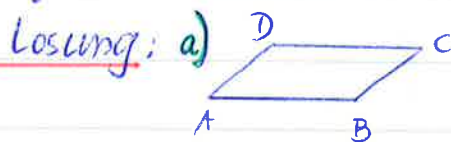


Übungsaufgaben „Spezialität bei der Punktprobe“

- Aufgabe 1: geg.: $A(1|2|3)$
 $B(4|-3|1)$
 $C(2|6|4)$

gesucht: a) Punkt D, so dass das Viereck ABCD ein Parallelogramm ist

b) Begründe, ob $P(1,1|4,1|3,6)$ innerhalb der Parallelogrammfläche liegt. $[Q(-0,5|13|6,5)$
 $R(-2,4|8,8|5,6)]$



$$\vec{AB} = \vec{DC}$$

$$\begin{pmatrix} 3 \\ -5 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 - x_D \\ 6 - y_D \\ 4 - z_D \end{pmatrix} \quad \underline{\underline{D(-1|1|6)}}$$

$$b)(1) \begin{pmatrix} 1,1 \\ 4,1 \\ 3,6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \\ -2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 9 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\text{I} \quad 1,1 = 1 + 3k - 2t$$

$$\text{II} \quad 4,1 = 2 - 5k + 9t$$

$$\text{III} \quad 3,6 = 3 - 2k + 3t$$

$$\text{I} \quad 0,1 = 3k - 2t$$

$$\text{II} \quad 2,1 = -5k + 9t$$

$$\text{III} \quad 0,6 = -2k + 3t$$

$$5 \cdot \text{I} + 3 \cdot \text{II}: \quad 6,8 = 17t \quad t = 0,4$$

$$t \text{ in I}: \quad 0,1 = 3k - 0,8 \quad 0,9 = 3k \quad k = 0,3$$

$$\text{Probe in III:} \quad 0,6 = -2 \cdot 0,3 + 3 \cdot 0,4$$
$$0,6 = 0,6 \quad \text{w. A.}$$

P liegt in E_{ABCD} und innerhalb des Parallelogramms, da $0 \leq t \leq 1$ und $0 \leq k \leq 1$.

$$b)(2) \begin{array}{l} \text{I} -0,5 = 1 + 3k - 2t \\ \text{II} 13 = 2 - 5k + 9t \\ \text{III} 6,5 = 3 - 2k + 3t \end{array}$$

$$\text{I} -1,5 = 3k - 2t$$

$$\text{II} 11 = -5k + 9t$$

$$\text{III} 3,5 = -2k + 3t$$

$$5 \cdot \text{I} + 3 \cdot \text{II} : 25,5 = 17t \quad t = 1,5$$

$$t \text{ in I} : -1,5 = 3k - 3 \quad 1,5 = 3k \quad k = 0,5$$

$$\text{Probe in III} : 3,5 = -2 \cdot 0,5 + 3 \cdot 1,5 \\ 3,5 = 3,5 \text{ w. A.}$$

Q liegt in E_{ABCD} , aber außerhalb des Parallelogrammes, da $t > 1$.

$$b)(3) \begin{array}{l} \text{I} -2,4 = 1 + 3k - 2t \\ \text{II} 8,8 = 2 - 5k + 9t \\ \text{III} 5,6 = 3 - 2k + 3t \end{array}$$

$$\text{I} -3,4 = 3k - 2t$$

$$\text{II} 6,8 = -5k + 9t$$

$$\text{III} 2,6 = -2k + 3t$$

$$5 \cdot \text{I} + 3 \cdot \text{II} : 3,4 = 17t \quad t = 0,2$$

$$t \text{ in I} : -3,4 = 3k - 0,4 \quad k = -1$$

$$\text{Probe in III} : 2,6 = -2 \cdot (-1) + 3 \cdot 0,2 \\ 2,6 = 2,6 \text{ w. A.}$$

R liegt in E_{ABCD} , aber nicht innerhalb des Parallelogrammes, da $k < 0$.

• Aufgabe 2:

geg.: $A(3|1|2)$

$B(1|0|1)$

$D(2|-3|4)$

ges.: a) Punkt C so, dass ABCD ein Parallelogramm ist

b) Begründe ob $P(0,5|-2|2)$ innerhalb der Parallelogrammfläche liegt.

$[Q(3,5|-0,5|3,5), R(0,5|-5,5|4,5)]$

Lösung: a) $\vec{AB} = \vec{DC} \quad \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_c - 2 \\ y_c - 3 \\ z_c - 4 \end{pmatrix} \quad \underline{\underline{C(0|-4|3)}}$

b) (1) $\begin{array}{l} \text{I} \quad 0,5 = 3 - 2k - t \\ \text{II} \quad -2 = 1 - k - 4t \\ \text{III} \quad 2 = 2 - k + 2t \end{array}$

$\begin{array}{l} \text{I} \quad -2,5 = -2k - t \\ \text{II} \quad -3 = -k - 4t \\ \text{III} \quad 0 = -k + 2t \end{array}$

$\text{II} - \text{III}: -3 = -6t \quad t = 0,5$

$t \text{ in III}: 0 = -k + 1 \quad k = 1$

Probe in I: $-2,5 = -2 \cdot 1 - 0,5$
 $-2,5 = -2,5 \quad \text{w. A}$

P liegt in E_{ABCD} und innerhalb der Parallelogrammfläche, da $0 \leq t \leq 1$ und $0 \leq k \leq 1$.

b) (2)

$$\begin{array}{lcl} \text{I} & 3,5 & = 3 - 2k - t \\ \text{II} & -0,5 & = 1 - k - 4t \\ \text{III} & 3,5 & = 2 - k + 2t \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} \text{I} & 0,5 & = -2k - t \\ \text{II} & -1,5 & = -k - 4t \\ \text{III} & 1,5 & = -k + 2t \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} \text{II} - \text{III} & -3 & = -6t \quad t = 0,5 \\ t \text{ in II} & -1,5 & = -k - 2 \quad k = -0,5 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} \text{Probe in I} & 0,5 & = -2 \cdot (-0,5) - 0,5 \\ & 0,5 & = 0,5 \quad \text{w. A.} \end{array}$$

Q liegt in E_{ABCD} , aber nicht innerhalb der Parallelogrammfläche, da $k < 0$.

b) (3)

$$\begin{array}{lcl} \text{I} & 0,5 & = 3 - 2k - t \\ \text{II} & -5,5 & = 1 - k - 4t \\ \text{III} & 4,5 & = 2 - k + 2t \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} \text{I} & -2,5 & = -2k - t \\ \text{II} & -6,5 & = -k - 4t \\ \text{III} & 2,5 & = -k + 2t \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} \text{II} - \text{III} & -9 & = -6t \quad t = 1,5 \\ t \text{ in II} & -6,5 & = -k - 6 \quad k = 0,5 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} \text{Probe in I} & -2,5 & = -2 \cdot 0,5 - 1,5 \\ & -2,5 & = -2,5 \quad \text{w. A.} \end{array}$$

R liegt in E_{ABCD} , aber nicht innerhalb der Parallelogrammfläche, da $t > 1$.