

TECHNISCHE UNIVERSITÄT
DORTMUND

ANFÄNGERPRAKTIKUM PHYSIK
SOMMERSEMESTER
2014

V408
Geometrische Optik

29.04.2014

1. ABGABE

Johannes Schlüter

Joshua Luckey

johannes.schlueter@udo.edu

joshua.luckey@udo.edu

1 Einleitung

2 Theorie

3 Durchführung

4 Auswertung

Im folgenden Abschnitt sind die während des Versuchs aufgenommenen und die daraus berechneten Daten tabellarisch und grafisch dargestellt. An entsprechender Stelle sind Erklärungen zu den vorgenommenen Berechnungen und Ergebnissen gegeben. Die für die Fehlerrechnung verwendeten Gleichungen befinden sich in Abschnitt 4.5 und werden mit römischen Ziffern referenziert.

4.1 Überprüfung der bekannten Brennweite einer Linse

Die Messwerte, die für die Berechnung und Überprüfung der Brennweite $f = 10\text{ cm}$ aufgenommen wurden befinden sich in Tabelle 1.

Pos. Bild x_B [cm]	Pos. Linse x_L [cm]	Gegenstandsweite g [cm]	Bildweite b [cm]
$89,6 \pm 0,1$	$109,0 \pm 0,1$	$20,0 \pm 0,1$	$19,4 \pm 0,1$
$87,8 \pm 0,1$	$104,0 \pm 0,1$	$25,0 \pm 0,1$	$16,2 \pm 0,1$
$84,4 \pm 0,1$	$99,0 \pm 0,1$	$30,0 \pm 0,1$	$14,6 \pm 0,1$
$80,4 \pm 0,1$	$94,0 \pm 0,1$	$35,0 \pm 0,1$	$13,6 \pm 0,1$
$76,0 \pm 0,1$	$89,0 \pm 0,1$	$40,0 \pm 0,1$	$13,0 \pm 0,1$
$71,5 \pm 0,1$	$84,0 \pm 0,1$	$45,0 \pm 0,1$	$12,5 \pm 0,1$
$66,9 \pm 0,1$	$79,0 \pm 0,1$	$50,0 \pm 0,1$	$12,1 \pm 0,1$
$62,1 \pm 0,1$	$74,0 \pm 0,1$	$55,0 \pm 0,1$	$11,9 \pm 0,1$
$57,2 \pm 0,1$	$69,0 \pm 0,1$	$60,0 \pm 0,1$	$11,8 \pm 0,1$
$52,4 \pm 0,1$	$64,0 \pm 0,1$	$65,0 \pm 0,1$	$11,6 \pm 0,1$

Tabelle 1: Messwerte zur Überprüfung der bekannten Brennweite

In Abbildung 1 sind die Geraden durch den Wert von b auf der y-Achse und den Wert von g auf der x-Achse eingezeichnet. Der Schnittpunkt dieser Geraden liegt im Punkt $(f|f)$, wobei f die Brennweite der Linse ist.

Der Schnittpunkt^① der Geraden liegt bei $(9.82|9.82)$ erhält man für die Brennweite der

^①Tatsächlich schneiden sich die Geraden nicht in einem Punkt, der Wert des eingezeichneten Schnittpunktes ist der Mittelwert der Brennweiten, die mit der Linsengleichung berechnet wurden.

