

TECHNISCHE UNIVERSITÄT  
DORTMUND

ANFÄNGERPRAKTIKUM PHYSIK  
SOMMERSEMESTER  
2014

---

**V702**  
**Aktivierung mit Neutronen**

**27.05.2014**

**1.ABGABE: 03.06.2014**

---

Christopher Hasenberg  
Joshua Luckey

christopher.hasenberg@udo.edu  
joshua.luckey@udo.edu

# 1 Einleitung

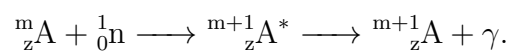
Die Stabilität von Atomkernen wird maßgeblich durch das Zahlenverhältnis von Neutronen und Protonen bestimmt. Wenn die Anzahl der Neutronen ca. 20-30% über der der Protonen liegt, handelt es sich um einen stabilen Kern. Ist dieses Kriterium nicht erfüllt, zerfällt der Kern solange bis ein stabiler Zustand erreicht wird.

Ein Maß für die Zerfallswahrscheinlichkeit eines Atomkerns ist die Halbwertszeit  $T_{1/2}$ , die den Zeitraum darstellt, in dem die Hälfte der ursprünglich vorhandenen Kerne zerfällt. Da  $T_{1/2}$  eine wichtige kernphysikalische Größe ist, existieren verschiedene Möglichkeiten diese zu ermitteln. Die Methode, die in diesem Experiment angewandt wird, erlaubt es vergleichsweise geringe Halbwertszeiten zu messen, indem die jeweiligen zunächst stabilen Atomkerne mit Neutronenbeschossen werden. Die so erzeugten Isotope sind recht instabil und zerfallen nach kurzer Dauer. Theoretisch ist ebenfalls ein Beschuss mit Protonen denkbar, allerdings müssten diese aufgrund der repulsiven Kraft des Coulomb Potentials eine wesentlich höhere kinetische Energie aufweisen, um in den Kern vorzudringen.

## 2 Theorie

### 2.1 Aktivierung mit Neutronen

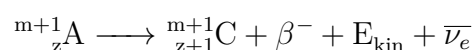
In diesem Versuch sollen stabile Kerne durch Absorption eines zusätzlichen Neutrons in instabile Isotope verwandelt werden. Ein auf diese Weise erzeugter Kern wird als Zwischenkern oder Compoundkern bezeichnet, dessen Gesamtenergie um den Betrag der kinetischen Energie und Bindungsenergie des eingefangenen Neutrons erhöht ist. Dadurch, dass die gewonnene Energie schnell auf alle Nukleonen verteilt wird, kann der Kern, um in wieder in seinen energetischen Grundzustand überzugehen, nur ein  $\gamma$ -Quant emittieren. Die stattfindene Reaktion hat folgende Gestalt:



$m$  = Massenzahl

$z$  = Ordnungszahl

Der neue Kern  ${}^{m+1}_z\text{A}$  ist zwar nicht stabil, da er zu viele Neutronen enthält, aber aufgrund der  $\gamma$ -Emission langlebiger als  ${}^{m+1}_z\text{A}^*$ . Eine weitere Kernreaktion ermöglicht dann die Rückkehr in einen stabileren Zustand. Hierbei wird gemäß der folgenden Reaktionsgleichung ein Neutron in ein Elektron und Proton verwandelt.



$\bar{\nu}_e$  = Antineutrino

$\beta^-$  = Elektron

Der Wirkungsquerschnitt  $\sigma$  ist ein Maß für die Wahrscheinlichkeit mit der ein stabiler Kern ein freies Neutron einfängt. Anschaulich ist damit eine Trefferfläche gemeint, die dem jeweiligen Targetteilchen zugeordnet wird. Zur Definition des Wirkungsquerschnitts zieht man 1 cm<sup>2</sup> einer dünnen Folie heran, in einer Sekunde von  $n$  Elektronen getroffen wird. Die Anzahl der Einfänge wird mit  $u$  bezeichnet.

$$\sigma = \frac{u}{nKd}$$

$K$  = Atome/cm<sup>3</sup>

$d$  = Dicke der Goldfolie

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Neutron eingefangen wird ist in hohem Maße abhängig von der Neutronengeschwindigkeit. Ein Kriterium zur Unterscheidung zwischen schnellen und langsamen Neutronen lässt sich mithilfe der De-Broglie Relation formulieren. Ein Neutron mit der Geschwindigkeit  $v$  hat folgende De-Broglie Wellenlänge:

$$\lambda = \frac{h}{m_n \cdot v}$$

Ist hierbei die Wellenlänge  $\lambda$  klein gegenüber dem Radius  $R$  des Atomkerns, so kann die Streuung der Neutronen, ähnlich wie in der Optik, geometrisch betrachtet werden. Diese Herangehensweise verliert jedoch ihre Gültigkeit bei langsamen Elektronen mit  $R \leq \lambda$ , da hier ebenfalls in Analogie zur Optik, Interferenzeffekte bei Streuungen berücksichtigt werden.

Der Wirkungsquerschnitt lässt sich als Funktion der Neutronenenergie angeben, wie Breit und Wigner herausfanden:

$$\sigma = (E) = \sigma_0 \sqrt{\frac{E_{r_i}}{E}} \frac{\tilde{c}}{(E - E_{r_i})^2 + \tilde{c}}$$

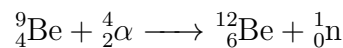
Hierbei stellen  $\tilde{c}$  und  $\sigma_0$  charakteristische Konstanten und  $E_{r_i}$  die Energieniveaus des Compoundkerns dar. Unter der Annahme, dass  $E_{r_i} \gg E$  folgt eine einfache Regel für die Abhängigkeit des Wirkungsquerschnitts von der Neutronenenergie:

$$\sigma \propto \frac{1}{\sqrt{E}} \propto \frac{1}{v}$$

Dieses Ergebnis ist konsistent mit der intuitiven Vorstellung, dass ein langsames Neutron sich längere Zeit in dem Wirkungsbereich der starken Kernkraft aufhält, was zu einer Erhöhung der Einfangwahrscheinlichkeit führt.

## 2.2 Erzeugung thermischer Neutronen

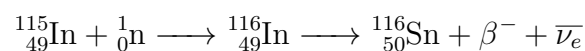
Aufgrund der genannten Argumente erscheint es nun sinnvoll in diesem Versuch niedrig energetische Neutronen zu verwenden, da hier eine optimale Ausbeute an Kernreaktionen wahrscheinlich ist. Derartige Neutronen müssen allerdings zunächst durch einen geeigneten Prozess erzeugt werden. In diesem Fall werden durch Beschuss von  ${}^9\text{Be}$  mit  $\alpha$ -Teilchen Neutronen freigesetzt.



