

TECHNISCHE UNIVERSITÄT
DORTMUND

ANFÄNGERPRAKTIKUM PHYSIK
WINTERSEMESTER
13/14

Versuch V303
Der Lock-In-Verstärker

12. Dezember 2013

Johannes Schlüter
Joshua Luckey

johannes.schlueter@udo.edu
joshua.luckey@udo.edu

1 Einleitung

In dem Versuch „Der Lock-In-Verstärker“ V303 soll die Funktionsweise eines Lock-In-Verstärkers verifiziert werden. Dafür wird das Ausgangssignal nach Zuschalten einzelner Bauteile betrachtet und ausgewertet. Anschließend wird mithilfe einer Photodetektorschaltung die Lichtintensität einer Lichtquelle in Abhängigkeit vom Abstand zwischen Quelle und Empfänger gemessen, um den Lock-In-Verstärker auf seine Rauschunterdrückung hin zu prüfen.

2 Theorie

Der Lock-In-Verstärker kann stark verrauschte Signale messen, dazu wird das verrauschte Signal in mehreren Schritten bearbeitet. Als erstes wird das verrauschte Signal im Preamplifier verstärkt. Anschließend wird das Signal von Frequenzen, die stark von einer beim Bandpassfilter einstellbaren Frequenz abweichen, befreit. Im nächsten Schritt wird das Signal in einem Mischer mit einem Referenzsignal, welches eine einstellbare Phase besitzt, multipliziert. Die Frequenz des Referenzsignals wird dabei der des zu messenden Signals angeglichen. Das Referenzsignal ist hier eine Sinusspannung. Damit das Referenzsignal hat die Form:

$$U_{ref} = \frac{4}{\pi} \left(\sin(\omega t) + \frac{1}{3} \sin(3\omega t) + \frac{1}{5} \sin(5\omega t) + \dots \right) \quad (1)$$

Die Formel für das zu messende Signal ist gegeben durch:

$$U_{sig} = U_0 \sin(\omega t) \quad (2)$$

Die Multiplikation der beiden Signale U_{sig} und U_{ref} ergibt:

$$U_{sig} \times U_{ref} = \frac{2}{\pi} U_0 \left(1 - \frac{2}{3} \cos(2\omega t) + \frac{2}{15} \cos(4\omega t) + \frac{2}{35} \cos(6\omega t) + \dots \right)$$

Da der Tiefpass nur niedrige Frequenzen durch lässt, ergibt sich die Form von U_{out} , nach Mischer und Tiefpass.

Zusätzlich muss noch der Phasenunterschied ϕ beachtet werden, sollte einer vorliegen, muss dieser mit betrachtet werden.

$$U_{out} = \frac{2}{\pi} U_0 \cos(\phi) \quad (3)$$

Das endgültige Signal ist damit eine Gleichspannung, die proportional zum Produkt der Amplituden der Referenzspannung und des Signals $\cos(\phi)$ ist.

3 Durchführung

Es werden nach und nach Bauteile des Lock-In-Verstärkers dazugeschaltet und mithilfe eines Oszilloskops wird das Ausgangssignal abgegriffen. In Abb. 1 ist eine schematische Darstellung der einzelnen Bauteile des Lock-In-Verstärkers zu sehen.

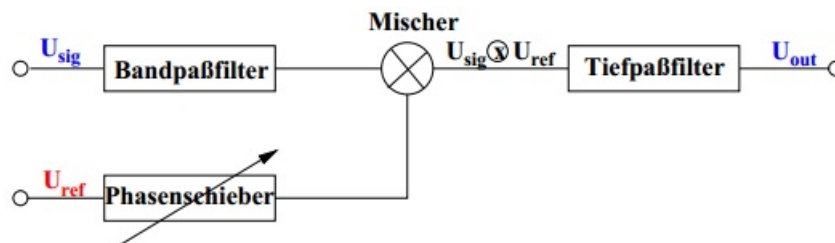


Abbildung 1: Aufbau für Signalmessung

3.1 Sukzessiver Aufbau

Als erstes wird ein sinusförmiges Signal mit einer Spannungsamplitude von 20 mV und einer Frequenz von 1 kHz erzeugt. (Abb. Abbildung 4) Außerdem liefert der Funktionsgenerator ein weiteres Sinussignal, das sog. Referenzsignal, welches durch den Mischer dann multipliziert wird. Eine Abbildung des Referenzsignals ist in Abb. Abbildung 5 zu sehen. Anschließend wird das zu messende Signal verstärkt. Im nächsten Schritt wird das verstärkte Signal im Mischer mit dem Referenzsignal multipliziert, dabei kommt es je nach Phasenunterschied zu unterschiedlichen Ergebnissen. Hier werden fünf verschiedene Phasen gemessen, welche den Abbildungen Abbildungen 6 bis 10 entsprechen.

