Indutores

Jupyter Notebook desenvolvido por Gustavo S.S. (https://github.com/GSimas)

Um indutor consiste em uma bobina de fio condutor.

Qualquer condutor de corrente elétrica possui propriedades indutivas e pode ser considerado um indutor. Mas, para aumentar o efeito indutivo, um indutor usado na prática é normalmente formado em uma bobina cilíndrica com várias espiras de fio condutor, conforme ilustrado na Figura 6.21.

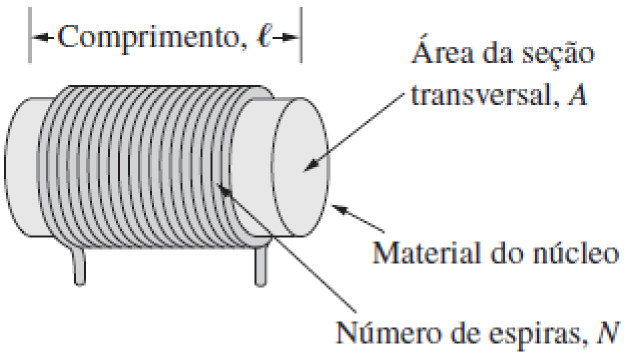

Figura 6.21 Forma típica de um indutor.

Ao passar uma corrente através de um indutor, constata-se que a tensão nele é diretamente proporcional à taxa de variação da corrente

$$v = L\frac{di}{dt}$$

onde **L** é a constante de proporcionalidade denominada indutância do indutor.

Indutância é a propriedade segundo a qual um indutor se opõe à mudança do fluxo de corrente através dele, medida em henrys (H).

A indutância de um indutor depende de suas dimensões físicas e de sua construção.

$$L = \frac{N^2 \mu A}{l}$$

onde N é o número de espiras, / é o comprimento, A é a área da seção transversal e μ é a permeabilidade magnética do núcleo

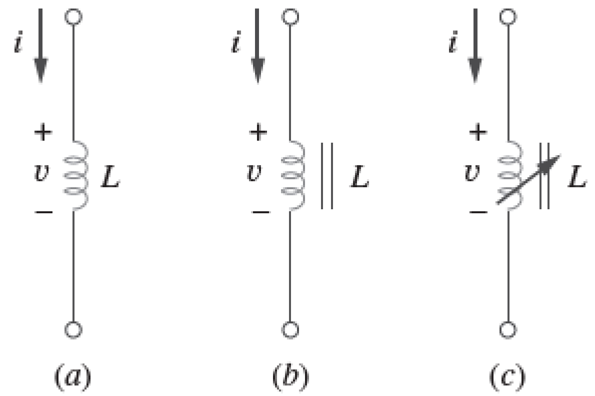

Figura 6.23 Símbolos para indutores: (*a*) núcleo preenchido com ar; (*b*) núcleo de ferro; (*c*) núcleo de ferro variável.

Relação Tensão-Corrente:

$$i = \frac{1}{L}\int_{t_0}^{t} v(\tau)d\tau + i(t_0)$$

Potência Liberada pelo Indutor:

$$p = vi = (L\frac{di}{dt})i$$

Energia Armazenada:

$$w = \int_{-\infty}^{t} p(\tau)d\tau = L\int_{-\infty}^{t} \frac{di}{d\tau} i d\tau = L\int_{-\infty}^{t} i di$$

$$w = \frac{1}{2}Li^2$$

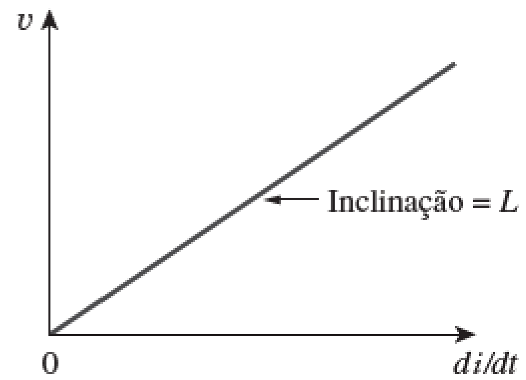

Figura 6.24 Relação tensão-corrente de um indutor.

1. **Um indutor atua como um curto-circuito em CC.**
2. A corrente através de um indutor não pode mudar instantaneamente.

