

Examenul de bacalaureat 2012

Proba E.c)

Proba scrisă la MATEMATICĂ

Varianta 3

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Calculați partea reală a numărului complex $(1 + 2i)^2$.
- 5p** 2. Se notează cu x_1, x_2 soluțiile ecuației $x^2 - 3x + a = 0$, unde a este un număr real. Determinați a pentru care $x_1 + x_2 + x_1x_2 = 5$.
- 5p** 3. Se notează cu g inversa funcției bijective $f: (0, +\infty) \rightarrow (4, +\infty)$, $f(x) = 2^x + 3$. Determinați $g(5)$.
- 5p** 4. Se consideră mulțimea $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Determinați probabilitatea ca, alegând la întâmplare una dintre submulțimile lui A , aceasta să conțină exact trei elemente.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1, 3)$ și $B(7, 12)$. Determinați coordonatele punctului M , știind că $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AB}$.
- 5p** 6. Determinați $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, știind că $\frac{\sin x + 2 \cos x}{\cos x} = 3$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se notează cu $D(a, b, c)$ determinatul matricei $A(a, b, c) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2a & 2b & 2c \\ 3a^2 & 3b^2 & 3c^2 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$.
- 5p** a) Calculați $D(0, 1, -1)$.
- 5p** b) Determinați numerele reale x pentru care matricea $A(0, 1, x)$ are rangul egal cu 2.
- 5p** c) Arătați că dacă a, b, c sunt lungimile laturilor unui triunghi și $D(a, b, c) = 0$, atunci triunghiul este isoscel.
2. Se consideră inelul $(\mathbb{Z}_5, +, \cdot)$ și funcția $f: \mathbb{Z}_5 \rightarrow \mathbb{Z}_5$, $f(x) = x^3 + 2x^2 + 4x + 3$.
- 5p** a) Calculați $f(\hat{1}) + f(\hat{3})$.
- 5p** b) Descompuneți în factori ireductibili peste \mathbb{Z}_5 polinomul $P = X^3 + 2X^2 + 4X + 3 \in \mathbb{Z}_5[X]$.
- 5p** c) Arătați că funcția f nu este surjectivă.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x+9}{\sqrt{x^2+3}}$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x)\sqrt{x^2+3} = \frac{3-9x}{x^2+3}$, pentru orice număr real x .
- 5p** b) Determinați asimptota spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- 5p** c) Determinați imaginea funcției f .
2. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln x$.
- 5p** a) Arătați că funcția $F: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = x \ln x - x$ este o primitivă a funcției f .
- 5p** b) Calculați aria suprafeței plane delimitate de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x=1$ și $x=e$.
- 5p** c) Arătați că $(p+1) \int_1^x f^p(t) dt + \int_1^x f^{p+1}(t) dt = x f^{p+1}(x)$, pentru orice $x \geq 1$ și orice $p > 0$.