Um die kinetische Energie der Neutronen zu senken, ist die Neutronenquelle mit einem Mantel aus Paraffin umgeben. Beim Diffundieren durch diese Schicht geben die Neutronen Energie durch Stoßprozesse ab, bis ihre mittlere kinetische Energie etwa 0,025 eV bei ca.  $T = 290\text{ K}$  beträgt. Diese Neutronen werden als thermische Neutronen bezeichnet.

## 2.3 Elemente mit einem Zerfall

Ein Ziel dieses Versuchs ist es die Halbwertszeit des Isotops  ${}^{115}\text{In}$  zu ermitteln. Dazu wird zunächst eine Probe des Indiums mithilfe der Neutronenquelle aktiviert, bevor die Zerfälle mit dem Geiger-Müller Zählrohr gezählt werden können. Die Aktivierung und der Zerfall laufen nach folgender Reaktion ab:



Für radioaktive Zerfälle gilt das Zerfallsgesetz:

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

$$N_0 = \text{Anzahl der Kerne bei } t=0$$

$$\lambda = \text{Zerfallskonstante}$$

Aus dieser Gleichung lässt sich durch Logarithmisierung die Halbwertszeit  $T_{1/2}$  gewinnen:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}N_0 &= N_0 \cdot e^{-\lambda t} \\ \Rightarrow T_{1/2} &= \frac{\ln 2}{\lambda} \end{aligned} \quad (1)$$

Zwar ließe sich aus dieser Beziehung die Halbwertszeit errechnen, jedoch ist es schwierig einen guten Wert für  $N(t)$  zu bestimmen. Daher wählt man ein Zeitintervall  $\Delta t$  und ermittelt  $N_{\Delta t}(t)$  in Abhängigkeit von der Zeit mithilfe eines Strahlungsdetektors. Die Definition von  $N_{\Delta t}(t)$  lautet:

$$N_{\Delta t}(t) = N(t) - N(t + \Delta t)$$

Mithilfe des bereits genannten Zerfallsgesetz folgt daraus:

$$\begin{aligned} N_{\Delta t}(t) &= N_0 e^{-\lambda t} - N_0 e^{-\lambda(t+\Delta t)} \\ \iff \ln N_{\Delta t}(t) &= \ln N_0(1 - e^{-\lambda \Delta t}) - \lambda \cdot t \end{aligned}$$

Die Wahl des richtigen Zeitintervalls  $\Delta t$  ist sensibel und muss gegebenenfalls durch Vorversuche ermittelt werden. In diesem Versuch sind nützliche Werte im Labor angegeben.

## 2.4 Elemente mit zwei unterschiedlichen Zerfällen

Neben den Elementen die durch die Aktivierung mit Neutronen nur einfach zerfallen, wie das in diesem Versuch untersuchte  $^{116}_{49}\text{In}$ , existieren auch Elemente die durch die Aktivierung in zwei unterschiedlichen weisen zerfallen. Als Beispiele sollen hier Silber und das in diesem Versuch untersuchte Rhodium betrachtet werden um zwei unterschiedliche Begründungen für diesen Umstand zu klären.

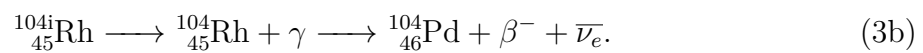
Einen Grund für zwei unterschiedliche Zerfälle ist die Zusammensetzung der natürlichen Elemente aus verschiedenen Isotopen. So besteht das natürliche Silber zu ungefähr gleichen Teilen aus den Isotopen  $^{107}_{47}\text{Ag}$  und  $^{109}_{47}\text{Ag}$ , die beide durch die Neutronen aktiviert werden und sich für die dabei entstandenen instabilen Kerne die beiden Zerfälle



ergeben.

Neben dieser gibt es noch eine weitere Begründung für das Ablaufen von zwei unterschiedlichen Zerfällen. Diese tritt bei dem in diesem Versuch untersuchtem Rhodium  $^{103}_{45}\text{Rh}$  auf, welches nur aus einem natürlichen Isotop besteht. Bei der Aktivierung der Kerne dieses Elements entsteht in 10 % der Fälle ein, zum sonst entstehenden  $^{104}_{45}\text{Rh}$ , isomerer Kern  $^{104i}_{45}\text{Rh}$ . Dieser unterscheidet sich nicht in der Anzahl sondern in der Konfiguration der Nukleonen und damit in der Energie des Kerns. Es ergeben sich somit die zwei möglichen

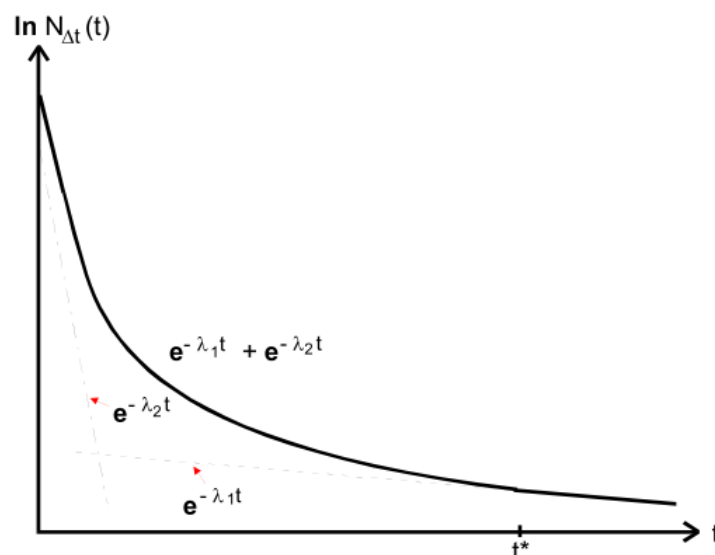
Zerfälle der aktivierten Kerne



In beiden Fällen, sowohl bei Silber als auch bei Rhodium, können beide Zerfälle gleichzeitig untersucht werden. Dies ist zum einen möglich da, das verwendete Geiger-Müller-Zählrohr sowohl die Betazerfälle der Silberisotope und des Rhodiumisotops  ${}^{104}_{45}\text{Rh}$  als auch die Gammastrahlung des isomeren Kerns  ${}^{104i}_{45}\text{Rh}$  nachweisen kann. Zum anderen besitzen die beiden Zerfälle jeweils eines Elements unterschiedliche Halbwertszeiten, so dass sie sich in der Auswertung des Versuchs lassen und so getrennt von einander bestimmen lassen.

