Circuitos Elétricos A

Professor: Adroaldo Raizer
Estagiária: Palloma Araújo

Tópicos:

- Teorema da Superposição para circuitos CA
- Transformação de Fontes para circuitos CA
- Circuitos Equivalentes de Thévenin e de Norton para circuitos CA

Teorema da Superposição

- Se aplica aos circuito CA da mesma forma que nos circuitos CC;

- A resposta total deve ser obtida somando-se as respostas individuais no domínio do tempo;

- **IMPORTANTE:** É incorreto tentar somar as respostas no domínio da frequência ou fasores!

  Devido ao fator $e^{j\omega t}$ que está implícito na análise senoidal e esse fator alteraria para cada frequência angular ω

- É o único método usado para frequências diferentes;

Teorema da Superposição

- **Exemplo: Determine v_0 no circuito da Figura 1, utilizando o teorema da superposição.**

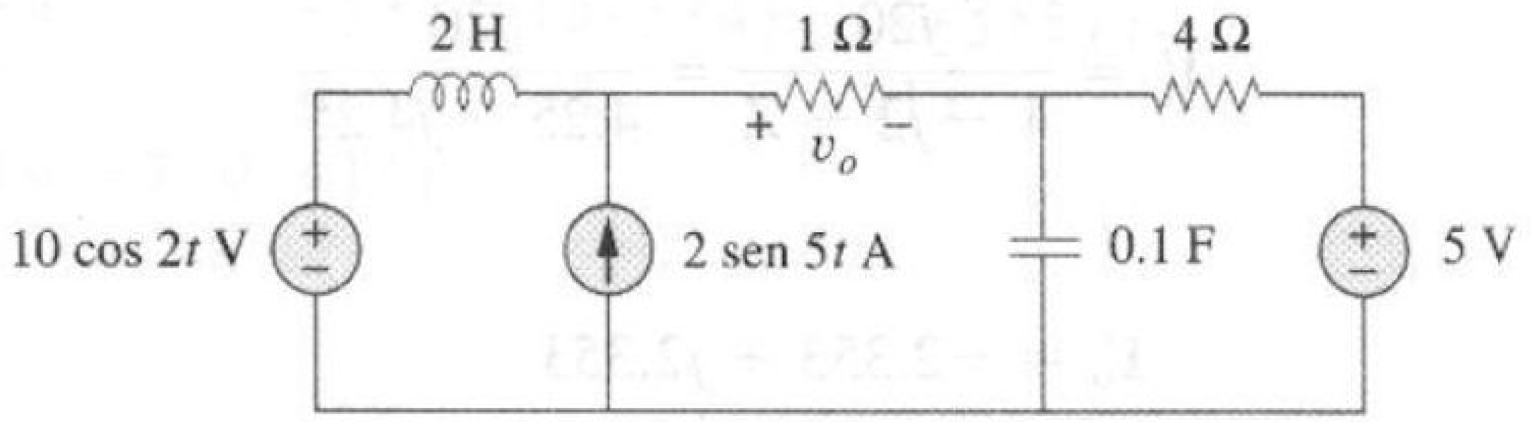


Figura 1

Teorema da Superposição

- Considerando que:

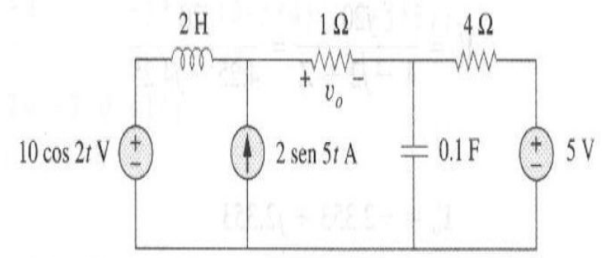
\- v_1 é a tensão devida à fonte de tensão de 5V
\- v_2 é a tensão devida à fonte de tensão 10cos2t V
\- v_3 é a tensão decorrente da fonte de corrente 2sen5t A

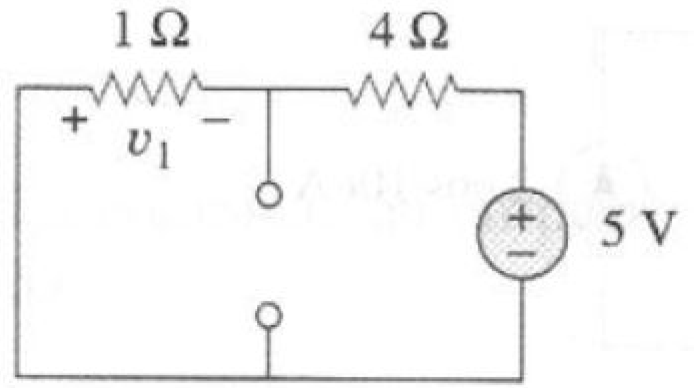
Tem-se que:

$$v_0 = v_1 + v_2 + v_3$$

Teorema da Superposição

- **Determinação de v_1**





Circuito Equivalente (a)

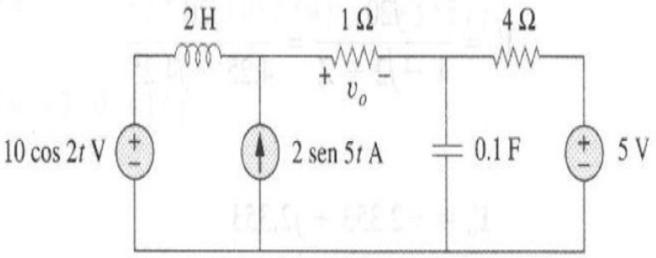
OBS: Em regime estacionário, os capacitores atuam como circuito aberto em cc e os indutores como curto-circuito em cc.

