

Wasserbecken

Ein quaderförmiges Wasserbecken mit 3 m Länge, 2 m Breite und 2 m Höhe hat einen Wasserzu- und -ablauf. Die Funktion

$$f(x) = 0,2x^3 - 2,11x^2 + 5x \quad 0 \leq x \leq 8,$$

beschreibt modellhaft die Änderungsrate der Wassermenge in diesem Becken. X in Stunden und $f(x)$ in m^3 pro Stunde. Zu Beginn ist das Becken leer.

- Ermitteln Sie die Höhe des Wasserstandes im Becken nach 3 Stunden.
- Begründen Sie anhand des Grafen von f , dass sich, abgesehen vom Beginn $x=0$, immer Wasser im Becken befindet.
- Ermitteln Sie für die Gesamtzeitdauer von 8 Stunden den zeitlichen Anteil in Prozent, für den die Wassermenge im Becken abnimmt.
- Bestimmen Sie den Zeitpunkt, zu dem das Becken zum zweiten Mal genau zur Hälfte mit Wasser gefüllt ist.
- Es gibt bestimmte Wasserstandshöhen im Becken, die innerhalb des betrachteten Zeitintervalls von 8 Stunden genau dreimal angenommen werden. Welche Wasserstandshöhen sind das?
- Unabhängig vom Sachzusammenhang wird im Folgenden die Funktionenschar

$$f_k(x) = 0,2x^3 - kx^2 + 5x \quad k > 0, x \in \mathbb{R} \quad \text{betrachtet.}$$

Die Tangenten an die Grafen von f_k in den Punkten $Q_k(5/f_k(5))$ werden mit t_k bezeichnet. Überprüfen Sie, ob folgende Aussage wahr ist:
Für alle $k > 0$ ist die Gerade durch $R(2,5/0)$ und $Q_k(5/f_k(5))$ gleichzeitig auch Tangente im Punkt $Q_k(5/f_k(5))$.

Gastank

Für einen geplanten Produktionszweig, dem kontinuierlich Gas zuzuführen ist, benötigt man zu Beginn eines Arbeitstages ($t=0$) 1.100 l/h, nach 2 Stunden maximal 3.100 l/h und nach 12 Stunden (Ende eines Arbeitstages) maximal 1.100 l/h. Der Gasverbrauch pro Stunde wird mit einer ganzrationalen Funktion modelliert.

- Zeigen Sie, dass diese Modellierung möglich ist.

Das Gas fließt aus einem Tank, der anfänglich 6.000 l enthält. Das sind $4/5$ des Tankinhalts.

- Gleichzeitig mit dem Verbrauch des Gases wird der Tank mit einem konstanten Zufluss von 1.300 l/h befüllt. Ermitteln Sie den Tankinhalt nach 12 Stunden. Bestimmen Sie die Zeiträume, in denen das Gasvolumen im Tank zu- bzw. abnimmt.
- Für welchen konstanten Zufluss wäre der Tank nach 12 Stunden vollständig gefüllt?