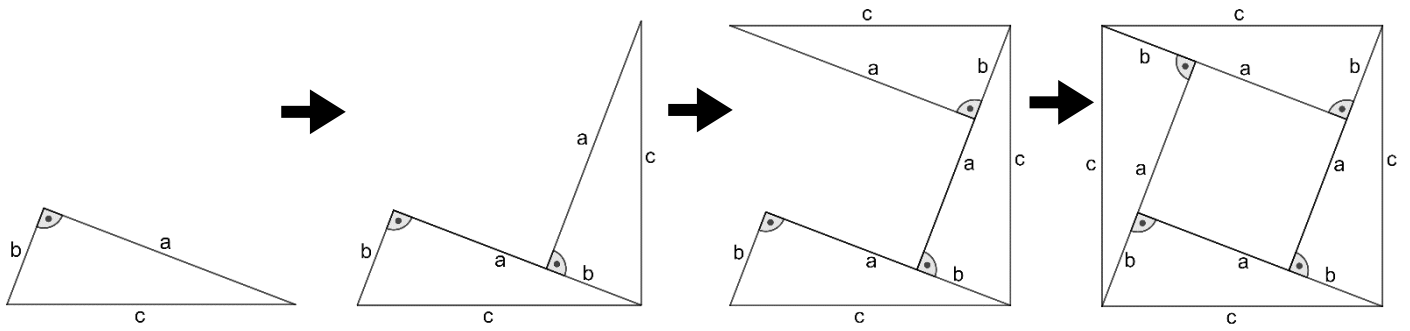


Der Chinesische Beweis

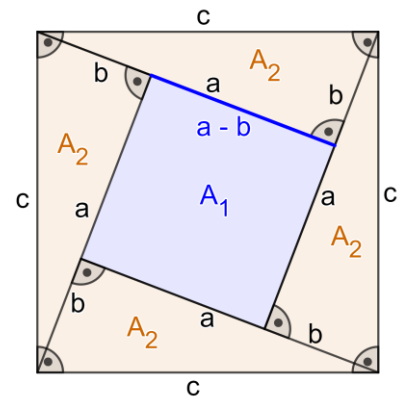


Beweisschritt: Beschreibung / Rechnung	Skizze
<p>Wir legen vier kongruente rechtwinklige Dreiecke so zusammen, dass ein Viereck mit vier Seiten der Länge c entsteht. (siehe oben)</p> <p>Das von den vier Dreiecken eingeschlossene Quadrat (siehe Markierung) hat die Seitenlänge a — .</p>	
<p>Die Winkel α und β sind zusammen _____ groß, weil _____</p> <p>_____. (Tipp 1)</p> <p>Daher ist das Viereck mit der Seitenlänge c ein Quadrat.</p>	
<p>Wir berechnen den Flächeninhalt dieses Quadrats mit der Seitenlänge c mit der bekannten Formel:</p> <p>$A_Q =$ _____ (1)</p>	

Wir können den Flächeninhalt des Quadrats auch als Summe der Flächeninhalte der Teilflächen ermitteln.

$$\begin{aligned}
 A_Q &= A_1 + 4 \cdot A_2 \\
 &= (a - b)^2 + 4 \cdot (\rule{1cm}{0.4pt}) \\
 &= (a^2 - 2ab + b^2) + \rule{1cm}{0.4pt} \\
 &= \rule{1cm}{0.4pt}
 \end{aligned}$$

(Tipp 5)



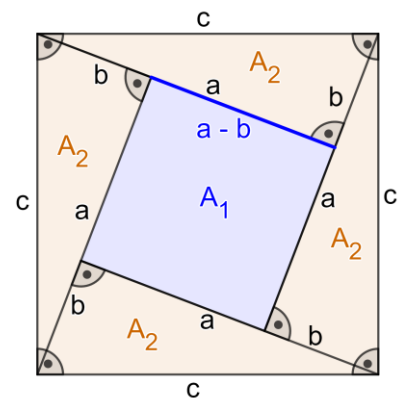
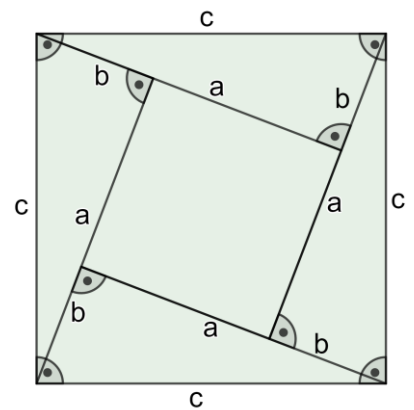
Wir erhalten somit zwei verschiedene Terme für den Flächeninhalt des Quadrats:

(1) $A_Q = \rule{2cm}{0.4pt}$

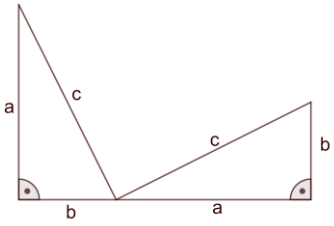
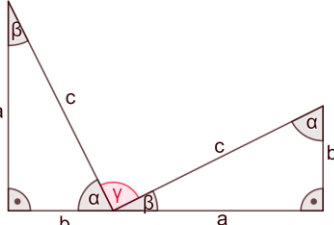
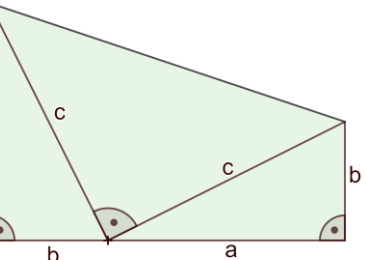
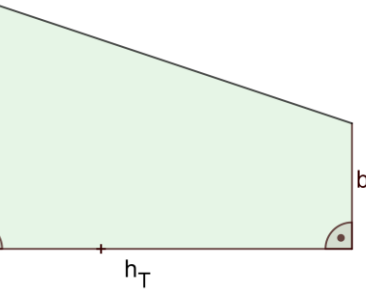
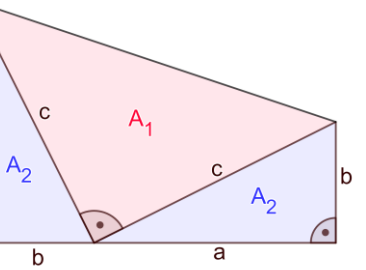
(2) $A_Q = \rule{2cm}{0.4pt}$