3. **Assim como o capacitor ideal, o indutor ideal não dissipa energia; a energia armazenada nele pode ser recuperada posteriormente. O indutor absorve potência do circuito quando está armazenando energia e libera potência para o circuito quando retorna a energia previamente armazenada.**
4. Um indutor real, não ideal, tem um componente resistivo significativo, conforme pode ser visto na Figura 6.26. Isso se deve ao fato de que o indutor é feito de um material condutor como cobre, que possui certa resistência denominada **resistência de enrolamento Rw**, que aparece em série com a indutância do indutor. A presença de Rw o torna tanto um dispositivo armazenador de energia como um dispositivo dissipador de energia. Uma vez que Rw normalmente é **muito pequena**, ela é ignorada na maioria dos casos. O indutor não ideal também tem uma **capacitância de enrolamento Cw** em decorrência do acoplamento capacitivo entre as bobinas condutoras. A Cw é muito pequena e pode ser ignorada na maioria dos casos, exceto em altas frequências

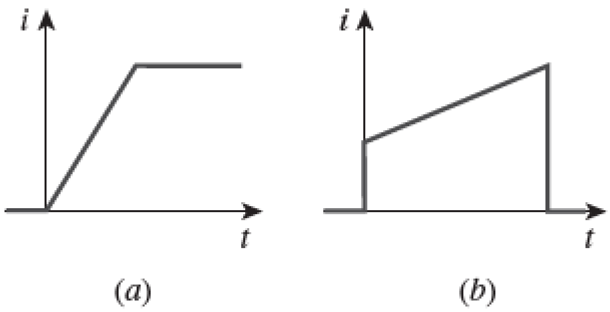

Figura 6.25 Corrente através de um indutor: (*a*) permitida; (*b*) não permitida; uma mudança abrupta não é possível.

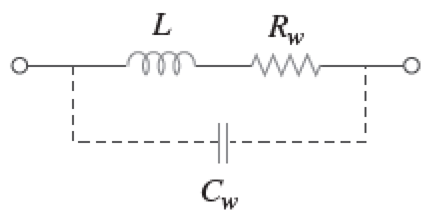

Figura 6.26 Modelo de circuito para um indutor real.

Exemplo 6.8

A corrente que passa por um indutor de 0,1 H é i(t) = 10te–5t A. Calcule a tensão no indutor e a energia armazenada nele.

In [2]:

```
print("Exemplo 6.8")

import numpy as np
from sympy import *

L = 0.1
t = symbols('t')
i = 10*t*exp(-5*t)

v = L*diff(i,t)

w = (L*i**2)/2

print("Tensão no indutor:",v,"V")
print("Energia:",w,"J")
```

```
Exemplo 6.8
Tensão no indutor: -5.0*t*exp(-5*t) + 1.0*exp(-5*t) V
Energia: 5.0*t**2*exp(-10*t) J
```

Problema Prático 6.8

Se a corrente através de um indutor de 1 mH for i(t) = 60 cos(100t) mA, determine a tensão entre os terminais e a energia armazenada.

In [3]:

```
print("Problema Prático 6.8")

m = 10**-3 #definicao de mili
L = 1*m
i = 60*cos(100*t)*m
v = L*diff(i,t)
w = (L*i**2)/2

print("Tensão:",v,"V")
print("Energia:",w,"J")
```

```
Problema Prático 6.8
Tensão: -0.006*sin(100*t) V
Energia: 1.8e-6*cos(100*t)**2 J
```

Exemplo 6.9

Determine a corrente através de um indutor de 5 H se a tensão nele for

v(t):

```
30t^2, t>0

     0, t<0
```

Determine, também, a energia armazenada no instante t = 5s. Suponha i(v)>0.

In [4]:

```
print("Exemplo 6.9")

L = 5
v = 30*t**2

i = integrate(v,t)/L

print("Corrente:",i,"A")

w = L*(i.subs(t,5)**2)/2

print("Energia:",w,"J")
```

```
Exemplo 6.9
Corrente: 2*t**3 A
Energia: 156250 J
```

Problema Prático 6.9

A tensão entre os terminais de um indutor de 2 H é v = 10(1 – t) V. Determine a corrente que passa através dele no instante t = 4 s e a energia armazenada nele no instante t = 4s. Suponha i(0) = 2 A.

