

EEL 7045 - Circuitos Elétricos A Bem-vindo

Jupyter Notebook desenvolvido por Gustavo S.S. (<https://github.com/GSimas>)

In [46]:

```
print("Seja Bem-Vindo ao Curso de Circuitos Elétricos A")  
print("Para rodar os códigos você precisa dos módulos Numpy e Sympy")
```

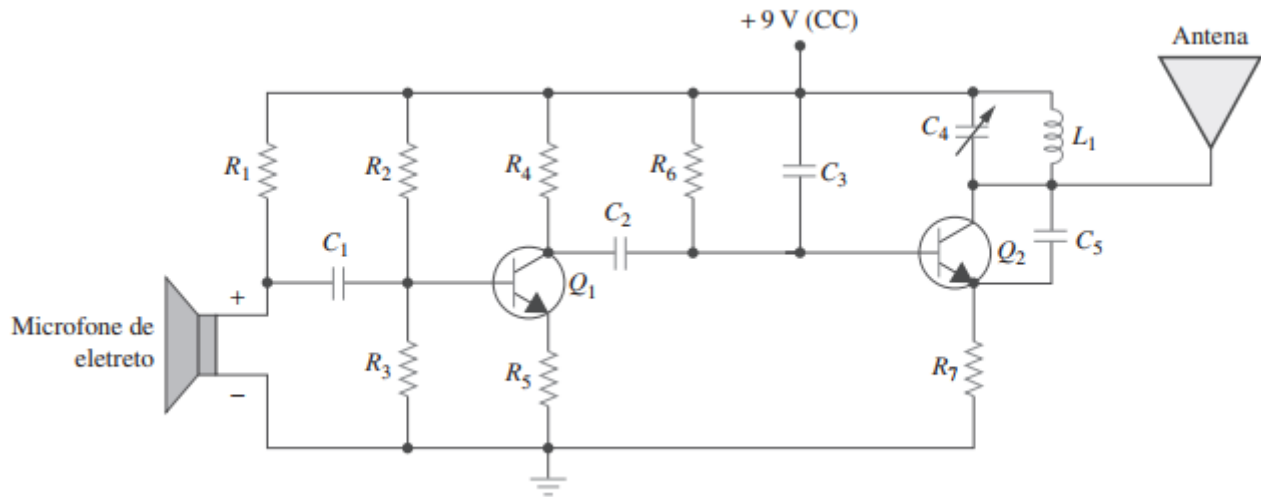
Seja Bem-Vindo ao Curso de Circuitos Elétricos A
Para rodar os códigos você precisa dos módulos Numpy e Sympy

Livro Referência utilizado: ALEXANDER, Chales; SADIKU, Matthew. **Fundamentos de Circuitos Elétricos** (<https://goo.gl/fmQET7>)

Introdução

Circuito elétrico é uma interconexão de elementos elétricos

Exemplo de circuito elétrico de um transmissor de rádio



O **Sistema Internacional de Unidades (SI)**, adotado pela Conferência Geral de Pesos e Medidas em 1960, é conhecido como uma linguagem de medição internacional. Nesse sistema, existem seis unidades principais a partir das quais todas as demais grandezas físicas podem ser derivadas.

Por exemplo, a seguir temos expressões da mesma distância em metros (m):

600.000.000mm 600.000m 600 km

Tabela de multiplicadores de unidades e respectivos símbolos:

Tabela 1.2 • Prefixos SI.		
Multiplicador	Prefixo	Símbolo
10^{18}	exa	E
10^{15}	peta	P
10^{12}	tera	T
10^9	giga	G
10^6	mega	M
10^3	quilo	k
10^2	hecto	h
10	deka	da
10^{-1}	deci	d
10^{-2}	centi	c
10^{-3}	mili	m
10^{-6}	micro	μ
10^{-9}	nano	n
10^{-12}	pico	p
10^{-15}	femto	f
10^{-18}	atto	a

