Jupyter Notebook desenvolvido por [Gustavo S.S.](https://github.com/GSimas)

> "Na ciência, o crédito vai para o homem que convence o mundo, não para o que primeiro teve a ideia" - Francis Darwin

Capacitores e Indutores ¶

Contrastando com um resistor, que gasta ou dissipa energia de forma irreversível, um indutor ou um capacitor armazena ou libera energia (isto é, eles têm capacidade de memória).

Capacitor

Capacitor é um elemento passivo projetado para armazenar energia em seu campo elétrico. Um capacitor é formado por duas placas condutoras separadas por um isolante (ou dielétrico).

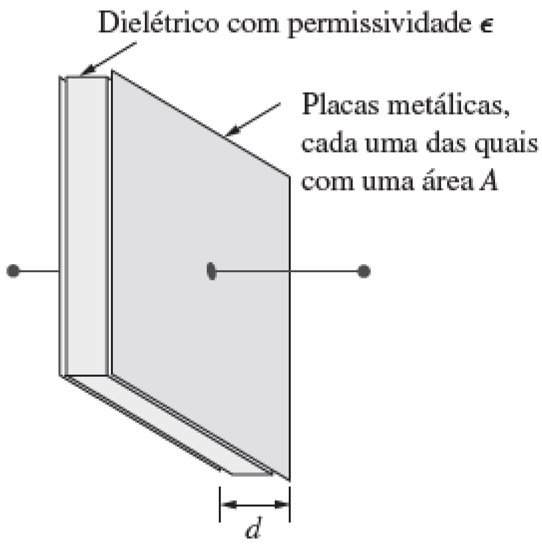


Figura 6.1 Capacitor comum.

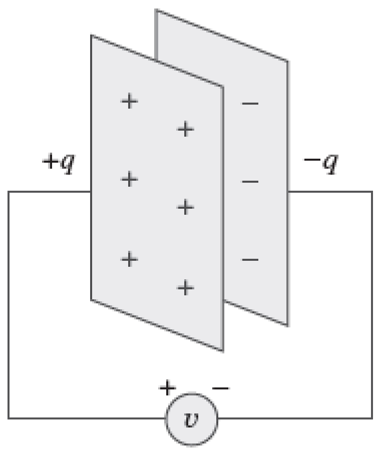


Figura 6.2 Capacitor com tensão aplicada v.

Quando uma fonte de tensão v é conectada ao capacitor, como na Figura 6.2, a fonte deposita uma carga positiva q sobre uma placa e uma carga negativa –q na outra placa. Diz-se que o capacitor armazena a carga elétrica. A quantidade de carga armazenada, representada por q, é diretamente proporcional à tensão aplicada v de modo que:

$$q = Cv$$

Capacitância é a razão entre a carga depositada em uma placa de um capacitor e a diferença de potencial entre as duas placas, medidas em farads (F). Embora a capacitância C de um capacitor seja a razão entre a carga q por placa e a tensão aplicada v, ela não depende de q ou v, mas, sim, das dimensões físicas do capacitor

$$C = \epsilon \frac{A}{d}$$

Onde **A** é a área de cada placa, **d** é a distância entre as placas e **ε** é a permissividade elétrica do material dielétrico entre as placas

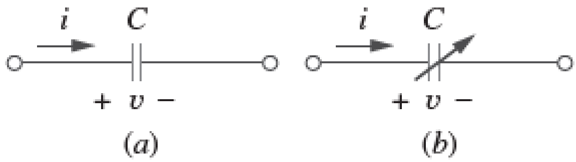


Figura 6.3 Símbolos para capacitores: (a) capacitor fixo; (b) capacitor variável.

Para obter a relação corrente-tensão do capacitor, utilizamos:

$$i = C\frac{dv}{dt}$$

Diz-se que os capacitores que realizam a Equação acima são lineares. Para um capacitor não linear, o gráfico da relação corrente-tensão não é uma linha reta. E embora alguns capacitores sejam não lineares, a maioria é linear.

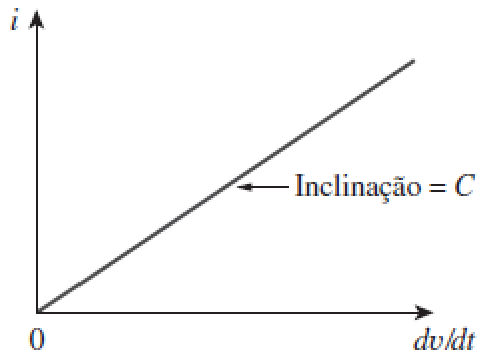


Figura 6.6 Relação tensão-corrente de um capacitor.