In [11]:

```
print("Problema Prático 6.9")

L = 2
v = 10*(1 - t)
i0 = 2

i = integrate(v,t)/L + i0
i4 = i.subs(t,4)

print("Corrente no instante t = 4s:",i4,"A")

p = v*i

w = integrate(p,(t,0,4))

print("Energia no instante t = 4s:",w,"J")
```

```
Problema Prático 6.9
Corrente no instante t = 4s: -18 A
Energia no instante t = 4s: 320 J
```

Exemplo 6.10

Considere o circuito da Figura 6.27a. Em CC, determine:

(a) i, vC e iL;

(b) a energia armazenada no capacitor e no indutor.

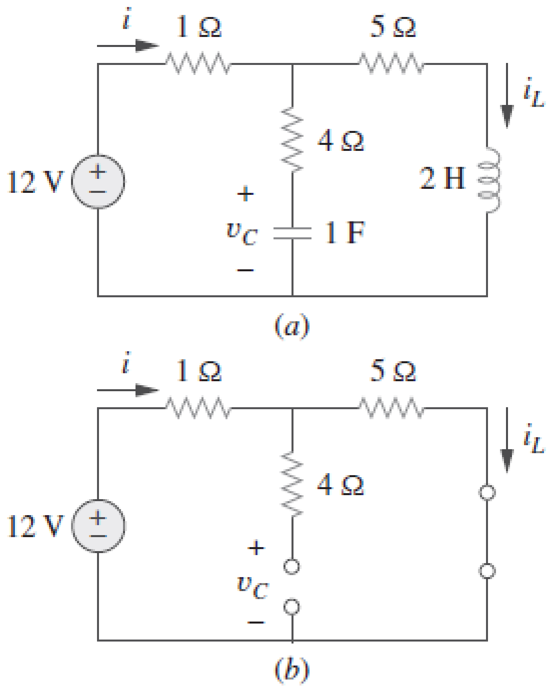

Figura 6.27 Esquema para o Exemplo 6.10.

In [13]:

```
print("Exemplo 6.10")

Req = 1 + 5
Vf = 12
C = 1
L = 2

i = Vf/Req

print("Corrente i:",i,"A")

#vc = tensao sobre o capacitor = tensao sobre resistore de 5ohms
vc = 5*i

print("Tensão Vc:",vc,"V")

print("Corrente il:",i,"A")

wl = (L*i**2)/2
wc = (C*vc**2)/2

print("Energia no Indutor:",wl,"J")
print("Energia no Capacitor:",wc,"J")
```

```
Exemplo 6.10
Corrente i: 2.0 A
Tensão Vc: 10.0 V
Corrente il: 2.0 A
Energia no Indutor: 4.0 J
Energia no Capacitor: 50.0 J
```

Problema Prático 6.10

Determine vC, iL e a energia armazenada no capacitor e no indutor no circuito da Figura 6.28 em CC.

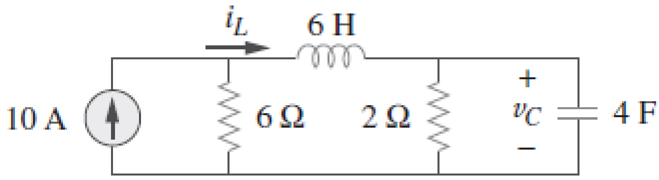

Figura 6.28 Esquema para o Problema prático 6.10.

In [14]:

```
print("Problema Prático 6.10")

Cf = 10
C = 4
L = 6

il = 10*6/(6 + 2) #divisor de corrente
vc = 2*il

wl = (L*il**2)/2
wc = (C*vc**2)/2

print("Corrente il:",il,"A")
print("Tensão vC:",vc,"V")
print("Energia no Capacitor:",wc,"J")
print("Energia no Indutor:",wl,"J")
```

```
Problema Prático 6.10
Corrente il: 7.5 A
Tensão vC: 15.0 V
Energia no Capacitor: 450.0 J
Energia no Indutor: 168.75 J
```

Indutores em Série e Paralelo

A indutância equivalente de indutores conectados em série é a soma das indutâncias individuais.

