

## Obsah

<b>5</b>	<b>Mechanika kapalin a plynů</b>	<b>1</b>
5.1	Vlastnosti . . . . .	1
5.1.1	Ideální tekutina . . . . .	1
5.2	Tlak . . . . .	1
5.2.1	Tlak tíhové síly . . . . .	1
5.2.2	Vnější síla – Pascalův zákon . . . . .	2
5.2.3	Vztlaková síla . . . . .	2
5.3	Proudění tekutin . . . . .	3
5.3.1	Rovnice spojitosti . . . . .	3
5.3.2	Bernoulliho rovnice . . . . .	4
5.3.3	Skutečné proudění . . . . .	5
5.4	Odporová síla . . . . .	5
5.4.1	Fyzika letu . . . . .	5

## 5 Mechanika kapalin a plynů

### 5.1 Vlastnosti

- tekutina – kapaliny a plyny
  - jsou tekuté – změna tvaru podle nádoby, pohyblivé, neschopné udržet tvar
- kapaliny
  - částice blíže sobě → působí na sebe silami, avšak neudrží tvar
  - volná hladina
  - téměř nestlačitelné
  - stálý objem
- plyny
  - volný pohyb částic
  - stlačitelný → nestálý objem

#### 5.1.1 Ideální tekutina

- prakticky neexistující
- dokonalá tekutost, nemá vnitřní odpor
- ideální kapalina – dokonale nestlačitelná
- ideální plyn – dokonale stlačitelný; částice na sebe nepůsobí (kromě srážek)

### 5.2 Tlak

- značka  $p$ ,  $[p] = \text{Pa} = \text{N} \cdot \text{m}^{-2}$
- normálová síla působící na jednotku plochy

$$p = \frac{F}{S} \Rightarrow p = \frac{d\mathbf{F}_N}{dS}$$

- tlaková síla  $F = pS$
- v kapalinách způsoben tíhovou nebo vnější silou

#### 5.2.1 Tlak tíhové síly

- tíhová síla kapaliny → hydrostatická tlaková síla  $F_h$  → hydrostatický tlak  $p_h$

$$p = \frac{F_G}{S} = \frac{V\rho g}{S} = \frac{hS\rho g}{S} = h\rho g$$

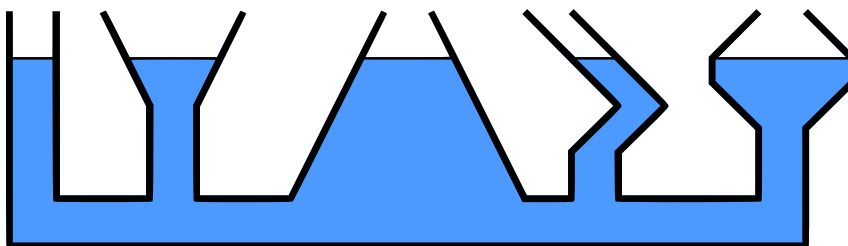
- nezávisí na objemu nebo tvaru kapaliny, ale pouze na výšce sloupce tekutiny – *hydrostatický paradoxon*

### Spojené nádoby

- při spojení dvou nádob naplněných kapalinou
- stejná kapalina – jednotlivé hladiny ve stejných výškách
- rozdílné kapaliny – vyrovnaní hydrostatických tlaků

$$h_1 \rho_1 g = h_2 \rho_2 g$$

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1}$$



Obr. 5.1: Nákres spojených nádob a hydrostatického paradoxonu

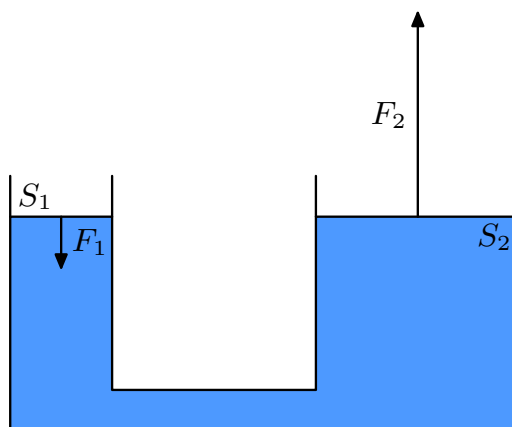
### 5.2.2 Vnější síla – Pascalův zákon

- „Jestliže na kapalinu v uzavřené nádobě působí vnější tlaková síla, pak tlak v každém místě kapaliny vzroste o stejnou hodnotu.“
- tlak v každém místě kapaliny stejný → při zvětšení plochy možno získat větší sílu

$$p = \text{konst} \Rightarrow F \sim S$$

### Hydraulická zařízení

- využití Pascalova zákona
- propojené nádoby o různých objemech/plochách
- malá síla vyvinutá na malou plochu → velká síla vyvíjena na velkou plochu
- brzdy, pedály, hydraulický lis, zvedáky, hydraulické písty, ...