Tabela de unidades principais do SI e respectivos símbolos:

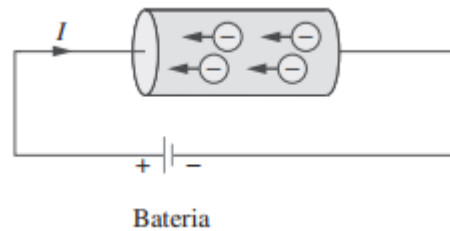
Quantidade	Unidade básica	Símbolo
Comprimento	metro	m
Massa	quilograma	kg
Tempo	segundo	s
Corrente elétrica	ampère	A
Temperatura termodinâmica	kelvin	K
Intensidade luminosa	candela	cd
Carga	coulomb	C

Carga e Corrente

Carga é uma propriedade elétrica das partículas atômicas que compõem a matéria, medida em coulombs (C)

Sabemos que a carga e em um elétron é negativa e igual em magnitude a $1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, enquanto um próton transporta uma carga positiva de mesma magnitude do elétron. A presença de números iguais de prótons e elétrons deixa um átomo com carga neutra.

Em 1 C de carga, existem $1 / (1,602 \cdot 10^{-19}) = 6,24 \cdot 10^{18}$ elétrons



Corrente elétrica é o fluxo de carga por unidade de tempo, medido em ampères (A)

$$i = dq/dt$$

A carga transferida entre o instante t_0 e o instante t é obtida integrando ambos os lados da Equação

$$Q = \int_{t_0}^t i dt$$

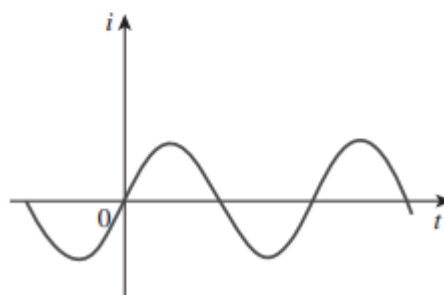
Se a corrente não muda com o tempo e permanece constante, podemos chamá-la de corrente contínua (CC). **Corrente contínua (CC) é uma corrente que permanece constante ao longo do tempo** Por convenção, o símbolo I é usado para representar uma corrente contínua desse tipo.

Uma corrente que varia com o tempo é conhecida pelo símbolo i . E uma forma comum de corrente é a corrente senoidal ou corrente alternada (CA). **Corrente alternada (CA) é uma corrente que varia com o tempo segundo uma forma de onda senoidal**

Gráficos CC (a) e CA (b)



(a)



(b)

Exemplo 1.1

Qual é a quantidade de carga representada por 4.600 elétrons?

In [5]:

```
print("Exemplo 1.1")
carga_eletron = -1.6*10**(-19) #unidade em Coulombs
numero_eletrons = 4600
carga_total1 = carga_eletron * numero_eletrons
print("Resposta, em Coulombs, é:", carga_total1)
```

Exemplo 1.1

Resposta, em Coulombs, é: -7.36e-16

Problema Prático 1.1

Calcule a quantidade de carga representada por seis milhões de prótons.

In [6]:

```
print("Problema Prático 1.1")
carga_proton = -carga_eletron
numero_protons = 6000000
carga_total2 = carga_proton * numero_protons
print("Resposta, em Coulombs, é:", carga_total2)
```

Problema Prático 1.1

Resposta, em Coulombs, é: 9.600000000000002e-13

Exemplo 1.2

A carga total entrando em um terminal é dada por $q = 5t \sin(4\pi t)$ mC. Calcule a corrente no instante $t = 0,5$ s

In [45]:

```
print("Exemplo 1.2")

import numpy as np #importa biblioteca numpy
from sympy import * #importa biblioteca sympy
#i = dq/dt

t = symbols('t') #define x como elemento simbolo
q = 5*t*sin(4*np.pi*t) #carga - funcao
i = diff(q, t) #calcula funcao corrente = derivada de q em respeito a t
print("Função corrente, em miliampères, é:", i)
print("Corrente no instante 0.5, em mA, é", i.subs(t,0.5))
```

