

TECHNISCHE UNIVERSITÄT
DORTMUND

ANFÄNGERPRAKTIKUM PHYSIK
WINTERSEMESTER
13/14

V104
Der Doppler-Effekt

23. Januar 2014

Johannes Schlüter
Joshua Luckey

johannes.schlueter@udo.edu
joshua.luckey@udo.edu

1 Einleitung

2 Theorie

3 Durchführung

4 Auswertung

Im Folgenden sind die während des Versuchs aufgenommenen Messwerte sowie die aus diesen berechneten Messergebnisse tabellarisch aufgeführt. An entsprechender Stelle sind Anmerkungen und Erklärungen zu den Rechnungen gegeben. Die jeweils mit aufgeführten Fehler der Ergebnisse wurden mit den mit römischen Zahlen nummerierten Gleichungen in Abschnitt 4.7 berechnet, die jeweilige Gleichung ist dabei angegeben.

4.1 Direkte Bestimmung der Ruhewellenlänge

Die Messwerte zur Bestimmung der Ruhewellenlänge, des verwendeten Signals sind in Tabelle 1 zusammen mit den daraus bestimmten Werten für die Wellenlänge und deren Inverses eingetragen.

Strecke s [m]	Wellenlängenanzahl n	Ruhewellenlänge λ_0 [m]	inverse Ruhewellenlänge λ_0^{-1} [m ⁻¹]
$0,0462 \pm 0,0001$	3,0	$0,015\,40 \pm 0,000\,05$	$64,9 \pm 0,2$
$0,0465 \pm 0,0001$	2,5	$0,018\,60 \pm 0,000\,06$	$53,8 \pm 0,2$
$0,0479 \pm 0,0001$	2,5	$0,019\,16 \pm 0,000\,06$	$52,2 \pm 0,2$
$0,0493 \pm 0,0001$	2,5	$0,019\,72 \pm 0,000\,06$	$50,7 \pm 0,1$
$0,0441 \pm 0,0001$	2,5	$0,017\,64 \pm 0,000\,06$	$56,7 \pm 0,2$

Tabelle 1: Messdaten der Wellenlängenbestimmung und Wellenlänge sowie inverse Wellenlänge

Für die zu untersuchende inverse Wellenlänge erhält man daraus den Mittelwert

$$\langle \lambda_0^{-1} \rangle = (56 \pm 2) \text{ m}^{-1}. \quad (1)$$

Dabei ist der angegebene Fehler die Abweichung vom Mittelwert und nicht durch Fehlerfortpflanzung bestimmt, da diese Abweichungen wesentlich geringer ausfallen.

4.2 Bestimmung der Wagengeschwindigkeiten

Die zur Bestimmung der Wagengeschwindigkeiten in den verschiedenen Gängen aufgenommenen Fahrt dauern über die Messstrecke

$$\langle l \rangle = (0,458 \pm 0,001) \text{ m} \quad (2)$$

sind in Tabelle 2 angegeben.

Gang g	Zeit hin		Zeit zurück	
	t_{h1} [s]	t_{h2} [s]	t_{r1} [s]	t_{r2} [s]
6	$9,10 \pm 0,01$	$9,09 \pm 0,01$	$9,05 \pm 0,01$	$9,03 \pm 0,01$
12	$4,55 \pm 0,01$	$4,55 \pm 0,01$	$4,52 \pm 0,01$	$4,52 \pm 0,01$
18	$3,03 \pm 0,01$	$3,04 \pm 0,01$	$3,01 \pm 0,01$	$3,02 \pm 0,01$
24	$2,28 \pm 0,01$	$2,29 \pm 0,01$	$2,26 \pm 0,01$	$2,25 \pm 0,01$
30	$1,82 \pm 0,01$	$1,82 \pm 0,01$	$1,81 \pm 0,01$	$1,83 \pm 0,01$
36	$1,52 \pm 0,01$	$1,59 \pm 0,01$	$1,51 \pm 0,01$	$1,51 \pm 0,01$
42	$1,30 \pm 0,01$	$1,31 \pm 0,01$	$1,34 \pm 0,01$	$1,30 \pm 0,01$
48	$1,14 \pm 0,01$	$1,19 \pm 0,01$	$1,13 \pm 0,01$	$1,13 \pm 0,01$
54	$1,02 \pm 0,01$	$1,02 \pm 0,01$	$1,00 \pm 0,01$	$1,00 \pm 0,01$
60	$0,92 \pm 0,01$	$0,91 \pm 0,01$	$0,91 \pm 0,01$	$0,90 \pm 0,01$