Obr. 5.2: Nákres Pascalova zákona

### 5.2.3 Vztlková síla

- síla nadnášející těleso v tekutině
- způsobena rozdílem hydrostatického tlaku nad a pod tělesem

$$F_{vz} = F'' - F'$$

$$F_{vz} = Sp'' - Sp'$$

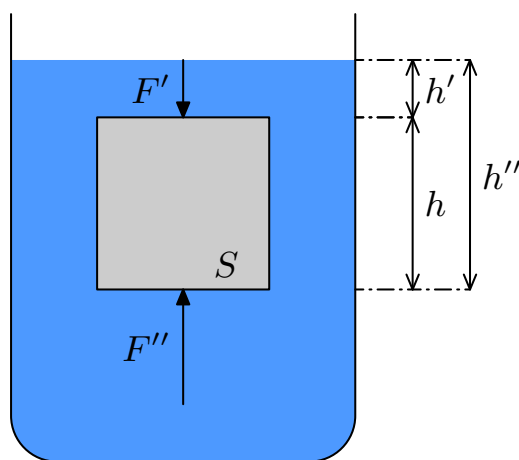
$$F_{vz} = S\rho gh'' - S\rho gh'$$

$$F_{vz} = S\rho g(h'' - h')$$

$$F_{vz} = S\rho gh$$

$$F_{vz} = V\rho g$$

- působení síly proti tíhové síle směrem nahoru –  $F = F_G - F_{vz}$
- formulováno Archimédovým zákonem – „*Těleso ponořené do tekutiny, které je v klidu, je nadlehčováno silou rovnající se tíze tekutiny stejného objemu, jako je ponořená část tělesa.*“



Obr. 5.3: Síly působící na těleso v tekutině

## 5.3 Proudění tekutin

- pohyb tekutiny
- neuspořádaný pohyb částic a zároveň posun ve směru proudění
- proudění tekutiny z místa vyššího tlaku do místa nižšího tlaku
- vzorce – předpoklad ideální tekutiny
- hydrodynamika, aerodynamika
- znázorněno pomyslnými čarami – proudnice

### 5.3.1 Rovnice spojitosti

- také rovnice kontinuity
- speciální případ zákona zachování hmotnosti při proudění kapaliny trubicí

### Nestlačitelné kapaliny

- zachování objemového průtoku  $Q_V = \text{konst}$

$$m_1 = m_2$$

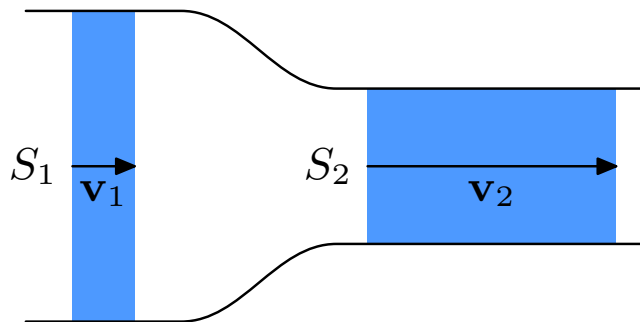
$$\frac{m_1}{t\rho} = \frac{m_2}{t\rho}$$

$$Q_1 = Q_2$$

$$S_1 v_1 = S_2 v_2$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{S_2}{S_1}$$

- čím menší průřez, tím vyšší rychlost proudění kapaliny



Obr. 5.4: Spojitost proudění nestlačitelné kapaliny

### Stlačitelné kapaliny / plyny

- zachování hmotnostního průtoku  $Q_m = \text{konst}$

$$Q_1 = Q_2$$

$$S_1 v_1 \rho_1 = S_2 v_2 \rho_2$$

### 5.3.2 Bernoulliho rovnice

- odvodil Daniel Bernoulli
- zákon zachování mechanické energie pro ustálené proudění ideální kapaliny

$$\frac{1}{2} \rho v^2 + p + \rho u(\mathbf{x}) = \text{konst} \quad (\text{obecný tvar})$$

$$\frac{1}{2} \rho v^2 + p + \rho gh = \text{konst} \quad (\text{homogenní tíhové pole})$$

- energie přepočtena na objemovou jednotku kapaliny
- $\rho v^2/2$  – dynamický/kinetický tlak – objemová hustota kinetické energie
- $p$  – tlaková potenciální energie
- $\rho u(\mathbf{x}) = \rho gh$  – potenciální energii objemové jednotky kapaliny v silovém poli vnější konzervativní síly (tíhové pole)

