

Teorema de Norton

Jupyter Notebook desenvolvido por [Gustavo S.S. \(https://github.com/GSimas\)](https://github.com/GSimas)

O teorema de Norton afirma que um circuito linear de dois terminais pode ser substituído por um circuito equivalente formado por uma fonte de corrente I_N em paralelo com um resistor R_N , em que I_N é a corrente de curto-circuito através dos terminais e R_N é a resistência de entrada ou equivalente nos terminais quando as fontes independentes forem desligadas.

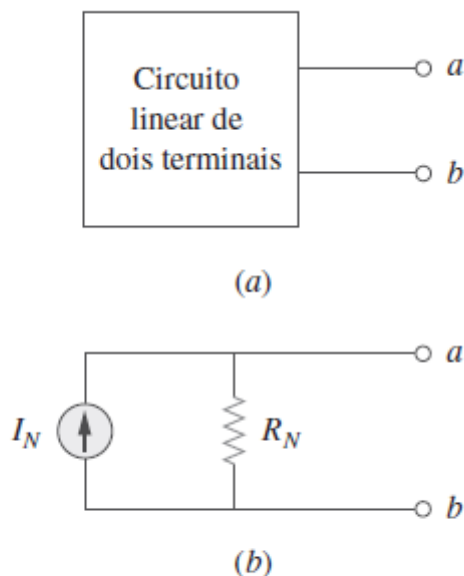


Figura 4.37 (a) Circuito original;
(b) circuito equivalente de Norton.

$$R_{Th} = R_N$$

Para descobrir a corrente I_N de Norton, determinamos a corrente de curto-circuito que flui entre os terminais a e b em ambos os circuitos da Figura 4.37. Os circuitos equivalentes de Thévenin e de Norton estão relacionados por uma transformação de fontes.

$$I_N = \frac{V_{Th}}{R_{Th}}$$

Exemplo 4.11

Determine o circuito equivalente de Norton do circuito da Figura 4.39 nos terminais a-b

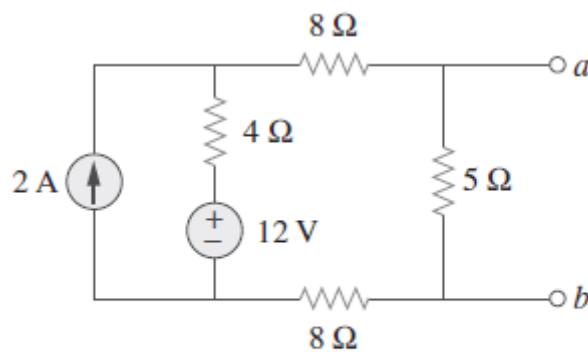


Figura 4.39 Esquema para o Exemplo 4.11.

In [31]:

```
print("Exemplo 4.11")

#Superposicao

#Analise Fonte de Tensao
#Req1 = 4 + 8 + 8 = 20
#i1 = 12/20 = 3/5 A

#Analise Fonte de Corrente
#i2 = 2*4/(4 + 8 + 8) = 8/20 = 2/5 A

#in = i1 + i2 = 1A

In = 1

#Req2 = paralelo entre Req 1 e 5
#20*5/(20 + 5) = 100/25 = 4

Rn = 4

print("Corrente In:",In,"A")
print("Resistência Rn:",Rn)
```

Exemplo 4.11

Corrente In: 1 A

Resistência Rn: 4

Problema Prático 4.11

Determine o equivalente de Norton para o circuito da Figura 4.42 nos terminais a-b.

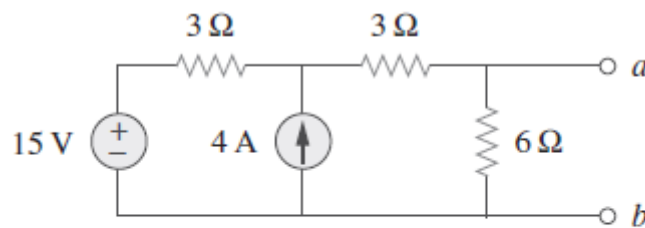


Figura 4.42 Esquema para o Problema prático 4.11.

In [32]:

```
print("Problema Prático 4.11")

#Analise Vs
#i1 = 15/(3 + 3) = 15/6 A

#Analise Cs
#i2 = 4*3/(3 + 3) = 2 A

#in = i1 + i2 = 15/6 + 2 = 27/6 = 4.5

In = 4.5

#Rn = 6*6/(6 + 6) = 3
Rn = 3

print("Corrente In:",In,"A")
print("Resistência Rn:",Rn)
```

Problema Prático 4.11

Corrente In: 4.5 A

Resistência Rn: 3

Exemplo 4.12

Usando o teorema de Norton, determine R_N e I_N do circuito da Figura 4.43 nos terminais a-b.

