

**Examenul național de bacalaureat 2025**

**Proba E. c)**

**Matematică M\_st-nat**

**Simulare**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- |           |   |
|-----------|---|
| <b>5p</b> | <b>1.</b> Arătați că $2i(6-i) + 3(1-4i) = 5$ , unde $i^2 = -1$ .  |
| <b>5p</b> | <b>2.</b> Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , $f(x) = x + 5$ . Determinați numărul real $a$ pentru care $(f \circ f)(a) = 2a$ .   |
| <b>5p</b> | <b>3.</b> Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x^2 + 4x - 4} = x\sqrt{2}$ .   |
| <b>5p</b> | <b>4.</b> Determinați probabilitatea ca, alegând un număr $n$ din mulțimea numerelor naturale de o cifră, numărul $2^n$ să fie divizibil cu 16.             |
| <b>5p</b> | <b>5.</b> În reperul cartezian $xOy$ se consideră punctele $A(3,1)$ și $B(2,4)$ . Arătați că triunghiul $OAB$ este dreptunghic în $A$ .                     |
| <b>5p</b> | <b>6.</b> Se consideră expresia $E(x) = \sin x + 2\cos 2x + 2\sin^2 \frac{x}{2}$ , unde $x$ este număr real. Arătați că $E\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ . |

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

- |           |   |
|-----------|---|
| <b>5p</b> | <b>1.</b> Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} x+1 & -x \\ -2x & 2x+1 \end{pmatrix}$ , unde $x$ este număr real.   |
| <b>a)</b> | <b>Arătați că</b> $\det(A(1)) = 4$ .  |
| <b>5p</b> | <b>b)</b> Arătați că $A(-1) \cdot A(x) = A(-2x-1)$ , pentru orice număr real $x$ .  |
| <b>5p</b> | <b>c)</b> Determinați perechile $(m,n)$ de numere naturale, cu $m < n$ , pentru care $A(-1) \cdot (A(m) + A(n)) = 2A(-4)$ . |
| <b>5p</b> | <b>2.</b> Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = x \cdot 3^y + y \cdot 3^x$ .            |
| <b>a)</b> | <b>Arătați că</b> $1 \circ 2 = 15$ .  |
| <b>5p</b> | <b>b)</b> Arătați că $e = 0$ este elementul neutru al legii de compoziție „ $\circ$ ”.                                      |
| <b>5p</b> | <b>c)</b> Determinați numărul real nenul $x$ pentru care $x \circ (3x) = (2x) \circ (2x)$ .                                 |

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

- |           |  |
|-----------|--|
| <b>5p</b> | <b>1.</b> Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , $f(x) = \frac{e^x}{x^2 + 3x + 3}$ .                |
| <b>a)</b> | <b>Arătați că</b> $f'(x) = \frac{e^x(x^2 + x)}{(x^2 + 3x + 3)^2}$ , $x \in \mathbb{R}$ .                                   |
| <b>5p</b> | <b>b)</b> Arătați că $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ .   |
| <b>5p</b> | <b>c)</b> Demonstrați că $f(x) - f(y) \leq \frac{3-e}{3e}$ , pentru orice numere reale $x$ și $y$ , cu $x \leq 0 \leq y$ . |
| <b>5p</b> | <b>2.</b> Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ , $f(x) = 4x + 1 + 3x \ln x$ .                     |
| <b>a)</b> | <b>Arătați că</b> $\int_1^2 (f(x) - 3x \ln x) dx = 7$ .  |

**5p** b) Arătați că  $\int_1^e \frac{f(x) - 4x - 1}{x} dx = 3$ .

**5p** c) Determinați numărul real  $a$  pentru care  $\int_2^4 \frac{f(x) - 1}{x^2 \ln x} dx = a \ln 2$ .