Zur Auswertung beider Zerfälle werden die logarithmierten Messwerte  $\ln(N(t))$ , wie in Abbildung 1, gegen die Zeit  $t$  aufgetragen. Da einer der beiden Zerfälle, wegen der unterschiedlichen Halbwertszeit, jeweils schneller abklingt als der andere, lässt sich ein Übergang des zunächst gekrümmten Verlaufs der Messwerte in ein lineares beobachten. An der Stelle dieses Übergangs wird der Zeitpunkt  $t^*$  gewählt, ab dem die Messwerte wie bei einem einfachen Zerfall linear ausgeglichen werden.

Mit dem so bestimmten langlebigen Zerfall  $N_l(t)$  lässt sich nun durch Subtraktion der Werte  $N_l(t_i)$  für  $t_i \ll t^*$  von den Messwerten  $N(t)$  der Verlauf des kurzlebigen Zerfalls bestimmen, der analog zum langlebigen Zerfall linear ausgeglichen wird. Durch dieses Vorgehen erhält man nun den das Zerfallsgesetz  $N_k(t)$  der kurzlebigen Kerne.



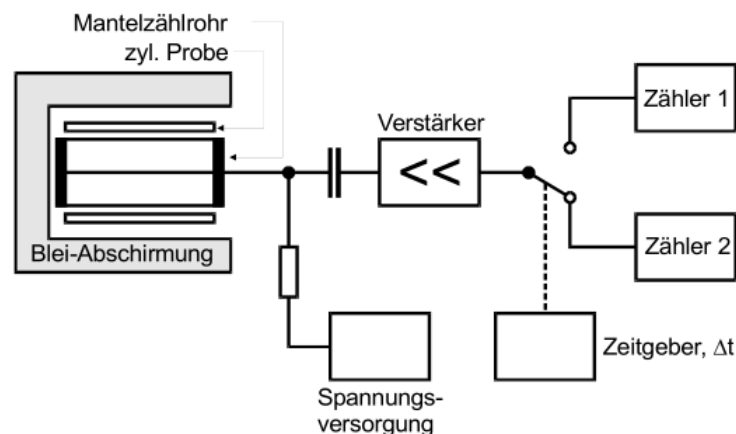
**Abbildung 1:** Graphische Darstellung des Vorgehens zur Auswertung von zwei gleichzeitig ablaufenden Zerfällen [1]

### 3 Aufbau und Durchführung

#### 3.1 Versuchsaufbau

Für die Durchführung des Versuchs wird der in Abbildung 2 dargestellte Aufbau verwendet. Dieser besteht aus einem Bleiblock in dessen Inneren das zu untersuchende aktivierte und somit radioaktive Material eingebracht wird. Nebst diesem wird ein Geiger-Müller-Zählrohr in den Bleiblock eingeschoben, um die Beta-Zerfälle und die Gamma-Strahlung des jeweils untersuchten Materials zu detektieren.

Das verstärkte Signal des Geiger-Müller-Zählrohrs wird zu einer alternierenden Zählwerk geleitet. Diese zählt die, in einen einzustellenden Messintervall  $\Delta t$ , Anzahl der ankommenden Signale des Geiger-Müller-Zählrohrs und gibt somit nach Ablauf dieser Zeit die Anzahl der detektierten Zerfälle bzw. Abstrahlungen an. Nach Ablauf eines Messintervalls schaltet das Zählwerk automatisch, innerhalb eines Zeitraums von 100 ns auf einen zweiten Zähler um, um die Aufnahme der Messungen zu erleichtern.



**Abbildung 2:** Graphische Darstellung des, zur Versuchsdurchführung verwendeten, Aufbaus [1]

#### 3.2 Versuchsdurchführung

Vor der eigentlichen Untersuchung der aktivierten Elemente muss der Nulleffekt  $N_0$  bestimmt werden. Bei diesem handelte es sich um Strahlung, die von natürlich vorkommenden radioaktiven Elementen sowie der Höhenstrahlung herrührt. Dieser Nulleffekt muss vor dem eigentlichen Versuch gemessen werden, da das Geiger-Müller-Zählrohr bei der Untersuchung der aktivierten Elemente sowohl die Zerfälle dieser als auch den Nulleffekt detektiert und die Ergebnisse somit verfälscht werden. Für die Auswertung wird der so bestimmte Nulleffekt, dann von den aufgenommenen Messwerten abgezogen. Durch die Messung des Nulleffekts über ein langes Intervall  $\Delta t = 900 \text{ s}$  lässt sich dieser mit ausreichender Genauigkeit bestimmen, sodass dessen statistische Fehler vernachlässigt werden

kann.

Für die Untersuchung der radioaktiven Zerfälle wird das entsprechende Material in den Bleiblock eingebracht, welcher dann mit dem Geiger-Müller-Zählrohr verschlossen wird. Von einer bereitgestellten Tabelle werden die zur Untersuchung des jeweiligen Elements ideale Länge eines Messintervalls  $\Delta T$  und die Gesamtmesszeit  $T$  abgelesen. Für das untersuchte Rhodium wird für  $T = 720\text{ s}$  in Intervallen von  $\Delta t = 20\text{ s}$  gemessen. Das untersuchte Indium wird anschließend für  $T = 3600\text{ s}$  in Intervallen von  $\Delta t = 200\text{ s}$  gemessen. Nach Ablauf jedes Messintervalls wird, bei beiden Untersuchungen, der vom Zählwerk angezeigte Wert  $N$  und die entsprechende Zeit  $t$  notiert.

## 4 Auswertung

Im folgenden Abschnitt sind die während des Versuchs aufgenommenen Messwerte, sowie die daraus berechneten Ergebnisse tabellarisch und graphisch dargestellt. Die erhaltenen Fehler der Ergebnisse wurden mit Hilfe der in Abschnitt 4.4 aufgestellten Fehlergleichungen berechnet.