Relação Tensão-Corrente:

$$v(t) = \frac{1}{C}\int_{t_0}^{t} i(\tau)d\tau + v(t_0)$$

A Potência Instantânea liberada para o capacitor é:

$$p = vi = Cv\frac{dv}{dt}$$

A energia armazenada no capacitor é:

$$w = \int_{-\infty}^{t} p(\tau)d\tau = C\int_{-\infty}^{t} v\frac{dv}{d\tau}d\tau = C\int_{v(-\infty)}^{v(t)} vdv = \frac{1}{2}Cv^2$$

Percebemos que v(-∞) = 0, pois o capacitor foi descarregado em t = -∞. Logo:

$$w = \frac{1}{2}Cv^2$$

$$w = \frac{q^2}{2C}$$

As quais representam a energia armazenada no campo elétrico existente entre as placas do capacitor. Essa energia pode ser recuperada, já que um capacitor ideal não pode dissipar energia. De fato, a palavra capacitor deriva da capacidade de esse elemento armazenar energia em um campo elétrico.

1. **Um capacitor é um circuito aberto em CC.**
2. A tensão em um capacitor não pode mudar abruptamente.
3. **O capacitor ideal não dissipa energia, mas absorve potência do circuito ao armazenar energia em seu campo e retorna energia armazenada previamente ao liberar potência para o circuito.**
4. Um capacitor real, não ideal, possui uma resistência de fuga em paralelo conforme pode ser observado no modelo visto na Figura 6.8. A resistência de fuga pode chegar a valores bem elevados como 100 MΩ e pode ser desprezada para a maioria das aplicações práticas.

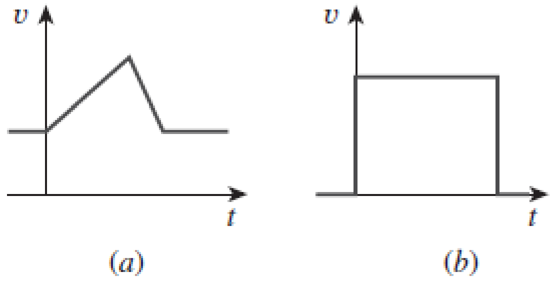


Figura 6.7 A tensão nos terminais de um capacitor: (*a*) permitida; (*b*) não permitida; não é possível uma mudança abrupta.

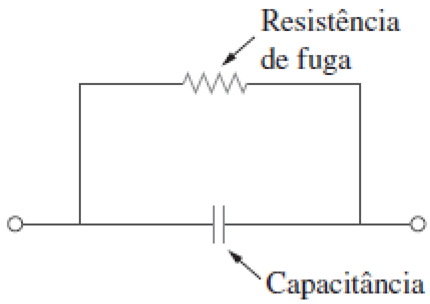


Figura 6.8 Modelo de circuito de um capacitor não ideal.

Exemplo 6.1

a. Calcule a carga armazenada em um capacitor de 3 pF com 20 V entre seus terminais.

b. Determine a energia armazenada no capacitor.

In [7]:

```
print("Exemplo 6.1")

C = 3*(10**(-12))
V = 20
q = C*V

print("Carga armazenada:",q,"C")

w = q**2/(2*C)

print("Energia armazenada:",w,"J")
```

```
Exemplo 6.1
Carga armazenada: 6e-11 C
Energia armazenada: 6e-10 J
```

Problema Prático 6.1

Qual é a tensão entre os terminais de um capacitor de 4,5 uF se a carga em uma placa for 0,12 mC? Quanta energia é armazenada?

In [9]:

```
print("Problema Prático 6.1")

C = 4.5*10**-6
q = 0.12*10**-3
V = q/C

print("Tensão no capacitor:",V,"V")

w = q**2/(2*C)

print("Energia armazenada:",w,"J")
```

```
Problema Prático 6.1
Tensão no capacitor: 26.666666666666668 V
Energia armazenada: 0.0015999999999999999 J
```

Exemplo 6.2

A tensão entre os terminais de um capacitor de 5 uF é:

v(t) 10 cos 6.000t V

Calcule a corrente que passa por ele.