Por divisão de tensão, tem-se:

$$-v_1 = \frac{1}{1+4}(5) = 1 \ V$$

Teorema da Superposição

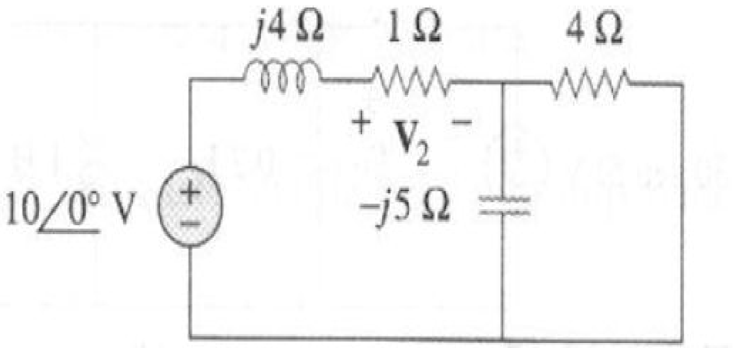
- **Determinação de v_2**



$$10\cos 2t \Rightarrow 10\angle 0^\circ, \quad \omega = 2 \text{ rad/s}$$

$$2\text{ H} \Rightarrow j\omega L = j4\ \Omega$$

$$0.1\text{ F} \Rightarrow \frac{1}{j\omega C} = -j5\ \Omega$$



Então:

$$\mathbf{Z} = -j5 \parallel 4 = \frac{-j5 \times 4}{4 - j5} = 2.439 - j1.951$$

Circuito Equivalente (b)

Por Divisão de Tensão, tem-se:

$$\mathbf{V}_2 = \frac{1}{1 + j4 + \mathbf{Z}}(10\angle 0^\circ) = \frac{10}{3.439 + j2.049} = 2.498\angle -30.79^\circ$$

Teorema da Superposição

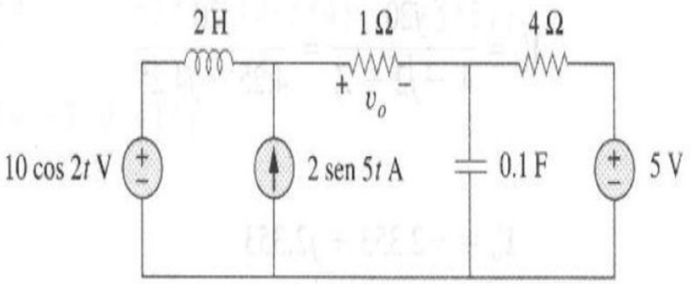
$$\mathbf{V}_2 = \frac{1}{1 + j4 + \mathbf{Z}}(10\underline{/0^\circ}) = \frac{10}{3.439 + j2.049} = 2.498\underline{/-30.79^\circ}$$

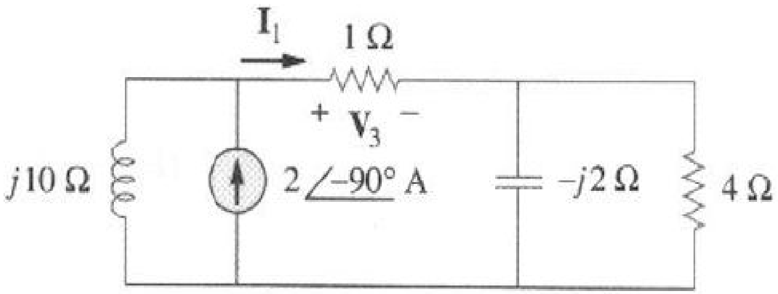
No domínio do tempo:

$$v_2 = 2.498\cos(2t - 30.79^\circ)$$

Teorema da Superposição

- **Determinação de v_3**





Circuito Equivalente (c)

$$2 \text{ sen } 5t \quad \Rightarrow \quad 2\angle -90^\circ, \qquad \omega = 5 \text{ rad/s}$$

$$2 \text{ H} \quad \Rightarrow \quad j\omega L = j10\ \Omega$$

$$0.1 \text{ F} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{j\omega C} = -j2\ \Omega$$

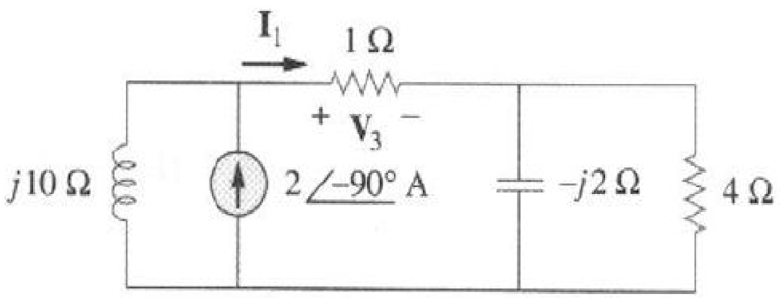
Então:

$$\mathbf{Z}_1 = -j2 \parallel 4 = \frac{-j2 \times 4}{4 - j2} = 0.8 - j1.6\ \Omega$$

Por Divisão de Corrente, tem-se:

$$\mathbf{I}_1 = \frac{j10}{j10 + 1 + \mathbf{Z}_1}(2\angle -90^\circ)\text{ A}$$

Teorema da Superposição



$$\mathbf{I}_1 = \frac{j10}{j10 + 1 + \mathbf{Z}_1}(2\angle{-90°})\ \text{A}$$

$$\mathbf{V}_3 = \mathbf{I}_1 \times 1 = \frac{j10}{1.8 + j8.4}(-j2) = 2.328\angle{-80°}\ \text{V}$$

No domínio do tempo:

$$v_3 = 2.33\cos(5t - 80°) = 2.33\,\text{sen}(5t + 10°)\ \text{V}$$

Teorema da Superposição

Como:

$$v_0 = v_1 + v_2 + v_3$$

$$-\ v_1 = \frac{1}{1+4}(5) = 1\ V$$

$$v_2 = 2.498\cos(2t - 30.79°)$$

$$v_3 = 2.33\cos(5t - 80°) = 2.33\,\text{sen}(5t + 10°)\ \text{V}$$

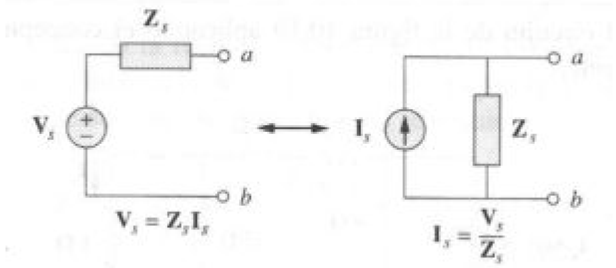
$$v_o(t) = -1 + 2.498\cos(2t - 30.79°) + 2.33\,\text{sen}(5t + 10°)\ \text{V}$$

Para t = 1s, qual o valor de v_0?