### 4.1 Messung des Nulleffekts

Die Messung des Nulleffekt über einen Zeitraum von  $T = 900\text{ s}$  ergab die Anzahl der Zerfälle pro Intervall  $\Delta t$

$$\begin{aligned} N_0 &= \frac{306}{900} \text{ s}^{-1} \cdot \Delta t \\ &= 0,34 \text{ s}^{-1} \cdot \Delta t. \end{aligned} \quad (4)$$

### 4.2 Bestimmung der Halbwertszeiten der zwei möglichen Zerfälle von Rhodium

Die bei der Messung des Zerfalls von Rhodium aufgenommenen Messwerte für die Zeit  $t$  und die Anzahl der gemessenen Zerfälle  $N$  in Tabelle 1 eingetragen. Auch die um den, vor dem Versuch bestimmte Nulleffekt  $N_0$  verringerte Anzahl an Zerfällen ist zusammen mit dem natürlichen Logarithmus aus diesen Werten in Tabelle 1 zu finden. Die angegebenen Messfehler wurden mittels (I) berechnet.

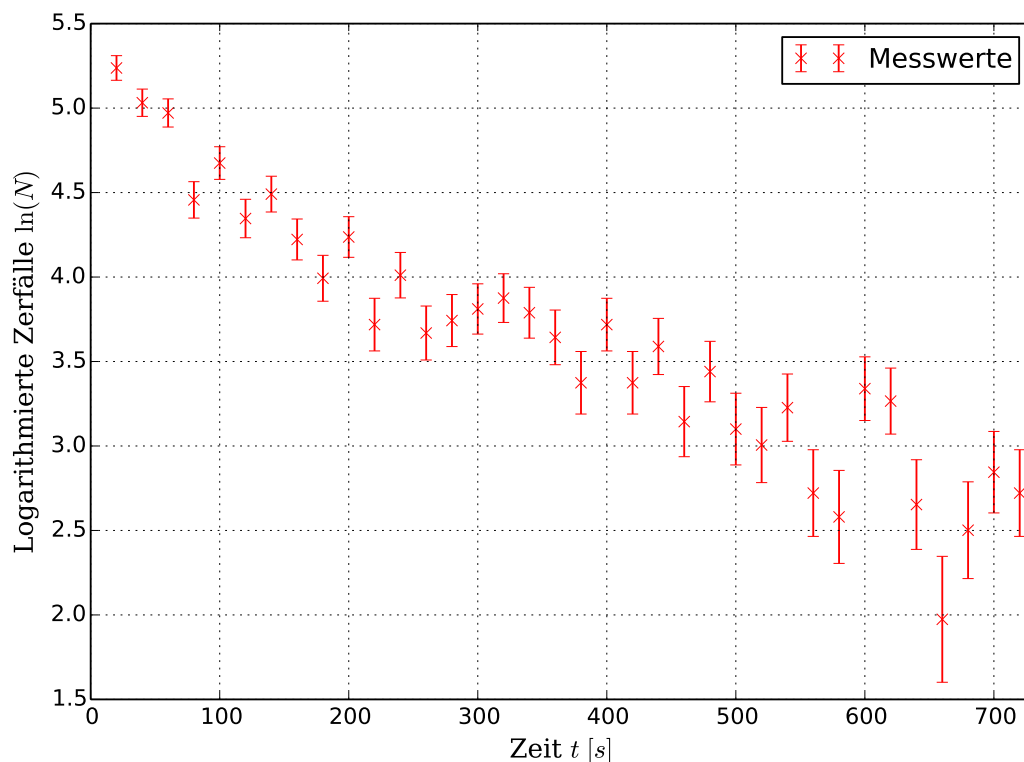
In Abbildung 3 ist die logarithmierten Anzahl der Zerfälle  $\ln(N - N_0)$  aus Tabelle 1 gegen die Zeit  $t$  aufgetragen.

Der Zeitpunkt ab dem nur noch der Zerfall mit der höheren Halbwertszeit messbar ist wurde für die folgenden Berechnungen  $t^* = 480\text{ s}$  gewählt. Die Messwerte für  $t > t^*$  sind noch einmal in Tabelle 2 gelistet und in Abbildung 4 graphisch dargestellt. Diese Darstellung ist um die Regressiongerade dieser Messwerte ergänzt dir mittels *SciPy* [2]



Zeit $t$ [s]	Zerfälle $N$	Zerfälle $N - N_0$	ln der Zerfälle $\ln(N - N_0)$	Zeit $t$ [s]	Zerfälle $N$	Zerfälle $N - N_0$	ln der Zerfälle $\ln(N - N_0)$
20	$(1,9 \pm 0,1) \cdot 10^2$	$(1,9 \pm 0,1) \cdot 10^2$	$5,24 \pm 0,07$	380	$36 \pm 6$	$29 \pm 5$	$3,4 \pm 0,2$
40	$(1,6 \pm 0,1) \cdot 10^2$	$(1,5 \pm 0,1) \cdot 10^2$	$5,03 \pm 0,08$	400	$48 \pm 7$	$41 \pm 6$	$3,7 \pm 0,2$
60	$(1,5 \pm 0,1) \cdot 10^2$	$(1,4 \pm 0,1) \cdot 10^2$	$4,97 \pm 0,08$	420	$36 \pm 6$	$29 \pm 5$	$3,4 \pm 0,2$
80	$(9 \pm 1) \cdot 10^1$	$86 \pm 9$	$4,5 \pm 0,1$	440	$43 \pm 7$	$36 \pm 6$	$3,6 \pm 0,2$
100	$(1,1 \pm 0,1) \cdot 10^2$	$(1,1 \pm 0,1) \cdot 10^2$	$4,7 \pm 0,1$	460	$30 \pm 5$	$23 \pm 5$	$3,1 \pm 0,2$
120	$84 \pm 9$	$77 \pm 9$	$4,3 \pm 0,1$	480	$38 \pm 6$	$31 \pm 6$	$3,4 \pm 0,2$
140	$(1,0 \pm 0,1) \cdot 10^2$	$89 \pm 9$	$4,5 \pm 0,1$	500	$29 \pm 5$	$22 \pm 5$	$3,1 \pm 0,2$
160	$75 \pm 9$	$68 \pm 8$	$4,2 \pm 0,1$	520	$27 \pm 5$	$20 \pm 4$	$3,0 \pm 0,2$
180	$61 \pm 8$	$54 \pm 7$	$4,0 \pm 0,1$	540	$32 \pm 6$	$25 \pm 5$	$3,2 \pm 0,2$
200	$76 \pm 9$	$69 \pm 8$	$4,2 \pm 0,1$	560	$22 \pm 5$	$15 \pm 4$	$2,7 \pm 0,3$
220	$48 \pm 7$	$41 \pm 6$	$3,7 \pm 0,2$	580	$20 \pm 4$	$13 \pm 4$	$2,6 \pm 0,3$
240	$62 \pm 8$	$55 \pm 7$	$4,0 \pm 0,1$	600	$35 \pm 6$	$28 \pm 5$	$3,3 \pm 0,2$
260	$46 \pm 7$	$39 \pm 6$	$3,7 \pm 0,2$	620	$33 \pm 6$	$26 \pm 5$	$3,3 \pm 0,2$
280	$49 \pm 7$	$42 \pm 6$	$3,7 \pm 0,2$	640	$21 \pm 5$	$14 \pm 4$	$2,7 \pm 0,3$
300	$52 \pm 7$	$45 \pm 7$	$3,8 \pm 0,1$	660	$14 \pm 4$	$7 \pm 3$	$2,0 \pm 0,4$
320	$55 \pm 7$	$48 \pm 7$	$3,9 \pm 0,1$	680	$19 \pm 4$	$12 \pm 3$	$2,5 \pm 0,3$
340	$51 \pm 7$	$44 \pm 7$	$3,8 \pm 0,2$	700	$24 \pm 5$	$17 \pm 4$	$2,8 \pm 0,2$
360	$45 \pm 7$	$38 \pm 6$	$3,6 \pm 0,2$	720	$22 \pm 5$	$15 \pm 4$	$2,7 \pm 0,3$