$$L_{eq} = L_1 + L_2 + \ldots + L_N = \sum_{i=1}^{N} L_i$$

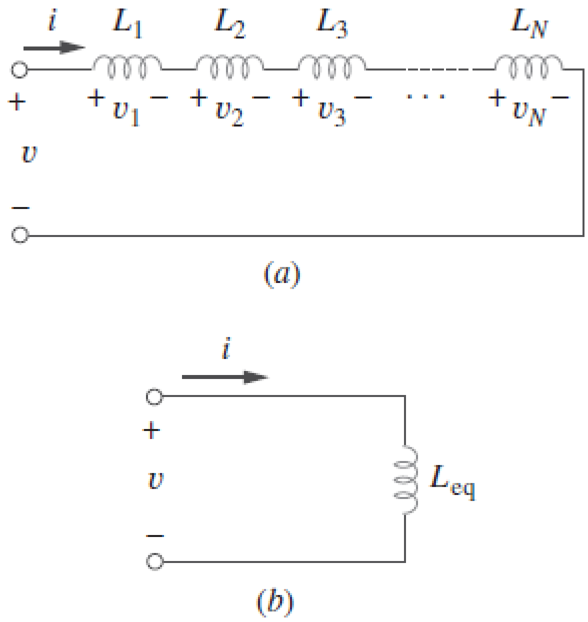

Figura 6.29 (*a*) Uma conexão em série de *N* indutores; (*b*) circuito equivalente para os indutores em série.

A indutância equivalente de indutores paralelos é o inverso da soma dos inversos das indutâncias individuais.

$$L_{eq} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \ldots + \frac{1}{L_N} = \left(\sum_{i=1}^{N} \frac{1}{L_i}\right)^{-1}$$

Ou, para duas Indutâncias:

$$L_{eq} = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2}$$

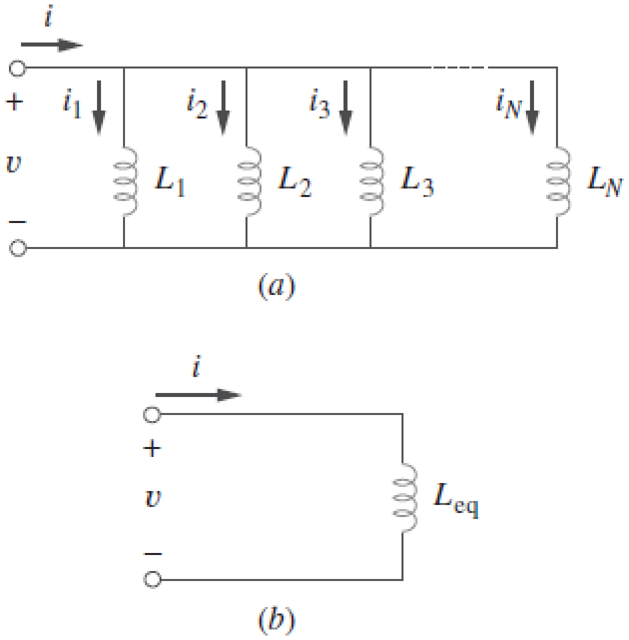

Figura 6.30 (*a*) Ligação em paralelo de *N* indutores; (*b*) circuito equivalente para os indutores em paralelo.

Exemplo 6.11

Determine a indutância equivalente do circuito mostrado na Figura 6.31.

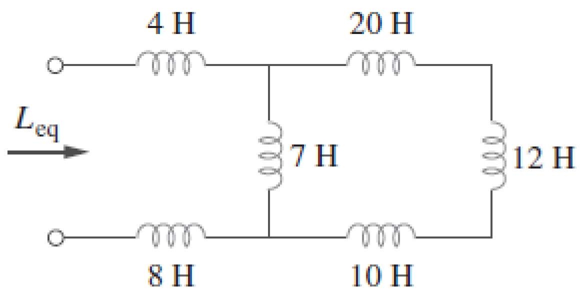

Figura 6.31 Esquema para o Exemplo 6.11.

In [15]:

```
print("Exemplo 6.11")

Leq1 = 20 + 12 + 10
Leq2 = Leq1*7/(Leq1 + 7)
Leq3 = 4 + Leq2 + 8

print("Indutância Equivalente:",Leq3,"H")
```

```
Exemplo 6.11
Indutância Equivalente: 18.0 H
```

Problema Prático 6.11

Calcule a indutância equivalente para o circuito indutivo em escada da Figura 6.32.

