

Examenul de bacalaureat național 2019

Proba E. c)

Matematică M_mate-info

Varianta 6

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

⌋ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.

⌋ Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- | | |
|----|---|
| 5p | 1. Arată că numărul $n = (3 - i\sqrt{2})(3 + i\sqrt{2})$ este întreg, unde $i^2 = -1$. |
| 5p | 2. Determină numărul real a , știind că punctul $A(a, 3)$ aparține graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + a$. |
| 5p | 3. Rezolvă în mulțimea numerelor reale ecuația $2019^x + 2019^{-x} = 2$. |
| 5p | 4. Calculează probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă cifra unităților impară. |
| 5p | 5. În reperul cartezian Oxy se consideră punctele $A(3, -3)$ și $B(2, -2)$. Determină ecuația dreptei d care trece prin A și este perpendiculară pe AB . |
| 5p | 6. Arată că $\sin(a - b)\sin(a + b) = (\sin a - \sin b)(\sin a + \sin b)$, pentru orice numere reale a și b . |

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- | | |
|----|--|
| | $A(a) = \begin{pmatrix} a & 0 & -a \\ 0 & 2 & 0 \\ -a & 0 & a \end{pmatrix}, \text{ unde } a \text{ este număr real.}$ |
| 5p | a) Arată că $\det(A(a)) = 0$, pentru orice număr real a . |
| 5p | b) Demonstrează că $A(a)A(b) = 2A(ab)$, pentru orice numere reale a și b . |
| 5p | c) Demonstrează că matricea $B = A(\log_2 3)A(\log_3 4)A(\log_4 5)A(\log_5 16)$ are toate elementele numere întregi. |
| | 2. Se consideră polinomul $f = X^3 + X^2 + mX + n$, unde m și n sunt numere reale. |
| 5p | a) Arată că $f(-1) - 2f(0) + f(1) = 2$, pentru orice numere reale m și n . |
| 5p | b) Determină numerele reale m și n , știind că polinomul f este divizibil cu polinomul $X^2 - 1$. |
| 5p | c) Demonstrează că $3(x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 + x_1x_2x_3) - (x_1^3 + x_2^3 + x_3^3) = 1$, pentru orice numere reale m și n , unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f . |

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- | | |
|----|--|
| | 1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 e^{-x}$. |
| 5p | a) Arată că $f'(x) = x(2 - x)e^{-x}$, $x \in \mathbb{R}$. |
| 5p | b) Determină intervalele de monotonie a funcției f . |
| 5p | c) Demonstrează că, pentru orice $a \in (\frac{1}{4}, 4e^{-2})$, ecuația $f(x) = a$ are exact trei soluții reale. |
| | 2. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + \ln x$. |
| 5p | a) Arată că $\int_1^2 (f(x) - \ln x) dx = \frac{7}{3}$. |

- 5p** b) Demonstrați că suprafața plan delimitat de graficul funcției $g: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = 2x - x^2 + f(x)$, axa Ox și dreptele de ecuații $x=1$ și $x=e$ are aria egală cu e^2 .
- 5p** c) Demonstrați că $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_1^e x^n (f(x) - x^2) dx = 0$.