Diese beschreiben die gleiche Fläche, daher können wir sie gleichsetzen und erhalten so die gesuchte Gleichung:

$$\rule{2cm}{0.4pt} = \rule{2cm}{0.4pt}$$



Der Beweis nach US-Präsident Garfield

Beweisschritt: Beschreibung / Rechnung	Skizze
<p>Wir legen zwei kongruente rechtwinklige Dreiecke so zusammen, dass die Seite der Länge b des einen Dreiecks mit der Seite der Länge a des zweiten Dreiecks eine gerade Strecke bildet.</p>	
<p>Der Winkel γ ist rechtwinklig, weil _____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____ (Tipp 1), (Tipp 6)</p>	
<p>Wir verbinden die freien Ecken der beiden Dreiecke. Dadurch entsteht ein Trapez. Das Trapez hat zwei parallele Seiten mit den Längen _____ und _____.</p> <p>Die Höhe des Trapezes hat die Länge: _____ (Tipp 2)</p>	
<p>Wir berechnen den Flächeninhalt des Trapezes mit der bekannten Formel:</p> $A_T = \frac{1}{2}(a + b) \cdot h_T$ $= \frac{1}{2}(a + b) \cdot (\text{_____})$ $= \frac{1}{2}(a + b)^2$ $= \frac{1}{2}(a^2 + \text{_____} + b^2)$ $= \frac{1}{2}a^2 + ab + \text{_____} \quad (1)$	
<p>Wir können den Flächeninhalt des Trapezes auch als Summe der Flächeninhalte der Teilflächen ermitteln:</p> $A_T = A_1 + 2 \cdot A_2$ $= \frac{1}{2} \cdot c \cdot c + 2 \cdot (\text{_____})$ $= \frac{1}{2}c^2 + \text{_____} \quad (2)$	

Wir erhalten somit zwei verschiedene Terme für den Flächeninhalt des Trapezes:

$$(1) A_T = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(2) A_T = \underline{\hspace{2cm}}$$

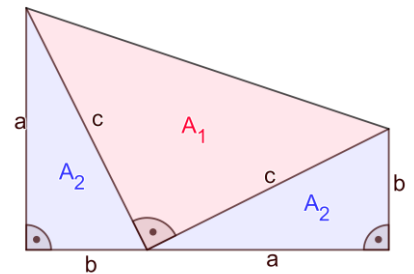
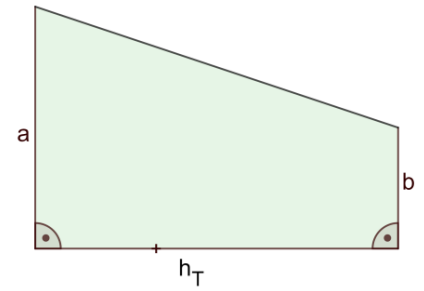
Diese beschreiben die gleiche Fläche, daher können wir sie gleichsetzen.

Die entstehende Gleichung können wir noch vereinfachen:

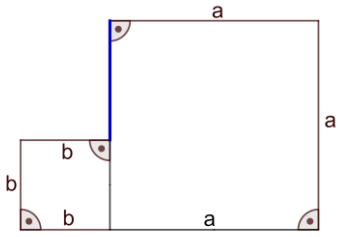
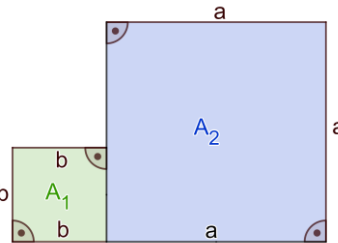
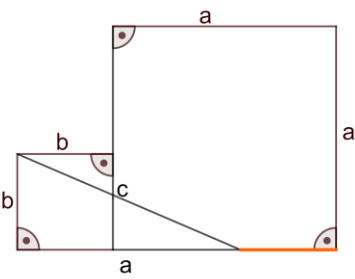
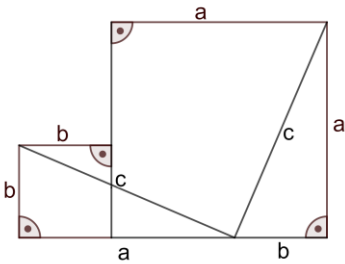
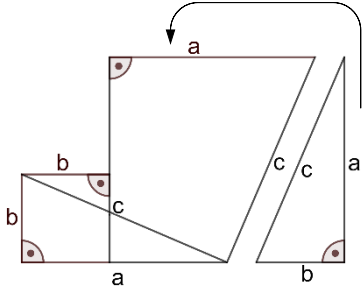
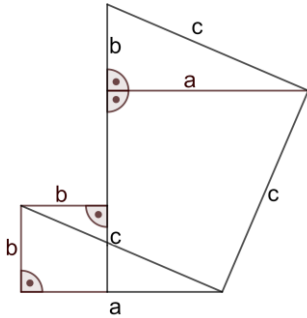
$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} \quad | -ab$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} \quad | : \frac{1}{2}$$

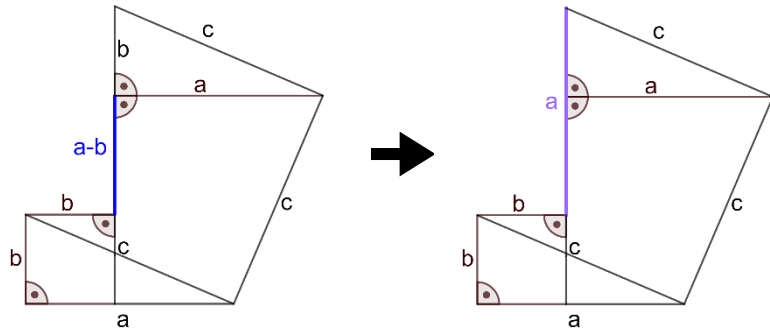
$$\underline{\underline{a^2 + b^2 = c^2}}$$



