Technische Universität
Dortmund

Anfängerpraktikum Physik

Sommersemester
2014

V702
Aktivierung mit Neutronen

27.05.2014

1.Abgabe: 03.06.2014

Christopher Hasenberg
Joshua Luckey

christopher.hasenberg@udo.edu
joshua.luckey@udo.edu

1 Einleitung

2 Theorie

2.1 Elemente mit einem Zerfall

2.2 Elemente mit zwei unterschiedlichen Zerfällen

Neben den Elementen die durch die Aktivierung mit Neutronen nur einfach zerfallen, wie das in diesem Versuch untersuchte $^{116}_{49}\mathrm{In}$, existieren auch Elemente die durch die Aktivierung in zwei unterschiedlichen weisen zerfallen. Als Beispiele sollen hier Silber und das in diesem Versuch untersuchte Rhodium betrachtet werden um zwei unterschiedliche Begründungen für diesen Umstand zu klären.

Einen Grund für zwei unterschiedliche Zerfälle ist die Zusammensetzung der natürlichen Elemente aus verschiedenen Isotopen. So besteht das natürliche Silber zu ungefähr gleichen Teilen aus den Isotopen $^{107}_{47}\mathrm{Ag}$ und $^{109}_{47}\mathrm{Ag}$, die beide durch die Neutronen aktiviert werden und sich für die dabei entstandenen instabilen Kerne die beiden Zerfälle

$$^{108}_{47}\mathrm{Ag} \longrightarrow {}^{108}_{48}\mathrm{Cd} + \beta^- + \overline{\nu_e} \tag{1a}$$
$$^{110}_{47}\mathrm{Ag} \longrightarrow {}^{110}_{48}\mathrm{Cd} + \beta^- + \overline{\nu_e} \tag{1b}$$

ergeben.

Neben dieser gibt es noch eine weitere Begründung für das Ablaufen von zwei unterschiedlichen Zerfällen. Diese tritt bei dem in diesem Versuch untersuchtem Rhodium $^{103}_{45}\mathrm{Rh}$ auf, welches nur aus einem natürlichen Isotop besteht. Bei der Aktivierung der Kerne dieses Elements entsteht in 10 % der Fälle ein, zum sonst entstehenden $^{104}_{45}\mathrm{Rh}$, isomerer Kern $^{104\mathrm{i}}_{45}\mathrm{Rh}$. Dieser unterscheidet sich nicht in der Anzahl sondern in der Konfiguration der Nukleonen und damit in der Energie des Kerns. Es ergeben sich somit die zwei möglichen Zerfälle der aktivierten Kerne

$$^{104}_{45}\mathrm{Rh} \longrightarrow {}^{104}_{46}\mathrm{Pd} + \beta^- + \overline{\nu_e} \quad \text{und} \tag{2a}$$
$$^{104\mathrm{i}}_{45}\mathrm{Rh} \longrightarrow {}^{104}_{45}\mathrm{Rh} + \gamma \longrightarrow {}^{104}_{46}\mathrm{Pd} + \beta^- + \overline{\nu_e}. \tag{2b}$$

In beiden Fällen, sowohl bei Silber als auch bei Rhodium, können beide Zefälle gleichzeitig Untersucht werden. Dies ist zum einen möglich da, das verwendete Geiger-Müller-Zählrohr sowohl die Betazerfälle der Silberisotope und des Rhodiumisotops $^{104}_{45}\mathrm{Rh}$ als auch die Gammastrahlung des isomeren Kerns $^{104\mathrm{i}}_{45}\mathrm{Rh}$ nachweisen kann. Zum anderen besitzen die beiden Zerfälle jeweils eines Elements unterschiedliche Halbwertszeiten, so dass sie sich in der Auswertung des Versuchs lassen und so getrennt von einander bestimmen lassen.

Zur Auswertung beider Zerfälle werden die logarithmierten Messwerte $\ln(N(t))$, wie in Abbildung 1, gegen die Zeit t aufgetragen. Da einer der beiden Zerfälle, wegen der unterschiedlichen Halbwertszeit, jeweils schneller abklingt als der andere, lässt sich ein Übergang des zunächst gekrümmten Verlaufs der Messwerte in ein linearen beobachten. An der Stelle dieses Übergangs wird der Zeitpunkt t^* gewählt, ab dem die Messwerte wie bei einem einfachen Zerfall linear ausgeglichen werden.