**Tabelle 1:** Gemessene Anzahl der Zerfall, Anzahl der Zerfälle nach Subtraktion des Nulleffekts und Werte des natürlichen Logarithmusses von diesen



**Abbildung 3:** Graphische Darstellung der logarithmierten Zerfälle ohne den Nulleffekt

berechnet wurde. Die lineare Regression für den Ansatz

$$\ln(N) = \lambda_l \cdot t + c_l, \quad (5)$$

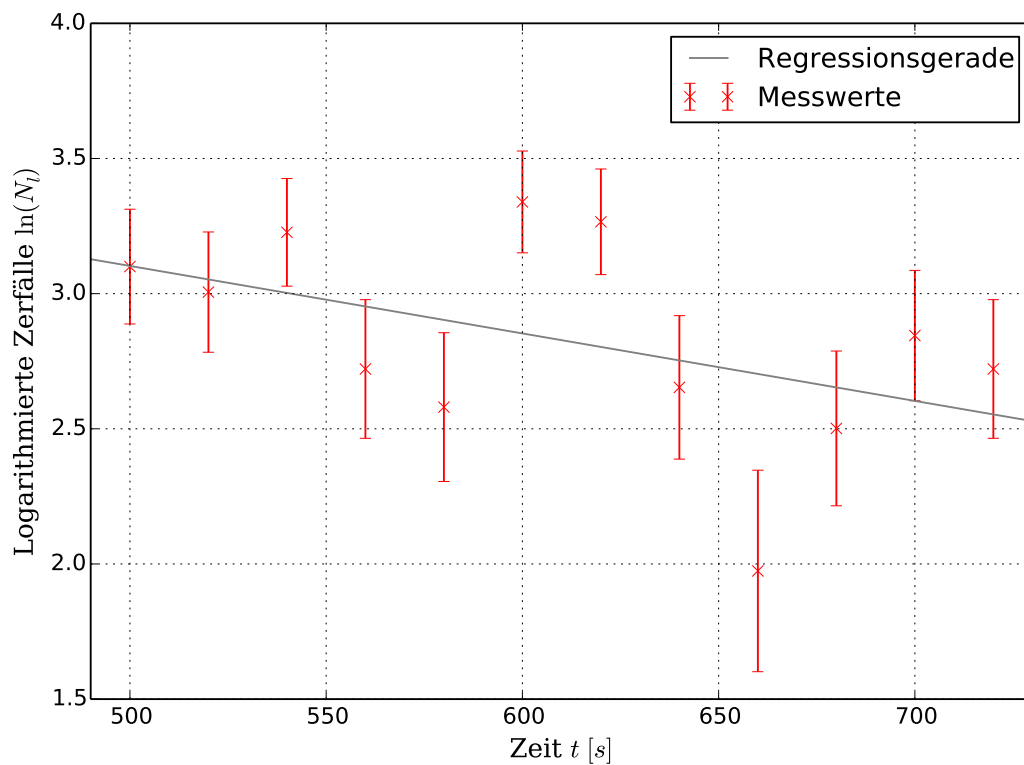
ergibt die Parameter

$$\lambda_l = (0,003 \pm 0,002) \text{ s}^{-1} \quad \text{und} \quad (5a)$$

$$c_l = 4,4 \pm 0,9. \quad (5b)$$

Zeit $t$ [s]	Zerfälle $N_l$	ln der Zerfälle $\ln(N_l)$
500	$22 \pm 5$	$3,1 \pm 0,2$
520	$20 \pm 4$	$3,0 \pm 0,2$
540	$25 \pm 5$	$3,2 \pm 0,2$
560	$15 \pm 4$	$2,7 \pm 0,3$
580	$13 \pm 4$	$2,6 \pm 0,3$
600	$28 \pm 5$	$3,3 \pm 0,2$
620	$26 \pm 5$	$3,3 \pm 0,2$
640	$14 \pm 4$	$2,7 \pm 0,3$
660	$7 \pm 3$	$2,0 \pm 0,4$
680	$12 \pm 3$	$2,5 \pm 0,3$
700	$17 \pm 4$	$2,8 \pm 0,2$
720	$15 \pm 4$	$2,7 \pm 0,3$

**Tabelle 2:** Messwerte zur Bestimmung der Halbwertszeit des langlebigen Zerfalls für  $t > t^*$



**Abbildung 4:** Graphische Darstellung der logarithmierten Zerfälle für  $t > t^*$

Dabei gilt  $c_l = \ln(N_a(1 - e^{-\lambda_l \Delta t}))$  und somit erhält man hieraus die gesuchte Konstante,

mit dem Fehler nach (III),

$$e^{c_l} = N_a(1 - e^{-\lambda_l \Delta t}) = 70 \pm 70. \quad (6)$$

Aus der erhaltenen Steigung  $\lambda_l$  der Regressionsgerade, welche der Zerfallskonstante des langlebigeren Zerfalls entspricht, lässt sich mit Hilfe von (1) dessen Halbwertszeit zu

$$t_{1/2,l} = (277 \pm 168) \text{ s} \quad (7)$$

bestimmen. Der angegebene Fehler errechnet sich (IV).