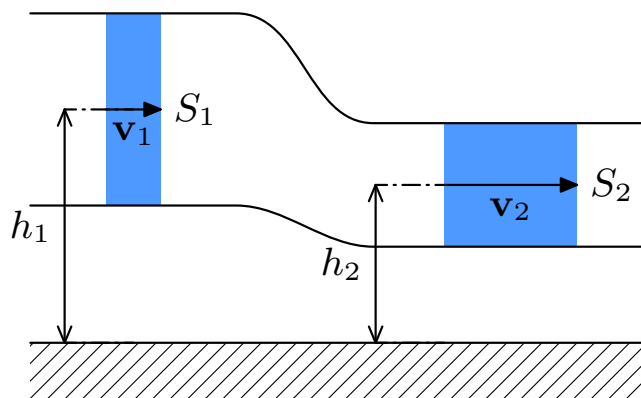
### Torricelliho vzorec

- vztah pro výtokovou rychlost kapaliny při vytékání malým otvorem z nádoby s hladinou ve výšce  $h$

$$v = \sqrt{2gh}$$

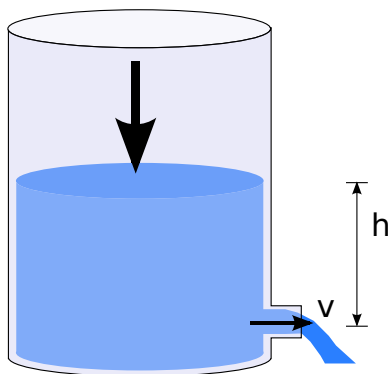
- stejná rychlost, jakou by mělo těleso při dopadu při volném pádu
- možno odvodit z Bernoulliho vzorce

$$gh = \frac{1}{2} v^2$$



Obr. 5.5: Proudění kapaliny dle Bernoulliho rovnice

- pokles hladiny zanedbatelný  $v_1 = 0$
- malý rozdíl výšek – tlak konstantní  $p_2 = p_2$
- $h = h_1 - h_2$



Obr. 5.6: Vytékání kapaliny z nádoby dle torricelliho vzorce

### 5.3.3 Skutečné proudění

- neplatí dokonale předchozí vzorce
- kapalina má vnitřní tření a viskozitu
- pohyb kapalinu u stěn pomaleji – mezní vrstva
- laminární proudění – pohyb částic jedním směrem, nedochází k vírům
- turbulentní proudění – vytváření vírů, neuspořádaný pohyb
- ztrácení energie důvodem tření

## 5.4 Odporová síla

- při obtékání tělesa tekutinou
- u reálných tekutin vznik odporové síly důsledkem vnitřního tření
  - kapaliny – hydrodynamická odporová síla
  - plyny – aerodynamická odporová síla
- určení velikosti pomocí Newtonova vzorce

$$F = \frac{1}{2}CS\rho v^2$$

- $C$  – součinitel odporu; závislý na tvaru tělesa
- $S$  – příčný průřez tělesa
- $\rho$  – hustota tekutiny
- $v$  – rychlost tělesa

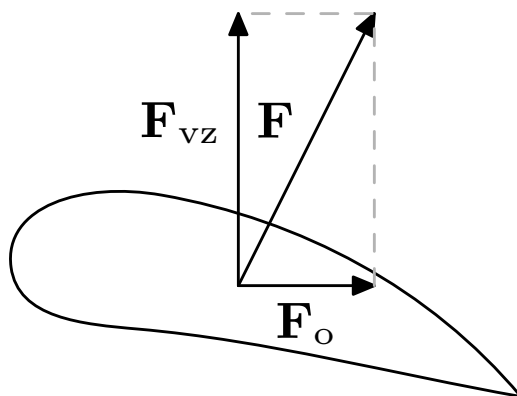
- síla působí ve směru opačném rychlosti
- nesymetrické těleso – směr odporové síly odchýlen
  - využití např. křídla letadel

#### 5.4.1 Fyzika letu

- aerodynamický tvar křídel – vyšší rychlost proudění nad křídlem, menší pod křídlem
  - z Bernoulliho rovnice → nad křídlem podtlak vzhledem k atmosférickému tlaku, pod křídlem přetlak
- vytváření vztlakové aerodynamické síly

$$F_{vz} = \frac{1}{2} C_{vz} S \rho v^2 \text{ (pro rychlosti menší rychlosti zvuku)}$$

- $C_{vz}$  – součinitel vztlaku



Obr. 5.7: Působení sil na křídlo letadla