Zum Schluss wird das gemischte Signal auf einen Tiefpass gegeben, das durch den Tiefpass gelaufene Signal ist dabei eine Gleichspannung. Für 10 verschiedene Phasen werden die Spannungen am Oszilloskop abgelesen.

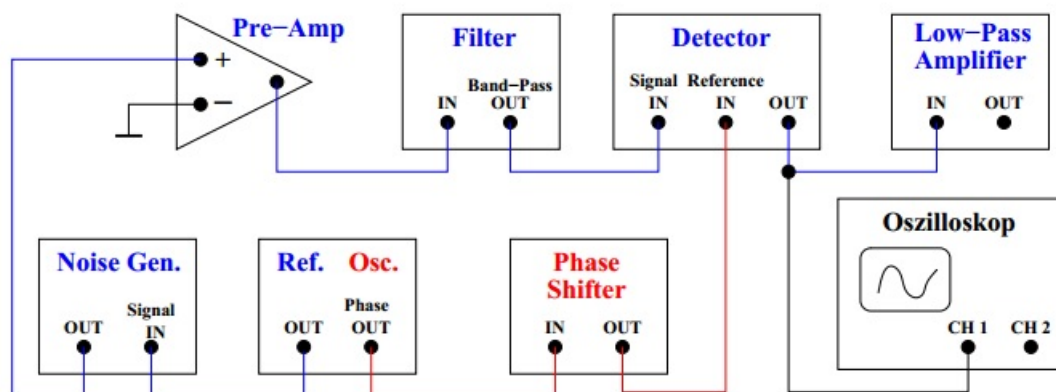


Abbildung 2: Aufbau für Signalmessung

3.2 Verrauschtes Signal

Mit der nun aufgebauten Versuchsanordnung wird nun weiter gearbeitet, jetzt wird der "noise generator" dazwischen- und eingeschaltet, dabei wird das Sinussignal verrauscht. Der restliche Ablauf unterscheidet sich nicht zu dem im ersten Versuchsteil.

3.3 Abstandsverhalten der Lichtintensität

Im letzten Versuchsteil (Abbildung 3) wird die Lichtintensität in Abhängigkeit des Abstandes zur Lichtquelle gemessen, bis keine Veränderung der Ausgangsspannung U_{out} mehr feststellbar ist. Dazu werden die in der Leuchtdiode entstehenden Spannungen als Eingangssignal in den Lock-In-Verstärker gegeben. Der Bandpassfilter wird so eingestellt, dass die Amplituden des Signals nach dem Bandpass maximal werden. Der Phasenschieber verschiebt die Phase des Referenzsignals ebenfalls genau so, dass die Amplituden des Ausgangssignals maximal werden. Als Endergebnis erhält man eine Gleichspannung am Ausgang des Lock-In-Verstärkers in Abhängigkeit des Abstandes zwischen Leuchtdiode und Photodiode. Damit auch größere Entfernungen messbar bleiben, wird das Signal verstärkt.

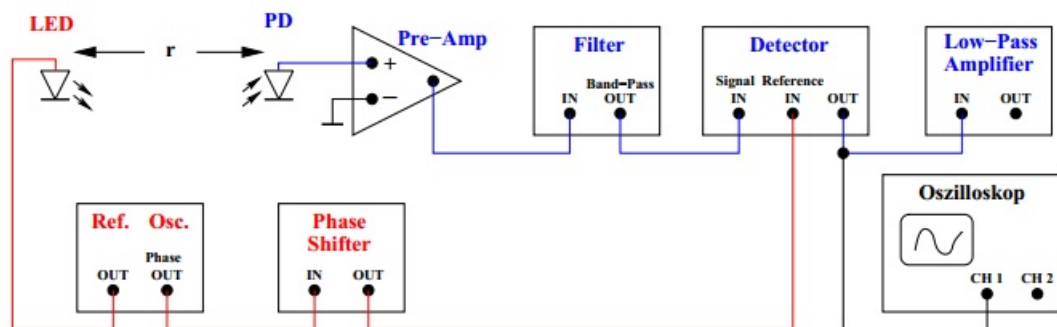


Abbildung 3: Aufbau für Abstandsverhalten

4 Auswertung

In Folgenden sind die während des Versuchs aufgenommenen Daten tabellarisch dargestellt und die mit Hilfe des digitalen Oszilloskops aufgenommenen Bilder, zur Veranschaulichung der angezeigten Signale, eingebunden. An entsprechender Stelle sind Erklärungen zu den Messwerten und Rechnungen gegeben.