In [16]:

```
print("Exemplo 6.2")

import numpy as np
from sympy import *

C = 5*10**-6
t = symbols('t')
v = 10*cos(6000*t)
i = C*diff(v,t)

print("Corrente que passa no capacitor:",i,"A")
```

```
Exemplo 6.2
Corrente que passa no capacitor: -0.3*sin(6000*t) A
```

Problema Prático 6.2

Se um capacitor de 10 uF for conectado a uma fonte de tensão com:

v(t) 75 sen 2.000t V

determine a corrente através do capacitor.

In [15]:

```
print("Problema Prático 6.2")

C = 10*10**-6
v = 75*sin(2000*t)
i = C * diff(v,t)

print("Corrente:",i,"A")
```

```
Problema Prático 6.2
Corrente: 1.5*cos(2000*t) A
```

Exemplo 6.3

Determine a tensão através de um capacitor de 2 uF se a corrente através dele for

i(t) 6e^-3.000t mA

Suponha que a tensão inicial no capacitor seja igual a zero.

In [23]:

```
print("Exemplo 6.3")

C = 2*10**-6

i = 6*exp(-3000*t)*10**-3
v = integrate(i,(t,0,t))
v = v/C

print("Tensão no capacitor:",v,"V")
```

```
Exemplo 6.3
Tensão no capacitor: 1.0 - 1.0*exp(-3000*t) V
```

Problema Prático 6.3

A corrente contínua através de um capacitor de 100 uF é:

i(t) = 50 sen(120pi*t) mA.

Calcule a tensão nele nos instantes t = 1 ms e t = 5 ms. Considere v(0) = 0.

In [26]:

```
print("Problema Prático 6.3")

C = 100*10**-6
i = 50*sin(120*np.pi*t)*10**-3

v = integrate(i,(t,0,0.001))
v = v/C

print("Tensão no capacitor para t = 1ms:",v,"V")

v = integrate(i,(t,0,0.005))
v = v/C

print("Tensão no capacitor para t = 5ms:",v,"V")
```

```
Problema Prático 6.3
Tensão no capacitor para t = 1ms: 0.0931368282680687 V
Tensão no capacitor para t = 5ms: 1.73613771038391 V
```

Exemplo 6.4

Determine a corrente através de um capacitor de 200 mF cuja tensão é mostrada na Figura 6.9.

)

In [27]:

```
print("Exemplo 6.4")

#v(t) = 50t, 0<t<1
#v(t) = 100 - 50t, 1<t<3
#v(t) = -200 + 50t, 3<t<4
#v(t) = 0, caso contrario

C = 200*10**-6

v1 = 50*t
v2 = 100 - 50*t
v3 = -200 + 50*t

i1 = C*diff(v1,t)
i2 = C*diff(v2,t)
i3 = C*diff(v3,t)

print("Corrente para 0<t<1:",i1,"A")
print("Corrente para 1<t<3:",i2,"A")
print("Corrente para 3<t<4:",i3,"A")
```

```
Exemplo 6.4
Corrente para 0<t<1: 0.0100000000000000 A
Corrente para 1<t<3: -0.0100000000000000 A
Corrente para 3<t<4: 0.0100000000000000 A
```

Problema Prático 6.4

Um capacitor inicialmente descarregado de 1 mF possui a corrente mostrada na Figura 6.11 entre seus terminais. Calcule a tensão entre seus terminais nos instantes t = 2 ms e t = 5 ms.

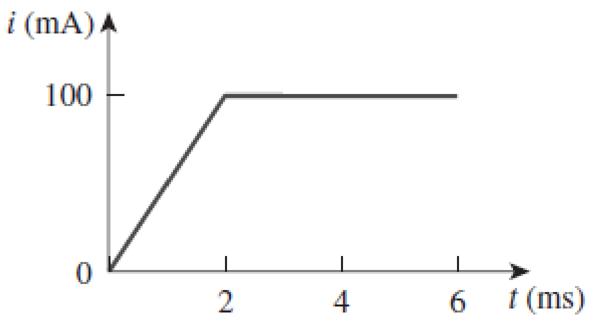


Figura 6.11 Esquema para o Problema prático 6.4.

