

1 Einleitung

2 Vorbereitungsaufgaben

3 Theorie

4 Durchführung

5 Auswertung

Im Folgenden sind die aufgenommenen Messwerte und die aus diesen berechneten Größen vorwiegend tabellarisch aufgetragen. Die jeweiligen Fehler der berechneten Werte, wurden mit den angegebenen, in römischen Zahlen nummerierten Fehlergleichung nach Gauß bestimmt, welche sich in Abschnitt 5.5 befinden. An entsprechender Stelle sind Erklärungen zu den Werten und Rechnungen gegeben.

5.1 Bestimmung eines Widerstandes mit der Wheatstonebrücke

Bei dieser Messung wurde der unbekannte Widerstand *Wert 10* vermessen. Der am Potentiometer eingestellte Widerstand R_3 , der Quotient aus diesen und den nach ?? berechneten Widerständen R_4 , die jeweiligen Abgleichwiderstände R_2 und die mit Hilfe von ?? aus diesen berechneten Werte für R_x sind in Tabelle 1 zu finden.

Widerstand R_2 [Ω]	Widerstand R_3 [Ω]	Quotient $\frac{R_3}{R_4}$	Widerstand R_x [Ω] (II)
$332,0 \pm 0,7$	421	$0,723 \pm 0,004$	240 ± 1
664 ± 1	266	$0,361 \pm 0,002$	240 ± 1
1000 ± 2	195	$0,241 \pm 0,001$	241 ± 1

Tabelle 1: Werte der Messung an der Wheatstonebrücke

Der Mittelwert der errechneten Werte für R_x ergibt sich aus den Messwerten zu,

$$\langle R_x \rangle = (240,4 \pm 0,7) \Omega \quad (1)$$

wobei der Fehler mit (I) bestimmt wurde.

5.2 Bestimmung von Kapazitäten mit einer Kapazitätsmessbrücke

In den zwei nachfolgenden Abschnitten werden die Kapazitäten einer idealen und einer realen Kapazität mit Hilfe einer Kapazitätsmessbrücke bestimmt.

5.2.1 Bestimmung einer idealen Kapazität

Aus den in Tabelle 2 gelisteten Messwerten für die Abgleichkapazitäten C_2 , den am Potentiometer eingestellten Widerständen R_3 und den mit ?? aus diesen bestimmten R_4 wurden die ebenfalls in Tabelle 2 dargestellten unbekannten Kapazitäten C_x (*Wert 3*) unter Verwendung von ?? bestimmt.

Kapazität C_2 [nF]	Widerstand R_3 [Ω]	Quotient $\frac{R_3}{R_4}$	Widerstand C_x [nF] (II)
994 ± 2	705	$2,37 \pm 0,01$	420 ± 2
750 ± 2	640	$1,763 \pm 0,009$	425 ± 2
597 ± 1	589	$1,423 \pm 0,007$	420 ± 2

Tabelle 2: Werte der Messung einer idealen Kapazitäten der Kapazitätsmessbrücke

Als Mittelwert der unbekannten Kapazität C_x erhält man hieraus,

$$\langle C_x \rangle = (422 \pm 1) \text{ nF} \quad (2)$$

mit dem Fehler nach (I).

5.2.2 Bestimmung einer realen Kapazität

Für die Bestimmung einer realen Kapazität (*Wert 9*) wird, anderes als bei der einer idealen Kapazität, ein Stellglied $R_2 = (500 \pm 15) \Omega$ benötigt. Die anderen bekannten Größen sind analog zu Abschnitt 5.2.1 zusammen mit den aus diesen berechneten unbekannten Größen, die Kapazität C_x bestimmt durch ?? und deren Wirkwiderstand R_x bestimmt durch ?? in Tabelle 3 eingetragen.

Kapazität C_2 [nF]	Widerstand R_3 [Ω]	Quotient $\frac{R_3}{R_4}$	Kapazität C_x [nF] (II)	Widerstand R_x [Ω] (II)
994 ± 2	632	$1,704 \pm 0,009$	584 ± 3	852 ± 4
750 ± 2	586	$1,405 \pm 0,007$	534 ± 3	703 ± 4
597 ± 1	561	$1,269 \pm 0,006$	470 ± 3	635 ± 3

Tabelle 3: Werte der Messung einer idealen Kapazitäten der Kapazitätsmessbrücke

Die Mittelwerte der unbekannten Größen C_x und R_x ergeben sich somit zu:

$$\langle C_x \rangle = (529 \pm 2) \text{ nF} \quad \text{und} \quad \langle R_x \rangle = (730 \pm 2) \Omega \quad (3)$$

Der Fehler wurde jeweils mit Hilfe von (I) bestimmt.