Transformação de Fonte

- Envolve alterar uma fonte de tensão em série com uma impedância em uma fonte de corrente em paralelo com uma impedância ou vice-versa;
- Relações:

$$V_S = Z_S I_S \quad \Longleftrightarrow \quad I_S = \frac{V_S}{Z_S}$$



Transformação de Fontes

Transformação de Fonte

- **Exemplo: Calcule V_x no circuito da Figura 2, utilizando o método de transformação de fontes**

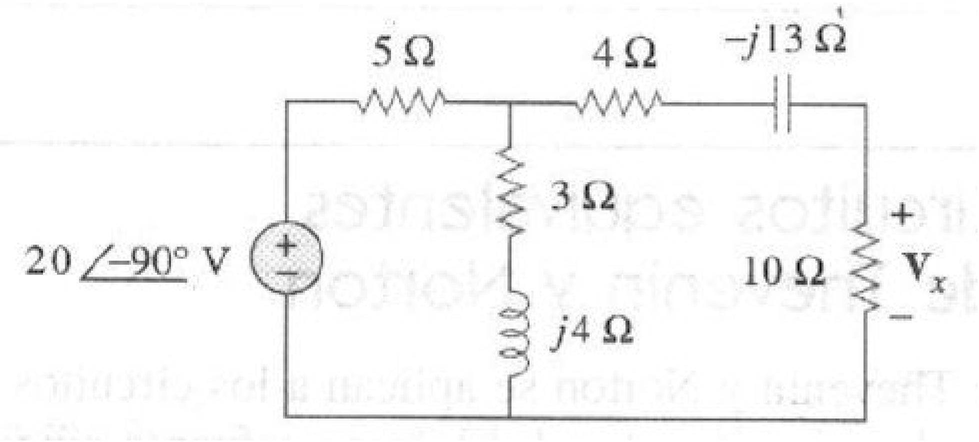
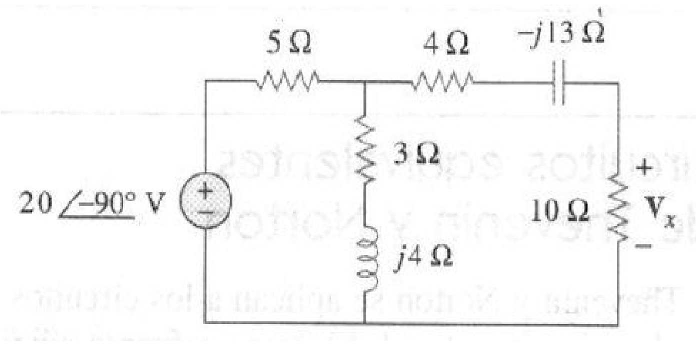


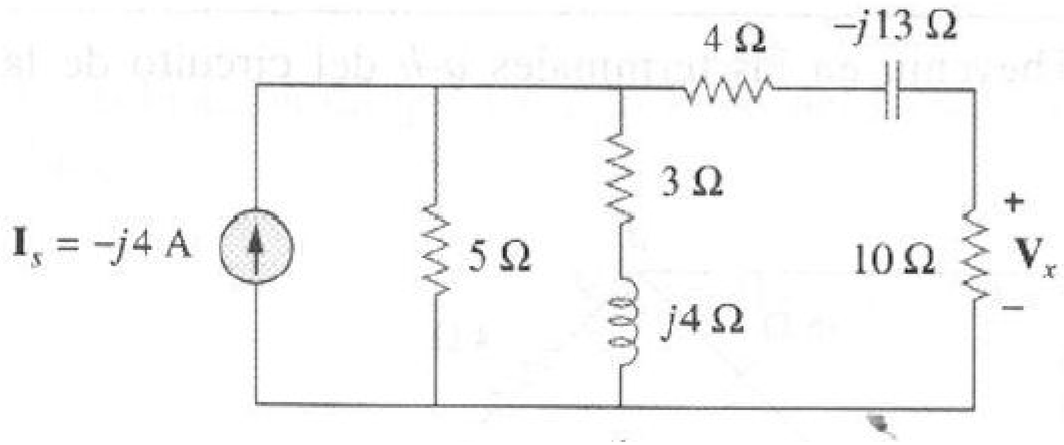
Figura 2

Transformação de Fonte

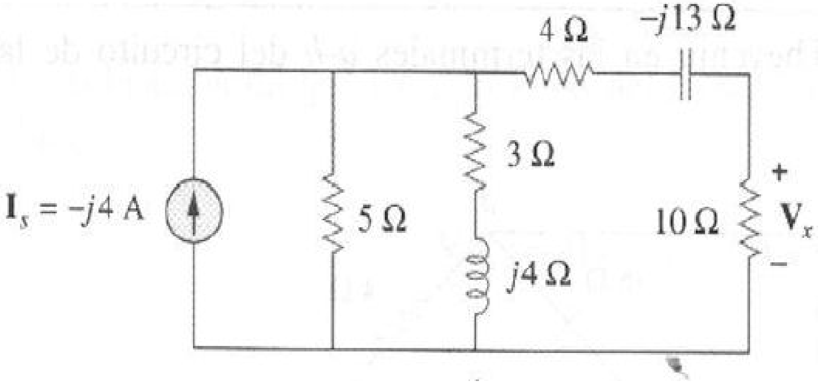


Transformação da fonte de tensão para uma fonte de corrente:

$$\mathbf{I}_s = \frac{20\angle -90^\circ}{5} = 4\angle -90^\circ = -j4\ \mathrm{A}$$