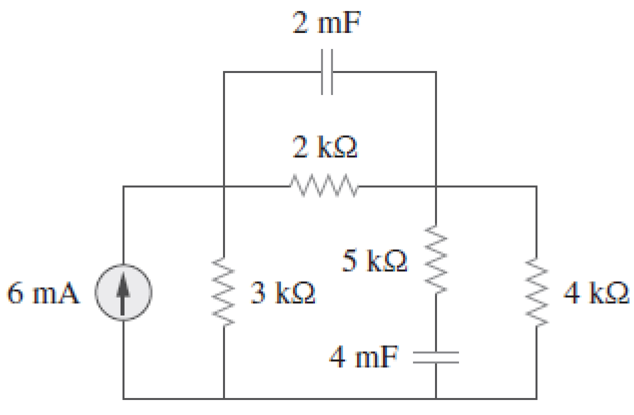
In [42]:

```
print("Problema Prático 6.4")

C = 1*10**-3

i = 50*t*10**-3
v = integrate(i,(t,0,0.002))
v = v/C

print("Tensão para t=2ms:",v,"V")

i = 100*10**-3
v = integrate(i,(t,0,0.005))
v = v/C

print("Tensão para t=5ms:",v,"V")
```

```
Problema Prático 6.4
Tensão para t=2ms: 0.000100000000000000 V
Tensão para t=5ms: 0.500000000000000 V
```

Exemplo 6.5

Obtenha a energia armazenada em cada capacitor na Figura 6.12a em condições de CC.



(a)

Figura 6.12 Esquema para o Exemplo 6.5.

In [46]:

```
print("Exemplo 6.5")

C1 = 2*10**-3
C2 = 4*10**-3

I1 = (6*10**-3)*(3000)/(3000 + 2000 + 4000) #corrente que passa no resistor de 2k
Vc1 = I1*2000 # tensao sobre o cap1 = tensao sobre o resistor 2k
wc1 = (C1*Vc1**2)/2

print("Energia do Capacitor 1:",wc1,"J")

Vc2 = I1*4000
wc2 = (C2*Vc2**2)/2

print("Energia do Capacitor 2:",wc2,"J")
```

```
Exemplo 6.5
Energia do Capacitor 1: 0.016 J
Energia do Capacitor 2: 0.128 J
```

Problema Prático 6.5

Em condições CC, determine a energia armazenada nos capacitores da Figura 6.13.

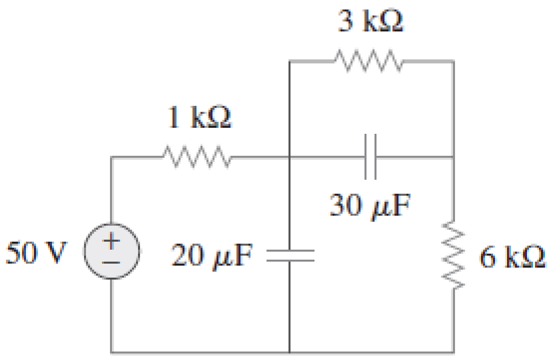


Figura 6.13 Esquema para o Problema prático 6.5.

In [47]:

```
print("Problema Prático 6.5")

C1 = 20*10**-6
C2 = 30*10**-6
Vf = 50 #tensao da fonte
Req = 1000 + 3000 + 6000

Vc1 = Vf*(3000+6000)/Req
Vc2 = Vf*3000/Req

wc1 = (C1*Vc1**2)/2
wc2 = (C2*Vc2**2)/2

print("Energia no Capacitor 1:",wc1,"J")
print("Energia no Capacitor 2:",wc2,"J")
```

```
Problema Prático 6.5
Energia no Capacitor 1: 0.020249999999999997 J
Energia no Capacitor 2: 0.0033749999999999995 J
```

Capacitores em Série e Paralelo

Paralelo

A capacitância equivalente de N capacitores ligados em paralelo é a soma de suas capacitâncias individuais.

