



دانشگاه صنعتی امیرکبیر (پلی تکنیک تهران)  
دانشکده مهندسی صنایع و سیستم‌های مدیریت

## پروژه درس برنامه‌ریزی تولید: فاز دوم

تهیه‌کننده:

حامد اعراب – ۹۹۲۵۰۰۳

استاد:

دکتر هادی مصدق

پاییز و زمستان ۱۴۰۲

## مدل بهینه‌سازی

مدل بهینه‌سازی داده‌شده در فایل توضیحات را مطابق زیر تغییر داده تا بتوانیم برنامه‌ریزی سه محصول جدا را به صورت همزمان انجام داده و از مفروضات مسئله پیروی کنیم.

$$\text{minimize } \sum_{t \in T} \left( \sum_{g \in G} \left( r p c_g . R P_{t g} + o p c_g . O P_{t g} + p i c . P I_{t g} \right) \right. \\ \left. + p d c . P D_{t g} + i s c_g . I S_{t g} + i g c . I G_{t g} \right) + r s . T W_t + o s . O W_t + h c . H W_t + f c . F W_t \quad (1)$$

Subject to:

$$\sum_{g \in G} R P_{t g} \leq r p r . T W_t \quad t \in T \quad (2)$$

$$\sum_{g \in G} O P_{t g} \leq o p r . T W_t \quad t \in T \quad (3)$$

$$\sum_{g \in G} O P_{t g} \leq o p r . O W_t \quad t \in T \quad (4)$$

$$T W_t = T W_{t-1} + H W_t + F W_t \quad t \in T, t \neq T_0 \quad (5)$$

$$T W_t = i w + H W_t + F W_t \quad t = T_0 \quad (6)$$

$$I L_{t g} = I S_{t g} - I G_{t g} \quad t \in T, g \in G \quad (7)$$

$$R P_{t g} = R P_{t-1, g} + P I_{t g} - P D_{t g} \quad t \in T, t \neq T_0, g \in G \quad (8)$$

$$R P_{t g} = i r p_g + P I_{t g} - P D_{t g} \quad t = T_0, g \in G \quad (9)$$

$$I L_{t g} = I L_{t-1, g} + R P_{t g} + O P_{t g} - D_{t g} \quad t \in T, t \neq T_0, g \in G \quad (10)$$

$$I L_{t g} = i i l_g + R P_{t g} + O P_{t g} - D_{t g} \quad t = T_0, g \in G \quad (11)$$

$$I L_{t g} = f i l_g \quad t = T_{-1}, g \in G \quad (12)$$

## توضیحات پارامترها

در زیر به پارامترها و ورودی‌های مسئله که میتوان مقادیرشان را تغییر داد می‌پردازیم.

Parameter	Description	Dimension	Default Value
$T$	periods	-	$\langle 20, 21, \dots, 25 \rangle$
$G$	product groups	-	$\langle 1, 2, 3 \rangle$
$D_{tg}$	demand for group $g$ in period $t$	units	G1 Forecast (WMA), G2 Forecast (ALR), G3 Forecast (ALR)
$rpr$	regular production rate	units per worker	$3.125 \times \frac{7}{9}$
$opr$	overtime production rate	units per worker	$3.125 \times \frac{2}{9}$
$rpc_g$	regular production cost of group $g$	tomans per unit	$\langle 11.3e6, 12.2e6, 16.7e6 \rangle$
$opc_g$	overtime production cost of group $g$	tomans per unit	$\langle 13.56e6, 14.64e6, 20.04e6 \rangle$
$pic$	production increase cost	tomans per unit	$1e6$
$pdc$	production decrease cost	tomans per unit	$1.5e6$
$isc_g$	inventory surplus cost of group $g$	tomans per unit	$\langle \frac{2.3e6}{12}, \frac{3.1e6}{12}, \frac{5.6e6}{12} \rangle$
$igc_g$	inventory shortage cost of group $g$	tomans per unit	$\langle 0, 0, 0 \rangle$
$rs$	regular salary	tomans per worker	$15e6$
$os$	overtime salary	tomans per worker	$4.5e6$
$hc$	hiring cost	tomans per worker	$2.4e6$
$fc$	firing cost	tomans per worker	$12e6$
$iw$	initial workers	worker	$20e3$
$irp_g$	initial regular production of group $g$	units	$\langle 0, 0, 0 \rangle$

$il_g$	initial inventory level of group $g$	units	$\langle 0,0,0 \rangle$
$fil_g$	final inventory level of group $g$	units	$\langle 0,0,0 \rangle$

**توجه:**

برای مقادیر تقاضاها، بر اساس نتایج حاصله از فاز پیشین، از پیشبینی‌های روش میانگین وزنی متحرکی برای گروه یک، و از پیشبینی‌های روش رگرسیون خطی سازگار شده برای گروه‌های دو و سه استفاده می‌کنیم.

