# Obsah



# 3 Booleova algebra

- algebraická struktura se dvěma binárními a jednou unární operací
- zobecnění vlastností množinových a logických operací
- dvouprvková Booleova algebra
  - reprezentace pravdivostních hodnot a logických hodnot
- hodnoty proměnných – pravda/lež, true/false, 1/0

## 3.1 Zákony a pravidla

- asociativita
  - pro $\wedge$: $(x \wedge y) \wedge z = x \wedge (y \wedge z)$
  - pro $\vee$: $(x \vee y) \vee z = x \vee (y \vee z)$
- komutativnost
  - pro $\wedge$: $x \wedge y = y \wedge x$
  - pro $\vee$: $x \vee y = y \vee x$
- identita – vrácení původní hodnoty
  - pro $\wedge$: $x \wedge 1 = x$
  - pro $\vee$: $x \vee 0 = x$
- anihilace
  - pro $\wedge$: $x \wedge 0 = 0$
  - pro $\vee$: $x \vee 1 = 1$
- distributivita
  - $\wedge$ přes $\vee$ (dva zápisy):
    - $x \wedge (y \vee z) = (x \wedge y) \vee (x \wedge z)$
    - $x \cdot (y + z) = (x \cdot y) + (x \cdot z)$
  - $\vee$ přes $\wedge$ (dva zápisy):
    - $x \vee (y \wedge z) = (x \vee y) \wedge (x \vee z)$
    - $x + (y \cdot z) = (x + y) \cdot (x + z)$
- absorpce
  - $x \wedge (x \vee y) = x$

    - $x \vee (x \wedge y) = x$
- idempotence
    - $x \wedge x = x$
    - $x \vee x = x$
- De Morganovo pravidlo (pravidla o vytvoření negace)
    - $\neg(x \vee y \vee z) = \neg x \wedge \neg y \wedge \neg z$
    - $\neg(x \wedge y \wedge z) = \neg x \vee \neg y \vee \neg z$

## 3.2 Základní logické operace

- výsledkem opět výrok
- hodnota výsledku závislá na hodnotách vstupu a druhu operace

### 3.2.1 Konjunkce / AND

- značka $\wedge$, nebo taky $\cdot$
- operace pravdivá, pokud oba výroky pravdivé

| $x$ | $y$ | $x \wedge y$ |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

Tab. 3.1: Implikace

### 3.2.2 Disjunkce / OR

- značka $\vee$, nebo taky $+$
- operace pravdivá, pokud alespoň jeden výrok pravdivý

| $x$ | $y$ | $x \vee y$ |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |

Tab. 3.2: Disjunkce

### 3.2.3 Implikace

- značka $\Rightarrow$
- $x$ implikuje $y$, pokud z $x$ nutně vyplývá $y$ nebo je $y$ již v $x$ zahrnuto

| $x$ | $y$ | $x \Rightarrow y$ |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

Tab. 3.3: Implikace

### 3.2.4 Ekvivalence

- značka $\Leftrightarrow$
- $x$ a $y$ platí nutně zároveň

| $x$ | $y$ | $x \Leftrightarrow y$ |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

Tab. 3.4: Ekvivalence

### 3.2.5 Negace / NOT

- značka $\neg$
- hodnota operace opačná hodnotě výroku

| $x$ | $\neg x$ |
|---|---|
| 0 | 1 |
| 1 | 0 |

Tab. 3.5: Negace

## 3.3 Základní logické členy

- „hradla“
- prvek logických/elektrických obvodů
- vyčíslení logické funkce
- pomocí AND, OR a NOT možno sestavit jakýkoliv obvod

### 3.3.1 NOT

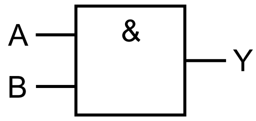
- realizace negace
- stejné hodnoty jako negace


(a) Člen NOT – EU/IEC

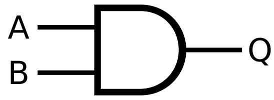
(b) Člen NOT – US

### 3.3.2 AND

- realizace konjunkce
- stejné hodnoty jako konjunkce



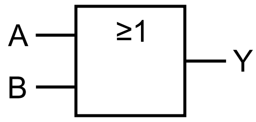

(a) Člen AND – EU/IEC



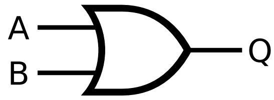

(b) Člen AND – US

### 3.3.3 OR

- realizace disjunkce
- stejné hodnoty jako disjunkce



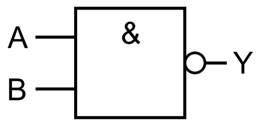

(a) Člen OR – EU/IEC



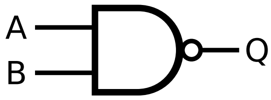

(b) Člen OR – US

### 3.3.4 NAND

- převrácené (znegované) AND




(a) Člen NAND – EU/IEC




(b) Člen NAND – US

| $x$ | $y$ | NAND |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 |

### 3.3.5 NOR

- převrácené (znegované) OR

### 3.3.6 XOR

- „exklusive OR“
- platné, pokud pouze jeden ze členů platný

### 3.3.7 XNOR

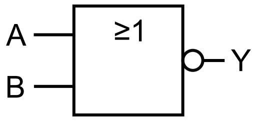
- negace XOR

## 3.4 Logická funkce

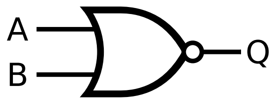
- funkce přijímající pravdivostní hodnoty jako vstup
- výstup také pravdivostní hodnota
- deterministická

