

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA – UFSC
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA E ELETRÔNICA

CIRCUITOS RLC SÉRIE DE SEGUNDA ORDEM

GUSTAVO SIMAS DA SILVA
HENRIQUE PICKLER DA SILVA

OUTUBRO, 2017

“Uma experiência nunca é um fracasso,
pois vem sempre a demonstrar algo”.

Thomas Edison

ÍNDICE DE SÍMBOLOS, ABREVIATURAS E UNIDADES

i	-	Corrente elétrica
P	-	Potência elétrica ativa
A	-	ampère (intensidade de corrente elétrica)
V	-	volt (diferença de potencial elétrico)
W	-	Watt (potência elétrica ativa)
CC, DC	-	corrente contínua
AC, CA	-	corrente alternada
Ω	-	ohm (resistência elétrica)
Hz	-	hertz (frequência)
n	-	nano (10^{-9})
μ	-	micro (10^{-6})
m	-	mili (10^{-3})
k	-	quilo (10^3)
M	-	mega (10^6)

ÍNDICE DE FIGURAS, TABELAS E EQUAÇÕES

Tabela 1 - Valores obtidos do experimento	12
Figura 1 - Circuito RLC série.....	7
Figura 2 - Curvas de amortecimento	9
Figura 3 - Onda de resposta	10

Sumário

1. INTRODUÇÃO E OBJETIVOS.....	6
2. BASE TEÓRICA	7
2.1 Circuito RLC Série	7
3. RESULTADOS DE LABORATÓRIO	10
3.1 Materiais e Métodos	10
3.2 Circuito para Montagem	10
4. CONSIDERAÇÕES FINAIS	13
REFERÊNCIAS	14

1. INTRODUÇÃO E OBJETIVOS

Este relatório visa demonstrar os conceitos vistos na Aula 6 de laboratório da disciplina EEL7045 - Circuitos Elétricos A dos cursos de Engenharia Elétrica e Eletrônica da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC). O foco desta aula foi Circuitos RLC série de Segunda Ordem, tão como análise teórica, demonstração e comprovação destes por meio de montagem de circuito em matriz de contatos.

O trabalho contempla estes assuntos e evidencia as demonstrações feitas em aula, apresenta a base teórica e os dados coletados pelas medições realizadas, com conclusões acerca dos resultados e discussão sobre possíveis aprimoramentos na realização das atividades mencionadas.

2. BASE TEÓRICA

Para entendimento dos conceitos abordados no referente relatório, é apresentada uma base teórica com a explanação da teoria de Circuitos RLC série de Segunda Ordem.

2.1 Circuito RLC Série

Segundo Peng[1]:

“O circuito RLC é chamado de circuito de segunda ordem porque qualquer tensão ou corrente nele é definida por uma equação diferencial de segunda ordem. A combinação de valores dos elementos que compõem o circuito (indutor, resistor e capacitor) define a forma como as tensões e correntes se estabelecerão em função do tempo, havendo três possibilidades: resposta subamortecida, resposta criticamente amortecida e resposta superamortecida”.

A Figura 1 apresenta um esquemático de um Circuito RLC série.

