Circuitos Lineares de 1ª Ordem

Jupyter Notebook desenvolvido por Gustavo S.S. (https://github.com/GSimas)

> "Vivemos de nossos atos, não dos anos vividos; de pensamentos, não apenas da respiração; de sentimentos, não dos números em um disco de telefone. Deveríamos contar o tempo em pulsações. Vive mais aquele que pensa mais, sente-se o mais nobre, aquele que age melhor." - P.J. Bailey

Um circuito de primeira ordem é caracterizado por uma equação diferencial de primeira ordem.

Circuito RC sem fonte

Um circuito RC sem fonte ocorre quando sua fonte CC é desconectada abruptamente. A energia já armazenada no capacitor é liberada para os resistores.

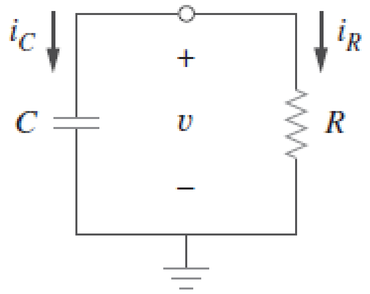

Figura 7.1 Circuito RC sem fonte.

$$v(t) = V_0 e^{\frac{-t}{RC}}$$

A resposta natural de um circuito se refere ao comportamento (em termos de tensões e correntes) do próprio circuito, sem nenhuma fonte externa de excitação.

A resposta natural depende da natureza do circuito em si, sem nenhuma fonte externa. De fato, o circuito apresenta uma resposta apenas em razão da energia armazenada inicialmente no capacitor.

A resposta natural é ilustrada graficamente na Figura 7.2. Observe que em t = 0 temos a condição inicial correta como na Equação anterior. À medida que t aumenta, a tensão diminui em direção a zero. A rapidez com que a tensão decresce é expressa em termos da constante de tempo, representada por \tau, a letra grega minúscula tau.

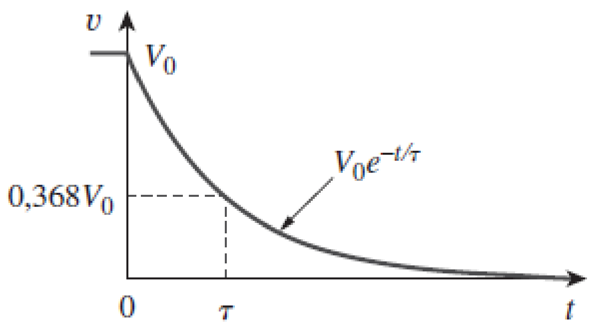

Figura 7.2 Resposta em tensão do circuito RC.

A constante de tempo de um circuito é o tempo necessário para a resposta de decaimento a um fator igual a 1/e ou a 36,8% de seu valor inicial

$$\tau = RC$$

Assim, a equação da tensão em função do tempo, fica:

$$v(t) = V_0 e^{\frac{-t}{\tau}}$$

Com a tensão v(t) na Equação, podemos determinar a corrente iR(t):

$$iR(t) = \frac{V_0}{R} e^{\frac{-t}{\tau}}$$

Tabela 7.1 • Valores de $v(t)/V_0 = e^{-t/\tau}$.

t	$v(t)/V_0$
τ	0,36788
2τ	0,13534
3τ	0,04979
4τ	0,01832
5τ	0,00674

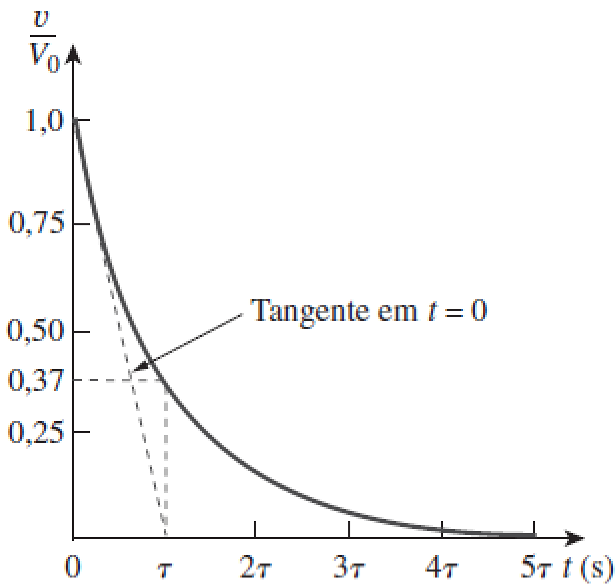

Figura 7.3 Determinação gráfica da constante de tempo τ a partir da curva de resposta.

A energia absorvida pelo resistor até o instante t é:

$$w_R(t) = \int_0^t p(x)dx = \frac{1}{2} C V_0{}^2 (1 - e^{-2\frac{t}{\tau}})$$

Note que, à medida que t -> ∞, wR(∞) -> CV0²/2, que é o mesmo que wC(0), a energia armazenada inicialmente no capacitor, a qual é finalmente dissipada no resistor.

O segredo para se trabalhar com um circuito RC sem fonte é encontrar:

1. A tensão inicial v(0) = V0 no capacitor
2. A constante de tempo \tau

Exemplo 7.1

Na Figura 7.5, façamos vC(0) = 15 V. Determine vC, vx e ix para t 7 0.

