamă apropie obiectul de fața superioară a sistemului de lame cu $h_1\left(1-\frac{1}{n_1}\right)$, iar această imagine joacă rol de obiect pentru cea de-a doua lamă, care la rândul ei apropie noua imagine cu $h_2\left(1-\frac{1}{n_2}\right)$ și așa mai departe, astfel încât apropierea finală va fi $d = h_1\left(1-\frac{1}{n_1}\right)+h_2\left(1-\frac{1}{n_2}\right)+\dots+h_n\left(1-\frac{1}{n_n}\right)$.

Cum obiectul se află față de suprafața lamei "n" la distanța $h = h_1 + h_2 + \dots + h_n$, imaginea se va forma față de suprafața lamei "n" la: distanța $h-d = \frac{h_1}{n_1}+\frac{h_2}{n_2}+\dots+\frac{h_n}{n_n}$.

30.a. Conform legii refracției $\sin i = n\sin r \Rightarrow \sin r = \frac{\sin i}{n} \Rightarrow r=30^o$

b. Unghiul de incidență pe suprafața cilindrică este $\alpha = 90° - r = 60°$.

c. Deoarece unghiul limită se află din:
$n\sin\ell = 1 \Rightarrow \sin\ell = \frac{1}{n} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \ell = 45°$. Cum $\alpha > \ell$, înseamnă că pe fețele cilindrice raza de lumină suferă fenomenul de reflexie totală. Distanța parcursă de rază de-a lungul fibrei optice între două reflexii consecutive este $2d_1$ atunci după N-1 reflexii, distanța parcursă va fi $2(N-1)d_1$ și cum după prima reflexie este parcursă distanța d_1 atunci în total distanța parcursă de-a lungul fibrei este $D = d + (N-1)2d_1 = d_1(2N-1)$.

În ΔABC: $tgr = \frac{d}{2d_1} \Rightarrow d_1 = \frac{d}{2tgr} \Rightarrow D = \frac{d\sqrt{3}}{2}(2N-1) \approx 67{,}47$ cm.

a. Din geometrie $\sin i = \frac{H}{R} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow i = 60^0$

b. Cum din desen $i = \delta + r \Rightarrow$ unghiul de refracție este $r = i - \delta$=30^0 și din legea refracției scrisă la fața curbă a cilindrului $\sin i = n\sin r \Rightarrow n = \frac{\sin i}{\sin r} \approx 1{,}73$

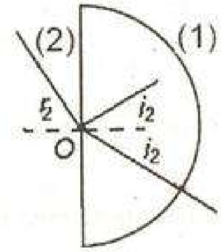
c. Raza de lumină cade pe fața plană sub un unghiul de incidență $i' = \delta$. Din legea refracției scrisă la fața plană a cilindrului $n\sin i' = \sin r' \Rightarrow r' = 60^0$

31.a. Din geometrie $\sin i = \frac{H}{R} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow i = 60^0$

b. Cum din desen $i = \delta + r \Rightarrow$ unghiul de refracție este $r = i - \delta$=30^0 și din legea refracției scrisă la fața curbă a cilindrului $\sin i = n\sin r \Rightarrow n = \frac{\sin i}{\sin r} \approx 1{,}73$

c. Raza de lumină cade pe fața plană sub un unghiul de incidență $i' = \delta$. Din legea refracției scrisă la fața plană a cilindrului $n\sin i' = \sin r' \Rightarrow r' = 60^0$

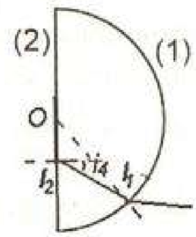
32.a. Raza de lumină pătrunde în cilindru pe direcția incidentă deoarece i_1=0 și din legea refracției $\sin i_1 = n \sin r_1 \Rightarrow r_1$=0.



b. Din desen se observă că unghiul dintre raza incidentă și cea reflectată pe fața (2) este $\alpha=2i_2$. Pe baza legii refracției:

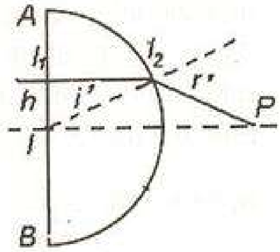
$$n \sin i_2 = \sin r_2 \Rightarrow \sin i_2 = \frac{\sin r_2}{n} \Rightarrow i_2 = 30^0 \Rightarrow \alpha = 60^0$$

c. Din desen pe baza legii refracției la fața a doua (2) obținem: $n \sin i_4 = \sin 90 \Rightarrow \sin i_4 = \frac{1}{n}$. Unghiul de incidență i_4 pe suprafața (2) este i_4=45^0



d. Mersul razei de lumină prin semicilindru în condițiile punctului **c.** este redată în figura alăturată.

33.a. Unghiul de incidență este format de rază cu normala construită în punctul de contact, astfel că i_1=60^0. Din legea refracției scrisă la suprafața plană obținem $\sin i_1 = n \sin r_1 \Rightarrow r_1$=30^0. Deoarece raza refractată se propagă pe direcția razei semicilindrului, ea cade pe suprafața sferică sub un unghi de incidență i_2=0 și pe baza legii refacției scrisă la fața sferică $n \sin i_2 = \sin r_2 \Rightarrow r_2$=0. Prin urmare raza iese din semicilindru pe direcția razei din acesta.