Die in Abschnitt 4.2 und 4.3 berechneten Fehler wurden über die Gleichung

$$\sigma_{U_0} = \frac{\pi}{2} \sigma_{U_{out}} \sin(\phi) \quad (\text{I})$$

bestimmt, die mit Hilfe der gaußschen Fehlerfortpflanzung berechnet wurde.

4.1 Aufbau der Schaltung

Abbildung 4 und 5, sowie die in den nachfolgendem Abschnitt 4.2 befindlichen Abbildungen zeigen die Veränderung des, vom Oszilloskop angezeigten Signals beim sukzessiven Aufbau der Schaltung und Durchführung des Versuchs. Das Signal U_{sig} aus dem *Oscillator Output* ist in seiner Amplitude variabel, wohingegen das Referenzsignal U_{ref} aus dem *Reference Output* mit $\hat{U}_{ref} = (6,6 \pm 0,1) \text{ V}$ eine konstante Amplitude. Abbildung 4 zeigt das durch den Vorverstärker (mit Gain: 1) verstärkte Signal U_{sig} und Abbildung 5 zeigt das Referenzsignal U_{ref} .

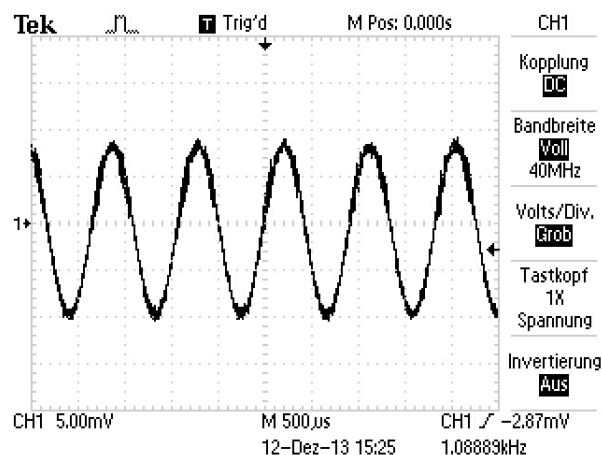
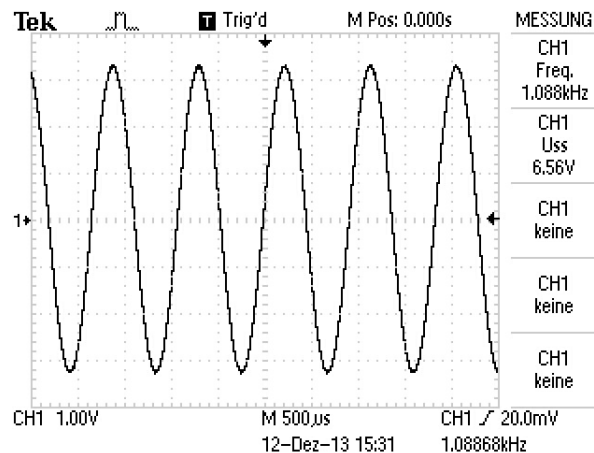


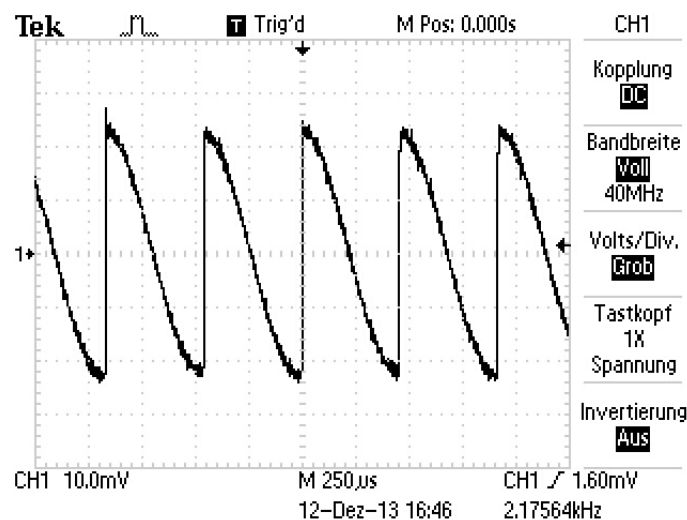
Abbildung 4: Verstärkte Signalspannung U_{sig}

Die durch die Mischung von U_{sig} und U_{ref} veränderten Signalformen sind im folgenden Abschnitt 4.2 dargestellt.

