

TECHNISCHE UNIVERSITÄT
DORTMUND

ANFÄNGERPRAKTIKUM PHYSIK
SOMMERSEMESTER
2014

V408
Geometrische Optik

29.04.2014

2. ABGABE: 20.05.2014

Johannes Schlüter
Joshua Luckey

johannes.schlueter@udo.edu
joshua.luckey@udo.edu

1 Einleitung

Im Versuch “Geometrische Optik” V408 werden verschiedene Linsen(-systeme) auf ihr optisches Verhalten geometrisch untersucht, um zum einen geltende Abbildungsgesetze und -gleichungen zu verifizieren und zum anderen weitere Methoden zur Untersuchung von Linsen anzuwenden.

Dabei sind die Größen Brenn-, Bild-, und Gegenstandsweite von Interesse, aber auch der Abbildungsmaßstab, sowie die Brechkraft werden bestimmt bzw. gemessen.

2 Theorie

Die geometrische Optik untersucht die Ausbreitung von Lichtstrahlen. Diese breiten sich geradlinig aus und werden an Übergängen zwischen zwei Medien gebrochen.

In diesem Versuch wird für so einen Übergang zwischen zwei Medien eine Linse eingesetzt. Ein Lichtstrahl, der eine Linse passiert, wird zweimal gebrochen. Das erste Mal beim Eintritt in die Linse und das zweite Mal beim Austritt. Es gibt verschiedene Linsentypen: Die Sammellinse (konvex) bündelt parallele Strahlen im Brennpunkt der Linse. Ein weiterer Linsentyp ist die Zerstreuungslinse (konkav). Parallele Lichtstrahlen werden hier von der optischen Achse weggebrochen, daher der Name.

Die Sammellinse bildet einen Gegenstand hinter der Linse auf ein reelles Bild ab, das mit einem Schirm sichtbar gemacht werden kann. Die Entfernung des reellen Bildes von der Linse, wird für die konvexe Linse durch eine positive Zahl angegeben.

Bei einer Zerstreuungslinse entsteht weder vor der Linse, noch dahinter ein Bild, das von einem Schirm aufgefangen werden kann. Blickt man allerdings durch die Linse scheint es, als ob der Gegenstand vor der Linse stünde. Es entsteht ein virtuelles Bild, daher wird die Brenn- und Bildweite negativ gemessen.

Bei der Konstruktion des Abbildungsverhaltens geht man hier von einer Vereinfachung in Form einer Brechung an der Mittelebene der Linse aus.

Bei dicken Linsen hingegen werden zwei sogenannte Hauptebenen eingeführt, an denen der Lichtstrahl gebrochen wird.

Zur eigentlichen Konstruktion werden drei verschiedene Strahlentypen verwendet. Der Mittelpunktstrahl geht durch die Mitte der Linse und wird nicht gebrochen, ein Parallelstrahl verläuft vor seine Brechung parallel zur optischen Achse und wird an der Mittelebene so gebrochen, dass er durch den Brennpunkt der Linse verläuft. Hierbei muss beachtet werden, ob die Linse eine Sammel- oder Zerstreuungslinse ist, bzw. ob die Brennweite f positiv oder negativ ist.

Ein Strahl, der durch den Brennpunkt der Linse verläuft, wird so an der Mittelebene

gebrochen, dass sein Strahl danach parallel zur optischen Achse verläuft.

Aus der Konstruktion folgt mit den Strahlensätzen der folgende Zusammenhang für den Abbildungsmaßstab V :

$$V = \frac{B}{G} = \frac{b}{g}, \quad (1)$$

mit B und G Bild- bzw. Gegenstandsgröße und b und g Bild- bzw. Gegenstandsweite.

Für dünne Linsen ergibt sich noch die sogenannte Linsengleichung:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{g}. \quad (2)$$

Zur Beschreibung des Brechverhaltens von Linsen wird eine neue Größe, die sogenannte Brechkraft eingeführt:

$$D = \frac{1}{f} \quad (3)$$

Diese hat die Einheit Dioptrie ($\frac{1}{m}$). Wird ein System aus mehreren dünnen Linsen zusammengebaut, so addieren sich die Brechkräfte.

3 Durchführung

Der Versuchsaufbau besteht aus einer Lichtquelle (davor das Perl-L), einer Schiene, auf der der abzubildende Gegenstand und die verschiedenen Linsen gesetzt und verschoben werden können und einem Schirm, auf dem das Bild sichtbar gemacht wird. Es werden die Abstände zwischen den beteiligten Komponenten gemessen.

Als erstes wird die Linsengleichung an einer Sammellinse verifiziert, danach die Brennweite einer unbekannten Sammellinse, als drittes die Brennweite für rotes, blaues und weißes Licht nach der Methode von Bessel und schließlich wird die Brennweite eines Linsensystems nach der Methode von Abbe bestimmt.

3.1 Verifikation der Linsengleichung

Zur Verifikation der Linsengleichung wird eine Sammellinse mit bekannter Brennweite auf die Schiene zwischen Perl-L und Schirm gestellt. Jetzt wird eine Gegenstandsweite g eingestellt, indem die Linse verschoben wird, und dazu der Schirm so angepasst, dass das Bild scharf ist und damit die Bildweite b bestimmt. Es werden dabei zehn Messungen durchgeführt.