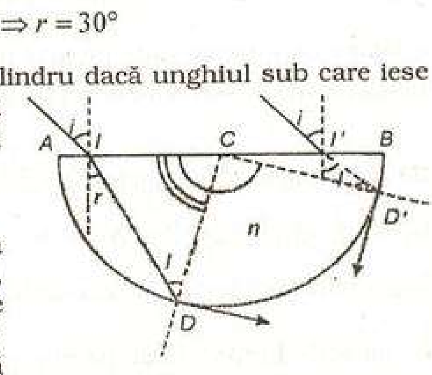


b. Raza normală pe suprafața AB pătrunde pe aceeași direcție în semicilindru deoarece i=0$\Rightarrow r$=0. Această rază cade pe fața cilindrică sub unghiul i' astfel că $\sin i' = \frac{h}{R} = 0{,}5 \Rightarrow i' = 30^0$. Din legea refracției la suprafața cilindrică $n \sin i' = \sin r' \Rightarrow r' = 60^0$

c. Din geometrie $I_2PI = r' - i' = 30^0$ și cum $I_2IP = i'$ atunci se observă că $I_2PI = I_2IP$. Astfel ΔI_2IP este isoscel. Din geometrie obținem $IP = 2I_1I_2$. Dar $\cos i' = \frac{I_1I_2}{R} \Rightarrow I_1I_2 = R\cos i' \Rightarrow IP = 2R\cos i' \approx 8{,}66$ cm

34.a. Aflăm unghiul sub care intră raza de lumină în semicilindru, utilizând legea refracției: $\sin i = n \sin r \Rightarrow \sin r = \frac{\sin i}{n} = \frac{1}{2} \Rightarrow r = 30°$

b. Raza de lumină ID poate emerge din semicilindru dacă unghiul sub care iese în aer este r=90. Conform legii refracției la fața cilindrică $n \sin \ell = \sin 90°$ obținem unghiul limită $\sin \ell = \frac{1}{n} \Rightarrow \ell = 45°$

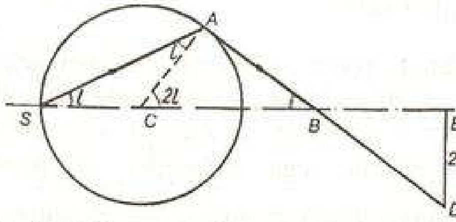


c. Considerăm raza care cade pe suprafața plană în punctul I și se refractă ca în figură, ieșind pe suprafața cilindrică sub un unghi de 90^0. Astfel unghiul $IDC = \ell \Rightarrow ICD = 180° - \ell - CID = 75^0$. Razele de lumină care pătrund în semicilindru și cad pe porțiunea AD au unghiul de incidență mai mare decât valoarea unghiului limită şi prin urmare nu ies din suprafaţa cilindrică, pentru că suferă fenomenul de reflexie totală.

Considerăm raza care cade pe suprafaţa plană în punctul I' şi se refractă ca în figură, ieşind pe suprafaţa cilindrică sub un unghi de 90^0. Astfel unghiul $I'D'C = \ell \Rightarrow I'CD' = 180 - \ell - CI'D' = 15^0 \Rightarrow ICD' = 165^0$.

Razele de lumină care cad pe suprafaţa cilindrică BD', suferă fenomenul de reflexie totală, deoarece razele cad sub un unghi de incidenţă mai mare decât valoarea unghiului limită. Deci razele de lumină pot emerge din semicilindru dacă $75^0 \le ICD \le 165^0$

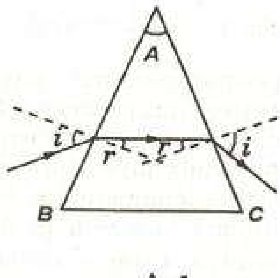
35.a. La trecerea razei din sferă în aer unghiul limită se obţine când r=90. Conform legii refracţiei: $n \sin \ell = \sin 90°$ obţinem unghiul limită ℓ=30°



b. Raza de lumină care poate emerge din sferă cade pe suprafaţa sferei sub unghiul limită ℓ. Razele emergente se stâng în dreapta sferei în punctul B. Triunghiul SCA este isoscel, astfel că $SAC = CSA = \ell \Rightarrow$ unghiul $ACB = 2\ell$=60°. În ΔABC $\cos(2\ell) = \dfrac{R}{CB} \Rightarrow CB = \dfrac{R}{\cos(2\ell)} = 2R = 20$ cm. Distanţa este $SB=SC+CB=3R$=30 cm.

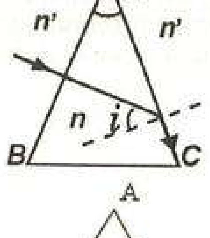
c. Deoarece raza fasciculului emergent din sferă, este egală cu dublul razei sferei atunci din ΔDBE $tg\alpha = \dfrac{2R}{BE} \Rightarrow BE = \dfrac{2R}{tg\alpha}$,unde $\alpha=EBD$=30° obţinem $BE = 2R\sqrt{3}$, astfel că $CE = CB + BE = 2R(1+\sqrt{3}) \approx 54{,}6$ cm

36.a. Deoarece deviaţia razei de lumină este minimă, înseamnă că propagarea razei prin prismă este simetrică, astfel că $r' = r$, iar cum $A = r + r' \Rightarrow A = 2r \Rightarrow r = \dfrac{A}{2} = 30°$ deoarece triunghiul ABC este echilateral. Conform legii refracţiei la faţa AB: $\sin i = n \sin r = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow i = 60°$.

