Transformação de Fontes

Jupyter Notebook desenvolvido por Gustavo S.S. (https://github.com/GSimas)

Transformação de fontes é o processo de substituir uma fonte de tensão vs em série com um resistor R por uma fonte de corrente is em paralelo com um resistor R, ou vice-versa.

Assim como na transformação estrela-triângulo, uma transformação de fontes não afeta a parte remanescente do circuito.

Portanto, a transformação de fontes requer que

$$v_s = i_s R$$

$$i_s = \frac{v_s}{R}$$

A transformação de fontes também se aplica a fontes dependentes, desde que tratemos adequadamente a variável dependente.

Exemplo 4.6

Use transformação de fontes para determinar vo no circuito da Figura 4.17.

In [7]:

```
print("Exemplo 4.6")
#trasforma fonte 1 (corrente -> tensao)
#vs1 = is*R = 12V

#Req em serie entre 4 e 2
#Req1 = 4 + 2 = 6

#transforma fonte 2 (tensao -> corrente)
#is2 = 12/3 = 4A

#transforma fonte 1 (tensao -> corrente)
#is1 = 12/6 = 2A

#Req paralelo entre 6 e 3
#Req2 = 6*3/(6 + 3) = 2

#fonte resultante
#ir = is2 - is1 = 4 - 2 = 2A

#transforma fonte 2 (corrente -> tensao)
#vs2 = Req2*ir = 2 * 2 = 4V

#divisor tensao
#v0 = vs2*8/(8 + Req2)
v0 = 4*8/(8 + 2)

print("Tensao v0",v0,"V")
```

```
Exemplo 4.6
Tensao v0 3.2 V
```

Problema Prático 4.6

Determine io no circuito da Figura 4.19 usando transformação de fontes.

In [3]:

```
print("Problema Prático 4.6")
#Req serie 4 e 1 = 5
#Req paralelo 6 e 3 = 2

#transforma fonte 1 (corrente -> tensao)
#vs1 = R*is1 = 5*2 = 10V

#soma fonte 1 e 2 = 5 + 10 = 15V

#transforma fonte soma (tensao -> corrente)
#is = 15/2 = 7,5A

#Req paralelo 5 e 2 = 10/7

#soma fonte corrente = 7,5 + 3 = 10,5 A

#divisor corrente
i0 = 10.5*(10/7)/((10/7) + 7)

print("Corrente i0:",i0,"A")
```

```
Problema Prático 4.6
Corrente i0: 1.7796610169491525 A
```

Exemplo 4.7

Determine vx na Figura 4.20 usando transformação de fontes.

In [10]:

```
print("Exemplo 4.7")

#transforma fonte 1 (tensao -> corrente)
#is1 = 6/2 = 3 A

#transforma fonte dep. (corrente -> tensao)
#vs_dep = 0.25Vx * 4 = Vx

#soma fonte dep. e fonte 2 = 18 + Vx

#Req paralelo 2 e 2 = 1

#transforma fontes soma (tensao -> corrente)
#is_soma = 18/4 + Vx/4

#soma fontes = 18/4 + Vx/4 + 3 = 30/4 + Vx/4 = (30 + Vx)/4

#transforma fontes soma (corrente -> tensao)
#fonte resultante = ((30 + Vx)/4)*4 = 30 + Vx

#LKT
#(30 + Vx) - 4*ix - Vx = 0
#ix = (30 + Vx)/5 = 6 + Vx/5
#30 - 24 - 4Vx/5 = 0
vx = 6*5/4
print("Tensão Vx",vx,"V")
```

```
Exemplo 4.7
Tensão Vx 7.5 V
```

Problema Prático 4.7

Use transformação de fontes para determinar ix no circuito exposto na Figura 4.22.

In [16]:

```
print("Problema Prático 4.7")

#transforma fonte dep. (tensao -> corrente)
#is_dep = 2ix/5

#soma fontes = 0.024 - 2ix

#divisor corrente
#ix = (24m - 2ix)*5/(5 + 10)
    #ix = (0.12 - 10ix)/15
    #ix + 2ix/3 = 0.008
    #5ix/3 = 0.008
ix = 0.008*3/5
print("Corrente ix:",ix,"A")
```

```
Problema Prático 4.7
0.008
```

Teorema de Thèvenin

O teorema de Thévenin afirma que um circuito linear de dois terminais pode ser substituído por um circuito equivalente formado por uma fonte de tensão VTh em série com um resistor RTh, onde VTh é a tensão de circuito aberto nos terminais e RTh, a resistência de entrada ou equivalente nos terminais quando as fontes independentes forem desativadas.