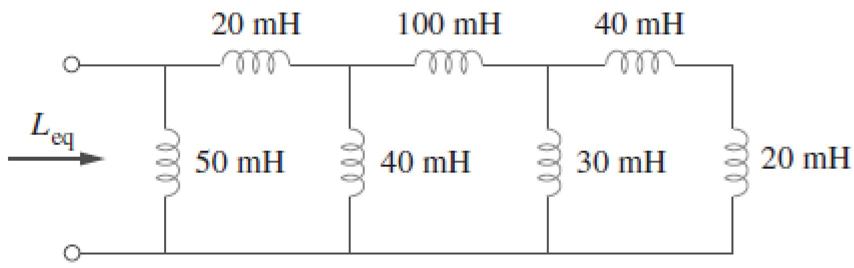

Figura 6.32 Esquema para o Problema prático 6.11.

In [16]:

```
print("Problema Prático 6.11")

def Leq(x,y): #definicao de funcao para calculo de duas indutancias equivalentes em par
alelo
    L = x*y/(x + y)
    return L

Leq1 = 40*m + 20*m
Leq2 = Leq(30*m,Leq1)
Leq3 = Leq2 + 100*m
Leq4 = Leq(40*m,Leq3)
Leq5 = 20*m + Leq4
Leq6 = Leq(Leq5,50*m)

print("Indutância Equivalente:",Leq6,"H")
```

```
Problema Prático 6.11
Indutância Equivalente: 0.025000000000000005 H
```

Exemplo 6.12

Para o circuito da Figura 6.33,

i(t) = 4(2 – e–10t) mA.

Se i2(0) = –1 mA, determine:

(a) i1(0);

(b) v(t), v1(t) e v2(t);

(c) i1(t) e i2(t).

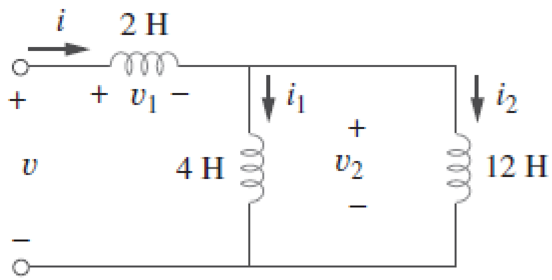

Figura 6.33 Esquema para o Exemplo 6.12.

In [23]:

```
print("Exemplo 6.12")

i = 4*(2 - exp(-10*t))*m
i2_0 = -1*m

i1_0 = i.subs(t,0) - i2_0

print("Corrente i1(0):",i1_0,"A")

Leq1 = Leq(4,12)
Leq2 = Leq1 + 2

v = Leq2*diff(i,t)
v1 = 2*diff(i,t)
v2 = v - v1

print("Tensão v(t):",v,"V")
print("Tensão v1(t):",v1,"V")
print("Tensão v2(t):",v2,"V")

i1 = integrate(v1,(t,0,t))/4 + i1_0
i2 = integrate(v2,(t,0,t))/12 + i2_0

print("Corrente i1(t):",i1,"A")
print("Corrente i2(t):",i2,"A")
```

```
Exemplo 6.12
Corrente i1(0): 0.00500000000000000 A
Tensão v(t): 0.2*exp(-10*t) V
Tensão v1(t): 0.08*exp(-10*t) V
Tensão v2(t): 0.12*exp(-10*t) V
Corrente i1(t): 0.007 - 0.002*exp(-10*t) A
Corrente i2(t): -0.001*exp(-10*t) A
```

Problema Prático 6.12

No circuito da Figura 6.34,

i1(t) = 0,6e–2t A.

Se i(0) = 1,4 A, determine:

(a) i2(0);

(b) i2(t) e i(t);

(c) v1(t), v2(t) e v(t).

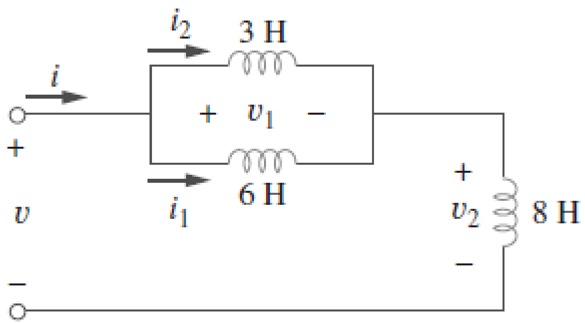

Figura 6.34 Esquema para o Problema prático 6.12.