5.3 Bestimmung von Induktivitäten

Nachfolgend wird eine reale Induktivität (*Wert 16*) zunächst mit Hilfe einer Induktivitätsmessbrücke und anschließend mit einer Maxwellbrücke vermessen. Bei beiden Untersuchungen wird ein Stellglied $R_2 = 1000 \Omega$ verwendet.

5.3.1 Bestimmung Mittels einer Induktivitätsmessbrücke

Die verwendeten Abgleichinduktivitäten L_2 , der am Potentiometer eingestellten Widerstand R_3 sowie die Quotienten aus diesen und den nach ?? berechneten Widerständen R_4 und die mit Hilfe von ?? und ?? berechneten unbekannten L_x und R_x sind in ?? zu finden.

Induktivität L_2 [mH]	Widerstand R_3 [Ω]	Quotient $\frac{R_3}{R_4}$	Induktivität L_x [mH] (II)	Widerstand R_x [Ω] (II)
$20,10 \pm 0,04$	305	$0,437 \pm 0,002$	$8,78 \pm 0,05$	437 ± 13
$27,50 \pm 0,06$	321	$0,471 \pm 0,002$	$12,94 \pm 0,07$	471 ± 14

Tabelle 4: Werte der Messung einer realen Induktivität mit einer Induktivitätsmessbrücke

Die aus diesen Werten bestimmten Mittelwerte der Unbekannten Größen, mit den Fehlern nach (I) sind:

$$\langle L_x \rangle = (10,86 \pm 0,04) \text{ mH} \quad \text{und} \quad \langle R_x \rangle = (454 \pm 10) \Omega \quad (4)$$

5.3.2 Bestimmung Mittels einer Maxwellbrücke

Bei der Bestimmung der Induktivität L_x und deren Wirkwiderstand R_x werden nur der am Potentiometer eingestellte Widerstand $R_3 = (210 \pm 6) \Omega$, der mit ?? daraus bestimmte Widerstand $R_4 = (793 \pm 30) \Omega$ und die verwendete Kapazität $C_4 = 994 \text{ nF}$ benötigt. Mit ?? und ?? sowie dem Stellglied R_2 erhält man:

$$L_x = (0,209 \pm 0,009) \text{ H} \quad \text{und} \quad R_x = (265 \pm 15) \Omega \quad (5)$$

Die Fehler dieser beiden Größen wurden dabei mit (III) beziehungsweise (IV) bestimmt.

5.4 Bestimmung der Frequenzabhängigkeit der Brückenspannung

Für die Durchführung dieses Versuches wurde eine Wien-Robinson-Brücke, mit folgenden Bauteilen verwendet:

$$R' = 500 \Omega$$

$$R = 332 \Omega$$

$$C = \langle C_x \rangle^{\text{①}} = (242 \pm 1) \text{ nF}$$

Die eingestellten Generatorfrequenzen ν sind zusammen mit den jeweils gemessenen, doppelten Amplituden der, Brückenspannungen U_{Br} in Tabelle 5 zu finden. Die doppelte Amplitude der Generatorspannung wurde zu $U_S = (4,250 \pm 0,001) \text{ V}$ gemessen.