Abbildung 5: Referenzspannung U_{ref}

4.2 Messung ohne Noise-Generator

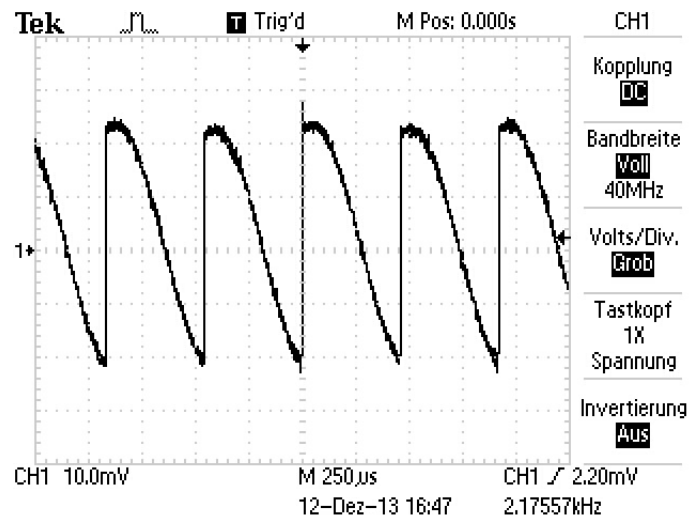
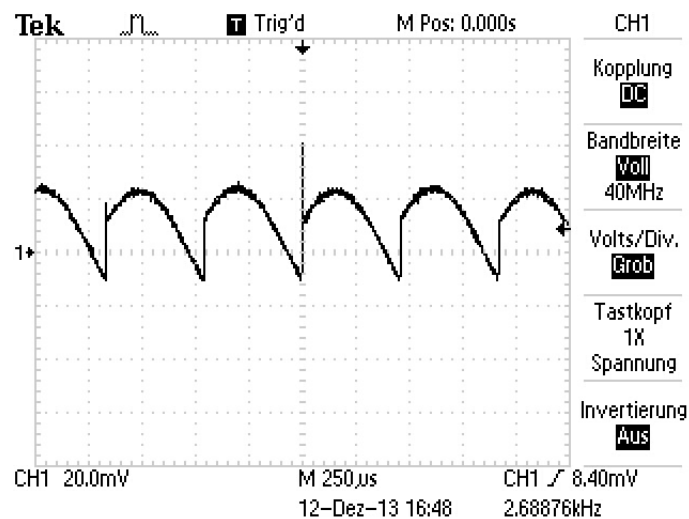
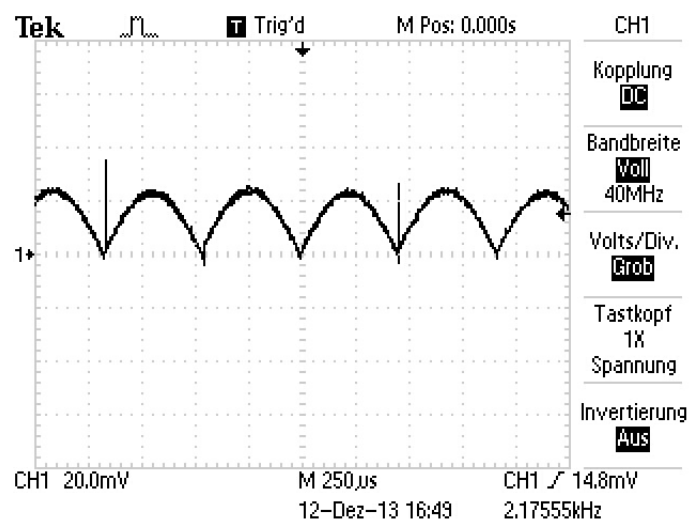
In den Abbildungen 6 bis 10 sind die am Oszilloskop zu beobachtenden Signale zu sehen, wobei die Phasendifferenz bei Abbildung 6 $\phi = 0$ ist und zur jeweils nächsten Abbildung um $\pi/6$ erhöht wird.