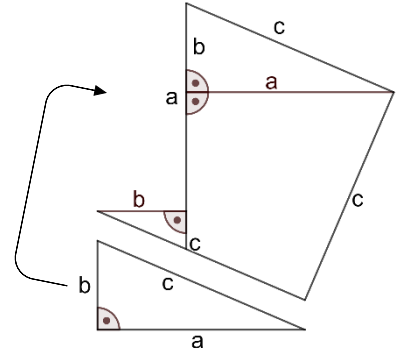
Der erste Beweis von Thabit ibn Qurra

Beweisschritt: Beschreibung / Rechnung	Skizze
<p>Wir konstruieren die folgende Figur aus zwei Quadraten mit den Seitenlängen a bzw. b.</p> <p>Die untere Seite der Figur hat die Länge $___ + ___$.</p> <p>Die blau markierte Seite hat die Länge $______$.</p>	
<p>Der Flächeninhalt der gesamten Figur entspricht der Summe der Flächeninhalte der beiden Quadrate.</p> $A = A_1 + A_2 = _____ + _____$	
<p>Wir zeichnen in der Figur eine Strecke der Länge c ein, sodass das ursprüngliche rechtwinklige Dreieck mit den Katheten a und b sowie der Hypotenuse c entsteht.</p> <p>Die orange markierte Teilstrecke der unteren Seite der Figur hat dann genau die Länge $______$.</p>	
<p>Wir zeichnen in der Figur eine weitere Strecke der Länge c ein, sodass das ursprüngliche rechtwinklige Dreieck mit den Katheten a und b sowie der Hypotenuse c entsteht.</p>	
<p>Das rechtwinklige Dreieck an der rechten Seite der Figur hat eine Kathete der Länge a. D.h. wir können es so verschieben, dass es an der oberen Seite der Figur passend anliegt.</p>	
<p>Dadurch entsteht die folgende Figur. Durch die Verschiebung verändert sich der Flächeninhalt der Gesamtfigur nicht, d.h. es gilt weiterhin:</p> $A = _____ + _____$	

Durch die Verschiebung des Dreiecks wird die blau markierte Seite der Figur, welche die Länge $a - b$ hatte, um die Strecke _____ verlängert. Damit hat sie eine neue Länge von $(a - b) + b = \underline{\hspace{2cm}}$.

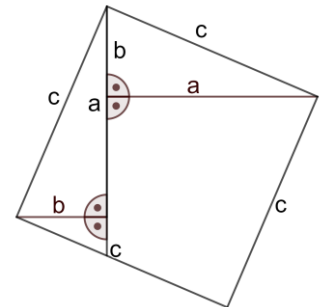


Das rechtwinklige Dreieck an der unteren Seite der Figur hat eine Kathete der Länge a und eine Kathete der Länge b . D.h. wir können es so verschieben, dass es an der linken Seite der Figur passend anliegt.



Dadurch entsteht das folgende Viereck, dessen Seiten alle die Länge c haben. Durch die Verschiebung verändert sich der Flächeninhalt der Gesamtfigur nicht, d.h. es gilt weiterhin:

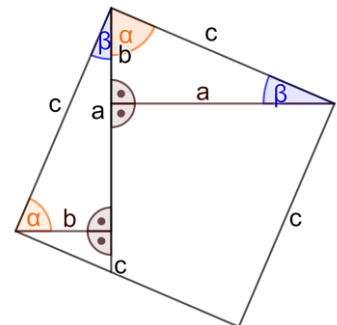
$$A = \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}}$$



Die Winkel α und β sind zusammen _____ groß, weil _____

 _____ . (Tipp 1)

Daher ist das entstandene Viereck mit der Seiten der Länge c ein Quadrat.



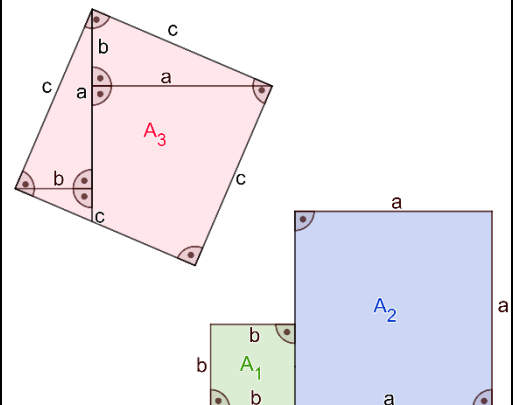
Für den Flächeninhalt dieses Quadrats gilt:

$$A_3 = \underline{\hspace{2cm}}$$

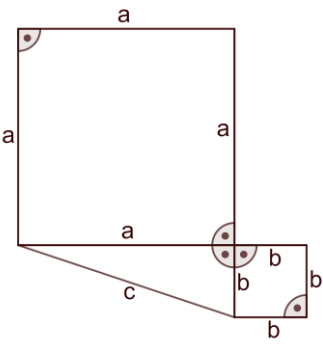
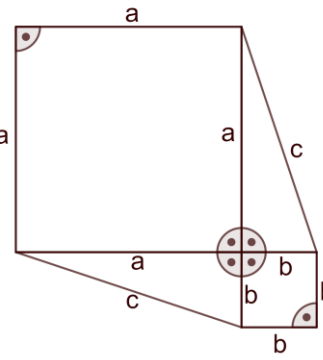
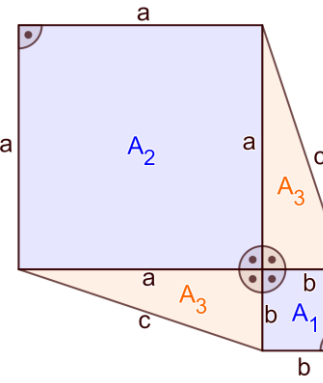
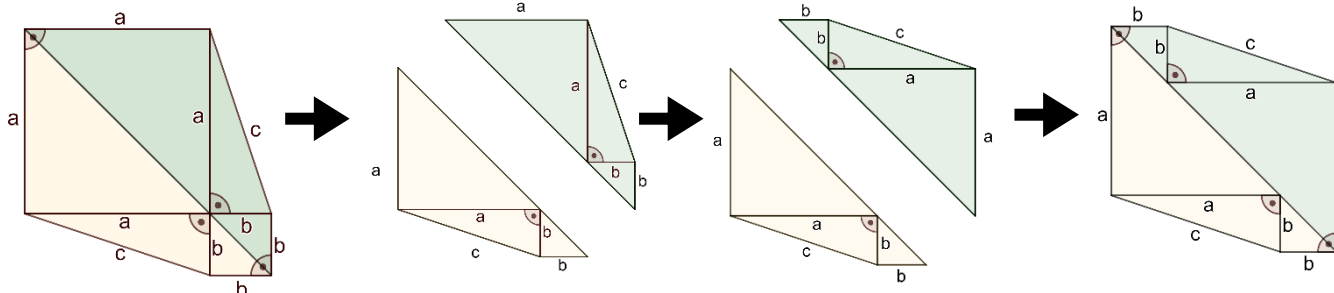
Der dieser Flächeninhalt gleich dem Flächeninhalt der Ausgangsfigur ($A_1 + \underline{\hspace{2cm}}$) ist, können wir die Terme gleichsetzen. So erhalten wir die gesuchte Gleichung:

$$A_3 = A_1 + \underline{\hspace{2cm}}$$

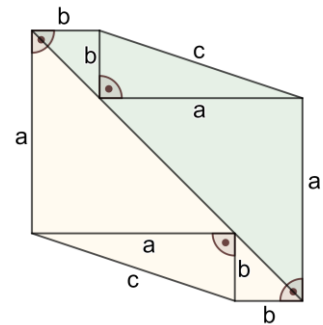
$$\underline{\hspace{2cm}} = a^2 + \underline{\hspace{2cm}}$$



Da Vincis Beweis

Beweisschritt: Beschreibung / Rechnung	Skizze
<p>Wir konstruieren über den Seiten a und b des Dreiecks jeweils das Quadrat.</p>	
<p>Die entstehende Figur verbinden wir zu einem Sechseck S_1. Dieses besteht aus zwei deckungsgleichen, rechtwinkligen Dreiecken und den zwei Quadraten.</p>	
<p>Wir können den Flächeninhalt des Sechsecks als Summe der Flächeninhalte der Teilflächen ermitteln:</p> $A_{S_1} = A_1 + A_2 + 2 \cdot \underline{\hspace{2cm}}$ $= a^2 + \underline{\hspace{2cm}} + 2 \cdot (\underline{\hspace{2cm}})$ $= a^2 + \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} \quad (1)$ <p style="text-align: right;">(Tipp 5)</p>	
<p>Wir zeichnen im Sechsecks eine Diagonale ein. Sie zerlegt es in zwei kongruente Vierecke. In der Skizze sind diese gelb und grün markiert. Wir können eines dieser Vierecke spiegeln und wieder exakt an die Diagonale anlegen. Dadurch entsteht die folgende Figur:</p> 	

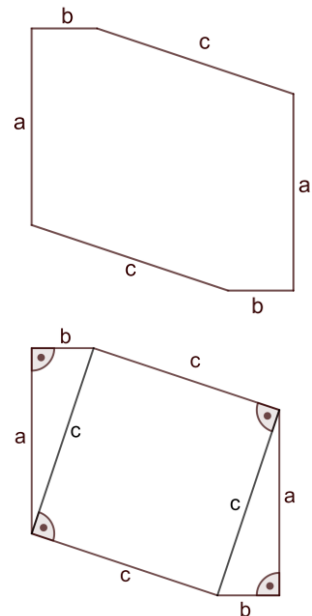
Die entstandene Figur ist wieder ein Sechseck. Dieses Sechseck S_2 hat denselben Flächeninhalt wie das erste Sechseck S_1 , da sich durch das Umlegen der Flächeninhalt nicht verändert



Wir entfernen alle Hilfslinien innerhalb des neu entstandenen Sechsecks S_2 . Die Seiten und Winkel bleiben dabei unverändert.

An zwei Ecken dieses Sechsecks liegen jeweils Seiten der Länge a und b an einem rechten Winkel an. D.h. dort können wir jeweils eine Verbindungslinie einzeichnen, sodass unser ursprüngliches rechtwinkliges Dreieck entsteht. Diese Linien haben die Länge c .

Dadurch entsteht im Inneren des Sechsecks S_2 ein Quadrat mit der Seitenlänge c .



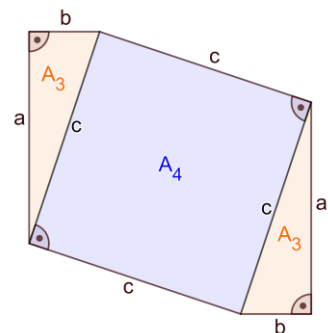
Wir können den Flächeninhalt des Sechsecks S_2 auch als Summe der Flächeninhalte der neuen Teilflächen ermitteln:

$$A_{S_2} = A_4 + 2 \cdot \underline{\hspace{2cm}}$$

$$= c^2 + 2 \cdot (\underline{\hspace{2cm}})$$

(Tipp 5)

$$= c^2 + \underline{\hspace{2cm}} \quad (2)$$



Wir erhalten somit zwei verschiedene Terme für den Flächeninhalt der Sechsecke:

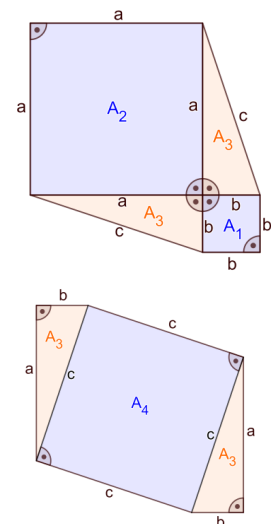
$$(1) A_{S_1} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(2) A_{S_2} = \underline{\hspace{2cm}}$$