Mit dem so bestimmten langlebigen Zerfall $N_l(t)$ lässt sich nun durch Subtraktion der Werte $N_l(t_i)$ für $t_i << t^*$ von den Messwerten $N(t)$ der Verlauf des kurzlebigen Zerfalls bestimmen, der analog zum langlebigen Zerfall linear ausgeglichen wird. Durch dieses Vorgehen erhält man nun den das Zerfallsgesetz $N_k(t)$ der kurzlebigen Kerne.

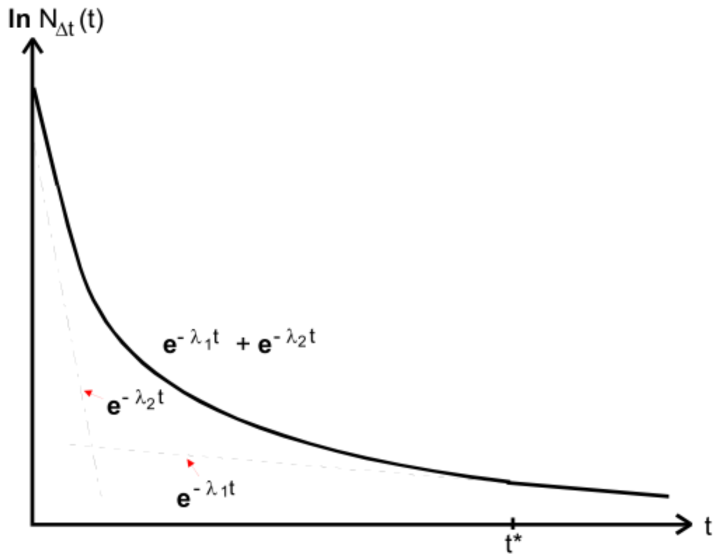

Abbildung 1: Graphische Darstellung des Vorgehens zur Auswertung von zwei gleichzeitig ablaufenden Zerfällen

3 Durchführung

4 Auswertung

Im folgenden Abschnitt sind die während des Versuchs aufgenommenen Messwerte, sowie die daraus berechneten Ergebnisse tabellarisch und graphisch dargestellt. Die erhaltenen Fehler der Ergebnisse wurden mit Hilfe der in Abschnitt 4.3 aufgestellten Fehlergleichungen berechnet.

4.1 Bestimmung der Halbwertszeiten der zwei möglichen Zerfälle von Rhodium

Die bei der Messung des Zerfalls von Rhodium aufgenommenen Messwerte für die Zeit t und die Anzahl der gemessenen Zerfälle N in Tabelle 1 eingetragen. Auch die um den, vor dem Versuch bestimmte Nulleffekt

$$N_0 = \frac{306}{900}\,\mathrm{s}^{-1} \cdot \Delta t \tag{3}$$

$$= 0{,}34\,\mathrm{s}^{-1} \cdot \Delta t \tag{4}$$

verringerte Anzahl an Zerfällen ist zusammen mit dem natürlichen Logarithmus aus diesen Werten in Tabelle 1 zu finden.

