

# 1 Einleitung

## 2 Vorbereitungsaufgaben

## 3 Theorie

## 4 Durchführung

## 5 Auswertung

Im Folgenden sind die während des Versuchs aufgenommenen Messwerte und die aus diesen bestimmten Größen tabellarisch aufgeführt. An entsprechender Stelle sind Erklärungen zu den Messwerten und Umrechnungen gegeben. Aus Gründen der Stringenz, wird hier mit der Auswertung der Kalorimetermessung begonnen, um die daraus gewonnene Wärmekapazität in der Auswertung, der Materialmessung verwenden zu können.

### 5.1 Bestimmung der Wärmekapazität des Kalorimeters

In Tabelle 1 sind die mit dem Thermoelement gemessenen Spannungen, die aus diesen, über (??), berechneten Temperaturen und die jeweiligen Massen des kalten, des heißen und des gemischten Wassers, für jeden der drei Durchgänge angegeben.

Messung Nr.	Massen [g]		
	Kalt $m_c$	Heiß $m_h$	Misch $m_m$
1	$304,5 \pm 0,1$	$302,9 \pm 0,1$	$607,4 \pm 0,1$
2	$301,9 \pm 0,1$	$307,0 \pm 0,1$	$608,9 \pm 0,1$
3	$303,6 \pm 0,1$	$306,0 \pm 0,1$	$609,6 \pm 0,1$
Messung Nr.	Spannungen [mV]		
	Kalt $U_c$	Heiß $U_h$	Misch $U_m$
1	$0,90 \pm 0,01$	$4,06 \pm 0,01$	$2,30 \pm 0,01$
2	$0,91 \pm 0,01$	$4,10 \pm 0,01$	$2,22 \pm 0,01$
3	$0,92 \pm 0,01$	$4,09 \pm 0,01$	$2,27 \pm 0,01$
Messung Nr.	Temperaturen [°C]		
	Kalt $\vartheta_c$	Heiß $\vartheta_h$	Misch $\vartheta_m$
1	$21,38 \pm 0,25$	$96,49 \pm 0,24$	$54,76 \pm 0,25$
2	$21,64 \pm 0,24$	$97,52 \pm 0,24$	$52,76 \pm 0,24$
3	$21,88 \pm 0,25$	$97,23 \pm 0,24$	$54,00 \pm 0,24$

**Tabelle 1:** Messwerte der Kalorimetermessung

Unter Verwendung der Messwerte aus Tabelle 1 erhält man durch (??) für jeden Durchgang einen Wert für die Wärmekapazität des Kalorimeters, welche in ?? zu finden sind.

Messung Nr.	Wärmekapazität $c_g m_g$ [JK <sup>-1</sup> ]
1	$310 \pm 26$
2	$583 \pm 30$
3	$453 \pm 28$

**Tabelle 2:** Errechnete Wärmekapazitäten des Kalorimeters

Für die Auswertung in Unterabschnitt 5.2 wird das Mittel dieser Werte  $\langle c_g m_g \rangle = (450 \pm 60) \text{ JK}^{-1}$  verwendet. Dabei ist der angegeben Fehler die Standardabweichung des Mittelwerts und nicht aus der Fehlerfortpflanzung berechnet.

## 5.2 Bestimmung der Wärmekapazität der Metalle

Die Messwerte der Messungen für die Berechnung der Wärmekapazitäten von Kupfer (Cu) und Aluminium (Al) sind in Tabelle 3 und 4 zu finden. Dabei ist die jeweilig angegebene Temperatur  $\vartheta_c$ , die des Wassers im Kalorimeter,  $\vartheta_h$ , die des entsprechenden Metallzylinders und  $\vartheta_m$  die des Wassers nach dem eintauchen des Zylinders.