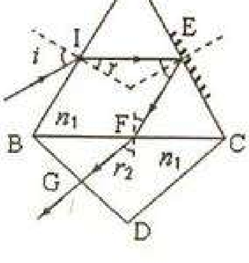


b. Unghiul de deviaţie minimă este $\delta_{min} = 2i - A = 60°$.

c. Deoarece raza de lumină cade perpendicular pe faţa AB ca în figură ea pătrunde în prismă pe aceeaşi direcţie pentru că din legea refracţiei $n' \sin i = n \sin r$, cum i=0 $\Rightarrow$ r=0. Pe faţa AC raza cade sub un unghi de incidenţă i=A=60°. Pe baza legii refracţiei $n \sin A = n'$ obţinem n'=1,5



37.a. Deoarece raza de lumină se propagă prin prismă simetric, atunci $r = \dfrac{A}{2} = 30°$. Cunoscând valoarea $i = 60°$ şi scriind legea refracţiei la prima faţă este: $\sin i = n_1 \sin r \Rightarrow n_1 = \dfrac{\sin i}{\sin r} \approx 1{,}73$

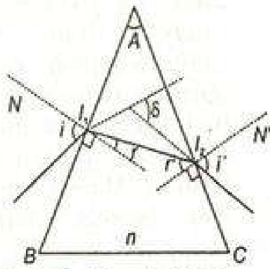


b. Raza de lumină cade pe AC sub un unghi $r = 30°$ şi se reflectă sub acelaşi unghi, astfel că raza EF cade pe BC

sub un unghi de incidență $i_1 = 30°$ deoarece EF este paralelă cu AB. Din legea refracției la fața BC $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin r_2 \Rightarrow \sin r_2 = \frac{n_1 \sin i_1}{n_2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow r_2 = 45°$ și deci raza FG va fi paralelă cu latura CD a prismei BCD și cade perpendicular pe fața BD ieșind din această prismă tot perpendicular pe BD.

c. Mersul razelor de lumină prin ansamblul prismelor este redat în figura alăturată.

38.a. Pentru ca o rază să emeargă din prismă trebuie ca $i' \le 90° \Rightarrow r' \le \ell$, unde ℓ este unghiul limită. Cum $A = r + r'$ $\Rightarrow r' = A - r \Rightarrow A - r \le \ell \Rightarrow A - \ell \le r \Rightarrow \sin(A - \ell) \le \sin r$.



Conform legii refracției la prima față AB, obținem: $\sin i = n \sin r \Rightarrow \sin r = \frac{\sin i}{n} \Rightarrow \sin(A - \ell) \le \frac{\sin i}{n}$, relație valabilă pentru orice valoare a unghiului de incidență, deci și pentru $i = 0 \Rightarrow \sin(A - \ell) \le 0 \Rightarrow A \le \ell$.

Determinăm valoarea unghiului limită din $n \sin \ell = 1 \Rightarrow \sin \ell = 1/n = 1/2 \Rightarrow$ $\ell = 30° \Rightarrow$ dacă unghiul prismei este mai mic sau cel mult egal cu $30°$, orice rază de lumină incidentă pe fața AB emerge din prismă pe fața AC.

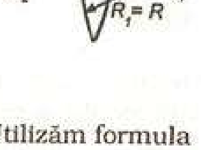
b. Pentru ca nici o rază de lumină să nu iasă din prismă, trebuie că $r' > \ell \Rightarrow A - r > \ell \Rightarrow A - \ell > r \Rightarrow \sin(A - \ell) > \sin r \Rightarrow \sin(A - \ell) > \frac{\sin i}{n}$, pentru orice valoare a unghiului i, deci și pentru $i = 90°$, astfel că $\sin(A - \ell) > \frac{1}{n} \Rightarrow \sin(A - \ell) > \sin \ell \Rightarrow A - \ell > \ell \Rightarrow A > 2\ell \Rightarrow A > 60° \Rightarrow$ dacă unghiul prismei este mai mare decât $60°$, atunci nici o rază incidentă pe fața AB nu va emerge din prismă pe fața AC.

c. Dacă unghiul prismei A este cuprins între ℓ și 2ℓ, pentru ca razele incidente pe prima față a prismei să poată părăsi prisma pe cealaltă față nu trebuie să sufere fenomenul de reflexie totală pe fața a doua a prismei. Prin urmare raza de lumină care cade pe fața a doua a prismei trebuie să cadă sub un unghi sub cel limită ℓ. Cum r' este mic (mai mic decât cel limită), atunci $r = A - r'$ trebuie să fie cât mai mare și prin urmare și unghiul de incidență a razei pe prima față a prismei trebuie să fie cât mai mare. Deci vor putea ieși razele care cad pe prima față a prismei sub un unghi de incidență cât mai mare.

1.2. Lentile

1.a. Pe baza formulei convergența este $C=\frac{1}{f}=3{,}33$ m^{-1}

b. Aplicăm formula lentilelor subțiri: $\frac{1}{f}=\frac{1}{x_2}-\frac{1}{x_1}\Rightarrow x_2=\frac{fx_1}{f+x_1}=90$ cm $\Rightarrow$ imaginea este reală.