Zeit t [s]	Zerfälle N	Zerfälle $N - N_0$	ln der Zerfälle $\ln(N - N_0)$	Zeit t [s]	Zerfälle N	Zerfälle $N - N_0$	ln der Zerfälle $\ln(N - N_0)$
20	$(1{,}9 \pm 0{,}1) \cdot 10^2$	$(1{,}9 \pm 0{,}1) \cdot 10^2$	$5{,}24 \pm 0{,}07$	380	36 ± 6	29 ± 5	$3{,}4 \pm 0{,}2$
40	$(1{,}6 \pm 0{,}1) \cdot 10^2$	$(1{,}5 \pm 0{,}1) \cdot 10^2$	$5{,}03 \pm 0{,}08$	400	48 ± 7	41 ± 6	$3{,}7 \pm 0{,}2$
60	$(1{,}5 \pm 0{,}1) \cdot 10^2$	$(1{,}4 \pm 0{,}1) \cdot 10^2$	$4{,}97 \pm 0{,}08$	420	36 ± 6	29 ± 5	$3{,}4 \pm 0{,}2$
80	$(9 \pm 1) \cdot 10^1$	86 ± 9	$4{,}5 \pm 0{,}1$	440	43 ± 7	36 ± 6	$3{,}6 \pm 0{,}2$
100	$(1{,}1 \pm 0{,}1) \cdot 10^2$	$(1{,}1 \pm 0{,}1) \cdot 10^2$	$4{,}7 \pm 0{,}1$	460	30 ± 5	23 ± 5	$3{,}1 \pm 0{,}2$
120	84 ± 9	77 ± 9	$4{,}3 \pm 0{,}1$	480	38 ± 6	31 ± 6	$3{,}4 \pm 0{,}2$
140	$(1{,}0 \pm 0{,}1) \cdot 10^2$	89 ± 9	$4{,}5 \pm 0{,}1$	500	29 ± 5	22 ± 5	$3{,}1 \pm 0{,}2$
160	75 ± 9	68 ± 8	$4{,}2 \pm 0{,}1$	520	27 ± 5	20 ± 4	$3{,}0 \pm 0{,}2$
180	61 ± 8	54 ± 7	$4{,}0 \pm 0{,}1$	540	32 ± 6	25 ± 5	$3{,}2 \pm 0{,}2$
200	76 ± 9	69 ± 8	$4{,}2 \pm 0{,}1$	560	22 ± 5	15 ± 4	$2{,}7 \pm 0{,}3$
220	48 ± 7	41 ± 6	$3{,}7 \pm 0{,}2$	580	20 ± 4	13 ± 4	$2{,}6 \pm 0{,}3$
240	62 ± 8	55 ± 7	$4{,}0 \pm 0{,}1$	600	35 ± 6	28 ± 5	$3{,}3 \pm 0{,}2$
260	46 ± 7	39 ± 6	$3{,}7 \pm 0{,}2$	620	33 ± 6	26 ± 5	$3{,}3 \pm 0{,}2$
280	49 ± 7	42 ± 6	$3{,}7 \pm 0{,}2$	640	21 ± 5	14 ± 4	$2{,}7 \pm 0{,}3$
300	52 ± 7	45 ± 7	$3{,}8 \pm 0{,}1$	660	14 ± 4	7 ± 3	$2{,}0 \pm 0{,}4$
320	55 ± 7	48 ± 7	$3{,}9 \pm 0{,}1$	680	19 ± 4	12 ± 3	$2{,}5 \pm 0{,}3$
340	51 ± 7	44 ± 7	$3{,}8 \pm 0{,}2$	700	24 ± 5	17 ± 4	$2{,}8 \pm 0{,}2$
360	45 ± 7	38 ± 6	$3{,}6 \pm 0{,}2$	720	22 ± 5	15 ± 4	$2{,}7 \pm 0{,}3$

Tabelle 1: Gemessene Anzahl der Zerfäll, Anzahl der Zerfälle nach Subtraktion des Nulleffekts und Werte des natürlichen Logarithmusses von diesen

In **??** ist die logarithmierten Anzahl der Zerfälle $\ln(N - N_0)$ aus Tabelle 1 gegen die Zeit t aufgetragen.

Der Zeitpunkt ab dem nur noch der Zerfall mit der höheren Halbwertzeit messbar ist wurde für die folgenden Berechnungen $t^* = 480\,\mathrm{s}$ gewählt. Die Messwerte für $t > t*$ sind noch einmal in Tabelle 2 gelistet und in Abbildung 3 graphisch dargestellt. Diese Darstellung ist um die Regressiongerade dieser Messwerte ergänzt dir mittels *SciPy* [1] berechnet wurde. Die lineare Regression für den Ansatz