## توضیحات متغیرهای تصمیم

متغیرهای تصمیم مسئله بهینه‌سازی، به شرح زیرند:

Decision Variable	Description	Dimension
$RP_{tg}$	regular production of group $g$ in period $t$	units
$OP_{tg}$	overtime production of group $g$ in period $t$	units
$PI_{tg}$	production increase of group $g$ in period $t$	units
$PD_{tg}$	production decrease of group $g$ in period $t$	units
$IL_{tg}$	inventory level of group $g$ in period $t$	units
$IS_{tg}$	inventory surplus of group $g$ in period $t$	units
$IG_{tg}$	inventory shortage of group $g$ in period $t$	units
$TW_t$	total workers in period $t$	workers
$OW_t$	overtime workers in period $t$	workers
$HW_t$	hired workers in period $t$	workers
$FW_t$	fired workers in period $t$	workers

توجه:

یک متغیر تصمیم برای حداقل تعداد کارگرانی که در یک دوره باید به صورت کامل در زمان‌های اضافه‌کاری مشغول باشند اضافه می‌کنیم تا بتوانیم هزینه دستمزد اضافه‌کاری کارگران را در تابع هدف محاسبه کنیم. محدودیت مربوط به این نکته، محدودیت شماره ۴ می‌باشد.

## نتایج

مطابق نتایج حاصله، هزینه کل تقریباً برابر با ۳۰۰ میلیارد تومان خواهد بود. از آنجایی که تعداد کارگران بسیار بیشتر از تقاضا برای محصولات است، مجبوریم اکثر آن‌ها را اخراج کرده و حدوداً ۲۵۰ نفر را نگه داریم. همچنین چون هزینه‌های تولید اضافه کار نسبت به تولید در زمان عادی بیشتر است، مقدار کمی از محصولات را در اضافه کاری تولید می‌کنیم.

objective value = 301,054,538,333.3333 toman

	20	21	22	23	24	25
<b>RP</b>	(437, 166, 7)	(435, 159, 6)	(433, 154, 6)	(435, 148, 5)	(435, 145, 5)	(435, 144, 5)
<b>OP</b>	(3, 0, 0)	(0, 0, 0)	(0, 0, 0)	(0, 0, 0)	(0, 0, 0)	(0, 0, 0)
<b>PI</b>	(437, 166, 7)	(0, 0, 0)	(0, 0, 0)	(2, 0, 0)	(0, 0, 0)	(0, 0, 0)
<b>PD</b>	(0, 0, 0)	(2, 7, 1)	(2, 5, 0)	(0, 6, 1)	(0, 3, 0)	(0, 1, 0)
<b>IL</b>	(0, 0, 0)	(0, 0, 0)	(0, 0, 0)	(0, 0, 0)	(0, 13, 0)	(0, 0, 0)
<b>IS</b>	(0, 0, 0)	(0, 0, 0)	(0, 0, 0)	(0, 0, 0)	(0, 13, 0)	(0, 0, 0)
<b>IG</b>	(0, 0, 0)	(0, 0, 0)	(0, 0, 0)	(0, 0, 0)	(0, 0, 0)	(0, 0, 0)
<b>TW</b>	251	247	244	242	241	241
<b>OW</b>	5	0	0	0	0	0
<b>HW</b>	0	0	0	0	0	0
<b>FW</b>	19,749	4	3	2	1	0

## آنالیز حساسیت

میزان هزینه کل را برای مقادیر مختلف دو پارامتر را به صورت جداگانه محاسبه می‌کنیم:

### حقوق عادی

<i>rs</i>	total cost
12e6	296,656,538,333.3333
13e6	298,122,538,333.3333
14e6	299,588,538,333.3333
15e6	301,054,538,333.3333
16e6	302,520,538,333.3333
17e6	303,986,538,333.3333
18e6	305,452,538,333.3333

### هزینه اخراج

<i>fc</i>	total cost
6e6	182,500,538,333.3333
8e6	222,018,538,333.3333
10e6	261,536,538,333.3333
12e6	301,054,538,333.3333
14e6	340,572,538,333.3333
16e6	380,090,538,333.3333
18e6	419,608,538,333.3333