Durch die zuvor bestimmten Parameter ist es nun möglich, das Zerfallsgesetz für die langlebigeren Kerne aufzustellen und somit die Zerfallskurve vor dem Zeitpunkt  $t^*$  zu bestimmen. Durch Subtraktion dieser Zerfälle von den Messwerten für  $t \ll t^*$  erhält man die Zerfälle der kurzlebigen Kerne. Die Ergebnisse dieses Vorgehens sind in Tabelle 3 zu finden und in Abbildung 5 graphisch dargestellt.

Zeit $t$ [s]	Zerfälle $N$	Zerfälle $N_l$	Zerfälle $N - N_l$	ln der Zerfälle $\ln(N - N_l)$
20	$(1,9 \pm 0,1) \cdot 10^2$	$74 \pm 9$	$(1,1 \pm 0,2) \cdot 10^2$	$4,7 \pm 0,1$
40	$(1,5 \pm 0,1) \cdot 10^2$	$70 \pm 8$	$(8 \pm 1) \cdot 10^1$	$4,4 \pm 0,2$
60	$(1,4 \pm 0,1) \cdot 10^2$	$67 \pm 8$	$(8 \pm 1) \cdot 10^1$	$4,3 \pm 0,2$
80	$86 \pm 9$	$64 \pm 8$	$(2 \pm 1) \cdot 10^1$	$3,1 \pm 0,5$
100	$(1,1 \pm 0,1) \cdot 10^2$	$60 \pm 8$	$(5 \pm 1) \cdot 10^1$	$3,8 \pm 0,3$
120	$77 \pm 9$	$57 \pm 8$	$(2 \pm 1) \cdot 10^1$	$3,0 \pm 0,6$
140	$89 \pm 9$	$55 \pm 7$	$(3 \pm 1) \cdot 10^1$	$3,5 \pm 0,3$
160	$68 \pm 8$	$52 \pm 7$	$(2 \pm 1) \cdot 10^1$	$2,8 \pm 0,7$
180	$54 \pm 7$	$49 \pm 7$	$(0 \pm 1) \cdot 10^1$	$2 \pm 2$
200	$69 \pm 8$	$47 \pm 7$	$(2 \pm 1) \cdot 10^1$	$3,1 \pm 0,5$

**Tabelle 3:** Messwerte zur Bestimmung der Halbwertszeit des langlebigen Zerfalls für  $t \ll t^*$

Aus der, mit *SciPy* [2] durchgeführten, linearen Regression mit dem Ansatz

$$\ln(N) = \lambda_k \cdot t + c_k, \quad (8)$$

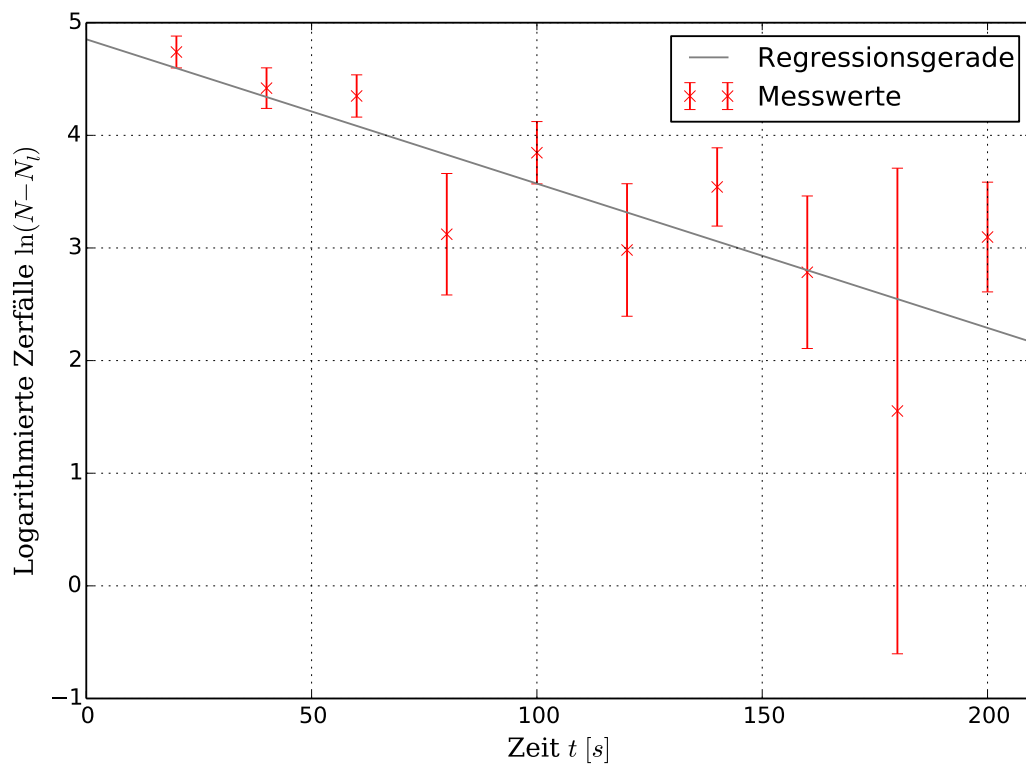
ergeben sich die Parameter zu

$$\lambda_k = (0,013 \pm 0,003) \text{ s}^{-1} \quad \text{und} \quad (8a)$$

$$c_k = 4,9 \pm 0,4. \quad (8b)$$

Die daraus erhaltene Gerade ist ebenfalls in Abbildung 5 eingezeichnet.