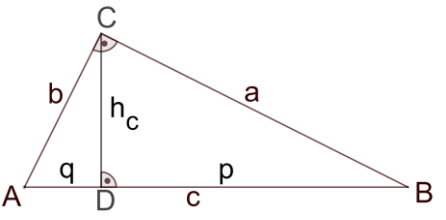
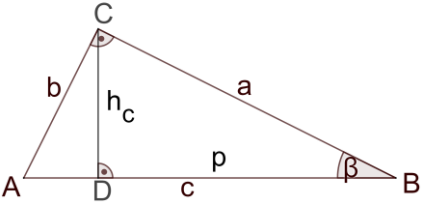
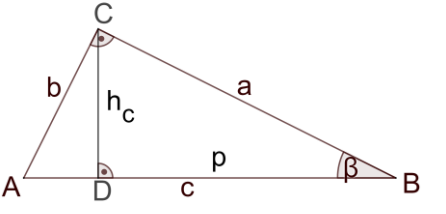
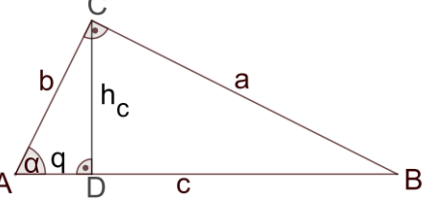
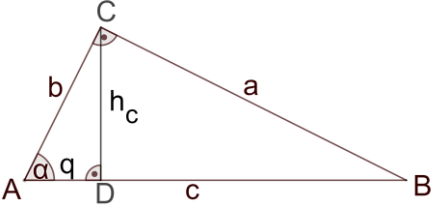
Da die Flächeninhalte der Sechsecke S_1 und S_2 gleich sind, können wir die Terme gleichsetzen. Die entstehende Gleichung können wir noch vereinfachen:

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} \quad | -ab$$

$$\underline{\underline{a^2 + b^2 = c^2}}$$



Der erste Ähnlichkeitsbeweis

Beweisschritt: Beschreibung / Rechnung	Skizze
<p>Wir zerlegen das $\triangle ABC$ in zwei Teildreiecke, indem wir die Höhe h_c einzeichnen.</p> <p>Die Seite c wird durch den Höhenfußpunkt D in zwei Abschnitte p und q zerlegt.</p>	
<p>$\triangle ABC$ und $\triangle CDB$ sind ähnlich zueinander, weil _____</p> <p>_____</p> <p>_____ (Tipp 3)</p>	
<p>Aufgrund der Ähnlichkeit der beiden Dreiecke sind die Seitenverhältnisse gleich, d.h. wir können die folgende Verhältnisgleichung aufstellen und umstellen:</p> $\frac{a}{c} = \frac{a}{a} \quad \cdot a$ $\frac{a^2}{c} = p \quad \cdot \underline{\hspace{2cm}}$ $a^2 = \underline{\hspace{2cm}} \quad (1)$	
<p>$\triangle ABC$ und $\triangle ADC$ sind ähnlich zueinander, weil _____</p> <p>_____</p> <p>_____ (Tipp 3)</p>	
<p>Aufgrund der Ähnlichkeit der beiden Dreiecke sind die Seitenverhältnisse gleich, d.h. wir können die folgende Verhältnisgleichung aufstellen und umstellen:</p> $\frac{b}{c} = \frac{b}{b} \quad \cdot b$ $\frac{b^2}{c} = \underline{\hspace{2cm}} \quad \cdot c$ $b^2 = \underline{\hspace{2cm}} \quad (1)$	

Durch die Ähnlichkeitsbeziehungen haben wir zwei Gleichungen erhalten:

$$(1) a^2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(2) b^2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

Zur Berechnung der Summe $a^2 + b^2$ können wir diese beiden Gleichungen verwenden:

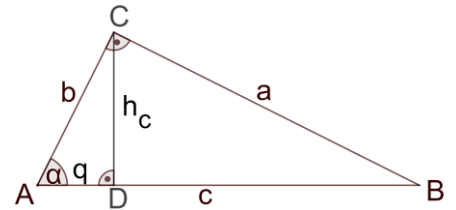
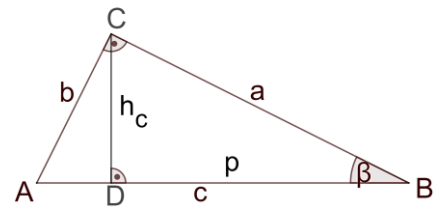
$$a^2 + b^2 = a^2 + \underline{\hspace{2cm}}$$

$$= \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} \quad | c \text{ ausklammern}$$

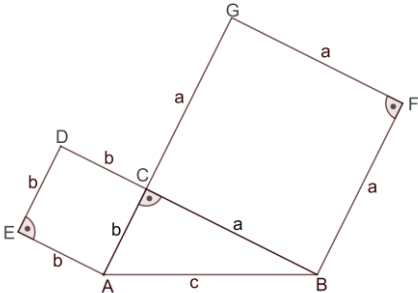
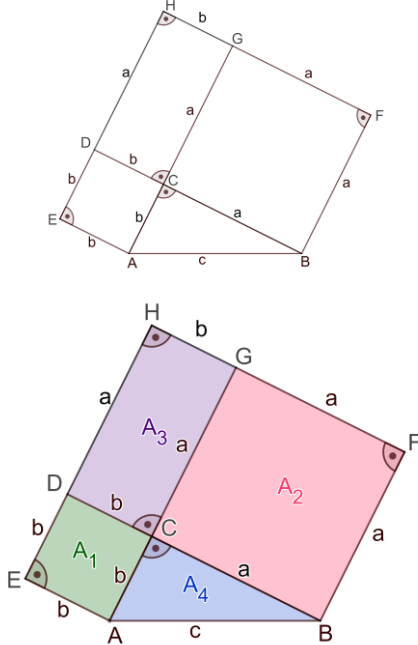
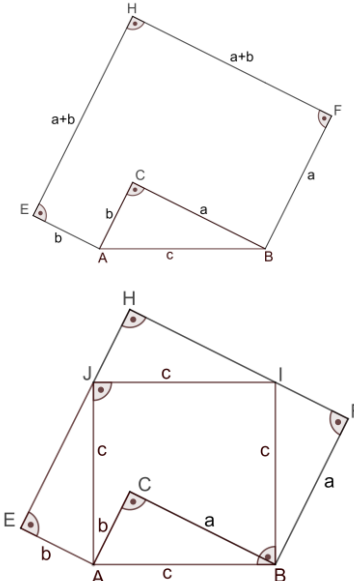
$$= c \cdot (\underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}}) \quad | p + q = c$$