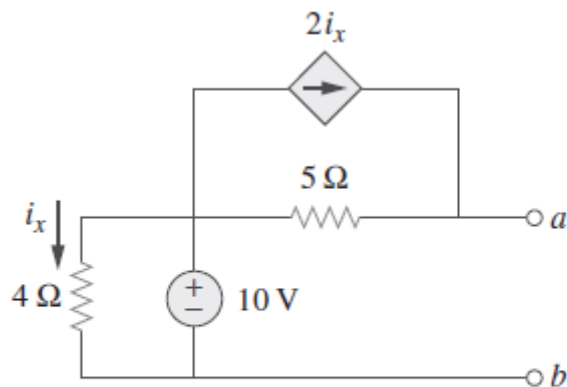


Figura 4.43 Esquema para o Exemplo 4.12.

In [33]:

```
print("Exemplo 4.12")

#Aplica-se tensao Vo = 1V entre os terminais a-b
#Assim Rth = Rn = 5
Rn = 5

#Analise Nodal
#ix = 10/4 = 2.5 A
#i1 = 10/5 = 2 A
#in = 2ix + i1 = 5 + 2 = 7 A
In = 7
print("Corrente In:",In,"A")
print("Resistência Rn:",Rn)
```

Exemplo 4.12

Corrente In: 7 A

Resistência Rn: 5

Problema Prático 4.12

Determine o circuito equivalente de Norton do circuito da Figura 4.45 nos terminais a-b.

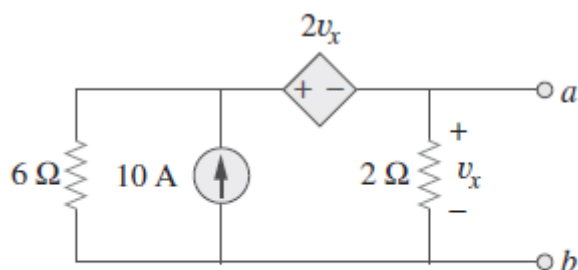


Figura 4.45 Esquema para o Problema prático 4.12.

In [34]:

```
print("Problema Prático 4.12")

#Aplica-se Vo = 2V entre os terminais a-b
#Assim Vx = 2V

#Analise Nodal
#V1 = tensao sobre resistor 6 = 3Vx = 6V
#i1 = 1 A
#i2 = 2/2 = 1 A
#io = i1 + i2 = 2 A
#Rn = Vo/io = 2/2 = 1
Rn = 1

#In = 10 = corrente de curto circuito
In = 10

print("Resistência Rn:",Rn)
print("Corrente In:",In,"A")
```

Problema Prático 4.12

Resistência Rn: 1

Corrente In: 10 A

Máxima Transferência de Potência

Para um dado circuito, V_{Th} e R_{Th} são fixas. Variando a resistência de carga R_L , a potência liberada à carga varia conforme descrito na Figura 4.49. Percebemos, dessa figura, que a potência é pequena para valores pequenos ou grandes de R_L , mas máxima para o mesmo valor de R_L entre 0 e ∞ .

$$P = i^2 R_L = \left(\frac{V_{Th}}{R_{Th} + R_L} \right)^2 R_L$$

A potência máxima é transferida a uma carga quando a resistência de carga for igual à resistência de Thévenin quando vista da carga ($R_L = R_{Th}$).

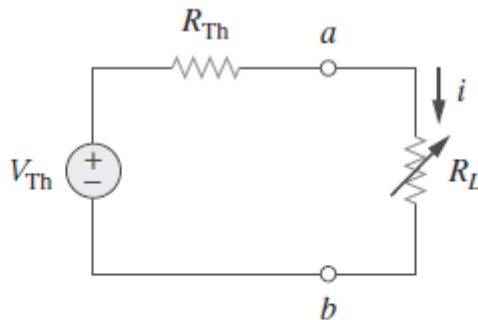


Figura 4.48 O circuito usado para máxima transferência de potência.

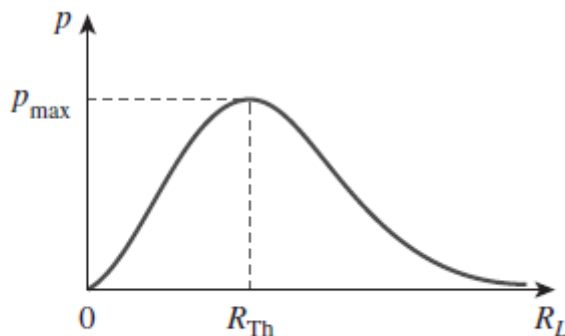


Figura 4.49 Potência liberada para a carga em função de R_L .

A fonte e a carga são ditas casadas quando $R_L = R_{Th}$. Assim, a potência máxima para elementos casados é:

$$P_{max} = \frac{V_{Th}^2}{4R_{Th}}$$

Exemplo 4.13

Determine o valor de R_L para a máxima transferência de potência no circuito da Figura 4.50. Determine a potência máxima.