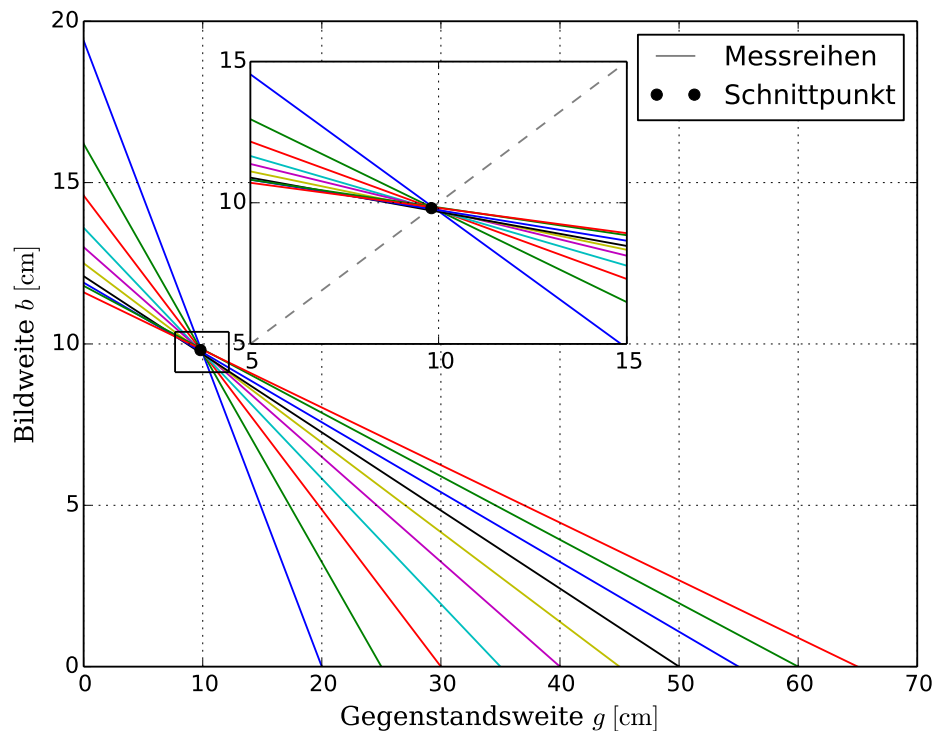


Abbildung 1: Regression der gestrichenen Bildweite

Linse

$$\langle f \rangle = (9,81 \pm 0,02) \text{ cm.} \quad (1)$$

Zur Überprüfung der Abbildungsgesetzes ?? wurden in Messung 2 mit $g_2 = (25,0 \pm 0,1) \text{ cm}$ und $b_2 = (19,4 \pm 0,1) \text{ cm}$ sowie bei Messung 5 mit $g_5 = (40,0 \pm 0,1) \text{ cm}$ und $b_5 = (13,0 \pm 0,1) \text{ cm}$ die Bildgröße $B_2 = (2,0 \pm 0,1) \text{ cm}$ bzw. $B_5 = (1,0 \pm 0,1) \text{ cm}$ und die Gegenstandsgröße $G = (3,0 \pm 0,1) \text{ cm}$ gemessen. Die beiden Seiten des Abbildungsgesetz ergeben damit jeweils:

$$\begin{aligned} \frac{g_2}{b_2} &= (1,54 \pm 0,02) \text{ cm} & \frac{g_5}{b_5} &= (3,08 \pm 0,04) \text{ cm} \\ \frac{G}{B_2} &= (1,50 \pm 0,09) \text{ cm} & \frac{G}{B_5} &= (3,0 \pm 0,3) \text{ cm} \end{aligned}$$

4.2 Bestimmung der unbekannten Brennweite einer Linse

Die zur Bestimmung der Brennweite der unbekannten Linse aufgenommenen Daten sind in Tabelle 2 zu finden.

In Abbildung 2 sind die Werte aus ?? und der gemittelte Schnittpunkt $(7.52|7.52)$ aufgetragen.