Exemplo 1.2

Função corrente, em miliampères, é: $62.8318530717959 \cdot t \cdot \cos(12.5663706143592 \cdot t) + 5 \cdot \sin(12.5663706143592 \cdot t)$

Corrente no instante 0.5, em mA, é 31.4159265358979

Problema Prático 1.2

Se no Exemplo 1.2, $q = (10 - 10e^{-2t})$ mC, determine a corrente em $t = 1,0$ s.

In [48]:

```
print("Problema Prático 1.2")

q = 10 - 10*exp(-2*t)
i = diff(q,t)
print("Função corrente, em miliampères, é:", i)
print("Corrente no instante 1.0, em mA, é", i.subs(t,1.0)) #i.subs(t,1.0) substitui o valor t para 1.0
```

Problema Prático 1.2

Função corrente, em miliampères, é: $20\exp(-2t)$

Corrente no instante 1.0, em mA, é 2.70670566473225

Exemplo 1.3

Determine a carga total que entra em um terminal entre os instantes $t = 1$ s e $t = 2$ s se a corrente que passa pelo terminal é $i = (3t^2 - t)$ A.

In [50]:

```
print("Exemplo 1.3")

#Q = Sida de t0 até t, onde S = operando de integral

t = symbols('t') #define t como simbolo para operacoes em python
i = 3*t**2 - t # em ampères
Q = integrate(i, t)
Q2 = integrate(i,(t,1,2))
print("Funcao integral indefinida de Q é:", Q)
print("Resultado de t=1s até t=2s é, em Coulombs:", Q2)
```

Exemplo 1.3

Funcao integral indefinida de Q é: $t^{**3} - t^{**2}/2$

Resultado de t=1s até t=2s é, em Coulombs: 11/2

Problema Prático 1.3

A corrente que flui através de um elemento é:

$i = 4$ A, se $0 < t < 1$

$i = 4t^2$ A, se $t > 1$

Calcule a carga que entra no elemento de $t = 0$ a $t = 2$ s.

In [115]:

```
print("Problema Prático 1.3")

t = symbols('t')
i1 = 4 #de t=0 até t=1
i2 = 4*t**2 #de t=1 até t=2
Q = integrate(i2,(t,1,2)) #integracao
print("Resultado é:", 4+Q , "C")
```

Problema Prático 1.3

Resultado é: 40/3 C

Tensão

Força Eletromotriz (FEM) também é conhecida como tensão ou diferença de potencial. A tensão V_{ab} entre dois pontos a e b em um circuito elétrico é a energia (ou trabalho) necessária para deslocar uma carga unitária de a para b ; matematicamente:

$$V_{ab} = dw/dq$$

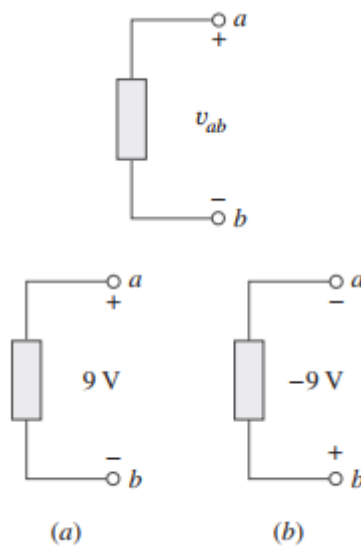
As unidades são:

$$1 \text{ volt} = 1 \text{ joule/coulomb} = 1 \text{ newton-metro/coulomb}$$

Assim: **Tensão (ou diferença de potencial) é a energia necessária para deslocar uma carga unitária através de um elemento, medida em volts (V)**

$$V_{ab} = -V_{ba}$$

Conforme a figura:



Assim como a corrente elétrica, uma tensão constante é denominada tensão CC e é representada por V , enquanto uma tensão que varia com o tempo com uma forma senoidal é chamada tensão CA e é representada por v . Uma tensão CC é comumente produzida por uma bateria; uma tensão CA é produzida por um gerador elétrico

Tenha em mente que corrente elétrica passa sempre através de um elemento, já a tensão elétrica é sempre sobre os terminais do elemento ou entre dois pontos

Potência e Energia

Potência é a velocidade com que se consome ou se absorve energia medida em watts (W)

Escrevemos essa relação como:

$$p = dw/dt = dw/dq * dq/dt = v * i$$

A potência p na Equação acima é uma quantidade variável com o tempo e é denominada potência instantânea. Portanto, a potência absorvida ou fornecida por um elemento é o produto da tensão no elemento pela corrente através dele. Se a potência tem um sinal +, ela está sendo fornecida para o elemento ou absorvida por ele. Em contrapartida, se a potência tiver um sinal –, a potência está sendo fornecida pelo elemento

A convenção de sinal passivo é realizada quando a corrente entra pelo terminal positivo de um elemento e $p = +vi$. Se a corrente entra pelo terminal negativo, $p = -vi$.

$$+P_{\text{absorvida}} = -P_{\text{fornecida}}$$

$$\sum p = 0$$

Assim:

$$w = \int_{t_0}^t p dt = \int_{t_0}^t v i dt$$

Energia é a capacidade de realizar trabalho e é medida em joules (J). As concessionárias de energia elétrica medem a energia em watts-hora (Wh), em que:

$$1Wh = 3600J$$

Exemplo 1.4

Uma fonte de energia com uma corrente constante de 2 A força a passagem dessa corrente através de uma lâmpada por 10 s. Se forem liberados 2,3 kJ na forma de energia luminosa e calorífica, calcule a queda de tensão na lâmpada

In [117]:

```
print("Exemplo 1.4")

i = 2 #corrente em A
t = 10 #tempo em s
w = 2300 # energia em kJ
q_total = i*t #carga total
#v = dw/dq
v = w/q_total
print("Resultado é:", v, "V")
```

Exemplo 1.4

Resultado é: 115.0 V

Problema Prático 1.4

Mover uma carga q do ponto a ao ponto b requer –30 J. Determine a queda de tensão V_{ab} se: (a) $q = 6$ C, (b) $q = -3$ C.

In [118]:

```
print("Problema Prático 1.4")

#v = dw/dq
w = -30 #energia em J
q1 = 6 #carga em C
v1 = w/q1 #tensao em V
print("Resposta (a):", v1, "V")
q2 = -3
v2 = w/q2
print("Resposta (b):", v2, "V")
```

Problema Prático 1.4
Resposta (a): -5.0 V
Resposta (b): 10.0 V

Exemplo 1.5

Determine a potência fornecida para um elemento no instante $t = 3 \text{ ms}$ se a corrente que entra pelo terminal positivo for:

$$i = 5 \cos(60 \pi t) \text{ A}$$

e a tensão for: (a) $v = 3i$, (b) $v = 3di/dt$.

In [123]:

```
print("Exemplo 1.5")

import numpy as np
from sympy import *

t = symbols('t')
i = 5*cos(60*np.pi*t)
v1 = 3*i
p1 = i.subs(t,0.003)*v1.subs(t,0.003)
print("Resposta (a):", p1, "W")
v2 = 3*diff(i,t)
p2 = i.subs(t,0.003)*v2.subs(t,0.003)
print("Resposta (b):", p2, "W")
```

Exemplo 1.5
Resposta (a): 53.4667234336902 W
Resposta (b): -6395.84554679225 W

Exemplo 1.6

Quanta energia uma lâmpada de 100 W consome em duas horas?

