算法导论习题选集

练习 5-2

节选自《算法导论》教材第三版

课程网站: https://algorithm.cuijiacai.com

要求用最小堆实现最小优先队列,请写出 HEAP-MINIMUM 、HEAP-EXTRACT-MIN 、HEAP-DECREASE-KEY、MIN-HEAP-INSERT 的伪代码。其中,你可以直接调用 MIN-HEAPIFY (详见练习 5-1 算法 1) 来维护最小堆的性质。

试分析在使用下列循环不变式时,HEAP-INCREASE-KEY(详见第 5 讲 PPT 第 42 页)的正确性:

在算法的第 4 到 6 行 **while** 循环每次迭代开始的时候,子数组 A[1..A.heap-size] 要满足最大堆的性质。如果有违背,只有一个可能: A[i] > A[PARENT(i)]。

这里,你可以假定在调用 HEAP-INCREASE-KEY 时,A[1...A.heap-size] 是满足最大堆性质的。

在 HEAP-INCREASE-KEY 的第 5 行的交换操作中,一般需要通过三次赋值来完成。想一想如何利用 INSERTION-SORT (见第 1 讲 PPT 第 9 页) 内循环部分的思想,只用一次赋值就完成这一交换操作?

试说明如何使用优先队列来实现一个先进先出队列,以及如何使用优先队列来实现 栈?(先进先出队列和栈的定义见教材 10.1 节)

HEAP-DELETE (A, i) 操作能够将结点 i 从堆 A 中删除。对于一个包含 n 个元素的最大堆,请设计一个能够在 $O(\log n)$ 时间内完成的 HEAP-DELETE 操作。

请设计一个时间复杂度为 $O(n \log k)$ 的算法,它能够将 k 个有序链表合并为一个有序链表,这里 n 是所有输入链表包含的总的元素个数。(提示:使用最小堆来完成 k 路归并。)