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + \ldots + C_N = \sum_{i=1}^{N} C_i$$

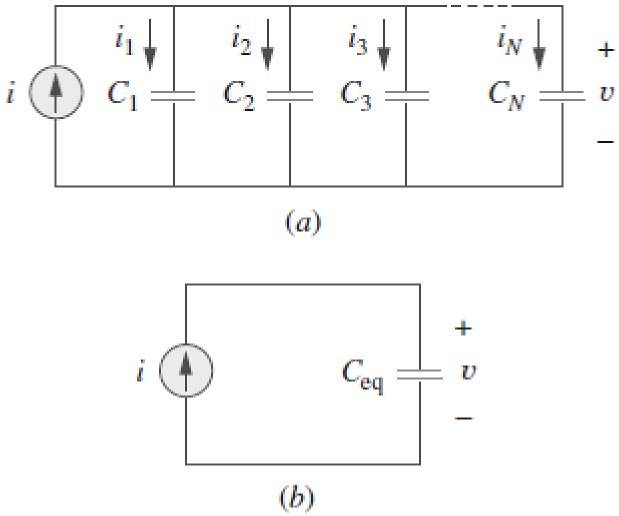


Figura 6.14 (*a*) *N* capacitores conectados em paralelo; (*b*) circuito equivalente para os capacitores em paralelo.

Série

A capacitância equivalente dos capacitores associados em série é o inverso da soma dos inversos das capacitâncias individuais.

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots + \frac{1}{C_N}$$

$$C_{eq} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{N} \frac{1}{C_i}}$$

$$C_{eq} = (\sum_{i=1}^{N} (C_i)^{-1})^{-1}$$

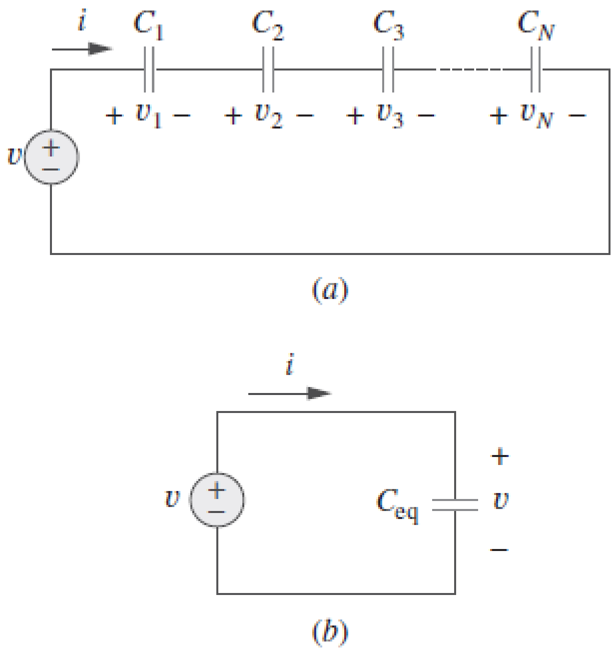


Figura 6.15 (*a*) *N* capacitores conectados em série; (*b*) circuito equivalente para os capacitores em série.

Para 2 Capacitores:

$$C_{eq} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

Exemplo 6.6

Determine a capacitância equivalente vista entre os terminais a-b do circuito da Figura 6.16.

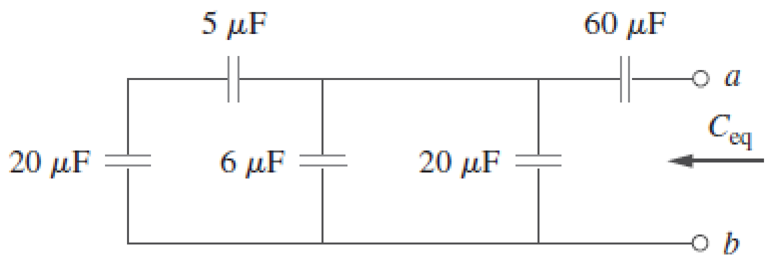


Figura 6.16 Esquema para o Exemplo 6.6.

In [48]:

```
print("Exemplo 6.6")

u = 10**-6 #definicao de micro
Ceq1 = (20*u*5*u)/((20 + 5)*u)
Ceq2 = Ceq1 + 6*u + 20*u
Ceq3 = (Ceq2*60*u)/(Ceq2 + 60*u)

print("Capacitância Equivalente:",Ceq3,"F")
```

```
Exemplo 6.6
Capacitância Equivalente: 1.9999999999999998e-05 F
```

Problema Prático 6.6

Determine a capacitância equivalente nos terminais do circuito da Figura 6.17.