Pos. Bild x_B [cm]	Pos. Linse x_L [cm]	Gegenstandsweite g [cm]	Bildweite b [cm]
$96,7 \pm 0,1$	$109,0 \pm 0,1$	$20,0 \pm 0,1$	$12,3 \pm 0,1$
$93,5 \pm 0,1$	$104,0 \pm 0,1$	$25,0 \pm 0,1$	$10,5 \pm 0,1$
$89,0 \pm 0,1$	$99,0 \pm 0,1$	$30,0 \pm 0,1$	$10,0 \pm 0,1$
$84,5 \pm 0,1$	$94,0 \pm 0,1$	$35,0 \pm 0,1$	$9,5 \pm 0,1$
$79,6 \pm 0,1$	$89,0 \pm 0,1$	$40,0 \pm 0,1$	$9,4 \pm 0,1$
$75,1 \pm 0,1$	$84,0 \pm 0,1$	$45,0 \pm 0,1$	$8,9 \pm 0,1$
$70,0 \pm 0,1$	$79,0 \pm 0,1$	$50,0 \pm 0,1$	$9,0 \pm 0,1$
$65,3 \pm 0,1$	$74,0 \pm 0,1$	$55,0 \pm 0,1$	$8,7 \pm 0,1$
$60,5 \pm 0,1$	$69,0 \pm 0,1$	$60,0 \pm 0,1$	$8,5 \pm 0,1$
$55,4 \pm 0,1$	$64,0 \pm 0,1$	$65,0 \pm 0,1$	$8,6 \pm 0,1$

Tabelle 2: Messwerte zur Berechnung der unbekannten Brennweite

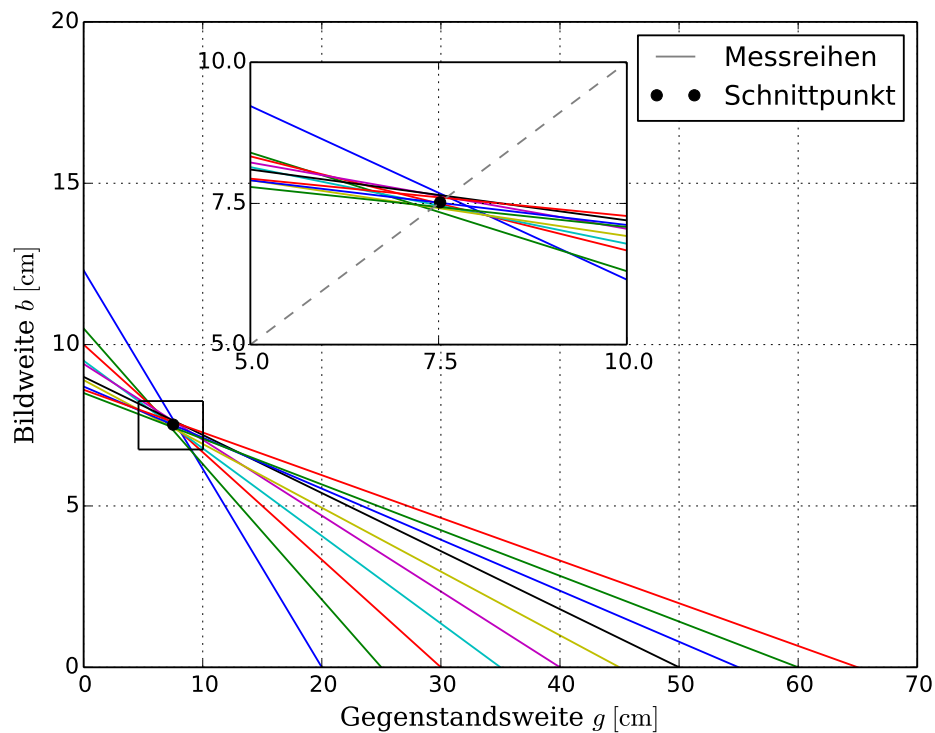


Abbildung 2: Regression der gestrichenen Bildweite

Daraus erhält man die unbekannte Brennweite der Linse mit

$$\langle f \rangle = (7,52 \pm 0,03) \text{ cm.} \quad (2)$$

4.3 Überprüfung der bekannten Brennweite einer Linse nach Bessel

4.3.1 Unter Verwendung von weißem Licht

Die während des Versuchs gemessenen Position des Bildschirms x_B und die beiden Positionen der Linse $x_{L,1}$ und $x_{L,2}$ in Tabelle 3 eingetragen. Aus diesen wurden, mit der festen Position des Gegenstands $x_G = (129,0 \pm 0,1) \text{ cm}$, Linsenabstand $d = |x_{L,1} - x_{L,2}|$ und Gesamtabstand $e = |x_G - x_B|$ berechnet. Mit ?? lässt sich aus diesen die Brennweite f der Linse bestimmen.