Messung Nr.	Spannungen [mV]		
	Kalt $U_c$	Heiß $U_h$	Misch $U_m$
1	$0,78 \pm 0,01$	$4,06 \pm 0,01$	$0,95 \pm 0,01$
2	$0,95 \pm 0,01$	$4,08 \pm 0,01$	$1,15 \pm 0,01$
3	$0,93 \pm 0,01$	$4,08 \pm 0,01$	$1,10 \pm 0,01$

  

Messung Nr.	Temperaturen [°C]		
	Kalt $\vartheta_c$	Heiß $\vartheta_h$	Misch $\vartheta_m$
1	$18,61 \pm 0,25$	$97,65 \pm 0,24$	$22,67 \pm 0,25$
2	$22,82 \pm 0,24$	$97,85 \pm 0,24$	$27,62 \pm 0,24$
3	$22,33 \pm 0,25$	$97,91 \pm 0,24$	$26,38 \pm 0,25$

**Tabelle 3:** Messwerte der Messung mit Kupfer

Da das Wasser im Kalorimeter einmal ausgewechselt wurde, wird im weiteren der Mittelwert der verwendeten Volumina  $\langle V_{\text{H}_2\text{O}} \rangle = (574,35 \pm 0,07) \text{ cm}^3$  verwendet. Durch wiegen wurden die Massen des Kupfer- und des Aluminiumzylinders zu  $m_{\text{Cu}} = (378,3 \pm 0,1) \text{ g}$  und  $m_{\text{Al}} = (254,6 \pm 0,1) \text{ g}$  bestimmt.

Aus den Werten in Tabelle 3 und 4, der Wärmekapazität des Kalorimeters  $\langle c_g m_g \rangle = (450 \pm 60) \text{ JK}^{-1}$  aus Unterabschnitt 5.1, den Massen der Metallzylinder und der spezifischen Wärmekapazität von Wasser  $c_{\text{H}_2\text{O}} = 4,18 \text{ Jg}^{-1}\text{K}^{-1}$  **V201** lassen sich nun mit Hilfe von (??) die spezifischen Wärmekapazitäten der beiden Metalle bestimmen. In Tabelle 5

Messung Nr.	Spannungen [mV]		
	Kalt $U_c$	Heiß $U_h$	Misch $U_m$
1	$0,85 \pm 0,01$	$4,06 \pm 0,01$	$1,05 \pm 0,01$
2	$0,89 \pm 0,01$	$4,09 \pm 0,01$	$0,93 \pm 0,01$
3	$0,95 \pm 0,01$	$4,09 \pm 0,01$	$1,06 \pm 0,01$

  

Messung Nr.	Temperaturen [°C]		
	Kalt $\vartheta_c$	Heiß $\vartheta_h$	Misch $\vartheta_m$
1	$20,37 \pm 0,25$	$97,51 \pm 0,24$	$25,32 \pm 0,25$
2	$21,39 \pm 0,24$	$98,31 \pm 0,24$	$22,31 \pm 0,24$
3	$22,86 \pm 0,25$	$98,16 \pm 0,24$	$25,54 \pm 0,25$

**Tabelle 4:** Messwerte der Messung mit Aluminium

sind sowohl die spezifische Wärmekapazität bezogen auf ein Gramm als auch mit Bezug auf ein Mol angegeben, wobei zur Umrechnung die molaren Massen aus Tabelle 6 verwendet wurden.

Messung Nr.	spezifische Wärmekapazität $c_{\text{Cu}} [\text{Jg}^{-1}\text{K}^{-1}]$	spezifische Wärmekapazität $c_{\text{Al}} [\text{Jg}^{-1}\text{K}^{-1}]$
1	$0,649 \pm 0,060$	$1,704 \pm 0,131$
2	$0,821 \pm 0,063$	$0,302 \pm 0,114$
3	$0,679 \pm 0,062$	$0,917 \pm 0,123$

  

Messung Nr.	spezifische Wärmekapazität $c_{\text{Cu}} [\text{J mol}^{-1} \text{K}^{-1}]$	spezifische Wärmekapazität $c_{\text{Al}} [\text{J mol}^{-1} \text{K}^{-1}]$
1	$41,3 \pm 3,8$	$46,0 \pm 3,5$
2	$52,1 \pm 4,0$	$8,2 \pm 3,1$
3	$43,2 \pm 4,0$	$24,8 \pm 3,4$