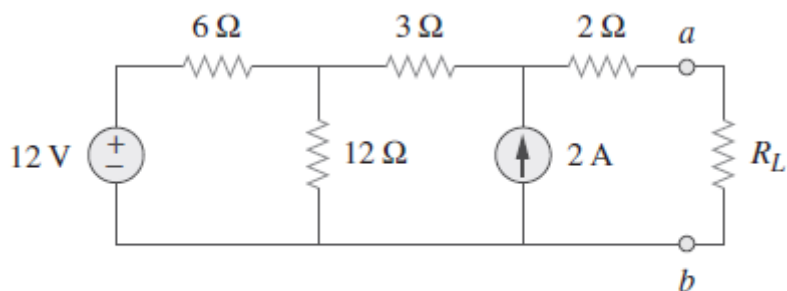


Figura 4.50 Esquema para o Exemplo 4.13.

In [35]:

```
print("Exemplo 4.13")

#Req1 = 6*12/(6 + 12) = 4
#Rn = 4 + 3 + 2 = 9
Rn = 9

#Superposicao
#Fonte de Corrente
#i1 = 2*7/(7 + 2) = 14/9

#Fonte de Tensao
#Req2 = 12*5/(12 + 5) = 60/17
#Req3 = 6 + 60/17 = 162/17
#it = 12/(162/17) = 12*17/162
#i2 = it*12/(12 + 5) = 8/9

#in = i1 + i2 = 14/9 + 8/9 = 22/9
In = 22/9

P = (Rn/4)*In**2

print("Corrente In:",In,"A")
print("Potência Máxima Transferida:",P,"W")
```

Exemplo 4.13

Corrente In: 2.4444444444444446 A

Potência Máxima Transferida: 13.444444444444446 W

Problema Prático 4.13

Determine o valor de R_L que irá drenar a potência máxima do restante do circuito na Figura 4.52. Calcule a potência máxima.

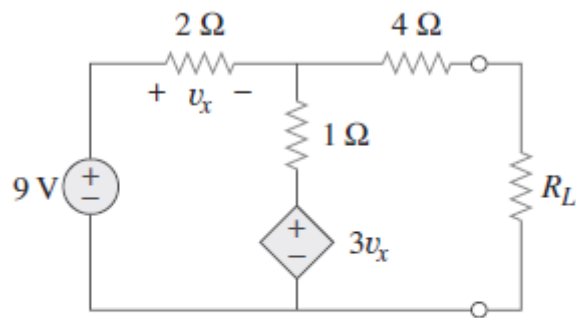


Figura 4.52 Esquema para o Problema prático 4.13.

In [36]:

```
print("Problema Prático 4.13")

import numpy as np

#Analise In
#vx = 2i1

#vx + (i1 - i2) + 3vx = 9
#i1 - i2 + 4vx = 9
#9i1 - i2 = 9

#(i2 - i1) + 4i2 = 3vx
#-i1 + 5i2 = 6i1
#-7i1 + 5i2 = 0

coef = np.matrix("9 -1;-7 5")
res = np.matrix("9;0")
I = np.linalg.inv(coef)*res
In = -I[1]

#Analise Rn
#io = 1 A

#vx = 2i1

#vx + (i1 + io) + 3vx = 0
#i1 + 4vx = -1
#i1 + 8i1 = -1
#i1 = -1/9

#vx = -2/9

#Vab = 4io + (io + i1) + 3vx
#Vab = 4 + 1 -1/9 -6/9 = 38/9

#Rn = Vab/io = 38/9
Rn = 38/9

P = (Rn/4) * In**2

print("Resistencia Rl para potência Maxima:",Rn)
print("Potencia maxima:",float(P),"W")
```

Problema Prático 4.13

Resistencia Rl para potência Maxima: 4.22222222222222

Potencia maxima: 2.9013157894736836 W

Resumo

1. Uma **rede linear** é formada por elementos lineares, fontes dependentes lineares e fontes independentes lineares.
2. O princípio da **superposição** afirma que para um circuito com várias fontes independentes, a tensão (ou a corrente) em um elemento é igual à soma algébrica de todas as tensões (ou correntes) individuais devido a cada fonte independente atuando em dado instante.
3. **Transformação de fontes** é um procedimento para transformar uma fonte de tensão em série com um resistor em uma fonte de corrente em paralelo com um resistor, ou vice-versa.
4. O circuito equivalente de **Thévenin** é formado por uma fonte de tensão V_{Th} em série com um resistor R_{Th} , enquanto o de **Norton** é constituído por uma fonte de corrente I_N em paralelo com um resistor R_N .

$$R_n = R_{Th}$$

$$I_n = \frac{V_{Th}}{R_{Th}}$$

1. O circuito equivalente de Thévenin é formado por uma fonte de tensão V_{Th} em série com um resistor R_{Th} , enquanto o de Norton é constituído por uma fonte de corrente I_N em paralelo com um resistor R_N .

$$P_{max} = \frac{V_{Th}^2}{4R_{Th}}$$