

## Wachstum von Weinhefekulturen

Bei der Herstellung von Wein werden Weinhefekulturen verwendet, deren Wachstum durch eine Funktion der Form  $y = f_{a,b,c}(x) = \frac{a}{1 + b \cdot e^{-cx}}$  ( $a, b, c \in \mathbb{R}; a, b, c > 0; x \geq 0$ ) modelliert werden kann.

In einem speziellen Fall sei das Wachstum durch die Funktion  $f_{600;70;0,5}(x)$  mit  $x$  = Zeit in Stunden und  $y$  = Hefemenge in Milligramm beschreibbar.

- Ermitteln Sie, wie groß im speziellen Fall die Ausgangshefemenge ist. Geben Sie die Hefemenge nach 14 Stunden an. Nach welcher Zeit beträgt die Hefemenge 500 mg?
- Untersuchen Sie, ob im speziellen Fall eine Hefemenge von 659 mg hergestellt werden kann. Begründen Sie Ihre Meinung.
- Ermitteln Sie die durchschnittliche Wachstumsgeschwindigkeit der Kultur im Zeitraum zwischen der 7. und 10. Stunde.
- Ermitteln Sie die momentane Wachstumsgeschwindigkeit in der 16. Stunde.
- Eine Stunde nach der größten Wachstumsgeschwindigkeit soll eine Probe entnommen werden. Ermitteln Sie diesen Zeitpunkt.

Betrachtet wird nun das allgemeine Modell.

- Interpretieren Sie die Bedeutung des Parameters  $a$  in der Funktionsgleichung.
- Ermitteln Sie eine Formel zur Bestimmung der momentanen Wachstumsgeschwindigkeit der Kultur zum Zeitpunkt  $x_0$ .
- Beschreiben Sie eine Möglichkeit der Bestimmung der Parameter  $a$ ,  $b$ ,  $c$  in der Funktionsgleichung, wenn Messdaten für eine Weinhefekultur vorliegen.