Transformação de Fonte

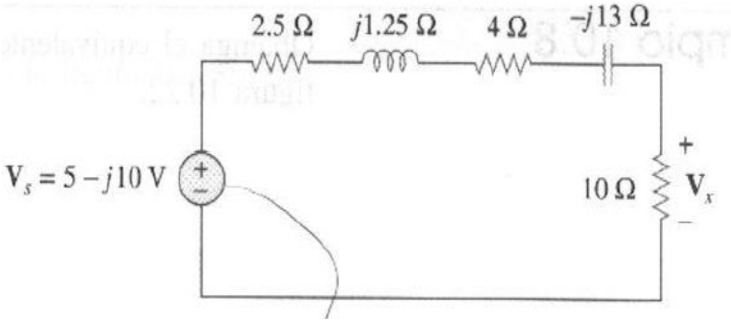


Associação em paralelo entre a resistência de 5 Ohm e a impedância de (3+j4):

$$\mathbf{Z}_1 = \frac{5(3 + j4)}{8 + j4} = 2.5 + j1.25\ \Omega$$

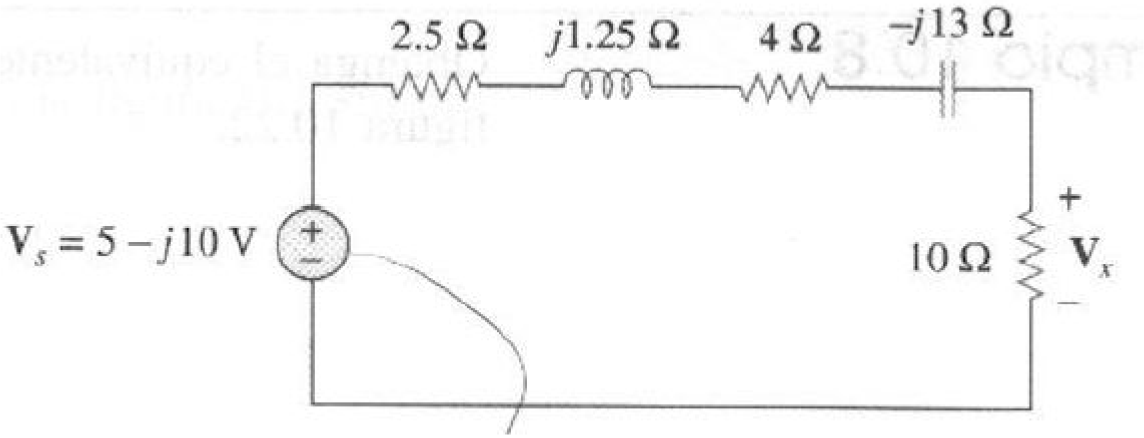
Convertendo a Fonte de corrente em uma fonte de tensão, tem-se:

$$\mathbf{V}_s = \mathbf{I}_s\mathbf{Z}_1 = -j4(2.5 + j1.25) = 5 - j10\ \text{V}$$



Transformação de Fonte

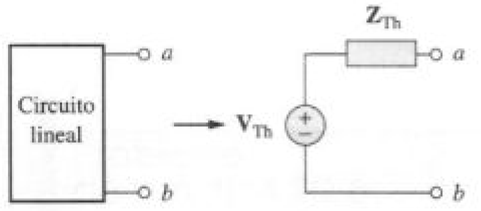
Por divisão de tensão:



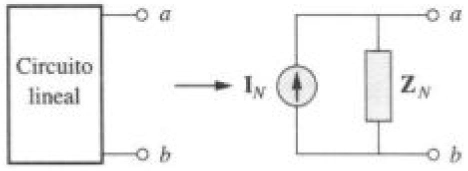
$$\mathbf{V}_x = \frac{10}{10 + 2.5 + j1.25 + 4 - j13}(5 - j10) = 5.519\underline{/-28^\circ} \text{ V}$$

Circuitos Equivalente de Thévenin e de Norton

- Se aplicam da mesma maneira que em circuitos CC;
- Necessidade de manipular números complexos;



Equivalente de Thévenin



Equivalente de Norton

- Relações:

$$V_{Th} = Z_N I_N \qquad Z_{Th} = Z_N$$

- Se o circuito tiver operando em frequências distintas, o circuito equivalente de Thévenin ou de Norton deve ser determinado em cada frequência;

Circuitos Equivalente de Thévenin e de Norton

- **Exemplo: Obtenha o equivalente de Thévenin nos terminais a-b para o circuito da FIgura 3.**

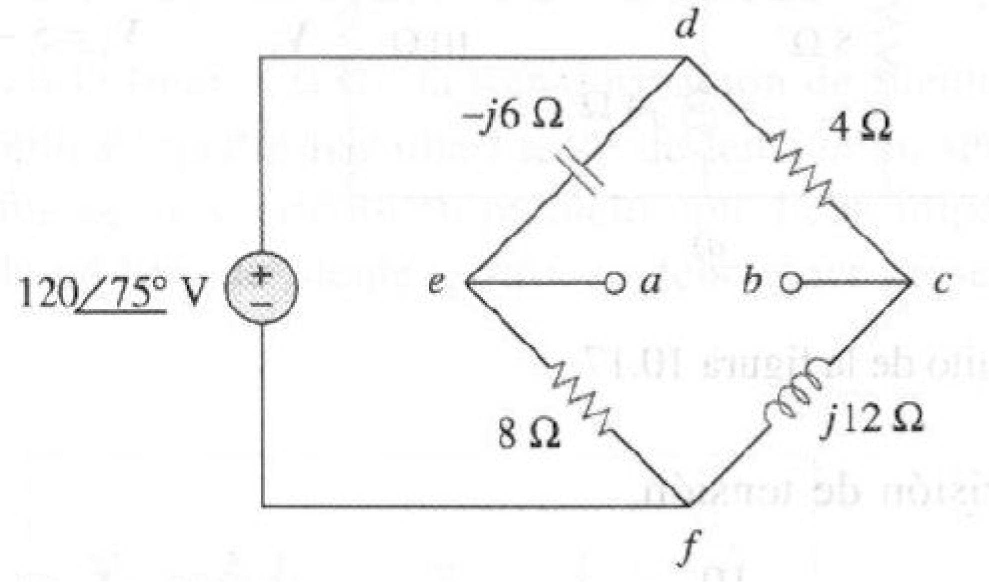
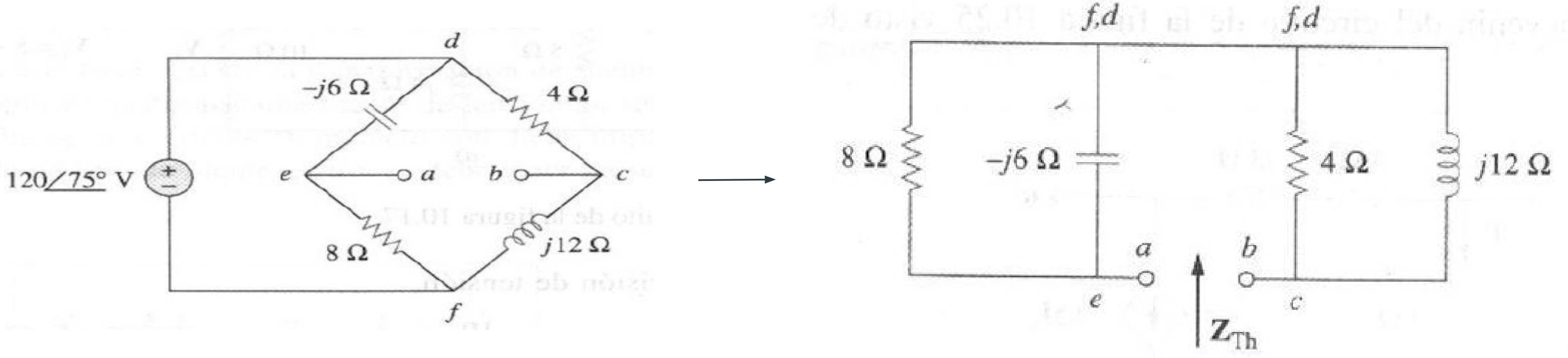


