Circuitos RL sem fonte

Jupyter Notebook desenvolvido por Gustavo S.S. (https://github.com/GSimas)

Considere a conexão em série de um resistor e um indutor, conforme mostra a Figura 7.11. Em t = 0, supomos que o indutor tenha uma corrente inicial Io.

$$I(0) = I_0$$

Assim, a energia correspondente armazenada no indutor como segue:

$$w(0) = \frac{1}{2} L I_0{}^2$$

Exponenciando em e, obtemos:

$$i(t) = I_0 e^{-t \frac{R}{L}}$$

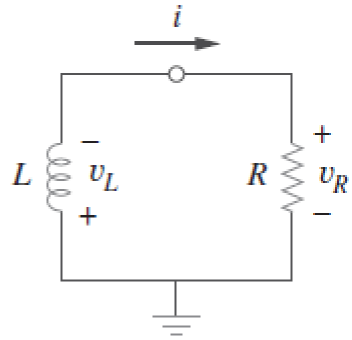

Figura 7.11 Circuito *RL* sem fonte.

Isso demonstra que a resposta natural de um circuito RL é uma queda exponencial da corrente inicial. A resposta em corrente é mostrada na Figura 7.12. Fica evidente, da Equação, que a constante de tempo para o circuito RL é:

$$\tau = \frac{L}{R}$$

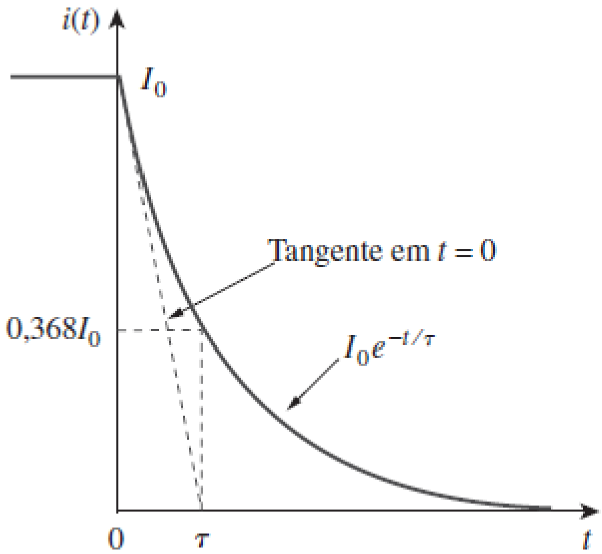

Figura 7.12 Resposta em corrente do circuito *RL*.

A tensão no resistor como segue:

$$v_R(t) = I_0 R e^{-t/\tau}$$

A potência dissipada no resistor é:

$$p = v_R i = I_0^2 R e^{-2t/\tau}$$

A energia absorvida pelo resistor é:

$$w_R(t) = \int_0^t p(t)dt = \frac{1}{2} L I_0^2 (1 - e^{-2t/\tau})$$

Enquanto t → ∞, wr(∞) → 1/2 L I0², que é o mesmo que wl(0), a energia armazenada inicialmente no indutor

Assim, os procedimentos são:

1. Determinar corrente inicial i(0) = I0 por meio do indutor.
2. Determinar a constante de tempo τ = L/R

Exemplo 7.3

Supondo que i(0) = 10 A, calcule i(t) e ix(t) no circuito da Figura 7.13.

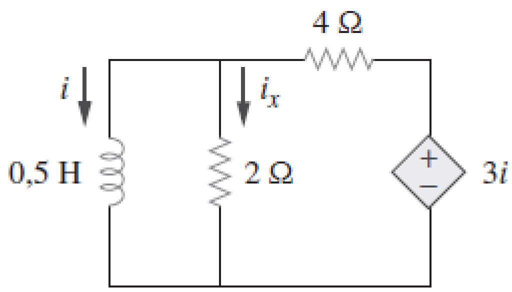

Figura 7.13 Esquema para o Exemplo 7.3.