Tabelle 2: Fahrt dauern des Wagens in den verschiedenen Gängen

Aus den hieraus, jeweils für Hin- und Rückfahrt, gemittelten Zeiten und der Messstrecke (2) lassen sich die Geschwindigkeiten des Wagens für die unterschiedlichen Gänge in Tabelle 3 berechnen.

Gang g	Geschwindigkeit hin	Geschwindigkeit zurück
	v_{h1} [m s ⁻¹]	v_{h2} [m s ⁻¹]
6	$0,0504 \pm 0,0001$	$0,0507 \pm 0,0001$
12	$0,1007 \pm 0,0002$	$0,1013 \pm 0,0002$
18	$0,1509 \pm 0,0004$	$0,1519 \pm 0,0004$
24	$0,2004 \pm 0,0007$	$0,2031 \pm 0,0007$
30	$0,252 \pm 0,001$	$0,252 \pm 0,001$
36	$0,295 \pm 0,001$	$0,303 \pm 0,001$
42	$0,351 \pm 0,002$	$0,347 \pm 0,002$
48	$0,393 \pm 0,002$	$0,405 \pm 0,003$
54	$0,449 \pm 0,003$	$0,458 \pm 0,003$
60	$0,501 \pm 0,004$	$0,506 \pm 0,004$

Tabelle 3: Geschwindigkeiten des Wagens in den verschiedenen Gängen

4.3 Bestimmung von Ruhfrequenz und Schallgeschwindigkeit

Zur direkten Bestimmung der Frequenzänderung muss zunächst die Ruhfrequenz des verwendeten Signals bestimmt werden, die dafür genommenen Messwerte sind in Tabelle 4

zu finden.

Ruhefrequenz ν_0 [Hz]	Ruhefrequenz ν_0 [Hz]
$20\,165 \pm 1$	$20\,166 \pm 1$
$20\,165 \pm 1$	$20\,166 \pm 1$
$20\,166 \pm 1$	$20\,166 \pm 1$
$20\,113 \pm 1$	$19\,915 \pm 1$
$19\,646 \pm 1$	$19\,773 \pm 1$

Tabelle 4: Gemessene Ruhfrequenzen

Für die Berechnung des Mittelwertes wurden die hervorgehobenen Werte nicht verwendet, da diese eine zu große Abweichung zu den übrigen Messwerten aufweisen. Es folgt der Mittelwert mit der Abweichung vom diesem

$$\langle \nu_0 \rangle = (20\,158 \pm 7) \text{ Hz.} \quad (3)$$

Aus dieser Ruhfrequenz $\langle \nu_0 \rangle$ und der zuvor bestimmten inversen Wellenlänge (1) kann nun die Schallgeschwindigkeit c zu

$$c = \langle \lambda_0 \rangle \cdot \langle \nu_0 \rangle = (362 \pm 15) \text{ m s}^{-1} \quad (4)$$

berechnet werde.