Figura 3

Circuitos Equivalente de Thévenin e de Norton

- Ajustando a fonte de tensão para zero, encontra-se o Z_{Th}



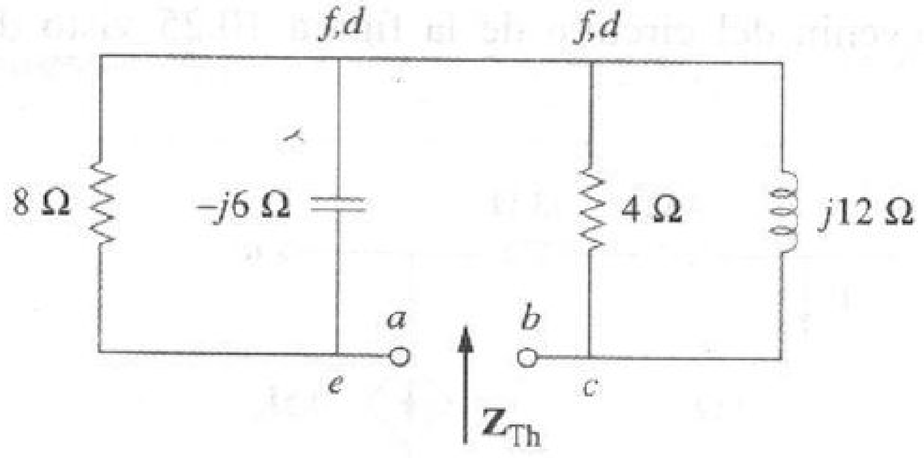
Associação em paralelo da resistência de 8 Ohms com a reatância -j6:

$$\mathbf{Z}_1 = -j6 \parallel 8 = \frac{-j6 \times 8}{8 - j6} = 2.88 - j3.84\ \Omega$$

Associação em paralelo da resistência de 4 Ohms com a reatância j12:

$$\mathbf{Z}_2 = 4 \parallel j12 = \frac{j12 \times 4}{4 + j12} = 3.6 + j1.2\ \Omega$$

Circuitos Equivalente de Thévenin e de Norton



$$\mathbf{Z}_1 = -j6 \parallel 8 = \frac{-j6 \times 8}{8 - j6} = 2.88 - j3.84\ \Omega$$

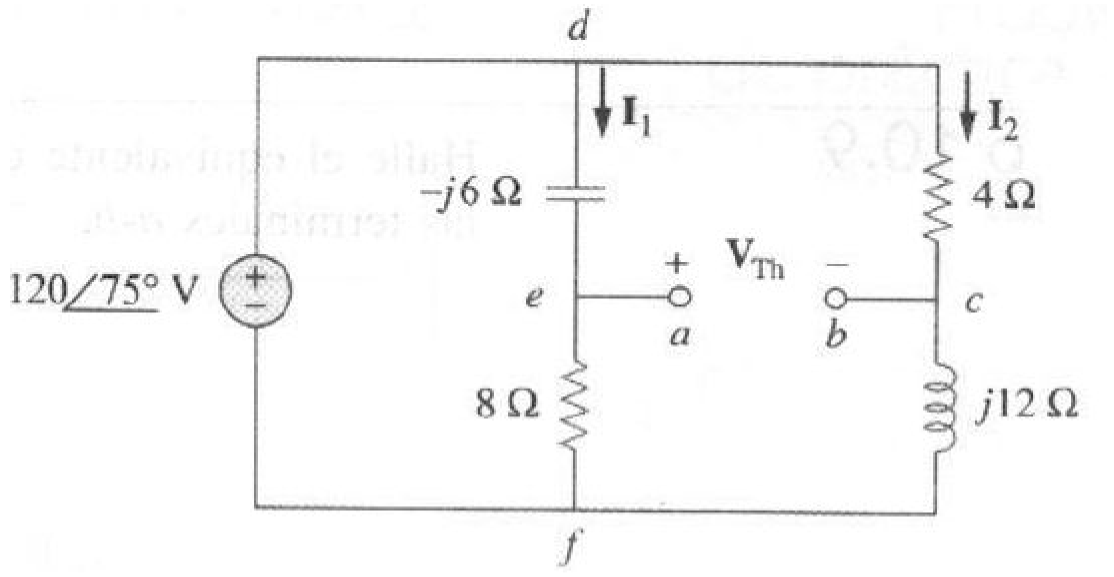
$$\mathbf{Z}_2 = 4 \parallel j12 = \frac{j12 \times 4}{4 + j12} = 3.6 + j1.2\ \Omega$$