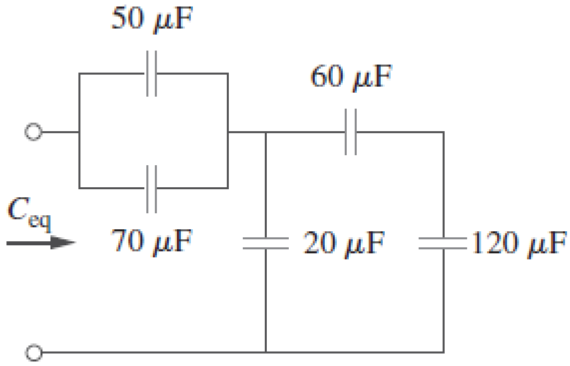


Figura 6.17 Esquema para o Problema prático 6.6.

In [49]:

```
print("Problema Prático 6.6")

Ceq1 = (60*u*120*u)/((60 + 120)*u)
Ceq2 = 20*u + Ceq1
Ceq3 = 50*u + 70*u
Ceq4 = (Ceq2 * Ceq3)/(Ceq2 + Ceq3)

print("Capacitância Equivalente:",Ceq4,"F")
```

```
Problema Prático 6.6
Capacitância Equivalente: 3.9999999999999996e-05 F
```

Exemplo 6.7

Para o circuito da Figura 6.18, determine a tensão em cada capacitor.

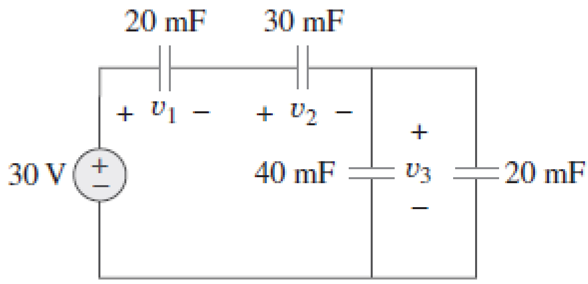


Figura 6.18 Esquema para o Exemplo 6.7.

In [53]:

```
print("Exemplo 6.7")

m = 10**-3
Vf = 30

Ceq1 = 40*m + 20*m
Ceq2 = 1/(1/(20*m) + 1/(30*m) + 1/(Ceq1))

print("Capacitância Equivalente:",Ceq2,"F")

q = Ceq2*Vf

v1 = q/(20*m)
v2 = q/(30*m)
v3 = Vf - v1 - v2

print("Tensão v1:",v1,"V")
print("Tensão v2:",v2,"V")
print("Tensão v3:",v3,"V")
```

```
Exemplo 6.7
Capacitância Equivalente: 0.009999999999999998 F
Tensão v1: 14.999999999999996 V
Tensão v2: 9.999999999999998 V
Tensão v3: 5.000000000000005 V
```

Problema Prático 6.7

Determine a tensão em cada capacitor na Figura 6.20.

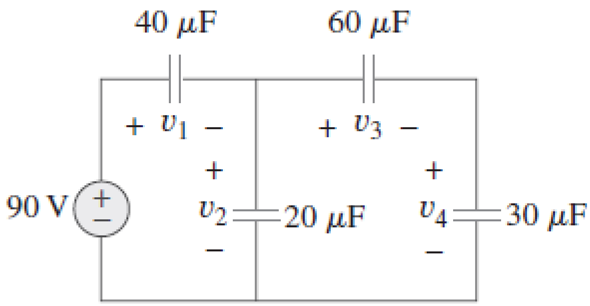


Figura 6.20 Esquema para o Problema prático 6.7.

In [61]:

```
print("Problema Prático 6.7")

Vf = 90

Ceq1 = (30*u * 60*u)/(30*u + 60*u)
Ceq2 = Ceq1 + 20*u
Ceq3 = (40*u * Ceq2)/(40*u + Ceq2)

print("Capacitância Equivalente:",Ceq3,"F")

q1 = Ceq3*Vf

v1 = q1/(40*u)
v2 = Vf - v1

q3 = Ceq1*v2

v3 = q3/(60*u)
v4 = q3/(30*u)

print("Tensão v1:",v1,"V")
print("Tensão v2:",v2,"V")
print("Tensão v3:",v3,"V")
print("Tensão v4:",v4,"V")
```

```
Problema Prático 6.7
Capacitância Equivalente: 1.9999999999999998e-05 F
Tensão v1: 45.0 V
Tensão v2: 45.0 V
Tensão v3: 15.000000000000002 V
Tensão v4: 30.000000000000004 V
```