In [11]:

```
print("Exemplo 7.3")

import numpy as np
from sympy import *

I0 = 10
L = 0.5
R1 = 2
R2 = 4
t = symbols('t')

#Determinar Req = Rth
    #Io hipotético = 1 A
    #Analise de Malhas
    #4i2 + 2(i2 - i0) = -3i0
    #6i2 = 5
    #i2 = 5/6
    #ix' = i2 - i1 = 5/6 - 1 = -1/6
    #Vr1 = ix' * R1 = -1/6 * 2 = -1/3
    #Rth = Vr1/i0 = (-1/3)/(-1) = 1/3
Rth = 1/3
tau = L/Rth
i = I0*exp(-t/tau)

print("Corrente i(t):",i,"A")

vl = L*diff(i,t)
ix = vl/R1

print("Corrente ix(t):",ix,"A")
```

```
Exemplo 7.3
Corrente i(t): 10*exp(-0.666666666666667*t) A
Corrente ix(t): -1.66666666666667*exp(-0.666666666666667*t) A
```

Problema Prático 7.3

Determine i e vx no circuito da Figura 7.15. Façamos i(0) = 12 A.

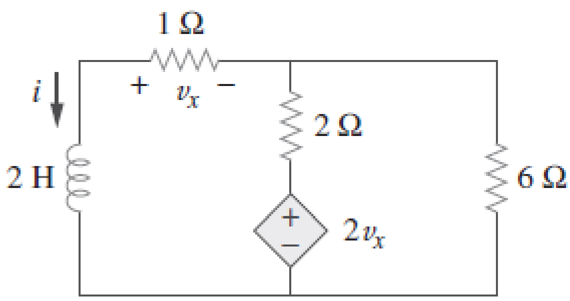

Figura 7.15 Esquema para o Problema prático 7.3.

In [15]:

```
print("Problema Prático 7.3")

L = 2
I0 = 12
R1 = 1

#Determinar Req = Rth

    #i0 hipotetico = 1 A
    #vx = 4 V
    #vx + 2(i0 - i1) + 2vx - v0 = 0
    #-2i1 - v0 = -14

    #-2vx + 2(i1 - i0) + 6i1 = 0
        #8i1 = 10
        #i1 = 10/8 = 5/4

    #v0 = vx + 2(i0 - i1) + 2vx
        #v0 = 4 + 2 - 5/2 + 8 = 11.5

    #Rth = v0/i0 = 11.5/1 = 11.5
Rth = 11.5
tau = L/Rth
i = I0*exp(-t/tau)

print("Corrente i(t):",i,"A")

vx = -R1*i

print("Tensão vx(t):",vx,"V")
```

```
Problema Prático 7.3
Corrente i(t): 12*exp(-5.75*t) A
Tensão vx(t): -12*exp(-5.75*t) V
```

Exemplo 7.4

A chave do circuito da Figura 7.16 foi fechada por um longo período. Em t = 0, a chave é aberta. Calcule i(t) para t > 0.

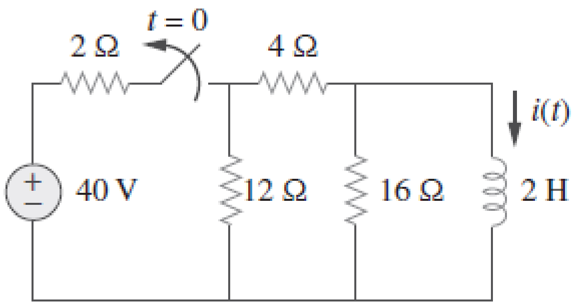

Figura 7.16 Esquema para o Exemplo 7.4.

In [18]:

```
print("Exemplo 7.4")

Vs = 40
L = 2

def Req(x,y): #funcao para calculo de resistencia equivalente em paralelo
    res = (x*y)/(x + y)
    return res

Req1 = Req(4,12)
V1 = Vs*Req1/(Req1 + 2)
I0 = V1/4

Req2 = 12 + 4
Rth = Req(Req2, 16)

tau = L/Rth

i = I0*exp(-t/tau)

print("Corrente i(t):",i,"A")
```

```
Exemplo 7.4
Corrente i(t): 6.0*exp(-4.0*t) A
```

Problema Prático 7.4

Para o circuito da Figura 7.18, determine i(t) para t > 0.

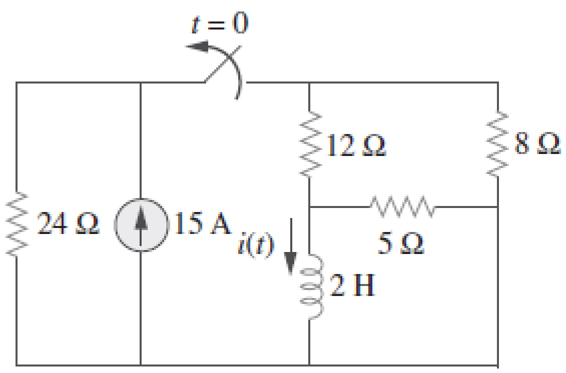

Figura 7.18 Esquema para o Problema prático 7.4.