Pos. Bild x_B [cm]	Pos. Linse 1 $x_{L,1}$ [cm]	Pos. Linse 2 $x_{L,2}$ [cm]	Linsenabstand d [cm]	Gesamtabstand e [cm]	Brennweite $f_{wei,}$ [cm]
$88,2 \pm 0,1$	$104,8 \pm 0,1$	$112,0 \pm 0,1$	$7,2 \pm 0,1$	$40,8 \pm 0,1$	$9,88 \pm 0,04$
$85,0 \pm 0,1$	$99,8 \pm 0,1$	$113,8 \pm 0,1$	$14,0 \pm 0,1$	$44,0 \pm 0,1$	$9,89 \pm 0,04$
$80,0 \pm 0,1$	$93,5 \pm 0,1$	$115,1 \pm 0,1$	$21,6 \pm 0,1$	$49,0 \pm 0,1$	$9,87 \pm 0,05$
$75,0 \pm 0,1$	$87,8 \pm 0,1$	$115,6 \pm 0,1$	$27,8 \pm 0,1$	$54,0 \pm 0,1$	$9,92 \pm 0,06$
$70,0 \pm 0,1$	$82,4 \pm 0,1$	$116,0 \pm 0,1$	$33,6 \pm 0,1$	$59,0 \pm 0,1$	$9,97 \pm 0,06$
$65,0 \pm 0,1$	$77,1 \pm 0,1$	$116,5 \pm 0,1$	$39,4 \pm 0,1$	$64,0 \pm 0,1$	$9,94 \pm 0,07$
$60,0 \pm 0,1$	$71,8 \pm 0,1$	$116,8 \pm 0,1$	$45,0 \pm 0,1$	$69,0 \pm 0,1$	$9,91 \pm 0,07$
$55,0 \pm 0,1$	$66,6 \pm 0,1$	$116,9 \pm 0,1$	$50,3 \pm 0,1$	$74,0 \pm 0,1$	$9,95 \pm 0,07$
$50,0 \pm 0,1$	$61,5 \pm 0,1$	$117,0 \pm 0,1$	$55,5 \pm 0,1$	$79,0 \pm 0,1$	$10,00 \pm 0,07$
$45,0 \pm 0,1$	$56,5 \pm 0,1$	$117,3 \pm 0,1$	$60,8 \pm 0,1$	$84,0 \pm 0,1$	$10,00 \pm 0,07$

Tabelle 3: Messwerte und Ergebnisse nach Bessel mit weißem Licht

Daraus ergibt sich der Mittelwert für die Brennweite der Linse zu

$$\langle f_{wei,} \rangle = (9,93 \pm 0,04) \text{ cm.} \quad (3)$$

4.3.2 Unter Verwendung von rotem Licht

In Tabelle 4 sind die Messwerte der mit rotem Licht durchgeführten Methode von Bessel sowie die aus diesen berechneten Größen zu finden.

Pos. Bild x_B [cm]	Pos. Linse 1 $x_{L,1}$ [cm]	Pos. Linse 2 $x_{L,2}$ [cm]	Linsenabstand d [cm]	Gesamtabstand e [cm]	Brennweite f_{rot} [cm]
$88,2 \pm 0,1$	$105,2 \pm 0,1$	$111,4 \pm 0,1$	$6,2 \pm 0,1$	$40,8 \pm 0,1$	$9,96 \pm 0,04$
$85,0 \pm 0,1$	$100,0 \pm 0,1$	$113,5 \pm 0,1$	$13,5 \pm 0,1$	$44,0 \pm 0,1$	$9,96 \pm 0,04$
$80,0 \pm 0,1$	$93,7 \pm 0,1$	$114,7 \pm 0,1$	$21,0 \pm 0,1$	$49,0 \pm 0,1$	$10,00 \pm 0,05$
$75,0 \pm 0,1$	$88,0 \pm 0,1$	$115,5 \pm 0,1$	$27,5 \pm 0,1$	$54,0 \pm 0,1$	$10,00 \pm 0,06$
$70,0 \pm 0,1$	$82,5 \pm 0,1$	$115,9 \pm 0,1$	$33,4 \pm 0,1$	$59,0 \pm 0,1$	$10,02 \pm 0,06$