Mit der berechneten Schallgeschwindigkeit c , der Maximalgeschwindigkeit des Wagens v_{max} aus Tabelle 3 und der Ruhfrequenz ν_0 (3) lässt sich nun der Unterschied der beiden Gleichungen ?? und ?? berechnen, da aus der Taylorentwicklung der letzteren

$$\nu_Q = \nu_E + \nu_0 \cdot \mathcal{O} \left(\left(\frac{v}{c} \right)^2 \right) \quad (5)$$

gilt. Der größte Term der dieser Restglieder hat mit den bestimmten Größen den Wert

$$\nu_0 \cdot \left(\frac{v}{c} \right)^2 = (0,039 \pm 0,003) \text{ Hz} \quad (6)$$

und ist damit um zwei Größenordnungen kleiner als der angenommene Fehler bei den Frequenzmessungen. Daher ist bei dem verwendeten Versuchsaufbau keine Unterscheidung zwischen bewegtem Sender und Empfänger nötig beziehungsweise möglich.

4.4 Direkte Bestimmung der Frequenzänderung

Die für die verschiedenen Gänge gemessenen erhöhten beziehungsweise verringerten Frequenzen während der Bewegung des Wagens sind in Tabelle 5 eingetragen.

Gang g	Frequenzen hin		Frequenzen zurück	
	ν_{h1} [Hz]	ν_{h2} [Hz]	ν_{r1} [Hz]	ν_{r2} [Hz]
6	$20\,169 \pm 1$	$20\,168 \pm 1$	$20\,162 \pm 1$	$20\,163 \pm 1$
12	$20\,171 \pm 1$	$20\,172 \pm 1$	$20\,160 \pm 1$	$20\,160 \pm 1$
18	$20\,175 \pm 1$	$20\,175 \pm 1$	$20\,158 \pm 1$	$20\,157 \pm 1$
24	$20\,178 \pm 1$	$20\,177 \pm 1$	$20\,154 \pm 1$	$20\,155 \pm 1$
30	$20\,180 \pm 1$	$20\,180 \pm 1$	$20\,151 \pm 1$	$20\,151 \pm 1$
36	$20\,183 \pm 1$	$20\,183 \pm 1$	$20\,148 \pm 1$	$20\,148 \pm 1$
42	$20\,186 \pm 1$	$20\,186 \pm 1$	$20\,146 \pm 1$	$20\,145 \pm 1$
48	$20\,189 \pm 1$	$20\,189 \pm 1$	$20\,143 \pm 1$	$20\,143 \pm 1$
54	$20\,191 \pm 1$	$20\,192 \pm 1$	$20\,139 \pm 1$	$20\,139 \pm 1$
60	$20\,195 \pm 1$	$20\,195 \pm 1$	$20\,137 \pm 1$	$20\,136 \pm 1$

Tabelle 5: Direkt gemessene Frequenzen des Wagens in den verschiedenen Gängen

Aus den, aus diesen Messwerten, gemittelten Frequenzen für Hin- und Rückfahrt und der Ruhfrequenz (3) können nun die in Tabelle 6 gelisteten Frequenzdifferenzen für Hin- und Rückfahrt berechnet werden.

Gang g	Differenzfrequenz hin	Differenzfrequenz zurück
	$\Delta\nu_h$ [Hz]	$\Delta\nu_r$ [Hz]
6	10 ± 7	4 ± 7
12	13 ± 7	2 ± 7
18	17 ± 7	-1 ± 7
24	19 ± 7	-4 ± 7
30	22 ± 7	-7 ± 7
36	25 ± 7	-10 ± 7
42	28 ± 7	-13 ± 7
48	31 ± 7	-15 ± 7
54	33 ± 7	-19 ± 7
60	37 ± 7	-22 ± 7

Tabelle 6: Frequenzänderungen des Wagens nach der Direkten Methode in den verschiedenen Gängen

Diese Frequenzdifferenzen sind in Abschnitt 4.4 grafische in Abhängigkeit von den Geschwindigkeiten in Tabelle 3 dargestellt. Dabei sind die Geschwindigkeiten v_h auf das Mikrofon zu (hin) mit positivem Vorzeichen und die v_r von diesem weg (zurück) mit negativem Vorzeichen versehen.