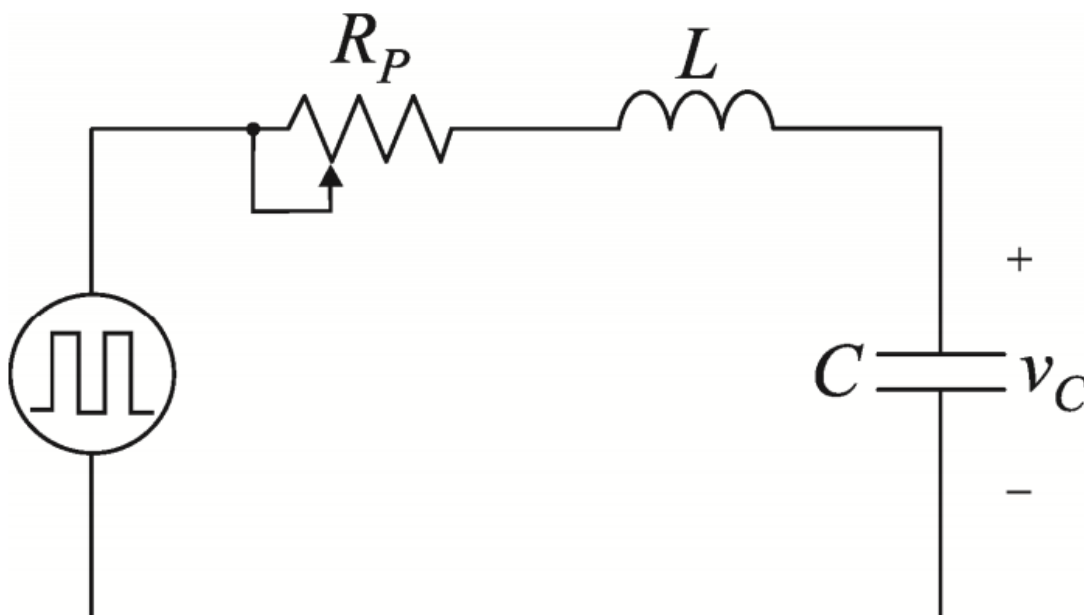


Figura 1 - Circuito RLC série

Por questões práticas, de acordo com Sadiku[3], considera-se “v” como sendo a tensão no capacitor e “i” como a corrente no indutor. Aplicando-se a segunda lei de Kirchhoff (Lei das Tensões / Malhas) ao circuito, encontramos:

$$v_s = v_r + v_l + v_c$$

Sabemos que, independentemente dos valores do indutor, capacitor, resistor e fonte, teremos:

$$v_l = L \frac{di}{dt}$$

$$i_c = C \frac{dv_c}{dt}$$

Como é um caso de circuito em série, temos $i_c = i_L = i_R$, resulta:

$$V_s u(t) = Ri + L \frac{di}{dt} + v_c$$

$$V_s u(t) = RC \frac{dv}{dt} + LC \frac{d^2v}{dt^2} + v_c$$

Assim, ao se analisar a resposta do circuito para $t > 0$:

$$\frac{V_s}{LC} = \frac{d^2v}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dv}{dt} + \frac{v}{LC}$$

Definimos, então, $2\alpha = R/L$ e $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$, chegamos a:

$$\omega_0^2 V_s = \frac{d^2v}{dt^2} + 2\alpha \frac{dv}{dt} + \omega_0^2 v$$

Com base nisso, definimos a equação característica da Equação Diferencial Ordinária (EDO):

$$s^2 + 2\alpha s + \omega_0^2 = 0$$

Calculando-se as raízes, encontramos:

$$s = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$$

Deste modo, três casos são possíveis:

1. $\alpha > \omega_0$: **Superamortecido**
2. $\alpha = \omega_0$: **Amortecimento Crítico**
3. $\alpha < \omega_0$: **Subamortecido**

A Figura 2 apresenta o gráfico com as três diferentes curvas de amortecimento passíveis de serem identificadas em circuitos RLC série.