Tabelle 4: Messwerte und Ergebnisse nach Bessel mit rotem Licht

Der Mittelwert der Brennweite von rotem Licht ergibt sich aus diesen Daten zu

$$\langle f_{\text{rot}} \rangle = (9,99 \pm 0,04) \text{ cm.} \quad (4)$$

4.3.3 Unter Verwendung von blauem Licht

Die Messung nach der Methode von Bessel mit blauem Licht ergab die in Tabelle 5 dargestellten Messwerte und Ergebnisse.

Pos. Bild x_B [cm]	Pos. Linse 1 $x_{L,1}$ [cm]	Pos. Linse 2 $x_{L,2}$ [cm]	Linsenabstand d [cm]	Gesamtabstand e [cm]	Brennweite f_{blau} [cm]
$88,2 \pm 0,1$	$103,8 \pm 0,1$	$112,5 \pm 0,1$	$8,7 \pm 0,1$	$40,8 \pm 0,1$	$9,74 \pm 0,04$
$85,0 \pm 0,1$	$99,5 \pm 0,1$	$113,9 \pm 0,1$	$14,4 \pm 0,1$	$44,0 \pm 0,1$	$9,82 \pm 0,05$
$80,0 \pm 0,1$	$93,7 \pm 0,1$	$115,0 \pm 0,1$	$21,3 \pm 0,1$	$49,0 \pm 0,1$	$9,94 \pm 0,05$
$75,0 \pm 0,1$	$88,0 \pm 0,1$	$115,7 \pm 0,1$	$27,7 \pm 0,1$	$54,0 \pm 0,1$	$9,95 \pm 0,06$
$70,0 \pm 0,1$	$82,5 \pm 0,1$	$116,0 \pm 0,1$	$33,5 \pm 0,1$	$59,0 \pm 0,1$	$9,99 \pm 0,06$

Tabelle 5: Messwerte und Ergebnisse nach Bessel mit blauem Licht

Für blaues Licht ergibt sich der Mittelwert der Brennweite zu

$$\langle f_{\text{blau}} \rangle = (9,88 \pm 0,04) \text{ cm.} \quad (5)$$

4.4 Bestimmung der unbekannten Brennweite eines Linsensystems nach Abbe

Die für die Bestimmung der Brennweite des Linsensystems aus konkaver und konvexer Linse aufgenommenen Messwerte für Bild- und Referenzpunktposition x_B und x_A sowie der Bildgröße B sind in Tabelle 6 zu finden. Für die Berechnung der nötigen Werte wurden noch die Gegenstandsgröße $G = (3,0 \pm 0,1) \text{ cm}$ und -position $x_G = (129,0 \pm 0,1) \text{ cm}$ verwandt.