In [124]:

```
print("Exemplo 1.6")

p = 100
h = 2
w = p*h #energia em Wh
w = w*3600 #conversao para J
print("Energia consumida:", w, "J")
```

Exemplo 1.6

Energia consumida: 720000 J

Problema Prático 1.6

Um forno elétrico consome 15 A quando conectado a uma linha de 120 V. Quanto tempo leva para consumir 180 kJ?

In [1]:

```
i = 15
v = 120
q = 180000
p = v*i
print("Potencia:", p, "W")
#p = dq/dt
t = q/p
print("Tempo necessario:", t, "s")
```

Potencia: 1800 W

Tempo necessario: 100.0 s

Elementos de Circuito

Existem dois tipos de elementos encontrados nos circuitos elétricos: elementos passivos e elementos ativos. Um elemento ativo é capaz de gerar energia enquanto um elemento passivo não é. Exemplos de elementos passivos são resistores, capacitores e indutores; os elementos ativos típicos são geradores, baterias e amplificadores operacionais.

Uma fonte independente ideal é um elemento ativo que fornece uma tensão especificada ou corrente que é completamente independente de outros elementos do circuito.

Uma fonte dependente (ou controlada) ideal é um elemento ativo no qual a quantidade de energia é controlada por outra tensão ou corrente.

Há quatro tipos possíveis de fontes dependentes:

1. Fonte de Tensão Controlada por Tensão (FTCT) - Voltage-Controlled Voltage Source (VCVS)
2. Fonte de Tensão Controlada por Corrente (FTCC) - Current-Controlled Voltage Source (CCVS)
3. Fonte de Corrente Controlada por Tensão (FCCT) - Voltage-Controlled Current Source (VCCS)
4. Fonte de Corrente Controlada por Corrente (FCCC) - Current-Controlled Current Source (CCCS)

As Figuras a seguir apresentam fontes dependentes:

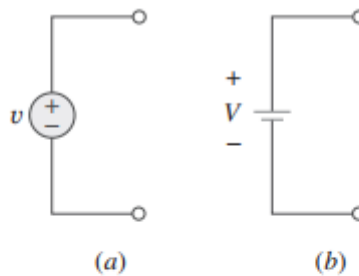


Figura 1.11 Símbolos para fontes de tensão independente: (a) usada para tensão constante ou variável com o tempo; (b) utilizada para tensão constante (CC).



Figura 1.12 Símbolo para fonte de corrente independente.

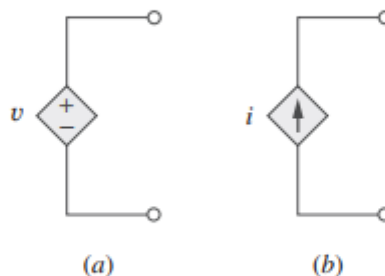


Figura 1.13 Símbolos para (a) fonte de tensão dependente; (b) fonte de corrente dependente.

Deve-se observar que uma fonte de tensão ideal (dependente ou independente) produzirá qualquer corrente necessária para garantir que a tensão entre seus terminais seja conforme expressa, enquanto uma fonte de corrente ideal produzirá a tensão necessária para garantir o fluxo de corrente expresso. Portanto, uma fonte ideal poderia, teoricamente, fornecer uma quantidade de **energia infinita**.

Exemplo 1.7

Calcule a potência fornecida ou absorvida em cada elemento na Figura 1.15.

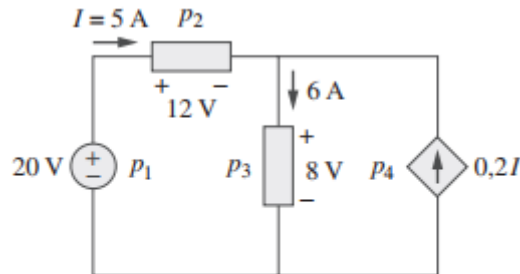


Figura 1.15 Esquema para o Exemplo 1.7.