3.2 Bestimmung der Brennweite einer unbekannten Linse

Um die Brennweite einer unbekannten Sammellinse zu bestimmen, wird so vorgegangen wie im Falle der Verifikation der Linsengleichung. Es wird eine Sammellinse, deren Brennweite nicht bekannt ist (hier: ist dies durch eine Kunststoff-Linse gegeben, die mit Wasser gefüllt ist und deren Wölbung sich durch die Menge an Wasser innerhalb variieren lässt), auf die Schiene gestellt und für verschiedene Gegenstands- und Bildweiten bestimmt.

3.3 Bestimmung der Brennweite nach Bessel

Bei der Methode nach Bessel wird der Abstand zwischen Gegenstand und Schirm konstant gehalten und durch Verschieben der Linse zwei Positionen gesucht, so dass das Bild scharf auf dem Schirm abgebildet ist. Es ergibt sich dadurch eine symmetrische Linsenstellung, bei der Gegenstands- und Bildweite jeweils vertauschen. Wenn die Bildweite b größer als die Gegenstandsweite g ist, wird das Bild vergrößert. (Umgekehrt verkleinert)

Aus dem Abstand von Schirm und Gegenstand e

$$e = g + b \quad (4)$$

und dem Abstand der beiden Linsenpositionen, an denen der Gegenstand scharf auf den Schirm abgebildet wird d

$$d = |g - b| \quad (5)$$

ergibt sich aus der Linsengleichung die Formel:

$$f = \frac{e^2 - d^2}{4e} \quad (6)$$

für die Brennweite der Linse.

Insgesamt werden für zehn verschiedene Abstände e jeweils die Gegenstands- und Bildweiten für die symmetrischen Linsenpositionen bestimmt. Das Gleiche wird mit einem roten bzw. blauen Lichtfilter vor dem Perl-L wiederholt.

3.4 Bestimmung der Brennweite nach Abbe

Die Methode von Abbe erlaubt es, die Brennweite und die Lage der Hauptebenen eines Linsensystems durch das Setzen eines beliebigen Referenzpunktes A (hier: Kante des Linsensystems bei der konkaven Linse), können die Gegenstands- und Bildweite g' bzw. b' bestimmt werden.

Es wird in diesem Versuchsteil ein System aus Sammel- und Zerstreuungslinse aufgebaut, welche möglichst nahe hintereinander stehen, da die Gegenstands- und Bildweite bezüg-

lich der Hauptebenen gemessen wird, deren Lage aber nicht bekannt ist, deshalb wird der Abstand des Gegenstands g' bzw. Bildes b' gegen einen festen Referenzpunkt gemessen. Die Abstände der Hauptebenen von diesem Referenzpunkt werden mit h und h' bezeichnet.

Mit den folgenden Formeln werden die Beziehung zwischen Brennweite und Abbildungsmaßstab und den gemessenen Längen hergestellt:

$$g' = g + h = f \left(1 + \frac{1}{V} \right) + h \quad (7)$$

$$b' = b + h' = f(1 + V) + h' \quad (8)$$

Schirm und Linsensystem werden nun so verschoben, dass das Bild scharf auf dem Schirm erscheint, wobei jedes Mal die Abstände g', b' zum gewählten Punkt A gemessen werden.

4 Auswertung

Im folgenden Abschnitt sind die während des Versuchs aufgenommenen und die daraus berechneten Daten tabellarisch und grafisch dargestellt. An entsprechender Stelle sind Erklärungen zu den vorgenommenen Berechnungen und Ergebnissen gegeben. Die für die Fehlerrechnung verwendeten Gleichungen befinden sich in Abschnitt 4.5 und werden mit römischen Ziffern referenziert.

4.1 Überprüfung der bekannten Brennweite einer Linse

Die Messwerte, die für die Berechnung und Überprüfung der Brennweite $f = 10$ cm aufgenommen wurden befinden sich in Tabelle 1. Aus diesen wurden die Bildweiten nach $b = |x_B - x_L|$ und die Gegenstandsweiten nach $g = |x_G - x_L|$ berechnet. Für die Position des Gegenstands wurde dazu $x_G = (129,0 \pm 0,1)$ cm gemessen.

In Abbildung 1 sind die Geraden durch den Wert von b auf der y-Achse und den Wert von g auf der x-Achse eingezeichnet. Der Schnittpunkt dieser Geraden liegt im Punkt $(f|f)$, wobei f die Brennweite der Linse ist.

Der Schnittpunkt, tatsächlich schneiden sich die Geraden nicht in einem Punkt, der Wert des eingezeichneten Schnittpunktes ist der Mittelwert der Brennweiten, die mit der Linsengleichung (2) berechnet wurden, der Geraden liegt bei $(9.82|9.82)$ erhält man für die Brennweite der Linse

$$\langle f \rangle = (9,81 \pm 0,02) \text{ cm}. \quad (9)$$

Der Fehler der Brennweite wurde dabei durch Gaußsche Fehlerfortpflanzung bestimmt, da dieser Fehler größer als die Abweichung vom Mittelwert ist.