$$= c \cdot \underline{\hspace{1cm}}$$

$$= c^2$$



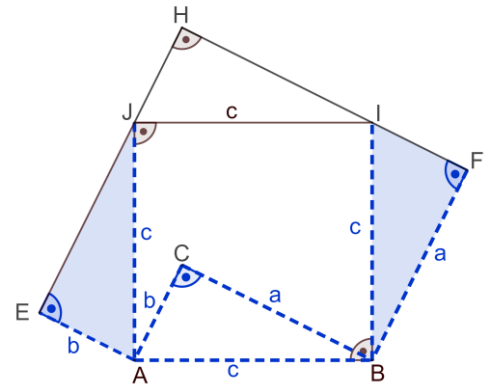
Der zweite Beweis von Thabit ibn Qurra

Beweisschritt: Beschreibung / Rechnung	Skizze
<p>Wir bezeichnen die Eckpunkte des Dreiecks mit A, B und C. Wir zeichnen die Quadrate über den Katheten a und b ein.</p> <p>Dadurch entstehen die Punkte D und E bzw. F und G.</p>	
<p>Zwischen diesen Quadraten können wir ein Rechteck mit den Seitenlängen a und b ergänzen.</p> <p>Dadurch entsteht der Punkt H.</p> <p>Der Flächeninhalt des so entstandenen Fünfecks $ABFHE$ entspricht der Summe der Flächeninhalte der beiden Quadrate $EACD$ und _____, des Rechtecks _____ und des Dreiecks ABC:</p> $A_{ABFHE} = A_{EACD} + A_{\text{_____}} + A_{\text{_____}} + A_{ABC}$ $= a^2 + \text{_____} + \text{_____} + \frac{1}{2}ab$ $= a^2 + \text{_____} + 1,5ab \quad (1)$	
<p>Wir entfernen nun die Strecken \overline{CG} und \overline{DC} im Inneren des Fünfecks. Die verbleibenden Strecken \overline{EH} und _____ haben jeweils die Länge _____.</p> <p>Nun konstruieren wir über der Hypotenuse c des Ausgangsdreiecks das Quadrat.</p>	

Dadurch entstehen im Inneren des Fünfecks (unter anderem) zwei Dreiecke EAJ und _____.

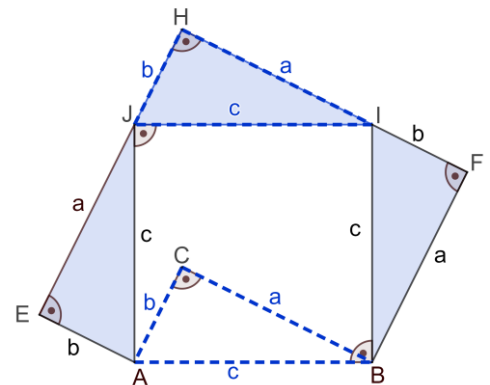
Das Dreieck EAJ hat eine Seite der Länge b , eine Seite der Länge _____ und einen dieser Seite gegenüberliegenden _____ Winkel. Es ist somit nach Kongruenzsatz _____ kongruent zum Dreieck ABC .

Das zweite Dreieck _____ hat eine Seite der Länge a , eine Seite der Länge _____ und einen dieser Seite gegenüberliegenden _____ Winkel. Es ist somit nach Kongruenzsatz _____ kongruent zum Dreieck ABC .



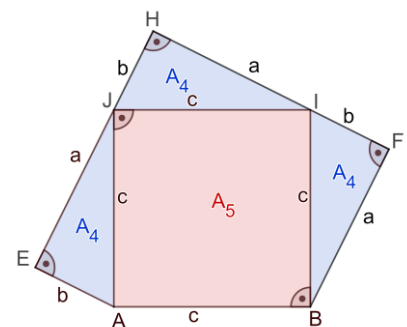
Aufgrund der Kongruenz folgt, dass die Strecke \overline{JE} die Länge _____ und die Strecke _____ die Länge b hat. Da \overline{EH} und _____ jeweils die Gesamtlänge _____ hatten, folgt, dass die Strecke \overline{HJ} die Länge _____ und die Strecke _____ die Länge a hat.

Somit hat das Dreieck JIH die Seitenlängen _____, _____ und _____. Es ist also nach Kongruenzsatz _____ auch kongruent zum Dreieck ABC .



Den Flächeninhalt des Fünfecks $ABFHE$ entspricht somit der Summe der Flächeninhalte des Quadrats $ABIJ$ und der drei Dreiecke _____, _____ und JHI :

$$\begin{aligned} A_{ABFHE} &= A_{ABIJ} + A_{\text{_____}} + A_{\text{_____}} + A_{JHI} \\ &= \text{_____} + \text{_____} + \text{_____} + \frac{1}{2}ab \\ &= \text{_____} + \text{_____}ab \quad (2) \end{aligned}$$



Wir erhalten somit zwei verschiedene Terme für den Flächeninhalt des Trapezes:

$$(1) A_{ABFHE} = \text{_____}$$

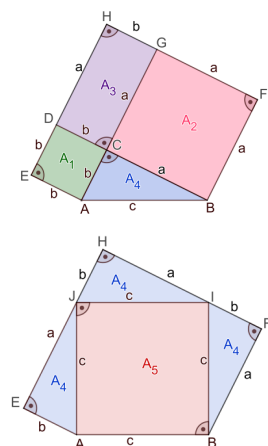
$$(2) A_{ABFHE} = \text{_____}$$

Diese beschreiben die gleiche Fläche, daher können wir sie gleichsetzen.