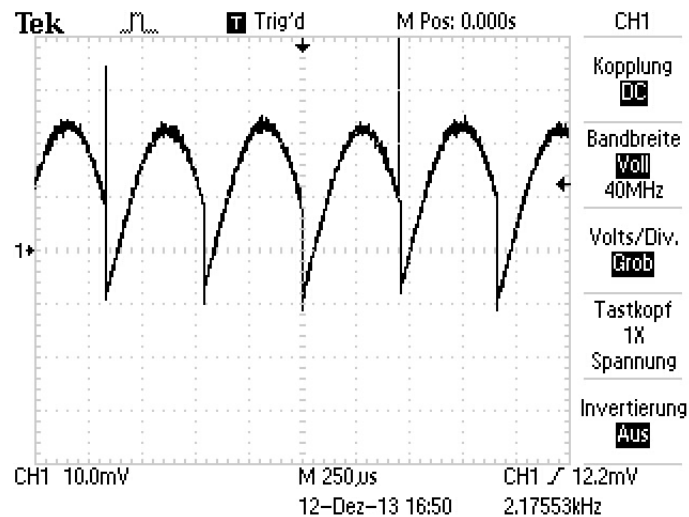
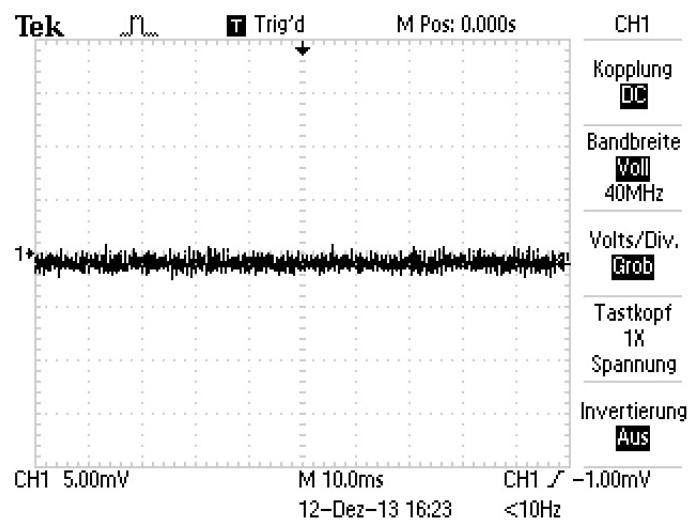
Abbildung 6: Mischungssignal mit $\phi = 0$

Durch die Integration des Signals durch den Tiefpass erhält man eine konstante Gleichspannung U_{out} , deren Form am Beispiel für $\phi = 0$ in Abbildung 11 dargestellt.

Die Messwerte für diese Ausgabespannung U_{out} sind zusammen mit der entsprechenden Phase in Tabelle 1 eingetragen.

An der grafischen Darstellung dieser Messwerte in Abbildung 12 ist festzustellen, dass die aufgenommene Messwerte nicht dem durch die Theorie prognostiziertem Verlauf von (3), mit der Proportionalität zu $\cos(\phi)$ folgen, sondern Proportional zu $\sin(\phi)$ verlaufen.

Abbildung 7: Mischungssignal mit $\phi = \frac{\pi}{6}$ Abbildung 8: Mischungssignal mit $\phi = \frac{\pi}{3}$ Abbildung 9: Mischungssignal mit $\phi = \frac{\pi}{2}$

Abbildung 10: Mischungssignal mit $\phi = \frac{2\pi}{3}$ Abbildung 11: Integriertes Ausgabesignal für $\phi = 0$

Phase $\phi [^\circ]$	Spannung $U_{out} [V]$	Spannung $U_0 [V] (I)$
0	-0,0005	-
30	0,0055	0,0173
60	0,0130	0,0236
90	0,0150	0,0236
120	0,0140	0,0254
150	0,0070	0,022
180	0,0010	-
210	-0,0045	0,0141
240	-0,0120	0,0218
270	-0,0140	0,0220
300	-0,0130	0,0236

Tabelle 1: Messwerte der Messung ohne Noise-Generator

Daher wird für die weitere Bearbeitung dieser Messwerte anstelle von ?? die Gleichung

$$U_{out} = \frac{2}{\pi} U_0 \sin(\phi) \quad (4)$$

verwendet.