Pos. Bild x_B [cm]	Pos. Linse x_L [cm]	Gegenstandsweite g [cm]	Bildweite b [cm]
$89,6 \pm 0,1$	$109,0 \pm 0,1$	$20,0 \pm 0,1$	$19,4 \pm 0,1$
$87,8 \pm 0,1$	$104,0 \pm 0,1$	$25,0 \pm 0,1$	$16,2 \pm 0,1$
$84,4 \pm 0,1$	$99,0 \pm 0,1$	$30,0 \pm 0,1$	$14,6 \pm 0,1$
$80,4 \pm 0,1$	$94,0 \pm 0,1$	$35,0 \pm 0,1$	$13,6 \pm 0,1$
$76,0 \pm 0,1$	$89,0 \pm 0,1$	$40,0 \pm 0,1$	$13,0 \pm 0,1$
$71,5 \pm 0,1$	$84,0 \pm 0,1$	$45,0 \pm 0,1$	$12,5 \pm 0,1$
$66,9 \pm 0,1$	$79,0 \pm 0,1$	$50,0 \pm 0,1$	$12,1 \pm 0,1$
$62,1 \pm 0,1$	$74,0 \pm 0,1$	$55,0 \pm 0,1$	$11,9 \pm 0,1$
$57,2 \pm 0,1$	$69,0 \pm 0,1$	$60,0 \pm 0,1$	$11,8 \pm 0,1$
$52,4 \pm 0,1$	$64,0 \pm 0,1$	$65,0 \pm 0,1$	$11,6 \pm 0,1$

Tabelle 1: Gemessene Positionen des Bildes und der Linse und die daraus bestimmten Bild- und Gegenstandsweiten für die Messreihe mit der bekannten Linse. Als Fehler wurde die kleinste Skaleneinteilung des verwendeten Millimetermaßes angenommen.

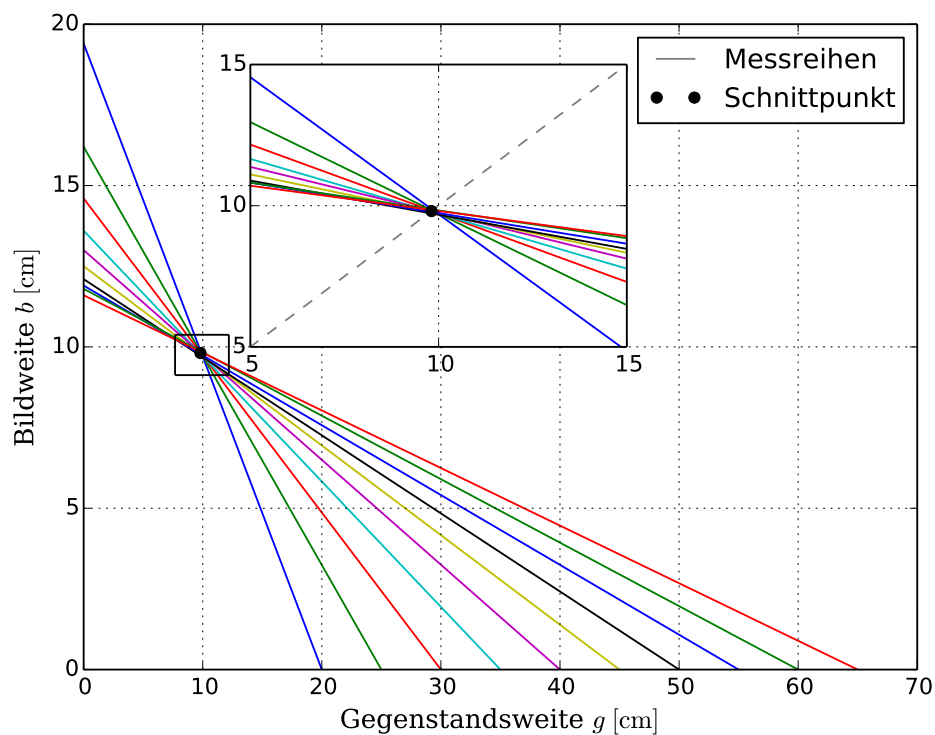


Abbildung 1: Graphische Auswertung der Messwerte der Messreihe mit bekannter Linse

Zur Überprüfung der Abbildungsgesetzes (1) wurden in Messung 2 mit $g_2 = (25,0 \pm 0,1)$ cm und $b_2 = (16,2 \pm 0,1)$ cm sowie bei Messung 5 mit $g_5 = (40,0 \pm 0,1)$ cm und $b_5 = (13,0 \pm 0,1)$ cm die Bildgröße $B_2 = (2,0 \pm 0,1)$ cm bzw. $B_5 = (1,0 \pm 0,1)$ cm und die Gegenstandsgröße $G = (3,0 \pm 0,1)$ cm gemessen. Die beiden Seiten des Abbildungsgesetz

ergeben damit jeweils:

$$\begin{aligned} \frac{g_2}{b_2} &= (1,54 \pm 0,02) \text{ cm} & \frac{g_5}{b_5} &= (3,08 \pm 0,04) \text{ cm} \\ \frac{G}{B_2} &= (1,50 \pm 0,09) \text{ cm} & \frac{G}{B_5} &= (3,0 \pm 0,3) \text{ cm} \end{aligned}$$

4.2 Bestimmung der unbekannten Brennweite einer Linse

Die zur Bestimmung der Brennweite der unbekannten Linse aufgenommenen Daten sind in Tabelle 2 zu finden.