$$\ln(N) = \lambda_l \cdot t + c_l, \tag{5}$$

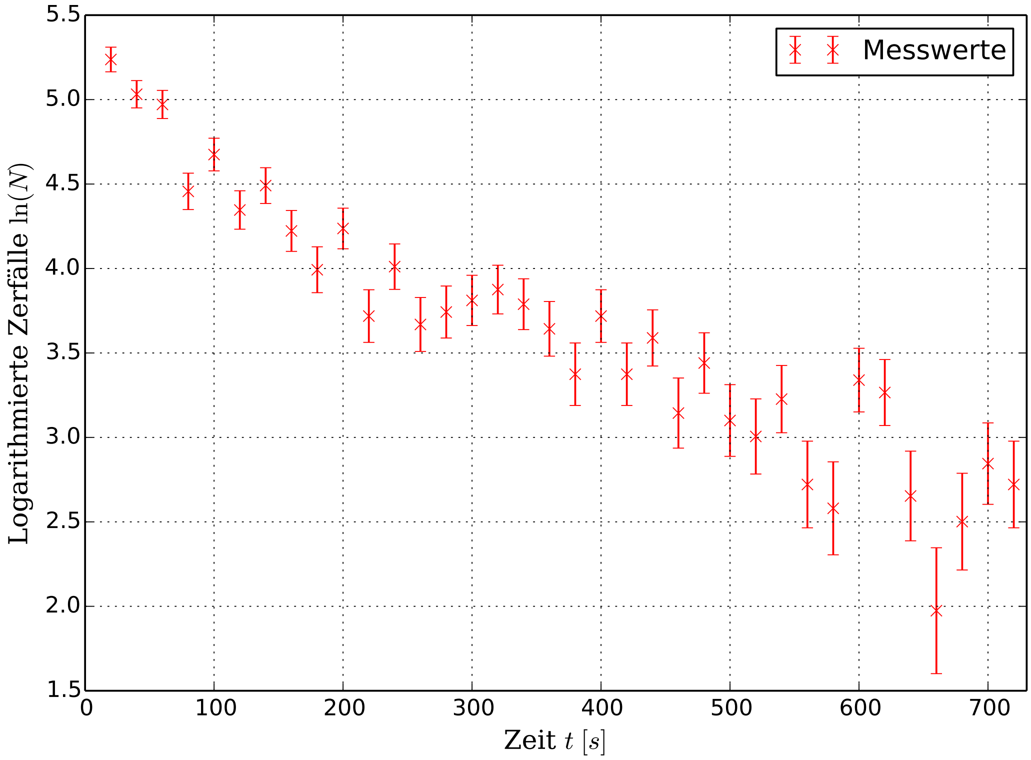

Abbildung 2: Graphische Darstellung der logarithmierten Zerfälle ohne den Nulleffekt

ergibt die Parameter

$$\lambda_l = (0{,}003 \pm 0{,}002)\,\mathrm{s}^{-1} \quad \text{und} \tag{5a}$$

$$c_l = 4{,}4 \pm 0{,}9. \tag{5b}$$

Zeit t [s]	Zerfälle N_l	ln der Zerfälle $\ln(N_l)$
500	22 ± 5	$3{,}1 \pm 0{,}2$
520	20 ± 4	$3{,}0 \pm 0{,}2$
540	25 ± 5	$3{,}2 \pm 0{,}2$
560	15 ± 4	$2{,}7 \pm 0{,}3$
580	13 ± 4	$2{,}6 \pm 0{,}3$
600	28 ± 5	$3{,}3 \pm 0{,}2$
620	26 ± 5	$3{,}3 \pm 0{,}2$
640	14 ± 4	$2{,}7 \pm 0{,}3$
660	7 ± 3	$2{,}0 \pm 0{,}4$
680	12 ± 3	$2{,}5 \pm 0{,}3$
700	17 ± 4	$2{,}8 \pm 0{,}2$
720	15 ± 4	$2{,}7 \pm 0{,}3$

Tabelle 2: Messwerte zur Bestimmung der Halbwertszeit des langlebigen Zerfalls für t > t*