Analog zu dem Zerfall der langlebigeren Kerne, erhält man aus den bestimmten Re-



**Abbildung 5:** Graphische Darstellung der logarithmierten Zerfälle für  $t \ll t^*$

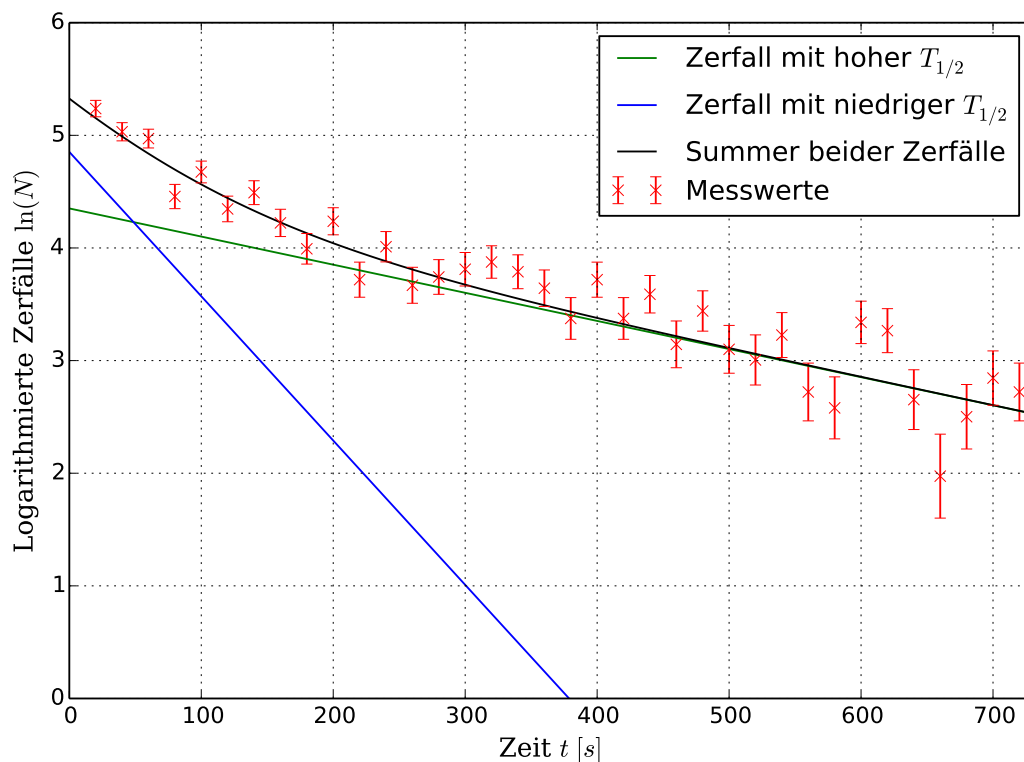
gressionsparametern die gesuchte Konstante  $e^{c_k}$  und die Halbwertszeit  $t_{1/2,k}$  dieses Zerfalls zu

$$e^{c_k} = N_a(1 - e^{-\lambda_k \Delta t}) = 128 \pm 50 \quad \text{und} \quad (9)$$

$$t_{1/2,k} = (54 \pm 13) \text{ s}. \quad (10)$$

Die angegebenen Fehler ergeben sich jeweils aus (III) bzw. (IV).

Die auf diese Weise bestimmten Zerfallsgesetze sind in Abbildung 6 zusammen mit der Summe beider Zerfälle und den ursprünglichen Messwerten ohne den Nulleffekt aufgetragen.



**Abbildung 6:** Graphische Darstellung der in der Auswertung bestimmten Zerfallsgesetze und deren summierter Zerfall im Vergleich zu den Messwerten

### 4.3 Bestimmung der Halbwertszeit von Indium

Ziel dieses Abschnitts ist es, die Halbwertszeit von  $^{116}\text{In}$  zu ermitteln. Die notwendigen Messdaten und Ergebnisse sind im Folgenden sowohl tabellarisch als auch grafisch dargestellt. Bei diesem Teil des Experiments wurden die Zerfälle  $N$  nach Zeitintervallen von  $\Delta t = 200\text{s}$  über einen Zeitraum von 60min notiert. Die Fehler der aufgenommenen und korrigierten Messwerte errechnen sich nach (I).

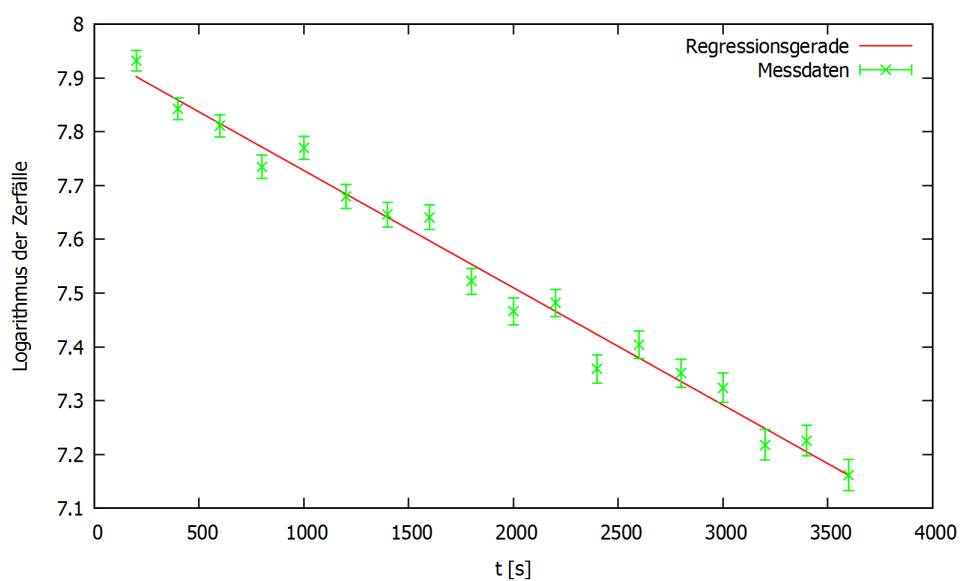
Um nun die Zerfallskonstante  $\lambda$  zu bestimmen wird eine lineare Ausgleichsrechnung durchgeführt. Hierbei werden die logarithmisierten Zerfälle als Funktion der Zeit aufgetragen und mithilfe von Gnuplot die Parameter einer Regressionsgeraden mit der Form  $f(x) = a \cdot x + b$  errechnet. Diese Form leitet sich aus der folgenden Gleichung her:

$$\ln(N - N_0) = \ln N_a(1 - e^{-\lambda \Delta t}) - \lambda t$$

Hier ist  $N_a$  die unbekannte Anzahl an Kernen der Indium Probe und  $\Delta t$  das Zeitintervall