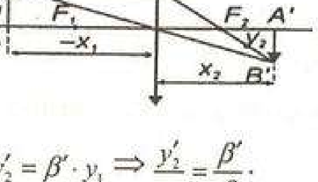


c. Mărirea liniară transversală este $\beta=\frac{x_2}{x_1}=\frac{f}{f+x_1}=-2.$

d. $C=(n-1)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)=\frac{2(n-1)}{|R|}=\frac{1}{f}\Rightarrow |R|=2f(n-1)=30\,\text{cm}.$

2.a. Calculăm unde formează lentila imaginea obiectului inițial. Utilizăm formula lentilelor subțiri $\frac{1}{x_2}-\frac{1}{x_1}=\frac{1}{f}\Rightarrow x_2=\frac{fx_1}{f+x_1}$. Cum $x_1=-d=-40$ cm obținem x_2=40 cm. Inițial ecranul trebuie așezat la 40 cm în spatele lentilei

b. Când obiectul se apropie cu 10 cm de lentilă aflăm unde formează lentila imaginea noului obiect. Pentru $x_1'=-30$ cm $\Rightarrow x_2'=60$ cm $\Rightarrow$ ecranul se va depărta de lentilă cu $\Delta x_2=x_2'-x_2=20$ cm.



c. Cum $\beta=\frac{x_2}{x_1}=\frac{y_2}{y_1}\Rightarrow y_2=\beta\cdot y_1$ iar din $\beta'=\frac{x_2'}{x_1'}=\frac{y_2'}{y_1'}\Rightarrow y_2'=\beta'\cdot y_1\Rightarrow\frac{y_2'}{y_2}=\frac{\beta'}{\beta}$.

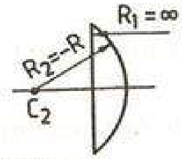
Cum $\beta'=-2$ și $\beta=-1\Rightarrow\frac{y_2'}{y_2}=2\Rightarrow$ imaginea se mărește de 2 ori când obiectul se apropie.

3.a. Deoarece lentila formează o imagine reală și de 3 ori mai mare decât obiectul, atunci β=-3. Cum $\beta=\frac{x_2}{x_1}\Rightarrow x_2=\beta\cdot x_1$ și $d=x_2-x_1=x_1(\beta-1)\Rightarrow x_1=\frac{d}{\beta-1}\Rightarrow$ distanța de la lentilă la imagine este $x_2=\frac{\beta\cdot d}{\beta-1}$=60 cm

b. Pe baza formulei lentilelor subțiri:
$\frac{1}{f}=\frac{1}{x_2}-\frac{1}{x_1}\Rightarrow f=-\frac{\beta d}{(\beta-1)^2}$=15 cm

c. Din formula convergenței obținem:
$C=(n-1)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)=\frac{2(n-1)}{|R|}=\frac{1}{f}\Rightarrow n=1+\frac{|R|}{2f}\approx 1{,}67$

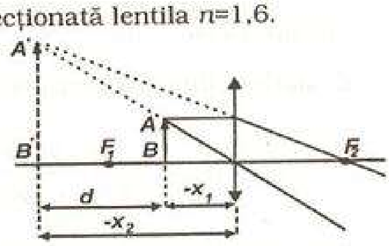
4.a. Lentila fiind plan-convexă are convergența:



$C = (n-1)\left(\dfrac{1}{R_1} - \dfrac{1}{R_2}\right)$ și cum $R_1 \to -\infty$ și $R_2 = -|R| \Rightarrow C = \dfrac{n-1}{|R|}$

$\Rightarrow n = C|R| + 1$. Din grafic $C = 2$ m^{-1} și $|R| = 30$ cm. Obținem indicele de refracție al materialului din care este confecționată lentila n=1,6.

b. Distanța focală a lentilei este f=1/C=50 cm. Deoarece $x_1 = -30$ cm și din formula lentilelor subțiri $\dfrac{1}{x_2} - \dfrac{1}{x_1} = \dfrac{1}{f} \Rightarrow x_2 = \dfrac{fx_1}{f + x_1} = -75$ cm.



Deoarece x_2<0 imaginea obiectului se formează în fața lentilei și este virtuală

c. Mărirea liniară transversală este $\beta = \dfrac{x_2}{x_1} = \dfrac{f}{f + x_1}$ =2,5

5.a. Din grafic se observă că $\beta = -3$ când $x_1 = -1$ m. Cum mărirea liniară transversală este $\beta = \dfrac{x_2}{x_1} \Rightarrow x_2 = \beta x_1$ și din formula lentilelor subțiri:

$$\frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{\beta \cdot x_1} - \frac{1}{x_1} = \frac{1}{f} \Rightarrow f = \frac{\beta \cdot x_1}{1 - \beta} = 75 \text{ cm}.$$

b. Cum $x_2 = \dfrac{fx_1}{f + x_1}$ atunci $\beta = \dfrac{x_2}{x_1} = \dfrac{f}{f + x_1}$ =-0,5

c. Din formula convergenței $C = \left(\dfrac{n}{n'} - 1\right)\left(\dfrac{1}{R_1} - \dfrac{1}{R_2}\right)$ cum lentila se introduce într-un mediu cu indicele de refracție egal cu cel al ei, $n = n'$, atunci C=0 și prin urmare distanța focală a lentilei devine infinită

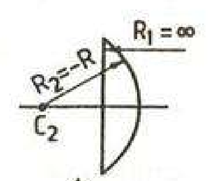
6.a. Mărirea liniară transversală a lentilei este $\beta = \dfrac{x_2}{x_1}$ și din formula lentilelor subțiri $\dfrac{1}{x_2} - \dfrac{1}{x_1} = \dfrac{1}{f}$ obținem $f = \dfrac{\beta \cdot x_1}{1 - \beta}$. Din grafic x_1=−1 m și 1/β=−3 determinăm f=25 cm

b. Deoarece x_1=-75 cm iar $x_2 = \dfrac{fx_1}{f + x_1}$, mărirea liniară transversală a lentilei este

$$\beta = \frac{f}{f + x_1} = -\frac{1}{2}$$

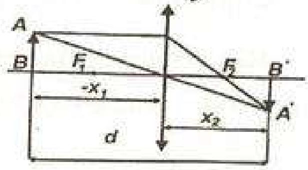
c. Deoarece lentila este plan-convexă atunci pe baza formulei convergenței $C = (n-1)\left(\dfrac{1}{R_1} - \dfrac{1}{R_2}\right)$, cum $R_1 \to -\infty$ și $R_2 = -|R| \Rightarrow C = \dfrac{n-1}{|R|} = \dfrac{1}{f} \Rightarrow n = 1 + \dfrac{|R|}{f}$ =1,6

7.a. Utilizăm formulele convergenței: $C=\frac{1}{f}=(n-1)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$.