A impedância de Thévenin (Z_{Th}) é a associação em série de Z_1 e Z_2:

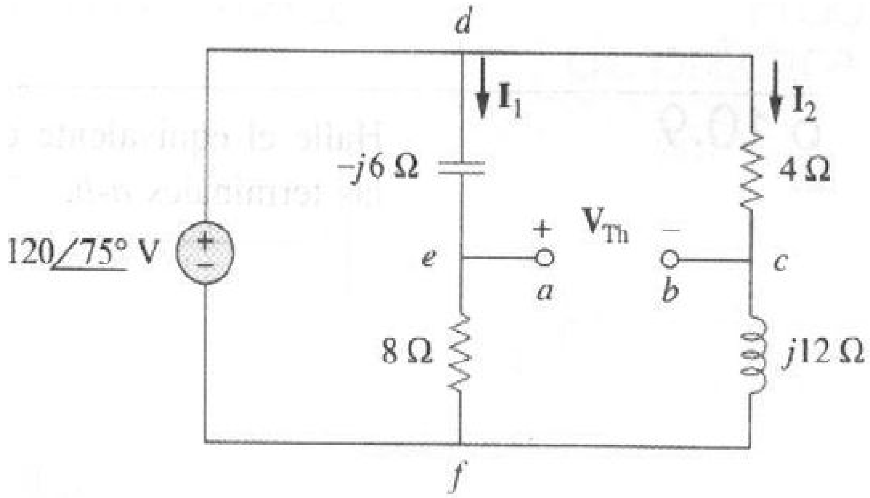
$$\mathbf{Z}_{Th} = \mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2 = 6.48 - j2.64\ \Omega$$

Circuitos Equivalente de Thévenin e de Norton

- Para determinar V_{Th} considera-se o circuito:



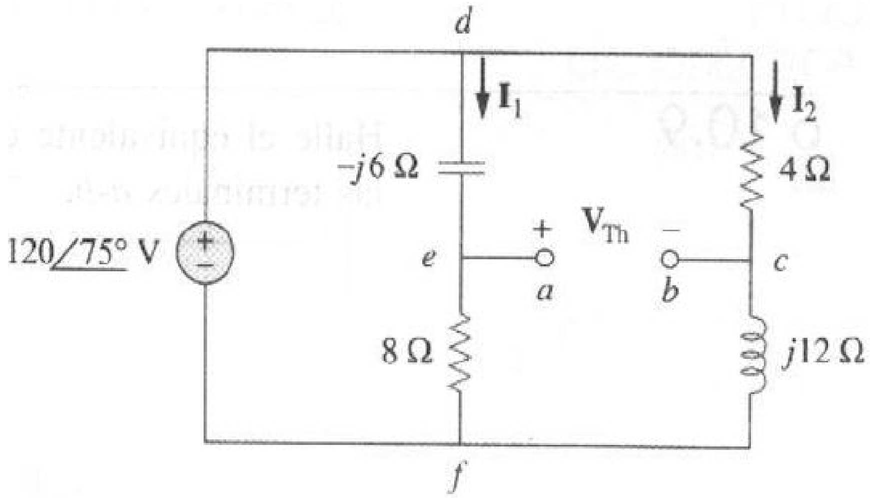
Circuitos Equivalente de Thévenin e de Norton



$$\mathbf{I}_1 = \frac{120\angle 75^\circ}{8 - j6} \text{ A},$$

$$\mathbf{I}_2 = \frac{120\angle 75^\circ}{4 + j12} \text{ A}$$

Circuitos Equivalente de Thévenin e de Norton



Aplicando-se a lei das malhas no laço *bcdeab*:

$$\mathbf{V}_{Th} - 4\mathbf{I}_2 + (-j6)\mathbf{I}_1 = 0$$

$$\mathbf{V}_{Th} = 4\mathbf{I}_2 + j6\mathbf{I}_1 = \frac{480\angle 75^\circ}{4 + j12} + \frac{720\angle 75^\circ + 90^\circ}{8 - j6}$$