O teorema de Thévenin é muito importante na análise de circuitos, porque ajuda a simplificar um circuito, e um circuito grande pode ser substituído por uma única fonte de tensão independente e um único resistor.

Para tanto, suponha que os dois circuitos da Figura 4.23 sejam equivalentes – dois circuitos são ditos equivalentes se tiverem a mesma relação tensão-corrente em seus terminais. Se os terminais a-b forem tornados um circuito aberto (eliminando-se a carga), nenhuma corrente fluirá e, portanto, a tensão nos terminais a-b da Figura 4.23a terá de ser igual à fonte de tensão VTh da Figura 4.23b, já que os dois circuitos são equivalentes. Logo:

$$V_{Th} = v_{oc}$$

A resistência de entrada (ou resistência equivalente) do circuito inativo nos terminais a-b da Figura 4.23a deve ser igual a RTh da Figura 4.23b, pois os dois circuitos são equivalentes. Portanto, RTh é a resistência de entrada nos terminais quando as fontes independentes forem desligadas. Logo:

$$R_{Th} = R_{oc}$$

- **Caso 1:** Se a rede não tiver fontes dependentes, **desligamos todas as fontes independentes**. RTh é a resistência de entrada da rede, olhando-se entre os terminais a e b.
- **Caso 2:** Se a rede tiver fontes dependentes, **desligamos todas as fontes independentes**. As fontes dependentes não devem ser desligadas, pois elas são controladas por variáveis de circuito. Aplicamos uma tensão vo aos terminais a e b, e determinamos a corrente resultante io. Então, RTh = vo/io. De forma alternativa, poderíamos inserir uma fonte de corrente io nos terminais a e b, como na Figura 4.25b, e encontrar a tensão entre os terminais vo. Chegamos novamente a RTh = vo/io. Qualquer um dos dois métodos leva ao mesmo resultado. Em ambos os métodos, podemos supor qualquer valor de vo e io. Poderíamos usar, por exemplo, vo = 1 V ou io = 1 A, ou até mesmo valores não especificados de vo ou io.

Muitas vezes, pode ocorrer de RTh assumir um valor negativo; nesse caso, a resistência negativa (v = –iR) implica o fato de o circuito estar **fornecendo energia.**

Exemplo 4.8

Determine o circuito equivalente de Thévenin do circuito mostrado na Figura 4.27, à esquerda dos terminais a-b. Em seguida, determine a corrente através de RL = 6 Ω, 16 Ω e 36 Ω.

In [29]:

```
print("Exemplo 4.8")

#Req1 = 4*12/(4 + 12) = 48/16 = 3
#Rth = 3 + 1 = 4

#transforma fonte 1 (tensao -> corrente)
#is1 = 32/4 = 8 A

#soma fontes = 8 + 2 = 10 A

#ix = 10*4/(4 + 12) = 40/16 = 5/2
#Vab = 12*(5/2) = 30 = Vth

Vth = 30
Rth = 4

Rl = 6
Il = Vth/(Rl + Rth)
print("Para RL = 6, Corrente:",Il,"A")

Rl = 16
Il = Vth/(Rl + Rth)
print("Para RL = 6, Corrente:",Il,"A")

Rl = 36
Il = Vth/(Rl + Rth)
print("Para RL = 6, Corrente:",Il,"A")
```

```
Exemplo 4.8
Para RL = 6, Corrente: 3.0 A
Para RL = 6, Corrente: 1.5 A
Para RL = 6, Corrente: 0.75 A
```

Problema Prático 4.8

Usando o teorema de Thévenin, determine o circuito equivalente à esquerda dos terminais do circuito da Figura 4.30. Em seguida, determine I.