Cum $R_1\to-\infty$ și $R_2=-|R|\Rightarrow\frac{1}{f}=\frac{n-1}{|R|}\Rightarrow n=1+\frac{|R|}{f}=1{,}6.$

b. Deoarece imaginea se obține pe ecran, este o imagine reală și răsturnată Astfel din datele problemei $\beta=-1/3$.



Cum $\beta=\frac{x_2}{x_1}\Rightarrow x_2=\beta x_1$. Pe baza formulei lentilelor subțiri

obținem: $\frac{1}{x_2}-\frac{1}{x_1}=\frac{1}{f}\Rightarrow\frac{1}{\beta x_1}-\frac{1}{x_1}=\frac{1}{f}\Rightarrow x_1=\frac{f(1-\beta)}{\beta}$ și

$x_2=f(1-\beta)$. Din desen $d=-x_1+x_2=-\frac{f(\beta-1)^2}{\beta}=40\,\text{cm}$

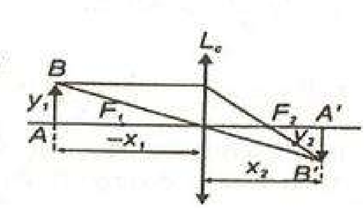
c. Dacă lentila se scufundă într-un mediu cu indice de refracție n_a atunci convergența lentilei devine $C=\left(\frac{n}{n_a}-1\right)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)=\frac{(n-n_a)}{n_a|R|}\approx4{,}44\ \text{m}^{-1}$

8.a. Din formula distanței focale a lentilei: $\frac{1}{f}=(n-1)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$ obținem $f=\frac{R_1R_2}{(n-1)(R_2-R_1)}$=15 cm, deoarece R_1=3 cm și R_2=5 cm. Întrucât distanța focală este pozitivă, lentila este convergentă.

b. Aplicăm formula lentilelor subțiri: $\frac{1}{f}=\frac{1}{x_2}-\frac{1}{x_1}\Rightarrow x_2=\frac{fx_1}{f+x_1}=22{,}5$ cm.

c. Mărirea liniară transversală este $\beta=\frac{x_2}{x_1}=-\frac{1}{2}$ și

cum $\beta=\frac{y_2}{y_1}$ înălțimea y_2 a imaginii este $y_2=\beta\cdot y_1=-2\,\text{cm}$. Imaginea este reală, răsturnată și mai mică decât obiectul de două ori.



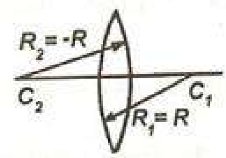
9. a. Utilizăm formula lentilelor subțiri $\frac{1}{x_2}-\frac{1}{x_1}=\frac{1}{f}\Rightarrow f=\frac{x_2x_1}{x_1-x_2}$ =12 cm

b. Din $\beta=\frac{y_2}{y_1}=\frac{x_2}{x_1}\Rightarrow y_2=\frac{y_1x_2}{x_1}=-2$ cm, deoarece imaginea obținută cu ajutorul lentilei este reală și răsturnată

c. Deoarece obiectul trebuie să fie îndepărtat foarte mult de lentila introdusă în cuvă, atunci $x'_1\to\infty$, astfel că din $\frac{1}{x'_2}-\frac{1}{x'_1}=\frac{1}{f'}\Rightarrow f'=x'_2$=20 cm, deoarece imaginea se formează în același loc ca înainte.

Convergența lentilei introdusă în cuvă este $C'=1/f'$=5 m^{-1}

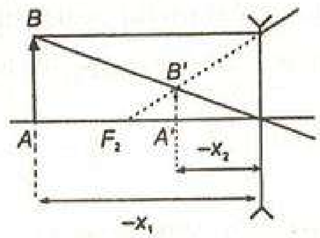
d. Din formula convergenței a unei lentile $C=(n-1)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)=\frac{2(n-1)}{|R|}=\frac{1}{f}$, deoarece R_1=-R și R_2=R, obținem $|R|=2f(n-1)=12$ cm



10.a. Convergența lentilei este C=$1/f\approx14{,}285$ m^{-1}

b. Din formula lentilelor subțiri: $\frac{1}{x_2}-\frac{1}{x_1}=\frac{1}{f}\Rightarrow$

$x_2=\frac{fx_1}{f+x_1}=-5{,}6$ cm. Imaginea obiectului obținută cu lentila divergentă este virtuală ca în figură.



c. Din formula măririi liniare transversale $\beta=\frac{x_2}{x_1}=\frac{f}{f+x_1}$ și cum $\beta=\frac{y_2}{y_1}$

obținem înălțimea y_2 a imaginii $y_2=\beta\cdot y_1=\frac{f\cdot y_1}{f+x_1}$=1 cm

11.a. Din formula măririi liniare transversale $\beta=\frac{y_2}{y_1}=0{,}5$. Valoarea lui β fiind pozitivă, imaginea este virtuală și dreaptă.