$t[s]$	$Zerfälle N$	$\sigma_N$	$N - N_0$	$\sigma_{N-N_0}$	$\ln(N - N_0)$	$\sigma_{\ln}$
200	2853	53	2785	54	7.932	0.019
400	2617	51	2549	52	7.843	0.020
600	2535	50	2467	51	7.811	0.021
800	2355	49	2287	49	7.735	0.022
1000	2437	49	2369	50	7.770	0.021
1200	2233	47	2165	48	7.680	0.022
1400	2161	46	2093	47	7.646	0.023
1600	2149	46	2081	47	7.641	0.023
1800	1917	44	1849	45	7.522	0.024
2000	1816	43	1748	43	7.466	0.025
2200	1843	43	1775	44	7.482	0.025
2400	1639	40	1571	41	7.359	0.026
2600	1711	41	1643	42	7.404	0.026
2800	1625	40	1557	41	7.351	0.026
3000	1585	40	1517	41	7.324	0.027
3200	1432	38	1364	39	7.218	0.028
3400	1443	38	1375	39	7.226	0.028
3600	1358	37	1290	38	7.162	0.029

**Tabelle 4:** Messdaten und Ergebnisse für die Bestimmung der Halbwertszeit von Indium



**Abbildung 7:** Messdaten der Indium-Zerfälle mit Ausgleichsgerader

während der Messung. Die Parameter der Regressionsgeraden lauten:

$$\lambda = 0.000218 \pm 0.000007 s^{-1}$$

$$\ln N_0(1 - e^{-\lambda \Delta t}) = 7.946 \pm 0.0159$$

Daraus lässt sich nun gemäß der Relation (1) die Halbwertszeit von Indium berechnen. Der Fehler ergibt sich durch Anwendung von (IV):

$$\rightarrow T_{1/2} = (3179.6 \pm 102.1) s$$

## 4.4 Fehlerrechnung

In diesem Abschnitt sind die zur Bestimmung der Mess- und Ergebnisfehler verwendeten Fehlergleichungen zu finden. Die Gleichungen zur Bestimmung der Fehler von berechneten Größen wurden dabei mit Hilfe der gaußschen Fehlerrechnung bestimmt.

Der Fehler der Messwerte für die Anzahl der Zerfälle  $N$  ergibt sich aus

$$\sigma_N = \sqrt{N}. \quad (\text{I})$$

Den Fehler des Logarithmus  $\ln(x)$  einer fehlerbehafteten Größe  $x$  erhält man aus

$$\sigma_{\ln} = \frac{\sigma_x}{x}. \quad (\text{II})$$

Für den Wert der Exponentialfunktion  $e^x$  berechnet sich der Fehler durch

$$\sigma_{\exp} = e^x \cdot \sigma_x. \quad (\text{III})$$

Der Fehler der Halbwertszeiten berechnet sich durch

$$\sigma_{t_{1/2}} = \frac{\sigma_\lambda \cdot \ln(2)}{\lambda^2}. \quad (\text{IV})$$

## 5 Diskussion

Im Folgenden werden die in Abschnitt 4 erhaltenen Ergebnisse noch einmal abschließend diskutiert und dabei auf ihre Plausibilität hin überprüft.

Die Ergebnisse der Untersuchung der beiden Zerfälle des Rhodiums erweisen sich im Vergleich zu den Literaturwerten [3]  $T_{1/2,l} = 260,4\text{ s}$  und  $T_{1/2,k} = 42,3\text{ s}$  als plausibel. Die relative Abweichung der längeren Halbwertszeit des  $^{104}_{45}\text{Rh}$  von den Literaturwerten ist mit  $\Delta T_{1/2,l} \approx 7\%$  relativ gering wohin gegen der erhaltene Wert der Halbwertszeit für  $^{104}_{45}\text{Rh}$  mit  $\Delta T_{1/2,k} \approx 29\%$  eine weitaus größere Abweichung aufweist. Ähnlich verhält es sich mit den bestimmten statistischen Abweichungen der berechneten Halbwertszeiten. So entspricht die Abweichung des berechneten Wertes für  $T_{1/2,l}$  ca. 60 % Ergebnisses und die Abweichung der Halbwertszeit  $T_{1/2,k}$  noch 24 % von dieser.

Begründen lassen sich diese großen Abweichungen durch die statistischen Fehler der Messwerte, die durch die Logarithmierung für kleine Messwerte größer ausfallen (vgl. (II)). Da die Bestimmung der Halbwertszeit des langlebigeren Zerfalls erst ab  $t^* = 480\text{ s}$  und somit für entsprechend kleine Werte für  $\ln(N(t))$  durchgeführt wird, ist der statistische Fehler des erhaltenen Ergebnisses in gleicher Weise größer. Hinzu kommt noch ein ähnlicher Effekt der aus der Berechnung des Fehlers der Halbwertszeit (IV) herrührt, wodurch der Fehler für kleine  $\lambda$  ebenfalls stark vergrößert wird. Dies gilt in gleichem Maße auch für die Abweichung des kurzlebigen Zerfalls, bei dessen Berechnung jedoch die Ergebnisse des langlebigen Zerfalls verwendet werden und sich der Fehler somit auf diese Ergebnisse überträgt. Die prozentual geringere Abweichung ist damit zu erklären, dass die Messwerte für die Zeiten  $t \ll t^*$  weniger große Abweichungen aufweisen.

Aus der Abbildung 6 ist jedoch zu erkennen, dass die Summer beider Zerfälle dem Verlauf der Messwerte in guter Näherung darstellt. Weiter ist gut zu erkennen, dass der summierte Zerfall bis zu dem gewählten Zeitpunkt  $t^* = 480\text{ s}$  in einen linearen Verlauf übergeht und ab diesem dem Verlauf des langlebigeren Zerfalls entspricht.

Der ermittelte Wert der Halbwertszeit für  $^{116}\text{In}$  weicht in geringem Maße vom Literaturwert [4] ab. Die relative Abweichung beträgt hierbei  $\Delta_{rel}T_{1/2} = 2.9\%$ . Diese Abweichung lässt sich mit statistischer Fluktuation erklären. Allgemein ist dieses Ergebnis jedoch als recht präzise einzuordnen.



## Literatur

- [1] *Versuchsanleitung. V701 Reichweite von Alphastrahlung.* URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V702.pdf> (besucht am 29.05.2014).
- [2] *SciPy.* URL: <http://docs.scipy.org/doc/> (besucht am 02.06.2014).
- [3] National Nuclear Data Center. *Interactive Chart of Nuclides: Rhodium.* URL: <http://www.nndc.bnl.gov/chart/reCenter.jsp?z=45&n=59> (besucht am 30.05.2014).
- [4] National Nuclear Data Center. *Interactive Chart of Nuclides: Indium.* URL: <http://www.nndc.bnl.gov/chart/reCenter.jsp?z=49&n=67> (besucht am 30.05.2014).