Pos. Bild x_B [cm]	Pos. Linse x_L [cm]	Gegenstandsweite g [cm]	Bildweite b [cm]
$96,7 \pm 0,1$	$109,0 \pm 0,1$	$20,0 \pm 0,1$	$12,3 \pm 0,1$
$93,5 \pm 0,1$	$104,0 \pm 0,1$	$25,0 \pm 0,1$	$10,5 \pm 0,1$
$89,0 \pm 0,1$	$99,0 \pm 0,1$	$30,0 \pm 0,1$	$10,0 \pm 0,1$
$84,5 \pm 0,1$	$94,0 \pm 0,1$	$35,0 \pm 0,1$	$9,5 \pm 0,1$
$79,6 \pm 0,1$	$89,0 \pm 0,1$	$40,0 \pm 0,1$	$9,4 \pm 0,1$
$75,1 \pm 0,1$	$84,0 \pm 0,1$	$45,0 \pm 0,1$	$8,9 \pm 0,1$
$70,0 \pm 0,1$	$79,0 \pm 0,1$	$50,0 \pm 0,1$	$9,0 \pm 0,1$
$65,3 \pm 0,1$	$74,0 \pm 0,1$	$55,0 \pm 0,1$	$8,7 \pm 0,1$
$60,5 \pm 0,1$	$69,0 \pm 0,1$	$60,0 \pm 0,1$	$8,5 \pm 0,1$
$55,4 \pm 0,1$	$64,0 \pm 0,1$	$65,0 \pm 0,1$	$8,6 \pm 0,1$

Tabelle 2: Gemessene Positionen des Bildes und der Linse und die daraus bestimmten Bild- und Gegenstandsweiten für die Messreihe mit der unbekannten Linse. Als Fehler wurde die kleinste Skaleneinteilung des verwendeten Millimetermaßes angenommen.

In Abbildung 2 sind die Werte aus Tabelle 2 und der gemittelte Schnittpunkt (7.52|7.52) aufgetragen.

Daraus erhält man die unbekannte Brennweite der Linse mit

$$\langle f \rangle = (7,52 \pm 0,03) \text{ cm.} \quad (10)$$

Auch der hier bestimmte Fehler der Brennweite wurde mit Hilfe der gaußschen Fehlerfortpflanzung bestimmt, da dieser die Abweichung vom Mittelwert übersteigt.

4.3 Überprüfung der bekannten Brennweite einer Linse nach Bessel

4.3.1 Unter Verwendung von weißem Licht

Die während des Versuchs gemessenen Position des Bildschirms x_B und die beiden Positionen der Linse $x_{L,1}$ und $x_{L,2}$ in Tabelle 3 eingetragen. Aus diesen wurden, mit der festen Position des Gegenstands $x_G = (129,0 \pm 0,1) \text{ cm}$, Linsenabstand $d = |x_{L,1} - x_{L,2}|$

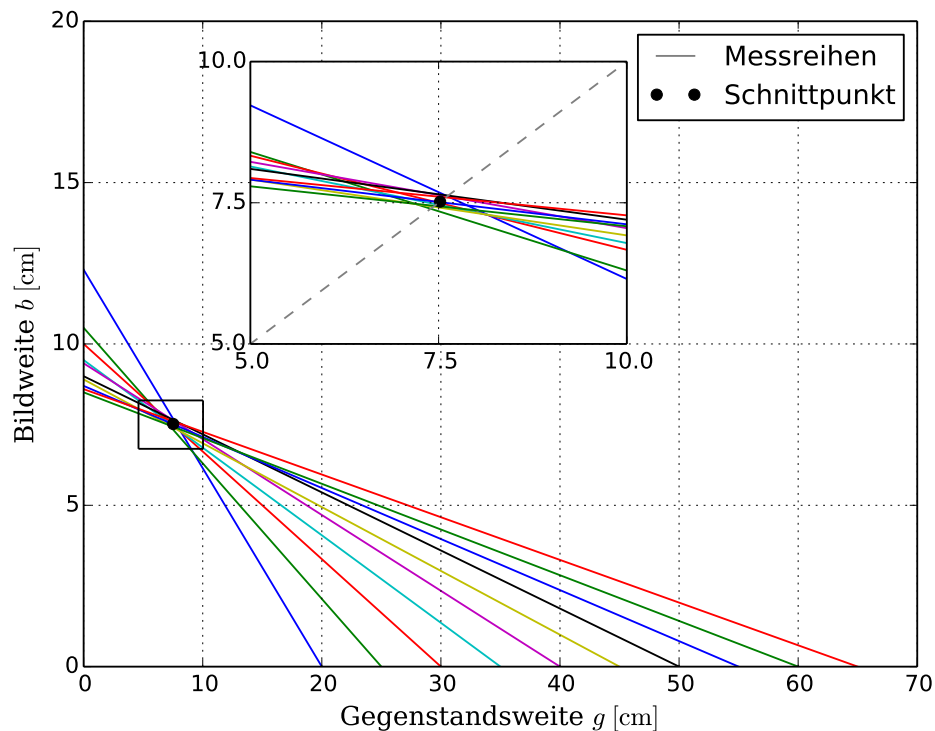


Abbildung 2: Graphische Auswertung der Messwerte der Messreihe mit unbekannter Linse

und Gesamtabstand $e = |x_G - x_B|$ berechnet. Mit (6) lässt sich aus diesen die Brennweite f der Linse bestimmen.