b. Deoarece mărirea liniară transversală este: $\beta_1=\frac{x_2}{x_1}$ și din formula lentilelor subțiri: $\frac{1}{x_2}-\frac{1}{x_1}=\frac{1}{f}$ obținem $x_2=\frac{fx_1}{f+x_1}$ astfel că $\beta=\frac{f}{f+x_1}$. În final obținem

$x_1=\frac{f(1-\beta)}{\beta}=-40$ cm

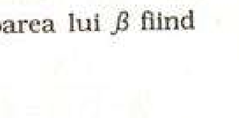
c. Dacă $x'_1=-60$ cm obținem $x'_2=\frac{fx'_1}{f+x'_1}=-24$ cm, deci imaginea se formează în fața lentilei la 24 cm de aceasta

12.a. Lentila divergentă formează pentru un obiect așezat în fața sa o imagine virtuală și mai mică de 5 ori decât obiectul, deci $\beta=\frac{1}{5}$. Cum $\beta=\frac{x_2}{x_1}$

$\Rightarrow x_2=\beta\cdot x_1$. Utilizând formula lentilelor subțiri: $\frac{1}{x_2}-\frac{1}{x_1}=\frac{1}{f}\Rightarrow x_1=\frac{f(1-\beta)}{\beta}\Rightarrow$

$x_1=-120$ cm $\Rightarrow$ obiectul este așezat la 120 cm în fața lentilei

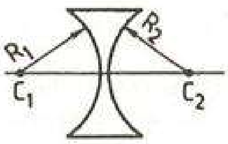
b. Aplicăm formula convergenței $C=(n-1)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$ cu $R_2=-R_1=|R|$ deoarece lentila biconcava este simetrică astfel că obținem $C=-\frac{2(n-1)}{|R|}$ și cum $C=\frac{1}{f}\Rightarrow|R|=-2f(n-1)$=30 cm



c. Prin introducerea lentilei într-un mediu optic transparent convergența acesteia devine $C=\left(\frac{n}{n_1}-1\right)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)=\frac{1}{f_1}\Rightarrow -\frac{2}{|R|}\left(\frac{n}{n_1}-1\right)=\frac{1}{f_1}\Rightarrow f_1=-\frac{n_1|R|}{2(n-n_1)}\Rightarrow$

$f_1=\frac{n_1(n-1)f}{n-n_1}$=2,4 m. Deoarece lentila se scufundă într-un mediu optic transparent mai dens decât mediul lentilei se schimbă natura lentilei, aceasta devenind convergentă

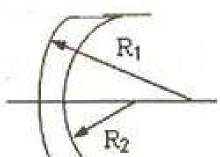
13.a. Aplicăm formula convergenței:



$C=(n-1)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)=-\frac{2(n-1)}{|R|}=-5$ m^{-1} deoarece lentila biconcavă este simetrică astfel că $R_2=-R_1=|R|$.

b. Din C=1/f obținem distanța focală a lentilei f=1/C=-20 cm și pe baza formulei lentilelor subțiri: $\frac{1}{x_2}-\frac{1}{x_1}=\frac{1}{f}\Rightarrow x_2=\frac{f\cdot x_1}{f+x_1}\approx -14{,}28$ cm

c. Dacă lentila se îndepărtează de obiect, atunci $x'_1=-100$ cm, astfel că $x'_2=\frac{f\cdot x'_1}{f+x'_1}\approx -16{,}67$ cm, astfel că distanța dintre obiect și noua sa imagine este $d=-x'_1+x'_2\approx 83{,}33$ cm



14.a. Pe baza formulei $\frac{1}{f}=(n-1)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$ și ținând cont că R_1=60 cm și R_2=30 cm pe baza convenției de semne, obținem: $f=\frac{R_1R_2}{(n-1)(R_2-R_1)}=-$ 120 cm (1). Deoarece $f<0$, lentila este divergentă.

b. Din formula lentilelor subțiri: $\frac{1}{x_2}-\frac{1}{x_1}=\frac{1}{f}\Rightarrow x_2=\frac{fx_1}{f+x_1}=-40$ cm

c. Dacă lentila se introduce într-un mediu optic cu indicele de refracție n', distanța focală a acesteia devine: $\frac{1}{f'}=\left(\frac{n}{n'}-1\right)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$ (2). Împărțind relația (1) la (2) obținem: $\frac{f}{f'}=\frac{\frac{n}{n'}-1}{n-1}\Rightarrow f'=\frac{f(n-1)n'}{n-n'}$=360 cm. Deoarece distanța focală își schimbă semnul, lentila devine în mediul cu indicele $n'>n$ (mediu optic mai dens), o lentilă convergentă.

15.a. Aplicăm formula lentilelor subțiri: $\frac{1}{f}=\frac{1}{x_2}-\frac{1}{x_1}\Rightarrow x_2=\frac{fx_1}{f+x_1}$. Cum $-x_1=d_1$, atunci $x_2=\frac{fd_1}{d_1-f}$.