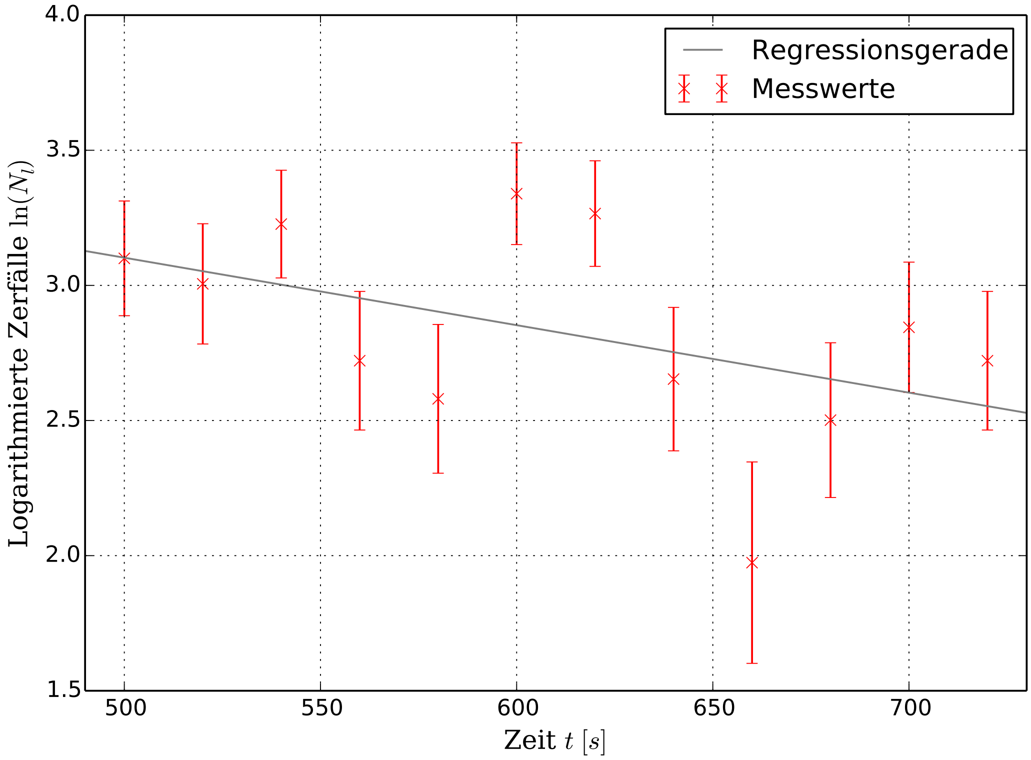

Abbildung 3: Graphische Darstellung der logarithmierten Zerfälle für $t > t^*$

Dabei gilt $c_l = \ln\Big(N_a(1 - \mathrm{e}^{-\lambda_l \Delta t})\Big)$ und somit erhält man hieraus die gesuchte Konstante

$$\mathrm{e}^{c_l} = N_a(1 - \mathrm{e}^{-\lambda_l \Delta t}) = 70 \pm 70. \tag{6}$$

Aus der erhaltenen Steigung λ_l der Regressionsgerade, welche der Zerfallskonstante des langlebigeren Zerfalls entspricht, lässt sich mit Hilfe von **??** dessen Halbwertzeit zu

$$t_{1/2,l} = (277 \pm 168)\,\mathrm{s} \tag{7}$$

bestimmen.

Durch die zuvor bestimmten Parameter ist es nun möglich, das Zerfallsgesetz für die langlebigeren Kerne aufzustellen und somit die Zerfallskurve vor dem Zeitpunkt $t*$ zu bestimmen. Durch Subtraktion dieser Zerfälle von den Messwerten für $t << t*$ erhält man die Zerfälle der kurzlebigen Kerne. Die Ergebnisse dieses Vorgehens sind in Tabelle 3 zu finden und in Abbildung 4 graphisch dargestellt.

Aus der, mit *SciPy* durchgeführten, linearen Regression mit dem Ansatz

$$\ln(N) = \lambda_k \cdot t + c_k, \tag{8}$$

Zeit t [s]	Zerfälle N	Zerfälle N_l	Zerfälle $N - N_l$	ln der Zerfälle $\ln(N - N_l)$
20	$(1{,}9 \pm 0{,}1) \cdot 10^2$	74 ± 9	$(1{,}1 \pm 0{,}2) \cdot 10^2$	$4{,}7 \pm 0{,}1$
40	$(1{,}5 \pm 0{,}1) \cdot 10^2$	70 ± 8	$(8 \pm 1) \cdot 10^1$	$4{,}4 \pm 0{,}2$
60	$(1{,}4 \pm 0{,}1) \cdot 10^2$	67 ± 8	$(8 \pm 1) \cdot 10^1$	$4{,}3 \pm 0{,}2$
80	86 ± 9	64 ± 8	$(2 \pm 1) \cdot 10^1$	$3{,}1 \pm 0{,}5$
100	$(1{,}1 \pm 0{,}1) \cdot 10^2$	60 ± 8	$(5 \pm 1) \cdot 10^1$	$3{,}8 \pm 0{,}3$
120	77 ± 9	57 ± 8	$(2 \pm 1) \cdot 10^1$	$3{,}0 \pm 0{,}6$
140	89 ± 9	55 ± 7	$(3 \pm 1) \cdot 10^1$	$3{,}5 \pm 0{,}3$
160	68 ± 8	52 ± 7	$(2 \pm 1) \cdot 10^1$	$2{,}8 \pm 0{,}7$
180	54 ± 7	49 ± 7	$(0 \pm 1) \cdot 10^1$	2 ± 2
200	69 ± 8	47 ± 7	$(2 \pm 1) \cdot 10^1$	$3{,}1 \pm 0{,}5$

Tabelle 3: Messwerte zur Bestimmung der Halbwertszeit des langlebigen Zerfalls für $t << t^*$