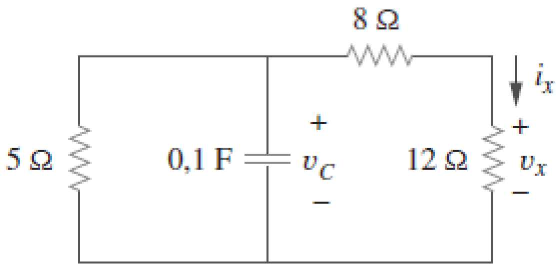

Figura 7.5 Esquema para o Exemplo 7.1.

In [18]:

```
print("Exemplo 7.1")

import numpy as np
from sympy import *

C = 0.1
v0 = 15

t = symbols('t')

Req1 = 8 + 12
Req2 = Req1*5/(Req1 + 5)
tau = C*Req2
vc = v0*exp(-t/tau)
vx = vc*12/(12 + 8)
ix = vx/12

print("Tensão Vc:",vc,"V")
print("Tensão Vx:",vx,"V")
print("Corrente ix:",ix,"A")
```

```
Exemplo 7.1
Tensão Vc: 15*exp(-2.5*t) V
Tensão Vx: 9*exp(-2.5*t) V
Corrente ix: 3*exp(-2.5*t)/4 A
```

Problema Prático 7.1

Consulte o circuito da Figura 7.7. Seja, vC(0) = 60 V. Determine vC, vx e io, para t >= 0.

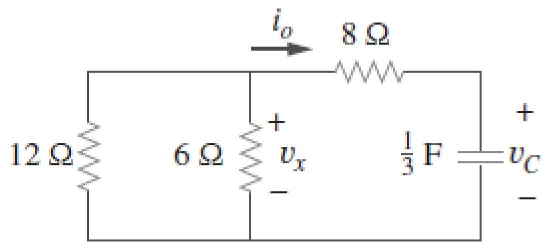

Figura 7.7 Esquema para o Problema prático 7.1.

In [31]:

```
print("Problema Prático 7.1")

v0 = 60
C = 1/3

Req1 = 12*6/(12 + 6)
Req2 = Req1 + 8
tau = C*Req2

vc = v0*exp(-t/tau)
vx = vc*Req1/(Req1 + 8)
vr = vc - vx
i0 = - vr/8

print("Tensão Vc:",vc,"V")
print("Tensão Vx:",vx,"V")
print("Corrente i0:",i0,"A")
```

```
Problema Prático 7.1
Tensão Vc: 60*exp(-0.25*t) V
Tensão Vx: 20.0*exp(-0.25*t) V
Corrente i0: -5.0*exp(-0.25*t) A
```

Exemplo 7.2

A chave no circuito da Figura 7.8 foi fechada por um longo período e é aberta em t = 0. Determine v(t) para t >= 0. Calcule a energia inicial armazenada no capacitor.

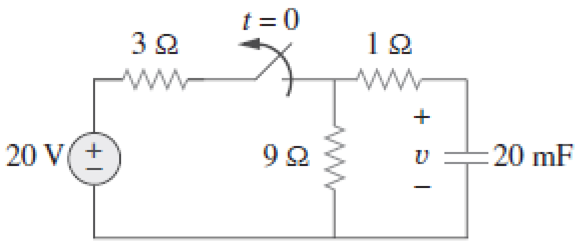

Figura 7.8 Esquema para o Exemplo 7.2.

In [32]:

```
print("Exemplo 7.2")

Vf = 20
m = 10**-3
C = 20*m

v0 = Vf*9/(9 + 3)
Req = 9 + 1
tau = Req*C
vc = v0*exp(-t/tau)
wc = (C*v0**2)/2

print("Tensão v(t):",vc,"V")
print("Energia inicial:",wc,"J")
```

```
Exemplo 7.2
Tensão v(t): 15.0*exp(-5.0*t) V
Energia inicial: 2.25 J
```

Problema Prático 7.2

Se a chave da Figura 7.10 abrir em t = 0, determine v(t) para t >= 0 e wC(0).

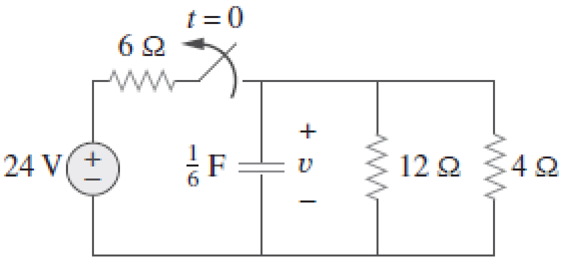

Figura 7.10 Esquema para o Problema prático 7.2.

In [33]:

```
print("Problema Prático 7.2")

Vf = 24
C = 1/6

Req1 = 12*4/(12 + 4)
v0 = Vf*Req1/(Req1 + 6)
tau = Req1*C
v = v0*exp(-t/tau)
wc = (C*v0**2)/2

print("Tensão v(t):",v,"V")
print("Energia inicial:",wc,"J")
```

```
Problema Prático 7.2
Tensão v(t): 8.0*exp(-2.0*t) V
Energia inicial: 5.333333333333333 J
```