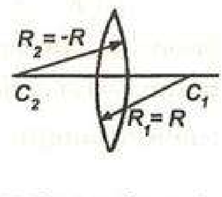
b. Din definiție mărirea liniară transversală este $\beta=\frac{y_2}{y_1}$, astfel că $\beta_C=-\frac{h_{2C}}{h_0}$ și

$\beta_B = -\frac{h_{2B}}{h_0}$. Raportul cerut este $\frac{\beta_C}{\beta_B} = \frac{h_{2C}}{h_{2B}} = 1,5$

c. Cum $\beta = \frac{x_2}{x_1} = \frac{f}{f+x_1} = \frac{f}{f-d_1}$, astfel $\frac{\beta_C}{\beta_B} = \frac{f-d_{1B}}{f-d_{1C}} = a \Rightarrow f = \frac{ad_{1C}-d_{1B}}{a-1}$ =24 cm

d. Aflăm mărirea liniară transversală în punctele *D*: $\beta_D = \frac{f}{f-d_{1D}} = -4$ şi *B*, $\beta_B = \frac{f}{f-d_{1B}} = -2$. Din $\frac{\beta_D}{\beta_B} = \frac{h_{2D}}{h_{2B}} \Rightarrow h_{2D} = h_{2B}\frac{\beta_D}{\beta_B}$ =40 mm

16.a. Din grafic constatăm că atunci când C=1 m^{-1}, n_r=9/8. Pe baza formulei convergenţei:



$$C = (n_r - 1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) = \frac{2(n_r - 1)}{|R|} \Rightarrow |R| = \frac{2(n_r - 1)}{C} = 25 \text{ cm}.$$

Lentila fiind simetrică, conform convenţei de semne, obţinem $R_1 = |R| = 25\,\text{cm}$ şi $R_2 = -|R| = -25\,\text{cm}$

b. Din C=1/f obţinem distanţa focală a lentilei f=1/C=100 cm. Utilizăm formula lentilelor subţiri $\frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1} = \frac{1}{f} \Rightarrow x_2 = \frac{fx_1}{f+x_1} = -100$ cm, deoarece x_1=−50 cm. Imaginea este virtuală şi se formează în faţa lentilei.

c. Deoarece imaginea este reală şi de două ori mai mare decât obiectul, atunci β=−2. Cum $\beta = \frac{x_2}{x_1} \Rightarrow x_2 = \beta \cdot x_1$ şi pe baza formulei lentilelor subţiri: $\frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1} = \frac{1}{f} \Rightarrow x_1 = \frac{f(1-\beta)}{\beta} = -150$ cm. Obiectul se aşază la 150 cm în faţa lentilei.

17.a. Din grafic, când $x_1 = -40$ cm, $y_2 = -8$ cm, iar când $x_1' = -60$ cm, $y_2' = -4$ cm. Utilizăm formula lentilelor subţiri $\frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1} = \frac{1}{f} \Rightarrow x_2 = \frac{fx_1}{f+x_1}$, şi a măririi liniare transversale $\beta = \frac{x_2}{x_1} = \frac{f}{f+x_1} = \frac{y_2}{y_1}$. Analog pentru x'_1 $\beta' = \frac{f}{f+x_1'} = \frac{y_2'}{y_1}$.

Împărţim cele două relaţii şi obţinem: $\frac{f+x_1'}{f+x_1} = \frac{y_2}{y_2'} \Rightarrow f = \frac{y_2'x_1' - y_2x_1}{y_2 - y_2'} = 20$ cm.

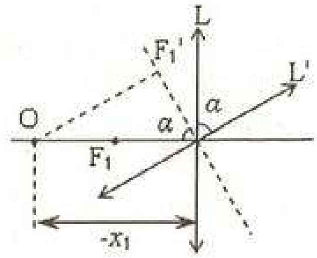
b. Mărimea liniară a obiectului este $y_1 = \frac{(f+x_1)y_2}{f} = 8$ cm.

c. Utilizăm formulele convergenţei $C = \frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$. Lentila fiind biconvexă, conform convenţiei de semne $R_1 = |R|$ şi $R_2 = -3|R|$ obţinem:

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{|R|} + \frac{1}{3|R|}\right) = \frac{4(n-1)}{3|R|} \Rightarrow n = 1 + \frac{3|R|}{4f} = 1{,}5625.$$

18.a. Deoarece obiectul se află la $x_1=-2f$ imaginea se va forma la x_2, care se calculează din formula lentilelor subțiri: $\frac{1}{x_2}-\frac{1}{x_1}=\frac{1}{f}\Rightarrow x_2=\frac{fx_1}{f+x_1}=2f\Rightarrow$ $\beta=\frac{x_2}{x_1}=-1$. Când $x_1'=-\frac{3f}{2}\Rightarrow x_2'=3f\Rightarrow\beta'=\frac{x_2'}{x_1'}=-2\Rightarrow\frac{\beta'}{\beta}=2\Rightarrow$ imaginea se mărește de 2 ori când lentila se apropie de obiect.

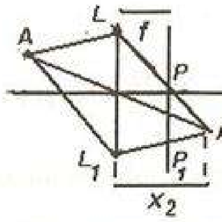
b. Dacă lentila se depărtează cu f de obiect atunci $x_1'=-3f\Rightarrow x_2'=3f/2\Rightarrow$ $\beta'=\frac{x_2'}{x_1'}=-\frac{1}{2}\Rightarrow y'_2=\beta'\cdot y_1$. Din $\beta=\frac{y_2}{y_1}\Rightarrow y_2=\beta\cdot y_1\Rightarrow\frac{y'_2}{y_2}=\frac{\beta'}{\beta}=\frac{1}{2}\Rightarrow$ raportul mărimilor liniare transversale ale imaginilor este raportul măririlor liniare transversale ale imaginilor.



c. Deoarece obiectul se află în fața lentilei la $x_1=-2f$, când lentila se rotește cu $\alpha=60°$, acest obiect se va afla față de lentilă la $x_1'=x_1\cos\alpha=-f$, adică în planul focal obiect și, prin urmare, utilizând formula $\frac{1}{x_2}-\frac{1}{x_1}=\frac{1}{f}\Rightarrow\frac{1}{x_2}=0\Rightarrow x_2\to\infty\Rightarrow$ imaginea se formează la infinit.