### 3.4.1 Minimalizace logické funkce

- prováděna pomocí pravidel boolenové algebry

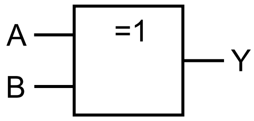



(a) Člen NOR – EU/IEC

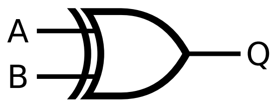



(b) Člen NOR – US

| $x$ | $y$ | NOR |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 |




(a) Člen XOR – EU/IEC




(b) Člen XOR – US

| $x$ | $y$ | XOR |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 |

- užitečné pro zmenšení obvodu

$$(A \lor B) \land (A \lor C) = A \lor (B \land C)$$
$$(A \land B) \lor (A \land C) = A \land (B \lor C)$$

$$A \lor (A \land B) = A$$
$$A \land (A \lor B) = A$$

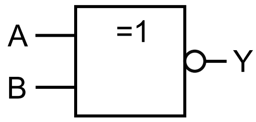
$$A \lor (\neg A \land B) = A \lor B$$
$$A \land (\neg A \lor B) = A \land B$$

$$(A \lor B) \land (\neg A \lor B) = B$$
$$(A \land B) \lor (\neg A \land B) = B$$

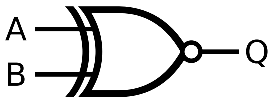
$$(A \land B) \lor (\neg A \land C) \lor (B \land C) = (A \land B) \lor (\neg A \land C)$$
$$(A \lor B) \land (\neg A \lor C) \land (B \lor C) = (A \lor B) \land (\neg A \lor C)$$

## 3.5 Kombinační obvod

- realizace logické funkce
- nemá paměť
- v počítači provádí boolenovou algebru na vstupních signálech a uložených datech
  - např. ALU (arithmetic logic unit)
- stavba na základě matematické funkce z logických členů

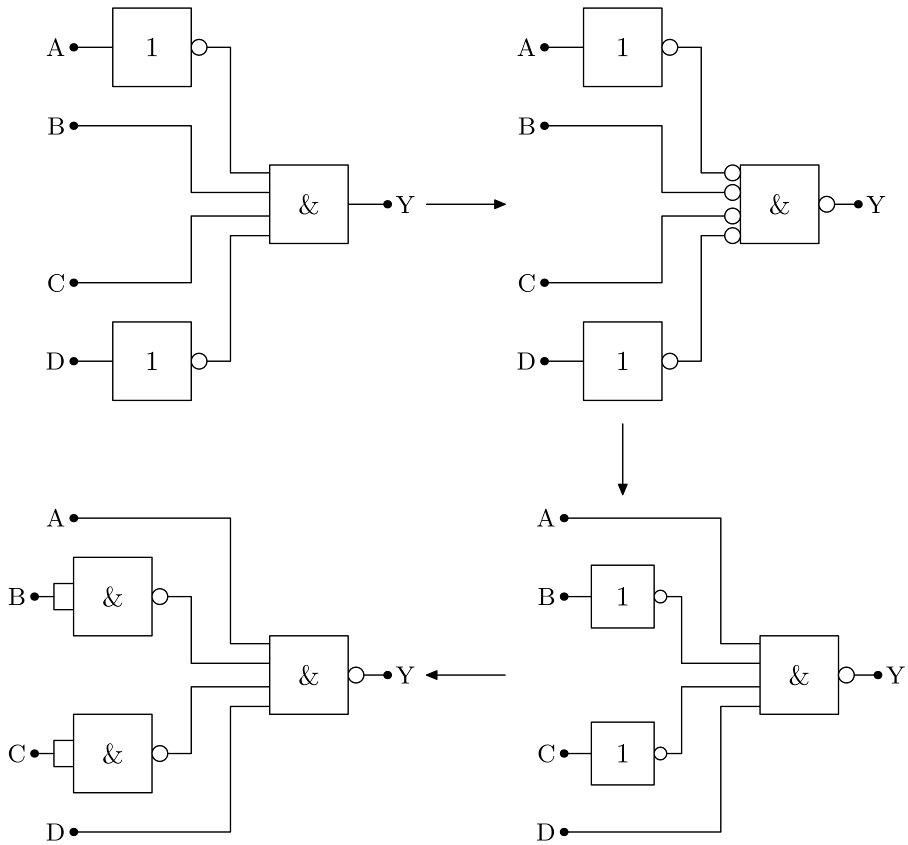



(a) Člen XNOR – EU/IEC




(b) Člen XNOR – US

| $x$ | $y$ | XNOR |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |




Obr. 3.1: Příklad kombinačního obvodu