Pos. Bild x_B [cm]	Pos. Referenzpunkt x_A [cm]	Bildgröße B [cm]	Gegenstandsweite g' [cm]	Bildweite b' [cm]	Abbildungsmaßstab V
$4,0 \pm 0,1$	$105,7 \pm 0,1$	$7,4 \pm 0,1$	$23,3 \pm 0,1$	$101,7 \pm 0,1$	$2,47 \pm 0,09$
$10,0 \pm 0,1$	$104,1 \pm 0,1$	$6,7 \pm 0,1$	$24,9 \pm 0,1$	$94,1 \pm 0,1$	$2,23 \pm 0,08$
$12,0 \pm 0,1$	$103,3 \pm 0,1$	$6,3 \pm 0,1$	$25,7 \pm 0,1$	$91,3 \pm 0,1$	$2,10 \pm 0,08$
$15,0 \pm 0,1$	$102,4 \pm 0,1$	$5,7 \pm 0,1$	$26,6 \pm 0,1$	$87,4 \pm 0,1$	$1,90 \pm 0,07$
$17,0 \pm 0,1$	$98,5 \pm 0,1$	$4,8 \pm 0,1$	$30,5 \pm 0,1$	$81,5 \pm 0,1$	$1,60 \pm 0,06$
$20,0 \pm 0,1$	$98,2 \pm 0,1$	$4,7 \pm 0,1$	$30,8 \pm 0,1$	$78,2 \pm 0,1$	$1,57 \pm 0,06$
$22,0 \pm 0,1$	$97,2 \pm 0,1$	$4,2 \pm 0,1$	$31,8 \pm 0,1$	$75,2 \pm 0,1$	$1,40 \pm 0,06$
$25,0 \pm 0,1$	$96,1 \pm 0,1$	$3,7 \pm 0,1$	$32,9 \pm 0,1$	$71,1 \pm 0,1$	$1,23 \pm 0,05$
$27,0 \pm 0,1$	$94,2 \pm 0,1$	$3,5 \pm 0,1$	$34,8 \pm 0,1$	$67,2 \pm 0,1$	$1,17 \pm 0,05$
$30,0 \pm 0,1$	$93,2 \pm 0,1$	$3,4 \pm 0,1$	$35,8 \pm 0,1$	$63,2 \pm 0,1$	$1,13 \pm 0,05$

Tabelle 6: Messwerte und Ergebnisse nach der Methode von Abbe

Die Werte für g' bzw. b' aus Tabelle 6 sind in Abbildung 3 bzw. Abbildung 4 gegen $(1 + V^{-1})$ bzw. $(1 + V)$ aufgetragen. Durch lineare Regression beider Messwertepaare mit dem Ansatz

$$m(x) = f \cdot x + b \quad (6)$$

erhält man die Geradenparameter für g' ??

$$f_g = (25 \pm 1) \text{ cm} \quad (7a)$$

$$b = h = (-11 \pm 2) \text{ cm} \quad (7b)$$

und für b' ??