Pos. Bild x_B [cm]	Pos. Linse 1 $x_{L,1}$ [cm]	Pos. Linse 2 $x_{L,2}$ [cm]	Linsenabstand d [cm]	Gesamtabstand e [cm]	Brennweite f_{weiss} [cm]
$88,2 \pm 0,1$	$104,8 \pm 0,1$	$112,0 \pm 0,1$	$7,2 \pm 0,1$	$40,8 \pm 0,1$	$9,88 \pm 0,04$
$85,0 \pm 0,1$	$99,8 \pm 0,1$	$113,8 \pm 0,1$	$14,0 \pm 0,1$	$44,0 \pm 0,1$	$9,89 \pm 0,04$
$80,0 \pm 0,1$	$93,5 \pm 0,1$	$115,1 \pm 0,1$	$21,6 \pm 0,1$	$49,0 \pm 0,1$	$9,87 \pm 0,05$
$75,0 \pm 0,1$	$87,8 \pm 0,1$	$115,6 \pm 0,1$	$27,8 \pm 0,1$	$54,0 \pm 0,1$	$9,92 \pm 0,06$
$70,0 \pm 0,1$	$82,4 \pm 0,1$	$116,0 \pm 0,1$	$33,6 \pm 0,1$	$59,0 \pm 0,1$	$9,97 \pm 0,06$
$65,0 \pm 0,1$	$77,1 \pm 0,1$	$116,5 \pm 0,1$	$39,4 \pm 0,1$	$64,0 \pm 0,1$	$9,94 \pm 0,07$
$60,0 \pm 0,1$	$71,8 \pm 0,1$	$116,8 \pm 0,1$	$45,0 \pm 0,1$	$69,0 \pm 0,1$	$9,91 \pm 0,07$
$55,0 \pm 0,1$	$66,6 \pm 0,1$	$116,9 \pm 0,1$	$50,3 \pm 0,1$	$74,0 \pm 0,1$	$9,95 \pm 0,07$
$50,0 \pm 0,1$	$61,5 \pm 0,1$	$117,0 \pm 0,1$	$55,5 \pm 0,1$	$79,0 \pm 0,1$	$10,00 \pm 0,07$
$45,0 \pm 0,1$	$56,5 \pm 0,1$	$117,3 \pm 0,1$	$60,8 \pm 0,1$	$84,0 \pm 0,1$	$10,00 \pm 0,07$

Tabelle 3: Messwerte der Position des Bildes und der beiden Linsen Positionen und zur Berechnung der Brennweite nach Bessel bestimmte Abstände, für die Durchführung mit weißem Licht.

Daraus ergibt sich der Mittelwert für die Brennweite der Linse, mit dem durch gaußschen Fortpflanzung bestimmten Fehler, zu

$$\langle f_{weiss} \rangle = (9,93 \pm 0,04) \text{ cm.} \quad (11)$$

4.3.2 Unter Verwendung von rotem Licht

In Tabelle 4 sind die Messwerte der mit rotem Licht durchgeführten Methode von Bessel sowie die aus diesen berechneten Größen zu finden.

Pos. Bild x_B [cm]	Pos. Linse 1 $x_{L,1}$ [cm]	Pos. Linse 2 $x_{L,2}$ [cm]	Linsenabstand d [cm]	Gesamtabstand e [cm]	Brennweite f_{rot} [cm]
$88,2 \pm 0,1$	$105,2 \pm 0,1$	$111,4 \pm 0,1$	$6,2 \pm 0,1$	$40,8 \pm 0,1$	$9,96 \pm 0,04$
$85,0 \pm 0,1$	$100,0 \pm 0,1$	$113,5 \pm 0,1$	$13,5 \pm 0,1$	$44,0 \pm 0,1$	$9,96 \pm 0,04$
$80,0 \pm 0,1$	$93,7 \pm 0,1$	$114,7 \pm 0,1$	$21,0 \pm 0,1$	$49,0 \pm 0,1$	$10,00 \pm 0,05$
$75,0 \pm 0,1$	$88,0 \pm 0,1$	$115,5 \pm 0,1$	$27,5 \pm 0,1$	$54,0 \pm 0,1$	$10,00 \pm 0,06$
$70,0 \pm 0,1$	$82,5 \pm 0,1$	$115,9 \pm 0,1$	$33,4 \pm 0,1$	$59,0 \pm 0,1$	$10,02 \pm 0,06$

Tabelle 4: Messwerte der Position des Bildes und der beiden Linsen Positionen und zur Berechnung der Brennweite nach Bessel bestimmte Abstände, für die Durchführung mit rotem Licht.