$$= 37.95\angle 3.43^\circ + 72\angle 201.87^\circ$$

$$= -28.936 - j24.55 = 37.95\angle 220.31^\circ \text{ V}$$

Circuitos Equivalente de Thévenin e de Norton

- **Exemplo: Obtenha a corrente I_0 na Figura 4, usando o teorema de Norton.**

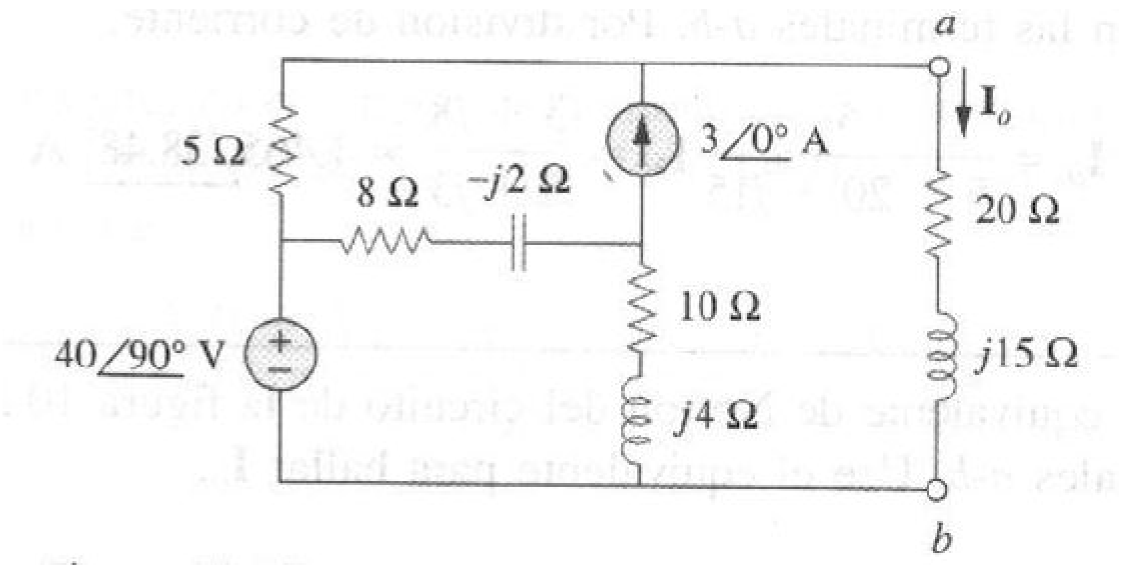
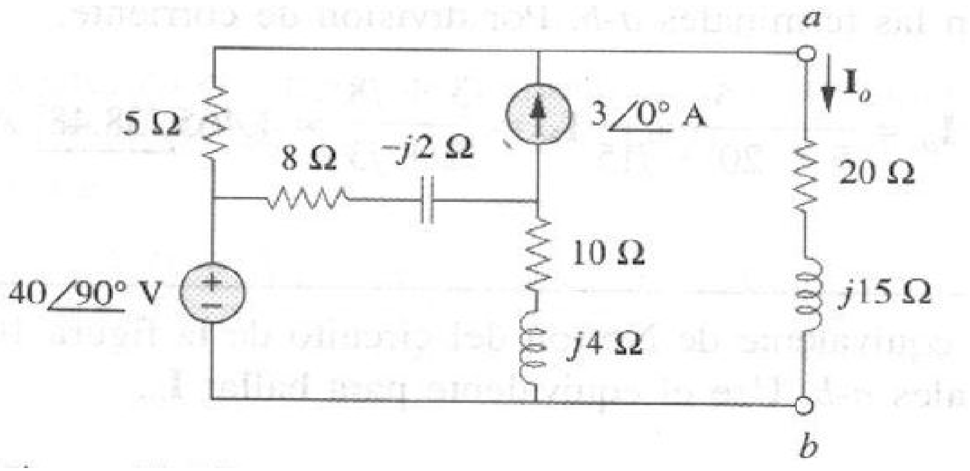
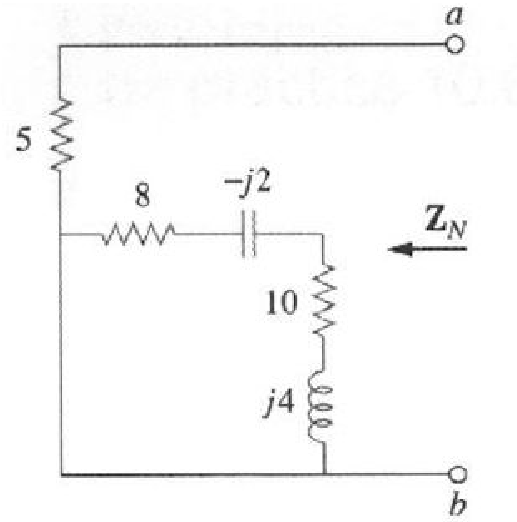


Figura 4

Circuitos Equivalente de Thévenin e de Norton

- Determinar o equivalente de Norton nos terminais a-b



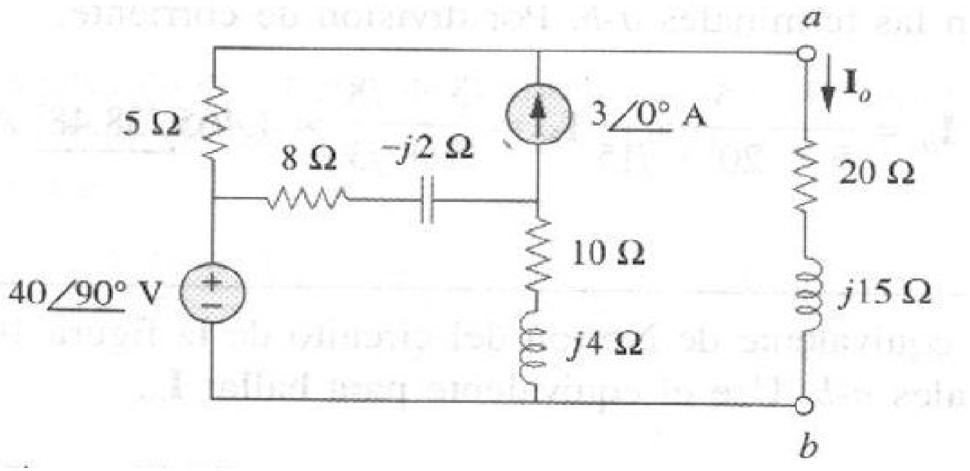


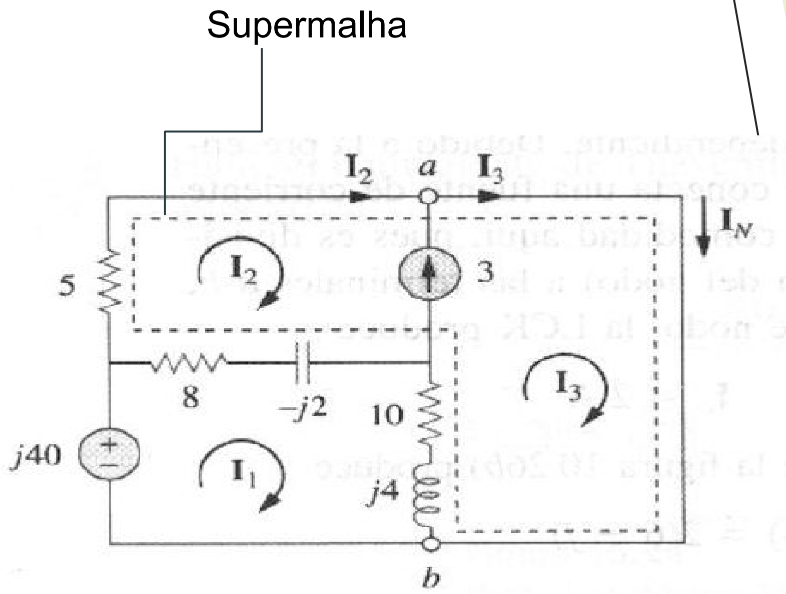
As impedâncias (8-j12) e (10+j4) estão curto-circuitadas, então:

$$\mathbf{Z}_N = 5\ \Omega$$

Circuitos Equivalente de Thévenin e de Norton

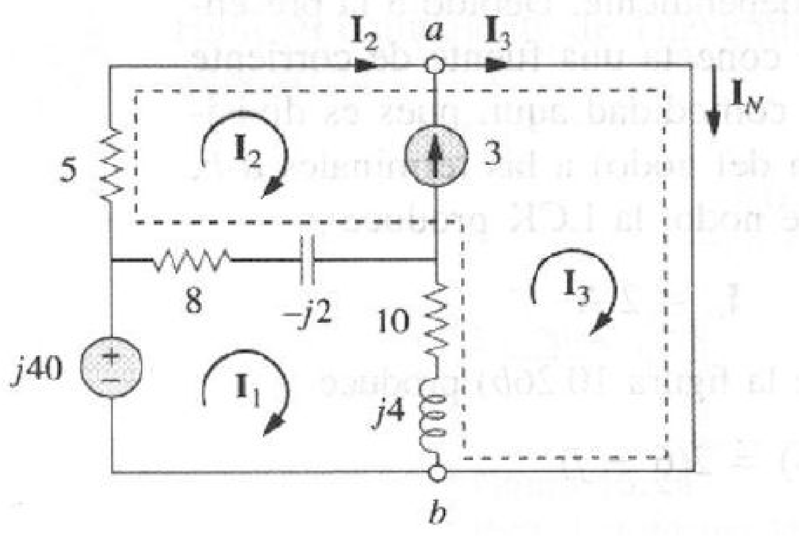
- Obtendo-se I_N





Circuitos Equivalente de Thévenin e de Norton

- Obtendo-se I_N



Para Malha I_1 :

$$-j40 + (18 + j2)\mathbf{I}_1 - (8 - j2)\mathbf{I}_2 - (10 + j4)\mathbf{I}_3 = 0$$

Para a Supermalha :

$$(13 - j2)\mathbf{I}_2 + (10 + j4)\mathbf{I}_3 - (18 + j2)\mathbf{I}_1 = 0$$

Nó a:

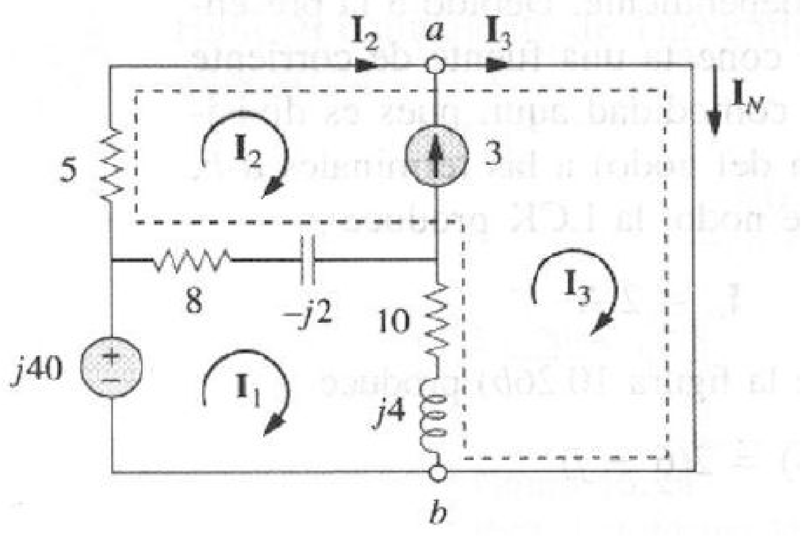
$$\mathbf{I}_3 = \mathbf{I}_2 + 3$$

Somando-se as equações da malha I_1 e da supermalha:

$$-j40 + 5\mathbf{I}_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{I}_2 = j8$$

Circuitos Equivalente de Thévenin e de Norton

- Obtendo-se I_N



Substituindo:

$$\mathbf{I}_2 = j8$$

Em:

$$\mathbf{I}_3 = \mathbf{I}_2 + 3$$

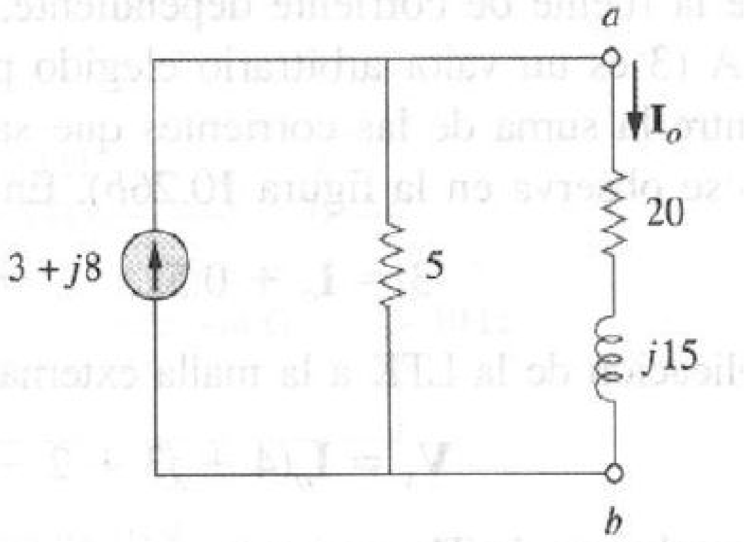
Tem-se:

$$\mathbf{I}_3 = \mathbf{I}_2 + 3 = 3 + j8$$

Como: $I_N = I_3$, $I_N = 3 + j8$

Circuitos Equivalente de Thévenin e de Norton

O circuito equivalente de Norton é mostrado na Figura abaixo:



Então, pelo princípio da divisão de corrente tem-se que:

$$\mathbf{I}_o = \frac{5}{5 + 20 + j15}\mathbf{I}_N = \frac{3 + j8}{5 + j3} = 1.465\underline{/38.48^\circ} \text{ A}$$

Obrigada pela atenção!