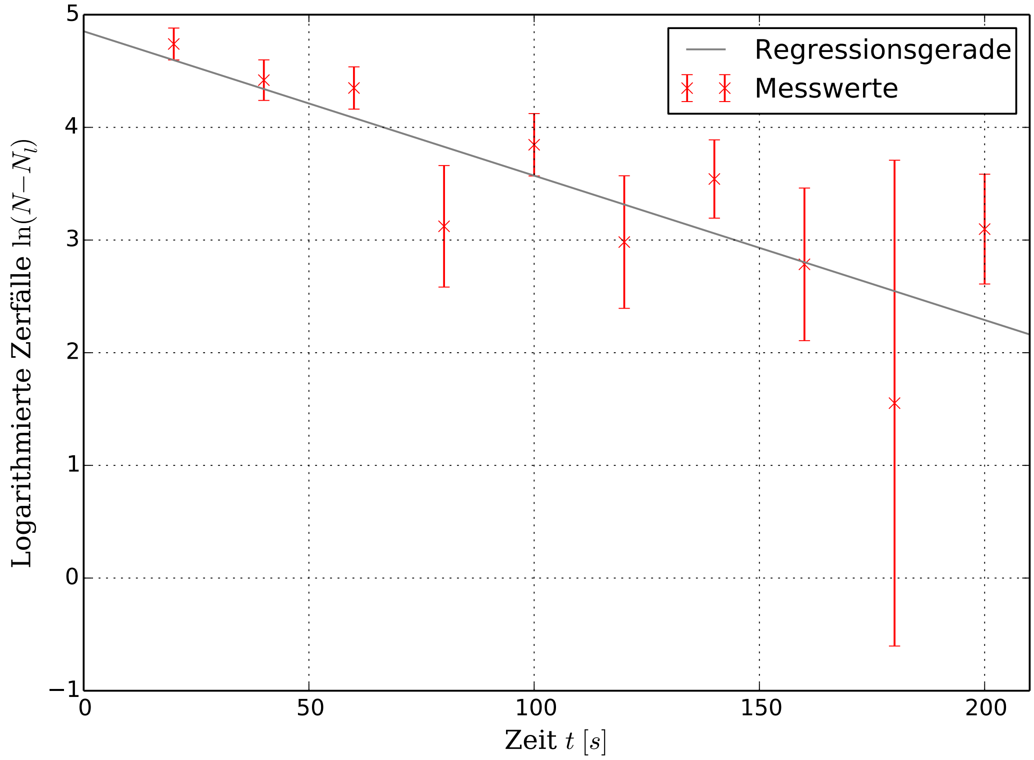

Abbildung 4: Graphische Darstellung der logarithmierten Zerfällefür $t << t^*$

ergeben sich die Parameter zu

$$\lambda_k = (0{,}013 \pm 0{,}003)\,\mathrm{s}^{-1} \quad \text{und} \tag{8a}$$

$$c_k = 4{,}9 \pm 0{,}4. \tag{8b}$$

Die daraus erhaltene Gerade ist ebenfalls in Abbildung 4 eingezeichnet.

Analog zu dem Zerfall der langlebigeren Kerne, erhält man aus den bestimmten Regressionsparametern die gesuchte Konstante e^{c_k} und die Halbwertzeit $t_{1/2,k}$ dieses Zerfalls zu

$$e^{c_k} = N_a(1 - e^{-\lambda_k \Delta t}) = 128 \pm 50 \quad \text{und} \tag{9}$$

$$t_{1/2,k} = (54 \pm 13)\,\text{s}. \tag{10}$$

Die auf diese Weise bestimmten Zerfallsgesetze sind in Abbildung 5 zusammen mit der Summe beider Zerfäll und den ursprünglichen Messwerten ohne den Nulleffekt aufgetragen.

