Universidad Simón Bolívar
Departamento de Computación
y Tecnología de la Información
Estructuras Discretas II
CI-2526 Ene-Mar 2018

> *No es bastante todavía.*—No basta demostrar una cosa; hay que persuadir a los hombres o elevarlos hasta ella. Por eso el iniciado tiene que aprender a decir su sabiduría, y a veces a expresarla de modo que suene a locura.
>
> Aurora. Federico Nietzsche.

Tarea 2—Terorı́a de Conjuntos y Relaciones

NOMBRE CARNET NOTA

---

1. Use el Axioma de Fundamentación para demostrar que no existen conjuntos A, B, C tales que $A \in B \wedge B \in C \wedge C \in A$.

2. Demostrar las siguientes proposiciones

   (I) $\cap\cap < A, B >= A$

   (II) $[\cap\cup < A, B >] \cup [\cup\cup < A, B > - \cup\cap < A, B >] = B$.

3. Use el axioma de fundamentación para probar que $A \subseteq A \times A \Longrightarrow A = \emptyset$. Sug.: Aplique el axioma al conjunto $A \cup (\cup A)$.

4. Si R es una relación de A en B, entonces $B_1 \subset B_2 \Rightarrow R^{-1}(B_1) \subseteq R^{-1}(B_2)$. Muestre un contra-ejemplo que ponga en evidencia que no es cierto que $R^{-1}(B_1) \subset R^{-1}(B_2)$.

5. Si R es una relación de A en B y $B_1, B_2 \subseteq B$, será cierto que
$$R^{-1}(B_1 \cap B_2) = R^{-1}(B_1) \cap R^{-1}(B_2) \ .$$

6. Demuestre que $\widehat{A - B} = \widehat{A} - \widehat{B}$

7. Demostrar las siguientes proposiciones

   (I) $(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$

   (II) $A \cdot (B \cap C) \subseteq (A \cdot B) \cap (A \cdot C)$

   (III) $A \subset B \wedge C \subset D \Longrightarrow A \cdot C \subset B \cdot D$

8. Demuestre que R es una relación de equivalencia sobre A si y sólo si $R \cdot \widehat{R} = R$.

Ejercicios Complementarios

---

1. Demuestre que $A \times (B - C) = (A \times B) - (A \times C)$.

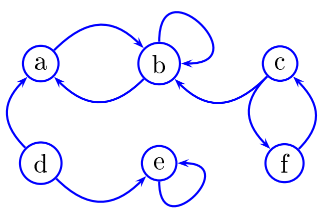
2. Demuestre que si $B \subset C \wedge A \neq \emptyset$, entonces $A \times B \subset A \times C$.

3. Demuestre que si R y S son relaciones, entonces $\mathcal{D}(R) - \mathcal{D}(S) \subseteq \mathcal{D}(R - S)$.

4. Pruebe, si puede, que $R(A) - R(B) = R(A - B)$. De lo contrario, muestre qué es lo que falla y por qué.

5. Demostrar que $R|_{(A-B)} = (R|_A) - (R|_B)$.

6. Dada la relación R definida mediante el siguiente digrafo



   y los conjuntos $B = \{a, b, c, e\}$, $C = \{a, b, c, e, f\}$ halle:

   a) Las relaciones R, R^2, R^3 y $\widehat{R^2 - R}$, sus matrices de adyacencias y sus digrafos asociados.

   b) Los conjuntos $R(B)$,$R(C)$, $R^{-1}(B)$ y $R^{-1}(C)$.

   c) Y las relaciones $R|_B$, $R|_C$ y $(R^2 - R)|_B$, sus digrafos y sus matrices de adyacencias.