Die ebenfalls in Abschnitt 4.4 aufgetragene Regressionsgerade wurde mit Hilfe der Python-Bibliothek *SciPy* [1] bestimmt. Hierfür wurde ein Funktion der Form

$$g(v) = A \cdot v + B \quad (7)$$

als Ansatz gewählt. Die für diesen bestimmten Regressionsparameter A und B ergeben

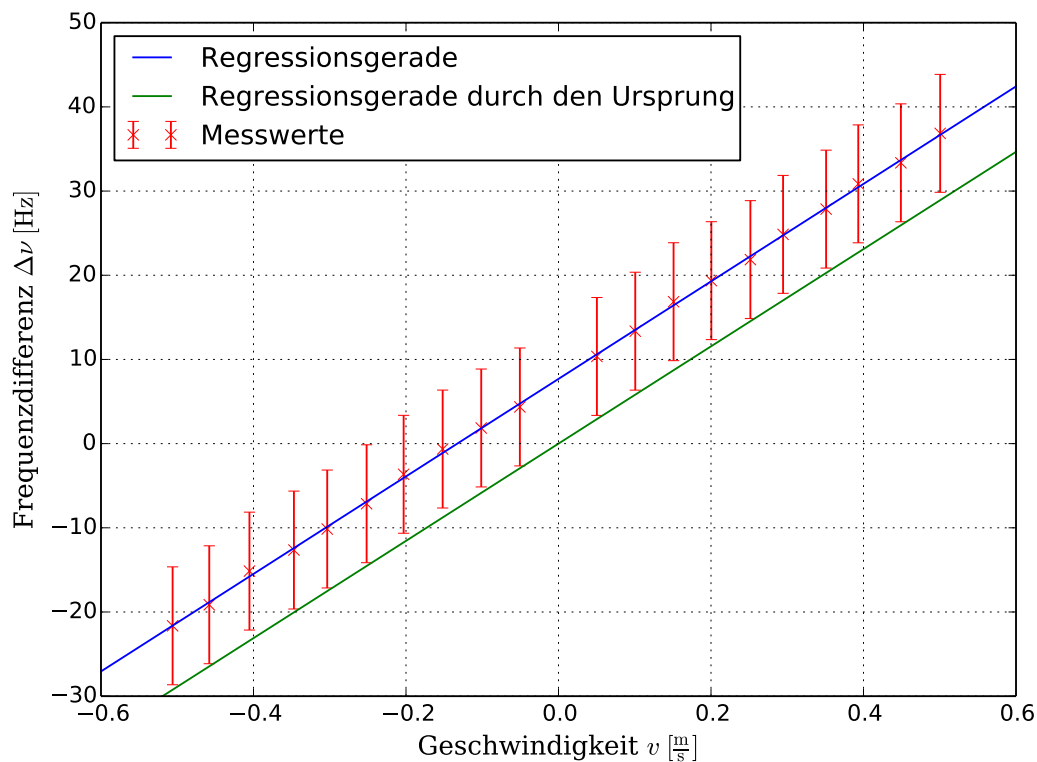


Abbildung 1: Direkt bestimmte Frequenzänderung in Abhängigkeit der Geschwindigkeit mit entsprechenden Regressionsgeraden

sich durch die Regression zu

$$A = (57,9 \pm 0,2) \text{ m}^{-1} \quad (7a)$$

$$B = (7,69 \pm 0,08) \text{ Hz} \quad (7b)$$

Nach ?? müsste die eingezeichnete Gerade jedoch durch den Ursprung gehen, mit dieser Prämisse erhält man die zweite ebenfalls in Abschnitt 4.4 eingezeichnete Gerade, deren Parameter

$$A' = (58 \pm 6) \text{ m}^{-1} \quad (7c)$$

$$B' = 0 \text{ Hz} \quad (7d)$$

Im Vergleich mit ?? ist nun offensichtlich, dass der Regressionsparameter A der inversen Ruhewellenlänge entspricht. Aufgrund der geringen Abweichung der Steigung A' von A , wird hier der Wert mit dem geringeren Fehler für den späteren Vergleich als inverse Wellenlänge

$$\lambda_{0,direkt} = A = (57,9 \pm 0,2) \text{ m}^{-1} \quad (8)$$

verwendet.