19.a. Punctul imagine A_1 are coordonatele (8, −2) cm, astfel că x_2=8 cm și B_1A_1=-2 cm. Din formula lentilelor subțiri obținem coordonata punctului A, astfel că $\frac{1}{x_2}-\frac{1}{x_1}=\frac{1}{f}\Rightarrow x_1=\frac{fx_2}{f-x_2}=-8$ cm. Din $\beta=\frac{x_2}{x_1}=-1$ și din $\beta=\frac{A_1B_1}{AB}$ obținem $A_1B_1=\beta AB$=2 cm, astfel că punctului A are coordonatele (−8, 2) cm

b. Punctul C se află la $x'_1=-6$ cm de lentilă, astfel că imaginea lui se formează la distanța $x'_2=\frac{fx'_1}{f+x'_1}$=12 cm de lentilă, astfel $B_1C_1=x'_2-x_2$=4 cm



c. Pentru a determina diametrul d_1 al petei luminoase care se obține pe un ecran așezat în planul focal imagine al lentilei atunci când în punctul A se așază o sursă punctiformă de lumină utilizăm desenul alăturat. Asemănăm triunghiurile LL_1A_1 cu PP_1A_1, astfel că : $\frac{d}{d_1}=\frac{x_2}{x_2-f}\Rightarrow d_1=\frac{d(x_2-f)}{x_2}$=5 cm

20.a. Punctul A se află la distanța de 32 cm de lentilă, astfel că x_1=−32 cm, iar imaginea se formează la $x_2=\frac{fx_1}{f+x_1}$=53,33 cm. Punctul B se află la 28 cm de lentilă, astfel că $x'_1=-28$ cm, iar imaginea se formează la $x'_2=\frac{fx'_1}{f+x'_1}\Rightarrow x'_2$=70cm. Lungimea imaginii segmentului AB este $A'B'=x'_2-x_2$=16,67 cm

b. Mărirea longitudinală este $\gamma=\frac{A'B'}{AB}\approx4{,}17$

c. Dacă în punctul A se așază un obiect transveral atunci mărirea liniară transversală este $\beta_1 = \frac{x_2}{x_1} = \frac{f}{f+x_1}$, iar dacă în punctul B se așază un obiect transveral atunci mărirea liniară transversală este $\beta_2 = \frac{x'_2}{x'_1} = \frac{f}{f+x'_1}$.

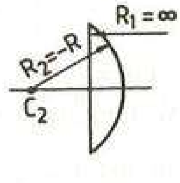
Dar $A'B' = x'_2 - x_2 = \frac{fx'_1}{f+x'_1} - \frac{fx_1}{f+x_1} = \frac{f^2(x'_1 - x_1)}{(f+x'_1)(f+x_1)} = \beta_1\beta_2(x'_1 - x_1)$ și cum $\gamma = \frac{A'B'}{AB} = \frac{A'B'}{x'_1 - x_1}$ obținem relația dintre mărirea longitudinală γ și măririle transversale β_1 și β_2 pentru obiectele transversale aflate în punctele A și B. Astfel obținem: $\gamma = \beta_1\beta_2$.

21.a. Aplicăm formula lentilelor subțiri: $\frac{1}{f} = \frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1}$. Cum $-x_1 = d_1 + f$ și $x_2 = d_2 + f$, obținem $\frac{1}{f} = \frac{1}{d_2+f} + \frac{1}{f+d_1} \Rightarrow f = \sqrt{d_1 d_2}$=20 cm

b. Mărirea liniară transversală este $\beta = \frac{x_2}{x_1} = \frac{f}{f+x_1} = -\frac{f}{d_1} = -\sqrt{\frac{d_2}{d_1}} = -2$.

Cum $\beta = \frac{y_2}{y_1} \Rightarrow y_2 = \beta y_1 = -6$ cm

c. Lentila fiind plan-convexă are convergența:



$C = \frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$ și cum $R_1 \to -\infty$ și $R_2 = -|R| \Rightarrow$

$\frac{1}{f} = \frac{n-1}{|R|} \Rightarrow |R| = f(n-1)$=10 cm

d. Cum $-x_1 = d_1 + f = -40$ cm din formula lentilelor subțiri $\frac{1}{f} = \frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1}$ obținem

$x_2 = \frac{fx_1}{f+x_1}$=40 cm, astfel că $d_2 = x_2 - f$=20 cm

22.a. Utilizăm formula lentilelor subțiri: $\frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1} = \frac{1}{f}$ iar când introducem lentila în apă cu indicele de refracție n_a, se modifică distanța focală a lentilei și se schimbă poziția imaginii, astfel încât: $\frac{1}{x'_2} - \frac{1}{x_1} = \frac{1}{f'}$. Scădem relațiile și obținem:

$\frac{1}{x'_2} - \frac{1}{x_2} = \frac{1}{f'} - \frac{1}{f}$. Pe baza formulei convergenței obținem în aer $\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$ și în apă $\frac{1}{f'} = \left(\frac{n}{n_a} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$.

Prin împărțirea celor două relații obținem: $\frac{f'}{f} = \frac{(n-1)\cdot n_a}{n - n_a} \Rightarrow f' = \frac{(n-1)\cdot n_a \cdot f}{n - n_a} \Rightarrow$