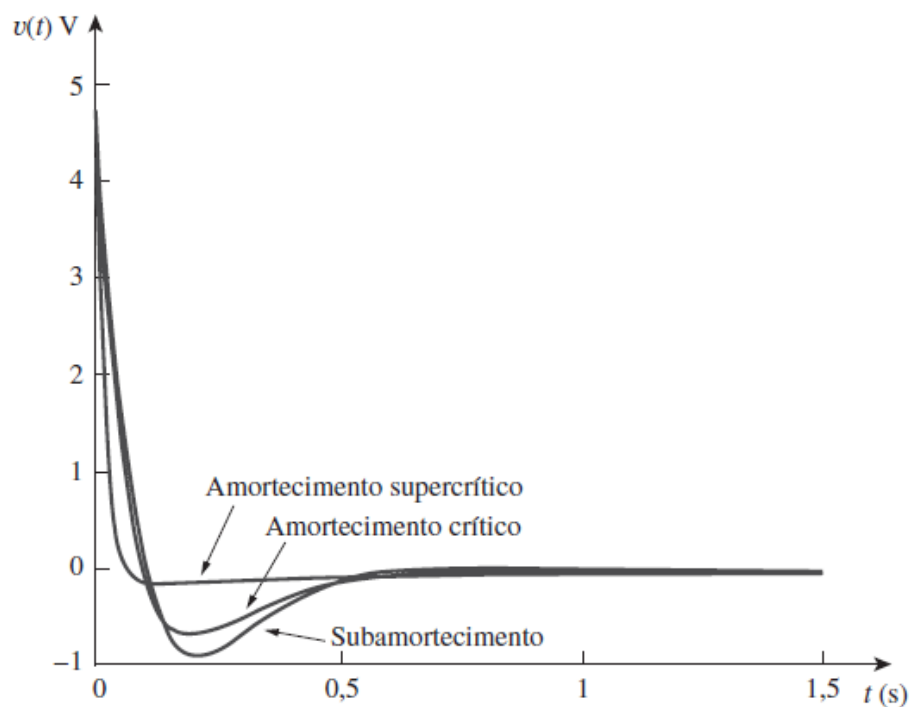


Figura 2 - Curvas de amortecimento (SADIKU [3])

3. RESULTADOS DE LABORATÓRIO

3.1 Materiais e Métodos

Para obter os resultados de laboratório, foram utilizados os seguintes instrumentos de medição: Multímetro Analógico (marca ICEL, modelo MA-100), Multímetro Digital (marca Minipa, modelo ET-2082C), além de demais materiais auxiliares como matriz de contato, jumpers (conectores), potenciômetro linear de $10\text{k } \Omega$, resistores de valores comerciais e precisão 5%, capacitor de tântalo 100nF , indutor de 100mH , gerador de sinais.

Avaliou-se o estado de conservações dos instrumentos e nenhum deles apresentou dano aparente ou qualquer falha mecânica/eletrônica de modo que comprometesse significativamente os procedimentos de laboratório.

3.2 Circuito para Montagem

Seguindo o roteiro de laboratório proposto em [1], propôs-se a montagem do circuito na Figura 1, com $L = 100\text{mH}$, $C = 100\text{nF}$ e R_p uma resistência variável (potenciômetro).

Como entrada, selecionou-se uma onda quadrada no gerador de sinal, com auxílio do osciloscópio digital, amplitude de 5V (nível baixo = 0V). Ajustou-se o valor do potenciômetro e a frequência da onda quadrada, de modo que a oscilação terminasse antes de $T_s/2$, conforme ilustrado pela Figura 3.

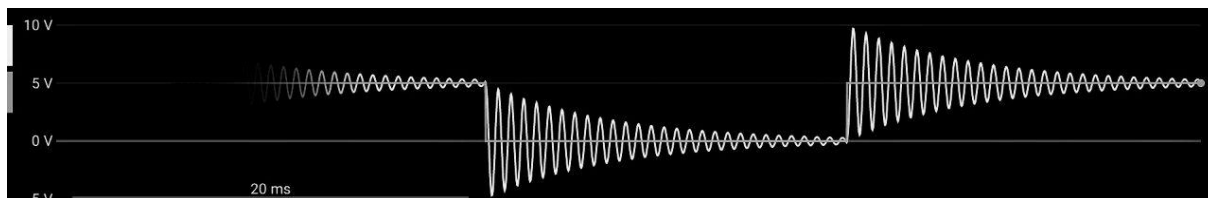


Figura 3 - Onda de resposta

Assim, foi medida a frequência de amortecimento (f_d), tão como a diferença entre dois picos consecutivos para cálculo de outros parâmetros.

Já que a corrente no circuito é a mesma em todos os componentes, fica visível que a resistência aumentará a dissipação de energia. A resistência aparece na equação da corrente também, porém esta é de mais difícil análise. A resistência pode fazer o tipo da resposta mudar. Existem três casos possíveis:

1. $R < 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ Subamortecido
2. $R = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ Amortecimento crítico
3. $R > 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ Sobreamortecido

Nosso circuito se encaixa no caso subamortecido como será demonstrado logo, esse caso é caracterizado pela periodicidade. Os outros dois, são os casos onde não ocorre a periodicidade, o amortecimento crítico é o modo onde o sistema volta ao equilíbrio mais rapidamente sem haver nenhuma periodicidade. No modo subamortecido o mesmo ocorre porém mais lentamente.