Der Mittelwert der Brennweite von rotem Licht ergibt sich aus diesen Daten zu

$$\langle f_{rot} \rangle = (9,99 \pm 0,04) \text{ cm.} \quad (12)$$

4.3.3 Unter Verwendung von blauem Licht

Die Messung nach der Methode von Bessel mit blauem Licht ergab die in Tabelle 5 dargestellten Messwerte und Ergebnisse.

Pos. Bild x_B [cm]	Pos. Linse 1 $x_{L,1}$ [cm]	Pos. Linse 2 $x_{L,2}$ [cm]	Linsenabstand d [cm]	Gesamtabstand e [cm]	Brennweite f_{blau} [cm]
$88,2 \pm 0,1$	$103,8 \pm 0,1$	$112,5 \pm 0,1$	$8,7 \pm 0,1$	$40,8 \pm 0,1$	$9,74 \pm 0,04$
$85,0 \pm 0,1$	$99,5 \pm 0,1$	$113,9 \pm 0,1$	$14,4 \pm 0,1$	$44,0 \pm 0,1$	$9,82 \pm 0,05$
$80,0 \pm 0,1$	$93,7 \pm 0,1$	$115,0 \pm 0,1$	$21,3 \pm 0,1$	$49,0 \pm 0,1$	$9,94 \pm 0,05$
$75,0 \pm 0,1$	$88,0 \pm 0,1$	$115,7 \pm 0,1$	$27,7 \pm 0,1$	$54,0 \pm 0,1$	$9,95 \pm 0,06$
$70,0 \pm 0,1$	$82,5 \pm 0,1$	$116,0 \pm 0,1$	$33,5 \pm 0,1$	$59,0 \pm 0,1$	$9,99 \pm 0,06$

Tabelle 5: Messwerte der Position des Bildes und der beiden Linsen Positionen und zur Berechnung der Brennweite nach Bessel bestimmte Abstände, für die Durchführung mit blauem Licht.

Für blaues Licht ergibt sich der Mittelwert der Brennweite zu

$$\langle f_{blau} \rangle = (9,89 \pm 0,04) \text{ cm.} \quad (13)$$

4.4 Bestimmung der unbekannten Brennweite eines Linsensystems nach Abbe

Die für die Bestimmung der Brennweite des Linsensystems aus konkaver und konvexer Linse aufgenommenen Messwerte für Bild- und Referenzpunktposition x_B und x_A sowie

der Bildgröße B sind in Tabelle 6 zu finden. Für die Berechnung der nötigen Werte wurden noch die Gegenstandsgröße $G = (3,0 \pm 0,1) \text{ cm}$ und -position $x_G = (129,0 \pm 0,1) \text{ cm}$ verwandt.

Pos. Bild x_B [cm]	Pos. Referenzpunkt x_A [cm]	Bildgröße B [cm]	Gegenstandsweite g' [cm]	Bildweite b' [cm]	Abbildungsmaßstab V
$4,0 \pm 0,1$	$105,7 \pm 0,1$	$7,4 \pm 0,1$	$23,3 \pm 0,1$	$101,7 \pm 0,1$	$2,47 \pm 0,09$
$10,0 \pm 0,1$	$104,1 \pm 0,1$	$6,7 \pm 0,1$	$24,9 \pm 0,1$	$94,1 \pm 0,1$	$2,23 \pm 0,08$
$12,0 \pm 0,1$	$103,3 \pm 0,1$	$6,3 \pm 0,1$	$25,7 \pm 0,1$	$91,3 \pm 0,1$	$2,10 \pm 0,08$
$15,0 \pm 0,1$	$102,4 \pm 0,1$	$5,7 \pm 0,1$	$26,6 \pm 0,1$	$87,4 \pm 0,1$	$1,90 \pm 0,07$
$17,0 \pm 0,1$	$98,5 \pm 0,1$	$4,8 \pm 0,1$	$30,5 \pm 0,1$	$81,5 \pm 0,1$	$1,60 \pm 0,06$
$20,0 \pm 0,1$	$98,2 \pm 0,1$	$4,7 \pm 0,1$	$30,8 \pm 0,1$	$78,2 \pm 0,1$	$1,57 \pm 0,06$
$22,0 \pm 0,1$	$97,2 \pm 0,1$	$4,2 \pm 0,1$	$31,8 \pm 0,1$	$75,2 \pm 0,1$	$1,40 \pm 0,06$
$25,0 \pm 0,1$	$96,1 \pm 0,1$	$3,7 \pm 0,1$	$32,9 \pm 0,1$	$71,1 \pm 0,1$	$1,23 \pm 0,05$
$27,0 \pm 0,1$	$94,2 \pm 0,1$	$3,5 \pm 0,1$	$34,8 \pm 0,1$	$67,2 \pm 0,1$	$1,17 \pm 0,05$
$30,0 \pm 0,1$	$93,2 \pm 0,1$	$3,4 \pm 0,1$	$35,8 \pm 0,1$	$63,2 \pm 0,1$	$1,13 \pm 0,05$

