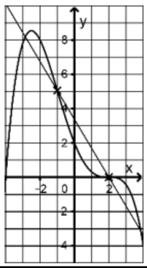
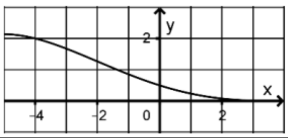
Komplexe Übungsaufgabe „Papierflieger“ - Lösung

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

			BE
1	a	Schnittpunkte mit der x-Achse: $(-4\,|\,0)$, $(2\,|\,0)$ Schnittpunkt mit der y-Achse: $(0\,|\,2)$	2
	b	f ist eine in IR definierte ganzrationale Funktion und es gilt $f(-4)=0$, $f(0)>0$ und $f(2)=0$. Damit hat G_f für $-4\le x\le 2$ mindestens einen Hochpunkt.	3
	c	$f''(x)=0 \Leftrightarrow x=-1 \vee x=2$, $f'''(-1)\neq 0$, $f(-1)=\frac{81}{16}$	3
	d	 $-\frac{27}{16}\cdot 2+\frac{27}{8}=0$ $-\frac{27}{16}\cdot(-1)+\frac{27}{8}=\frac{81}{16}$	4
	e	Für $x\neq -1$ und $x\neq 2$ gilt $f(x)=-\frac{27}{16}x+\frac{27}{8} \Leftrightarrow x=\frac{1}{2}-\frac{3}{2}\sqrt{5} \vee x=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\sqrt{5}$ mit $\frac{1}{2}-\frac{3}{2}\sqrt{5}<-1$ und $\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\sqrt{5}>2$. $\int_{\frac{1}{2}-\frac{3}{2}\sqrt{5}}^{\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\sqrt{5}}\left(f(x)-\left(-\frac{27}{16}x+\frac{27}{8}\right)\right)dx=0$	4
	f	$f'(x)=-\frac{27}{16} \Leftrightarrow x=\frac{1}{2}-\frac{3}{2}\sqrt{3} \vee x=\frac{1}{2} \vee x=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\sqrt{3}$ Die Tangente im Punkt $\left(\frac{1}{2}-\frac{3}{2}\sqrt{3}\,\middle|\, f\left(\frac{1}{2}-\frac{3}{2}\sqrt{3}\right)\right)$ wird durch die Gleichung $y=-\frac{27}{16}x+\frac{297}{64}$ dargestellt. Sie berührt G_f auch im Punkt $\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\sqrt{3}\,\middle|\, f\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\sqrt{3}\right)\right)$, nicht aber im Punkt $\left(\frac{1}{2}\,\middle|\, f\left(\frac{1}{2}\right)\right)$. Damit gibt es genau zwei solche Geraden.	3
2	a	 $y=\frac{2187}{1024}$	2
	b	Der Graph von h kann aus G_f durch eine Streckung mit dem Faktor $\frac{1}{4}$ in y-Richtung und eine Streckung mit dem Faktor 2 in x-Richtung erzeugt werden.	2
	c	Für $-5\le x\le 4$ nimmt h sein Minimum bei $x=4$ an. Es gilt $(h(-5)-h(4))\cdot 100\approx 214$. $\frac{h(-5)-h(4)}{9}\approx 24\,\%$	4
	d	Für $-5\le x\le 4$ hat h' das Minimum $h'(-2)\approx 0{,}42$, es handelt sich also um eine schwere Piste.	3
	e	Mit $i(x)=m\cdot(x+5)+h(-5)+0{,}25$ liefern $i(x)=h(x)$ und $i'(x)=h'(x)$ als kleinste Lösung für x, die größer als -5 ist, $x_1\approx -3{,}3$. Damit ergibt sich für den gesuchten Abschnitt $-5\le x\le x_1$.	5
			35