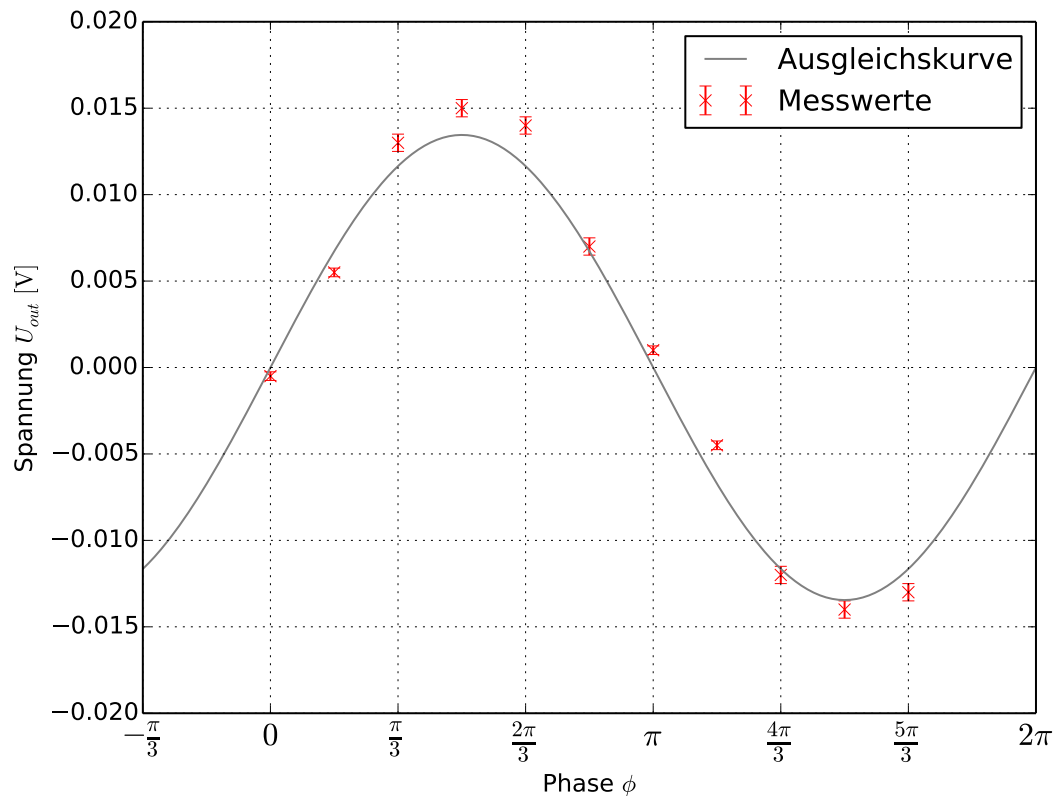


Abbildung 12: Verlauf der Messwerte ohne Rauschen mit Ausgleichskurve

Die in Abbildung 12 dargestellte Theoriekurve hat dabei die Form $U(\phi) = U_0 \sin \phi$ mit der Amplitude $U_0 = (0,0135 \pm 0,0008) \text{ V}$, welche mit Hilfe der Python-Bibliothek SciPy [1] bestimmt wurde.

Durch Umstellen von (4) erhält man die ebenfalls in Tabelle 1 eingetragenen Werte für die Amplitude der Signalspannung U_0 nach der Gleichung

$$U_0 = \frac{\pi}{2} \frac{U_{out}}{\sin(\phi)}. \quad (5)$$

Der Mittelwert dieser Werte ergibt sich zu

$$\langle U_0 \rangle = (0,022 \pm 0,001) \text{ V}, \quad (6)$$

wobei für den angegebene Fehler die Abweichung vom Mittelwert berechnet und keine Fehlerfortpflanzung verwandt wurde, da dieser Fehler klein gegen über der angegebenen

Abweichung ist.

4.3 Messung mit Noise-Generator

Die Messwerte der Messung mit zwischengeschaltetem Noise-Generator sind in Tabelle 2 zusammen mit denen aus diesen Werten berechneten Signalspannungsamplituden U_0 eingetragen.

Phase ϕ [°]	Spannung U_{out} [V]	Spannung U_0 [V] (I)
0	0,0005	-
30	-0,0020	0,0063
60	-0,0050	0,0091
90	-0,0060	0,0094
120	-0,0055	0,0100
150	-0,0025	0,0079
180	0,0000	-
210	0,0020	0,0063
240	0,0060	0,0109
270	0,0070	0,0110
300	0,0065	0,0118

Tabelle 2: Messwerte der Messung mit Noise-Generator

Als Mittelwert der berechneten Signalspannungsamplituden erhält man

$$\langle U_0 \rangle = (-0,092 \pm 0,006) \text{ V} \quad (7)$$

und auch hier ist der angegebene Fehler die Abweichung vom Mittelwert.

In Abbildung 13 sind die Messwerte zusammen mit einer Ausgleichskurve der Form $U(\phi) = U_0 \sin \phi$ mit $U_0 = (-0,0063 \pm 0,0003) \text{ V}$ aufgetragen.