4.5 Bestimmung der Frequenzänderung mit der Schwebungsmethode

Die Messwerte, die für die Frequenzänderung mit Hilfe der Schwebungsmethode aufgenommen wurden befinden sich in Tabelle 7 in der auch die Mittelwerte dieser Messwerte angegeben sind.

Gang g	Frequenzdifferenz hin			Frequenzdifferenz zurück		
	$\Delta\nu_{h1}$ [Hz]	$\Delta\nu_{h2}$ [Hz]	$\langle\Delta\nu_h\rangle$ [Hz]	$\Delta\nu_{r1}$ [Hz]	$\Delta\nu_{r2}$ [Hz]	$\langle\Delta\nu_r\rangle$ [Hz]
6	-	-	-	-	-	-
12	4 ± 1	4 ± 1	$4,0 \pm 0,7$	-11 ± 1	-12 ± 1	$-11,5 \pm 0,7$
18	14 ± 1	14 ± 1	$14,0 \pm 0,7$	-18 ± 1	-18 ± 1	$-18,0 \pm 0,7$
24	17 ± 1	18 ± 1	$17,5 \pm 0,7$	-24 ± 1	-23 ± 1	$-23,5 \pm 0,7$
30	16 ± 1	14 ± 1	$15,0 \pm 0,7$	-28 ± 1	-29 ± 1	$-28,5 \pm 0,7$
36	20 ± 1	19 ± 1	$19,5 \pm 0,7$	-34 ± 1	-34 ± 1	$-34,0 \pm 0,7$
42	28 ± 1	24 ± 1	$26,0 \pm 0,7$	-34 ± 1	-35 ± 1	$-34,5 \pm 0,7$
48	33 ± 1	32 ± 1	$32,5 \pm 0,7$	-34 ± 1	-33 ± 1	$-33,5 \pm 0,7$
54	35 ± 1	36 ± 1	$35,5 \pm 0,7$	-30 ± 1	-28 ± 1	$-29,0 \pm 0,7$
60	39 ± 1	56 ± 1	$47,5 \pm 0,7$	-27 ± 1	-23 ± 1	$-25,0 \pm 0,7$

Tabelle 7: Direkt gemessene Frequenzen des Wagens in den verschiedenen Gängen

In ?? sind die Mittelwerte der Frequenzänderungen gegen die Geschwindigkeiten aus Tabelle 3 zusammen mit zwei Regressionsgeraden aufgetragen. Dabei sind diese analog zu der in Abschnitt 4.4 beschriebenen Weise mit Hilfe *SciPy* bestimmt worden und die entsprechenden Parameter des Ansatzes

$$g(v) = C \cdot v + D \quad (9)$$

sind

$$C = (80 \pm 5) \text{ m}^{-1} \quad (9a)$$

$$D = (-1 \pm 2) \text{ Hz} \quad (9b)$$

beziehungsweise

$$C' = (80 \pm 5) \text{ m}^{-1} \quad (9c)$$

$$D' = 0 \text{ Hz.} \quad (9d)$$

Da auch diese Regressionsgerade die Form von ?? besitzt zeigt sich, dass die Steigung der Geraden der inversen Ruhewellenlänge entspricht. Da die beiden Geraden keinen Unterschied in ihrer Steigung aufweisen ergibt sich aus der Schwebungsmethode die inverse Wellenlänge