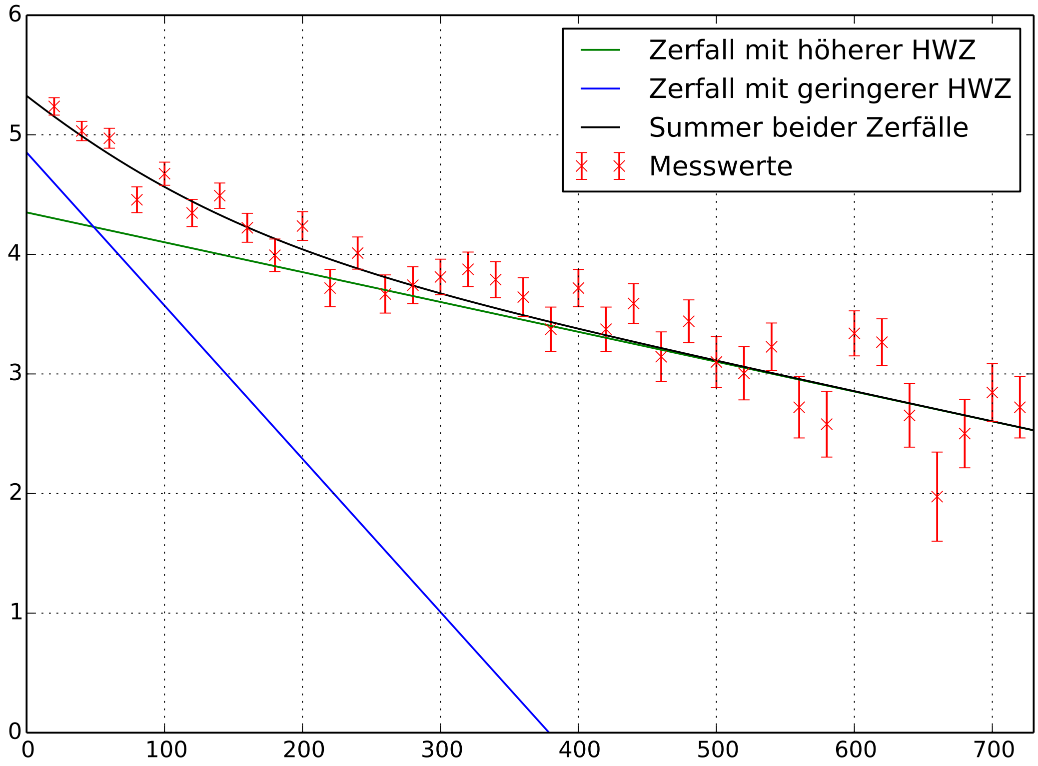

Abbildung 5: Graphische Darstellung der in der Auswertung bestimmten Zerfallsgesetze und deren summierter Zerfall im Vergleich zu den Messwerten

4.2 Bestimmung der Halbwertszeit von Indium

Ziel dieses Abschnitts ist es, die Halbwertszeit von ^{115}In zu ermitteln. Die notwendigen Messdaten und Ergebnisse sind im Folgenden sowohl tabellarisch als auch grafisch dargestellt. Bei diesem Teil des Experiments wurden die Zerfälle N nach Zeitintervallen von Δt=200s über einen Zeitraum von 60min notiert. Bei der Korrektur um den Nulleffekt ergibt sich der Wert des resultierenden Fehlers erneut nach der Fehlerfortpflanzung zu $\sigma = \sqrt{\sigma_N^2 + \sigma_{N_0}^2}$.

Um nun die Zerfallskonstante λ zu bestimmen wird eine lineare Ausgleichsrechnung durchgeführt. Hierbei werden die logarthmisierten Zerfälle als Funktion der Zeit aufgetragen und mithilfe von Gnuplot die Parameter einer Regressionsgeraden mit der Form

$t[s]$	$Zerf\ddot{a}lleN$	σ_N	$N-N_0$	σ_{N-N_0}	$ln(N-N_0)$	σ_{ln}
200	2853	53	2785	54	7.932	0.019
400	2617	51	2549	52	7.843	0.020
600	2535	50	2467	51	7.811	0.021
800	2355	49	2287	49	7.735	0.022
1000	2437	49	2369	50	7.770	0.021
1200	2233	47	2165	48	7.680	0.022
1400	2161	46	2093	47	7.646	0.023
1600	2149	46	2081	47	7.641	0.023
1800	1917	44	1849	45	7.522	0.024
2000	1816	43	1748	43	7.466	0.025
2200	1843	43	1775	44	7.482	0.025
2400	1639	40	1571	41	7.359	0.026
2600	1711	41	1643	42	7.404	0.026
2800	1625	40	1557	41	7.351	0.026
3000	1585	40	1517	41	7.324	0.027
3200	1432	38	1364	39	7.218	0.028
3400	1443	38	1375	39	7.226	0.028
3600	1358	37	1290	38	7.162	0.029

Tabelle 4: Messdaten und Ergebnisse für die Bestimmung der Halbwertszeit von Indium