$$f_b = (26 \pm 1) \text{ cm} \quad (8a)$$

$$b = h' = (11 \pm 4) \text{ cm}. \quad (8b)$$

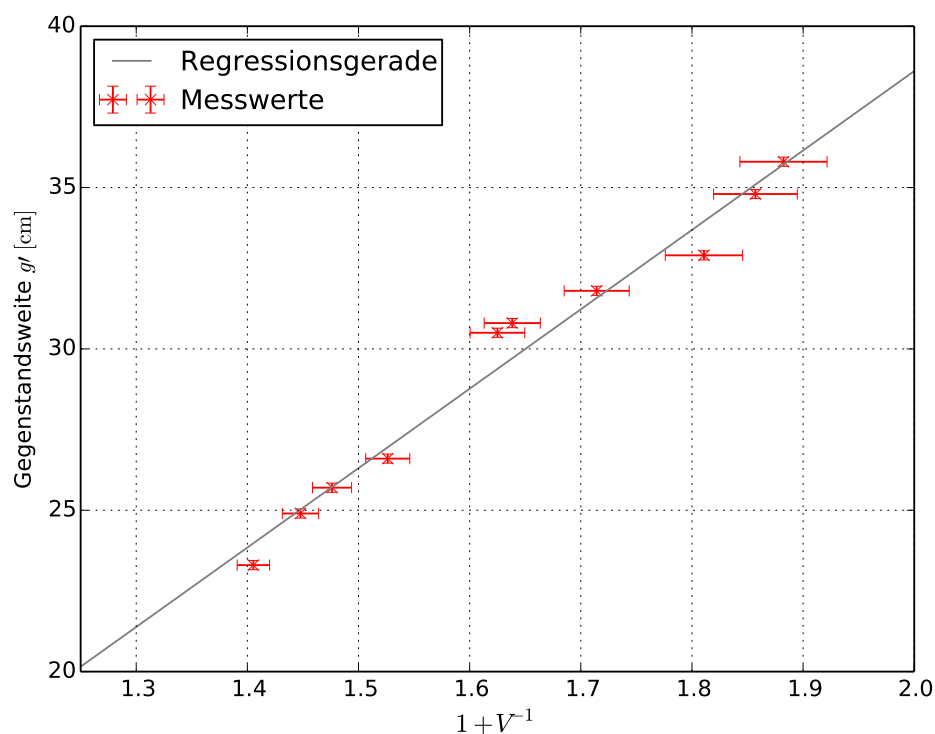


Abbildung 3: Regression der gestrichenen Bildweite

Da die Steigungen dieser Geraden die Brennweite des Linsensystems sind ergibt sich diese im Mittel zu

$$\langle f \rangle = (25,5 \pm 0,7) \text{ cm}. \quad (9)$$

Die eine der beiden Hauptebenen des Systems liegt ca. 11 cm vor, und die zweite Hauptebene ca. (11 ± 2) cm hinter dem gewählten Referenzpunkt (der Position der konkaven Linse).

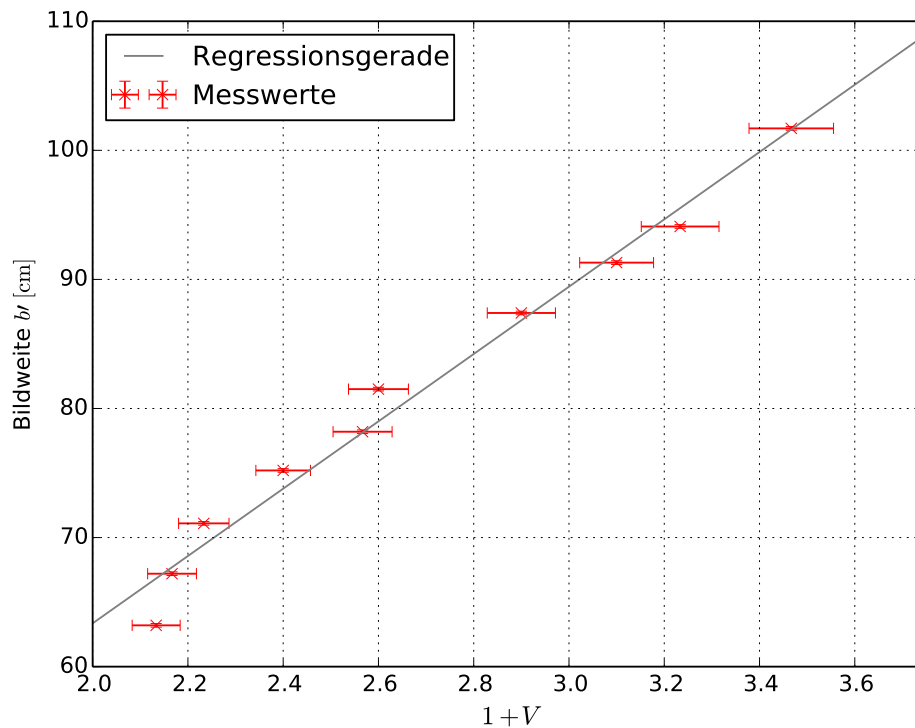


Abbildung 4: Regression der gestrichenen Bildweite

4.5 Fehlerrechnung

Die für die Auswertung verwendeten Fehlergleichungen, welche Mittels der gaußschen Fehlerfortpflanzung bestimmt wurden, befinden sich im Folgenden aufgelistet.

