

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică M_mate-info

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

✓ Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.

✓ Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

✓ Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$a_2 = \frac{a_1 + a_3}{2} \quad 2a_2 = a_1 + a_3$	3p
	$a_1 + a_2 + a_3 = 3a_2 \quad -3a_2 \quad :2 \quad -10$	2p
2.	$f(3) = 0$	2p
	$(f \circ f)(3) = f(f(3)) = f(0) = 9$	3p
3.	$(x-6)(x+6) = 2^6 \quad x^2 - 36 = 64 \quad x^2 - 100 = 0$	3p
	$x = -10$, care nu convine; $x = 10$, care convine	2p
4.	Cifra zecilor, fiind nenulă, se poate alege în 5 moduri	2p
	Pentru fiecare alegere a cifrei zecilor, cifra unităților se poate alege în 5 moduri, deci se pot forma 5 5 25 de numere	3p
5.	$CE = \frac{1}{2}CD + \frac{1}{2}CB$	3p
	Cum $CD = \frac{1}{2}CA$, obținem $CE = \frac{1}{4}CA + \frac{1}{2}CB = \frac{1}{4}CA - \frac{1}{2}BC$	2p
6.	$C = \pi - (A + B) = \frac{\pi}{3} \quad \sin C = \frac{\sqrt{3}}{2}$	3p
	$\frac{AB}{\sin C} = 2R \quad R = 2$	2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$A(1) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \quad \det(A(1)) = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} =$	2p
	$= 4 + (-1) + 2 - 4 - (-1) - 2 = 0$	3p
b)	$\det(A(a)) = 2(a^2 - 1)$, pentru orice număr real a	2p
	$\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} \neq 0$, deci matricea $A(a)$ are rangul 2 $\det(A(a)) \neq 0$, de unde obținem $a = -1$ sau $a = 1$	3p
c)	Sistemul are soluție unică (x_0, y_0, z_0) , deci $a \notin \{1, -1\}$ și soluția sistemului este	3p
	$\frac{2}{a+1}, 1, \frac{2}{a+1}$ $\frac{2}{a+1}^2 + 1 + \frac{2}{a+1}^2 = 3$ și, cum $a \notin \{1, -1\}$, obținem $a = -3$	2p

2.a)	$x * y = xy - \frac{x}{2} - \frac{y}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} =$ $= x - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} - y - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = x - \frac{1}{2} - y - \frac{1}{2} + \frac{1}{2}, \text{ pentru orice numere reale } x \text{ și } y$	<p>2p</p> <p>3p</p>
b)	$\frac{1}{x} - \frac{1}{2} = x - \frac{1}{2} \quad \frac{1}{x} - \frac{1}{2} = x - \frac{1}{2} \quad + \frac{1}{2} \quad \frac{1}{x} = x \quad \frac{1}{x} = x \quad \Leftrightarrow \quad x = \frac{1}{x}$ $\frac{1}{x} - \frac{1}{2} = 0 \quad x = 2$ $x - \frac{1}{2} = 0 \quad x = \frac{1}{2}$ $\frac{1}{x} - x = 0 \quad x = -1 \text{ sau } x = 1$	<p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p> <p>2p</p>
c)	<p>Presupunem că există x și y numere întregi, astfel încât $x * y = e$, de unde obținem $x - \frac{1}{2} - y - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$</p> $x - \frac{1}{2} - y - \frac{1}{2} = 1 \quad (2x-1)(2y-1) = 4, \text{ ceea ce nu convine, deoarece } x \text{ și } y \text{ sunt numere întregi}$	<p>2p</p> <p>3p</p>

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = 2x - 8 + \frac{8}{x} =$ $= \frac{2x^2 - 8x + 8}{x} = \frac{2(x-2)^2}{x}, \quad x \in (0, +\infty)$	<p>3p</p> <p>2p</p>
b)	<p>Dreapta este paralelă cu tangenta la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = 2$, deci are panta egală cu $f'(2)$</p> <p>Cum $f'(2) = 0$, ecuația dreptei este $y = 3$</p>	<p>2p</p> <p>3p</p>
c)	<p>$f'(x) \geq 0$, pentru orice $x \in (0, +\infty)$ $\Rightarrow f$ este crescătoare pe $(0, +\infty)$ și, cum $f(2) = 0$, obținem $f(a) \geq 0$, pentru orice $a \in [2, +\infty)$</p> <p>$f(a) \geq g(a) \geq h(a) \geq b \geq 4$, pentru orice $a \in [2, +\infty)$</p>	<p>2p</p> <p>3p</p>
2.a)	$\int_0^1 (x^2 + 4)f(x) dx = \int_0^1 (x^2 - 4) dx = \left[\frac{x^3}{3} - 4x \right]_0^1 =$ $= \frac{1}{3} - 4 = -\frac{11}{3}$	<p>3p</p> <p>2p</p>
b)	<p>$F'(x) = f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 + 4}$, $F''(x) = f'(x) = \frac{16x}{(x^2 + 4)^2}$, $x \in \mathbb{R}$, unde F este o primitivă a lui f</p> <p>$F''(x) \geq 0$, pentru orice $x \in (-\infty, 0] \cup [4, +\infty)$, deci funcția F este concavă pe $(-\infty, 0] \cup [4, +\infty)$</p>	<p>3p</p> <p>2p</p>
c)	<p>$x \in [1, 2]$ $\Rightarrow x^n(x^2 - 4) \leq 0$ și $\frac{1}{x^2 + 4} \leq \frac{1}{8}$, deci $x^n f(x) \leq \frac{1}{8} x^n(x^2 - 4)$</p> $I_n \leq \int_1^2 \frac{1}{8} x^n(x^2 - 4) dx = \left[\frac{1}{8} \frac{x^{n+3}}{n+3} - \frac{4}{n+1} x^{n+1} \right]_1^2 = \frac{1}{8} \frac{2^{n+4}}{(n+3)(n+1)} - \frac{1}{n+3} + \frac{4}{n+1}$ <p>Cum $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^{n+4}}{(n+3)(n+1)} = +\infty$, obținem $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n = -\infty$</p>	<p>2p</p> <p>2p</p> <p>1p</p>