Tabelle 6: Messwerte und Ergebnisse nach der Methode von Abbe

Die Werte für g' bzw. b' aus Tabelle 6 sind in Abbildung 3 bzw. Abbildung 4 gegen $(1+V^{-1})$ bzw. $(1+V)$ aufgetragen. Durch lineare Regression, mittels der Pythonbibliothek *SciPy* [1], beider Messwertepaare mit dem Ansatz

$$m(x) = f \cdot x + b \quad (14)$$

erhält man die Geradenparameter für g' (7)

$$f_g = (25 \pm 1) \text{ cm} \quad (15a)$$

$$b = h = (-11 \pm 2) \text{ cm} \quad (15b)$$

und für b' (8)

$$f_b = (26 \pm 1) \text{ cm} \quad (16a)$$

$$b = h' = (11 \pm 4) \text{ cm}. \quad (16b)$$

Da die Steigungen dieser Geraden jeweils die Brennweite des Linsensystems darstellt ergibt sich diese im Mittel zu

$$\langle f \rangle = (25,5 \pm 0,7) \text{ cm}. \quad (17)$$

Die eine der beiden Hauptebenen des Systems liegt ca. 11 cm vor, und die zweite Hauptebene ca. $(11 \pm 2) \text{ cm}$ hinter dem gewählten Referenzpunkt (der Position der konkaven Linse).