Toda essa teoria é expressada de maneira matemática, onde todas estas grandezas se relacionam e descrevem o comportamento do circuito. Para demonstrar esta teoria, foi medido o valor da resistência, da indutância e da frequência de amortecimento, e com isso iremos calcular o valor da capacitância usando as equações abaixo:

$$T_d = 650\mu s \quad R = 24,6\Omega \quad L = 100mH \quad f_d = 58,89Hz$$

Calcula-se o valor da frequência natural não-amortecida como:

$$\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 + \alpha^2}$$

$$\omega_d = \frac{2 * \pi}{T_d}$$

$$\alpha = \frac{R}{2L}$$

A capacitância é a seguinte:

$$C = \frac{1}{L * \omega_0^2} = \frac{1}{L * \left(\left(\frac{2 * \pi}{T_d} \right)^2 - \left(\frac{R}{2L} \right)^2 \right)} = 107nF$$

O valor obtido nos cálculos é verificado pelo componente, que é de fato um capacitor de 100nF e está dentro do erro esperado. O cálculo a seguir demonstra que nosso circuito é de fato subamortecido:

$$2 * \sqrt{\frac{L}{C}} = 966.73 \Omega$$

Logo verificamos que:

$$R < 2 * \sqrt{\frac{L}{C}}$$

A Tabela 1, apresenta os valores medidos e calculados de acordo com o experimento.

Tabela 1 - Valores obtidos do experimento

	R (medido)	L¹ (medido)	f_d (medido)	C (calculado)	α (calculado)	f₀ (calculado)
Valores	(24,6±0,3) Ω	100mH	(58,9±0,3)Hz	107nF	123	1538,55Hz
Escala	200Ω	200mH	400 Hz	-	-	-

¹ Houve dificuldade em realizar a medição da indutância, com isso, utilizou-se o valor padrão informado no componente.
Circuitos RLC Série de 2ª Ordem

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

No estudo de circuitos em geral, queremos saber como um circuito responde a certos tipos de excitações. Nesse caso, queremos saber a resposta do circuito a um degrau a ponto de estudarmos o período de transição após uma mudança súbita de tensão. Para simular o degrau, foi utilizado uma função quadrada com longo período de tal maneira que a oscilação do circuito terminasse antes de haver outra transição.

A oscilação se dá devido à reciprocidade da energia armazenada no capacitor e no indutor. O indutor procura manter a corrente no circuito, porém ao fazer isso sua energia é transmitida ao capacitor devido a essa corrente induzida; o capacitor, por sua vez, procura manter a tensão entre seus terminais constante, porém para fazer isso, este deve aplicar uma corrente no circuito, a qual faz a energia ser transmitida ao indutor.

Este ciclo se repetiria ao infinito, porém, como temos um circuito com uma resistência associada, a todo momento existe uma dissipação de energia na mesma, o que faz com que intensidade da oscilação seja diminuída até não haver mais energia no sistema. Quanto maior o valor da resistência, mais rápido a energia do sistema será dissipada no mesmo. Isso é evidenciado ao analisarmos a equação da potência dissipada no resistor: $P = Ri^2$.

Assim, após o experimento, ficou evidenciada a influência e o papel de cada componente no circuito RLC série. Este circuito pode ser usado em vários problemas práticos como filtros, sintonizar receptores de rádio e aplicações como um simples circuito oscilador.

REFERÊNCIAS

- [1] PENG, Patrick Kuo. **Aula 06 ANÁLISE DE CIRCUITOS DE SEGUNDA ORDEM: CIRCUITO RLC SÉRIE.** Disponível em: <https://github.com/GSimas/EEL7045/blob/master/Lab/Aula06%20-CIRCUITO%20RLC%20S%C3%89RIE%20DE%20SEGUNDA.pdf> . Acesso em 08 out. 2017.
- [2] PETRY, Clovis Antônio. **Teoria de Erros, Medidas e Instrumentos de Medidas.** Disponível em: http://professorpetry.com.br/Ensino/Repositorio/Docencia_CEFET/Metodos_Tecnicas_Laboratorio/2013_1/Apresentacao_Aula_03.pdf. Acesso em 10 set. 2017.
- [3] ALEXANDER, Charles K.; SADIKU, Matthew N. O. **Fundamentos de Circuitos Elétricos.** McGraw Hill. 2016.