**Tabelle 5:** Spezifische Wärmekapazitäten von Kupfer und Aluminium

Durch (??) erhält man, aus den Wärmekapazitäten bei konstantem Druck in Tabelle 5, die gesuchten Wärmekapazitäten bei konstantem Volumen. Die für diese Umrechnung benötigten Konstanten des Kupfers und des Aluminium sind in Tabelle 6 zu finden. Die Molvolumen der Metalle wurden dabei aus ihrer molaren Masse und der jeweiligen Dichte bestimmt. Als Temperatur wurden die Mischtemperaturen  $\vartheta_m$  aus Tabelle 3 und 4 verwendet.

Die daraus erhaltenen Werte, der Vergleich zwischen diesen und dem Literaturwert aus Tabelle 6 sowie die relative Abweichung der Messwerte von dem, durch das Dulong-Petitsche Gesetz vorhergesagte Wert  $C_V = 3R$ , wobei  $R = 8,314 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$  **SciPy** ist,

---

<sup>①</sup>linearer Ausdehnungskoeffizient

Material- konstanten	Kupfer (Cu)	Aluminium (Al)
Dichte $\rho [\text{gcm}^{-3}]$	8,96	2,70
Molmassen $M [\text{g mol}^{-1}]$	63,5	27,0
Molvolumen $V_0 [\text{cm}^3 \text{mol}^{-1}]$	7,09	10,0
Ausdehnungskoeff. <sup>①</sup> $\alpha [10^{-6} \text{K}^{-1}]$	16,8	23,5
Kompressionsmodul $\kappa [10^9 \text{Nm}^{-2}]$	136	75
spez. Wärmekapazität Literatur $c_{lit} [\text{J mol}^{-1} \text{K}^{-1}]$	24,3205	24,192

**Tabelle 6:** Materialkonstanten von Kupfer und Aluminium

sind in Tabelle 7 zu finden.

Messung Nr.	spezifische Wärmekapazität $C_{V,\text{Cu}} [\text{J mol}^{-1} \text{K}^{-1}]$	Relative Abweichung $\frac{ C_{V,\text{Cu}} - 3R }{3R}$	Literaturvergleich $\frac{C_{V,\text{Cu}}}{C_{V,\text{lit}}}$
1	$35,7 \pm 3,7$	0,43	1,47
2	$45,3 \pm 4,0$	0,82	1,86
3	$36,7 \pm 3,9$	0,47	1,51
Messung Nr.	spezifische Wärmekapazität $C_{V,\text{Al}} [\text{J mol}^{-1} \text{K}^{-1}]$	Relative Abweichung $\frac{ C_{V,\text{Al}} - 3R }{3R}$	Literaturvergleich $\frac{C_{V,\text{Cu}}}{C_{V,\text{lit}}}$
1	$36,6 \pm 3,4$	0,47	1,51
2	$-0,2 \pm 3,0$	1,01	-0,01
3	$15,3 \pm 3,3$	0,39	0,63