In [3]:

```
print("Problema Prático 4.8")

#Req1 = 6 + 6 = 12
#Rth = Req1*4/(Req1 + 4) = 48/16 = 3
Rth = 3

#Superposicao Vsource
#Vab1 = Vs*4/(4 + 6 + 6) = 12*4/16 = 3V

#Superposicao Csource
#Iab = Is*6/(4 + 6 + 6) = 2*6/16 = 3/4
#Vab2 = Iab*4 = 3V

#Vth = Vab1 + Vab2
Vth = 6

I = Vth/(Rth + 1)
print("Tensao Vth:",Vth,"V")
print("Resistencia Rth:",Rth)
print("Corrente I:",I,"A")
```

```
Problema Prático 4.8
Tensao Vth: 6 V
Resistencia Rth: 3
Corrente I: 1.5 A
```

Exemplo 4.9

Determine o equivalente de Thévenin do circuito da Figura 4.31.

In [7]:

```
print("Exemplo 4.9")

import numpy as np

#Descobrir Rth - desliga fontes indep., nao se alteram fontes dep.
#Aplicar tensao vo arbitraria entre terminais a b
#vo = 1 V
#Analise de malhas

#-2Vx + 2(i1 - i2) = 0
    #Vx = i1 - i2
    #Vx = -4i2
    #i1 + 3i2 = 0
#-Vx + 2(i2 - i1) + 6(i2 - i3) = 0
    #2i2 - 2i1 + 6i2 - 6i3 = Vx
    #-3i1 + 9i2 - 6i3 = 0
    #-i1 + 3i2 - 2i3 = 0
#Vo + 6(i3 - i2) + 2i3 = 0
    #6i3 - 6i2 + 2i3 = -1
    #-6i2 + 8i3 = -1

coef = np.matrix("1 3 0;-1 3 -2;0 -6 8")
res = np.matrix("0;0;-1")
I = np.linalg.inv(coef)*res

#i3 = -i0
io = -I[2]
#Rth = Vo/io
Rth = 1/io
print("Resistencia Rth:",float(Rth))

#Descobrir Vth
#Analise de tensao em terminais a b
#Analise de Malhas

#i1 = 5 A
#-2Vx + 2(i2 - i3) = 0
    #Vx = i2 - i3
    #Vx = 4(5 - i3) = 20 - 4i3
    #i2 + 3i3 = 20
#4(i3 - 5) + 2(i3 - i2) + 6i3 = 0
    #4i3 +2i3 - 2i2 + 6i3 = 20
    #-2i2 + 12i3 = 20
    #-i2 + 6i3 = 10

coef = np.matrix("1 3;-1 6")
res = np.matrix("20;10")
I = np.linalg.inv(coef)*res
Vth = 6*I[1]

print("Tensão Vth:",float(Vth),"V")
```

```
Exemplo 4.9
Resistencia Rth: 6.0
Tensão Vth: 20.0 V
```

Problema Prático 4.9

Determine o equivalente de Thévenin do circuito da Figura 4.34 à esquerda dos terminais.

In [15]:

```
print("Problema Prático 4.9")

#Descobrir Rth
#Vo = 1V
#Analise Nodal

#i1 - Ix/2 = 0
    #v1/5 - Ix/2 = 0
    #Ix = (v1 - 1)/3
    #v1/5 - (v1 - 1)/6 = 0
    #v1/5 - v1/6 = -1/6
    #v1/30 = -1/6
    #v1 = -5
#Ix = (v1 - 1)/3 = -6/3 = -2 A
#i2 = 1/4 A
#io = -Ix + i2 = 9/4 A

#Rth = 1/(9/4) = 4/9
Rth = 4/9
print("Resistencia Rth:",Rth)

#Descobrir Vth
#Analise de Malhas
#-6 + 5i1 + 3Ix + 4Ix = 0
    #5i1 + 7Ix = 6
#3Ix/2 + i1 = Ix
    #Ix/2 + i1 = 0
    #2i1 + Ix = 0

coef = np.matrix("5 7;2 1")
res = np.matrix("6;0")
I = np.linalg.inv(coef)*res
Ix = float(I[1])
Vth = 4*Ix
print("Tensão Vth:",Vth,"V")
```

```
Problema Prático 4.9
Resistencia Rth: 0.4444444444444444
Tensão Vth: 5.333333333333333 V
```

Exemplo 4.10

Determine o equivalente de Thévenin do circuito da Figura 4.35a nos terminais a-b.