

Examenul național de bacalaureat 2021

Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*

Testul 2

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că numărul $n = (1 + 6i)^2 + (3 - 2i)^2$ este întreg negativ, unde $i^2 = -1$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + ax$, unde a este număr real astfel încât $f(1) = f(5)$. Arătați că $f(2) = f(4)$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3(2x^2 - 2) = 2\log_3(x + 1)$.
- 5p 4. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de trei cifre, acesta să aibă cifra unităților egală cu suma dintre cifra sutelor și cifra zecilor.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3, 4)$, $B(-4, 3)$ și C , astfel încât $AOBC$ este paralelogram. Arătați că triunghiul ACB este dreptunghic isoscel.
- 5p 6. Determinați $x \in (0, \pi)$ pentru care $2\sin x \sin(\pi - x) = 1$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} a & a+1 & a+2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det(A(2)) = 1$.
- 5p b) Determinați numărul real a pentru care $A(a)A(1) = A(1)A(a)$.
- 5p c) Determinați numărul real a pentru care matricea $A(a)$ are rangul doi.
2. Pe mulțimea \mathbb{Z}_6 se definește legea de compoziție $x \circ y = xy + x + y$.
- 5p a) Arătați că $\hat{3} \circ \hat{3} = \hat{3}$.
- 5p b) Arătați că $\hat{0}$ este elementul neutru al legii de compoziție „ \circ ”.
- 5p c) Demonstrați că funcția $f: \mathbb{Z}_6 \rightarrow \mathbb{Z}_6$, $f(x) = \hat{4} \circ x$ este bijectivă.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (-1, 1) \cup (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{(x-1)^2} - \frac{1}{(x+1)^2}$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{-4(3x^2 + 1)}{(x^2 - 1)^3}$, $x \in (-1, 1) \cup (1, +\infty)$.
- 5p b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul în care graficul funcției f intersectează axa Oy .
- 5p c) Calculați $\lim_{n \rightarrow +\infty} (f(2) + f(4) + f(6) + \dots + f(2n))^n$.

2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2x-2}{x^2+4}$.

5p a) Arătați că $\int_0^2 (x^2+4)f(x)dx = 0$.

5p b) Calculați $\int_0^{2\sqrt{3}} f(x)dx$.

5p c) Demonstrați că $\int_1^x f(t)dt \geq 0$, pentru orice număr real x .