算法与复杂性　作业一

516021910528 - SHEN Jiamin

2020 年 3 月 2 日

用伪代码写出以下两个问题的算法，建议先用两三句话写出基本思想，再仿照课上最大公约数的例子写出伪代码

1　求解一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$

首先使用根的判别式判断方程根的情况，然后使用求根公式求解。

算法 1 求实系数一元二次方程的根

输入: 实系数一元二次方程的系数 a, b, c

输出: 方程的根 x_1, x_2

$\Delta \leftarrow b^2 - 4ac$ ▷ 根的判别式
if $\Delta > 0$ **then** ▷ 方程有两个不同的实数根
　　$x_1 \leftarrow \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$
　　$x_2 \leftarrow \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$
else if $\Delta = 0$ **then** ▷ 方程有两个相等的实数根
　　$x_{1,2} \leftarrow -\frac{b}{2a}$
else if $\Delta < 0$ **then** ▷ 方程有两个不同的复数根
　　$x_1 \leftarrow \frac{-b+\boldsymbol{i}\sqrt{-\Delta}}{2a}$ ▷ 其中 $\boldsymbol{i}^2 = -1$
　　$x_2 \leftarrow \frac{-b-\boldsymbol{i}\sqrt{-\Delta}}{2a}$
end if
return x_1, x_2

---

2 有一堆棋子，A 和 B 两人轮流从中拿 1-3 个，A 第一个拿，那么 A 如何确保自己不拿到最后一个棋子

若每次 B 拿 b_i 个棋子（$b_i \in [1,3], b_i \in \mathbb{N}$）之后，A 都拿 $a_{i+1} = 4 - b_i$ 个棋子，使 $b_i + a_{i+1} = 4$，则最后剩余棋子的个数可以认为与 B 的决策无关。

要保证 A 不拿到最后一个棋子，则 A 最后一次拿取之后必须只剩 1 个棋子。否则，B 可以拿取若干棋子使剩余棋子个数为 1，A 将不得不拿到最后一个棋子。

由此可知，只要 A 在每一步拿取棋子时，都尽力保证剩余棋子的个数 N 满足 $N \equiv 1 \bmod 4$ 即可。

注：A 的策略只依赖于其决策时的状态。既不依赖于历史状态，也不依赖于 B 的决策细节。

算法 2 巴什博弈

输入：轮到 A 拿棋子时，剩余棋子的个数 n

输出：A 本次拿取棋子的个数

```
take ← [(n − 1) mod 4]
if take > 0 then
    return take                ▷ A 此次拿 take 个棋子，可满足前述条件
else
    return 1                   ▷ A 不可能通过此次拿取保证前述条件，可随意拿若干棋子
end if
```