Frequenz ν [Hz]	Brückenspannung U_{Br} [V]	Frequenz ν [Hz]	Brückenspannung U_{Br} [V]
20,3 \pm 0,1	1,438 \pm 0,001	6010,3 \pm 0,1	1,025 \pm 0,001
350,4 \pm 0,1	0,944 \pm 0,001	7000,3 \pm 0,1	1,050 \pm 0,001
670,3 \pm 0,1	0,469 \pm 0,001	8000,3 \pm 0,1	1,075 \pm 0,001
800,3 \pm 0,1	0,319 \pm 0,001	10 030,3 \pm 0,1	1,094 \pm 0,001
900,3 \pm 0,1	0,209 \pm 0,001	15 000,0 \pm 0,1	1,100 \pm 0,001
1000,3 \pm 0,1	0,119 \pm 0,001	20 030,3 \pm 0,1	1,075 \pm 0,001
1110,3 \pm 0,1	0,033 \pm 0,001	23 100,0 \pm 0,1	1,044 \pm 0,001
1400,3 \pm 0,1	0,178 \pm 0,001	25 000,0 \pm 0,1	1,038 \pm 0,001
2000,3 \pm 0,1	0,463 \pm 0,001	27 000,0 \pm 0,1	1,019 \pm 0,001
3200,3 \pm 0,1	0,772 \pm 0,001	28 000,0 \pm 0,1	1,013 \pm 0,001
4000,3 \pm 0,1	0,888 \pm 0,001	29 000,0 \pm 0,1	1,006 \pm 0,001
5000,3 \pm 0,1	0,975 \pm 0,001	30 100,0 \pm 0,1	0,994 \pm 0,001

Tabelle 5: Generatorfrequenzen und gemessene Brückenspannungen

Dabei sind die hervorgehobenen Werte die Frequenz $\nu_0 = (1110,3 \pm 0,1) \text{ Hz}$ bei der die minimale Spannung $U_0 = (0,033 \pm 0,001) \text{ V}$ gemessen wurde. Die durch Division von ?? durch 2π theoretisch bestimmte Frequenz, bei der die Brückenspannung verschwindet beziehungsweise minimal wird ist $\nu_{0,theo} = (1137 \pm 3) \text{ Hz}$ mit dem Fehler nach (V).

In Abbildung 1 ist der Quotient $\frac{U_{Br}}{U_S}$ gegen den Quotienten $\Omega = \frac{\nu}{\nu_0}$ halblogarithmisch aufgetragen, wobei die Zähler dieser Quotienten, jeweils die Werte aus Tabelle 5 darstellen. Des Weiteren ist noch die Theoriekurve dieses Verlaufes, bestimmt durch radizieren von ?? eingezeichnet.

5.4.1 Bestimmung des Klirrfaktors eines Frequenzgenerators

Den Klirrfaktor eines Frequenzgenetrators erhält, unter der Annahme $U_2^2 = \sum_{i=2}^n U_i^2$, nach ??, durch die Gleichung:

$$k = \frac{U_2}{U_1} \quad (6)$$

^① Aus Abschnitt 5.2.1

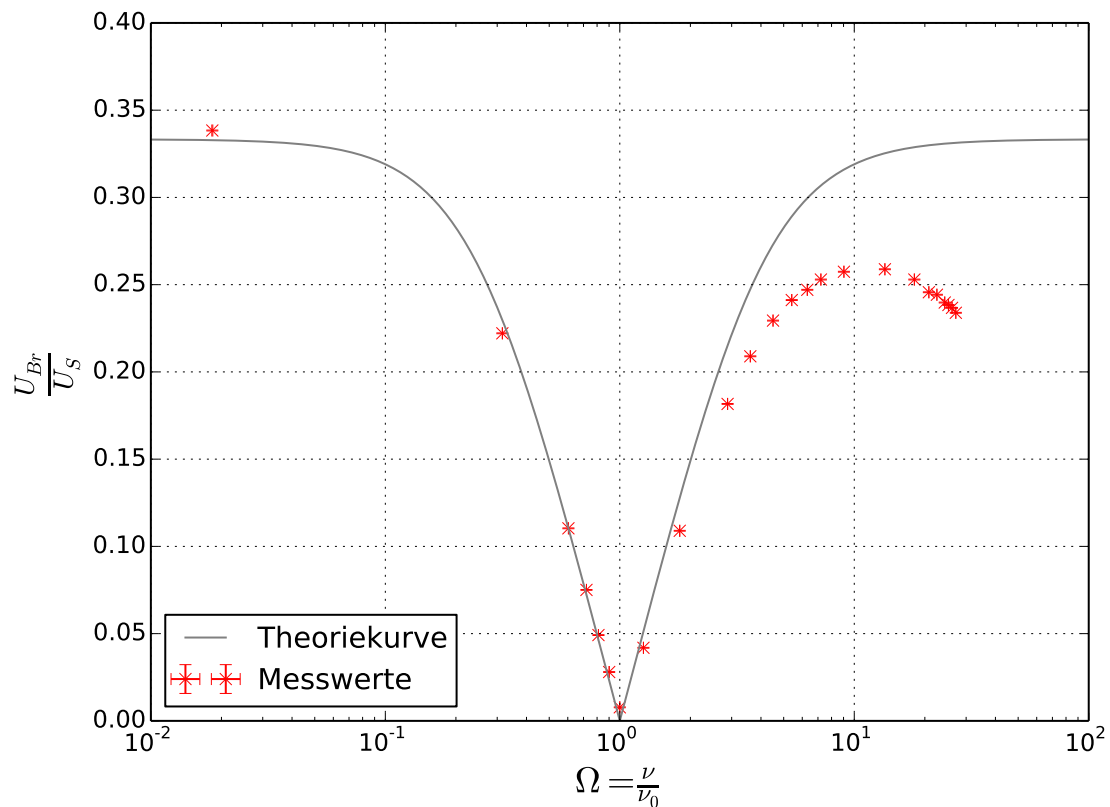


Abbildung 1: Messwerte und Theoriekurve der Spannungs- und Frequenzverhältnisse

Wobei sich die doppelte Amplitude der ersten Oberschwingung U_2 durch

$$U_2 = \frac{U_{Br}}{f(2)} \text{ } ^{\textcircled{2}} \quad (7)$$

ergibt. Damit ist die doppelte Amplitude der ersten Oberwelle $U_2 = (0,221 \pm 0,007) \text{ V}$ mit dem Fehler nach (VI), woraus sich der Klirrfaktor

$$k = 0,052 \pm 0,002 \quad (8)$$

ergibt, dessen Fehler unter Verwendung von (VII) berechnet wurde.

^②Wobei $f(\Omega)$ der radizierten Gleichung ?? entspricht

5.5 Fehlerrechnung

In diesem Abschnitt sind die, mit Hilfe der Gaußschen Fehlerfortpflanzung, bestimmten Gleichungen gelistet, mit denen die in der Auswertung angegebenen Fehler berechnet werden können.

Der allgemeine Fehler, des Mittelwerts $\mathbb{M}(x_i)$ mit $i \in \{1, \dots, n\}$ durch Gaußsche Fortpflanzung ergibt sich aus der Gleichung:

$$\sigma_{\mathbb{M}} = \frac{1}{n} \sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma_{x_i}^2} \quad (\text{I})$$

Den Fehler von Gleichungen der Form $f(X, r_X) = X r_X$ erhält man durch die Gleichung:

$$\sigma_f = \sqrt{X^2 \sigma_{r_X}^2 + \sigma_X^2 r_X^2} \quad (\text{II})$$

Der Fehler der, durch ??, errechneten Induktivität ist:

$$\sigma_{L_x} = \sqrt{C_4^2 R_2^2 \sigma_{R_3}^2 + C_4^2 R_3^2 \sigma_{R_2}^2 + R_2^2 R_3^2 \sigma_{C_4}^2} \quad (\text{III})$$

Der Fehler des entsprechenden Wirkwiderstandes aus ??, ergibt sich nach:

$$\sigma_{R_x} = \sqrt{\frac{R_2^2 R_3^2}{R_4^4} \sigma_{R_4}^2 + \frac{R_2^2 \sigma_{R_3}^2}{R_4^2} + \frac{R_3^2 \sigma_{R_2}^2}{R_4^2}} \quad (\text{IV})$$

Der Fehler der theoretische Frequenz $\nu_{0,theo}$ nach ?? berechnet sich durch:

$$\sigma_{\nu_{0,theo}} = \sqrt{\frac{\sigma_R^2}{C^2 R^4} + \frac{\sigma_C^2}{C^4 R^2}} \quad (\text{V})$$

Der Fehler der doppelten Amplitude der ersten Oberwelle (7) ergibt sich vereinfacht aus:

$$\sigma_{U_2} = \frac{\sigma_{U_{Br}}}{f(2)} \quad (\text{VI})$$

Und den Fehler des Klirrfaktors aus (6) erhält man mit:

$$\sigma_k = \sqrt{\frac{\sigma_{U_2}^2}{U_1^2} + \frac{U_2^2 \sigma_{U_1}^2}{U_1^4}} \quad (\text{VII})$$

6 Diskussion

In diesem Abschnitt werden die in Abschnitt 5 berechneten Größen abschließend diskutiert und auf deren Genauigkeit beziehungsweise Plausibilität hin untersucht, wobei auch auf die verwendeten Versuchsaufbauten Bezug genommen wird.