**Tabelle 7:** Vergleich der Wärmekapazitäten von Kupfer und Aluminium

### 5.3 Fehlerrechnung

$$\begin{aligned}
 \sigma_{c_k}^2 &= \frac{c_{\text{H}_2\text{O}}^2 \sigma_{m_{\text{H}_2\text{O}}}^2 (-\vartheta_c + \vartheta_m)^2}{m_k^2 (\vartheta_h - \vartheta_m)^2} + \frac{\sigma_{\vartheta_c}^2 (c_{\text{H}_2\text{O}} m_{\text{H}_2\text{O}} + c)^2}{m_k^2 (\vartheta_h - \vartheta_m)^2} \\
 &+ \frac{\sigma_{\vartheta_h}^2 (-\vartheta_c + \vartheta_m)^2}{m_k^2 (\vartheta_h - \vartheta_m)^4} (c_{\text{H}_2\text{O}} m_{\text{H}_2\text{O}} + c_{g*mg})^2 + \sigma_{\vartheta_m}^2 \left( \frac{1}{m_k (\vartheta_h - \vartheta_m)^2} (-\vartheta_c + \vartheta_m) (c_{\text{H}_2\text{O}} m_{\text{H}_2\text{O}} + c) + \frac{c_{\text{H}_2\text{O}} m_{\text{H}_2\text{O}} + c}{m_k (\vartheta_h - \vartheta_m)} \right)^2 \\
 &+ \frac{\sigma_c^2 (-\vartheta_c + \vartheta_m)^2}{m_k^2 (\vartheta_h - \vartheta_m)^2} + \frac{\sigma_{m_k}^2 (-\vartheta_c + \vartheta_m)^2}{m_k^4 (\vartheta_h - \vartheta_m)^2} (c_{\text{H}_2\text{O}} m_{\text{H}_2\text{O}} + c)^2
 \end{aligned}$$

## 6 Diskussion

In diesem Abschnitt werden die während des Versuchs gemessenen Werte und die aus diesen berechneten Größen noch einmal genauer betrachtet und abschließend diskutiert, wobei auch auf den Versuchsaufbau und die Versuchsdurchführung Bezug genommen wird.

Die mit Hilfe des Thermoelements gemessenen Temperaturen, sind sowohl bei der Messung zur Bestimmung der Wärmekapazität des Kalorimeters als auch bei der Messung zur Bestimmung der spezifischen Wärmekapazität der beiden Metalle plausibel.

Bei den berechneten Wärmekapazitäten, zeigt sich jedoch eine große Abweichung, im Vergleich zu den Literaturwerten. Bis auf die letzten beiden Messungen mit Aluminium weisen alle berechneten spezifischen Wärmekapazitäten eine deutliche Abweichung, durchschnittlich ca. 60% nach oben auf. Dies spräche für einen systematischen Fehler der Versuchsdurchführung. Da die Messungen an Aluminium und Kupfer jedoch abwechselnd durchgeführt wurden, die letzten beiden Messungen an Aluminium dabei die vierte und sechste Messung waren, muss die Ursachen dieses systematischen Fehlers auch eine Erklärung für die vereinzelt auftretenden Abweichungen nach unten geben. Eine mögliche Begründung dieses Fehlers, stellt die starke Temperaturabhängigkeit der spezifischen Wärmekapazität (??) dar. Wie aus Tabelle 4 zu erkennen ist unterscheiden sich die letzten beiden Messungen nur wenig von der ersten und von einander und dennoch führen diese geringen Abweichung bei den Messwerten zu den großen Abweichungen bei der spezifischen Wärmekapazität von Aluminium. Damit lässt sich nicht nur die Abweichung der beiden letzten Messungen an Aluminium erklären sondern auch der systematische Fehler der anderen spezifischen Wärmekapazitäten.

Ein andere Begründung ist das die Annahme, es ginge in dem Kalorimeter keine Wärme in die Umgebung über, nicht gänzlich realisierbar ist und damit die jeweilige Mischtemperatur geringer ausfällt als theoretisch bestimmt. Diese Temperaturdifferenz gegenüber dem idealisierten Fall führt mit der oben angeführten ersten Begründung zu einer umso größeren Differenz der spezifischen Wärmekapazitäten.

Der Vergleich zwischen dem vom Dulong-Petitschen-Gesetz vorhergesagtem Wert für die Molwärme  $3R$  und den aus den Messwerten berechneten Molwärmern, zeigt ebenfalls den oben diskutierten systematischen Fehler. Jedoch zeigt sich, dass das Gesetz zumindest die richtige Größenordnung vorher sagt. Vergleicht man die  $3R$  mit den Literaturwerten  $C_v \approx 24$  so gibt das Gesetz sogar eine gute Näherung der ersten beiden Stellen.