4.4 Messung der Intensität einer LED in Abhängigkeit des Abstands

Die Messwerte für den Abstand und der am Lock-In-Verstärker abgelesenen Spannung als Maß der Lichtintensität sind in Tabelle 3 zu finden.

Dabei wurden während der Messungen zwischen $r = (0,226 \pm 0,001) \text{ m}$ und $r_{max} = 0,401 \text{ m}$ noch Veränderungen der Spannung festgestellt, die jedoch kleiner als der Ablesefehler waren und somit nicht bestimmt werden konnten. Bei Abständen $r > r_{max}$ konnten keine Spannungsveränderungen mehr festgestellt werden. Die Messwerte sind in Abbildung 14 grafisch dargestellt und durch eine Ausgleichskurve ergänzt, die die Form $U = U_0 r^{-2}$ mit $U_0 = (0,13 \pm 0,01) \text{ V}$ hat. Die Antiproportionalität zu r^2 , ist an zunehmen,

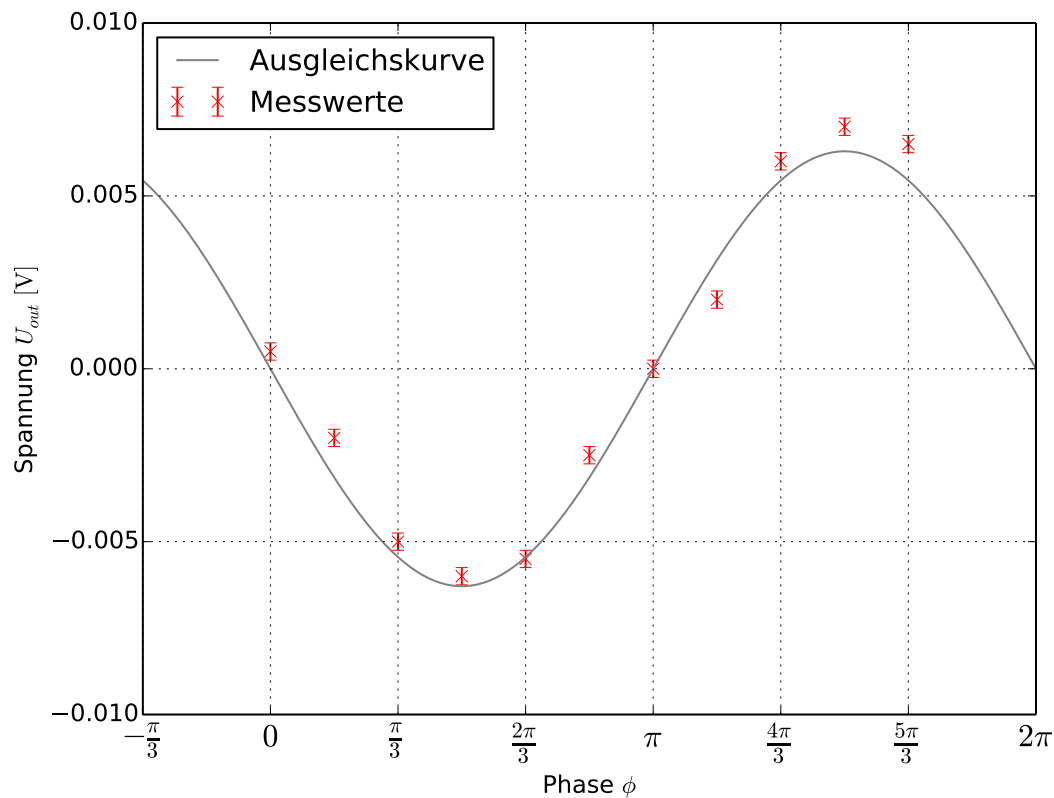


Abbildung 13: Verlauf der Messwerte mit Rauschen mit Ausgleichskurve

Abstand r [m]	Spannung U_{out} [V]	Abstand r [m]	Spannung U_{out} [V]
0,026	0,0180	0,146	0,0015
0,046	0,0100	0,166	0,0010
0,066	0,0060	0,186	0,0008
0,086	0,0040	0,206	0,0005
0,106	0,0025	0,226	0,0003
0,126	0,0020	0,401	0,0000

Tabelle 3: Messwerte der Intensität im Abstand r

da es sich bei der LED um eine Punktquelle von elektromagnetischer Strahlung handelt, für deren Intensität diese Proportionalität gilt. Dies sei hier kurz gezeigt:

Bezeichnet S die Intensität einer elektromagnetischen Kugelwelle, so ist die Strahlungsleistung P gegeben durch

$$P = \int S \, dA$$

Betrachtet man das Flächenelement einer Kugeloberfläche $dA = r^2 \sin(\theta) \, d\phi \, d\theta$ ergibt das Integral:

$$P = 4\pi r^2 \cdot S$$

woraus folgt

$$S = \frac{P}{4\pi r^2} \propto \frac{1}{r^2}.$$

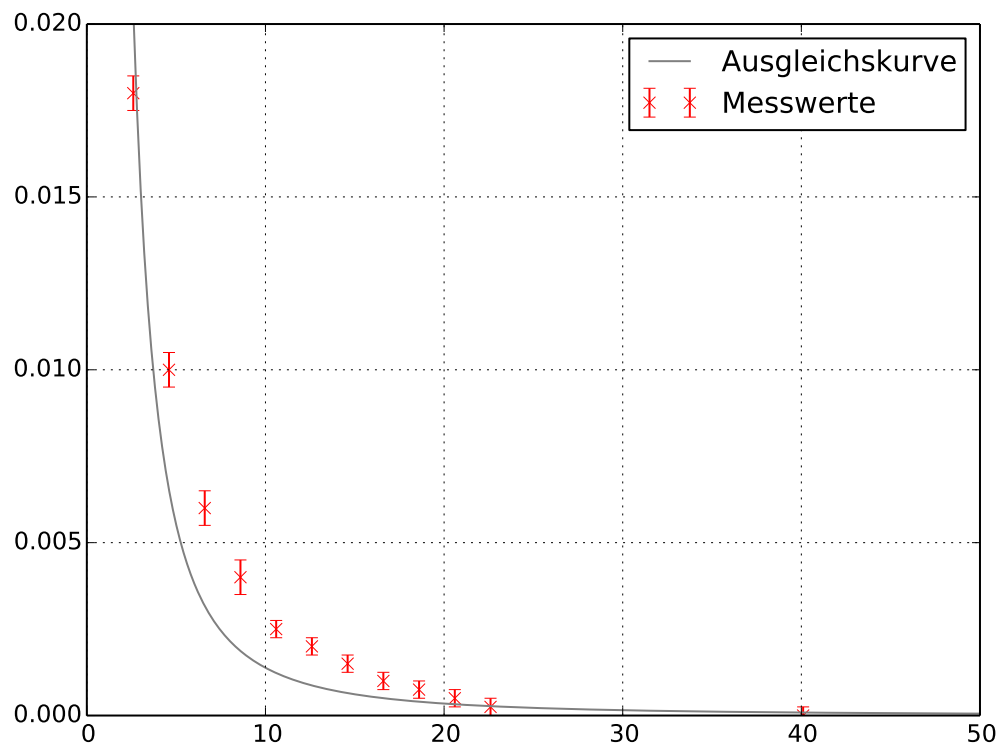


Abbildung 14: Verlauf der Intensität in Abhängigkeit vom Abstand mit Ausgleichskurve

5 Diskussion

In diesem Abschnitt werden die in Abschnitt 4 erhaltenen Ergebnisse noch einmal auf Plausibilität untersucht und mit dem Versuchsaufbau und der Versuchsdurchführung in Beziehung gesetzt.

Die in Abschnitt 4.2 erhaltenen Ergebnisse scheinen Plausibel, da analog zu der theoretischen Prognose eine Spannung U_{out} gemessen wurde die proportional zur Signalspannung U_{sig} ist. Jedoch weisen die gemessenen Werte gegen über der Theorie einen systematischen Fehler auf, welcher sich in Form einer Phasen Verschiebung von $\Delta\phi = -90^\circ$ äußert. Durch diese Verschiebung folgen die Messwerte einem sinusförmigen Verlauf, anstelle dem eines Kosinus. Dieser Fehler tritt auch bei der Messung mit Rauschen in Abschnitt 4.3 auf, wobei die Verschiebung dabei $\Delta\phi = 90^\circ$ ist, sodass die Messwerte einem negativen Sinus folgen. Eine Ursache für diesen Fehler zu finden ist aus den Messwerten, jedoch nicht möglich da es sich wie zu vermuten ist um einen internen Fehler der verwendeten Apparatur handelt.

Ansonsten zeigen auch die in Abschnitt 4.4 gemessenen Werte, dass der Lock-In-Verstärker auch schwache Signale, wie das Leuchten der LED auf größere Distanzen, auch unter erschweren Bedingungen, wie dem Umgebungslicht aufnehmen und wiedergeben kann.

Literatur

- [1] *SciPy*. Dez. 2013. URL: <http://docs.scipy.org/doc/>.