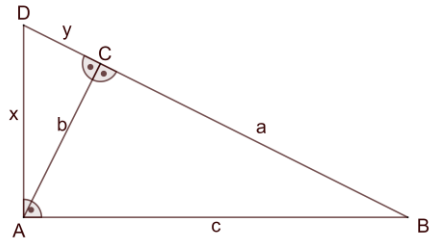
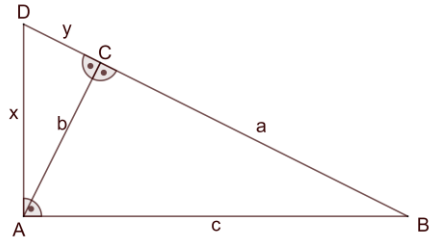
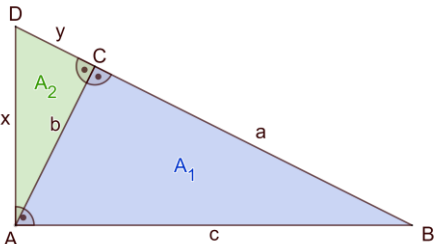
Die entstehende Gleichung können wir noch vereinfachen:

$$\text{_____} = \text{_____} \quad | -1,5ab$$

$$\underline{\underline{a^2 + b^2 = c^2}}$$



Der zweite Ähnlichkeitsbeweis

Beweisschritt: Beschreibung / Rechnung	Skizze		
<p>Wir ergänzen einen Punkt D auf der Geraden durch B und C, sodass ein rechtwinkliges Dreieck $\triangle ACD$ entsteht, welches ähnlich zu $\triangle ABC$ ist.</p> <p>Die beiden Dreiecke haben die Seite _____ gemeinsam.</p>			
<p>Aufgrund der Ähnlichkeit der beiden Dreiecke sind die Seitenverhältnisse gleich, d.h. wir können die folgende Verhältnisgleichungen aufstellen und umstellen:</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 10px; width: 50%;"> $\frac{y}{b} = \frac{a}{c} \quad \cdot b$ $y = \frac{a \cdot b}{c} \quad (1)$ </td><td style="padding: 10px; width: 50%;"> $\frac{x}{c} = \frac{a}{c} \quad \cdot b$ $x = \frac{a \cdot c}{c} \quad (2)$ </td></tr> </table>	$\frac{y}{b} = \frac{a}{c} \quad \cdot b$ $y = \frac{a \cdot b}{c} \quad (1)$	$\frac{x}{c} = \frac{a}{c} \quad \cdot b$ $x = \frac{a \cdot c}{c} \quad (2)$	
$\frac{y}{b} = \frac{a}{c} \quad \cdot b$ $y = \frac{a \cdot b}{c} \quad (1)$	$\frac{x}{c} = \frac{a}{c} \quad \cdot b$ $x = \frac{a \cdot c}{c} \quad (2)$		
<p>Wir können den Flächeninhalt von $\triangle ABD$ als Summe der Flächeninhalte der Teilflächen ermitteln:</p> $A_{\triangle ABD} = A_1 + A_2 \quad (3)$ <p>Für die Flächeninhalte einzelnen Dreiecke gilt außerdem:</p> $A_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} \cdot x \cdot \underline{\hspace{2cm}} \quad (4)$ $A_1 = \frac{1}{2} \cdot b \cdot \underline{\hspace{2cm}} \quad (5)$ $A_2 = \underline{\hspace{2cm}} \quad (6)$ <p>Wir setzen nun nacheinander die Gleichungen (4), (5) und (6) in die Gleichung (3) ein:</p> $A_{\triangle ABD} = A_1 + A_2$ $\frac{1}{2} \cdot x \cdot \underline{\hspace{2cm}} = A_1 + A_2$ $\frac{1}{2} \cdot x \cdot \underline{\hspace{2cm}} = \frac{1}{2} \cdot b \cdot \underline{\hspace{2cm}} + A_2$ $\frac{1}{2} \cdot x \cdot \underline{\hspace{2cm}} = \frac{1}{2} \cdot b \cdot \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} \quad : \frac{1}{2}$ $\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} \quad (7)$			

In Gleichung (7) ersetzen wir x und y mit den Termen aus den Gleichungen (1) und (2):

$$\left(\frac{\quad}{\quad}\right) \cdot c = b \cdot \left(\frac{\quad}{\quad}\right) + \frac{\quad}{\quad}$$

In dieser Gleichung lösen wir die Klammern auf und vereinfachen anschließend:

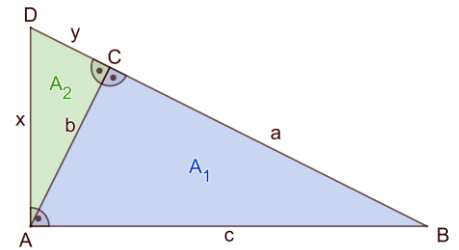
$$\frac{\quad}{a} = \frac{\quad}{a} + ab \quad | \cdot a$$

$$\frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} + \frac{\quad}{\quad} \quad | : b$$

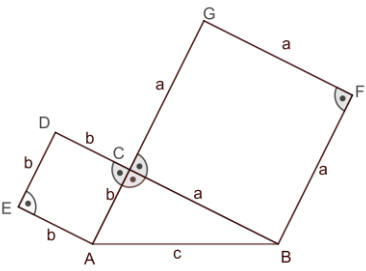
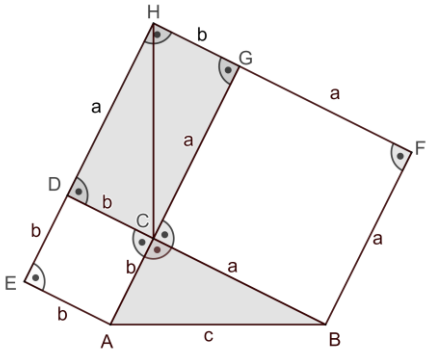
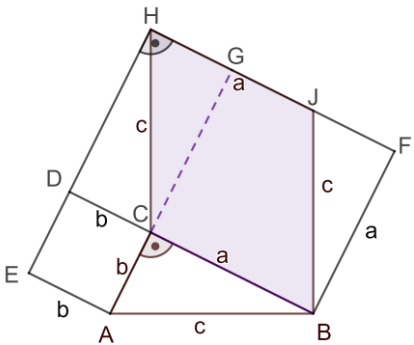
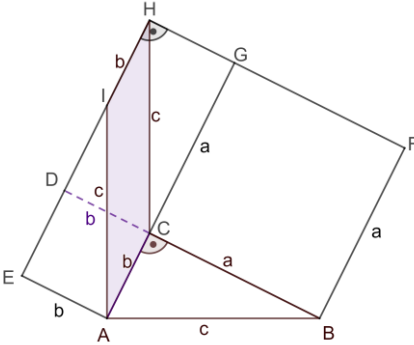
$$\frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} + \frac{\quad}{\quad}$$

Vertauschen wir die Reihenfolge der Summanden erhalten wir die gesuchte Gleichung:

$$\frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} + \frac{\quad}{\quad}$$