In [19]:

```
print("Problema Prático 7.4")

L = 2
Cs = 15
R1 = 24

Req1 = Req(12,8)
i1 = Cs*R1/(R1 + Req1)
I0 = i1*8/(8 + 12)

Rth = Req(12+8,5)
tau = L/Rth

i = I0*exp(-t/tau)

print("Corrente i(t):",i,"A")
```

```
Problema Prático 7.4
Corrente i(t): 5.0*exp(-2.0*t) A
```

Exemplo 7.5

No circuito indicado na Figura 7.19, encontre io, vo e i durante todo o tempo, supondo que a chave fora aberta por um longo período.

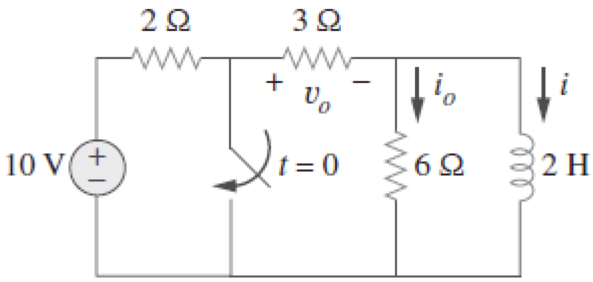

Figura 7.19 Esquema para o Exemplo 7.5.

In [27]:

```
print("Exemplo 7.5")

Vs = 10
L = 2

print("Para t < 0, i0:",0,"A")

I0 = Vs/(2 + 3)
v0 = 3*I0

print("Para t < 0, i:",I0,"A")
print("Para t < 0, v0:",v0,"V")

Rth = Req(3,6)
tau = L/Rth
i = I0*exp(-t/tau)
v0 = -L*diff(i,t)
i0 = -i*3/(3 + 6)

print("Para t > 0, i0:",i0,"A")
print("Para t > 0, v0:",v0,"V")
print("Para t > 0 i:",i,"A")
```

```
Exemplo 7.5
Para t < 0, i0: 0 A
Para t < 0, i: 2.0 A
Para t < 0, v0: 6.0 V
Para t > 0, i0: -0.666666666666667*exp(-1.0*t) A
Para t > 0, v0: 4.0*exp(-1.0*t) V
Para t > 0 i: 2.0*exp(-1.0*t) A
```

Problema Prático 7.5

Determine i, io e vo para todo t no circuito mostrado na Figura 7.22.

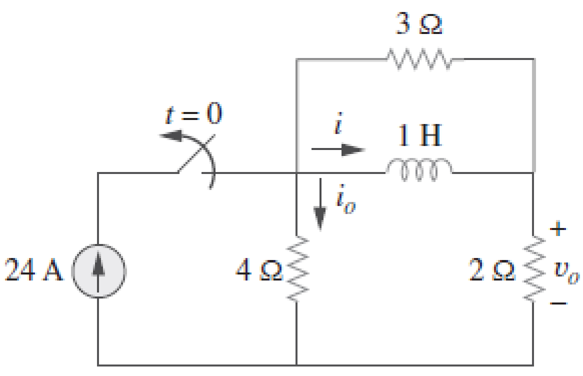

Figura 7.22 Esquema para o Problema prático 7.5.

In [29]:

```
print("Problema Prático 7.5")

Cs = 24
L = 1

#Para t < 0
i = Cs*4/(4 + 2)
i0 = Cs*2/(2 + 4)
v0 = 2*i
print("Para t < 0, i =",i,"A")
print("Para t < 0, i0 =",i0,"A")
print("Para t < 0, v0 =",v0,"V")

#Para t > 0
R = Req(4 + 2,3)
tau = L/R
I0 = i
i = I0*exp(-t/tau)
i0 = -i*3/(3 + 4 + 2)
v0 = -i0*2
print("Para t < 0, i =",i,"A")
print("Para t < 0, i0 =",i0,"A")
print("Para t < 0, v0 =",v0,"V")
```

```
Problema Prático 7.5
Para t < 0, i = 16.0 A
Para t < 0, i0 = 8.0 A
Para t < 0, v0 = 32.0 V
Para t < 0, i = 16.0*exp(-2.0*t) A
Para t < 0, i0 = -5.33333333333333*exp(-2.0*t) A
Para t < 0, v0 = 10.6666666666667*exp(-2.0*t) V
```