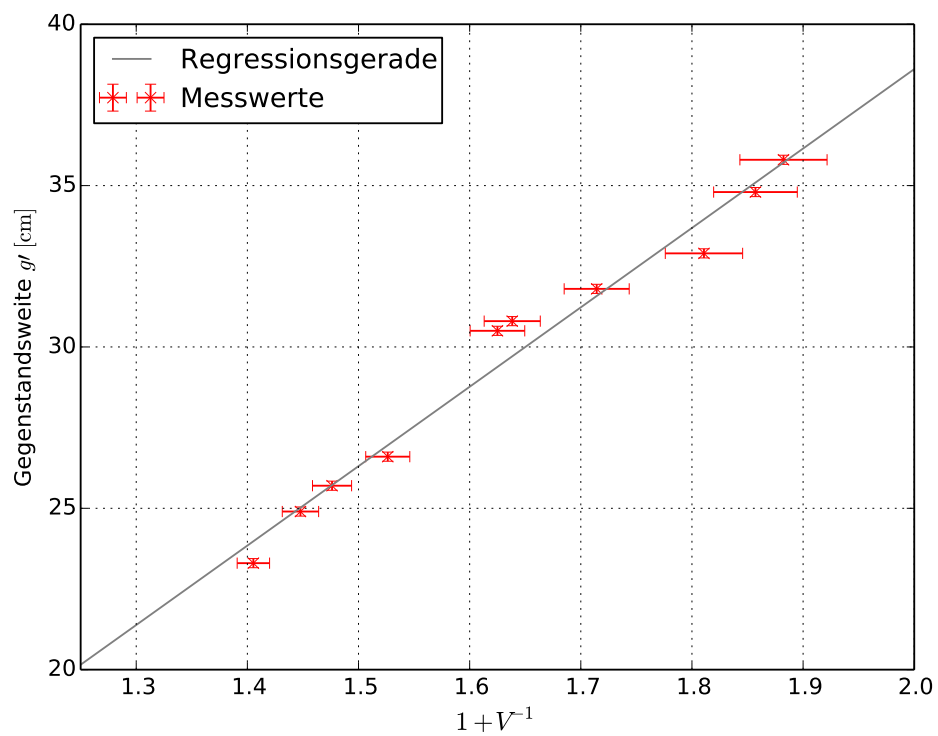


Abbildung 3: Regression der Messwerte der gestrichenen Gegenstandsweiten

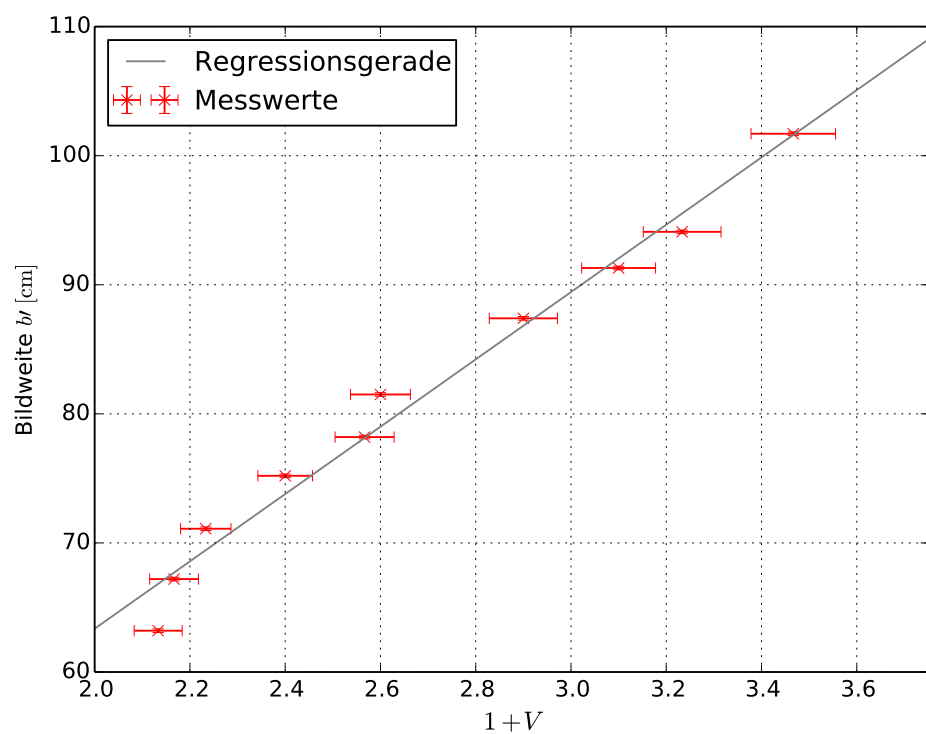


Abbildung 4: Regression der Messwerte der gestrichenen Bildweite

4.5 Fehlerrechnung

Die für die Auswertung verwendeten Fehlergleichungen, welche Mittels der gaußschen Fehlerfortpflanzung bestimmt wurden, befinden sich im Folgenden aufgelistet.

Die Fehlergleichung des allgemeinen Mittelwerts ergibt sich zu:

$$\sigma_M = \frac{1}{n} \sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma_{x_i}^2} \quad (\text{I})$$

Die Fehler von Summation und Differenz $z = x \pm y$ erhält man im allgemeinen durch:

$$\sigma_z = \sqrt{\sigma_x^2 \pm \sigma_y^2} \quad (\text{II})$$

Der Fehler der Gleichung für die Brennweite nach Bessel (6) ergibt sich aus:

$$\sigma_f = \sqrt{\frac{d^2 \sigma_d^2}{4e^2} + \left(\frac{d^2 + e^2}{4e^2} \right)^2 \sigma_e^2} \quad (\text{III})$$

Den Fehler des Abbildungsmaßstabes erhält man durch:

$$\sigma_V = \sqrt{\frac{B^2 \sigma_G^2}{G^4} + \frac{\sigma_B^2}{G^2}} \quad (\text{IV})$$

5 Diskussion

Im Folgenden werden die in Abschnitt 4 erhaltenen Ergebnisse noch einmal abschließend diskutiert und dabei auf ihre Plausibilität hin überprüft. Dabei wird auch Bezug auf Versuchsaufbau und -durchführung genommen.

Die im ersten Versuch erhaltene Brennweite (9) der Linse mit bekannter Brennweite $f_{bek} = 10,0 \text{ cm}$ zeigt mit einer relativen Abweichung von ca. 2 % eine große Übereinstimmung mit dem tatsächlichen Wert. Auch die Überprüfung des Abbildungsgesetzes (1) lieferte für die beiden untersuchten Wertepaare eine Übereinstimmung im Rahmen der Messgenauigkeit.

Diese Abweichungen sind allgemein durch die Subjektivität des Scharfsehens zu begründen. Da es bei der Versuchsdurchführung darauf ankommt ein möglichst scharf umrissenes Bild des Gegenstands zu erzeugen und der Experimentator diese Eigenschaft des Bildes mit seinen Augen beurteilt, sind der Genauigkeit der Ergebnisse schon durch das individuelle Sehvermögen bzw. der Akkommodationsfähigkeit beschränkt. Anders formuliert, zeigen die Ergebnisse aus der Beobachtung eines Linsensystems mit einem zweiten Linsensystem (das Auge und eventuelle Sehhilfen), schon wegen der Ungenauigkeit des zweiten, Abweichungen vom tatsächlichen Wert auf.

Auch aus den Daten der Untersuchung der mit Wasser gefüllten Linse, unbekannter Brennweite erhält man einen Wert (10) dessen Genauigkeit zwar in Frage zu stellen ist, der jedoch Plausibel scheint.

Bei dieser Linse sind die Ungenauigkeiten der Ergebnisse neben dem schon angesprochenen Grund noch durch die Beschaffenheit der verwendeten Linse zu begründen, die aufgrund ihrer Bauweise nicht die Genauigkeit einer Glaslinse erreicht. Dies liegt vor allem an Unreinheiten im eingefüllten Wasser wie zum Beispiel eingeschlossene Luftbläschen.

Die erhaltenen Werte der Methode von Bessel (11), (12) und (13) liefern im Rahmen ihrer Genauigkeit die erwarteten Ergebnisse. Die Abweichung der gemessenen Brennweite von weißem Licht zum tatsächlichen Wert $f_{bek} = 10,0 \text{ cm}$ ist mit weniger als 1 % noch geringer als bei der zuvor verwendeten Methode, was wiederum für die größere Genauigkeit der Methode von Bessel gegen über der Linsengleichungs-Methode spricht. Auch der Effekt der chromatischen Aberration wird aus den Messwerten deutlich, da sich die Brennweiten von blauem und rotem Licht um ca. 1 % unterscheiden.

Da die Steigungen der beiden Regressionsgeraden, die aus den Messwerten der Methode von Abbe bestimmt wurden beide die nahezu gleiche Steigung aufwiesen, scheint die erhaltene Brennweite (17) plausibel und auch die erhaltenen Positionen der Hauptachsen weisen keinen unrealistischen und damit unplausiblen Abstand zum gewählten Referenzpunkt auf.

Literatur

- [1] *SciPy*. URL: <http://docs.scipy.org/doc/> (besucht am 21.04.2014).