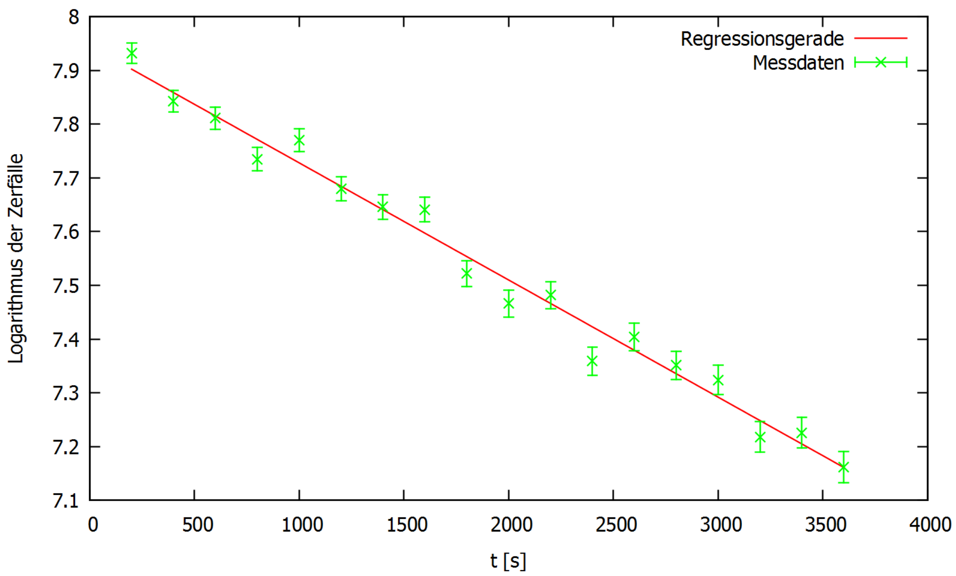

Abbildung 6: Messdaten der Indium-Zerfälle mit Ausgleichsgerader

f(x)=a·x+b errechnet. Diese Form leitet sich aus der folgenden Gleichung her:

$$\ln(N - N_0) = \ln N_a(1 - e^{-\lambda\Delta t}) - \lambda t$$

Hier ist N_a die unbekannte Anzahl an Kernen der Indium Probe und Δt das Zeitintervall während der Messung. Die Parameter der Regressionsgeraden lauten:

$$\lambda = 0.000218 \pm 0.000007 s^{-1}$$
$$\ln N_0(1 - e^{-\lambda\Delta t}) = 7.946 \pm 0.0159$$

Daraus lässt sich nun gemäß der Relation $T_{1/2} = ln(2)/\lambda$ die Halbzeit von Indium berechnen. Der Fehler ergibt sich durch Anwendung der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung zu $\Delta T_{1/2} = \frac{ln(2)}{\lambda^2} \cdot \Delta\lambda$:

$$\rightarrow T_{1/2} = (3179.6 \pm 102.1)s$$

4.3 Fehlerrechnung

In diesem Abschnitt sind die zur Bestimmung der Mess- und Ergebnisfehler verwendeten Fehlergleichungen zu finden. Die Gleichungen zur Bestimmung der Fehler von berechneten Größen wurden dabei mit Hilfe der gaußschen Fehlerrechnung bestimmt.

Der Fehler der Messwerte für die Anzahl der Zerfälle N ergibt sich aus

$$\sigma_N = \sqrt{N}. \tag{I}$$

Den Fehler des Logarithmus $\ln(x)$ einer fehlerbehafteten Größe x erhält man aus

$$\sigma_{\ln} = \frac{\sigma_x}{x} \tag{II}$$

Für den Wert der Exponentialfunktion e^x berechnet sich der Fehler durch

$$\sigma_{\exp} = \mathrm{e}^x \cdot \sigma_x \tag{III}$$

5 Diskussion

Im Folgenden werden die in Abschnitt 4 erhaltenen Ergebnisse noch einmal abschließend diskutiert und dabei auf ihre Plausibilität hin überprüft.

Aus der Abbildung 5 ist zu erkennen, dass die Summer beider Zerfälle dem Verlauf der Messwerte in guter Näherung darstellt. Weiter ist gut zu erkennen, dass der summierte Zerfall bis zu dem gewählten Zeitpunkt $t^* = 480\,\mathrm{s}$ in einen linearen Verlauf übergeht und ab diesem dem Verlauf des langlebigeren Zerfalls entspricht.

Literatur

[1] *SciPy*. URL: `http://docs.scipy.org/doc/` (besucht am 21. 04. 2014).