In [5]:

```
print("Exemplo 1.7")
Ip2 = 5 #corrente que passa pelo elemento p2
Ip3 = 6 #corrente que passa pelo elemento p3
Icccs = 0.2*Ip2 #corrente da fonte dependente de corrente controlada por corrente (p4)
v1 = 20 #tensao no elemento p1
p1 = -v1*Ip2 #potencia no elemento p1, corrente a mesma que no elemento p2
v2 = 12 #tensao no elemento p2
p2 = v2*Ip2 #potencia no elemento p2,
v3 = 8 #tensao no elemento p3
p3 = v3*Ip3 #potencia no elemento p3
p4 = -v3*Icccs #potencia no elemento p4, tensao mesma que elemento p3
print("Potencia no elemento p1:", p1, "W")
print("Potencia no elemento p2:", p2, "W")
print("Potencia no elemento p3:", p3, "W")
print("Potencia no elemento p4:", p4, "W")
```

Exemplo 1.7

Potencia no elemento p1: -100 W
 Potencia no elemento p2: 60 W
 Potencia no elemento p3: 48 W
 Potencia no elemento p4: -8.0 W

Problema Prático 1.7

Calcule a potência absorvida ou fornecida por componente do circuito na Figura 1.16.

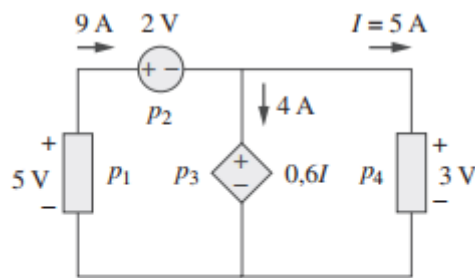


Figura 1.16 Esquema para o Problema prático 1.7.

In [9]:

```
print("Problema Prático 1.7")
v1 = 5 #tensao no elemento p1
i1 = 9 #corrente que passa no elemento p1
p1 = -v1*i1 #potencia em p1
v2 = 2
p2 = v2*i1
v4 = 3
i4 = 5
p4 = v4*i4
i3 = 4
v3 = 0.6*i4
p3 = v3*i3
print("Potencia no elemento p1:", p1, "W")
print("Potencia no elemento p2:", p2, "W")
print("Potencia no elemento p3:", p3, "W")
print("Potencia no elemento p4:", p4, "W")
```

Problema Prático 1.7

Potencia no elemento p1: -45 W
 Potencia no elemento p2: 18 W
 Potencia no elemento p3: 12.0 W
 Potencia no elemento p4: 15 W

Resumo

1. **Um circuito elétrico consiste em elementos elétricos conectados entre si.**

2. O Sistema Internacional de Unidades (SI) é a linguagem de medida internacional que permite aos engenheiros informarem seus resultados. A partir de seis unidades principais podem ser derivadas as unidades de outras grandezas físicas.

3. **Corrente é o fluxo de carga por unidade de tempo**

$$i = dq/dt$$

4. Tensão é a energia necessária para deslocar 1 C de carga através de um elemento.

$$v = dw/dq$$

5. **Potência é a energia fornecida ou absorvida por unidade de tempo. Ela também é o produto da tensão pela corrente.**

$$p = dw/dt = v * i$$

6. De acordo com a convenção de sinal passivo, adota-se um sinal positivo para a potência quando a corrente entra pelo terminal de polaridade positiva da tensão em um elemento.

7. **Uma fonte de tensão ideal produz uma diferença de potencial específica entre seus terminais independentemente do que estiver conectado a ela. Uma fonte de corrente ideal produz uma corrente específica através de seus terminais, não interessando o que está conectado a ela.**

8. As fontes de corrente e tensão podem ser dependentes ou independentes. Uma fonte dependente é aquela cujo valor depende de algum outro circuito variável.

9. **Dois áreas de aplicação dos conceitos vistos neste capítulo são o tubo de imagem de TV e o procedimento de cobrança pelo fornecimento de energia elétrica.**