Die mit Hilfe der Messbrücken in Abschnitt 5.1 und Abschnitt 5.2 berechneten Größen des ohmschen Widerstandes, der ideale Kapazität und der Kapazität mit Wirkwiderstand, sind aufgrund der relativ geringen Abweichungen vom Mittelwert als plausible anzusehen. Die vorliegenden Abweichungen sind zum einen durch die Toleranzen der verwendeten Bauteile und zum anderen dadurch zu begründen, dass es aufgrund der in Abschnitt 5.4.1 untersuchten „Unreinheit“ der vom Generator erzeugten Frequenzen nicht möglich ist, die Brückenspannung exakt auf Null abzustimmen. Hier zeigt sich wiederum der Vorteil der Brückenschaltungen, da nur eine Spannung gemessen werden muss, während die Abweichung, die durch die Messinstrumente verursacht werden, gering und man erhält schon mit 3 Messungen ein Ergebnis mit hoher Genauigkeit.

Für die Messung der Induktivität mit Wirkwiderstand in Abschnitt 5.3.1 gelten die zu vor angesprochen Vorteile der Brückenschaltung im gleichen Maße, auch wenn die Abweichung bei dieser Messung größer ausfallen als bei den vorherigen Messungen. Ein Grund dafür ist die zwar nur um einen, dennoch geringer Anzahl an Messungen, da „Ausreißer“ in den Messwerten, bei weniger Messungen eine größere Gewichtung erhalten. Die Messung in Abschnitt 5.3.2 mit Hilfe der Maxwell-Brücke ist jedoch ein sehr ungenau und liefert ein unplausibles Ergebnis. Dieser Eindruck entsteht nicht durch die Abweichungen der erhaltenen Werte, denn auch diese sind eher gering, sondern durch einen Vergleich mit den in Abschnitt 5.3.1 erhaltenen Werten. So unterscheiden sich die berechneten Induktivitäten $\langle L_x \rangle$ in (4) und L_x in (5) um einen Faktor > 10 , was in Anbetracht der Tatsache, dass in beiden Fällen die selbe Spule vermessen wurde, ein sehr unrealistisches Ergebnis darstellt. Ein Grund für diese große Abweichung ist wiederum die einmalige Durchführung der Messung, da durch eine mehrmalige Messung neben der schon angesprochenen Genauigkeit, auch das Vermögen stiege eine Aussage über den Ursprung dieses Fehlers zu machen. Bei der einen vorliegenden großen Abweichung, ist es jedoch unmöglich zu bestimmen, ob es sich bei dem Grund für diese Abweichung um einen zufälligen, einen systematischen oder einen groben Fehler handelt.

Zu der Bestimmung der Frequenzabhängigkeit der Wien-Robinson-Brücke Abschnitt 5.4 ist zuzusagen, dass der gemessene Wert der Frequenz bei der die Brückenspannung minimal wird mit einer relativen Abweichung von $\frac{|\nu_{0,theo}-\nu_0|}{\nu_{0,theo}} = 2,3\%$ zur theoretisch bestimmten Frequenz ein genaues und plausibles Ergebnis darstellt. Diese Genauigkeit, spiegelt sich auch in der Abbildung 1 wider, so folgen die Messwerte dem theoretischen Verlauf mit großer Übereinstimmung für Frequenzverhältnisse $\frac{\nu}{\nu_0} < 2$. Der veränderte Verlauf der Messwerte für größere Frequenzen und vor allem das erneute Abfallen der Messwerte für die höchsten gemessenen Frequenzen, sind auf den im Versuchsaufbau verwendeten Tiefpass zurückzuführen, der vor den Eingang des Oszilloskops geschaltet wurde. Der berechnete Klirrfaktor des Frequenzgenerators (8) liegt mit ungefähr 5% in einem, für relative Werte dieser Art, erwartbaren Bereich und ist damit plausibel.

Abschließend lässt sich sagen, dass Brückenschaltungen, bis auf „Ausreißer“, eine sehr genaue und gute Methode darstellen, den Widerstand eines elektrischen Bauteils zu bestimmen.