Die Fehlergleichung des allgemeinen Mittelwerts ergibt sich zu:

$$\sigma_M = \frac{1}{n} \sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma_{x_i}^2} \quad (\text{I})$$

Die Fehler von Summation und Differenz $z = x \pm y$ erhält man im allgemeinen durch:

$$\sigma_z = \sqrt{\sigma_x^2 \pm \sigma_y^2} \quad (\text{II})$$

Der Fehler der Gleichung für die Brennweite nach Bessel ?? ergibt sich aus:

$$\sigma_f = \sqrt{\frac{d^2 \sigma_d^2}{4e^2} + \left(\frac{d^2 + e^2}{4e^2} \right)^2 \sigma_e^2} \quad (\text{III})$$

Den Fehler des Abbildungsmaßstabes erhält man durch:

$$\sigma_V = \sqrt{\frac{B^2 \sigma_G^2}{G^4} + \frac{\sigma_B^2}{G^2}} \quad (\text{IV})$$

5 Diskussion

Im Folgenden werden die in Abschnitt 4 erhaltenen Ergebnisse noch einmal abschließend diskutiert und dabei auf ihre Plausibilität hin überprüft. Dabei wird auch Bezug auf Versuchsaufbau und -durchführung genommen.

Die im ersten Versuch erhaltene Brennweite (1) der Linse mit bekannter Brennweite $f_{bek} = 10,0 \text{ cm}$ zeigt mit einer relativen Abweichung von ca. 2 % eine große Übereinstimmung mit dem tatsächlichen Wert. Auch die Überprüfung des Abbildungsgesetzes ?? lieferte für die beiden untersuchten Wertepaare eine Übereinstimmung im Rahmen der Messgenauigkeit.

Diese Abweichungen sind allgemein durch die Subjektivität des Scharfsehens zu begründen. Da es bei der Versuchsdurchführung darauf ankommt ein möglichst scharf umrissenes Bild des Gegenstands zu erzeugen und der Experimentator diese Eigenschaft des Bildes mit seinen Augen beurteilt, sind der Genauigkeit der Ergebnisse schon durch das individuelle Sehvermögen bzw. der Akkommodationsfähigkeit beschränkt. Anders formuliert, zeigen die Ergebnisse aus der Beobachtung eines Linsensystems mit einem zweiten, (das Auge und eventuelle Sehhilfen) schon wegen der Ungenauigkeit der zweiten, Abweichungen vom tatsächlichen Wert auf.

Auch aus den Daten der Untersuchung der mit Wasser gefüllten Linse, unbekannter Brennweite erhält man ein Wert (2) dessen Genauigkeit zwar in Frage zu stellen ist, der jedoch Plausibel scheint.

Bei dieser Linse sind die Ungenauigkeiten der Ergebnisse neben dem schon angesprochenen Grund noch durch die Beschaffenheit der verwendeten Linse zu begründen, die aufgrund ihrer Bauweise nicht die Genauigkeit einer Glaslinse erreicht. Dies liegt vor allem an Unreinheiten im eingefüllten Wasser wie zum Beispiel eingeschlossene Luftbläschen.

Die erhaltenen Werte der Methode von Bessel (3), (4) und (5) liefern im Rahmen ihrer Genauigkeit die erwarteten Ergebnisse. Die Abweichung der gemessenen Brennweite von weißem Licht zum tatsächlichen Wert $f_{bek} = 10,0 \text{ cm}$ ist mit weniger als 1 % noch geringer als bei der zuvor verwendeten Methode, was wiederum für die größere Genauigkeit der Methode von Bessel gegen über der Linsengleichungs-Methode spricht. Auch der Effekt der chromatischen Aberration wird aus den Messwerten deutlich, da sich die Brennweiten von blauem und rotem Licht um ca. 1 % unterscheiden.

Da die Steigungen der beiden Regressionsgeraden, die aus den Messwerten der Methode von Abbe bestimmt wurden beide die nahezu gleiche Steigung aufwiesen, scheint die erhaltene Brennweite ?? plausibel und auch die erhaltenen Positionen der Hauptachsen weisen keinen unrealistischen und damit unplausiblen Abstand zum gewählten Referenzpunkt auf.