$$\lambda_{0,\text{Schwebung}} = C = (80 \pm 5) \text{ m}^{-1}. \quad (10)$$

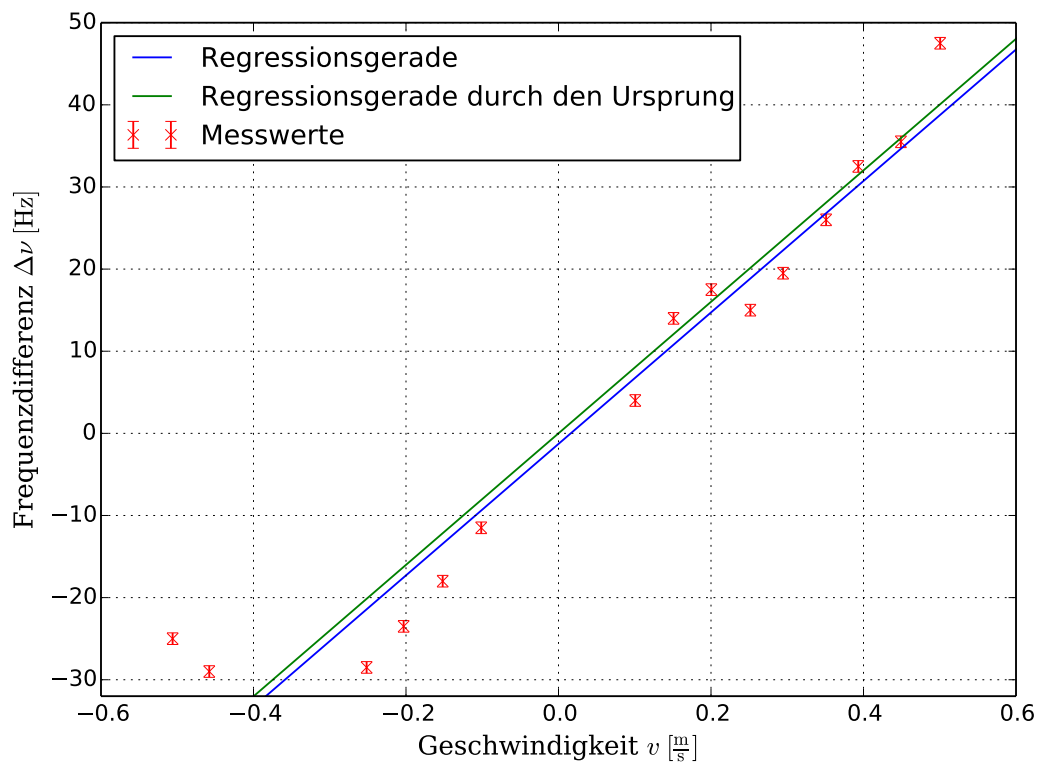


Abbildung 2: Mit der Schwebungsmethode bestimmte Frequenzänderung in Abhängigkeit der Geschwindigkeit mit entsprechenden Regressionsgeraden

4.6 Beurteilung der Messergebnisse durch einen t-Test

Zur Beurteilung, ob zwischen zwei Messreihen x_i und y_i vom Umfang n_x bzw. n_y der selben Messgröße ein systematischer Fehler besteht, kann der sogenannte studentsche t-Test verwendet werden. Für diesen benötigt man die Prüfgröße t mit der Definition

$$t = \frac{\langle x \rangle - \langle y \rangle}{\sigma_{\langle x \rangle - \langle y \rangle}}. \quad (11)$$

Die benötigten Größen sind dabei die Mittelwerte $\langle x \rangle$ und $\langle y \rangle$ der zwei zu vergleichenden Messreihen, sowie die Standardabweichung der Differenz dieser Mittelwerte $\sigma_{\langle x \rangle - \langle y \rangle}$, die wie folgt definiert ist.

$$s = \sqrt{\frac{(n_x - 1)\sigma_x^2 + (n_y - 1)\sigma_y^2}{(n_x - 1) + (n_y - 1)} \cdot \frac{n_x + n_y}{n_x n_y}} \quad (12)$$

4.7 Fehlerrechnung

5 Diskussion

Literatur

- [1] *SciPy*. URL: <http://docs.scipy.org/doc/> (besucht am 18.01.2014).