

Calcul de tableaux d'amortissement

1 Tableau d'amortissement

Un emprunt est caractérisé par :

- une somme empruntée notée K ;
- un taux annuel, en %, noté i ;
- une périodicité qui correspond à la fréquence de remboursement, noté *periodicite*. Elle est usuellement exprimée en parties d'une année et prend les valeurs 1 (remboursement annuel), 2 (semestriel), 4 (trimestriel) ou 12 (mensuel) ;
- un taux périodique, noté ip ;
- une durée, notée *duree*, exprimée en périodes (mois, trimestres, semestres, années) ;
- la date de la première échéance, notée *date_initiale* ;
- la date de chaque échéance, notée *date* ;
- le numéro de l'échéance, noté *ieme*, entre 1 et *duree* ;
- le montant de chaque échéance, noté pmt ;
- la proportion de capital de chaque échéance, notée ke ;
- la proportion des intérêts de chaque échéance, notée ipe ;
- le capital restant dû, noté crd .

Un tableau d'amortissement comprendra les colonnes *ieme*, *date*, pmt , ke , ipe et crd .

2 Capital constant

Cet emprunt est caractérisé par le fait que ke est constant.

2.1 Calcul de la première échéance

Connaissant K , i , *periodicite*, *duree* et *date_initiale*, il s'agit de déterminer la valeur de pmt_0 .

1. Calculer ip :

$$ip = \frac{i}{periodicite} \quad (1)$$

2. Déterminer la part de capital contenue dans chaque échéance :

$$ke = \frac{K}{duree} \quad (2)$$

3. Déterminer la part des intérêts contenue dans la première échéance :

$$ipe_0 = K \times ip \quad (3)$$

4. En déduire la valeur de la première échéance :

$$pmt_0 = ke + ipe_0 \quad (4)$$

2.2 Calcul du capital initial

Connaissant pmt_0 , i , $periodicite$, $duree$ et $date_initiale$, il s'agit de déterminer la valeur du capital initial K .

1. Calculer ip :

$$ip = \frac{i}{periodicite} \quad (5)$$

2. En déduire le montant du capital initial :

$$K = \frac{pmt_0 \times duree}{1 + duree \times ip} \quad (6)$$

3. Déterminer la part de capital contenue dans chaque échéance :

$$ke = \frac{K}{duree} \quad (7)$$

4. Déterminer la part des intérêts contenue dans la première échéance :

$$ipe_0 = K \times ip \quad (8)$$

2.3 Calcul du taux annuel

Connaissant K , pmt_0 , $periodicite$, $duree$ et $date_initiale$, cherchons i .

1. Déterminer la part de capital contenue dans chaque échéance :

$$ke = \frac{K}{duree} \quad (9)$$

2. Déterminer la part des intérêts contenue dans la première échéance :

$$ipe_0 = pmt_0 - ke \quad (10)$$

3. En déduire le taux annuel :

$$i = \frac{ipe_0}{K} \quad (11)$$

2.4 Calcul du nombre de périodes

Connaissant K , i , $periodicite$, pmt_0 et $date_initiale$, cherchons $duree$.

1. Calculer ip :

$$ip = \frac{i}{periodicite} \quad (12)$$

2. Calculer ipe_0 :

$$ipe_0 = K \times ip \quad (13)$$

3. Calculer ke :

$$ke = pmt_0 - ipe_0 \quad (14)$$

4. En déduire le nombre de périodes :

$$duree = \frac{K}{ke} \quad (15)$$

2.5 Construction du tableau d'amortissement

La première ligne du tableau d'amortissement se construit en fonction des données initiales, en utilisant les formules ci-dessus. Calculer aussi le capital restant dû de la première échéance avec :

$$crd_0 = K - ke \quad (16)$$

Les $duree - 1$ lignes successives se calculent itérativement :

$$crd_i = crd_{i-1} - ke \quad (17)$$

$$ipe_i = crd_{i-1} \times ip \quad (18)$$

$$pmt_i = crd_{i-1} \times ip + ke \quad (19)$$

3 Échéance constante

Cet emprunt est caractérisé par le fait que la somme à payer chaque mois par l'emprunteur (l'échéance) est constante.

3.1 Calcul de l'échéance

Connaissant K , i , $periodicite$, $duree$ et $date_initiale$, il s'agit de déterminer la valeur de pmt .

1. Calculer ip :

$$ip = \frac{i}{periodicite} \quad (20)$$

2. Calculer ensuite la valeur de pmt :

$$pmt = \frac{K \times ip}{1 - (1 + ip)^{-duree}} \quad (21)$$

3.2 Calcul du capital initial

Connaissant pmt , i , $periodicite$, $duree$ et $date_initiale$, il s'agit de déterminer la valeur du capital initial K accessible.

1. Calculer ip :

$$ip = \frac{i}{periodicite} \quad (22)$$

2. Calculer K :

$$K = \frac{pmt((ip + 1)^{duree} - 1)}{ip(ip + 1)^{duree}} \quad (23)$$

3.3 Calcul du taux annuel

Connaissant K , pmt , $periodicite$, $duree$ et $date_initiale$, cherchons i .

Il n'existe pas de formule algébrique pour calculer le taux. Il convient de procéder par une recherche numérique approchée par incrémentation ou décrémentation successives (de 0,001% par exemple) d'un taux estimé puis de mesurer l'écart obtenu entre pmt connu et pmt calculé.

Prendre garde au nombre maximum d'itérations acceptable.

3.4 Calcul du nombre de périodes

Connaissant K , i , $periodicite$, pmt et $date_initiale$, cherchons $duree$.

1. Calculer ip :

$$ip = \frac{i}{periodicite} \quad (24)$$

2. Calculer $duree$:

$$duree = \frac{\log(-(pmt/(ip \times K - pmt)))}{\log(1 + ip)} \quad (25)$$

3. Arrondir la valeur de $duree$ à l'entier supérieur.

3.5 Construction du tableau d'amortissement

La première ligne du tableau d'amortissement se construit en fonction des données initiales, en utilisant les formules ci-dessus. Calculer aussi le capital restant dû de la première échéance avec :

$$crd_0 = K - ke \quad (26)$$

Les $duree - 1$ lignes successives se calculent itérativement :

$$crd_i = crd_{i-1} - ke_i \quad (27)$$

$$ipe_i = crd_{i-1} \times ip \quad (28)$$

$$ke_i = pmt - ipe_i \quad (29)$$