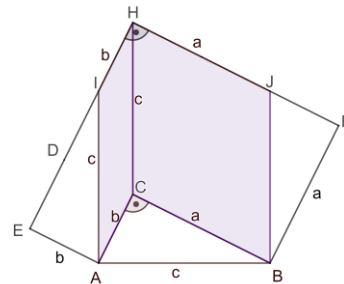
Der Scherungsbeweis

Beweisschritt: Beschreibung / Rechnung	Skizze
<p>Wir bezeichnen die Eckpunkte des Dreiecks mit A, B und C. Wir zeichnen die Quadrate über den Katheten a und b ein.</p> <p>Dadurch entstehen die Punkte D und E bzw. F und G. Für die Flächeninhalte der Quadrate gilt:</p> $A_{ACDE} = \underline{b^2} \quad \text{und} \quad A_{CBGF} = \underline{a^2}$	
<p>Zwischen diesen Quadraten können wir ein Rechteck $DCGH$ mit den Seitenlängen a und b ergänzen.</p> <p>Dadurch entsteht der Punkt H. In diesem Rechteck wird die Diagonale \overline{CH} eingezeichnet, welche das Rechteck in zwei Dreiecke DCH und \underline{CHG} zerlegt.</p> <p>Diese Dreiecke haben jeweils eine Seite der Länge a, eine Seite der Länge \underline{b} und einen $\underline{90^\circ}$ Winkel, an dem diese beiden Seiten anliegen. Sie sind somit nach Kongruenzsatz <u>SWS</u> kongruent zum Dreieck ABC. D.h. \overline{CH} hat die Länge \underline{c}.</p>	
<p>Wir zeichnen nun ein Parallelogramm $CBJH$ über der Seite \overline{BC} des ursprünglichen Dreiecks ein. Die Diagonale \overline{CH} bildet eine weitere Seite dieses Parallelogramms. Das Parallelogramm hat somit die Seitenlängen \underline{a} und \underline{c}. Die Strecke \overline{CG} bildet die Höhe zur Seite \overline{BC} dieses Parallelogramms. Sie hat die Länge \underline{a}.</p> <p>Somit gilt für den Flächeninhalt des Parallelogramms: (Tipp 4)</p> $A_{CBJH} = \underline{a} \cdot \underline{a} = \underline{a^2}$ <p>Somit hat das Parallelogramm $CBJH$ denselben Flächeninhalt wie das Quadrat <u>CBFG</u>.</p>	
<p>Wir zeichnen ein zweites Parallelogramm $ACHI$ über der Seite \overline{AC} des ursprünglichen Dreiecks ein. Die Diagonale \overline{CH} bildet wieder eine weitere Seite dieses Parallelogramms. Das Parallelogramm hat somit die Seitenlängen \underline{b} und \underline{c}. Die Strecke \overline{CD} bildet die Höhe zur Seite \overline{AC} dieses Parallelogramms. Sie hat die Länge \underline{b}.</p> <p>Somit gilt für den Flächeninhalt des Parallelogramms: (Tipp 4)</p> $A_{ACHI} = \underline{b} \cdot \underline{b} = \underline{b^2}$ <p>Somit hat das Parallelogramm $ACHI$ denselben Flächeninhalt wie das Quadrat <u>ACDE</u>.</p>	

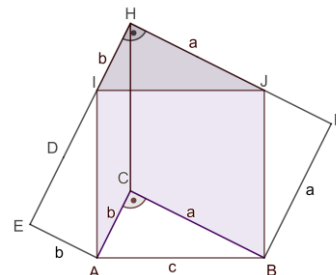
Wir betrachten die aus den Parallelogrammen zusammengesetzte Figur $ACBJH$ genauer.

Für den Flächeninhalt gilt:

$$A_{ACBJHI} = A_{ACHI} + A_{CBJH} = \underline{c^2} \quad (1)$$

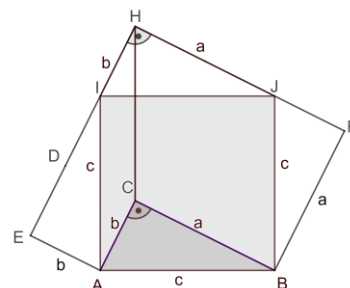


An der oberen Seite der Figur kann man das Dreieck IJH abteilen. Es hat eine Seite der Länge a , eine Seite der Länge b und einen 90° Winkel, an dem diese beiden Seiten anliegen. Dreieck IJH ist somit nach Kongruenzsatz SWS kongruent zum Dreieck ABC .



Aufgrund der Kongruenz von Dreieck IJH und Dreieck ABC , gilt für den Flächeninhalt der Figur:

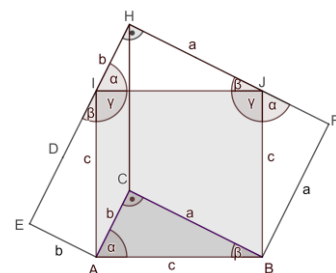
$$A_{ACBJHI} = A_{ABC} + A_{ACBJI} = A_{A_J_} \quad \text{ABJI}$$



Die markierten Winkel γ sind jeweils 90° groß, da _____

_____. (Tipp 1)

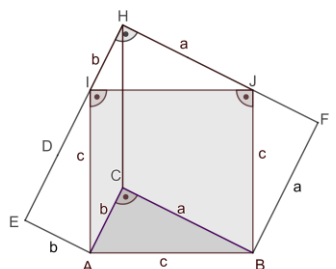
Daher ist das markierte Viereck A_{ABJI} mit der Seitenlänge c ein Quadrat.



Da $ABJI$ ein Quadrat ist, können wir somit ergänzen:

$$A_{ACBJHI} = A_{ABC} + A_{ACBJI} = A_{A_J_} = \underline{c^2} \quad (2)$$

ABJI



Wir erhalten somit zwei verschiedene Terme für den Flächeninhalt der markierten Figuren:

$$(1) A_{ACBJHI} = \underline{a^2 + b^2}$$

$$(2) A_{ACBJHI} = \underline{c^2}$$

Diese beschreiben die gleiche Fläche, daher können wir sie gleichsetzen und erhalten die gesuchte Gleichung:

$$\underline{a^2 + b^2} = \underline{c^2}$$

